

**Productos de crédito de entidades bancarias en Colombia. Una evaluación teórica y  
práctica de la teoría de portafolios para la estructuración eficiente de portafolios de  
carteras de crédito**

**Juan Camilo Durán Pérez**

**Maestría en Finanzas Corporativas**

**Colegio de Estudios Superiores en Administración – CESA**

**Bogotá**

**2022**

**Productos de crédito de entidades bancarias en Colombia. Una evaluación teórica y práctica de la teoría de portafolios para la estructuración eficiente de portafolios de carteras de crédito**

**Juan Camilo Durán Pérez**

**Tutor:**

**Alfredo Contreras Eitner**

**Maestría en Finanzas Corporativas**

**Colegio de Estudios Superiores en Administración – CESA**

**Bogotá**

**2022**

## Tabla de Contenidos

1. Introducción .....	4
2. Marco teórico .....	8
2.1. Hipótesis .....	14
2.2. Objetivos.....	14
2.2.1. Objetivo General.....	14
2.2.2. Objetivos Específicos .....	14
3. Estado del Arte .....	15
4. Metodología .....	19
5. Datos.....	23
6. Resultados .....	24
7. Conclusiones .....	28
8. Anexos.....	30
8.1. Tabla 1 .....	30
8.2. Tabla 2 .....	31
8.3. Tabla 3 .....	32
8.4. Tabla 4. ....	33
9. Bibliografía.....	34

## **1. Introducción**

Según Caskey, J., y Fazzari, S. (1986) el sistema bancario es uno de los principales sectores económicos no solo por su aporte en ingresos y desarrollo económico, sino porque también, brinda un servicio real a la economía haciendo coincidir a ahorradores y deudores. Puntualmente y de acuerdo con las ideas de Tobin (1969), este proceso de equilibrio en el mercado de crédito involucra a entidades financieras, quienes, en la ejecución de su rol como gestores de cartera, deciden cómo distribuir y focalizar los recursos a través de productos de crédito disponibles.

No obstante, los movimientos del mercado de crédito son determinados tanto por condiciones macroeconómicas como microeconómicas, y en el caso de las condiciones macroeconómicas se tiene que, el mercado está altamente correlacionado con el ciclo económico. De acuerdo con el trabajo de Gilchrist, S., y Zakeajsek, E., (2011), en periodos de crisis los mercados de crédito sufren varias consecuencias, entre las que se identifican reducción de la oferta de crédito. Por otra parte, Sharpe (1964) observa que, uno de los problemas que ha acosado a quienes intentan predecir el comportamiento de los mercados de capitales es la ausencia de un cuerpo teórico microeconómico, el cual se ocupe de las condiciones de riesgo y retorno de las firmas. Por lo tanto, existen varios trabajos que buscan explicar las variables en la toma de decisión de inversión de las entidades bancarias, sin embargo, son pocos los trabajos que han evaluado el resultado de dichas decisiones.

Es así como, resulta relevante analizar a las entidades bancarias en su función de maximizar la utilidad y minimizar el riesgo desde la teoría microeconómica de la firma, donde sea posible evaluar la operación de canalizadores de recursos hacia la economía a través de producto de carteras crédito. De igual manera, Caskey, J., y Fazzari, S., (1986) identifican

que es importante mencionar que este comportamiento agregado de las entidades bancarias resulta en la estructura particular del mercado de crédito, la cual se determina como resultado del desempeño de la economía en conjunto.

En el caso de la economía colombiana, según Corredor, A. M. y Pérez, D. (2009) el sistema bancario es el principal financiador de firmas y personas, lo que implica que desperfectos en la distribución de crédito pueden causar deterioro en la actividad económica; y por tal razón, afirman que cobra relevancia identificar los determinantes de la demanda y oferta de créditos para establecer en que eventos puedan ejercer restricciones crediticias.

Respecto al tamaño del sector bancario colombiano, es importante resaltar que el valor de los activos para el año 2020 era de COP 730 billones, que correspondían al 72% del PIB. Adicionalmente, dichos activos tuvieron un aumento de 8,1% respecto al 2019 según el informe de tipificación de la banca de Asobancaria (2021). En cuanto a la participación de cartera se observó que tienen un porcentaje mayoritario dentro del total de activos, donde, en el informe de Asobancaria (2021) el saldo de cartera tiene un porcentaje de participación de 63,1% para el año 2020.

Ahora bien, el aporte que busca dar este trabajo desde el análisis micro fundamentado y financiero es recrear una herramienta que facilite y que permita evaluar la canalización de recursos disponibles de maneras más eficientes, dado que, según Corredor, A. M. y Pérez, D. (2009) los puntos subóptimos de cartera en el balance de entidades financieras aumentan el costo de la transmisión de créditos hacia la economía. En el caso colombiano, la cartera de créditos ha representado la mayor parte de los activos del balance de los establecimientos de crédito, y su relevancia en la economía es cada vez mayor, de acuerdo con Asobancaria

(2021) el acceso a productos y servicios financieros medido por el indicador de bancarización alcanzó el 86,6% en 2020.

Por otra parte, según Deviney, T. M., y Stewart, D. W. (1988) la composición de los productos de crédito ofrecidos hace parte de uno de los problemas más complejos en que incurren las firmas, que es la asignación eficiente de recursos dentro de sus posibilidades de inversión y objeto de negocio. Así mismo, Deviney, T. M., y Stewart, D. W. (1988) identifican que, usualmente, la toma de estas decisiones es soportada bajo enfoques de análisis previos en marketing, investigación y desarrollo, finanzas y planeación estratégica. Para el caso de productos de crédito en Colombia, el informe de Asobancaria (2021) evidencia que la distribución de las distintas modalidades de cartera por entidad es heterogénea. De todas formas, se debe tener en cuenta que una mayor rentabilidad esperada implica mayor riesgo, y es por esto, que Corredor, A. M. y Pérez, D. (2009) explican que la oferta de créditos tenga rendimientos marginales decrecientes. De igual forma, con base en el reporte de Asobancaria (2021) en los análisis de rentabilidad de negocio, se observó que, durante 2020 la rentabilidad del activo (ROA) y el retorno sobre patrimonio (ROE) cayeron a niveles mínimos cerrando el año en 0,6% y 4,6% respectivamente. Estos últimos datos, sobre el retorno de las entidades financieras y sus líneas de productos abren la puerta a la búsqueda de herramientas que maximicen las utilidades de entidades bancarias, con el fin de garantizar la ampliación de la oferta en productos de crédito y aumentar el margen de utilidad riesgo ajustada de los portafolios de cartera de estas entidades.

En la literatura, trabajos como el de Cardozo, R. N., y David K. Smith, J., (1983), y Kahane (1977), sugieren una herramienta conceptual que se sustenta en la aplicación de la teoría de portafolios para la estructuración de portafolio de líneas de productos, que se centran como

identifican Cardozo y Smith (1983), en la búsqueda de ventajas competitivas entre las dos dimensiones de riesgo y retorno. Por su parte, Kahane (1977) explica que, la aplicación de la teoría de portafolios puede resultar en un sistema de reglas y clasificación, que garanticen un sistema organizado para la priorización de recursos dentro de las posibles canastas de bienes y servicios de una firma. Es importante recordar, que el resultado esperado en el comportamiento de las entidades bancarias es que actúen bajo el racional de maximización de utilidad sujetas a sus restricciones de tiempo, recursos y demás condiciones intrínsecas. Así las cosas, de lo anterior se deriva que, cada entidad bancaria estaría dispuesta a otorgarle financiación a una empresa u hogar dado el colateral, la percepción del riesgo sobre está y su rentabilidad (Corredor, A. M. y Pérez, D., 2009).

A pesar de que, la aproximación de la teoría de portafolios es una herramienta conceptual microeconómica poderosa en el análisis de riesgo retorno dentro las firmas, su aplicación en modelos de estructuras de decisión de locación de recursos para activos no transables y líneas de negocio, no ha sido ampliamente utilizada como instrumento de evaluación de decisiones. Es por esto, que este trabajo busca aportar a la discusión teórica de la implementación de teoría portafolios en activos no transables, y al mismo tiempo incorporar la teoría de portafolios como regla de decisión en la evaluación de la construcción de portafolios óptimos de crédito en Colombia.

Adicionalmente, el enfoque de este trabajo busca realizar un análisis micro fundamentado desde el balance de las firmas bancarias y de crédito en Colombia, para garantizar y evaluar mejoras en la actividad de focalización de recursos a través de carteras de crédito y minimizar la existencia de portafolios no eficientes que aumenten el costo de la transmisión de créditos hacia la economía. Finalmente, se delimita que la pregunta de investigación que busca

resolver este trabajo es ¿Qué tan eficientes son las decisiones de colocación de activos de crédito de las entidades bancarias en Colombia dentro de sus portafolios de producto?

## **2. Marco teórico**

Desde el aporte realizado por Markowitz (1952) sobre el proceso de selección de portafolio, quien definió este proceso en dos pasos sencillos basados en la observación, experiencia y creencia futuras seguido de la ponderación de creencias y elección final de portafolios, han sido un gran número de trabajos, los cuales han extendido el estudio de selección de portafolios y la complejidad que implican los supuestos necesarios en la escogencia de dichos portafolios.

Partiendo de la premisa básica propuesta por Chamberlain (1983), la teoría de portafolios es una decisión basada en el supuesto de que el inversionista distribuye su riqueza entre los activos disponibles con el objeto de maximizar su utilidad. Entre los primeros aportes para este análisis de decisión, Markowitz (1952) introduce la relación de retorno ajustado por varianza, donde, la decisión del inversionista está en poder aumentar su expectativa de retorno futuro incurriendo en mayor varianza. Sin embargo, fue Sharpe (1964) quien, con su análisis de teoría de precios de los activos bajo condiciones de riesgo y el modelo de CAPM, introdujo la base teórica para el sustento de la revisión riesgo retorno por parte del inversionista, especificando nuevamente los siguientes dos pasos en el proceso: 1) escoger un grupo de portafolios de inversión retorno-varianza eficiente; y 2) seleccionar un portafolio entre este grupo de opciones.

Sin embargo, la implicación de estos dos pasos requiere un soporte teórico especial, que es ofrecido precisamente en el trabajo de Cass, D. y Stiglitz, J. E. (1970) quienes establecen las condiciones necesarias para que sea posible escoger un portafolio eficiente, el cual necesita



la separación entre activos seguros (libres de riesgo) y riesgosos, como también la definición de condiciones necesarias y suficientes para que en términos de preferencias del inversionista sea posible la escogencia entre dos portafolios o fondos mutuos. Además, dentro de sus principales conclusiones, se encuentran que las condiciones de separación entre activos son restrictivas y condicionan la función de utilidad, y que una decisión de asignación entre solo dos fondos mutuos es posible y se soporta bajo la existencia de inversión en la caja, lo que permite la división entre activos seguros y activos riesgosos, pero, esta conformación de portafolios es marginal (Cass, D., & Stiglitz, J. E., 1970).

Ahora bien, el supuesto de arbitraje que permite realizar la evaluación del precio de los activos requiere como lo enuncia Ross (1976) que las expectativas de los agentes sean idénticas y que exista un consentimiento común sobre el valor de los coeficientes en el análisis ex - ante de riesgo retorno de los activos. Sobre este último punto, Black (1972) enuncia claramente las condiciones que permiten la estimación de la recta del modelo de precio de los activos bajo condiciones de equilibrio CAPM de la siguiente forma:

- a) Todos los inversionistas comparten las mismas creencias sobre el valor futuro de los activos.
- b) La distribución de probabilidad que describe los rendimientos de los activos es normal conjunta.
- c) Los inversionistas seleccionan portafolios que maximizan su utilidad, y todos son aversos al riesgo.
- d) Todo inversionista puede tomar a posición larga o corta en cualquier activo, incluyendo activos libres de riesgo.

Si bien los anteriores supuestos son bastante sólidos, existen otros comentarios que vislumbran las desventajas de este modelo, como por ejemplo lo propuesto por Roll (1977) quien recuerda que aplicar la teoría de portafolios, implica que todos los activos disponibles de la economía deben ser testados y que es posible calcular (n) estimadores que satisfagan la relación lineal del retorno esperado de un activo o portafolio, aun así, estos no sean eficientes. Por lo anterior, es crucial recordar que los modelos lineales de dos factores como el CAPM cumplen un papel central en la descripción de correlación y separación de oportunidades de inversión (Ross, 1978), especialmente porque el modelo de portafolios está centrado sobre la interrelación entre el retorno de los activos aleatorios más que en su distribución individual (Ross, 1976). Aunque, existen fuertes críticas sobre la teoría de portafolios y el modelo de precios de activo en condiciones de mercado CAPM, es posible contar con variaciones en el modelo que permiten su aplicación.

Respecto a supuestos sobre distribuciones normales, es posible utilizar distribuciones arbitrarias sobre el retorno de los activos, si las funciones de utilidad son cuadráticas o tienen ciertas restricciones en su forma funcional (Cass, D., y Stiglitz, J. E., 1970).

También pueden existir dos portafolios eficientes con diferentes coeficientes, uno que si tiene dentro de su composición activos libres de riesgo y otro que es bajo la composición de portafolios disponibles en el mercado de alta y mínima varianza, sin contar con activos libres de riesgo (Black F. , 1972). Lo descrito previamente, sucede porque cada portafolio eficiente puede ser expresado por la combinación ponderada de otros portafolios no eficientes, y adicionalmente, cuando no existe activo libre de riesgo para posición corta o larga, es posible describir un portafolio eficiente como combinación de dos portafolios, donde uno es el de mínima varianza (Black F. , 1972).

En ese mismo orden, trabajos siguientes como Huberman (1982) y Dybvig (1983) son trabajos que depuran el análisis de portafolios y describen condiciones que pueden ser relajadas bajo ciertos supuestos adicionales. Huberman (1982) enuncia que, es posible hacer supuestos de las preferencias de los agentes, relacionadas con la existencia de equilibrio en ausencia de condiciones de arbitraje. En esta misma línea, Huberman (1982) demuestra la conclusión expuesta por Ross (1976) respecto a que la existencia de no arbitraje implica cierto efecto diferenciador en el retorno de los activos, que no requiere cambios sobre los supuestos en la función de utilidad de los agentes.

De igual manera, Dybvig (1983) encuentra que es posible utilizar el modelo de ATP propuesto por Ross en una economía finita, y que los resultados esperados pueden tener una desviación mínima frente al modelo original. Sin embargo, para todos los efectos el uso de este modelo es posible siempre y cuando este bajo las siguientes propiedades (Dybvig, 1983):

- El factor de descuento libre de riesgo debe ser muy bajo y positivo.
- La aversión al riesgo no debe ser muy alta.
- La oferta de activos per cápita debe ser pequeña.
- La varianza no debe ser demasiado alta.

Sin embargo, fue hasta (1985) cuando Kwon con su trabajo de derivación del modelo de CAPM sin normalidad y preferencias cuadráticas, demostró que los parámetros del modelo CAPM no incluyen aquellos que involucren las preferencias de los inversionistas y que tampoco estén explícitamente asociados a la distribución normal. Este resultado, se obtiene en el equilibrio y con retornos iguales a cero del ruido blanco condicionados al retorno del portafolio de mercado,

Así mismo, según Cochrane (2005) es posible el uso del modelo CAPM ante el crecimiento de la utilidad marginal a partir de otras variables y factores adicionales sin que requieran supuestos sobre la distribución normal de los retornos. Estos modelos se pueden resumir en los siguientes tres, que resultan de la modificación y análisis de los supuestos del modelo original CAPM que son CAPM, ICAP (Intertemporal Capital Asset Model) y APT (Arbitrage Price Theory).

Siguiendo el resumen de (Cochrane, 2005), estos modelos son los siguientes:

<b>CAPM</b>	<b>ICAPM</b>	<b>ATP</b>
$m = a + bR_w;$ <p><math>w =</math> Retorno del portfolio</p> <p>La utilidad marginal es lineal en retorno y no requiere de otras variables de estado (Cochrane, 2005).</p>	$m_{t+1} = a + b'f_{t+1}$ <p>Modelo lineal de factores con riqueza inicial y variables de estado, que proyectan cambios en la distribución de retornos futuros del activo.</p> <p>Donde las variables de estado son los determinantes de la maximización (Cochrane, 2005)</p>	$R^i = E(R^i) + \sum_{j=1}^N b_{ij} f_j + e_i$ $E(e_i) = 0$ <p>Con un supuesto adicional</p> $m = a + b'f$ <p>Que existe una tasa de descuento <math>m</math> que es lineal en los factores que dan el precio de los retornos.</p> <p>Este modelo parte de la caracterización estadística de los resultados, soportados en que el retorno futuro</p>

		<p>depende de la covarianza de los retornos con los factores únicamente, dado que los inversionistas pueden diversificar entre los activos existentes.</p> <p>(Cochrane, 2005)</p>
--	--	--

De igual forma, los modelos de teoría de portafolios comprenden variaciones en su estructura teórica que les permite evaluar una locación eficiente de recursos, en una variedad de activos, mercados y tipos de inversionista, y adicionalmente, es posible mantener este análisis a la aproximación clásica del análisis de dos pasos, primero escoger un grupo de activos disponibles de inversión riesgo retorno eficientes y segundo paso escoger un portafolio entre estos planes de inversión riesgo retorno eficientes, ajustados a las condiciones intrínsecas y factores adicionales de cada inversionista.

Para el caso de, la evaluación teórica de selección de portafolios de activos no transables para las firmas, Kahane (1977) encuentra que es posible hacer un ejercicio empírico en firmas de seguros para la escogencia de portafolios utilizando el Índice Único de Sharpe. No obstante, trabajos como el de Deviney, T. M., y Stewart, D. W. (1988) concluyen que es necesario acotar las interacciones entre productos, y que en los resultados es posible desconocer algunas de las posibles sinergias dentro de los activos del portafolio, sin embargo, utilizar como proxy de la medición del riesgo la relación entre la covarianza de retornos de la firma con los retornos del producto y la covarianza del mercado con los retornos del producto dan

una aproximación a los factores de riesgo retorno evaluados en los modelos de teoría de portafolios.

## **2.1. Hipótesis**

De acuerdo con los resultados de los modelos canónicos de la teoría de portafolios, las decisiones de colocación de tipos de crédito de las entidades bancarias en Colombia son óptimas.

## **2.2. Objetivos**

### **2.2.1. Objetivo General**

Evaluar, según el criterio de los modelos canónicos de la teoría de portafolios, la existencia de portafolios óptimos en las decisiones de asignación de recursos de las entidades bancarias en Colombia.

### **2.2.2. Objetivos Específicos**

- Utilizar la teoría de portafolios como herramienta de evaluación para las decisiones de colocación de tipos de crédito de las entidades bancarias en Colombia.
- Evaluar la pertinencia de los modelos canónicos de la teoría de portafolios para determinar la eficiencia en las decisiones de colocación de tipos de crédito de las entidades bancarias en Colombia.
- Estimar indicadores históricos de rentabilidad y varianza de los productos de cartera hipotecaria, cartera comercial y cartera de consumo para los bancos analizados.

### 3. Estado del Arte

La teoría moderna de portafolios desde que fue planteada por Markowitz (1952) y hasta la fecha, busca resolver el problema estándar de decisión del consumidor de escoger un conjunto de bienes dentro de un universo disponible, que en términos de utilidad implica maximizar la función de cada agente, sujeto a restricciones de presupuesto (Ingersoll, 1987).

Ahora bien, la solución a este problema del consumidor implica un trabajo teórico en sí mismo, el cual está sujeto a preguntas más allá de la teoría de portafolios que abarcan terrenos de la teoría microeconómica del consumidor, como son la implicación teórica de las funciones de utilidad y planteamiento del problema de maximización. Sin embargo, el alcance de este trabajo se seguirá en función de la discusión sobre la teoría de portafolios y los supuestos de las funciones de utilidad que esta abarca.

Uno de los grandes aportes del trabajo inicial de Markowitz (1952), es la formulación del problema como una opción decisión entre los parámetros de media y varianza de un portafolio de activos (Elton, E. J., y Gruber, M. J., 1997). Sin embargo, para este análisis de media varianza es necesario adoptar varias restricciones o supuestos severos como los propuestos en el trabajo Rothschild y Stiglitz, (1970), quienes indican que son distribuciones de probabilidad normal para el retorno de los activos disponibles, dado que es un análisis discreto y solo evalúa dos momentos de función de probabilidad. Frente a lo anterior, Rothschild y Stiglitz (1970) han sugerido utilizar otras funciones de probabilidad de dos parámetros, supuestos de análisis de tiempo discreto y varianzas constantes.

Por otro lado, la solución a este problema de la maximización de utilidad del consumidor fue planteada por Sharpe (1964), quien, con su análisis de teoría de precios de los activos bajo

condiciones de riesgo o modelo de factores de precio, remplazo la expresión de crecimiento de utilidad marginal por un modelo lineal  $m = a + bR_w$ , donde a y b son parámetros (Cochrane, 2005). Este importante aporte en la teoría de portafolios sigue vigente, como modelo de precio de los activos, sin embargo, este modelo tiene las siguientes críticas:

1) Es posible calcular (n) estimadores que satisfagan la relación lineal del retorno esperado de un activo o portafolio, aun así, estos no sean eficientes (Roll, 1977).

2) En su aplicación teórica tiene dificultades, pues si bien se conoce la forma de la función no se hace una predicción sobre los parámetros (Roll, 1977).

Afortunadamente, trabajos como Cass, D., y Stiglitz, J. E. (1970), Black (1972), Huberman (1982) y Dybvig (1983), son trabajos de análisis más profundos sobre los modelos lineales de precio de activos, funciones de utilidad y supuestos de los parámetros, de tal manera, que ofrecen alternativas al modelo original y estudian la adición y restricción de supuestos, que permiten la aplicación de teoría de portafolios para diferentes mercados, activos y tipos de inversionista.

Ahora bien, es importante recalcar que la evolución de la teoría de portafolios no solo aplica a su desarrollo teórico, sino también práctico. El trabajo de Black, F., Jensen, M., y Scholes, M. (1972) reafirma la relación esperada de la teoría en los datos, entre las primas de riesgo y el riesgo sistemático. Adicionalmente, enmarcan algunas de las implicaciones de los supuestos generales del modelo sobre los datos, como por ejemplo las implicaciones de la no normalidad de los retornos y sus resultados en las pruebas estadísticas de los estimadores, frente a lo cual Black, F., Jensen, M., y Scholes, M. (1972) sugieren tener cuidado con las interpretaciones estrictas de las pruebas de significancia, y deciden continuar con la



estimación de modelos lineales de precio y la búsqueda de estimaciones que midan las primas de riesgo – retorno y relaciones de riesgo sistemático.

En vista de que la teoría portafolios desde que fue planteada por Markowitz (1952) y hasta la fecha, ha tenido un movimiento importante en su revisión teórica y empírica, (Campbell, 2000) propone una revisión interesante para los años 1980 al 2000 y sugiere las tres siguientes conclusiones:

1. La teoría de portafolios cuenta con un gran conjunto de hechos estilizados sobre tasas de intereses, precios de activos y metodologías de estimación y uso de datos.
2. Existe una variedad de modelos en respuesta a los diferentes hechos estilizados, que están enmarcados bajo los supuestos del modelo general.
3. La teoría de portafolios está atada a la realidad económica del precio y riesgo de los activos, donde, el modelo de precio incluye las implicaciones de los eventos que afectan el contexto general de los mercados.

De acuerdo con esta evolución planteada por (Campbell, 2000), es posible aplicar la teoría de portafolios y su desarrollo empírico para productos de crédito e inversionistas definidos como bancos, utilizando adecuadamente los hechos estilizados y definido el modelo correctamente. Sin embargo, es necesario ahondar un poco más en el uso de la teoría de portafolios en la aplicación de activos no transables.

Respecto a la aplicación de teoría de portafolios en activos no transables, (Mayers, 1976) identifica de manera teórica que es posible hacer una extensión del modelo a partir de la base que cada inversionista cuenta con su propio conjunto de oportunidades de inversión, que se asemeja al problema de inversión y desinversión dadas las restricciones de prestar o pedir

prestado dinero. En orden con esta restricción, (Black F. , 1972) define que es posible hacer la composición de portafolios de alta y mínima varianza, sin contar con activos libres de riesgo o construir cualquier canasta de oportunidades de inversión acotada. Ahora bien, en el caso de activos no transables según (Mayers, 1976) es necesario hacer unos supuestos adicionales (Black, Jensen, & Scholes, 1972) sobre el inversionista, que son:

- a) Exista absoluta aversión al riesgo, lo que implica que la composición de activos no transables de portafolio no tiene efecto sobre el nivel de precios de los activos.
- b) Exista aversión relativa al riesgo, menor o igual a uno lo que implica que el modelo de precios tenga estimaciones de menor valor por presencia de estas imperfecciones.

Si bien, la evaluación teórica de selección de portafolios de activos no transables requiere un conjunto de supuestos fuertes, existen investigaciones como (Kahane, 1977) que hace un ejercicio teórico de portafolios para el sector de compañías de seguros y Deviney, T. M., y Stewart, D. W. (1988) quienes presentan dos ejemplos numéricos de líneas de productos dentro de una firma.

Finalmente, es importante concluir que los trabajos y aportes empíricos sobre las fortalezas y desventajas de la teoría moderna de portafolios son los que han permitido que hoy su uso se extienda a nuevos análisis y siga vigente. Además, quienes tienen la oportunidad de disponer de su uso, la aceptan y para todos los efectos buscan mejorar su implementación tanto teórica como empírica.

#### 4. Metodología

La metodología utilizada para este trabajo consta de tres pasos, así: el primero es la selección del portafolio óptimo utilizando el proceso de maximización no lineal para el indicador de Sharpe; el segundo, es la estimación de la rentabilidad esperada de cada portafolio según el modelo de precio de activos CAPM; y el tercero, es un análisis discreto de comparación entre el portafolio óptimo y el portafolio actual, para corroborar la hipótesis nula de que el portafolio observado no es significativamente diferente del portafolio óptimo. Respecto a la maximización, se estimaron los parámetros históricos de rentabilidad y varianza de los activos disponibles para el portafolio único de cada sociedad. Para la definición de rentabilidad de los productos crédito, se tuvo en cuenta el trabajo de Ahamed (2017), quien sugiere incluir en el valor del retorno la calidad de la cartera, por lo que se utilizó un indicador que incorpora las provisiones de cartera mala dentro del cálculo. Este indicador consiste, en incluir las provisiones dentro del denominador, con el fin de incorporar efectos de la calidad del activo sobre el retorno observado.

Indicador de rentabilidad:

$$R_i = \frac{\text{Ingreso}_{t-1i}}{\text{Valor de la cartera}_{t-1i} + \text{Provisiones de la cartera}_{t-1i}}$$

$i = 1, 2, \dots, n$  activos

Donde  $i \geq 2$

Para el problema de maximización no lineal se utilizó el indicador de Sharpe, que consiste en el valor de la rentabilidad del portafolio menos la tasa libre de riesgo dividido sobre la varianza del portafolio obtenido. Esta programación no lineal, se definió de la siguiente manera:

1. Estimación del portafolio que maximiza el indicador de Sharpe

$$\max IS = \frac{\sum_{i=1}^n R_i * w_i}{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n w_i w_k \sigma_{ik}}$$

Sujeto a:  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ ,

Donde:  $w_i$  , es el peso del activo i dentro del portafolio

Donde:  $\sigma_{ik}$  , es la matriz de varianza y covarianza del activo i,k para la entidad bancaria analizada.

Teniendo en cuenta que las carteras i,k de las entidades bancarias son activos que se caracterizan como no transables, implican que el rebalanceo del portafolio está sujeto a acciones previas de estrategia y restricción de cambio de recursos que pueden tomar meses e incluso años, es por esto, que se incorporó una restricción adicional a la programación del problema que consiste en restringir el peso del activo dentro del total del portafolio.

Esta restricción adicional, está sujeta al histórico de velocidad de crecimiento o decrecimiento de esa cartera del banco (Delta) y/o la participación máxima histórica de la cartera analizada dentro del activo total del banco.

Sujeto a:  $w_i \leq \text{Max}(w_{it} + \Delta; W_i)$

2. Para el segundo paso se estimó un modelo de CAPM para cada activo frente a los movimientos de mercado. Dado que los activos seleccionados corresponden al mercado de crédito, se consideró una estimación entre la tasa de interés IBR como proxy de movimientos del mercado de crédito en Colombia, de tal manera que la estimación de las betas consiste en:

$$\beta_i = \frac{Cov(Ibr, R_i)}{Var(Ibr)}$$

Para el modelo de CAPM de cada activo tenemos que la ecuación consiste en:

$$R_{ei} = R_f + \beta_i R_m$$

Donde:  $R_f$  , tasa libre de riesgo

Donde:  $R_m$  , es la tasa esperada de tener activos de riesgo

Finalmente, el retorno esperado de cada portafolio óptimo consiste en la suma del valor de retorno esperado ponderado de los activos que conforman el portafolio o también utilizando la ecuación de CAPM del portafolio, con su respectiva beta.

$$R_p = \sum_i^{i=n} R_{ei} * w_i$$

$$R_p = R_f + \beta_p R_m$$

Este modelo de CAPM para cada entidad y portafolio, se utilizó para validar los resultados del primer paso de maximización. De igual forma, este proceso de CAPM cumple la función de incorporar el análisis de teoría moderna de portafolios al análisis

de distribución de recursos a productos de crédito de las entidades bancarias en Colombia.

3. Finalmente, para evaluar los portafolios observados del último periodo del balance de los bancos en (t), esta evaluación se basa en una prueba con dos hipótesis.

$H_0$ : *El Portafolio observado en t NO es diferente del portafolio optimo*

$$w_{it} - w^* = 0$$

$H_a$ : *El Portafolio observado en t es diferente del portafolio óptimo*

$$w_{it} - w^* \neq 0$$

Utilizando el estadístico

$$Z_{it} = \frac{w_{it} - w^*}{\sigma_{w_{it}-w^*}}$$

$$\sigma_{w_{it}-w^*} = \sqrt{\frac{2w^*(1-w^*)}{n}}$$

## 5. Datos

Los datos utilizados en este trabajo son de periodicidad mensual y son los reportes unificados de balance y estado de resultados presentados por las entidades bancarias, que se encuentran en la base de datos de la Superintendencia Financiera.

Para la caracterización del tipo de activo que puede invertir cada entidad bancaria, se utilizaron las cuatro grandes categorías, que también se encuentran identificadas en el reporte unificado de la Superintendencia Financiera, que son:

- Cartera Habitacional
- Cartera Comercial
- Cartera de Consumo
- Cartera de Microcrédito

La base de datos está conformada por 26 entidades bancarias, sin embargo, se utilizaron únicamente 12 entidades dado que contaban con el total de los datos y no se evidenció ningún error de reporte en la información mensual de corte desde enero de 2011 hasta diciembre de 2021 (132 periodos). Las principales estadísticas de las 12 entidades bancarias analizadas para rentabilidades mensuales están en la tabla 1 de los anexos.

Tal como lo menciona Asobancaria (2021), en la revisión descriptiva de los datos rentabilidad y varianza se encontró gran heterogeneidad entre las entidades bancarias, e incluso algunas sociedades no invierten en las cuatro carteras disponibles. Es importante mencionar que, el valor de rentabilidad depende de cada banco en su capacidad de generación de ingresos de cada activo, y la administración eficiente de políticas de crédito, evitando los incrementos de provisiones por cartera mala.

Si bien algunas entidades tienen mayores rentabilidades que otras en el mismo producto, es también necesario compararlas por la desviación estándar de esos retornos, dado que esta volatilidad es el reflejo del producto ofrecido por cada entidad, donde, existen diferentes estrategias en términos de cliente objetivo y mercado, que cambian variables de ingreso del producto, políticas de riesgo y montos. Adicionalmente, otro factor que aporta a la heterogeneidad entre las entidades es el volumen de recursos administrados y la composición de estos recursos dentro del portafolio.

## **6. Resultados**

La caracterización de cada portafolio óptimo depende de las variables históricas de cada entidad; por tal motivo, los resultados son diferentes y únicos en cada caso. Por ejemplo, 7 bancos de los 12 de la muestra invierten en las cuatro carteras de crédito disponibles, esto aplica para los grupos bancarios más grandes del país tales como Aval (4 bancos), Bancolombia, Davivienda y el Banco Agrario, este último vinculado al Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural. Respecto a los otros 5 bancos, se observa que ninguno invierte en microcréditos. Estas características históricas condicionan a que la maximización se revise únicamente sobre los productos disponibles de cada entidad y las condiciones de inversión.

Ahora bien, en los resultados de la maximización del portafolio (tabla 4) se observa que en la magnitud de los pesos de cada activo ningún banco tiene el porcentaje exacto que sugiere el portafolio óptimo. Sin embargo, al ser las carteras de crédito un activo no transable resulta difícil actuar con flexibilidad en el mediano y corto plazo para evidenciar los resultados de estrategia de colocación de recursos entre las carteras de crédito.



Adicionalmente, se observan algunas tendencias en la composición de los portafolios óptimos como, por ejemplo, incluir un mayor porcentaje de inversión de las carteras en crédito habitacional para 9 de los 12 bancos. Dentro de las ventajas de este tipo de crédito se encuentran el retorno constante, la poca volatilidad y la baja correlación respecto al mercado que se evidencia en la poca relación estadística de las betas del crédito habitacional (tabla 2).

Otra tendencia observada, consiste en que la mayoría de los portafolios óptimos sugieren la reducción del peso de cartera de crédito comercial, caso encontrado para 10 de los 12 bancos analizados. El producto de cartera comercial, según los datos, se caracteriza por tener una rentabilidad menor a los créditos de consumo y habitacional, además de estar acompañado por una varianza relativamente alta. Por otra parte, el total de bancos analizados debería aumentar el porcentaje de inversión en créditos de consumo dada su buena rentabilidad, que incluso sobrepone el nivel de alto riesgo que representa este tipo de activo.

Respecto a los resultados generales de la evaluación de portafolios con la metodología propuesta, se encontró que los bancos de Bogotá, Bancolombia, GNB Sudameris, BBVA Colombia, Davivienda, Banco Agrario y AV Villas tienen portafolios óptimos de carteras de crédito, diferente a, los bancos Popular, Itaú, Occidente, Caja Social y Colpatria donde al menos uno de sus productos tiene una participación en su canasta de activos de crédito diferente a la óptima.

Por otra parte, para el modelo de CAPM se encontró que, las betas del modelo de CAPM presentadas en la tabla 2, muestran que no todos los valores encontrados son significativos para las cuatro carteras de crédito de los 12 bancos estudiados. Especialmente para el crédito habitacional, del cual no se pudo evidenciar una relación estadísticamente fuerte con los movimientos de mercado, seguramente por las características de largo plazo que acompañan

este tipo de crédito. Por otra parte, si existe una relación estadística fuerte para los productos de crédito comercial, microcrédito y de consumo en la mayoría de las entidades.

Respecto a la magnitud y signo de los estimadores, se encontró que la beta promedio de los portafolios es menor a uno y positiva lo que va en línea con el resultado esperado. Lo anterior, dado que, en los productos de crédito se espera una relación positiva con el mercado y menor volatilidad, debido a, las características de activos de baja liquidez y con duraciones de mediano y largo plazo.

En la comparación de los resultados de CAPM y modelo de portafolio óptimo, se evidencia que no existen diferencias tan amplias en el retorno esperado encontrado entre las dos metodologías. Sin embargo, es importante recordar que el resultado debería ser el mismo según la teoría de portafolios, esta diferencia puede que sea el resultado de no contar con herramientas estadísticas y mercados perfectos de crédito que garanticen que se encuentren modelos de precios de los activos en el punto exacto donde se maximiza la relación riesgo retorno de los activos e inversiones disponibles de los bancos.

Finalmente, en el análisis discreto, que consiste en la comparación entre el portafolio actual y el portafolio óptimo para cada entidad se observó que 7 entidades de las 12 analizadas tienen portafolios cercanos al portafolio óptimo, lo que permite concluir que estas siete entidades tienen procesos eficientes de selección de portafolios, lo que se deriva en que las inversiones se ubican en puntos donde el retorno marginal es igual a las tasas esperadas de mercado (Modigliani y Miller, 1958).

De los 5 bancos con portafolios no óptimos, tenemos que en total 8 pesos de cartera que deben ser analizados 3 entidades con dos productos por mejorar y dos entidades con solamente un producto no alocado de manera óptima.

Del total de los 8 pesos a revisar el detalle consiste en, 3 son por cartera de comercial, 2 por cartera habitacional y 3 por cartera de consumo. Para el caso de cartera comercial, en los tres casos se sugiere reducir el peso de esta cartera, este resultado puede ser por la menor rentabilidad de este producto a causa de altas provisiones y también por su volatilidad relativamente alta frente a los otros productos. Por otra parte, el caso de las dos proporciones de cartera habitacional sugiere que en ambos casos se reduzca la exposición a este producto, particularmente, Banco Itaú y Banco de Occidente tienen rentabilidades en este producto inferiores a las del promedio de mercado y además tienen también desviaciones más altas al promedio del total de los 12 bancos.

Respecto a la cartera de consumo, los resultados sugieren que Banco Popular, Itaú y Colpatria incrementen su peso en este tipo de cartera, debido a, los resultados positivos en este tipo de crédito comparado con los otros productos que cuentan estas entidades dentro de sus portafolios.

Para las carteras de microcrédito, no se encontró ningún banco que tenga un peso asignado a este activo bastante alejado del peso óptimo.

Por otra parte, se espera que este trabajo brinde un aporte sobre explicaciones futuras del comportamiento de inversión a un nivel microeconómico de las entidades de bancarias en Colombia, y si es el caso determinar algunos de los factores que definen la oferta y demanda de activos de crédito, y la manera como los precios, cartera mala y tasas de interés son

relacionados entre los mercados en que operan y permiten que las entidades aloquen sus recursos dentro de sus líneas de negocio disponible.

Finalmente, es importante mencionar que este análisis de portafolio tiene en cuenta únicamente la revisión de retorno y varianza de los retornos de los productos de cartera, por tanto, desconoce parte de otras variables como calce de flujos, sinergias, marketing entre otras, dentro de la decisión de los bancos sobre la inversión en ciertos tipos de activos de cartera.

## **7. Conclusiones**

Los resultados del análisis de teoría de portafolio varían para cada entidad, especialmente porque estos modelos están contruidos según indicadores históricos de retorno, varianza y composición histórica de portafolio para cada banco. Adicionalmente, se encontró en los resultados de rentabilidad y varianza que si bien los productos son de la misma categoría el desempeño del producto en cada banco es diferente.

La maximización del portafolio sugiere pesos de los activos diferentes a los observados, sin embargo, al ser las carteras de crédito un activo no transable obliga a que muchas veces por fricciones de mercado, fuentes de fondeo y estrategia del banco, los pesos de cada producto sean un resultado de la combinación de varios factores y no solo dependan de la estrategia del banco. Según la metodología propuesta los bancos de Bogotá, Bancolombia, GNB Sudameris, BBVA Colombia, Davivienda, Banco Agrario y AV Villas tienen portafolios óptimos de carteras de crédito, diferente a, los bancos Popular, Itaú, Occidente Caja Social y Colpatria donde al menos uno de sus productos tiene una participación en su canasta de activos de crédito diferente a la óptima.

Para la utilización del modelo de CAPM en el modelo de carteras de crédito, se requiere herramientas estadísticas y mercados perfectos de crédito que garanticen que se encuentren modelos de precios de los activos en el punto exacto donde se maximiza la relación riesgo retorno de los activos e inversiones disponibles de los bancos, de tal manera que los resultados obtenidos de la maximización sean iguales a los del modelo CAPM. Sin embargo, la utilización del modelo CAPM de carteras de crédito versus el proxy de oferta y demanda de recursos IBR, resulta como una buena aproximación de este ejercicio dado que no existen diferencias tan amplias en los resultados obtenidos con la maximización, adicionalmente, existe una relación estadística fuerte para la mayoría de las betas de productos y portafolios.

Finalmente, se observa que 7 entidades de las 12 analizadas tienen portafolios cercanos al portafolio óptimo, lo que permite concluir que estas siete entidades tienen procesos eficientes de selección de portafolios. Sin embargo, para las otras 5 entidades se encontró que existe espacio de mejora en la selección de portafolios que maximicen su relación riesgo retorno a través de la locación de recursos entre las carteras de crédito comercial, crédito de consumo y crédito habitacional.

## 8. Anexos

### 8.1. Tabla 1

Estadística descriptiva rentabilidad y volatilidad carteras de crédito por entidad.

<b>COD. Nombre</b>	<b>Habitacional</b>	<b>Comercial</b>	<b>Consumo</b>	<b>Microcredito</b>
<b>1 BANCO DE BOGOTA</b>				
Rentabilidad Promedio	0.721%	0.571%	1.317%	2.167%
Desviación Estandar	0.069%	0.105%	0.100%	0.231%
<b>2 BANCO POPULAR</b>				
Rentabilidad Promedio	0.704%	0.564%	1.188%	1.036%
Desviación Estandar	0.079%	0.111%	0.138%	0.387%
Rentabilidad/Desviación	8.94	5.06	8.61	2.68
<b>6 ITAU</b>				
Rentabilidad Promedio	0.541%	0.573%	1.218%	
Desviación Estandar	0.244%	0.142%	0.205%	
<b>7 BANCOLOMBIA</b>				
Rentabilidad Promedio	0.842%	0.550%	1.276%	1.493%
Desviación Estandar	0.081%	0.123%	0.091%	0.150%
<b>12 BANCO GNB SUDAMERIS</b>				
Rentabilidad Promedio	1.675%	0.651%	1.188%	
Desviación Estandar	0.720%	0.091%	0.071%	
<b>13 BBVA COLOMBIA</b>				
Rentabilidad Promedio	0.760%	0.501%	1.163%	
Desviación Estandar	0.163%	0.085%	0.088%	
<b>23 BANCO DE OCCIDENTE</b>				
Rentabilidad Promedio	0.412%	0.486%	1.239%	
Desviación Estandar	0.239%	0.087%	0.131%	
<b>30 BCSC S.A.</b>				
Rentabilidad Promedio	0.844%	0.579%	1.405%	2.123%
Desviación Estandar	0.078%	0.098%	0.119%	0.161%
<b>39 DAVIVIENDA</b>				
Rentabilidad Promedio	1.106%	0.564%	1.299%	1.841%
Desviación Estandar	0.372%	0.095%	0.112%	4.715%
Rentabilidad/Desviación	2.97	5.96	11.60	0.39
<b>42 COLPATRIA RED MULTIBANCA</b>				
Rentabilidad Promedio	0.762%	0.592%	1.457%	
Desviación Estandar	0.070%	0.136%	0.117%	
<b>43 BANAGRARIO</b>				
Rentabilidad Promedio	0.884%	0.641%	1.199%	0.897%
Desviación Estandar	0.157%	0.093%	0.211%	0.090%
<b>49 AV VILLAS</b>				
Rentabilidad Promedio	0.848%	0.596%	1.244%	1.883%
Desviación Estandar	0.078%	0.109%	0.127%	0.404%
<b>PROMEDIO</b>				
Rentabilidad Promedio	0.84%	0.57%	1.27%	1.63%
Desviación Estandar	0.20%	0.11%	0.13%	0.88%
Número de Bancos	12	12	12	12
Periodos	132	132	132	132

**Nota:** Datos tomados Superintendencia Financiera de Colombia, elaboración cálculos propios.

## 8.2. Tabla 2

Betas observadas por cartera de crédito y entidad

Nombre	Habitacional	Comercial	Consumo	Microcrédito	Portafolio
BANCO DE BOGOTA	0.12	0.65	0.39	0.63	0.54
p-value	0.001	0.000	0.000	0.001	
BANCO POPULAR	0.33	0.71	0.30	0.97	0.41
p-value	0.000	0.000	0.001	0.000	
ITAU	-	0.23	0.43	0.11	0.26
p-value		0.164	0.000	0.522	
BANCOLOMBIA		0.22	0.67	0.46	0.57
p-value		0.000	0.000	0.000	
BANCO GNB SUDAMERIS	-	0.79	0.53	0.20	0.37
p-value		0.122	0.000	0.000	
BBVA COLOMBIA		0.14	0.59	0.34	0.39
p-value		0.183	0.000	0.000	
BANCO DE OCCIDENTE	-	0.27	0.62	0.52	0.54
p-value		0.062	0.000	0.000	
BCSC S,A,		0.09	0.29	0.14	0.46
p-value		0.111	0.000	0.115	0.000
DAVIVIENDA	-	0.30	0.53	0.50	1.11
p-value		0.251	0.000	0.000	0.201
COLPATRIA RED MULTIBANCA		0.09	0.50	0.34	0.36
p-value		0.077	0.000	0.000	
BANAGRARIO	-	0.05	0.42	0.63	0.44
p-value		0.688	0.000	0.000	0.000
AV VILLAS		0.07	0.60	0.37	1.08
p-value		0.196	0.000	0.000	0.001

**Nota:** Datos tomados Superintendencia Financiera de Colombia y Banco de la República de Colombia, elaboración cálculos propios.

### 8.3. Tabla 3

Comparación de resultados de rentabilidad esperada portafolio actual, modelo CAPM y portafolio resultado de la maximización.

Nombre	Portafolio	Varianza	Sharpe Ratio
<b>BANCO DE BOGOTA</b>			
Retorno Esperado CAPM	0.84%		
Retorno Portafolio Actual	0.75%	0.10%	1.04
Retorno Esperado Portafolio Optimo	0.78%	0.10%	1.29
<b>BANCO POPULAR</b>			
Retorno Esperado CAPM	0.79%		
Retorno Portafolio Actual	0.99%	0.12%	2.73
Retorno Esperado Portafolio Optimo	1.04%	0.13%	3.06
<b>ITAU</b>			
Retorno Esperado CAPM	0.75%		
Retorno Portafolio Actual	0.70%	0.15%	0.33
Retorno Esperado Portafolio Optimo	0.78%	0.16%	0.79
<b>BANCOLOMBIA</b>			
Retorno Esperado CAPM	0.55%		
Retorno Portafolio Actual	0.75%	0.11%	3.75
Retorno Esperado Portafolio Optimo	0.79%	0.10%	4.23
<b>BANCO GNB SUDAMERIS</b>			
Retorno Esperado CAPM	0.78%		
Retorno Portafolio Actual	0.92%	0.07%	3.97
Retorno Esperado Portafolio Optimo	0.95%	0.07%	4.44
<b>BBVA COLOMBIA</b>			
Retorno Esperado CAPM	0.78%		
Retorno Portafolio Actual	0.81%	0.09%	1.75
Retorno Esperado Portafolio Optimo	0.84%	0.09%	2.07
<b>BANCO DE OCCIDENTE</b>			
Retorno Esperado CAPM	0.86%		
Retorno Portafolio Actual	0.67%	0.09%	0.13
Retorno Esperado Portafolio Optimo	0.70%	0.09%	0.46
<b>BCSC S.A.</b>			
Retorno Esperado CAPM	0.70%		
Retorno Portafolio Actual	1.03%	0.09%	4.04
Retorno Esperado Portafolio Optimo	1.15%	0.09%	5.28
<b>DAVIVIENDA</b>			
Retorno Esperado CAPM	0.78%		
Retorno Portafolio Actual	0.93%	0.14%	1.94
Retorno Esperado Portafolio Optimo	0.93%	0.13%	2.20
<b>COLPATRIA RED MULTIBANCA</b>			
Retorno Esperado CAPM	0.77%		
Retorno Portafolio Actual	0.94%	0.11%	2.54
Retorno Esperado Portafolio Optimo	1.02%	0.11%	3.45
<b>BANAGRARIO</b>			
Retorno Esperado CAPM	0.81%		
Retorno Portafolio Actual	0.79%	0.09%	1.59
Retorno Esperado Portafolio Optimo	0.82%	0.09%	1.99
<b>AV VILLAS</b>			
Retorno Esperado CAPM	0.77%		
Retorno Portafolio Actual	1.02%	0.11%	3.28
Retorno Esperado Portafolio Optimo	1.07%	0.12%	3.64

**Nota:** Elaboración cálculos propios.



## 8.4. Tabla 4.

Test estadístico para analizar diferencias portafolio actual y portafolio óptimo:

Nombre	Habitacional	Comercial	Consumo	Microcrédito
<b>BANCO DE BOGOTA</b>				
Participación Cartera Actual	8.3%	68.2%	23.1%	0.4%
Portafolio Óptimo	9.8%	64.5%	24.8%	0.9%
Z	- 0.43	0.64 -	0.32 -	0
Desviación Estandar	0.04	0.06	0.05	0.01
Rechazo Ho $\alpha=10\%$	No	No	No	No
<b>BANCO POPULAR</b>				
Participación Cartera Actual	4.6%	28.1%	67.3%	0.0%
Portafolio Óptimo	5.4%	18.9%	75.7%	0.0%
Z	- 0.31	1.91 -	1.58	0
Desviación Estandar	0.03	0.05	0.05	0.00
Rechazo Ho $\alpha=10\%$	No	Si	Si	No
<b>ITAU</b>				
Participación Cartera Actual	15.6%	63.0%	21.4%	
Portafolio Óptimo	6.7%	60.6%	32.6%	
Z	2.88	0.40 -	1.95	
Desviación Estandar	0.03	0.06	0.06	
Rechazo Ho $\alpha=10\%$	Si	No	Si	
<b>BANCOLOMBIA</b>				
Participación Cartera Actual	10.9%	65.7%	23.0%	0.4%
Portafolio Óptimo	12.8%	59.3%	27.1%	0.8%
Z	- 0.46	1.05 -	0.75 -	0
Desviación Estandar	0.04	0.06	0.05	0.01
Rechazo Ho $\alpha=10\%$	No	No	No	No
<b>BANCO GNB SUDAMERIS</b>				
Participación Cartera Actual	0.1%	49.5%	50.4%	
Portafolio Óptimo	0.4%	44.8%	54.9%	
Z	- 0.37	0.78 -	0.74	
Desviación Estandar	0.01	0.06	0.06	
Rechazo Ho $\alpha=10\%$	No	No	No	
<b>BBVA COLOMBIA</b>				
Participación Cartera Actual	23.1%	38.9%	38.0%	
Portafolio Óptimo	25.5%	32.0%	42.5%	
Z	- 0.46	1.20 -	0.73	
Desviación Estandar	0.05	0.06	0.06	
Rechazo Ho $\alpha=10\%$	No	No	No	
<b>BANCO DE OCCIDENTE</b>				
Participación Cartera Actual	6.1%	68.4%	25.5%	
Portafolio Óptimo	0.0%	71.5%	28.5%	
Z	60.90 -	0.56 -	0.54	
Desviación Estandar	0.00	0.06	0.06	
Rechazo Ho $\alpha=10\%$	Si	No	No	
<b>BCSC S.A.</b>				
Participación Cartera Actual	50.6%	17.2%	25.6%	6.7%
Portafolio Óptimo	56.0%	1.1%	32.7%	10.2%
Z	- 0.88	12.72 -	1.24 -	1
Desviación Estandar	0.06	0.01	0.06	0.04
Rechazo Ho $\alpha=10\%$	No	Si	No	No
<b>DAVIVIENDA</b>				
Participación Cartera Actual	26.6%	43.0%	30.4%	0.0%
Portafolio Óptimo	20.2%	43.7%	36.1%	0.0%
Z	1.30 -	0.12 -	0.96	0
Desviación Estandar	0.05	0.06	0.06	0.00
Rechazo Ho $\alpha=10\%$	No	No	No	No
<b>COLPATRIA RED MULTIBANCA</b>				
Participación Cartera Actual	20.4%	42.8%	36.8%	
Portafolio Óptimo	22.9%	30.7%	46.4%	
Z	- 0.48	2.14 -	1.58	
Desviación Estandar	0.05	0.06	0.06	
Rechazo Ho $\alpha=10\%$	No	Si	Si	
<b>BANAGRARIO</b>				
Participación Cartera Actual	0.2%	47.5%	7.8%	44.5%
Portafolio Óptimo	0.8%	36.8%	10.1%	52.3%
Z	- 0.55	1.81 -	0.62 -	1
Desviación Estandar	0.01	0.06	0.04	0.06
Rechazo Ho $\alpha=10\%$	No	No	No	No
<b>AV VILLAS</b>				
Participación Cartera Actual	19.2%	21.2%	59.5%	0.0%
Portafolio Óptimo	22.3%	11.9%	65.3%	0.5%
Z	0.05	0.05	0.06	0.00
Desviación Estandar	0.05	0.04	0.06	0.01
Rechazo Ho $\alpha=10\%$	No	No	No	No

Nota: Elaboración cálculos propios.

## 9. Bibliografía.

- Ahamed, M. M. (2017). Asset quality, non-interest income, and bank profitability: Evidence from. *Economic Modelling*, 63, 1-14.
- Asobancaria. (2021). *Informe de Tipificación de la Banca Colombiana en 2020*.
- Black, F. (1972). Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *The Journal of Business*, 45(3), 444-455.
- Black, F., Jensen, M., & Scholes, M. (1972). The capital asset pricing model: Some empirical tests. *STUDIES IN THE THEORY OF CAPITAL MARKETS*, Praeger Publishers, Inc.
- Campbell, J. Y. (2000). Asset Pricing at the Millenium. *The Journal of Finance*, 4, 1515-1567.
- Applying Financial Portfolio Theory To Product Portfolio Decisions: An Empirical Study. *Journal of Marketing*, 47(2), 110-119.
- Caskey, J., & Fazzari, S. (1986). Macroeconomics and Credit Markets. *Journal of Economic Issues*, 20(2), 421-429.
- Cass, D., & Stiglitz, J. E. (1970). The Structure of Investor Preferences and Asset Returns and Separability in Portfolio Allocation: A Contribution to the Pure Theory of Mutual Funds . *Journal of Economic Theory* 2, 122-160.

- Chamberlain, G. (1983). A Characterization of Distributions That Imply Mean - Variance Utility Functions. *Journal of Economic Theory* 29, 185-201.
- Cochrane, J. H. (2005). *Asset Pricing* . Princeton : Princeton University Press.
- Corredor, A. M., & Pérez, D. (2009). *El mercado de crédito comercial y las restricciones de endeudamiento en Colombia*. Reporte de Estabilidad Financiera Banco de la República de Colombia.
- Deviney, T. M., & Stewart, D. W. (1988). Rethinking the Product Portfolio: A Generalized Investment Model. *Management Science*, 34(9), 1080-1095.
- Dybvig, P. H. (1983). An Explicit Bound on Individual Assets' Deviations From APT Pricing in a Finite Economy. *Journal of Financial Economics* 12, 483-496.
- Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1997). Modern Portfolio Theory, 1950 to date. *Journal of Banking & Finance* 21, 1743-1759.
- Gilchrist, S., & Zakeajsek, E. (2011). Monetary Policy and Credit Supply Shocks. *IMF Economic Review*(59), 195-232.
- Huberman, G. (1982). A Simple Approach to Arbitrage Pricing Theory . *Journal of Economic Theory* 28, 183-191.
- Ingersoll, J. E. (1987). *Theory of Financial Decision Making*. New York: Rowman and Littlefield.

- Kahane, Y. (1977). Determination of the Product Mix and the Business Policy of Insurance Company - A portfolio Approach. *Management Science*, 23(10), 1060-1069.
- Kwon, Y. K. (1985). Derivation of the Capital Asset Pricing Model without normality or Quadratic Preference: A Note. *The Journal of Finance*, 40(5), 1505-1509.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Mayers, D. (1976). Nonmarketable Assets, Market Segmentation and the level of Asset Prices. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 11, 1-12.
- Modigliani, F., & Miller, M. H. (1958). The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. *The American Economic Review*, 48(3), 261-297.
- Roll, R. (1977). A Critique of the Asset Pricing Theory's Test - Part 1: On Past and Potential Testability of The Theory . *Journal of Financial Economics* 4, 129-176.
- Ross, S. A. (1978). Mutual Fund Separation in Financial Theory - The Separation Distributions. *Journal of Economic Theory* 17, 254-286.
- Rosss, S. A. (1976). The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory* , 341-360.
- Rothschild, M., & Stiglitz, J. E. (1970). Increasing Risk : I. A Definition. *Journal of Economic Theory* 2, 225-243.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425-442.

Tobin, J. (Feb. de 1969). A General Equilibrium Approach To Monetary Theory. *Journal of Money, 1*(1), 15-29.