

TECHNISCHE UNIVERSITÄT  
CHEMNITZ

**Bestimmung der Rotorlage in aktiven  
Magnetlagern durch Messung  
magnetischer Streuflüsse**

von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der  
Technischen Universität Chemnitz

genehmigte

**Dissertation**

zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor der Ingenieurwissenschaften**

**Dr.-Ing.**

vorgelegt von

**Dipl.-Ing.(FH) Johannes Rudolph**

geboren am 15.08.1980 in Leipzig

Tag der Einreichung: 09.01.2023

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Ralf Werner  
Prof. i.R. Dipl.-Ing. Dr. sc. techn. Wolfgang Amrhein

Tag der Verteidigung: 07.06.2023

Zitierlink: <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa2-860789>



**Rudolph, Johannes**

Bestimmung der Rotorlage in aktiven Magnetlagern durch Messung magnetischer Streuflüsse

Dissertation

Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Chemnitz, Dissertation, 2023

Mit 121 Abbildungen, 7 Tabellen und 95 Literaturzitaten auf 143 Seiten.

**Schlagworte:**

Magnetlager, magnetische Streuflüsse, Lagemesssystem, Rotorposition, Kennlinien, Look-Up-Tabelle, FEM, KALMAN-Filter, HALL-Sensoren, Reluktanzmodell

---

## Vorwort

Ganz herzlich möchte ich mich bei allen bedanken, die mich bei der Anfertigung dieser Arbeit, die während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter der Professur Elektrische Energiewandlungssysteme und Antriebe der Technischen Universität Chemnitz entstanden ist, unterstützt haben.

Ich bedanke mich bei Professor Dr.-Ing. Ralf Werner für die Betreuung der Arbeit, die vielen wertvollen Ratschläge und das fruchtbare und freie Arbeitsumfeld am Lehrstuhl sowie bei Professor i.R. Dipl.-Ing. Dr. sc. techn. Wolfgang Amrhein für die Übernahme des Zweitgutachtens.

Die vielen fachlichen Diskussionen, die ich mit den Kollegen am Lehrstuhl führte, haben mit Sicherheit einen entscheidenden Beitrag für das Gelingen dieser Arbeit geleistet. Dabei gilt mein besonderer Dank Herrn Fabian Lorenz, der mir stets mit Rat und Tat zur Seite stand.

Darüber hinaus möchte ich mich bei allen Mitarbeitern der Werkstatt der Fakultät Elektrotechnik insbesondere bei Frau Anett Stark für ihre unermüdliche Unterstützung sowie den Studierenden, deren Projekt- und Abschlussarbeiten ich betreuen durfte, bedanken.

Mein Dank gilt außerdem dem Europäischen Sozialfonds und Prof. Dr. sc. techn. Dr. h.c. Peter-Klaus Budig sowie der EAAT GmbH Chemnitz, die einen Teil der Arbeit gefördert und mir die Aufnahme der Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Technischen Universität in Chemnitz ermöglicht haben.

Ohne den Rückhalt und die Unterstützung meiner Familie wäre das Anfertigen dieser Arbeit nicht möglich gewesen. Daher möchte ich mich auch ganz herzlich bei meiner Mutter Carmen für das Korrekturlesen und ganz besonders bei meiner Frau Susanne bedanken, die mir den nötigen Freiraum verschafft hat und der ich diese Arbeit widmen möchte.

Chemnitz, im Juni 2023

Johannes Rudolph

---

## Kurzreferat

In dieser Arbeit wird die Möglichkeit untersucht, durch die Messung magnetischer Streuflüsse und unter Berücksichtigung der durch die Steuerströme hervorgerufenen Durchflutung, auf die Position des Rotors im Magnetlager zu schließen. Die Streuflüsse werden in der Regel vernachlässigt, stehen aber im unmittelbaren Zusammenhang zur Luftspaltlänge, wie theoretische Betrachtungen zeigen. Anhand von analytischen und numerischen Modellen, welche durch Messungen verifiziert werden, ist eine Linearisierung und Kompensation des Einflusses der Durchflutung möglich. Auf dieser Basis wird ein Messsystem entwickelt, mit dem die streuflussbasierte Positionsregelung eines Testlagers realisiert wird. Hierfür kommen HALL-Sensoren zum Einsatz, die auf Leiterplatten sitzen, welche anstelle der konventionellen Nutverschlüsse in das Magnetlager eingebracht werden. Aufgrund der direkten Nähe der Sensoren zu den Lagerspulen und der gepulsten Steuerströme weisen die Messsignale jedoch ein erhebliches Rauschen auf. Um dem entgegenzuwirken, kommt ein KALMAN-Filter zum Einsatz, mit dem eine deutliche Verbesserung der Signalqualität erreicht werden kann.

## Abstract

In this work, the possibility of inferring the position of the rotor in magnetic bearings by measuring magnetic leakage fluxes is investigated. These are usually neglected, but are directly related to the air gap length, as theoretical considerations show. In addition, the magnetic flux caused by the control currents must be taken into account. By means of analytical and numerical models, which are verified by measurements, a linearization and compensation of the influence of the magnetic flux is possible. Based on this, a measurement system is developed to realize a flux leakage-based position control of a test bearing. For this purpose, HALL-sensors are used, which are located on printed circuit boards that are inserted into the magnetic bearing instead of the conventional slot locks. However, due to the direct proximity of the sensors to the bearing coils and the pulsed control currents, the measurement signals exhibit considerable noise. To counteract this, a KALMAN-filter is used to achieve a significant improvement in signal quality.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Verzeichnis der Formelzeichen, Indizes und Abkürzungen</b>	<b>vii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Exkurs . . . . .	1
1.2 Systematik magnetischer Lager . . . . .	3
1.3 Sensoren für Magnetlager . . . . .	6
1.4 Sensorlose Magnetlagerung . . . . .	10
1.5 Motivation und Struktur der Arbeit . . . . .	14
1.5.1 Motivation und Zielstellung . . . . .	14
1.5.2 Struktur der Arbeit . . . . .	15
1.6 Zusammenfassung . . . . .	16
<b>2 Theoretische Betrachtungen zu magnetischen Streuflüssen</b>	<b>17</b>
2.1 Magnetische Streuflüsse in Magnetlagern . . . . .	17
2.1.1 Heteropolarlager . . . . .	19
2.1.2 Homopolarlager . . . . .	19
2.1.3 Dreischenkliges Magnetlager . . . . .	20
2.2 Verallgemeinertes Reluktanzmodell . . . . .	21
2.3 Zusammenhang zwischen Luftspatllänge und Streuflussdichte . . . . .	28
2.3.1 Intrapolarer Streufluss . . . . .	28
2.3.2 Interpolarer Streufluss . . . . .	31
2.4 Betrachtung der magnetischen Streuflüsse mit Hilfe numerischer Rechnungen	33
2.5 Zusammenfassung . . . . .	36
<b>3 Magnetische Streuflüsse im realen Magnetlager</b>	<b>39</b>
3.1 Auswahl eines geeigneten Lagertyps und möglicher Messpositionen . . . . .	39
3.1.1 Streuflüsse bei Rotorverschiebung entlang der x- und y-Achse . . . . .	41
3.1.2 Streuflüsse bei Rotorverschiebung entlang der a- und b-Achse . . . . .	43
3.1.3 Änderung der Streuflüsse bei Querverschiebung des Rotors . . . . .	45
3.2 Nutzbarkeit der intra- und interpolaren Streuflüsse als Lagemesssystem . . . . .	48
3.3 Vergleich gemessener und berechneter Streuflusswerte . . . . .	52
3.4 Zusammenfassung . . . . .	55
<b>4 Realisierung des Messsystems</b>	<b>57</b>
4.1 Erstellung von Kennfeldern . . . . .	57
4.2 Versuchsaufbau . . . . .	58

4.3	Messsystem zur Messung der magnetischen Streuflussdichte . . . . .	60
4.3.1	Auswahl geeigneter Bauelemente . . . . .	62
4.3.2	Sensordesign . . . . .	64
4.3.3	Kalibrierung der Sensoren . . . . .	66
4.4	Statische und dynamische Eigenschaften des streuflussbasierten Messsystems	69
4.5	Zusammenfassung . . . . .	74
<b>5</b>	<b>Betrachtungen zur Verbesserung der Signalqualität</b>	<b>75</b>
5.1	Modellbildung . . . . .	75
5.1.1	Übertragungsverhalten der Messsysteme . . . . .	76
5.1.2	Elektromagnetisches Modell . . . . .	80
5.1.3	Mechanisches Modell . . . . .	90
5.1.4	Modellierung variabler Induktivitäten . . . . .	93
5.1.5	Stromrichter . . . . .	103
5.2	KALMAN-Filter . . . . .	107
5.3	Ergebnisse . . . . .	112
5.4	Zusammenfassung . . . . .	114
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>115</b>
6.1	Zusammenfassung . . . . .	115
6.2	Ausblick . . . . .	118
6.2.1	Hardware . . . . .	118
6.2.2	Software . . . . .	119
<b>A</b>	<b>Mathematische Überlegungen zu Streuflussfunktionen</b>	<b>121</b>
A.1	Grenzwerte für den intrapolaren Streufluss . . . . .	121
A.2	Anstieg intrapolare Streuflussfunktion . . . . .	122
A.3	Maximum des interpolaren Streuflusses . . . . .	123
<b>B</b>	<b>Tabellen</b>	<b>127</b>
B.1	Gemessene Streuflüsse an verschiedenen Rotorpositionen und unterschiedlichen resultierenden Steuerströmen . . . . .	127
B.2	Ströme und Positionen nach Streuflussmesswerten sortiert . . . . .	128
<b>C</b>	<b>Schaltpläne, technische Zeichnungen und Blockschaltbilder</b>	<b>129</b>
C.1	Schaltplan Streuflusssensor . . . . .	129
C.2	Kalibrierschaltung des Messkonverters . . . . .	130
C.3	Beispielgeometrie . . . . .	130
C.4	Magnetlagerrotor . . . . .	131
C.5	Blockschaltbild des Modells eines Stromrichters . . . . .	131
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>133</b>
	<b>Thesen</b>	<b>141</b>



# Verzeichnis der Formelzeichen, Indizes und Abkürzungen

## Lateinische Zeichen

<i>A</i>	Fläche	$\text{m}^2$
<i>a</i>	Beschleunigung	$\text{m s}^{-2}$
	Position in der a-Achse	m
<i>B</i>	magnetische Flussdichte	T
<i>C</i>	Kapazität	F
<i>c</i>	Substitution	
<i>D</i>	Dämpfungsfaktor	
<i>d</i>	Dicke	m
	Durchmesser	m
<i>f</i>	Frequenz	Hz
<i>G</i>	Kennfeldgröße	
<i>i</i>	Übersetzungsverhältnis	
<i>I, i</i>	elektrischer Strom	A
	Zählvariable	
<i>J</i>	Stromdichte	$\text{A mm}^{-2}$
	Trägheitsmoment	$\text{kg m}^2$
	magnetische Polarisierung	T
<i>K</i>	Verstärkungsfaktor	
<i>k</i>	Koppelfaktor	

	Proportionalitätsfaktor	
$L$	Induktivität	H
$l$	Länge	m
$M$	Gegeninduktivität, Koppelinduktivität	H
$m$	Masse	kg
$N$	Anzahl Windungen	
$R$	Widerstand	$\Omega$
$r$	Radius	m
	Position in der r-Achse	m
$s$	Strecke	m
	Position in der s-Achse	m
$T$	Zeitkonstante	s
$t$	Zeitpunkt	s
	Position in der t-Achse	m
	Zeitintervall	s
$U, u$	elektrische Spannung	V
$v$	Geschwindigkeit	$\text{m s}^{-1}$
$z$	Abstand von Längsrotationsachse in Polarkoordinaten	m

### Griechische Zeichen

$\alpha$	Winkelbeschleunigung	$\text{s}^{-2}$
$\delta$	Luftspaltlänge	m
$\epsilon$	Permittivität	$\text{A s V}^{-1} \text{m}^{-1}$
$\epsilon_0$	elektrische Feldkonstante	$4^{-1} \pi^{-1} \cdot \text{A s V}^{-1} \text{m}^{-1}$
$\omega$	Kreisfrequenz	$\text{s}^{-1}$
$\Phi$	magnetischer Fluss	Wb
$\Theta$	magnetische Durchflutung	A

$\mu$  relative magnetische Permeabilität  
Erwartungswert

$\mu_0$  magnetische Feldkonstante  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vs A}^{-1} \text{m}^{-1}$

**Lateinische Indizes**

0 Nenngröße  
Wert zum Startzeitpunkt

A Außen

a die a-Achse betreffend

aus ausgeschaltet

B Betrieb

b b-Koordinate

Blech Blechpaket

c kapazitiv

DC Gleichstrom

Diff Differenz

ds dreischenklig

dSp dSpace

e eigen

Ers Ersatz

F Kraft

Fe Eisen

G Grunderregung

g grenz

I Innen

ind induziert

ist Istwert, Momentanwert

K	Konverter
korr	korrigiert
L	Luft
M	Masche
m	magnetisch
max	maximal
mess	Messwert
Mg	Gegeninduktivität
min	minimal
N	Nenn
n	Anzahl, Nummer
P	Pol
PWM	pulsweitenmoduliert
R	Rotor
r	relativ
res	resultierend
S	Sensor
soll	Sollwert
Sp	Spule
Stell	Stellglied, Stellgröße
Str	Strecke
Test	zu Testzwecken
TP	Tiefpass
uni	unipolar
verz	verzögert
w	Wirbelstrom

x x-Koordinate

y y-Koordinate

### Griechische Indizes

$\delta$  den Luftspalt betreffend

$\sigma$  allgem. den Streufluss betreffend

$\sigma_1$  intrapolar

$\sigma_2$  interpolar

### Abkürzungen

AMR Anisotropic Magnetoresistive

ADC Analoge Digital Converter

DAC Digital Analoge Converter

DCN Direct Current Measurement

FEM Finite Elemente Methode

FPGA Field Programmable Gate Array

CMR Collosal Magnetoresistance

GMR Giant Magnetoresistance

SQUID Superconducting Quantum Interference Device

TMR Tunnel Magnetoresistance

I<sup>2</sup>C Inter-Integrated Circuit

PI Proportional Integral

PID Proportional Integral Differential

PWM Puls Width Modulation

SPI Serial Peripheral Interface

TP Tiefpass

Wdg. Windungen

### Operatoren

$\Delta A$	Differenz
$\hat{A}$	Amplitude, Spitzenwert bzw. Maximum von $A$
$\mathbb{A}$	Substitution
$\mathbf{A}$	Matrix
$\mathbf{a}$	Vektor
$\bar{A}$	Mittelwert

# 1 Einleitung

Nach einem kurzen einführenden Exkurs zur Geschichte der Magnetlagertechnik<sup>1</sup> folgt eine systematische Betrachtung der unterschiedlichen physikalischen Prinzipien, die der Magnetlagertechnik zugrunde liegen. Im Anschluss wird der Stand der Technik von Positionssensoren für Magnetlager und sensorlose Magnetlagerung diskutiert. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels werden die damit verbundenen Vor- und Nachteile untersucht und die sich daraus ergebende Motivation für diese Arbeit abgeleitet.

## 1.1 Exkurs

PLATON ist der Erste, der die magnetische Wirkung auf Eisenringe beschreibt, von denen einer mit einem Magneten verbunden ist. Das Experiment der magnetischen Kette taucht in der Geschichtsschreibung immer wieder auf. So ist auch AURELIUS AUGUSTINUS über die Weitergabe der magnetischen Kraft von Ring zu Ring erstaunt. Die Idee, schwere eiserne Gegenstände mit Hilfe von Magnetsteinen schweben zu lassen, ist fast so alt wie das Wissen um die Magnetkraft. Zur Zeitenwende berichtet PLINIUS (23 - 79) vom Tempel der Arsinoe<sup>2</sup> in Alexandrien. Durch magnetisches Gestein in der Kuppel des Baus soll es möglich gewesen sein, eine eiserne Statue in die Luft zu heben. Um 1190 spekuliert ALEXANDER NECKAM (1157 - 1217), ob der eiserne Sarg Mohameds tatsächlich, Berichten zufolge, zwischen vier Magnetsteinen in der Luft frei schweben könnte. Er kam zu dem Schluss, dass, wenn alle vier Magnete gleich stark wären, sich die Kräfte aufheben und der

---

<sup>1</sup>Insofern die Angaben nicht mit einer Quellenangabe versehen sind, entstammen sie dem Buch „Geschichte des Magnetismus“ von Albert Kloss [Klo94].

<sup>2</sup>Arsinoe war die Frau von Ptolemaios II. Der Tempel zu ihren Ehren wurde um 250 v. Chr. errichtet.

Sarg schweben müsse. Gut 400 Jahre später vermutet WILLIAM BARLOW (1544 - 1625), dass ein stabiles Schweben durch natürliche Magnete nicht möglich sei [Klo94]. Im Jahr 1842 veröffentlicht SAMUEL EARNSHAW (1805 - 1888) seine Überlegungen zu den Eigenschaften des Äthers<sup>3</sup> und beweist, dass Kräfte, deren Intensität mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt, so wie es bei der Magnetkraft der Fall ist, nicht in der Lage sind, stabile schwebende Systeme zu bilden. BARLOWS Vermutung wird so mathematisch untermauert [Ear42]. Ein Vorreiter auf dem Gebiet der elektromagnetischen „Aufhängevorrichtungen“ war der Österreicher BENJAMIN GRAEMIGER (1885 - 1952). Er schlug, mit Hinblick auf magnetisch aufgehängte Fahrzeuge, verschiedene Anordnungen vor, bei denen der Strom durch die Magnetspule durch Zu- und Abschalten von Wicklungen, durch Änderung eines Steuerwiderstandes oder durch das Einstellen eines zusätzlichen Hilfsluftspalts, in Abhängigkeit des Abstands zwischen Elektromagnet und Anker, geregelt werden kann [Gra16]. Ende der 30er Jahre experimentiert HERMANN KEMPER (1892 - 1977) mit elektromagnetischen Schwebevorrichtungen, auf die er mehrere Patente erhält [Kem37a, Kem37b]. Auch KEMPER erkennt, welche Möglichkeiten sich auf Grund der magnetischen Levitation für das Verkehrs- und Transportwesen eröffnen [Kem38]. Im Gegensatz zu GRAEMIGER kann er auf Elektronenröhren als Stromrichter (Stellglied) und kapazitive Messeinrichtungen (Messglied) zurückgreifen. In den USA experimentiert JESSE W. BEAMS (1898 - 1977) mit elektromagnetisch schwebenden ferromagnetischen Objekten [Bea41, Bea64].

Mit der Entwicklung des Transistors beginnt der Siegeszug der Halbleiter in der Elektronik. Anstelle von röhrenbasierten Stromrichtern können nun Transistorpulssteller eingesetzt werden. Auch in der Mess- und Regelelektronik finden Halbleiter zunehmend Verwendung. Durch die ständige Weiterentwicklung der Produktionsprozesse und den Grad der Integration in der Halbleitertechnik findet ein Übergang von der Analogtechnik, mit der sich nur relativ einfache Regelstrukturen realisieren lassen, zur Digitaltechnik statt. Ohne die Entwicklung von Mikroprozessoren wären neuartige Regelstrukturen wie beispielsweise Schätzalgorithmen [DBJ02] oder Fuzzy-Logic basierte Regler [HIH04, Hun95] in der Magnetlagertechnik nicht denkbar gewesen. Heute stellen aktive Magnetlager technisch ausgereifte mechatronische Systeme dar. Trotzdem kommen sie bis jetzt nur in relativ eng abgegrenzten Einsatzgebieten zur Anwendung. Dies liegt vor allem an dem größeren technischen Aufwand im Vergleich zu konventionellen Wälz- und Gleitlagern und den damit verbundenen höheren Kosten. Demgegenüber stehen jedoch eine Reihe von Vorteilen und Alleinstellungsmerkmalen, durch die Magnetlager für eine Anzahl von speziellen Anwendungen geradezu prädestiniert sind. So zeichnen sich magnetisch gelagerte Antriebe durch folgende Eigenschaften aus:

- **berührungslos**

Da bewegte Komponenten keinen Kontakt zu feststehenden Teilen haben, können Verluste durch Reibung minimiert oder, bei Betrieb im Vakuum, ganz vermieden werden. Besonders diese Eigenschaft ist bei der Konstruktion von Schwungradener-

---

<sup>3</sup>Unter dem Begriff Äther verstand man hypothetische Teilchen, die für die Ausbreitung des Lichts und nach damaliger Vorstellung auch für die Übertragung der Gravitationskraft verantwortlich sind.



giespeichern oder hochtourigen Antriebsspindeln von Interesse. Werden die statischen Tragkräfte von Permanentmagneten [PKM<sup>+</sup>01] oder supraleitenden Magneten [Koc02] aufgebracht, so dass ein aktives Lager nur noch auf Störkräfte reagieren muss, lassen sich die Gesamtverluste weiter minimieren und die Effizienz steigern.

- **verschleißfrei und schmiermittelfrei**

Im Vergleich zu konventionellen Lagern benötigen Magnetlager keine Schmiermittel und sind frei von Abrieb. Sie sind daher besonders für den Betrieb im Vakuum und in Reinst- oder Sterilräumen geeignet. Durch die Möglichkeit, vollständig gekapselte Pumpen zu realisieren, finden Magnetlager auch bei der Förderung aggressiver Medien Anwendung [STB93].

- **wartungsarm**

Herkömmliche Wälz- und Gleitlager müssen, besonders unter dem Einfluss von hohen Drehzahlen, regelmäßig gewartet werden. So ist es notwendig, Schmiermittel oder das komplette Lager bei fortschreitendem Verschleiß auszutauschen. Die Standzeit von Magnetlagern hingegen ist um ein Vielfaches länger. Theoretisch wird diese nur durch die Lebenszeit der Regelelektronik oder die der Leistungsverstärker begrenzt. Dies ist von Bedeutung, wenn der Ausfall bzw. Stillstand einer Maschine hohe Kosten verursacht oder ein Austausch, wie im Falle von radioaktiv kontaminierten Maschinenteilen eines Neutronenstrahlchoppers, nicht bzw. nur unter großem Aufwand möglich ist.

- **dynamisch anpassbar**

Aktive magnetische Lager erlauben es, während des Betriebs rotordynamische Eigenschaften zu messen und gezielt zu beeinflussen. Ist beispielsweise höchste Präzision bei zerspanender Bearbeitung gefordert, können temperaturbedingte Längenänderungen des Werkzeugs durch Nachstellen des aktiven Axiallagers ausgeglichen oder Schneidwinkel durch Verkippen der Welle angepasst werden [ČBM08, Lös02].

## 1.2 Systematik magnetischer Lager

Prinzipiell lassen sich Magnetlager<sup>4</sup> nach verschiedenen Gesichtspunkten kategorisieren. So wäre eine Einteilung in von Natur aus stabile und instabile Lager denkbar. Ebenso ließen sich Magnetlager in Gruppen unterteilen, bei denen Energie zugeführt werden muss oder nicht. In [Sch11] findet eine Einteilung nach den verschiedenen physikalischen Grundprinzipien statt. Auch eine Unterscheidung zwischen abstoßenden und anziehenden magnetischen Lagerkräften ist möglich. Die in Abbildung 1.2.1 dargestellte Systematik ist eine Kombination der genannten Kategorisierungsparameter. Auf die unterschiedlichen Magnetlagerarten soll im Folgenden kurz eingegangen werden.

---

<sup>4</sup>Unter dem Begriff Magnetlager sollen an dieser Stelle alle Anordnungen verstanden werden, die dazu dienen, Körper schwebend und berührungslos, durch magnetische Kräfte in mindestens einer Achse zu führen. Dazu zählen sowohl rotatorische Lager als auch lineare Führungen.

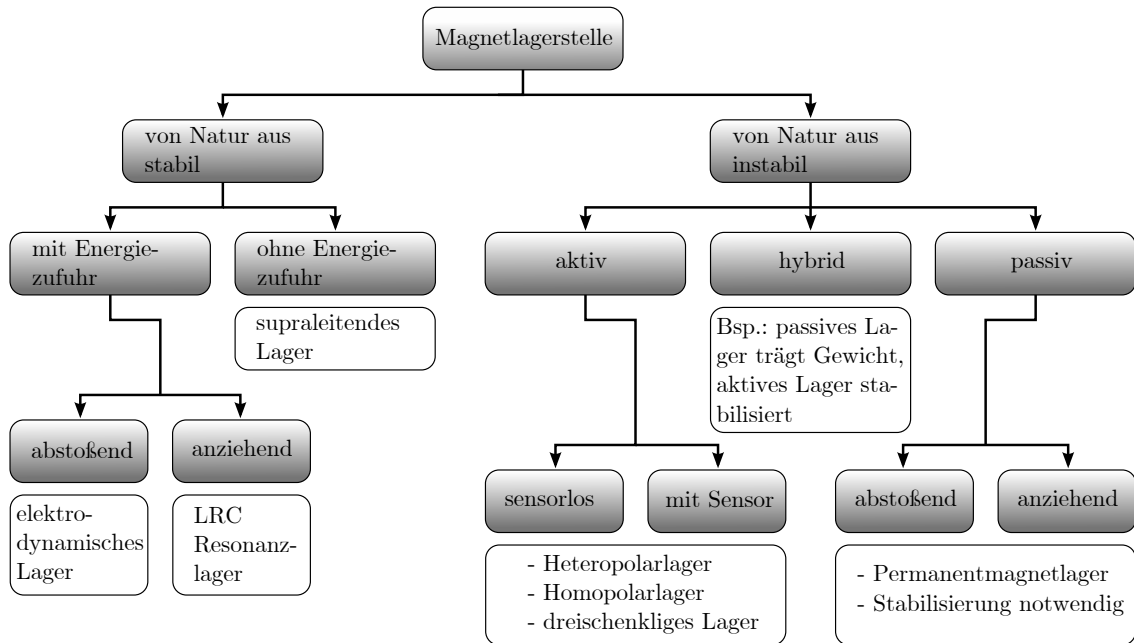


Abb. 1.2.1: Systematik der unterschiedlichen Magnetlagertypen.

**Elektrodynamische Lager** nutzen Wirbelstromeffekte, die durch hochfrequente Wechselfelder in elektrisch leitfähigen Materialien hervorgerufen werden. Von industrieller Relevanz ist das Schwebeschmelzverfahren, bei dem die hohen Wirbelstromverluste zum Schmelzen der frei schwebenden Metalle genutzt werden [vMT02, Hol78, Hau93]. In [SB04] wird ein Rotor beschrieben, dessen Gewichtskraft durch Ringmagneten getragen wird. Zur Kompensation der seitlichen destabilisierenden Kräfte kommt ab einer Drehzahl von rund  $4.800 \text{ min}^{-1}$  das elektrodynamische Prinzip zum Einsatz.

**LRC Resonanzlager** sind sich selbst stabilisierende Lager. Dabei ist ein Kondensator mit einer Lagerspule so verschaltet, dass ein Schwingkreis entsteht. Da die Schaltung mit Wechselspannung betrieben wird, ändert sich die Induktivität der Spule, wenn der Schwebekörper seine Position ändert. Daraufhin wird der resultierende Wechselstrom je nach Richtung der Auslenkung entweder gedämpft oder durch Resonanz verstärkt, wodurch der Rotor in seine Gleichgewichtslage zurück bewegt wird.

**Supraleitende und diamagnetische Lager** sind ebenfalls von Natur aus stabil. Materialien wie beispielsweise Grafit, Bismut und Zink haben diamagnetische Eigenschaften. Ihre relative magnetische Permeabilität ist etwas kleiner als 1. Dadurch setzen sie dem Eindringen eines Magnetfeldes einen Widerstand entgegen, infolgedessen sie zu einem Ort niedriger magnetischer Flussdichte streben. Allerdings sind die nutzbaren Kräfte bei Flussdichten, wie sie von Permanentmagneten oder durchschnittlichen Elektromagneten hervorgerufen werden, für eine technische Anwendung zu gering. Je nach Typ lassen Supraleiter das Eindringen von Magnetfeldern gar nicht oder nur lokal stark begrenzt zu, so dass sich durchaus technisch relevante Anwendungen er-

geben. So wird in [Koc02] ein Schwungradenergiespeicher beschrieben, der mit Hilfe von supraleitenden Magneten, berührungslos schwebend gelagert wird. Obwohl mittlerweile sogenannte Hochtemperatursupraleiter zum Einsatz kommen, deren Sprungtemperatur über der Siedetemperatur von Stickstoff liegt, muss weiterhin entweder Energie zur Kühlung der Supraleiter aufgebracht oder bei mobilen Anwendungen ein Vorrat an flüssigem Stickstoff mitgeführt werden.

**Passive Magnetlager** gehören zu der Gruppe instabiler Lager, bei denen die Lagerkräfte von Permanentmagneten hervorgerufen werden. Bei rotierenden Wellen, wie dem in [Jun08] beschriebenen Lüfter, haben sich Ringmagnete als günstig erwiesen, da sich so Wirbelstromverluste minimieren lassen. Magnetringlager können sowohl mit anziehenden als auch abstoßenden Kräften in axialer und radialer Richtung arbeiten. Durch mehrere konzentrische, alternierend polarisierte Magnetringe lässt sich die Lagerkraft erhöhen, wodurch eine größere Last getragen oder die Steifigkeit verbessert werden kann [Fre00, Lan03, Mar17]. Auf Grund der bereits angesprochenen natürlichen Instabilität permanentmagnetischer Lager ist es notwendig, mindestens einen Freiheitsgrad mit Hilfe von konventionellen Lagern oder, wie in [SAF07] beschrieben, mit supraleitenden Magneten zu binden. In [SSK<sup>+</sup>07] wird eine Versuchsanordnung vorgestellt, bei der Magnetringe jeweils das Ende einer rotierenden Welle anziehen. Konzentrisch dazu sind Windungen vorgesehen, die einen Steuerstrom tragen können. Je nach Stromrichtung wird die anziehende Kraft der Magnete verstärkt oder abgeschwächt, so dass die Welle, sobald sie sich naturgemäß auf einen der beiden Magnete zubewegt, zurück in die Gleichgewichtslage gebracht werden kann. Da passive Magnetlager meist nur über ungenügende Dämpfungseigenschaften verfügen, bietet es sich an, zusätzliche passive Wirbelstromdämpfer zu installieren [RBW11].

**Aktive Magnetlager** sind ebenfalls instabile berührungslose Lager, bei denen ferromagnetische Schwebekörper, insbesondere Rotoren, durch elektromagnetische Kräfte in einer vorgegebenen Position gehalten werden. Die anziehende Lagerkraft ist dabei vom Strom abhängig, welcher durch einen Elektromagneten fließt. Heben sich Lagerkraft und Gewichtskraft auf, befindet sich der Rotor in einem instabilen Schwebезustand. Schon die kleinste Positionsänderung führt zu einer Erhöhung oder Reduzierung der anziehenden Kraft. Dies führt letztendlich zu einem Anschlagen am Elektromagneten oder einem Abstürzen des Rotors. Um ein stabiles Schweben gewährleisten zu können, ist es demzufolge erforderlich, den Stromfluss an eine Änderung der Rotorposition anzupassen. Ein vergrößerter Luftspalt muss daher zu einem größeren Strom und umgekehrt führen, wodurch eine ständige Messung der Rotorposition notwendig wird. Ein Regler, wie in Abbildung 1.2.2 dargestellt, vergleicht schließlich den Istwert mit einem vorgegebenen Sollwert und steuert dementsprechend einen Leistungsverstärker an, der den Strom so ändert, dass ein stabiler Zustand erreicht wird. Aktive Magnetlager unterscheiden sich in Lager, bei denen konventionelle Messsysteme zur Anwendung kommen, und sogenannte sensorlose Lager, bei denen systemimmanente Größen wie Strom, Spannung und Induktivität der Lagerspule zur Positionsbe-

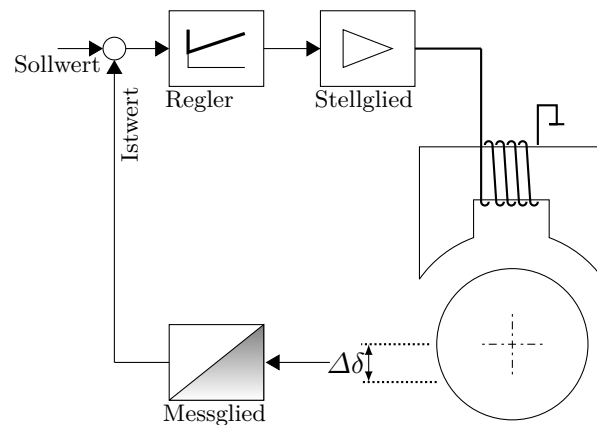


Abb. 1.2.2: Geschlossener Regelkreis eines aktiven Magnetlagers.

stimmung der Welle herangezogen werden. Zusätzlich ist eine Unterscheidung nach der Führung des magnetischen Flusses bzw. der Polfolge gebräuchlich. Verläuft der magnetische Fluss quer zur Längsachse der Welle, handelt es sich um ein Heteropolarlager, bei dem die Magnetpole in der Regel alternierend über den Umfang des Lagers angeordnet sind. Bei einer axialen Flussführung ist die Polfolge senkrecht zur Längsachse üblicherweise von gleichnamigen Polen geprägt, wobei dann von einem homopolaren Lager gesprochen wird. Häufig vorkommende Formen der beiden Lagerarten verfügen, insofern sie als Radiallager ausgeführt sind, über zwei sich gegenüberliegende Pole je radialer Lagerachse<sup>5</sup>. Im Gegensatz dazu wird der magnetische Fluss bei einem dreischenkligen<sup>6</sup> Lager auf nur drei Pole so verteilt, dass Lagerkräfte in jeder radialen Richtung aufgebracht werden können. Dies ermöglicht den Einsatz industriell standardisierter Frequenzumrichter, erfordert jedoch eine aufwendigere Regelelektronik.

### 1.3 Sensoren für Magnetlager

Zur Messung der Rotorposition werden meist konventionelle Abstandssensoren eingesetzt. Zu diesen zählen kapazitive und induktive sowie wirbelstrombasierte Sensoren. Darüber hinaus werden in der Forschung und Entwicklung auch immer wieder weitere Möglichkeiten der berührungslosen Messung der Rotorposition diskutiert, von denen die wichtigsten im Folgenden kurz erläutert werden.

**Kapazitive Sensoren** werden von einem Magnetlager genutzt, das bereits 1977 in [Stu77] vorgestellt wird. Die Wirkungsweise solcher Abstandssensoren beruht darauf, dass der Rotor des Magnetlagers als Elektrode eines Kondensators fungiert. Ein entsprechendes Gegenstück ist fest mit dem Stator verbunden. Ändert sich nun die Lage

<sup>5</sup>x- bzw. y-Achse

<sup>6</sup>Beim dreischenkligen Lager, einer Sonderform des Heteropolarlagers, ist eine dreisträngige Wicklung in Form von Zahnspulen auf drei Zähne verteilt, wobei sich zwei gleichnamige Magnetpole und ein entgegengesetzt magnetisierter Pol ausbilden. Die Anordnung der Pole hängt von der geforderten Krafrichtung ab und ist zeitlich invariant.

des Rotors im Magnetlager, ändert sich auch der Abstand zwischen den beiden Elektroden, wodurch sich die Kapazität des Kondensators ändert [SDSW90]. Durch die Messung der Änderung der Kapazität ist ein direkter Rückschluss auf die Rotorposition möglich. Die Elektroden können, wie in [SK98] beschrieben, in Form von Leiterplatten ausgeführt sein, die sich aufgrund ihrer flächenhaften und dünnen Bauform direkt in das Lager integrieren lassen, oder eine zylindrische Form aufweisen, was im Allgemeinen einen Einbau mit Versatz in axialer Richtung notwendig macht [JAH01]. Kapazitive Sensoren haben den Vorteil, dass sie sich in das Lager integrieren lassen. Dadurch können Dislokationseffekte, auf die in einem nachfolgenden Abschnitt näher eingegangen wird, vermieden werden. Nachteilig wirkt sich hingegen die Abhängigkeit der Kapazität von der Permittivität  $\epsilon$  des Dielektrikums aus. Zur Vereinfachung soll das Modell des Plattenkondensators bemüht werden, bei dem eine Elektrode durch den Rotor gebildet wird und ein entsprechendes Gegenstück im Stator verbaut ist. Die Kapazität lässt sich dann wie folgt bestimmen.

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{l} \quad (1.1)$$

Das kapazitive Messprinzip macht sich dabei, wie bereits beschrieben, den Umstand zu Nutze, dass die messbare Kapazität  $C$  vom Abstand  $l$  der Elektroden zueinander (Radialsensoren,  $A = \text{konstant}$ ) bzw. von der Fläche  $A$  (Axialsensoren,  $l = \text{konstant}$ ) abhängig ist. Eine Änderung der Rotorposition im Magnetlager entspricht je nach Sensortyp einer Veränderung des Abstands zwischen den Elektroden oder einer Vergrößerung bzw. Verkleinerung der wirksamen Fläche, was sich in einer messbaren Änderung der Kapazität widerspiegelt. Gleichzeitig wird aber auch deutlich, dass sich eine Änderung der relativen Permittivität  $\epsilon_r$ , in den meisten Fällen die einer Vergussmasse zur Fixierung der Sensoren im Lager, die von Luft oder die des Vakuums, ebenso auf die Kapazität auswirkt. Zum einen ist diese stoffspezifische Größe besonders bei Vergussmassen temperaturabhängig und von Alterungseffekten geprägt. Zum anderen führt eine Veränderung der Luftfeuchte oder eine Verunreinigung, zum Beispiel durch Ölnebel, ebenso zu einer Änderung der relativen Permittivität, wodurch die Funktionalität eines kapazitiven Messsystems unter Umständen stark beeinträchtigt wird. In Verbindung mit Magnetlagern stellen hochfrequente Wechselfelder, die typisch für Magnetspulen sind, die mit gepulsten Strömen betrieben werden, eine weitere Herausforderung bei der Bestimmung der Rotorlage dar und benötigen üblicherweise zusätzliche Maßnahmen. Um die Homogenität des elektrischen Feldes zwischen den beiden Elektroden, die den Messkondensator bilden, zu verbessern, sind kapazitive Sensoren meist mit zusätzlichen Schirmelektroden ausgestattet. In [SW17] wird zudem eine mehrfach differentielle Auswertung von kapazitiven Sensoren vorgeschlagen, um den Einfluss von elektromagnetischen Störungen zu reduzieren.

**Induktive Sensoren** nutzen das Prinzip veränderlicher Induktivitäten von Spulen, die auf

einen Ferritkern gewickelt sind. In Abhängigkeit der Entfernung zu einem ferromagnetischen Objekt variiert die Induktivität  $L$ , die durch

$$L = \frac{N^2}{R_m} \quad (1.2)$$

gegeben ist. Die Windungszahl  $N$  der Spule ist konstant. Der magnetische Widerstand  $R_m$  setzt sich wie folgt zusammen.

$$R_m = \frac{l_{\text{Fe}}}{\mu_{\text{Fe}} A} + \frac{l_{\text{Luft}}}{\mu_{\text{Luft}} A} \quad (1.3)$$

Geht man dabei von einer konstanten Querschnittsfläche für den magnetischen Fluss  $\Phi$  aus, ist  $R_m$  direkt proportional zur Länge des Magnetflusses in Eisen und Luft. Da die Länge  $l_{\text{Fe}}$  praktisch unveränderlich ist und die relative Permeabilität  $\mu_{\text{Fe}}$  von magnetisch ungesättigtem Eisen um einige Größenordnungen größer ist als die der Luft, wird deutlich, dass die Induktivität hauptsächlich vom Abstand des Sensors zum Messobjekt abhängig ist. Die Bestimmung der Induktivität erfolgt durch die Messung der Amplituden einer Wechselspannung, mit der dieser aus der Spule und einer Kapazität gebildete Schwingkreis angeregt wird. Da der Ferritkern der Spule mit zunehmender Frequenz der Speisespannung steigende Verluste erzeugt, ist diese meist auf ca. 100 kHz begrenzt. Aufgrund des nichtlinearen Zusammenhangs zwischen dem Abstand zum Messobjekt und der Induktivität der Spule, kommt häufig eine differentielle Anordnung aus sich gegenüberliegenden Sensoren zur Linearisierung des Messsignals zum Einsatz. Durch ihre Bauform und die Empfindlichkeit gegenüber elektromagnetischen Störungen, die von gepulsten Strömen in den Lager­spulen verursacht werden, deren Pulsfrequenz nahe bei der Frequenz der Speisespannung liegt, ist eine Integration von induktiven Sensoren direkt in das Magnetlager meist nicht möglich [CLN14, STB93].

**Optische Sensoren** haben den großen Vorteil, dass sie vollständig unempfindlich gegenüber den elektromagnetischen Störfeldern sind, die von den Magnetlagerspulen verursacht werden. Andererseits kann eine Verunreinigung durch Sprühnebel oder Staub rasch zu einer eingeschränkten Funktionalität bis hin zum Totalausfall führen. Je nach den konstruktiven Gegebenheiten können verschiedene Prinzipien zur Anwendung kommen. Mit relativ wenig Aufwand lässt sich das Lichtschrankenverfahren realisieren. Dabei wird das von einer Lichtquelle ausgesandte Licht<sup>7</sup> je nach Position des Rotors unterschiedlich stark abgeschattet. Dadurch kommt es zu einer von der Lage abhängigen Änderung des Ausgangssignals, eines der Lichtquelle gegenüberliegenden Empfängers. Durch eine differentielle Messung ober- und unterhalb des Rotors kann die Genauigkeit des Messsystems verbessert werden. In [Sri85] wird alternativ dazu eine Variante dieses Prinzips diskutiert, bei der auf dem Rotor eine Scheibe sitzt, welche einen axial orientierten Strahl aus Infrarotlicht je nach Rotor-

---

<sup>7</sup>Das Spektrum des Lichts muss dabei nicht zwangsläufig im sichtbaren Bereich liegen.

position unterschiedlich stark bedeckt. Durch Modulation des Lichtstrahls lässt sich der Einfluss von eventuell störendem Umgebungslicht leicht unterdrücken. Als problematisch können sich hingegen Effekte, die durch Beugung, Streuung und Reflexion bedingt sind, erweisen. Hier kann gegebenenfalls eine geeignete Oberflächenbehandlung der Messspur des Rotors Abhilfe schaffen. Weitere optische Messmethoden sind Verfahren, bei denen der Lichtstrahl einer Quelle an der Oberfläche des Rotors reflektiert wird und je nach dessen Position an einer anderen Stelle des Empfängers auftritt [MGP97]. Denkbar sind außerdem interferometrische Verfahren oder solche, bei denen die Laufzeit des Lichts in Abhängigkeit der Entfernung zu einem Messobjekt gemessen wird. Allen ist gemein, dass die Rotoroberfläche für das jeweilige Lichtspektrum reflektierende Eigenschaften haben muss. Auch hier können Verunreinigungen oder Veränderungen der Oberflächenbeschaffenheit in Folge von Korrosion zu einer Beeinträchtigung bis hin zum Ausfall des Messsystems führen. Schon geringste vom menschlichen Auge nicht wahrnehmbare Veränderungen können dabei erhebliche Auswirkungen auf die Funktionalität des Messsystems haben.

**Wirbelstromsensoren** unterscheiden sich von induktiven Sensoren im Wesentlichen dadurch, dass nicht der Imaginärteil der rotorlageabhängigen Impedanz sondern deren Realteil genutzt wird. Darüber hinaus kommen häufig keine Ferritkerne zum Einsatz und die Frequenz der Speisespannung liegt typischerweise im Bereich von einigen hundert Kilohertz beziehungsweise einigen Megahertz und damit deutlich über der von induktiven Sensoren. Dies ermöglicht Grenzfrequenzen des Ausgangssignals von bis zu 100 kHz [MIC]. Die meist in einer Hülse vergossene Luftspule ist ebenfalls Teil eines Schwingkreises. Bei Annäherung eines elektrisch leitenden Objekts wird in diesem eine hochfrequente Spannung induziert. Diese treibt Wirbelströme an, welche der durch die Speisespannung angeregten Schwingung Energie entziehen, wodurch diese gedämpft wird. In Abhängigkeit des Abstands ändert sich demzufolge die Amplitude der Schwingung. Moderne Wirbelstromsensoren verfügen bereits über eine integrierte Linearisierung und Temperaturkompensation. Auch sie werden in den meisten Fällen aufgrund ihrer Bauform mit einem auf die Lagerebene bezogenen axialen Versatz betrieben. Ein weiterer wichtiger Aspekt bei der Verwendung als Lagemesssystem in Magnetlagern besteht in der Empfindlichkeit gegenüber Inhomogenitäten im Material des Messobjekts. Dies kann zwar bei der Detektierung von Mikrorissen und Gefügeveränderungen vorteilhaft eingesetzt werden, führt aber unter Umständen bei drehenden Rotoren zu einem als Runout bezeichneten Störsignal, dessen Frequenz proportional der Rotationsfrequenz ist. Ist dieser Effekt stark ausgeprägt, kann dies infolgedessen zu einer instabilen Lagerung führen, da die Lageregelung des Magnetlagers bestrebt ist, diese drehzahlabhängige, periodisch wiederkehrende Abweichung der Rotorlage auszuregeln, welche in der Realität jedoch nicht vorhanden ist. Prinzipbedingt sind Wirbelstromsensoren, ähnlich wie induktive Sensoren, gegen elektromagnetische Störungen, die von hochfrequenten gepulsten Strömen verursacht werden, empfindlich, was beim Betrieb in der Nähe der

Lagerspulen von Magnetlagern eine Schirmung der Sensoren notwendig macht. Eine weitere Besonderheit ist die gegenseitige Beeinflussung der Sensoren untereinander, wenn diese zu dicht beieinander montiert werden [STB93, STTR02, HLP<sup>+</sup>10].

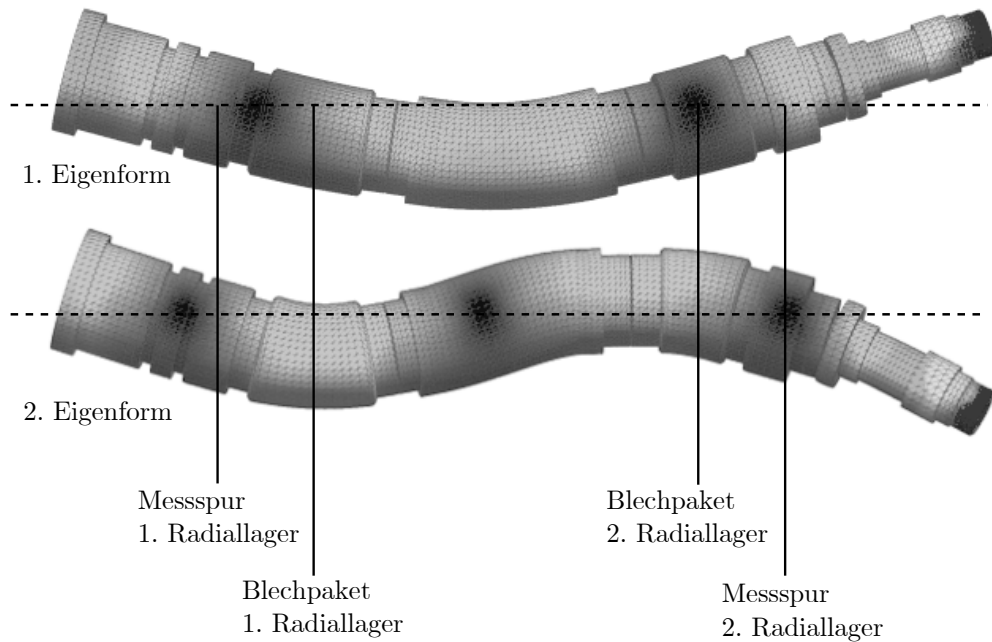
**Magnetfeldsensoren** sind in der Lage, die Stärke eines Magnetfeldes bzw. die lokal vorherrschende magnetische Flussdichte zu messen. Ist der Strom in den Magnetspulen bekannt, kann daraus direkt die Luftspaltlänge bzw. der Abstand zwischen Rotor und Magnetlagerstator abgeleitet werden. Um möglichst große Lagerkräfte und Steifigkeiten zu erreichen, haben Magnetlager üblicherweise sehr kleine Luftspalte mit einer Länge von weniger als einem Millimeter. Dies macht die Integration von Magnetfeldsensoren direkt in den Luftspalt schwierig. In [MMM<sup>+</sup>15] werden spezielle Sensoren vorgestellt, die in der Lage sind, mittels einer dünnen Bismutschicht, die auf einer flexiblen Kunststoffolie aufgebracht ist, magnetische Felder zu messen. Auf Grund ihrer geringen Aufbauhöhe von wenigen Mikrometern lassen sich diese Sensoren direkt in den Luftspalt eines Magnetlagers integrieren und als Lagesensoren nutzen [BME<sup>+</sup>16]. Die in [SH07] vorgeschlagene hufeisenförmige Anordnung bildet zusammen mit dem Rotor einen zusätzlichen magnetischen Kreis. Je nach Abstand zum Rotor ändert sich der darin geführte magnetische Fluss, welcher durch einen konventionellen und damit kostengünstigen HALL-Sensor gemessen werden kann, der in einem Hilfsluftspalt mit definierten Abmaßen platziert ist. Im Gegensatz zu optischen Messverfahren weisen die hier genannten Verfahren naturgemäß eine erhöhte Empfindlichkeit gegenüber elektromagnetischen Störungen auf, weshalb gesonderte Maßnahmen zur Abschirmung gegen derartige Störeinflüsse notwendig sind. Als vorteilhaft erweist sich hingegen die große Robustheit gegenüber Verschmutzungen und anderen Umgebungseinflüssen. Zudem ermöglichen sie unter der Voraussetzung, dass spezielle Foliensensoren eingesetzt werden, eine Positionsbestimmung direkt im Luftspalt des Magnetlagers und damit in der Lagerebene, wodurch Dislokationseffekte vermieden werden können.

### 1.4 Sensorlose Magnetlagerung

Zur vollständigen magnetischen Lagerung einer rotierenden Welle sind mindestens fünf Lagesensoren erforderlich. Davon entfallen je zwei auf die x- und y-Achse der beiden Radiallager und ein Sensor ist für die Stabilisierung in axialer Richtung notwendig. Je kompakter ein Magnetlagersystem ist, desto größer wird der Anteil der Kosten, der für die notwendigen Sensoren aufgebracht werden muss. Ein weiterer wichtiger Aspekt, bei der Bestrebung auf konventionelle Lagesensoren verzichten zu können, ist der Umstand, dass sich diese üblicherweise aufgrund ihrer Baugröße nicht in das Magnetlager integrieren lassen. Der daraus resultierende axiale Versatz zur Lagerebene kann unter ungünstigen Bedingungen Dislokationseffekte hervorrufen. Dies ist der Fall, wenn sich Schwingungsknoten einer Eigenform genau in der Messebene befinden, wie dies bei dem rechten Radiallager in der Abbildung 1.4.1 beim Auftreten der zweiten Eigenform der Fall ist. Dann können die



durch die gepulsten Lagerströme angeregten Schwingungen aufgrund mangelnder Detektierbarkeit nicht aktiv gedämpft werden. Die Abbildung 1.4.1 zeigt zudem einen weiteren Fall, bei dem Dislokationseffekte auftreten. Befindet sich ein Schwingungsknoten, wie in diesem Beispiel ein Knoten der ersten Eigenform, zwischen der Lagerebene und der Messebene, kommt es zu einer Mitkopplung. Während die momentane Auslenkung des Rotors im Bereich der Lagerebene negativ ist, wird durch den in der Messebene befindlichen Lagesensor eine positive Verschiebung festgestellt, woraufhin der Regler durch vermeintliches Gegensteuern für eine Vergrößerung der Schwingungsamplituden sorgt. Dies kann letztendlich dazu führen, dass das Magnetlager instabil wird.



**Abb. 1.4.1:** Mittels der in [Szu13] durchgeführten FEM-Analyse berechnete erste und zweite Eigenform eines magnetisch gelagerten Rotors. Die dunklen Bereiche markieren die Schwingungsknoten, von denen bei der ersten Eigenform einer genau zwischen Mess- und Lagerebene des linken Radiallagers liegt. Die zweite Eigenform weist einen Schwingungsknoten in der Messebene des rechten Radiallagers auf. Der ebenfalls dunkel eingefärbte Bereich am rechten Ende des Rotors stellt keinen Schwingungsknoten dar. Vielmehr weist die Eigenschwingung hier eine, bedingt durch den kleineren Durchmesser, besonders ausgeprägte Amplitude auf.

Aufgrund der Bestrebung, auf konventionelle Sensoren zu verzichten, um die Kosten für aktive Magnetlager zu senken oder um Dislokationseffekte zu vermeiden, werden seit Längerem vermehrt Konzepte zur Bestimmung der Rotorposition diskutiert, die ohne Abstandssensoren auskommen. Dabei werden systeminhärente Größen, wie Strom und Spannung, genutzt, um auf die Lage des Rotors schließen zu können. Da diese meist ohnehin gemessen<sup>8</sup> werden, sind keine zusätzlichen Sensoren nötig, weshalb man von einer sensorlosen Lagerung spricht. Dazu ist es notwendig, das Lager selbst als variable Induktivität

<sup>8</sup>Je nachdem, ob ein strom- oder spannungsgesteuertes Stellglied zum Einsatz kommt, wird die entsprechende Größe zur Realisierung einer unterlagerten Regelschleife gemessen.

zu betrachten. Diese ist maßgeblich von der Länge des Luftspalts bzw. der Rotorlage abhängig. Durch Betrachtung des Stromverlaufs während der durch die Schaltvorgänge der Stromrichter hervorgerufenen Übergangsvorgänge kann auf den Wert der Induktivität einer Lagerspule geschlossen werden. Dazu werden in der Fachliteratur verschiedene Herangehensweisen diskutiert.

**Rippelstrombasierte** Verfahren nutzen die von der Lagerspuleninduktivität abhängige Amplitude der durch die Schaltvorgänge der Stromrichter verursachten Stromwelligkeit. Der in [GAPR13] realisierte Aufbau nutzt dafür einen Stromrichter mit einer PWM-Frequenz von 20 kHz. Der gemessene Spulenstrom wird mittels Bandpassfilter von allen unerwünschten Frequenzanteilen, wie beispielsweise dem Gleichanteil der Grunderregung, befreit. Durch anschließende Gleichrichtung und Filterung durch ein Tiefpassfilter sowie durch Vernachlässigung von Sättigungseffekten im Eisen kann anhand folgender Beziehung auf die Luftspaltlänge  $\delta$  geschlossen werden [GAPR13].

$$\delta = \frac{\pi^3 \mu_0 A N^2 f_{\text{PWM}}}{8 U_{\text{DC}}} i_{\delta, \text{TP}} \quad (1.4)$$

Die Querschnittsfläche  $A$  eines Statorpols und die Windungszahl  $N$  sind konstruktive Größen. Die Vakuumpermeabilität ist durch  $\mu_0$ , die Schaltfrequenz durch  $f_{\text{PWM}}$  und die Zwischenkreisspannung<sup>9</sup> durch  $U_{\text{DC}}$  gegeben. Der gefilterte und gleichgerichtete Strom wird durch  $i_{\delta, \text{TP}}$  repräsentiert. Eine weitere Einschränkung, die getroffen wird, ist, dass für das Tastverhältnis ein Wert von rund 50 % angenommen wird. Da die Amplitude des Rippelstroms neben der Spuleninduktivität (und damit von der Rotorposition) auch vom Tastverhältnis der Ausgangsspannung des Stromrichters abhängt, stellt die Gleichung 1.4 eine Näherung für diesen Sonderfall dar. Um diese Limitierung aufzuheben, werden in [SHBB05] und [vNd13] unterschiedliche Herangehensweisen diskutiert, von denen die DCM-Methode die besten Ergebnisse lieferte. Bei diesem Verfahren wird das Problem der nichtlinearen Effekte, die durch sich ändernde Tastverhältnisse verursacht werden, durch eine Einteilung der Schaltzyklen in Mess- und Steuerzyklen gelöst. In definierten Abständen wird ein Messzyklus durchgeführt, bei dem das Tastverhältnis den festen Wert von 50 % aufweist. Nur zu diesen Zeitpunkten wird die Amplitude des Stromrippels bestimmt, um auf die Rotorposition zu schließen. Ausgehend von einer Schaltfrequenz von 20 kHz und einem Verhältnis von 1 : 1 zwischen Mess- und Steuerzyklen, entspräche dies einer Tastfrequenz der Rotorposition von 10 kHz. Legt man eine Samplerate zugrunde, die nach [Nyq28] mindestens die doppelte Frequenz des zu messenden Signals aufweist, sind somit Positionsänderungen des Rotors detektierbar, deren Änderungsrate kleiner als 5 kHz ist. Ausgehend von der in beiden Verfahren getroffenen Annahme, dass die mechanische Zeitkonstante des Systems um ein Vielfaches größer als die des elektromagnetischen Systems ist, lassen sich damit stabile Regelkreise für magnetisch

<sup>9</sup>Zum Einsatz kam ein 2-Level-Stromrichter, bei dem die Ausgangsspannung entweder den positiven oder den negativen Wert der Zwischenkreisspannung annehmen kann.

gelagerte Rotoren realisieren.

**HF-Injection** bedeutet, dass dem Stromsollwert des Leistungsstellgliedes ein Wechselsignal aufmoduliert wird. Dieses findet sich in Form einer überlagerten Schwingung im Steuerstrom des Magnetlagers wieder. Da es sich um eine pulsweitenmodulierte Größe handelt, muss deren Frequenz niedriger als die Schaltfrequenz des Stromrichters sein. Der in [YKS<sup>+</sup>03] vorgestellte Versuchsaufbau nutzt eine Schaltfrequenz von 10 kHz. Die Frequenz des injizierten Signals beträgt 1,6 kHz, wodurch ein stabiles Schweben ermöglicht wird. Die Betrachtung der dynamischen Eigenschaften deutet aber darauf hin, dass das System eine hohe Empfindlichkeit gegenüber Störgrößeneinflüssen und sprunghaften Änderungen der Führungsgröße aufweist. Für das in [GGBR10] untersuchte dreischenklig Magnetlager werden auf Basis analytischer Überlegungen Vorhersagen über das dynamische Verhalten getroffen, die aufgrund der bei gleicher Schaltfrequenz höheren Frequenz der überlagerten Schwingung von 2,5 kHz ein günstigeres Verhalten bei Sollwertsprüngen nahelegen. Die Aussagen werden anhand numerischer Rechnungen verifiziert und durch statische Messungen untermauert.

**Beobachter** können ebenfalls zur sensorlosen Lagerung eingesetzt werden. Dabei wird zum Beispiel mittels des gemessenen Stroms und eines Zustandsraummodells auf die Rotorlage geschlossen. Zur Reglerauslegung ist eine vollständige Rückführung der Zustandsgrößen notwendig. Da aber nicht alle Zustandsgrößen direkt messbar sind, bzw. auf zusätzliche Sensorik verzichtet werden soll, schätzen Beobachter anhand der zur Verfügung stehenden Messwerte die fehlenden Zustandsgrößen (z. B. die Rotorgeschwindigkeit). Bei der in [VB93] vorgeschlagenen Methodik wird das Magnetlager als Zweitor in Form eines elektromagnetischen Energiewandlers mit einem Energiefluss in beide Richtungen aufgefasst. Das in dieser Arbeit entwickelte linearisierte Zustandsraummodell<sup>10</sup> wird mit einem LUENEGER-Beobachter kombiniert. Dieses erstmals in [Lue64] vorgestellte Konzept eines Beobachters ist als Parallelschaltung zum Modell der Regelstrecke zu verstehen, bei dem die Differenz zwischen dem Messwert der Strecke und dem der korrespondierenden Größe des Beobachters zurückgeführt wird. Daraus resultiert eine größere Genauigkeit des Beobachters und es reduziert dessen Empfindlichkeit gegenüber Störgrößeneinflüssen. Ein weiterer, oft im Zusammenhang mit sensorlos betriebenen Magnetlagern diskutierter Beobachter ist das KALMAN-Filter,<sup>11</sup> das z. B. in [Sch11] in Verbindung mit stark verrauschten Messsignalen Anwendung findet.

Weitere mögliche sensorlose Lagerungen lassen sich durch frequenzmodulierte Verfahren realisieren, die aber in der wissenschaftlichen Diskussion praktisch keine Rolle spielen. Zudem wäre die Messung des Stromanstiegs des dreieckförmigen Stromrippels denkbar, da die von der Rotorposition abhängige Induktivität unter bestimmten Annahmen (z. B.

<sup>10</sup>Die Linearisierung erfolgt unter anderem durch die Annahme einer konstanten Induktivität der Lager-  
spulen und einer Vernachlässigung von Sättigungseffekten im Eisen.

<sup>11</sup>Der erste große und wohl auch bedeutendste Einsatz des KALMAN-Filters erfolgte als Teil der Steue-  
rungssoftware im Zuge der Mondlandung während der APOLLO-Missionen der NASA [MS85].

Vernachlässigung von Sättigungseffekten) auch durch den Anstieg des Stroms bestimmt werden kann. Bei Annahme von mindestens drei Abtastungen zur Detektierung von zwei unterschiedlichen Anstiegsbereichen und der Vernachlässigung des Stromabfalls<sup>12</sup> ließe sich eine Messfrequenz realisieren, die der doppelten Schaltfrequenz entspricht. Im Vergleich zu den zuvor genannten Verfahren, könnten so deutlich bessere dynamische Eigenschaften der sensorlosen Lagerung erzielt werden. Demgegenüber steht jedoch der erhöhte Aufwand, der dafür wegen der relativ hohen Schaltfrequenzen moderner Stromrichter betrieben werden muss.

## 1.5 Motivation und Struktur der Arbeit

### 1.5.1 Motivation und Zielstellung

Aufgrund ihres rauscharmen Positionssignals, der hohen Auflösung und ihrer guten dynamischen Eigenschaften stellen konventionelle Lagesensoren eine technisch ausgereifte und weit verbreitete Möglichkeit dar, um Rotoren aktiv magnetisch zu lagern. Dem gegenüber stehen einige Nachteile, die dazu geführt haben, dass die technische Entwicklung auf dem Gebiet der Magnetlagertechnik in jüngerer Zeit vermehrt in Richtung sensorloser Verfahren tendiert. Eines der Hauptprobleme liegt darin, dass sich konventionelle Sensoren (induktiv und wirbelstrombasiert) nicht in die Lagerebene integrieren lassen. Dadurch wird das Auftreten von Dislokationseffekten begünstigt, die eine stabile Lagerung erschweren oder sogar unmöglich machen. Alternativ dazu können kapazitive Sensoren (in Form von Leiterplatten) direkt im Magnetlager montiert werden. Die mit den dafür notwendigen Vergussmassen verbundene Temperaturabhängigkeit und deren alterungsbedingte Degeneration führen ebenso wie eine, zum Beispiel durch Erhöhung der Luftfeuchtigkeit hervorgerufene Änderung der Umgebungsbedingungen zu Problemen bei der korrekten Detektierung der Wellenposition. Die Funktionalität optischer Verfahren ist von der Güte bestimmter Oberflächeneigenschaften abhängig, die sich mit der Zeit ändern können, was zu vergleichbaren Problemen bei der Positionsmessung führt. Neben den genannten technischen Aspekten, die gegen den Einsatz von Lagesensoren sprechen, spielen auch ökonomische Erwägungen eine wichtige Rolle. Um die Kosten für Magnetlager zu reduzieren und Dislokationseffekte zu vermeiden, stehen vermehrt sensorlose Verfahren im Fokus. Je nach dem zugrundeliegenden Prinzip ergeben sich auch hier einige Besonderheiten, die sich nachteilig auswirken. Anhand von Modellen des Magnetlagersystems lassen sich die positionsabhängigen Induktivitäten der Lagerspulen beschreiben. Daraus kann mithilfe der zeitlichen Verläufe von Strom oder Spannung, insbesondere der Änderungsrate dieser Größen, eine Aussage über die momentane Lage des Rotors getroffen werden. Für eine geschlossen analytische Beschreibung müssen bestimmte vereinfachende Annahmen, beispielsweise die Vernachlässigung von Sättigungseffekten oder das Zugrundelegen konstanter Tastverhältnisse der gepulsten Steuerströme, bei der Modellbildung getroffen werden. Verfahren, die

---

<sup>12</sup>Dieser kann ebenso gut zur Bestimmung der Induktivität herangezogen werden.

diese Probleme umgehen, führen zu einer größeren Empfindlichkeit gegenüber Störeinflüssen und einer verringerten Dynamik. Die Vorteile konventioneller Positionssensoren und die der sensorlosen Bestimmung der Rotorposition im Magnetlager können durch eine Kombination beider Verfahren genutzt werden. Aufgrund der relativ hohen Kosten von konventionellen Sensoren wurde dieser Ansatz bisher kaum verfolgt.

Ziel dieser Arbeit ist es daher, ein kostengünstiges Messsystem zu entwickeln, das sich ohne größeren konstruktiven Aufwand in die Lagerebene eines Magnetlagers integrieren lässt. Aufgrund der bekannten im Vorfeld angesprochenen Beschränkungen der verschiedenen Messprinzipien, fiel die Wahl auf die Messung der magnetischen Flussdichte. Diese ist weitgehend unabhängig von Einflüssen wie der Umgebungstemperatur oder der Luftfeuchtigkeit und weist eine hohe Toleranz gegenüber Verschmutzungen wie Staub und Ölnebeln auf. Zudem spielen Alterungseffekte, wie sie beispielsweise bei der Vergussmasse von kapazitiven Sensoren auftreten, keine wesentliche Rolle. Da die magnetische Flussdichte im Lager neben der Luftspaltlänge auch von den momentan fließenden Spulenströmen abhängig ist, müssen diese bei der Ermittlung der Rotorlage berücksichtigt werden.

Neben der Möglichkeit, die Sensoren zur Messung der Flussdichte direkt in der Lagerebene integrieren zu können, um Dislokationseffekte zu vermeiden, besteht darüber hinaus die Anforderung, dass bei der Entwicklung des Messsystems möglichst nur Standardbauelemente zum Einsatz kommen, um die Kosten gering zu halten. Da derzeit keine entsprechenden Sensoren (abgesehen von den experimentellen Prototypen, die in Abschnitt 1.3 beschrieben werden) erhältlich sind, deren Abmessungen eine direkte Integration in den Luftspalt eines Magnetlagers erlauben, müssen alternative Einbaupositionen gefunden werden. In den meisten Fällen sind die Wickelfenster je nach Lagertyp weitestgehend mit den Drähten der Steuer- bzw. Steuer- und Grunderregerwicklungen gefüllt, was ein definiertes Einbringen von Bauelementen erschwert. In den Bereichen zwischen den Polen eines Magnetlagers steht hingegen ausreichend Bauraum zur Verfügung. Häufig sind hier Nutverschlüsse zu finden, die der Fixierung der Wicklungen dienen. Diese können durch entsprechend dimensionierte Leiterplatten ersetzt werden, welche die Bauelemente zur Messung der magnetischen Flussdichte tragen. Dies erleichtert eine definierte Positionierung. Anders als bei der Bestimmung der magnetischen Flussdichte direkt im Luftspalt, basiert die Ermittlung der Rotorposition in den Bereichen zwischen den Polen auf der Messung magnetischer Streuflüsse. Welche grundlegenden Zusammenhänge bei der Bestimmung der Rotorposition auf Basis der Messung der magnetischen Streuflüsse in den Polzwischenräumen gelten, ist Gegenstand der Betrachtungen des Kapitels 2.

### **1.5.2 Struktur der Arbeit**

Nach dem kurzen Exkurs in die Anfänge der Magnetlagertechnik, gefolgt von einem Überblick über die verschiedenen Magnetlagertypen, wurden aus den sich anschließenden Betrachtungen zum Stand der Technik auf dem Gebiet der Bestimmung der Rotorposition in Magnetlagern die Zielstellungen dieser Arbeit abgeleitet.

Im darauffolgenden zweiten Kapitel werden die grundlegenden theoretischen Zusammenhänge anhand verallgemeinerter Reluktanzmodelle für die am weitesten verbreiteten Magnetlagertypen Hetero- und Homopolarlager sowie dem dreischenkigen Lager hergeleitet. Infolgedessen können Streuflüsse in zwei Arten unterteilt werden, welche sich in ihrer Abhängigkeit von der Rotorposition und den Spulenströmen unterscheiden.

Die darauf basierenden Überlegungen werden in Kapitel drei mittels FEM-Rechnung überprüft und auf eine reale Magnetlageranordnung übertragen. Anhand eines Modells des Magnetlagers können Vorhersagen in Bezug auf den Zusammenhang zwischen magnetischer Flussdichte und der Rotorposition getroffen werden, welche sich durch statische Messungen am Versuchsstand überprüfen lassen.

Im sich daran anschließenden vierten Kapitel wird auf Basis der Betrachtungen der vorangegangenen Kapitel und den davon abgeleiteten Maßgaben und Anforderungen sowie den verfügbaren Bauelementen ein geeignetes Messprinzip ausgewählt. Auf dieser Grundlage wird ein in die Lagerebene des Magnetlagers integrierbarer Sensor zur Messung von magnetischen Flussdichten und die dazugehörige Elektronik entwickelt. Durch Messungen am Versuchsstand erfolgt schließlich die Charakterisierung des Messsystems hinsichtlich seiner dynamischen Eigenschaften und seines Rauschverhaltens.

Die Modellierung der einzelnen Streckenkomponenten ist Gegenstand des fünften Kapitels. Eine realitätsgetreue Modellbildung, bei der möglichst wenig vereinfachende Annahmen getroffen werden müssen, ermöglicht den Einsatz eines KALMAN-Filters zur Verbesserung des Rauschverhaltens des Streuflussmesssystems. Dadurch können die Betriebseigenschaften des mit dem Streuflussmesssystem betriebenen Versuchslagers deutlich verbessert werden.

Im letzten Kapitel werden die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst und ausgewertet sowie mögliche Ansätze für weiterführende Arbeiten diskutiert.

## 1.6 Zusammenfassung

Zu Beginn des Kapitels wurde zunächst ein kurzer Ausflug in die Geschichte der Magnetlagertechnik unternommen. Dabei wurden interessante und unterhaltsame Aspekte der Entwicklung des menschlichen Verständnisses des Magnetismus und seiner Phänomene zusammengetragen. Im Anschluss daran erfolgte eine systematische Einordnung und Erläuterung der verschiedenen Magnetlagertypen. Zwei Kategorien von Lagertypen standen dabei besonders im Fokus. Zum einen die Magnetlager, für deren Betrieb eine Messung der Rotorposition erforderlich ist, sowie sensorlose Konzepte. Abschließend wurden die Motivation und die Struktur dieser Arbeit erläutert.

## **2 Theoretische Betrachtungen zu magnetischen Streuflüssen**

Der Schwerpunkt des folgenden Kapitels liegt auf den theoretischen Grundlagen der Ausbildung von magnetischen Flüssen in Magnetlagern. Im Mittelpunkt der Untersuchungen stehen die meist vernachlässigten Streuflüsse. Diese lassen sich, je nachdem wo im Magnetlager sie entstehen, in interpolare und intrapolare Streuflüsse unterscheiden. Anhand von Reluktanzmodellen für die wichtigsten Magnetlagertypen wird der Zusammenhang zwischen diesen Streuflüssen und der Rotorposition hergeleitet. Zunächst kommen analytische Modelle zum Einsatz, welche anhand numerischer Rechnungen überprüft werden.

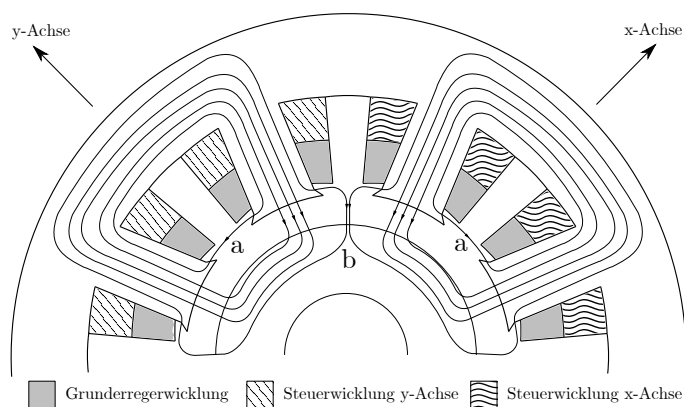
### **2.1 Magnetische Streuflüsse in Magnetlagern**

Alle Anordnungen, bei denen Magnetfelder zum Einsatz kommen, weisen neben den praktisch genutzten magnetischen Hauptflüssen auch Streuflüsse auf. In der Regel werden bei der Auslegung Maßnahmen ergriffen, um Streueffekte möglichst gering zu halten, so dass der Hauptfluss deutlich größer ist, als die parasitären Streuflüsse. Es ist aber praktisch unmöglich, Streufelder vollständig zu vermeiden. Dieser Umstand kann sich in Spezialfällen als nützlich erweisen.

So können die entsprechenden Streuflussdichten gemessen und, wie in dieser Arbeit vorgeschlagen, dazu genutzt werden, die Position der im Magnetlager schwebenden Welle zu bestimmen. Der folgende Abschnitt befasst sich mit der Ausbildung von Streuflüssen am Beispiel der am weitesten verbreiteten Lagertypen. Zu diesen zählen das Heteropolarlager,

das Homopolarlager und das dreischenkliges Magnetlager. Die Streuflüsse, die außerhalb der Lagerebene auftreten, sind nicht Gegenstand der Betrachtungen. Zwar ließe sich mit ihrer Hilfe ebenso gut auf die Wellenposition schließen, jedoch sind sie weniger geeignet, um Dislokationseffekte zu vermeiden.

Prinzipiell können in Magnetlagern zwei Arten von magnetischen Streuflüssen unterschieden werden. Die in dieser Arbeit als intrapolar bezeichneten Streuflüsse treten zwischen entgegengesetzt magnetisierten Polen eines Polpaares auf. Der dazugehörige magnetische Widerstand ist dabei parallel zu den in Reihe liegenden Luftspaltwiderständen und dem magnetischen Widerstand der Welle geschaltet. Wie in Abbildung 2.1.1a dargestellt, besitzen intrapolare Streuflüsse vorwiegend tangentielle Anteile der magnetischen Flussdichte. Entgegengesetzt dazu weisen interpolare Streuflüsse (Abbildung 2.1.1b) besonders in den wellennahen Bereichen hauptsächlich radiale Flussanteile auf. Diese Form des Streuflusses bildet sich zwischen gleichnamigen Polen benachbarter Polpaare aus. Die Besonderheit dieser Streuflussart zeichnet sich dadurch aus, dass sie durch die Überlagerung zweier Streuflüsse gebildet wird. Zur Verdeutlichung soll das Modell der Magnetfeldlinien herangezogen werden. Aus beiden Polen treten diese in entgegengesetzter Richtung aus. Da es sich um Feldlinien entgegengesetzt ausgerichteter magnetischer Flüsse handelt, kommt es zur gegenseitigen Verdrängung. Um sich schließen zu können, ist ein Ausweichen der Feldlinien in Richtung der Welle unumgänglich. Die nun radial ausgerichteten Feldlinien sind zwar voneinander unabhängig, verlaufen aber in demselben Bereich. Die mit den sich überlagernden Streuflusspfaden assoziierten Reluktanzen sollen in den folgenden Beispielen der Übersichtlichkeit halber als ein gemeinsamer magnetischer Widerstand dargestellt werden. In einem späteren Abschnitt wird eine entkoppelte Betrachtung der sich überlagernden Streuflüsse durchgeführt. In dieser Arbeit soll davon ausgegangen werden, dass benachbarte Pole zweier Polpaare immer die gleiche Magnetisierung aufweisen. In der Praxis können diese Pole auch alternierend polarisiert sein. In diesem Fall erhöhen sich jedoch die Ummagnetisierungsverluste in der Welle und eine entkoppelte Betrachtung der einzelnen Magnetkreise wird unmöglich, was zu einem deutlich komplexeren magnetischen Modell des Lagers führt.



**Abb. 2.1.1:** Streuflussverläufe am Beispiel eines achtpoligen Heteropolarlagers. **a:** intrapolar **b:** interpolare



### 2.1.1 Heteropolarlager

Das Heteropolarlager ist der wahrscheinlich am weitesten verbreitete Magnetlagertyp. Bei ihm wird der Hauptfluss in tangentialer Richtung über den Rücken geschlossen. Die einfachste Konfiguration ist aus jeweils zwei sich gegenüberliegenden Polpaaren pro Lagerachse aufgebaut. In Abbildung 2.1.2 ist ein Teil eines derartigen Magnetlagers dargestellt.

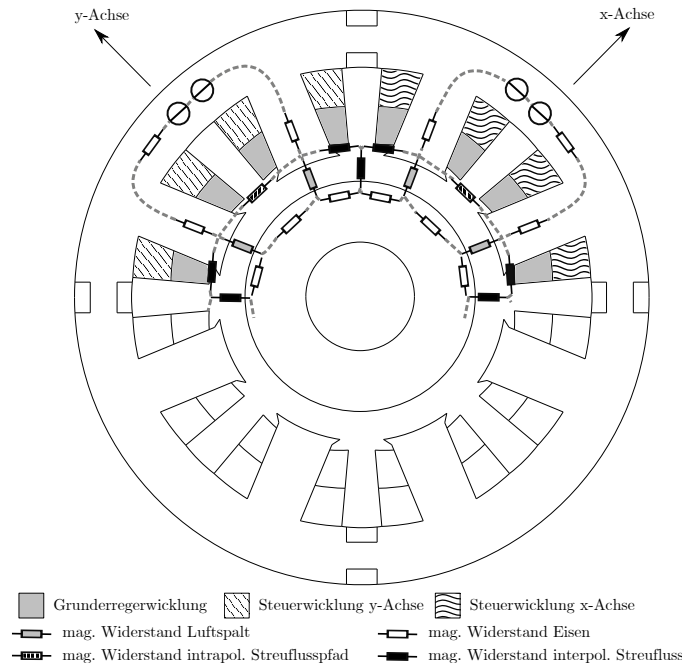


Abb. 2.1.2: Magnetflüsse im Heteropolarlager.

Für jede Achse ist der Verlauf der magnetischen Flüsse mit den wichtigsten magnetischen Widerständen für jeweils ein Polpaar angegeben. Es zeigt sich, dass der Hauptfluss, hervorgerufen von einer Grunddurchflutung und einer Steurdurchflutung, den hier stark vergrößert dargestellten Luftspalt zweimal überbrücken muss, bevor er sich schließen kann. Die magnetischen Widerstände des Luftspalts sind in der Abbildung 2.1.2 grau hervorgehoben. Zwischen den Zähnen bzw. Polen eines Polpaares bildet sich intrapolarer Streufluss aus. Die entsprechenden Widerstände sind schraffiert dargestellt. Der als interpolare bezeichnete Streufluss wird durch schwarz eingefärbte Widerstände repräsentiert [RW16].

### 2.1.2 Homopolarlager

Beim Homopolarlager sind die Polpaare axial ausgerichtet. Dies hat den Nachteil, dass Homopolarlager einen größeren axialen Bauraum benötigen als vergleichbare Heteropolarlager. Durch die Anordnung gleichnamiger Pole in einer Ebene, wie in Abbildung 2.1.3 zu sehen, können aber Ummagnetisierungsverluste in der Welle reduziert werden. Ähnlich wie beim Heteropolarlager bilden sich auch beim Homopolarlager zwei unterschiedliche Arten von relevanten Streuflüssen aus, wobei jedoch der intrapolare Streufluss zwischen

den Polen eines Polpaares in der Ebene, die durch die x- und z-Achse bzw. durch die y- und z-Achse gebildet werden, verläuft. Die zugeordneten magnetischen Widerstände sind in der Abbildung mittels Schraffur kenntlich gemacht. Die interpolaren Streuflüsse zwischen gleichnamigen Polen benachbarter Polpaare, in der Abbildung schwarz hervorgehoben, entstehen analog zum Heteropolarlager durch Überlagerung und bilden sich in beiden Polebenen<sup>1</sup> aus. Zusätzlich treten bei diesem Lagertyp durch den relativ großen axialen Abstands zwischen den Polen weitere magnetische Streuflüsse mit überwiegend radialen Flussanteilen auf. Im Gegensatz zum interpolaren Streufluss, welcher in der Querschnittsebene auftritt, sind diese neben der Luftspaltlänge nur vom Steuerstrom der jeweiligen Achse abhängig.

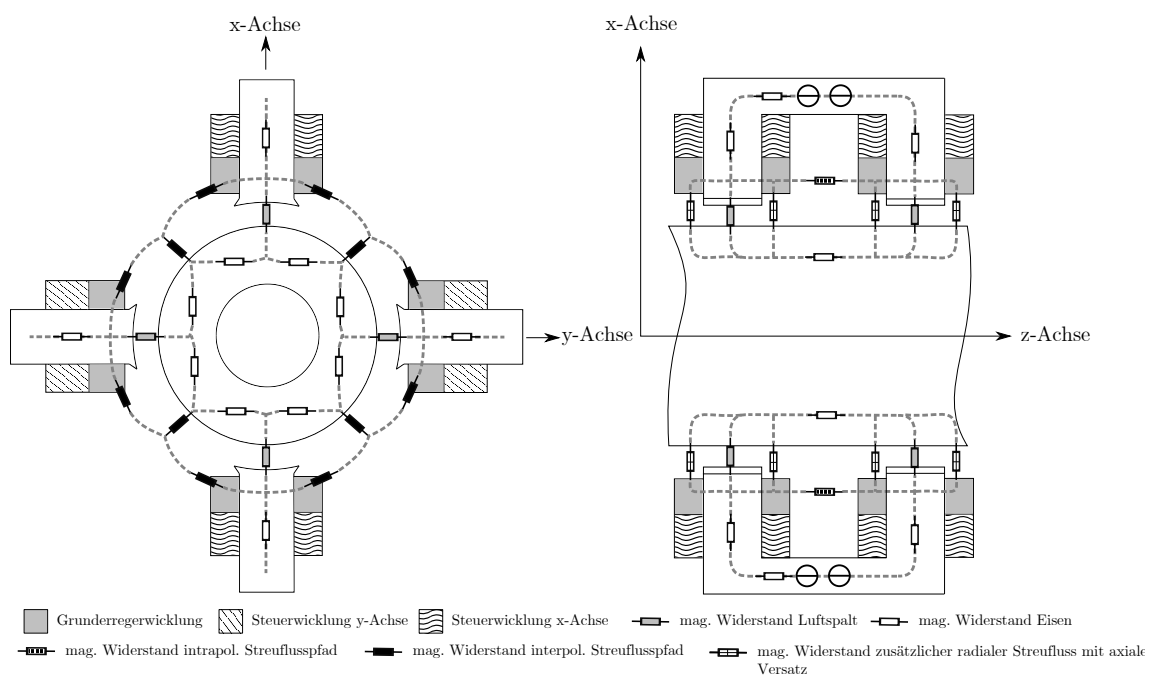


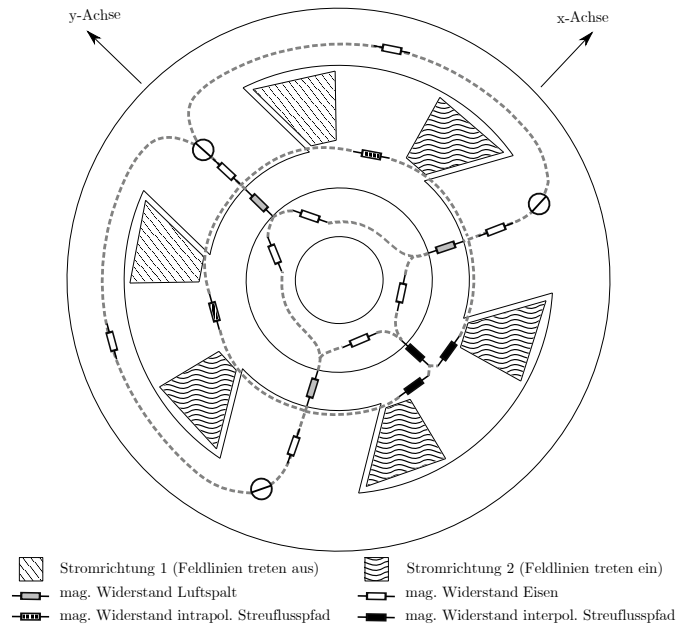
Abb. 2.1.3: Flussverteilung im Homopolarlager.

### 2.1.3 Dreischenkliges Magnetlager

Dreischenklige Lager verfügen nur über zwei Magnetpole, die sich auf drei Schenkel verteilen und deren Magnetisierungsrichtung zeitlich nicht konstant ist. Unabhängig von der Richtung des in den Lagerspulen fließenden Stroms, bilden sich immer zwei Pole mit der gleichen Polarisierung aus (2.1.4 Stromrichtung 2), wohingegen der verbleibende Pol (in der gleichen Darstellung Stromrichtung 1) immer entgegengesetzt magnetisiert ist. Je nach benötigter Krafrichtung, kann diese Zuordnung variieren. Obwohl sich die gleichen,

<sup>1</sup>Als Polebene soll eine Ebene orthogonal zur z-Achse bezeichnet werden, in der die Magnetpole eines Magnetlagers kreisförmig angeordnet sind. Heteropolares und dreischenkliges Lager haben im Allgemeinen eine und Homopolarlager normalerweise zwei Polebenen.

wie beim Hetero- und beim Homopolarlager beschriebenen, Streuflussarten ausbilden, lassen sich diese nicht bestimmten Regionen im Magnetlager zuordnen, sondern variieren in Abhängigkeit der fließenden Lagerströme. Intrapolare Streuflüsse bilden sich, wie in Abbildung 2.1.4 durch schraffierte magnetische Widerstände dargestellt, zwischen entgegengesetzt magnetisierten Polen aus. Zwischen den beiden gleichnamigen Polen bildet sich der, in der Abbildung durch schwarz eingefärbte magnetische Widerstände repräsentierte, interpolare Streufluss aus.

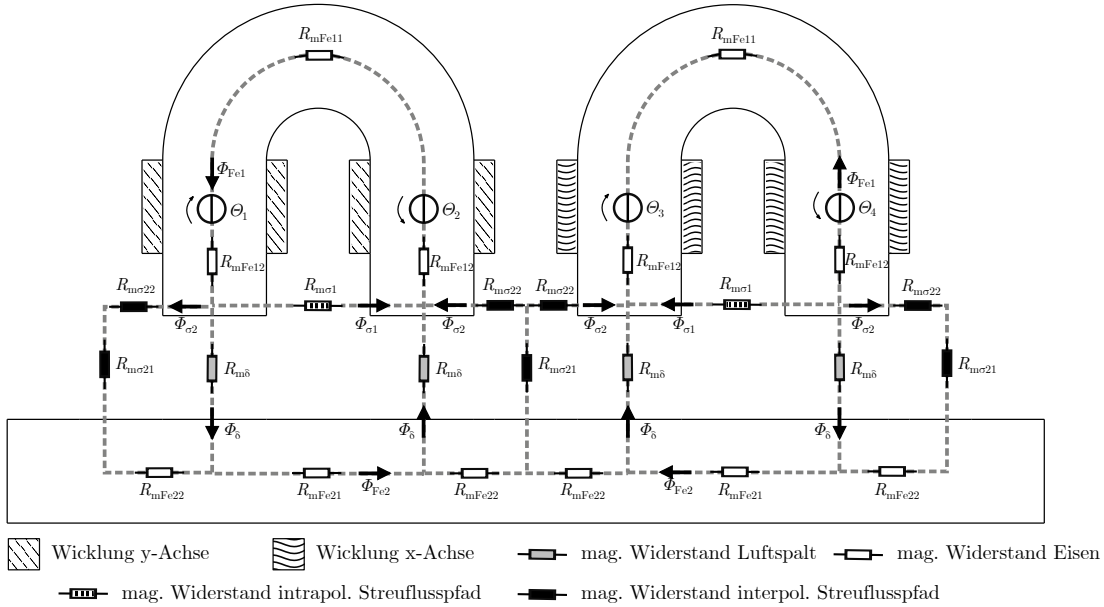


**Abb. 2.1.4:** Flussverteilung in einem dreischenkligen Lager. Der dargestellte Augenblickszustand ändert sich mit der geforderten Krafrichtung und der damit verbundenen Änderung der Magnetisierungsrichtung der einzelnen Pole.

## 2.2 Verallgemeinertes Reluktanzmodell

Mit Hilfe eines verallgemeinerten Modells soll der Zusammenhang zwischen der Länge des magnetischen Luftspalts und der Ausprägung von magnetischen Streuflüssen dargestellt werden. Grundlage des Modells sind zwei, wie in Abbildung 2.2.1 dargestellt, hufeisenförmige Eisenkreise. Diese repräsentieren die Hälfte des abgerollten Magnetlagerstators aus Abbildung 2.1.2. Auf jedem Schenkel befindet sich eine Spule, die eine Durchflutung  $\Theta$  hervorruft. Die Spulen sind so verschaltet, dass die Durchflutungen addiert werden können, die resultierenden magnetischen Flüsse dieselbe Richtung aufweisen und somit zu einem magnetischen Hauptfluss  $\Phi_{\text{Fe1}}$  zusammengefasst werden können, der sich über ein Joch schließt. Zwischen diesem und den Hufeisen befindet sich der variable Luftspalt, der an allen Stellen die gleiche Länge  $\delta$  aufweist. Der Hauptfluss teilt sich im Bereich der Pole in den Luftspaltfluss  $\Phi_{\delta}$  und die beiden Streuflüsse  $\Phi_{\sigma 1}$  und  $\Phi_{\sigma 2}$ . Es wird angenommen, dass

die von ihnen durchsetzten Querschnittsflächen bekannt und konstant sind. Für eine analytische Betrachtung ist es hilfreich, für den interpolaren Streufluss  $\Phi_{\sigma 2}$  zwei magnetische Widerstände einzuführen, da diese sich nur in vertikaler Richtung mit dem des benachbarten Polpaars überlagern. Da in Magnetlagern im Allgemeinen Symmetriebedingungen gelten, können mit dem Modell durch entsprechende Erweiterung bzw. Veränderung, die drei im vorangegangenen Abschnitt diskutierten Magnetlagertypen beschrieben werden.



**Abb. 2.2.1:** Verallgemeinertes Reluktanzmodell für Hetero- und Homopolarlager.

So ist das Modell für ein achtpoliges Heteropolarlager um zwei Polpaare zu erweitern. Dabei ist das Joch so zu modifizieren, dass sich die Luftspalte, wie die eines realen Lagers verhalten. Das bedeutet, die Summe aller Luftspalte ist eine Konstante. Für die Beschreibung eines Homopolarlagers ist ebenfalls eine Erweiterung um zwei Polpaare und eine Anpassung des Jochs notwendig. Zusätzlich muss eine gedankliche Rotation jedes Polpaars von  $90^\circ$  um die vertikale Achse durchgeführt werden. In jedem Fall basiert die Betrachtung der Streuflüsse auf dem in Abbildung 2.2.1 dargestellten Ersatzschaltbild. Durch die im vorangegangenen Abschnitt getroffene Vereinbarung, dass benachbarte Pole zweier Polpaare immer die gleiche Magnetisierung aufweisen, kann jedes Polpaar zunächst mit Hilfe der Ersatzschaltung getrennt betrachtet werden. Anschließend können die Streuflussdichten im Bereich des magnetischen Widerstandes  $R_{m\sigma 21}$  durch Überlagerung der entsprechenden Werte ermittelt werden.

Das dreischenkliges Lager lässt sich für eine definierte Bestromung der Lagerspulen durch Modifizierung des Modells, wie in Abbildung 2.2.2 dargestellt, vollständig beschreiben. Die kreisförmige Anordnung der Pole ist aus Gründen der Übersichtlichkeit in eine lineare Darstellung überführt worden. Der magnetische Streuflusswiderstand  $R_{m\sigma 23}$  ist nur einmal vorhanden, aber zweimal jeweils an der Stelle, an der der Magnetkreis aufgetrennt wurde, dargestellt.

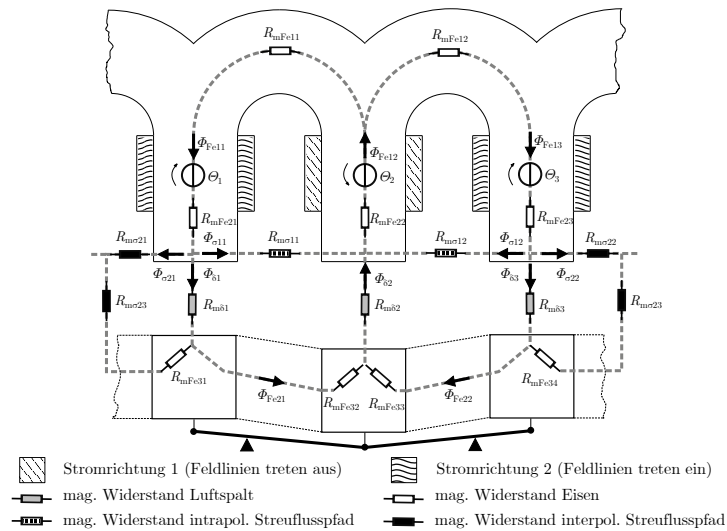


Abb. 2.2.2: Modell des dreischenkligen Lagers mit magnetischen Ersatzwiderständen.

Um das Verhalten der Luftspalte möglichst realitätsnah darstellen zu können, sind einzelne unter den Polen befindliche starre Eisenabschnitte über flexible Abschnitte verbunden. Mit Hilfe eines virtuellen Hebelgetriebes sorgt beispielsweise eine Vergrößerung des Luftspalts  $\delta_2$  ( $R_{m\delta_2}$  ist der assoziierte magnetische Widerstand) für eine Verkleinerung der beiden anderen Luftspaltlängen. Diese Konfiguration des Hebelgetriebes gilt jedoch nur für diesen speziellen Fall, bei dem sich der Rotor genau auf der Achse des mittleren Pols bewegt. Ausgehend von den Koordinatensystemen in Abbildung 2.2.3 kann jede Verschiebung des Rotors im x/y-System in das r/s-t-System übersetzt werden.

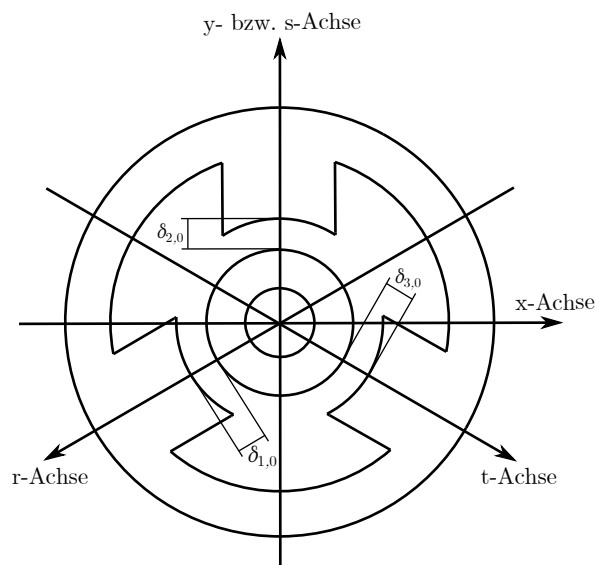


Abb. 2.2.3: Koordinatensysteme im dreischenkligen Magnetlager.

Wählt man die Ausrichtung der Koordinatensysteme so, dass jeweils eine Achse des einen Systems einer Achse des anderen Systems entspricht (hier s- und y-Achse), dann können die drei Luftspaltlängen bei einer Verschiebung des Rotors wie folgt angegeben werden.

$$\delta_1 = \delta_{1,0} + \cos\left(30^\circ + \arctan\left(\frac{y}{x}\right)\right) \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.1)$$

$$\delta_2 = \delta_{2,0} + y \quad (2.2)$$

$$\delta_3 = \delta_{3,0} + \cos\left(30^\circ - \arctan\left(\frac{y}{x}\right)\right) \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.3)$$

Dabei gilt für den Fall, dass sich der Rotor in der Lagermitte befindet:

$$\delta_{1,0} = \delta_{2,0} = \delta_{3,0} \quad (2.4)$$

Um den grundlegenden Zusammenhang zwischen der intrapolaren und interpolaren Streuflussdichte und der Luftspaltlänge sowie der Durchflutung untersuchen zu können, wird zunächst nur ein magnetisch aktiver Kreis (ein Hufeisen mit Joch bzw. ein Polpaar) betrachtet. Durch Überlagerung benachbarter Polpaare hervorgerufene Effekte auf interpolare Streuflüsse zwischen zwei Magnetpolpaaren werden am Ende dieses Kapitels mittels einer FEM-Rechnung untersucht. Eine detaillierte Betrachtung dazu erfolgt im weiteren Verlauf der Arbeit. Neben Überlagerungseffekten benachbarter Polpaare spielt auch die abnehmende Konzentrität der Polflächen des Stators und des Rotors bei Querverschiebung eine wichtige Rolle. Sowohl bei Homo- und Heteropolarlager als auch beim dreischenkligen Magnetlager<sup>2</sup> muss diese betrachtet werden. Weiterführende Untersuchungen dazu finden sich in Abschnitt 3.1.3.

Anhand der eingeführten Modelle und unter Vernachlässigung der gerade beschriebenen Effekte lassen sich so die Maschengleichungen für ein Polpaar eines Heteropolar- bzw. Homopolarlagers in der Form

$$\Phi_{\text{Fe1}} (R_{\text{mFe1}} + 2 R_{\text{mFe12}}) + \Phi_{\sigma 1} R_{\text{m}\sigma 1} = \Theta_1 + \Theta_2 \quad (2.5)$$

$$- \Phi_{\sigma 1} R_{\text{m}\sigma 1} + \Phi_{\text{Fe2}} R_{\text{mFe21}} + \Phi_{\delta} 2 R_{\text{m}\delta} = 0 \quad (2.6)$$

$$\Phi_{\sigma 2} (R_{\text{m}\sigma 21} + R_{\text{m}\sigma 22} + R_{\text{mFe22}}) - \Phi_{\delta} R_{\text{m}\delta} = 0 \quad (2.7)$$

mit  $\Phi_{\text{Fe2}} = \Phi_{\delta} + \Phi_{\sigma 2}$  aufstellen. Da die Maschen der interpolaren Streuflüsse aus Symmetriegründen identisch sind, kann auf die Darstellung der vierten Maschengleichung verzichtet werden. In Matrixschreibweise kann das Reluktanzmodell des n-ten Polpaares<sup>3</sup> wie folgt

---

<sup>2</sup>Aufgrund des allgemein größeren Polwinkels und der damit verbundenen größeren Polflächen sind Konzentritätseffekte bei dreischenkligen Lagern besonders ausgeprägt.

<sup>3</sup>Als Polpaar werden im Weiteren Magnetpole eines Magnetlagers bezeichnet, die zur Erzeugung einer Kraft in einer bestimmten Richtung, beispielsweise der positiven x-Richtung, dienen. Da das magnetische Feld quellenfrei ist, sind hierfür mindestens zwei Pole mit entgegengesetzter Magnetisierungsrichtung notwendig. Je nach Bauform und Größe kann es sich als nützlich erweisen, dass mehrere Polpaare einer Achse zugeordnet sind. Denkbar sind außerdem auch Anordnungen mit einer ungeraden Anzahl von Polen, bei denen sich der magnetische Fluss, der an einem Pol austritt, aufteilt und sich über zwei oder mehr Pole schließt. In diesem Fall ist das Modell des Magnetlagers entsprechend anzupassen.

dargestellt werden.

$$\vartheta_n = \mathbf{R}_{m,n} \cdot \boldsymbol{\varphi}_n \quad (2.8)$$

mit

$$\mathbf{R}_{m,n} = \begin{pmatrix} R_{\text{Ers1}} & 0 & 0 & R_{m\sigma1} & 0 \\ 0 & R_{m\text{Fe}21} & 2R_{m\delta} & -R_{m\sigma1} & 0 \\ 0 & 0 & -R_{m\delta} & 0 & R_{\text{Ers2}} \\ 0 & 0 & -R_{m\delta} & 0 & R_{\text{Ers2}} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

mit den magnetischen Ersatzwiderständen

$$R_{\text{Ers1}} = R_{m\text{Fe}1} + 2R_{m\text{Fe}12} \quad (2.10)$$

$$R_{\text{Ers2}} = R_{m\sigma22} + R_{m\sigma21} + R_{m\text{Fe}22} \quad (2.11)$$

und

$$\boldsymbol{\varphi}_n = \begin{pmatrix} \Phi_{\text{Fe}1} \\ \Phi_{\text{Fe}2} \\ \Phi_{\delta} \\ \Phi_{\sigma1} \\ \Phi_{\sigma2} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

sowie

$$\boldsymbol{\vartheta}_n = \begin{pmatrix} \Theta_1 + \Theta_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Bei konstanter Durchflutung sind alle magnetischen Widerstände bis auf  $R_{m\delta}$  und  $R_{m\sigma21}$ , die von der Position der Welle im Lager abhängig sind, material- und geometrieabhängige Konstanten. Voraussetzung hierfür ist, dass sich bei einer Verschiebung der Welle im Magnetlager beide Luftspalte eines Polpaares und die Länge der beiden interpolaren Streuflüsse in gleichem Maße ändern. Die intrapolare Streuflussdichte des n-ten Polpaares kann mittels Gleichung 2.14 ermittelt werden.

$$B_{\sigma1,n} = \frac{\Phi_{\sigma1,n}}{A_{\sigma1,n}} \quad (2.14)$$

Wobei  $A_{\sigma1,n}$  die vom Streufluss durchsetzte Querschnittsfläche ist. Die interpolare Streuflussdichte erhält man durch Superposition mit den entsprechenden Größen der angrenzenden Polpaare.

$$B_{\sigma2,n|n+1} = \frac{\Phi_{\sigma2,n} + \Phi_{\sigma2,n+1}}{A_{\sigma2,n|n+1}} \quad (2.15)$$

Ausgehend von Abbildung 2.2.2 lässt sich analog dazu auch für das dreischenkliges Lager

ein entsprechendes Gleichungssystem aufstellen.

$$\Phi_{\text{Fe}11} (R_{\text{mFe}11} + R_{\text{mFe}21}) + \Phi_{\text{Fe}12} R_{\text{mFe}22} + \Phi_{\sigma 11} R_{\text{m}\sigma 11} = \Theta_1 + \Theta_2 \quad (2.16)$$

$$- \Phi_{\text{Fe}12} (R_{\text{mFe}12} + R_{\text{mFe}22}) - \Phi_{\text{Fe}13} R_{\text{mFe}23} - \Phi_{\sigma 12} R_{\text{m}\sigma 12} = -\Theta_2 - \Theta_3 \quad (2.17)$$

$$- \Phi_{\text{Fe}21} R_{\text{mFe}32} + \Phi_{\delta 1} R_{\text{m}\delta 1} + \Phi_{\delta 2} R_{\text{m}\delta 2} - \Phi_{\sigma 11} R_{\text{m}\sigma 11} = 0 \quad (2.18)$$

$$- \Phi_{\text{Fe}22} R_{\text{mFe}33} - \Phi_{\delta 2} R_{\text{m}\delta 2} - \Phi_{\delta 3} R_{\text{m}\delta 3} + \Phi_{\sigma 12} R_{\text{m}\sigma 12} = 0 \quad (2.19)$$

$$\Phi_{\sigma 21} (R_{\text{mFe}31} + R_{\text{m}\sigma 21} + R_{\text{m}\sigma 23}) - \Phi_{\delta 1} R_{\text{m}\delta 1} = 0 \quad (2.20)$$

$$- \Phi_{\sigma 22} (R_{\text{mFe}34} + R_{\text{m}\sigma 22} + R_{\text{m}\sigma 24}) + \Phi_{\delta 3} R_{\text{m}\delta 3} = 0 \quad (2.21)$$

mit

$$\Phi_{\text{Fe}12} = \Phi_{\text{Fe}11} + \Phi_{\text{Fe}13} \quad (2.22)$$

$$\Phi_{\delta 2} = \Phi_{\text{Fe}21} + \Phi_{\text{Fe}22} \quad (2.23)$$

$$\Phi_{\text{Fe}21} = \Phi_{\delta 1} + \Phi_{\sigma 21} \quad (2.24)$$

$$\Phi_{\text{Fe}22} = \Phi_{\delta 3} + \Phi_{\sigma 22} \quad (2.25)$$

$$\Phi_{\sigma 11} = \Phi_{\text{Fe}11} - \Phi_{\sigma 21} - \Phi_{\delta 1} \quad (2.26)$$

und

$$\Phi_{\sigma 12} = \Phi_{\text{Fe}13} - \Phi_{\sigma 22} - \Phi_{\delta 3} \quad (2.27)$$

Im Unterschied zu Hetero- und Homopolarlager ist eine entkoppelte Betrachtung einzelner Magnetkreise nicht sinnvoll. Das Reluktanzmodell des dreischenkligen Magnetlagers lässt sich mit Hilfe einer einzelnen, aber umfangreicheren Widerstandsmatrix und je einem Vektor für die magnetischen Durchflutungen und die magnetischen Ströme wie folgt beschreiben.

$$\mathfrak{d}_{\text{ds}} = \mathbf{R}_{\text{ds}} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{\text{ds}} \quad (2.28)$$

mit

$$\boldsymbol{\varphi}_{\text{ds}} = \begin{pmatrix} \Theta_1 + \Theta_2 \\ -\Theta_2 - \Theta_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$



sowie

$$\boldsymbol{\varphi}_{\text{ds}} = \begin{pmatrix} \Phi_{\text{Fe11}} \\ \Phi_{\text{Fe12}} \\ \Phi_{\text{Fe13}} \\ \Phi_{\text{Fe21}} \\ \Phi_{\text{Fe22}} \\ \Phi_{\delta 1} \\ \Phi_{\delta 2} \\ \Phi_{\delta 3} \\ \Phi_{\sigma 11} \\ \Phi_{\sigma 12} \\ \Phi_{\sigma 21} \\ \Phi_{\sigma 22} \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

und

$$\mathbf{R}_{\text{ds}} = \begin{pmatrix} R_{\text{Ers4}} & R_{\text{Fe22}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{\sigma 11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_{\text{Ers5}} & R_{\text{Fe23}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{\sigma 12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{\text{Fe32}} & 0 & R_{\delta 1} & R_{\delta 2} & 0 & R_{\sigma 11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{\text{Fe32}} & 0 & -R_{\delta 2} & -R_{\delta 3} & R_{\sigma 12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{\delta 1} & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{\text{Ers6}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{\text{Ers9}} & 0 & 0 & 0 & R_{\delta 3} & 0 & 0 & 0 & -R_{\text{Ers7}} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

mit den magnetischen Ersatzwiderständen

$$R_{\text{Ers4}} = R_{\text{mFe11}} + R_{\text{mFe21}} \quad (2.32)$$

$$R_{\text{Ers5}} = R_{\text{mFe12}} + R_{\text{mFe22}} \quad (2.33)$$

$$R_{\text{Ers6}} = R_{\text{mFe31}} + R_{\text{m}\sigma 21} + R_{\text{m}\delta 23} \quad (2.34)$$

$$R_{\text{Ers7}} = R_{\text{mFe34}} + R_{\text{m}\sigma 22} + R_{\text{m}\delta 23} \quad (2.35)$$

Bei der Bezeichnung der magnetischen Widerstände in der Matrix aus Gleichung 2.31 und dem Formelzeichen der Matrix selbst, wurde aus Platzgründen auf das Indize „m“ verzichtet. Es gilt beispielsweise:  $R_{\text{Fe12}} = R_{\text{mFe12}}$ . Für den in Abbildung 2.2.2 dargestellten stromabhängigen Magnetisierungszustand können somit die intrapolaren Streuflussdichten

$$B_{\sigma 11} = \frac{\Phi_{\sigma 11}}{A_{\sigma 11}} \quad (2.36)$$

und

$$B_{\sigma 12} = \frac{\Phi_{\sigma 12}}{A_{\sigma 12}} \quad (2.37)$$

sowie die interpolare Streuflussdichte

$$B_{\sigma 23} = \frac{\Phi_{\sigma 21} + \Phi_{\sigma 22}}{A_{\sigma 23}} \quad (2.38)$$

bestimmt werden, wobei die vom jeweiligen Streufluss durchsetzte Querschnittsfläche mit  $A_{\sigma 11}$ ,  $A_{\sigma 12}$  bzw.  $A_{\sigma 23}$  gegeben ist.

## 2.3 Zusammenhang zwischen Luftspaltlänge und Streuflussdichte

Um durch Bestimmung der Streuflussdichten eine Aussage über die Position der Welle im Magnetlager treffen zu können, ist zu klären, ob zwischen beiden Größen ein unmittelbarer Zusammenhang besteht. Dabei sollen inter- und intrapolare Streuflüsse, basierend auf den im vorangegangenen Abschnitt entwickelten Modellen, getrennt untersucht werden. Der Einfachheit halber wird der magnetische Hauptfluss  $\Phi_{\text{Fe}1}$  in den folgenden Betrachtungen mit  $\Phi$  und der Fluss im Joch durch den magnetischen Widerstand  $R_{\text{mFe}21}$  mit  $\Phi_{\text{Fe}}$  bezeichnet.

### 2.3.1 Intrapolarer Streufluss

Um die generelle Abhängigkeit des intrapolaren Streuflusses von der Luftspaltlänge zu untersuchen, wird das in Abbildung 2.3.1 dargestellte elektrische Ersatzschaltbild aufgestellt. Es gilt für den einfachsten Fall, bei dem nur in einem Polpaar eine magnetische Durchflutung erzeugt wird. Benachbarte Polpaare werden nicht magnetisiert bzw. so bestromt, dass die resultierende Durchflutung Null beträgt. Überlagerungseffekte durch den Einfluss benachbarter Polpaare werden, wie bereits erwähnt, zu einem späteren Zeitpunkt diskutiert.

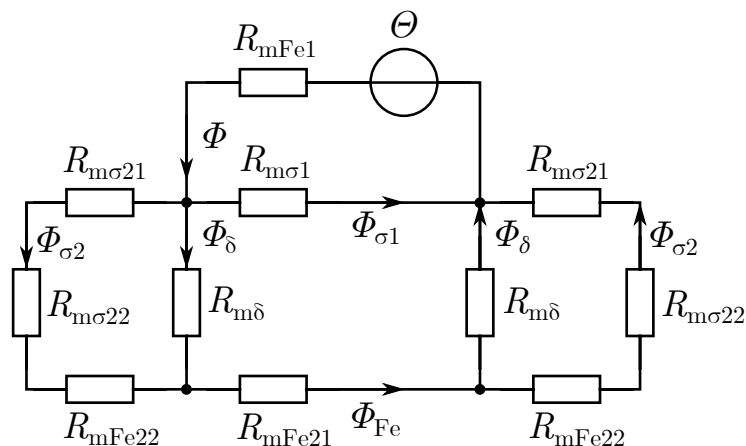


Abb. 2.3.1: Vollständiges Ersatzschaltbild für einen magnetischen Kreis.

Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit sind die interpolaren Streuflusswiderstände und die einzelnen Widerstände der Zähne und des Rückens zu jeweils einem Widerstand zusammengefasst. Die üblicherweise getrennt ausgeführte Steuer- und Grunderregung wurden ebenfalls zusammengefasst. Demnach kann der magnetische Fluss im Luftspalt (Hauptfluss) mit

$$\Phi = \frac{I N}{R_{m\sigma 1} + \frac{R_{m\sigma 1} \left( 2 \frac{(R_{m\sigma 21} + R_{m\sigma 22} + R_{mFe22}) R_{m\delta}}{R_{m\sigma 21} + R_{m\sigma 22} + R_{mFe22} + R_{m\delta}} + R_{mFe21} \right)}{R_{m\sigma 1} + 2 \frac{(R_{m\sigma 21} + R_{m\sigma 22} + R_{mFe22}) R_{m\delta}}{R_{m\sigma 21} + R_{m\sigma 22} + R_{mFe22} + R_{m\delta}} + R_{mFe21}} \quad (2.39)$$

angegeben werden. Der intrapolare Streufluss ist durch

$$\Phi_{\sigma 1} = \frac{I N - \Phi R_{mFe1}}{R_{m\sigma 1}} \quad (2.40)$$

gegeben. Durch Einsetzen und Umstellen erhält man:

$$\Phi_{\sigma 1} = \frac{I N - \frac{I N}{R_{m\sigma 1} + \frac{R_{m\sigma 1} \left( 2 \frac{(R_{m\sigma 21} + R_{m\sigma 22} + R_{mFe22}) R_{m\delta}}{R_{m\sigma 21} + R_{m\sigma 22} + R_{mFe22} + R_{m\delta}} + R_{mFe21} \right)}{R_{m\sigma 1} + 2 \frac{(R_{m\sigma 21} + R_{m\sigma 22} + R_{mFe22}) R_{m\delta}}{R_{m\sigma 21} + R_{m\sigma 22} + R_{mFe22} + R_{m\delta}} + R_{mFe21}}} R_{m\sigma 1}}{R_{m\sigma 1}} \quad (2.41)$$

Durch Untersuchung der ersten Ableitung der intrapolaren Streuflussfunktion nach der Luftspaltlänge  $\delta$  (siehe Anhang A.2) wird deutlich, dass die Monotonie der Funktion über den gesamten Bereich gegeben ist. Damit kann unter der Voraussetzung, dass die Durchflutung  $\Theta$  bekannt ist, jedem Wert des intrapolaren Streuflusses eine eindeutige Rotorposition im Magnetlager zugeordnet werden.

Ob der intrapolare Streufluss  $\Phi_{\sigma 1} = f(\delta)$  mit zunehmender Luftspaltlänge größer oder kleiner wird, lässt sich durch die Betrachtung der Extremwerte klären. Diese sind in der allgemeinen Lösung enthaltene Sonderfälle und dadurch gegeben, dass das Joch an den Polen anliegt bzw. unendlich weit entfernt ist. Bei der Betrachtung des ersten Falls wird angenommen, dass die Länge beider Luftspalte idealerweise Null beträgt. In diesem Fall vereinfachen sich die Ersatzschaltungen für Homo- und Heteropolarlager, wie in Abbildung 2.3.2 dargestellt. Es gilt:  $\Phi_{\delta} = \Phi_{Fe}$  und  $\Phi_{\sigma 2} = 0$ . Das resultierende Netzwerk ist durch die magnetischen Widerstände

$$R_{mFe1} = \frac{l_{Fe1}}{\mu_0 \mu_{Fe} A_{Fe1}} \quad (2.42)$$

und

$$R_{mFe2} = \frac{l_{Fe2}}{\mu_0 \mu_{Fe} A_{Fe2}} \quad (2.43)$$

gekennzeichnet. Es wird die Annahme zugrunde gelegt, dass der Querschnitt  $A$  in allen Bereichen gleich groß ist, sodass gilt:  $A = A_{\text{Fe1}} = A_{\text{Fe2}}$ . Analog dazu ergibt sich der magnetische Widerstand des Streuflusses:

$$R_{m\sigma 1} = \frac{l_{\sigma 1}}{\mu_0 \mu_L A_{\sigma 1}} \quad (2.44)$$

Der Querschnitt, der vom magnetischen Fluss im Bereich des Streuflusses durchsetzt wird, soll als genauso groß wie der des Eisenkreises angenommen werden ( $A = A_{\sigma 1}$ ). Die magnetische Durchflutung ist durch:

$$\Theta = I N \quad (2.45)$$

definiert, wobei  $N$  die Windungszahl und  $I$  der Strom durch die Wicklung ist. Analog zum OHMSchen Gesetz können die magnetischen Ströme  $\Phi$ ,  $\Phi_\delta$  und  $\Phi_{\sigma 1}$  wie folgt beschrieben werden.

$$\Phi = \frac{I N}{R_{m, \text{Fe1}} + \frac{R_{m\sigma 1} R_{m\text{Fe2}}}{R_{m\sigma 1} + R_{m\text{Fe2}}}} \quad (2.46)$$

$$\Phi_\delta = \frac{I N - \Phi R_{m\text{Fe1}}}{R_{m\text{Fe2}}} \quad (2.47)$$

$$\Phi_{\sigma 1} = \frac{I N - \Phi R_{m\text{Fe1}}}{R_{m\sigma 1}} \quad (2.48)$$

Durch Einsetzen erhält man:

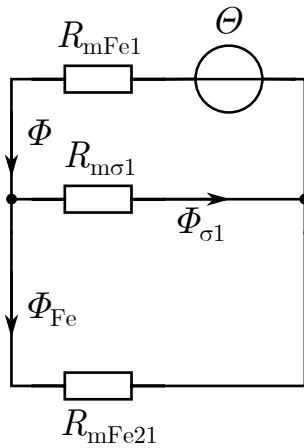
$$\Phi_{\sigma 1} = \frac{I N - \frac{I N}{\frac{l_{\sigma 1}}{\mu_0 \mu_L A} + \frac{l_{\text{Fe2}}}{\mu_0 \mu_{\text{Fe}} A}} - \frac{l_{\text{Fe1}}}{\mu_0 \mu_{\text{Fe}} A}}{\frac{l_{\sigma 1}}{\mu_0 \mu_L A}} \quad (2.49)$$

was sich zu

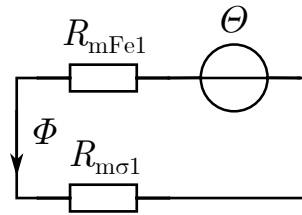
$$\Phi_{\sigma 1} = \frac{A I N l_{\text{Fe2}} \mu_0 \mu_L \mu_{\text{Fe}}}{l_{\text{Fe1}} l_{\text{Fe2}} \mu_L + l_{\text{Fe1}} l_{\sigma 1} \mu_{\text{Fe}} + l_{\text{Fe2}} l_{\sigma 1} \mu_{\text{Fe}}} \quad (2.50)$$

vereinfachen lässt. Damit ist der Wert gegeben, den die Funktion  $\Phi_{\sigma 1} = f(\delta = 0)$  annimmt. Lässt man hingegen den Luftspalt gegen einen unendlich großen Wert streben, vereinfacht sich das Ersatzschaltbild, wie in Abbildung 2.3.3 dargestellt, weiter. Aufgrund des nun fehlenden Jochs schließt sich der gesamte Magnetfluss über den Streuflussespfad und es gilt:  $\Phi_{\sigma 1} = \Phi$ . Damit vereinfacht sich Gleichung 2.50 wie folgt:

$$\Phi_{\sigma 1} = \frac{A I N \mu_0 \mu_L \mu_{\text{Fe}}}{l_{\text{Fe1}} \mu_L + l_{\sigma 1} \mu_{\text{Fe}}} \quad (2.51)$$



**Abb. 2.3.2:** Elektrisches Ersatzschaltbild des vereinfachten Magnetkreises mit der Luftspaltlänge  $\delta = 0$ .

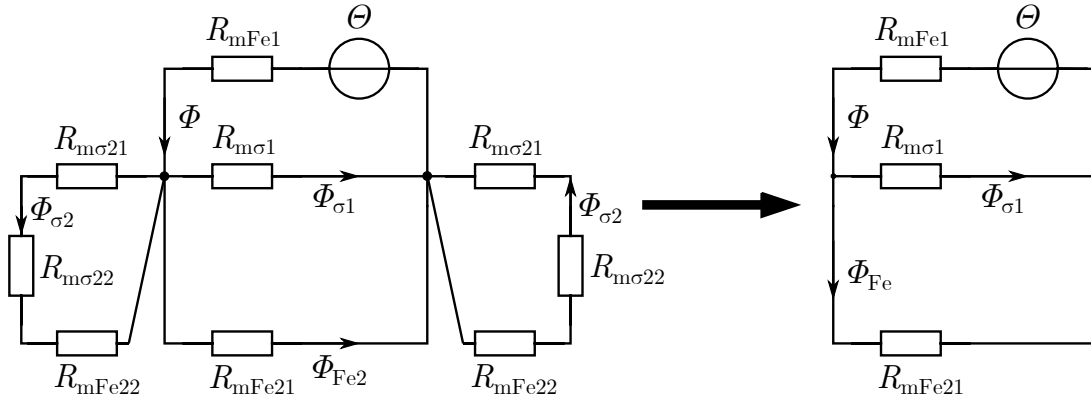


**Abb. 2.3.3:** Vereinfachtes Ersatzschaltbild für einen unendlich großen Luftspalt ( $R_{mFe21}$  entfällt).

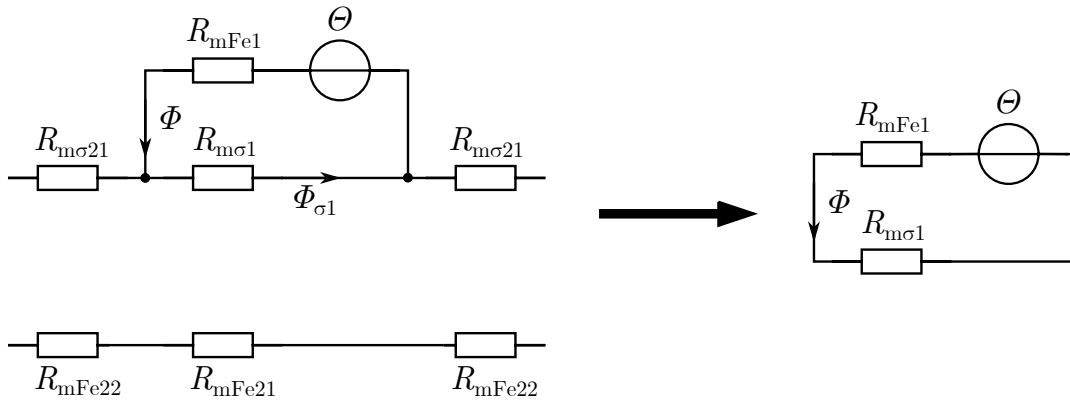
Es lässt sich zeigen, dass der Wert des intrapolaren Streuflusses für den Fall, dass der Luftspalt gegen Unendlich strebt, immer größer ist, als im Falle eines Luftspalts mit der Länge Null (siehe Anhang A.1). Anhand dieser Betrachtungen wird deutlich, dass der Wert des intrapolaren Streuflusses mit zunehmender Luftspaltlänge von einem Anfangswert zu einem größeren Endwert strebt.

### 2.3.2 Interpolärer Streufluss

Analog zum Vorgehen des vorangegangenen Abschnitts, ist der Verlauf der Funktion  $\Phi_{\sigma 2} = f(\delta)$  zu untersuchen. Geht man von einer Luftspaltlänge  $\delta = 0$  bzw.  $\delta = \infty$  aus, lassen sich die Ersatzschaltbilder der magnetischen Widerstände, wie in den Abbildungen 2.3.4 und 2.3.5 verdeutlicht wird, in gleicher Weise vereinfachen, wie dies bei der Betrachtung des intrapolaren Streuflusses möglich war. Anders als dieser, strebt der interpolare Streufluss bei konstanter Durchflutung mit zunehmender Luftspaltlänge keinem Endwert entgegen. Anfangs- und Endwert der Funktion sind Null. Bei einer Vergrößerung des Luftspalts erhöht sich der Wert von  $\Phi_{\sigma 2}$ , bis er ein Maximum erreicht, um anschließend wieder auf den Wert Null abzufallen. Die Funktion  $\Phi_{\sigma 2} = f(\delta)$  lässt sich demnach in zwei Bereiche untergliedern, einen monoton steigenden und einen monoton fallenden Bereich. Um mit Hilfe des interpolaren Streuflusses eine Aussage über die Rotorposition im Magnetlager treffen zu können, ist es von Interesse, ob das Maximum der Funktion in dem Bereich der möglichen Luftspaltlänge liegt. Ist dies der Fall, ist eine eindeutige Zuordnung von gemessenen interpolaren Streuflussdichten zu einer bestimmten Rotorposition nicht möglich. Befindet sich das Maximum der Funktion außerhalb des Bereichs der Werte, die die Luftspaltlänge annehmen kann, ist anhand der gemessenen interpolaren Streuflussdichte  $B_{\sigma 2}$ , bei bekannter Durchflutung, eine Aussage über die Rotorposition im Magnetlager möglich. Die Extremstelle der Funktion des interpolaren Streuflusses  $\Phi_{\sigma 2} = f(\delta)$  ist in erster Linie von konstruktiven Merkmalen des Magnetlagers, wie dem Fanglagerspiel, abhängig und



**Abb. 2.3.4:** Im Falle eines Luftspaltes der Länge Null wird der magnetische Widerstand  $R_{m\delta}$  ebenfalls Null, wodurch der interpolare Streuflusskreis kurzgeschlossen wird und damit entfallen kann.



**Abb. 2.3.5:** Wird der Luftspalt bis ins Unendliche vergrößert, nimmt auch der magnetische Widerstand  $R_{m\delta}$  einen unendlich großen Wert an. Damit geht die Verbindung zu den magnetischen Widerständen des Rotors verloren, wodurch  $R_{m\sigma 2}$  nicht länger berücksichtigt werden muss.

befindet sich näherungsweise an der Stelle, für die gilt (siehe Anhang A.3):

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{l_{\text{Fe}21} (l_{\text{Fe}22} + l_{\sigma} \mu_{\text{Fe}})}{\mu_{\text{Fe}}^2}}$$

Ausgehend vom vollständigen Ersatzschaltbild in Abbildung 2.3.1 erhält man:

$$\Phi_{\sigma 2} = \Phi - \Phi_{\sigma 1} - \Phi_{\delta} \quad (2.52)$$

Wobei der Luftspaltfluss durch:

$$\Phi_{\delta} = \Phi - \Phi_{\sigma 1} \cdot \frac{R_{m\delta} \cdot (R_{m\sigma 2} + R_{m\text{Fe}22})}{R_{m\delta} + R_{m\sigma 2} + R_{m\text{Fe}22}} \quad (2.53)$$

gegeben ist.

## 2.4 Betrachtung der magnetischen Streuflüsse mit Hilfe numerischer Rechnungen

Aufgrund der vorangegangenen Betrachtungen konnte der prinzipielle Zusammenhang zwischen magnetischen Streuflüssen und der Luftspaltlänge in einem Magnetlager und dessen Verwendbarkeit für die Bestimmung der Rotorposition gezeigt werden. Anhand einer an Abbildung 2.2.1 angelehnten Beispielgeometrie (siehe Anhang C.3) sollen im folgenden Abschnitt die Vorhersagen über die grundlegenden Verläufe der Streuflussdichten  $B_{\sigma 1}$  und  $B_{\sigma 2}$  (siehe Abbildung 2.4.1) in Abhängigkeit der Luftspaltlänge  $\delta$  und der Durchflutung  $\Theta$  durch numerische Rechnungen überprüft werden. Die Durchflutung wurde in dieser und den folgenden Betrachtungen in Werten von 50 A, 100 A, 150 A, 200 A, 300 A, 500 A und 1000 A variiert.

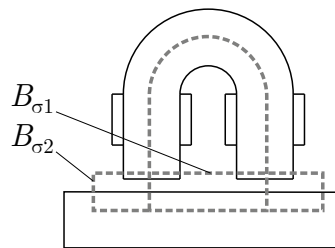


Abb. 2.4.1: Geometrie zur Berechnung der Verläufe der intra- und interpolaren Streuflussdichte.

Die Ermittlung der magnetischen Streuflüsse erfolgte unter der Annahme konstanter Querschnittsflächen für den Hauptfluss  $\Phi_{\delta}$  im Luftspalt sowie für die Streuflüsse  $\Phi_{\sigma 1}$  und  $\Phi_{\sigma 2}$ . Zunächst wurde von einer konstanten Permeabilität des Eisens ausgegangen. Die in den Abbildungen 2.4.2 und 2.4.3 dargestellten Verläufe decken sich mit den auf den Überlegungen des vorangegangenen Abschnitts basierenden Erwartungen.

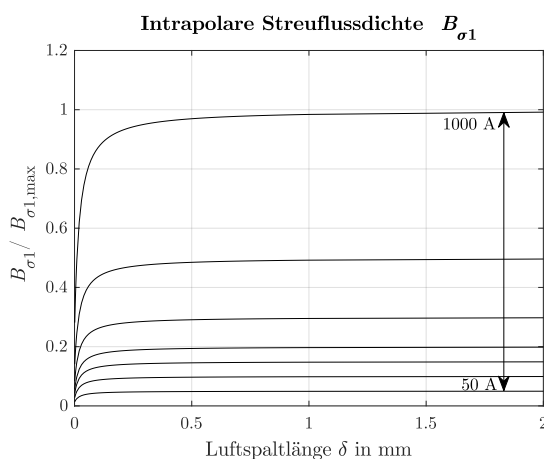


Abb. 2.4.2: Intrapolarer Streufluss in Abhängigkeit der Luftspaltlänge und der Durchflutung mit konstantem  $\mu_{\text{Fe}}$ .

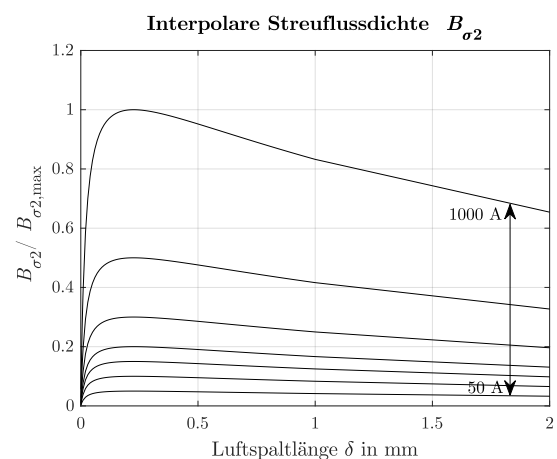
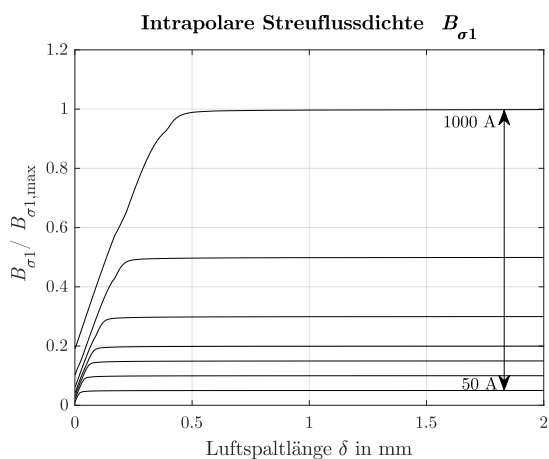
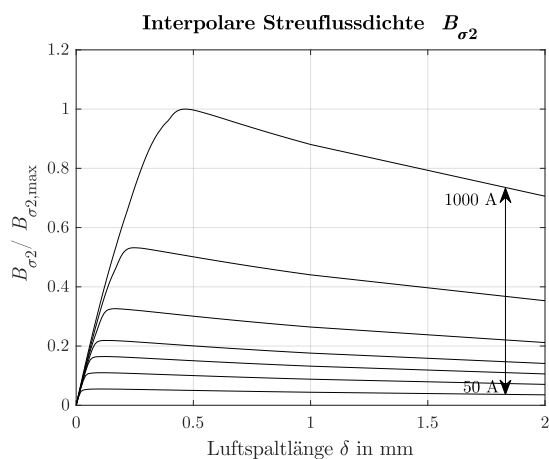


Abb. 2.4.3: Interpolare Streufluss in Abhängigkeit der Luftspaltlänge und der Durchflutung mit konstantem  $\mu_{\text{Fe}}$ .

Besonders bei großen Durchflutungen ist der monoton steigende Verlauf des intrapolaren Streuflusses bzw. das Maximum des interpolaren Streuflusses deutlich zu erkennen. Im nächsten Schritt wurden die magnetischen Sättigungseffekte im Eisen berücksichtigt. Ausgehend von einem Startwert für die magnetische Permeabilität des Eisens wiederholt sich die Berechnungsschleife iterativ. Der Wert für  $\mu_{\text{Fe}}$  wird dabei so lange basierend auf der Magnetisierungskennlinie des Eisens angepasst, bis die Abweichung der errechneten magnetischen Flussdichte im Eisen zwischen vorangegangenen und aktuellem Berechnungsschritt unter einen vorher definierten Schwellenwert fällt. Die so bestimmten magnetischen Streuflüsse weisen, wie in den Abbildungen 2.4.4 und 2.4.5 dargestellt, grundlegend den gleichen Verlauf auf. Auffällig sind die weniger steil ansteigenden Verläufe bei kleinen Luftspalten, die auf den Einfluss der magnetischen Sättigung zurückzuführen sind.

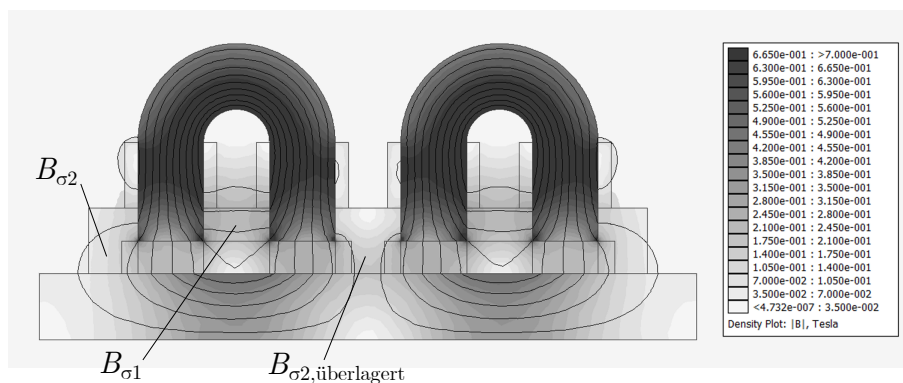


**Abb. 2.4.4:** Intrapolarer Streufluss in Abhängigkeit der Luftspaltlänge und der Durchflutung unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten im Eisenkreis.



**Abb. 2.4.5:** Interpolärer Streufluss in Abhängigkeit der Luftspaltlänge und der Durchflutung unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten im Eisenkreis.

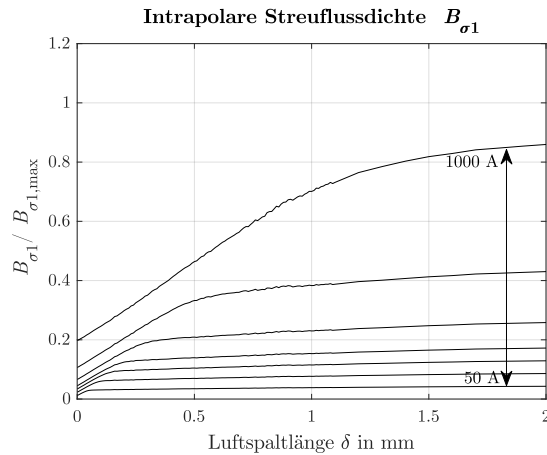
Zur weiteren Überprüfung der Annahmen, die in den Abschnitten 2.3.1 und 2.3.2 getroffen wurden, erfolgt eine Betrachtung der magnetischen Streuflüsse mittels einer FEM-Rechnung (Abbildung 2.4.6).



**Abb. 2.4.6:** FEM-Rechnung in Ausführung als Doppelhufeisen bei einem Luftspalt  $\delta = 5$  mm und einer Durchflutung  $\Theta = 1000$  A pro Polpaar.

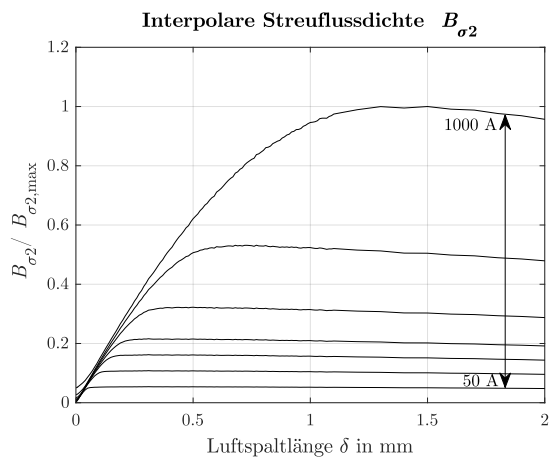


Es zeigt sich, dass der grundsätzliche Zusammenhang zwischen der intrapolaren Streuflussdichte und dem Luftspalt sowie der Durchflutung mit den Erwartungen übereinstimmt. Der in Abbildung 2.4.7 dargestellte mittels FEM-Rechnung bestimmte Verlauf des intrapolaren Streuflusses ist im Vergleich zu den analytischen Betrachtungen erwartungsgemäß weiter abgeflacht, steigt aber monoton an und nähert sich einem Endwert, wodurch anhand des Wertes der Streuflussdichte  $\Phi_{\sigma 1}$  und unter Berücksichtigung der Durchflutung eine eindeutige Aussage über die Luftspaltlänge getroffen werden kann.

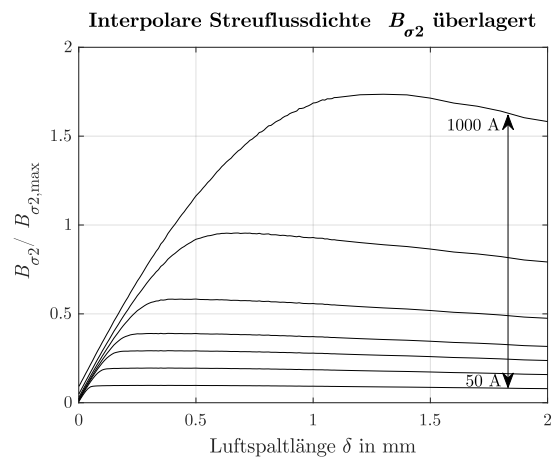


**Abb. 2.4.7:** FEM-Rechnung des intrapolaren Streuflusses mit zunehmender Luftspaltlänge bei unterschiedlichen Durchflutungen.

Ein deutlich flacherer Anstieg des Verlaufs findet sich auch bei der Betrachtung der interpolaren Streuflüsse in der Abbildung 2.4.8 wieder. Die dargestellten Kurven zeigen die Abhängigkeit des interpolaren Streuflusses  $\Phi_{\sigma 2}$  im Bereich links bzw. rechts neben dem Doppelhufeisenmagneten mit zunehmendem Luftspalt und variierten Durchflutungen. In diesem Bereich kommt es nicht zu einer Überlagerung, da keine benachbarten Streuflüsse vorhanden sind. Auch der abfallende Bereich nach Erreichen des Maximums ist deutlich abgeflacht. Im Vergleich dazu ist in Abbildung 2.4.9 der Verlauf der sich überlagernden Streuflüsse dargestellt. Dieser ist ebenfalls auf den Maximalwert des nicht überlagerten Streuflusses normiert und erreicht jeweils Maxima, die näherungsweise dem doppelten Wert der korrespondierenden Kurve aus Abbildung 2.4.8 entsprechen. Dies deckt sich mit dem Erwartungswert, der sich aus den vorangegangenen Überlegungen ergibt. Dass der Wert etwas kleiner ist als theoretisch vorhergesagt, kann auf eine Aufweitung der Magnetfeldlinien in dem betrachteten Bereich zurückgeführt werden, wodurch die messbare Flussdichte kleiner wird. Dadurch ändert sich der prinzipielle Zusammenhang zwischen Luftspaltlänge, der Durchflutung und der Streuflussdichte nicht. Für quantitative Vorhersagen ist jedoch eine Modellierung mittels FEM notwendig. Darüber hinaus wird deutlich, dass für die Bestimmung der Rotorposition durch Messung der interpolaren Streuflussdichte generell die Berücksichtigung der Durchflutung beider Polpaare notwendig ist.



**Abb. 2.4.8:** FEM-Rechnung des interpolaren Streuflusses im Bereich neben den Hufeisenmagneten (keine Überlagerung durch benachbarten Streufluss) mit zunehmender Luftspaltlänge bei unterschiedlichen Durchflutungen.



**Abb. 2.4.9:** FEM-Rechnung des interpolaren Streuflusses im Bereich zwischen den Hufeisenmagneten (benachbarte interpolare Streuflüsse überlagern sich) mit zunehmender Luftspaltlänge bei unterschiedlichen Durchflutungen.

## 2.5 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt konnte anhand eines vereinfachten Modells gezeigt werden, wie sich magnetische Streuflüsse in Magnetlagern zur Bestimmung der Wellenposition nutzen lassen. Neben den Streuflussdichten müssen zusätzlich die Momentanwerte der Durchflutungen bzw. der Spulenströme bekannt sein. Je nach dem Ort, an dem der Streufluss bestimmt wird, kann zwischen zwei Streuflussarten unterschieden werden. Bei Hetero- und Homopolarlagern tritt zwischen den magnetischen Polen einer Lagerachse der intrapolare Streufluss  $\Phi_{\sigma_1}$  und zwischen den gleichnamigen Polen benachbarter Lagerachsen der interpolare Streufluss  $\Phi_{\sigma_2}$  auf. Bei dreischenkigen Lagern ist die Ausbildung von intra- und interpolaren Streuflüssen abhängig von der momentanen Richtung der Spulenströme und damit eine sich zeitlich ändernde Konfiguration, die aber bezüglich der Abhängigkeit zwischen Luftspalt und Streuflussdichte grundlegend die gleichen Gesetzmäßigkeiten aufweist, wie dies bei Homo- und Heteropolarlagern der Fall ist. Während die intrapolare Streuflussdichte  $B_{\sigma_1}$  bei konstanter Durchflutung direkt proportional zum Luftspalt  $\delta$  ist, weist die interpolare Streuflussdichte  $B_{\sigma_2}$  einen Verlauf auf, der sich in zwei Abschnitte untergliedert. Zunächst steigt diese mit zunehmendem Luftspalt bis zu einem Maximalwert an und fällt bei weiterer Vergrößerung der Luftspaltlänge wieder ab. Das bedeutet, dass der intrapolare Streufluss in jedem Fall zur Bestimmung der Rotorposition genutzt werden kann, wohingegen die Betrachtung der interpolaren Streuflüsse nur dann zu einem eindeutigen Ergebnis führt, wenn die Luftspaltlänge immer kleiner als die zum Maximum der Kennlinie zugehörige Luftspaltlänge bzw. größer als diese ist. Da der interpolare Streufluss im realen Magnetlager immer durch eine Überlagerung der Streuflüsse zweier benachbarter Magnetkreise gebildet wird, ist für eine Bestimmung der Wellenposition, anders als beim

intrapolaren Streufluss, nicht nur die Messung des jeweiligen Spulenstroms des betrachteten Magnetkreises notwendig. Vielmehr müssen die Spulenströme der Magnetkreise beider Achsen zur Bestimmung der Position herangezogen werden.

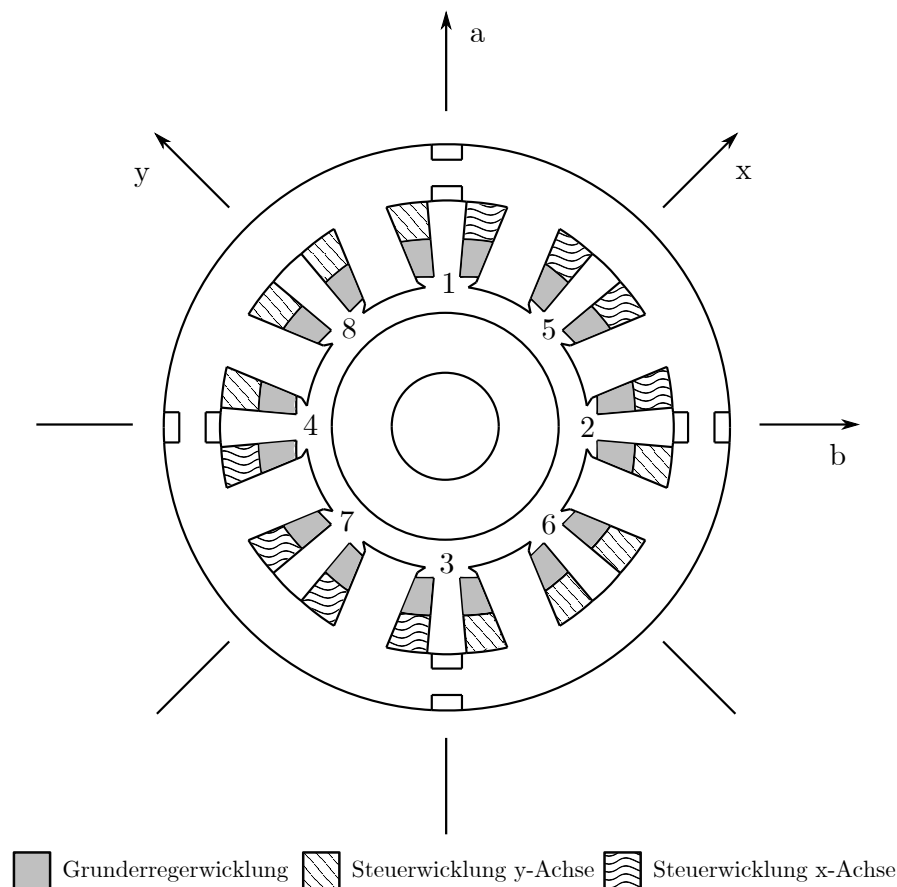


## **3 Magnetische Streuflüsse im realen Magnetlager**

Im vorangegangenen Abschnitt konnte anhand eines vereinfachten Modells gezeigt werden, dass eine Bestimmung der Position des Rotors im Magnetlager durch eine Messung der magnetischen Streuflüsse und der entsprechenden Spulenströme prinzipiell möglich ist. Im Folgenden soll der Zusammenhang zwischen Luftspatlänge, Streufluss und Spulenstrom anhand von Berechnungen und Messungen mit einem Magnetometer an einem realen Magnetlager gezeigt werden.

### **3.1 Auswahl eines geeigneten Lagertyps und möglicher Messpositionen**

Ausgehend von den Überlegungen des Kapitels 2, soll anhand einer FEM-Rechnung der Zusammenhang zwischen gemessenen Streuflussdichten und der Rotorposition im Magnetlager untersucht werden. Zu Beginn ist zunächst ein geeigneter repräsentativer Magnetlagertyp auszuwählen. Dreischenkige Lager weisen zwar mit Hinblick auf die Fertigung die geringste Komplexität auf, erfordern aber aus regelungstechnischer Sicht einen höheren Aufwand als Homo- und Heteropolarlager. Zudem stellt die Tatsache, dass intra- und interpolare Streuflüsse ihre Lokalisierung in Abhängigkeit der Vorzeichen der fließenden Lagerströme permanent ändern, eine weitere Schwierigkeit dar. Beim Vergleich von Homo- und Heteropolarlager zeigt sich, dass letzteres nur über eine Polebene verfügt, während Homopolarlager zwei und mehr Polebenen aufweisen, was die Messung der intra- und in-



**Abb. 3.1.1:** Mögliche Positionen zur Messung magnetischer Streuflüsse in einem achtpoligen Heteropolarlager.

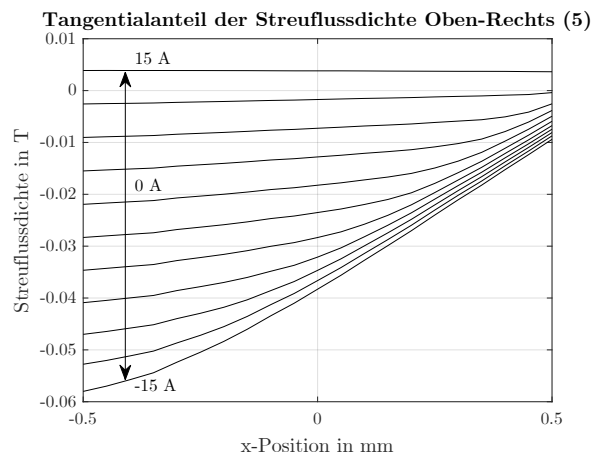
terpolaren Streuflussdichten aufwändiger gestaltet. Somit stellt ein achtpoliges Heteropolarlager die Konfiguration mit der niedrigsten Komplexität dar, bei der die Untersuchung beider Streuflussarten möglich ist.

Nach der Wahl des Magnetlagers, auf dem die weiteren Untersuchungen aufbauen, ist zu klären, wo genau im Lager die Messung der Streuflussdichten erfolgen kann, um ein entsprechendes Modell zu erstellen. Eine detaillierte Beschreibung des Versuchsstandes und des Magnetlagers erfolgt in einem späteren Abschnitt. Zunächst wird von einer allgemeingültigen Bauform ausgegangen, bei der sich die in Abbildung 3.1.1 dargestellten acht möglichen Messpositionen ergeben. Zur Auswahl stehen vier Messpositionen (5, 6, 7 und 8), die zwischen entgegengesetzt magnetisierten Polen einer Lagerachse (x- und y-Achse) zu finden sind und vier Messpositionen, die zwischen den gleichmagnetisierten Polen benachbarter Lagerachsen (1, 2, 3 und 4) lokalisiert sind. Diese bilden ein im Uhrzeigersinn um  $45^\circ$  gedrehtes Koordinatensystem, dessen Achsen im Weiteren als a- und b-Achse bezeichnet werden sollen. Gemäß den theoretischen Überlegungen des vorherigen Kapitels ist an den Positionen Eins bis Vier mit interpolaren Streuflüssen zu rechnen, die hauptsächlich radiale Flusskomponenten aufweisen. An den Positionen Fünf bis Acht treten hingegen intrapolare Streuflüsse auf. Diese sind zum überwiegenden Teil tangential ausgerichtet. Um eine prinzipielle Aussage treffen zu können, welche Positionen für die Realisierung

eines streuflussbasierten Lagemesssystems am besten geeignet sind, wird das Verhalten der magnetischen Flussdichte in Abhängigkeit der Rotorposition und der magnetischen Durchflutung betrachtet. Dazu wird mit Hilfe der frei verfügbaren Software FEMM ein Modell des Magnetlagers erstellt. Durch die übergeordnete Softwareinstanz MATLAB erfolgen die Modellgenerierung und die Variation der Parameter Script-gesteuert. Das aktive Radiallager verfügt über eine Grunderregerwicklung mit 55 Windungen pro Zahn und eine Steuererregerwicklung mit 22 Windungen pro Zahn. Während der Grunderregerstrom 6 A beträgt, kann der Steuerstrom zwischen  $\pm 15$  A variiert werden. Anhand eines numerischen Modells sollen Vorhersagen über die zu erwartenden magnetischen Streuflussdichten in Abhängigkeit der Rotorposition und der Spulenströme getroffen werden. Dazu wurde der Rotor entlang der x-, y-, a- und b-Achse von  $-0,5$  mm bis  $+0,5$  mm in  $0,1$  mm Schritten verschoben und an jeder Position der Steuerstrom der betreffenden Achse von  $-15$  A bis  $+15$  A in  $3$  A Schritten variiert.

### 3.1.1 Streuflüsse bei Rotorverschiebung entlang der x- und y-Achse

Für eine Verschiebung des Rotors entlang der x-Achse, bei der der Rotor von Messposition Sieben hin zur Position Fünf verschoben wird, ergeben sich die in Abbildung 3.1.2 dargestellten Verläufe für die an Position Fünf berechnete Streuflussdichte in Abhängigkeit der Rotorposition und des Steuerstroms. Die Verläufe der berechneten Streuflussdichten stimmen gut mit den Überlegungen aus dem Abschnitt 2 überein.



**Abb. 3.1.2:** An Position Fünf berechnete magnetische Streuflussdichte in Abhängigkeit der Rotorposition und des Steuerstromes  $I_x$ .

Eine Verkleinerung des Luftspalts führt zu einem Abfall der Streuflussdichte, wohingegen die Erhöhung der Steuerströme für eine Spreizung der Kennlinien sorgt. Im Fall von positiven Steuerströmen von 15 A heben sich, aufgrund des Wickelsinns der Grund- und Steuererregerwicklung, beide Durchflutungen auf, so dass die resultierende magnetische Durchflutung für die Bereiche Oben-Rechts (5) und Unten-Rechts (6) Null beträgt. Die entsprechende Verteilung der magnetischen Flussdichte im Lager ist in Abbildung 3.1.3

dargestellt. Theoretisch sollte in diesem Fall auch der Wert der Streuflussdichte an der oberen rechten Messposition (5) Null betragen. Die zum Steuerstrom von 15 A gehörende Kennlinie in Abbildung 3.1.2 weist, entgegen den Erwartungen, von Null verschiedene Werte auf. Ursache dafür sind Sättigungseffekte im Eisenkreis, die dafür sorgen, dass sich der magnetische Fluss nicht ausschließlich im gegenüberliegenden unteren linken Bereich (7) konzentriert. Ein geringer Teil des Magnetflusses schließt sich auch über den gesamten Rücken des Stators, wodurch es zu gering ausgeprägten Streuflüssen im Messbereich Oben-Rechts (5) kommt (siehe Abbildung 3.1.3).

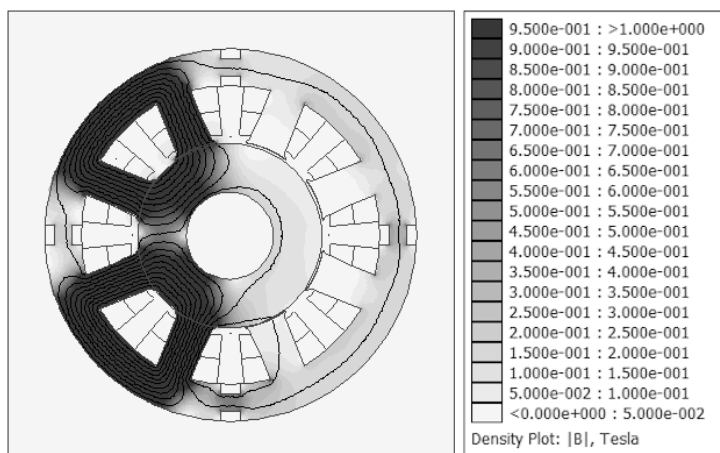


Abb. 3.1.3: Verteilung der magnetischen Flussdichte bei einem Steuerstrom von 15 A.

Die sich für die gegenüberliegende Position Sieben ergebenden Streuflussdichten sind analog dazu in Abbildung 3.1.4 dargestellt. Erwartungsgemäß weisen diese ein entgegengesetztes Verhalten auf. Mit zunehmender Vergrößerung des Luftspalts steigt die Streuflussdichte an. Der größte Anstieg bei gleichzeitig größter Differenz der berechneten Werten zwischen den beiden Endlagen der Rotorposition, wird bei einem positiven Steuerstrom von 15 A erreicht, was einer resultierenden Durchflutung von 660 A entspricht, wohingegen eine Änderung hin zu negativen Stromstärken eine Abflachung der Kennlinien bewirkt.

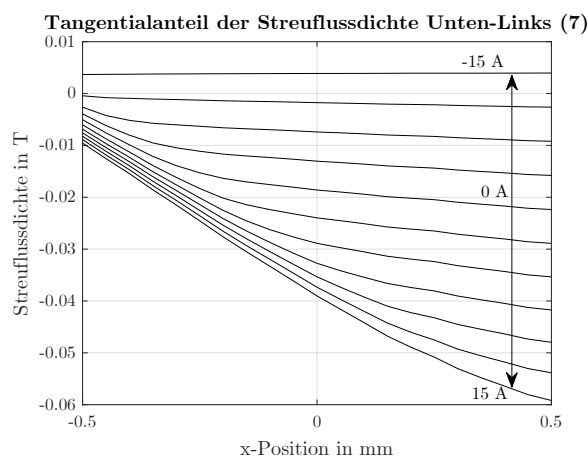
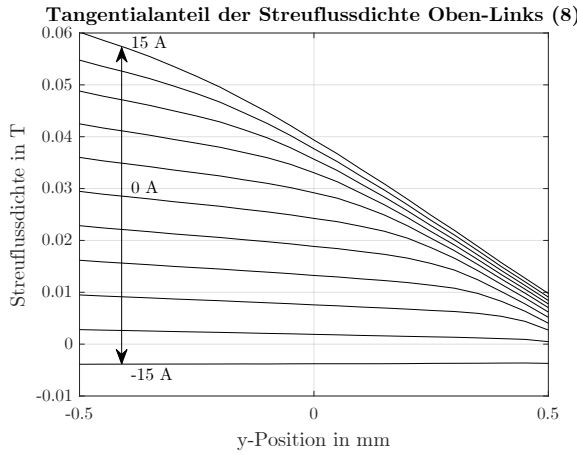


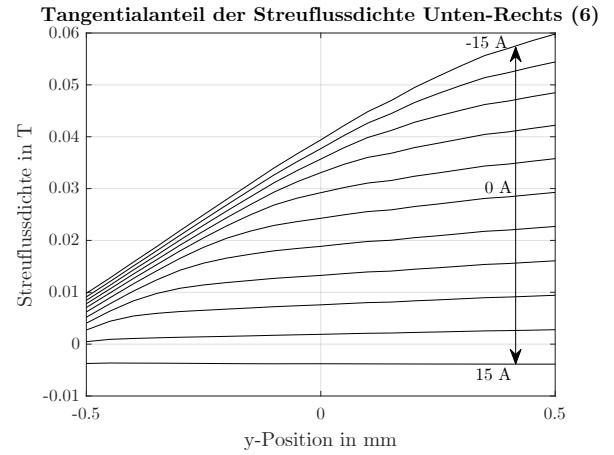
Abb. 3.1.4: An Position Sieben berechnete magnetische Streuflussdichte in Abhängigkeit der Rotorposition und des Steuerstromes  $I_x$ .



Aufgrund des rotationssymmetrischen Aufbaus eines heteropolaren Magnetlagers ist bei einer Verschiebung des Rotors entlang der y-Achse mit einem analogen Verhalten für die an den Positionen Sechs und Acht ermittelten Streuflussdichten zu rechnen. Die entsprechenden Verläufe sind in den Abbildungen 3.1.5 und 3.1.6 dargestellt.



**Abb. 3.1.5:** An Position Acht berechnete magnetische Streuflussdichte in Abhängigkeit der Rotorposition und des Steuerstroms  $I_y$ .



**Abb. 3.1.6:** An Position Sechs berechnete magnetische Streuflussdichte in Abhängigkeit der Rotorposition und des Steuerstroms  $I_y$ .

### 3.1.2 Streuflüsse bei Rotorverschiebung entlang der a- und b-Achse

Analog zu den Betrachtungen des vorangegangenen Abschnitts soll nun der Verlauf der Streuflussdichte an den Messpositionen Eins, Zwei, Drei und Vier bei einer Verschiebung des Rotors entlang der a-Achse bzw. der b-Achse untersucht werden. Wie bereits in Kapitel 2 gezeigt, setzt sich die messbare interpolare Streuflussdichte aus den entsprechenden Komponenten benachbarter Achsen zusammen. Daraus folgt, dass auch die Durchflutungen dieser Achsen in die Betrachtung einbezogen werden müssen. Für den interpolaren Streufluss an der Messposition Oben (1) gilt beispielsweise:

$$\Phi_{\sigma 2a} = \Phi_{\sigma 2x} + \Phi_{\sigma 2y} \quad (3.1)$$

mit

$$\Phi_{\sigma 2x} = f(\Theta_x) \quad \text{und} \quad \Phi_{\sigma 2y} = f(\Theta_y) \quad (3.2)$$

Dabei repräsentieren  $\Theta_x$  und  $\Theta_y$  die resultierenden Durchflutungen, welche in den Polpaaren der positiven x- und y-Achse wirksam sind. Diese stellen jeweils wieder eine Überlagerung der Grunderregerdurchflutung und der Steuerdurchflutung dar.

$$\Theta_x = I_G N_G + I_x N_x \quad (3.3)$$

$$\Theta_y = I_G N_G + I_y N_y \quad (3.4)$$

Da dynamische Übergangsvorgänge erst in einem späteren Kapitel dieser Arbeit untersucht werden, soll der Steuerstrom  $I_G$  zunächst als zeitinvariant betrachtet werden und ist wie die Windungszahlen  $N_G$ ,  $N_x$  und  $N_y$  eine Konstante. Somit können die resultierenden Durchflutungen jeweils als Funktion des entsprechenden Steuerstroms aufgefasst werden.

$$\Theta_x = f(I_x) \quad \text{und} \quad \Theta_y = f(I_y) \quad (3.5)$$

Fasst man diese Durchflutungen zu einer resultierenden Durchflutung  $\Theta_a$  mit

$$\Theta_a = \Theta_x + \Theta_y \quad (3.6)$$

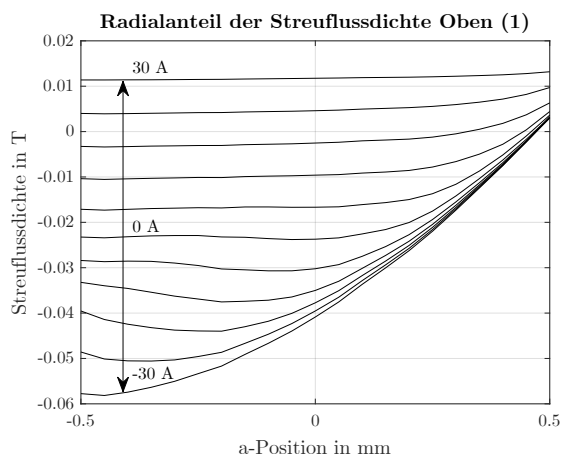
zusammen, kann der resultierende Steuerstrom  $I_a$  mit

$$I_a = I_x + I_y \quad (3.7)$$

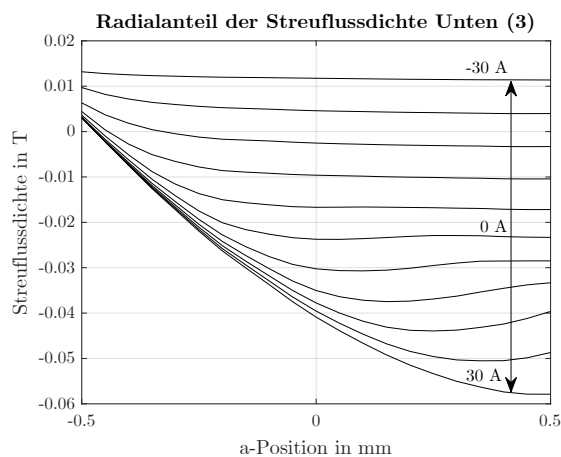
eingeführt werden. Analog dazu wird für Untersuchungen der Rotorverschiebung in der b-Achse der resultierende Steuerstrom  $I_b$  mit

$$I_b = I_x - I_y \quad (3.8)$$

definiert. Die Variation der Steuerströme findet dabei in 6 A Schritten von  $-30$  A bis 30 A statt. Interpolare Streuflüsse enthalten hauptsächlich radiale Flussanteile. Die in den Abbildungen 3.1.7 und 3.1.8 dargestellten Kennlinien weisen den im Kapitel 2 diskutierten charakteristischen Verlauf auf.



**Abb. 3.1.7:** An Position Eins berechnete magnetische Streuflussdichte in Abhängigkeit der Rotorposition und des Steuerstroms  $I_a$ .

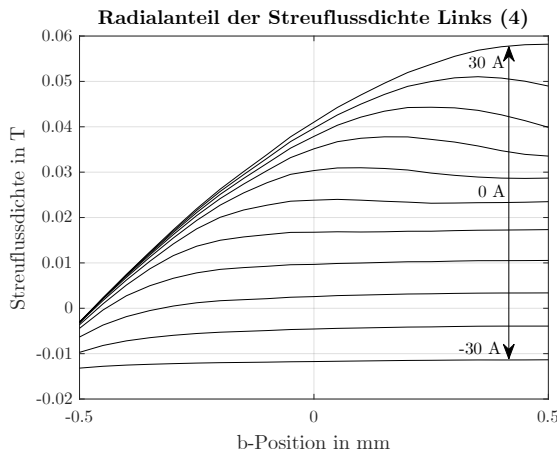


**Abb. 3.1.8:** An Position Drei berechnete magnetische Streuflussdichte in Abhängigkeit der Rotorposition und des Steuerstroms  $I_a$ .

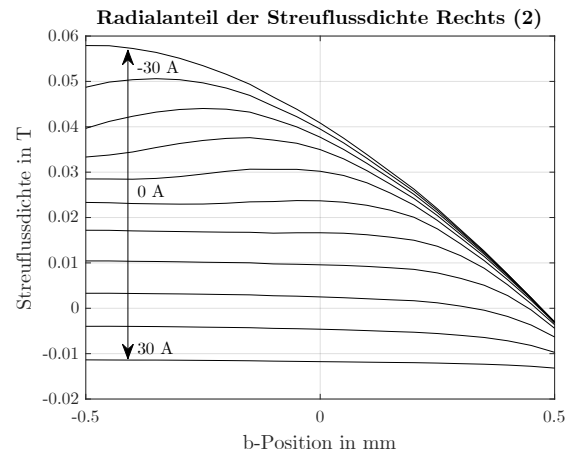
Bei einer Verkleinerung des Luftspalts durch Verschiebung des Rotors von Position Drei hin zu Position Eins verringert sich der Betrag der interpolaren Streuflussdichte an Position Eins, wohingegen sich ihr Betrag an Position Drei erhöht. Die Variation der Steuerströme sorgt analog zu dem Verhalten der intrapolaren Streuflüsse für eine Spreizung sowie für

eine Vergrößerung des Anstiegs der Kennlinie. Das für interpolare Streuflüsse typische betragsmäßige Maximum ist deutlich erkennbar.

Analog zu den Betrachtungen der intrapolaren Streuflüsse bei Verschiebung des Rotors entlang der x- und y-Achse und aufgrund des rotationssymmetrischen Aufbaus eines heteropolaren Magnetlagers ergeben sich bei einer Verschiebung des Rotors entlang der b-Achse vergleichbare Kennlinienverläufe. Diese sind für den interpolaren Streufluss an der Position Zwei in Abbildungen 3.1.10 und für die Position Vier in Abbildungen 3.1.9 dargestellt.



**Abb. 3.1.9:** An Position Vier berechnete magnetische Streuflussdichte in Abhängigkeit der Rotorposition und des Steuerstroms  $I_b$ .

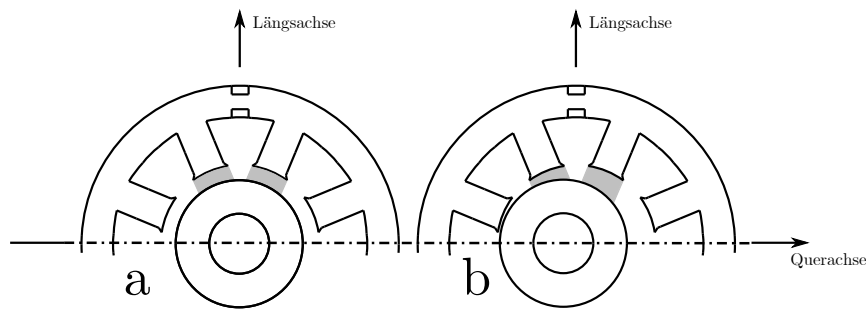


**Abb. 3.1.10:** An Position Zwei berechnete magnetische Streuflussdichte in Abhängigkeit der Rotorposition und des Steuerstroms  $I_b$ .

### 3.1.3 Änderung der Streuflüsse bei Querverschiebung des Rotors

Bisher wurde die Änderung der intra- und interpolaren Streuflussdichte bei Längsverschiebung des Rotors betrachtet. Dabei wurde davon ausgegangen, dass der Rotor sich in der nicht betrachteten Achse in der Mittellage befindet. Wird beispielsweise die Abhängigkeit der interpolaren Streuflussdichte an den Positionen Oben (1) und Unten (3) während einer Verschiebung des Rotors entlang der a-Achse betrachtet, wurde die Position des Rotors in der b-Achse mit  $b = 0$  angenommen. In der Praxis sind aber auch abweichende Positionen möglich. Ob und in welchem Maße sich eine Querverschiebung auf das Verhalten der Streuflüsse bei Längsverschiebung auswirkt, soll im Folgenden untersucht werden.

Kommt es zu einer Verschiebung in der Querachse, geht die Konzentrizität der magnetisch aktiven Flächen der Längsachse verloren. Dies wirkt sich, wie in Abbildung 3.1.11 dargestellt, auf die betreffenden Luftspaltlängen aus, was eine Veränderung der Flussverteilung zur Folge hat.



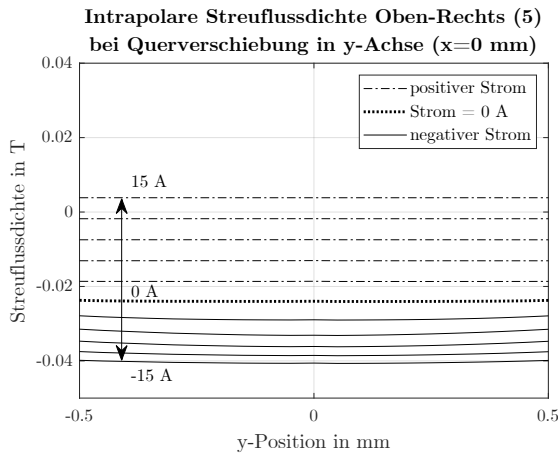
**Abb. 3.1.11:** Auswirkung der Querverschiebung auf die Konzentrität der Polflächen in der Längsachse.

Infolgedessen kommt es ebenso zu einer Änderung der intra- bzw. interpolaren Streuflussdichte. Folgendes Beispiel soll zur Verdeutlichung der Problematik dienen: Die Position des Rotors soll in der a-Achse bestimmt werden. Dazu werden die interpolaren Streuflüsse an den Messpositionen Oben (1) und Unten (3) bestimmt. Eine Änderung dieser lässt gemäß den vorangegangenen Betrachtungen und unter Berücksichtigung der momentan fließenden Spulenströme einen Rückschluss auf die Rotorposition in der a-Achse zu. Geht man nun davon aus, dass der Rotor in der a-Achse in der Mitte fixiert ist, kommt es bei Verschiebung in der b-Achse zu einer Änderung der Streuflussdichten der Messpositionen Oben (1) und Unten (3). Ein streuflussbasiertes Messsystem würde dies als Änderung der Rotorlage in der a-Achse missinterpretieren, obwohl diese fixiert und unverändert ist. Da die in Kapitel 2 eingeführten Modelle die Konzentrität der magnetisch aktiven Flächen der Pole und des Rotors nicht berücksichtigen, wird der Einfluss der Querverschiebung analog zum Vorgehen bei der Bestimmung der Streuflussdichte bei Längsverschiebung des Rotors (Abschnitt 3.1.1 und 3.1.2) anhand eines FEM-Modells ermittelt. Wie sich die entsprechende Streuflussdichte in Abhängigkeit der Querverschiebung und des Steuerstroms ändert, ist in der Abbildung 3.1.12 am Beispiel der intrapolaren Streuflussdichte an der Messposition Oben-Rechts (5) und für eine Verschiebung entlang der y-Achse (siehe Abbildung 3.1.13) bei Fixierung des Rotors in der Mitte der x-Achse und Variation des Steuerstroms  $I_x$  dargestellt.

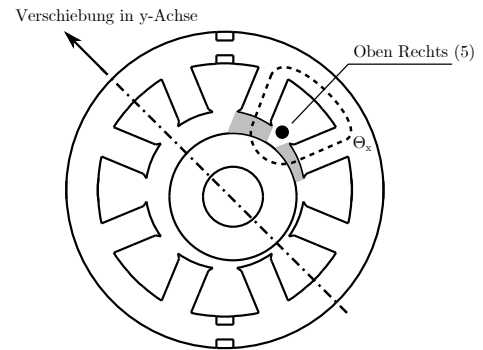
Der Einfluss der Querverschiebung im a/b-Koordinatensystem (siehe Abbildung 3.1.15) wird repräsentativ, durch den Verlauf der Streuflussdichte an der Position Oben (1) bei Verschiebung des Rotors in der b-Achse, in Abbildung 3.1.14 verdeutlicht. Sind die Steuerströme so gerichtet, dass sich die Durchflutungen der Grunderregerwicklung und der Steuerwicklung teilweise bzw. ganz kompensieren<sup>1</sup>, dann führt die Querverschiebung im x/y-System mit zunehmender positiver Stromstärke zu einer Verkleinerung<sup>2</sup> des Wertes der intrapolaren Streuflussdichte. Bei negativen Werten des Steuerstroms zeigt sich ein entgegengesetztes Verhalten, wie die Abbildung 3.1.16 verdeutlicht. Im Fall einer Querverschiebung im a/b-System kann keine eindeutige Aussage über die relative Abweichung in Abhängigkeit des Steuerstroms getroffen werden. Sind die Steuerströme so gerichtet,

<sup>1</sup>Für die Messposition Oben-Rechts (5) entspricht dies einem positiven Steuerstrom.

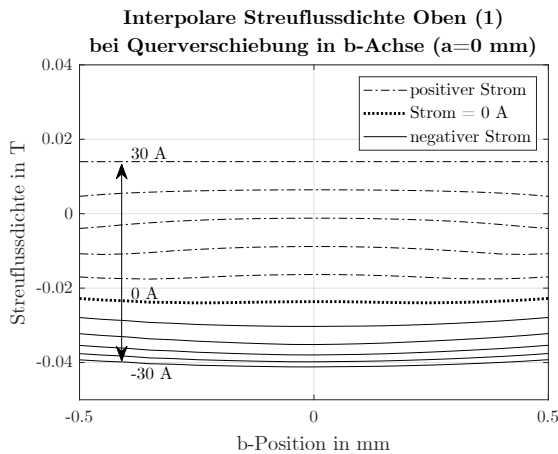
<sup>2</sup>Im Vergleich zur Flussdichte bei Positionierung des Rotors in der Lagermitte.



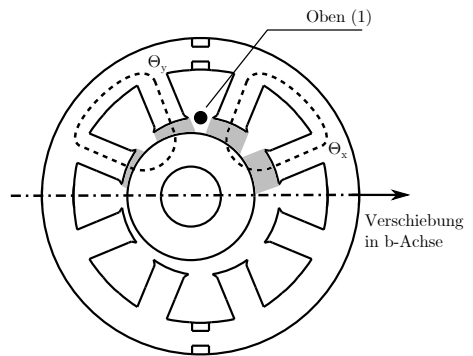
**Abb. 3.1.12:** Auswirkung der Querverschiebung in der y-Achse auf den Tangentialanteil der intrapolaren Streuflussdichte an der Messposition Oben-Rechts (5) bei Variation von  $I_x$ .



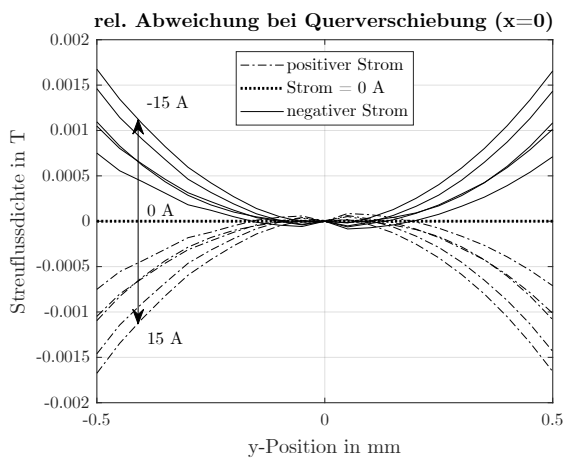
**Abb. 3.1.13:** Bestimmung der Streuflussdichte bei Verschiebung des Rotors entlang der y-Achse ( $x = 0$ ) und Variation des Steuerstroms  $I_x$ .



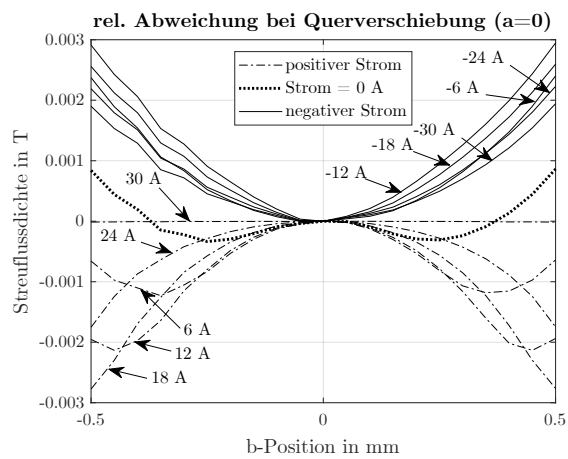
**Abb. 3.1.14:** Auswirkung der Querverschiebung in der b-Achse auf den Radialanteil der interpolaren Streuflussdichte an der Messposition Oben (1) bei Variation des resultierenden Steuerstroms  $I_a$ .



**Abb. 3.1.15:** Bestimmung der Streuflussdichte bei Verschiebung des Rotors entlang der b-Achse ( $a = 0$ ) und Variation des resultierenden Steuerstroms  $I_a$ .



**Abb. 3.1.16:** Relative Abweichung des Tangentialanteils der intrapolaren Streuflussdichte an der Messposition Oben-Rechts (5) bei Querverschiebung in der y-Achse.



**Abb. 3.1.17:** Relative Abweichung des Radialanteils der interpolaren Streuflussdichte an der Messposition Oben (1) bei Querverschiebung in der b-Achse.

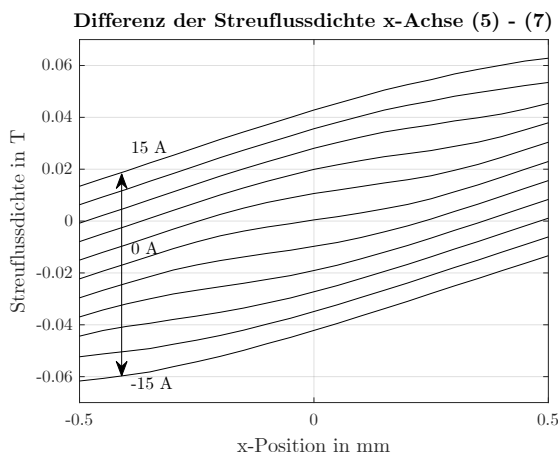
dass es zu einer Kompensation der von Grunderregung und Steuerwicklung hervorgerufenen Durchflutungen kommt, vergrößert sich die relative Abweichung zunächst bis zu einem Wert des Steuerstroms von ca. 18 A. Dabei fällt auf, dass die Abweichung bei Vergrößerung der Auslenkung in der Querachse zunächst größer wird. Ab einem bestimmten Grad der Querverschiebung ändert sich das Verhalten jedoch und die Abweichung der interpolaren Streuflussdichte nimmt bei weiterer Vergrößerung der Auslenkung wieder ab. (Abbildung 3.1.17 Kennlinien 6 A und 12 A). Bei einer Erhöhung des Steuerstroms über 18 A hinaus, kommt es zu einer Abflachung der Kennlinien. Dies führt so weit, dass bei voller Aussteuerung des Steuerstroms praktisch keine relative Abweichung der interpolaren Streuflussdichte mehr auftritt. Die Kennlinien der negativen Steuerströme (additive Überlagerung der Durchflutungen) weisen hingegen bezüglich der Abweichung infolge einer Querverschiebung ein grundlegend stetiges Verhalten auf. Wobei eine Erhöhung des Steuerstroms bis zu einem Wert von ca. 12 A auch hier zunächst zu steileren Anstiegen führt. Bei einer weiteren Erhöhung des Stroms flachen die Kennlinien jedoch wieder ab.

### 3.2 Nutzbarkeit der intra- und interpolaren Streuflüsse als Lagemesssystem

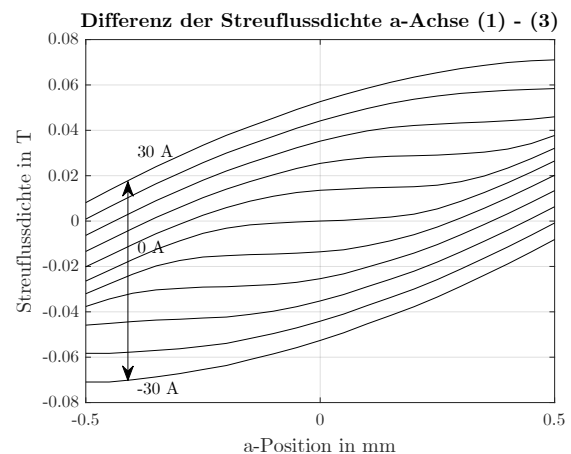
Basierend auf den Überlegungen aus Kapitel 2 und den durch FEM-Rechnung gewonnenen Kennlinien konnte gezeigt werden, dass eine Bestimmung der Rotorposition durch Messung der Streuflüsse bzw. der Streuflussdichten zwischen den Magnetpolen unter Berücksichtigung der Steuerströme prinzipiell möglich ist. Dabei unterscheiden sich die Maxima und Minima der gemessenen Streuflusswerte, je nach Größe des Steuerstroms, deutlich. Bei großen Durchflutungen durch additive Überlagerung der Grunderregung und der Steuererregung ist die Differenz der Extremwerte deutlich größer ausgeprägt als bei geringen

Durchflutungen. Dies ist der Fall, wenn Grunderregung und Steuererregung sich ganz oder teilweise aufheben. Unabhängig vom später verwendeten Messprinzip, bedeuten kleinere Differenzen der Extremwerte auch kleinere Auflösungen des Messsystems. Aus regelungstechnischer Sicht ist aber immer ein möglichst großer Unterschied zwischen dem kleinsten und dem größten Messwert zu bevorzugen. Je nach momentaner Lagerkraft und den damit verbundenen Spulenströmen variiert die Qualität eines streuflussbasierten Messsystems dadurch stark. Im Fall der interpolaren Streuflüsse kommt hinzu, dass diese ein betragsmäßiges Maximum aufweisen und damit keine eindeutige Zuordnung bestimmter Werte der gemessenen Streuflüsse zu einer bestimmten Rotorposition möglich ist.

Bei genauerer Betrachtung der Kennlinien gegenüberliegender Messpositionen fällt jedoch auf, dass diese eine gewisse Symmetrie aufweisen. Immer dann, wenn sich die Kennlinie des Streuflusses an der einen Messposition besonders flach darstellt, sind der Anstieg und die Differenz der Extremwerte der Kennlinie an der gegenüberliegenden Messposition entsprechend stark ausgeprägt. Durch die Bildung der Differenz gegenüberliegender Messwerte weisen die in den Abbildungen 3.2.1 und 3.2.2 exemplarisch dargestellten Kennlinien eine deutlich bessere Linearität auf. Die Variation des Steuerstroms führt nun zu einer Verschiebung, bei der der Anstieg und die Differenz des Minimums und des Maximums weitestgehend konstant bleiben. [RWM13b] Auffällig ist ein abgeflachter Bereich, der sich

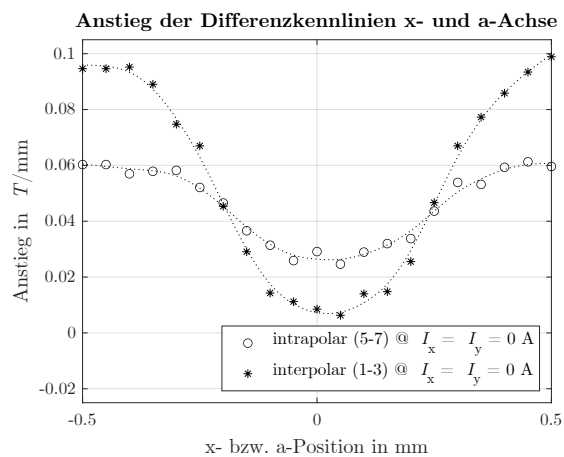


**Abb. 3.2.1:** Differenz gegenüberliegender intrapolarer Streuflussdichten der x-Achse in Abhängigkeit der Rotorposition und bei unterschiedlichen Steuerströmen.



**Abb. 3.2.2:** Differenz gegenüberliegender interpolarer Streuflussdichten der a-Achse in Abhängigkeit der Rotorposition und bei unterschiedlichen Steuerströmen.

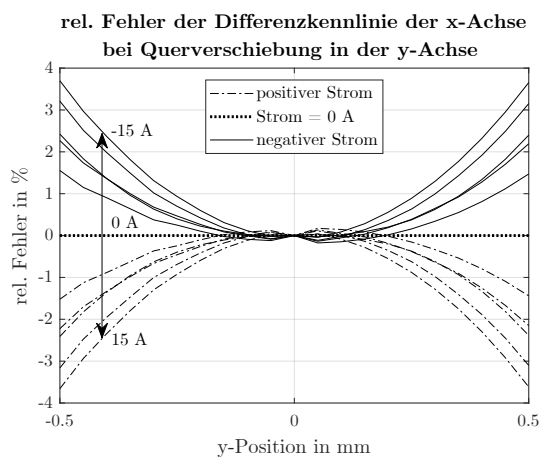
bei einem Steuerstrom von 0 A im mittleren Bereich befindet und bei einer Erhöhung des Steuerstroms je nach Vorzeichen aus der Lagermitte heraus verschoben wird. Eine genauere Betrachtung der Kennlinien des intrapolaren und der des interpolaren Streuflusses zeigt, dass der abgeflachte Bereich bei letzterem stärker ausgeprägt ist. Zur Verdeutlichung ist in Abbildung 3.2.3 der Verlauf des jeweiligen Anstiegs der intrapolaren Differenzkennlinie der Messpositionen Fünf und Sieben (x-Achse) und der Differenzkennlinie des interpolaren Streuflusses an den Messpositionen Eins und Drei (a-Achse) dargestellt. Prinzipiell wirkt sich ein flacherer Anstieg der Kennlinie im Bereich der Lagermitte ungünstig auf die Quali-



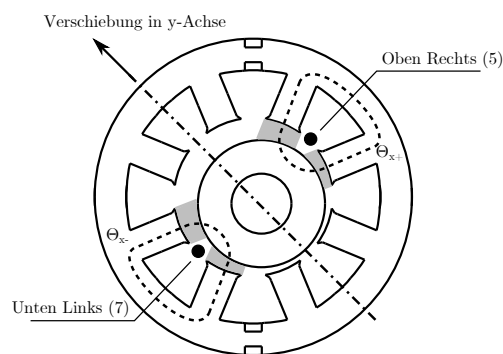
**Abb. 3.2.3:** Vergleich des Anstiegsverlaufs der Differenzkennlinie der Messpositionen Fünf und Sieben und der Differenzkennlinie der Messpositionen Eins und Drei bei einem Steuerstrom  $I_x = I_y = 0 \text{ A}$ .

tät des Messsystems aus, da dies in den meisten Betriebszuständen der Bereich sein wird, in dem sich der Rotor befindet. Unter diesem Gesichtspunkt scheinen die intrapolaren Streuflüsse besser zur Ermittlung der Rotorposition geeignet. Betrachtet man jedoch den Hub der Messwerte, erweist sich die Nutzung der interpolaren Streuflüsse als vorteilhaft. Diese weisen je nach Größe der Steuerströme eine durchschnittliche Differenz von 55 mT zwischen dem Maximum und dem Minimum auf. Im Fall der intrapolaren Streuflüsse wird nur eine Differenz von ca. 46,4 mT erreicht, was eine geringere maximale Auflösung eines entsprechenden Messsystems zur Folge hat.

Bei Betrachtung der Auswirkung der Querverschiebung (siehe Abbildung 3.2.4 und 3.2.5) auf die Differenzkennlinien im x/y-System fällt auf, dass der auf die maximale Änderung der Streuflussdichte bezogene positive Fehler mit zunehmendem negativen Steuerstrom anwächst.



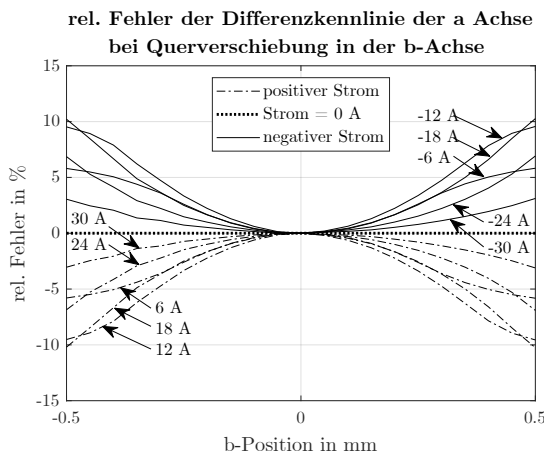
**Abb. 3.2.4:** Auf die maximale Änderung bezogener Fehler der Differenzkennlinie der x-Achse bei Querverschiebung in der y-Achse.



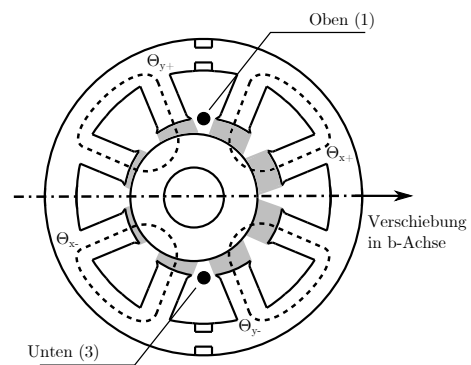
**Abb. 3.2.5:** Bestimmung des relativen Fehlers der Differenzkennlinie (5-7) der x-Achse bei Querverschiebung in der y-Achse und Variation des Steuerstroms  $I_x$ .



Bei einer Erhöhung des Steuerstroms mit positivem Vorzeichen kommt es hingegen zu einer Vergrößerung des negativen Fehlers. Der maximale Fehler beträgt ca.  $\pm 3,5\%$ . Der querverschiebungsabhängige Fehler im a/b-System ist ebenfalls symmetrisch (siehe Abbildung 3.2.7). Mit zunehmender Erhöhung des Steuerstroms kommt es, wie in Abbildung 3.2.6 verdeutlicht, zunächst zu einer Vergrößerung des Fehlers. Ab einem Wert von ca. 12 A nehmen die Anstiege der Kurven jedoch wieder ab. Nimmt der Steuerstrom den Wert Null an, ist praktisch keine Änderung der Differenzkennlinie bei Querverschiebung mehr zu beobachten. Nimmt der Steuerstrom positive Werte an, kommt es bis ca. 12 A zu einem Anwachsen des Fehlers mit negativem Vorzeichen.



**Abb. 3.2.6:** Auf die maximale Änderung bezogener Fehler der Differenzkennlinie der a-Achse bei Querverschiebung in der b-Achse.



**Abb. 3.2.7:** Bestimmung des relativen Fehlers der Differenzkennlinie (1-3) der a-Achse bei Querverschiebung in der b-Achse und Variation des resultierenden Steuerstroms  $I_a$ .

Ähnlich zu den Verläufen im x/y-System steigt bzw. fällt der relative Fehler bei zunehmender Verschiebung des Rotors. Jedoch kommt es bei geringen Steuerströmen mit zunehmender Querverschiebung zu einer Abflachung der Fehlerfunktion. Je kleiner der Steuerstrom dabei ist, desto eher tritt das Phänomen bei Auslenkung in der Querachse auf. Dies führt dazu, dass die Verläufe der Kurven bei  $\pm 6$  A und  $\pm 12$  A zwar zunächst die betragsmäßig größten Anstiege aufweisen, der maximale mögliche Fehler jedoch im Bereich von  $\pm 18$  A auftritt. Dieser beträgt ca.  $\pm 10\%$  und ist damit rund dreimal größer als der Fehler, der im x/y-System bei der differentiellen Messung der interpolaren Streuflüsse auftritt.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass sich sowohl die intrapolaren Streuflüsse zwischen den Polen einer Lagerachse<sup>3</sup>, als auch die interpolaren Streuflüsse zwischen den benachbarten, in der Regel gleichmagnetisierten Polen zweier Lagerachsen<sup>4</sup> zur Bestimmung der Rotorposition in dem hier untersuchten Magnetlager eignen. Bei Nutzung der intrapolaren Streuflüsse erweist sich die geringere Abflachung der Kennlinien im Bereich der Lagermitte und der Umstand, dass nur der Steuerstrom der jeweiligen Lagerachse betrachtet werden

<sup>3</sup>Messpositionen: Oben-Rechts (5), Unten-Rechts (6), Unten-Links (7) und Oben-Links (8).

<sup>4</sup>Messpositionen: Oben (1), Rechts (2), Unten (3) und Links (4).

muss, als vorteilhaft. Als nachteilig ist die geringere mögliche Auflösung einzustufen. Dem gegenüber ermöglicht ein auf der Auswertung der interpolaren Streuflüsse basierendes Messsystem im Fall des hier betrachteten heteropolaren Magnetlagers zwar eine höhere Auflösung, macht aber immer die Betrachtung beider Steuerströme erforderlich. Zudem ergibt sich ein um  $45^\circ$  zu den Lagerachsen verdrehtes Messkoordinatensystem. Ein weiterer Nachteil besteht in der deutlicher ausgeprägten Abflachung der Positionskennlinien. Dadurch kommt es trotz einer um ca. 16 % größeren Differenz zwischen kleinstem und größtem Messwert zu einem verringerten Auflösungsvermögen im Bereich der Lagermitte. Intrapolare Streuflüsse weisen hauptsächlich tangential gerichtete Anteile auf, während interpolare Streuflüsse überwiegend radial ausgerichtet sind. Der durch Querverschiebung verursachte Fehler bei der Messung der intrapolaren Streuflüsse im x/y-System beträgt rund ein Drittel des Fehlers, der bei der Messung der interpolaren Streuflüsse im a/b-System zu erwarten ist. Da sich eine Verkopplung der Messachsen nachteilig auf die Regelbarkeit auswirkt, ist die Messung der intrapolaren Streuflüsse unter diesem Aspekt der Messung der interpolaren Streuflüsse vorzuziehen. Insgesamt weisen beide Varianten des streuflussbasierten Messsystems Vor- und Nachteile auf. So ist die Realisierung eines auf der Messung der intrapolaren Streuflüsse beruhenden Messsystems aufgrund der geringeren Verkopplung der Messachsen und der Tatsache, dass nur ein Steuerstrom berücksichtigt werden muss, mit weniger Aufwand verbunden. Die Messung der interpolaren Flüsse erlaubt hingegen ein Messsystem mit insgesamt größerer Auflösung.

### 3.3 Vergleich gemessener und berechneter Streuflusswerte

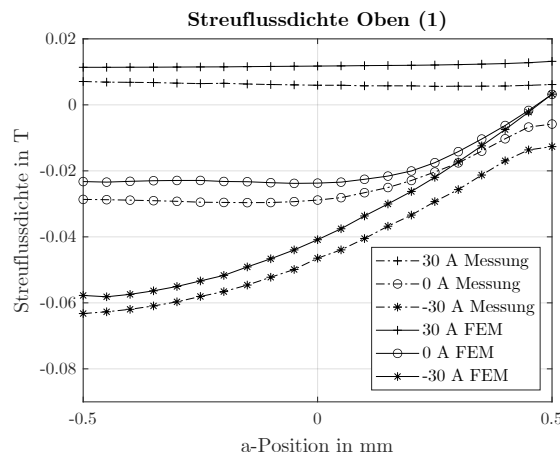
Die Vorhersagen der FEM-Rechnung, bezüglich der zu erwartenden, von der Rotorlage und den Steuerströmen abhängigen magnetischen Streuflüsse, sind anhand von Messungen zu verifizieren. Dazu ist es notwendig, den Rotor in unterschiedlichen definierten Positionen im Lager zu fixieren. Dazu dient eine spezielle Mechanik, die es erlaubt, den Rotor in der gewünschten Lage zu fixieren. Mit Hilfe von Schrauben, die jeweils gegenüberliegend und im rechten Winkel zueinander angeordnet sind, kann der Rotor in jede beliebige Position gebracht werden. Durch Verspannung der Schraubenpaare lässt sich der Rotor in der eingestellten Auslenkung festklemmen. Die Rotorlage wird zum einen durch ein kapazitive Referenzmesssystem bestimmt und zum anderen mittels mechanischer Feinzeiger<sup>5</sup> überprüft.

Mit Hilfe dieser Positioniereinrichtung wurde die Rotorposition schrittweise entlang der Lagerachsen in x- und y-Richtung und entlang der Achsen des um  $45^\circ$  verdrehten a/b-Koordinatensystems verändert. An jedem Messpunkt erfolgte zudem eine Variation der betreffenden Spulenströme. Die Streuflussdichte wurde mit einem Magnetometer gemessen. Dessen Messsonde besteht aus einer flexiblen Leiterplatte mit einer Länge von 10 cm

---

<sup>5</sup>Hierbei muss berücksichtigt werden, dass die Feinzeiger in einer definierten axialen Entfernung zum Magnetlager installiert sind. Dadurch kommt es zu einem Fehler, der mit Hilfe des Strahlensatzes korrigiert werden muss.

und einer Breite von ca. 4 mm, auf deren Ende sich ein HALL-Sensor befindet, mit dem prinzipbedingt nur senkrecht dazu ausgerichtete Magnetfelder gemessen werden können. Die Messsonde kann aufgrund ihrer Bauform nur so eingebracht werden, dass die Messung von radial gerichteten Magnetfeldern möglich ist. Die messtechnische Überprüfung der berechneten Werte der intrapolaren Streuflüsse an den Positionen 5-8 war somit nicht möglich, da diese überwiegend tangentiale Anteile aufweisen. Die Messung der hauptsächlich radial ausgerichteten interpolaren Streuflüsse stellt hingegen kein Problem dar. Die gemessenen Werte stimmen im Vergleich mit den durch die FEM-Rechnung vorhergesagten Werten des interpolaren Streuflusses sehr gut überein. Die in Abbildung 3.3.1 gezeigten Verläufe der Messposition Oben (1) stehen beispielhaft für den Zusammenhang zwischen der interpolaren Streuflussdichte, der Rotorposition und der durch die Steuerströme hervorgerufenen Durchflutung. Abgesehen von einem gewissen Offset sind die prinzipiellen



**Abb. 3.3.1:** Vergleich der gemessenen und der berechneten Streuflussdichte an der Messposition Oben (1) bei einem resultierenden Steuerstrom  $I_a = I_x + I_y = 30 \text{ A}$ ,  $0 \text{ A}$  und  $-30 \text{ A}$ .

Formen der Verläufe praktisch identisch. Mögliche Ursache für diese Abweichung kann zum einen eine nicht hundertprozentige Symmetrie des kapazitiven Referenzmesssystems sein, auf dessen Basis die Positionierung der Welle im Lager erfolgte, und zum anderen ist es denkbar, dass das Lager selbst, mit Hinblick auf die Wicklungen, nicht vollständig symmetrisch ist.

Im nächsten Schritt sollen die Differenzkennlinien hinsichtlich eines Vergleichs zwischen gemessenen und berechneten Werten untersucht werden. Wie schon mehrfach gezeigt, stellen die tangentialen Anteile der intrapolaren Streuflüsse die Grundlage für die Realisierung eines streuflussbasierten Messsystems im x/y-Koordinatensystem dar. Da sich diese aber nicht mit der zur Verfügung stehenden Messeinrichtung ermitteln lassen, wird an dieser Stelle auf einen Vergleich der Messwerte und der berechneten Werte verzichtet.

Bei der Betrachtung der in den Abbildungen 3.3.2 und 3.3.3 dargestellten Schar der Differenzkennlinien<sup>6</sup> wird deutlich, dass trotz allgemeiner guter Übereinstimmung teilweise auch Abweichungen zu verzeichnen sind. In der a-Achse beträgt die maximale Abweichung

<sup>6</sup>Oben (1) - Unten (3) für die a-Achse und Rechts (2) - Links (4) für die b-Achse.

+20 % bei voller negativer Auslenkung und einem Steuerstrom von  $I_a = 30$  A sowie  $-20$  % bei vollständig in die positive a-Richtung ausgelenktem Rotor und einem Steuerstrom von  $I_a = -30$  A (siehe Abbildung 3.3.4). Wie die Abbildung 3.3.5 verdeutlicht, ist in der b-Achse ein ähnliches Verhalten zu beobachten. Hier weicht die gemessene Streuflussdichte um +22 % bzw.  $-18$  % von der FEM-Rechnung ab. Befindet sich der Rotor in der Mitlenlage beträgt die Abweichung in der a-Achse +11 % und  $-5$  %. In der b-Achse fällt die Abweichung in diesem Fall mit  $\pm 5$  % etwas geringer aus. Im weiteren Verlauf der Untersuchungen ist zu klären, inwiefern sich die beobachteten Abweichungen zwischen berechneten und gemessenen Werten auf die prinzipielle Funktionalität des streuflussbasierten Messsystems auswirkt.

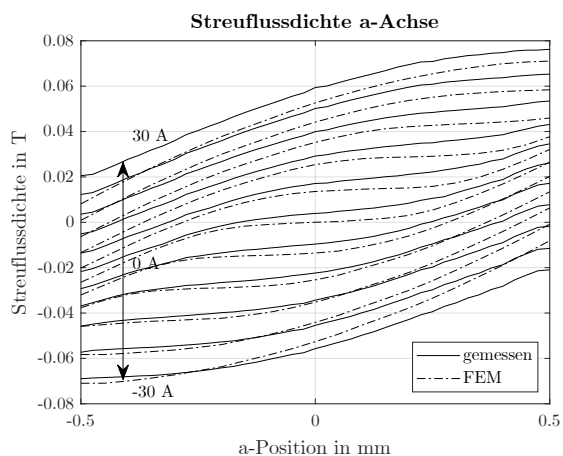


Abb. 3.3.2: Vergleich der gemessenen und mittels FEM berechneten Streuflusswerte der a-Achse.

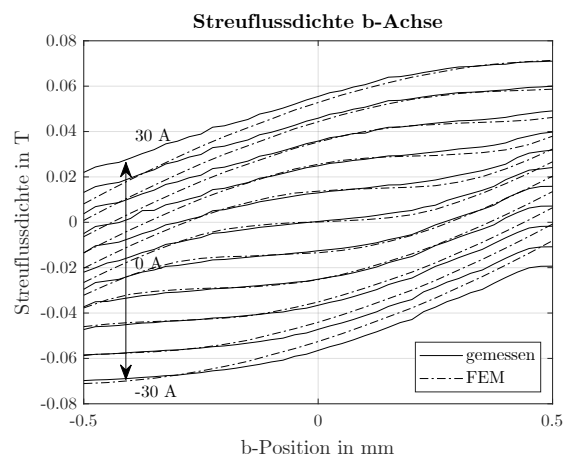


Abb. 3.3.3: Vergleich der gemessenen und mittels FEM berechneten Streuflusswerte der b-Achse.

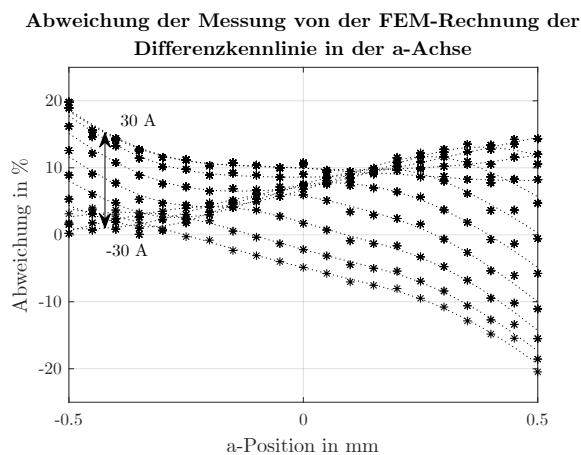


Abb. 3.3.4: Abweichung der gemessenen Streuflussdichte von der FEM-Rechnung in der a-Achse bei Variation des resultierenden Steuerstroms  $I_a$ .

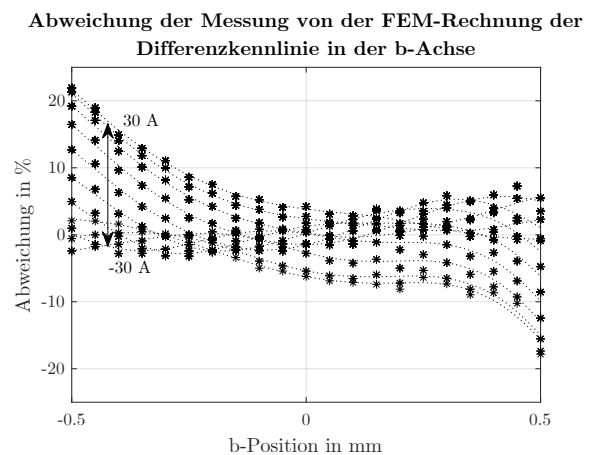


Abb. 3.3.5: Abweichung der gemessenen Streuflussdichte von der FEM-Rechnung in der b-Achse bei Variation des resultierenden Steuerstroms  $I_b$ .

### 3.4 Zusammenfassung

In diesem und den vorangegangenen Kapiteln konnte anhand von grundlegenden theoretischen Überlegungen, FEM-Rechnungen und Messungen gezeigt werden, dass die Bestimmung der Rotorposition in Magnetlagern durch die Ermittlung magnetischer Streuflüsse unter Berücksichtigung der momentan fließenden Spulenströme prinzipiell möglich ist. Es wurde ein geeigneter Magnetlagertyp ausgewählt, um das streuflussbasierte Messsystem zu testen. In dem achtpoligen heteropolaren Radiallager wurden geeignete Messpositionen identifiziert, an denen später die Streuflussdichte bestimmt werden soll. Während intrapolare Streuflüsse in Abhängigkeit des momentan fließenden Steuerstroms eindeutig bestimmten Rotorpositionen zugeordnet werden können, ließen sich die theoretischen Vorhersagen dazu mit dem eingesetzten Magnetfeldmessgerät nicht überprüfen. Dem gegenüber konnten die Vorhersagen zum positionsabhängigen Verhalten der interpolaren Streuflüsse durch Messungen bestätigt werden. Jedoch weisen die Verläufe ein Maximum auf, wodurch keine Eineindeutigkeit bei der Zuordnung von Messwerten zu bestimmten Rotorpositionen gegeben ist. Besonders ausgeprägt ist das Maximum bei großen Auslenkungen des Rotors aus der Lagermitte heraus und bei großen Steuerströmen, wie in den Kennlinienverläufen der Abbildungen des Abschnitts 3.1.2 deutlich wird. Durch die Bildung von Differenzkennlinien aus den Verläufen gegenüberliegender Sensoren kann dieser Nachteil jedoch vollständig kompensiert werden. Zudem weisen die Verläufe der Differenzkennlinien im Vergleich zu den Kennlinien einzelner Sensoren eine deutlich bessere Linearität auf. Die wichtigsten Vor- und Nachteile von intra- und interpolaren Streuflüssen sind abschließend in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

**Tab. 3.1:** Vor- und Nachteile von intra- und interpolaren Streuflüssen bei der Realisierung eines Lagemesssystems im untersuchten Heteropolarlager.

	intrapolarer Streufluss	interpolarer Streufluss
Vorteile:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Messkoordinatensystem entspricht Lagerkoordinatensystem</li> <li>• nur Steuerströme der jeweiligen Achse müssen berücksichtigt werden</li> <li>• eindeutige Zuordnung von Messwerten zu bestimmter Rotorposition</li> <li>• geringer Fehler bei Querverschiebung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• größere Differenz zwischen kleinstem und größtem Messwert</li> <li>• mit kostengünstigen Standard-HALL-Sensoren messbar</li> </ul>
Nachteile:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• nicht mit Standard-HALL-Sensoren messbar</li> <li>• geringere Differenz zwischen Minimal- und Maximalwert</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Messkoordinatensystem um 45° verdreht</li> <li>• Steuerströme beider benachbarter Polpaare müssen berücksichtigt werden</li> <li>• keine eindeutige Zuordnung zwischen Messwert und Rotorlage<sup>7</sup> - Differenzmessung notwendig</li> <li>• größerer Einfluss der Querverschiebung</li> </ul>

---

<sup>7</sup>Die Uneindeutigkeit ist kein generelles Problem, sondern hängt, wie bereits erläutert, von den konstruktiven Gegebenheiten des Magnetlagers ab.

## 4 Realisierung des Messsystems

Nach dem in den Kapiteln 2 und 3 die theoretischen und praktischen Grundlagen gelegt wurden, soll in diesem Kapitel ein Messsystem entwickelt werden, das auf der Messung von magnetischen Streuflüssen beruht. Zunächst wird auf die Umsetzung der benötigten Kennfelder näher eingegangen und der Versuchsaufbau beschrieben. Der Hauptaugenmerk der folgenden Betrachtungen liegt auf der technischen Realisierung der Sensoren für das Streuflussmesssystem. Zu Beginn steht die Auswahl geeigneter Bauelemente im Vordergrund, woran sich das Sensordesign anschließt. Nachdem die Sensoren charakterisiert und kalibriert wurden, erfolgt eine Bestimmung der statischen und dynamischen Eigenschaften des Streuflussmesssystems. Dabei werden Aspekte wie die Auswirkung der Querverschiebung und der Einfluss der Qualität der zugrundeliegenden Kennfelder untersucht.

### 4.1 Erstellung von Kennfeldern

Aus den in Abschnitt 3.3 gemessenen Kennlinien lassen sich Kennfelder ableiten, die es erlauben, die momentan fließenden Spulenströme mit einzubeziehen und die gleichzeitig eine vollständige Linearisierung ermöglichen. Ausgangspunkt sind Datensätze, bei denen jeder Position auf der a- bzw. b-Achse in Abhängigkeit des entsprechenden resultierenden Steuerstroms ein bestimmter Messwert der Streuflussdichte zugeordnet ist. Um die Qualität des streuflussbasierten Messsystems zu verbessern, können zusätzliche Stützstellen, wie in den Abbildungen 4.1.1 und 4.1.2 verdeutlicht, durch geeignete Interpolationsverfahren eingefügt werden. Um die Daten der Kennlinienscharen in nutzbare Kennfelder umzuwandeln, müssen diese so umgeordnet werden, dass mit jeder gemessenen Streuflussdichte und

dem momentanen resultierenden Steuerstrom eine Rotorposition verknüpft ist. Ausgehend von einer zur Veranschaulichung stark verkleinerten Beispieltabelle (siehe Anhang B.1) mit insgesamt 49 Messwerten an sieben Positionen und jeweils sieben unterschiedlichen resultierenden Steuerströmen wird durch Umstrukturierung eine Tabelle mit 343 Positionswerten an 49 Streuflussmesswerten und sieben resultierenden Strömen. Da nur sieben Positionswerte zur Verfügung stehen, bleiben, wie in B.2 deutlich wird, in jeder Spalte 42 der 49 Zellen leer. Befinden sich diese zwischen den Werten  $-0,5$  und  $0,5$ , können die Leerstellen mit weiteren interpolierten Werten aufgefüllt werden. Unbesetzte Zellen, die sich oberhalb einer Zelle mit dem Wert  $-0,5$  oder unterhalb einer Zelle mit dem Wert  $0,5$  befinden, sind entsprechend mit  $-0,5$  bzw.  $0,5$  zu füllen, da es auf Grund der mechanischen Begrenzung des Luftspalts keine größeren bzw. kleineren Werte geben kann. Damit ergibt sich ein Kennfeld, das einer Diagonalmatrix ähnelt, welche in der oberen rechten und der unteren linken Ecke mit den Werten für den mechanischen Anschlag gefüllt ist und in einem diagonal verlaufenden Bereich die Rotorpositionen enthält. Grundsätzlich wird die Genauigkeit des streuflussbasierten Messsystems durch das Hinzufügen von zusätzlichen Stützstellen erhöht. Gleichzeitig vergrößert sich jedoch auch der benötigte Speicherplatz, in dem die Kennfelder hinterlegt werden. So führt der Datensatz aus den Abbildungen 4.1.1 und 4.1.2 mit 41 verschiedenen Stromwerten an 81 Rotorpositionen und 3321 Messwerten für die Streuflussdichte nach entsprechender Umstrukturierung zu einem Kennfeld mit einer Größe von 3321 Zeilen und 41 Spalten, die 136161 Streuflusswerte enthalten. Die Größe des Kennfelds ist in Abhängigkeit der Stützstellen für die Position und der Stützstellen für den Steuerstrom wie folgt gegeben:

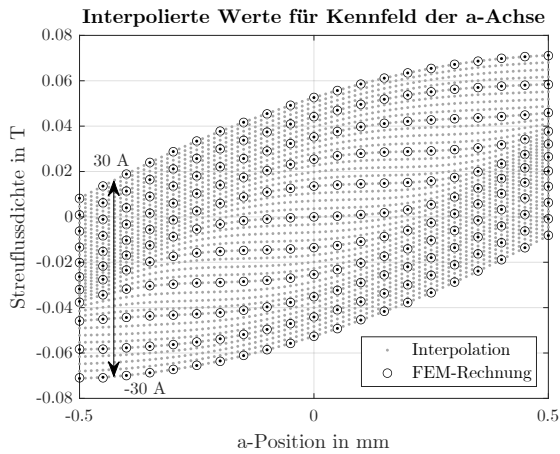
$$G = n_{\text{Position}} n_{\text{Strom}}^2 \quad (4.1)$$

Da für die Berücksichtigung der resultierenden Steuerströme und die Linearisierung der Messsystemkennlinie für die a- und b-Achse jeweils ein Kennfeld benötigt wird, ist darauf zu achten, dass der später zur Umsetzung genutzte Mikrocontroller bzw. Mikroprozessor über ausreichend Speicherplatz verfügt [RSW17].

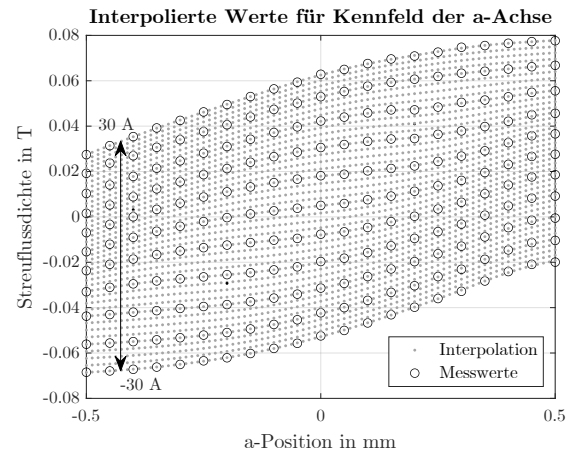
## 4.2 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau zur Untersuchung des streuflussbasierten Messsystems besteht im Wesentlichen aus der in Abbildung 4.2.1 dargestellten aktiv magnetisch gelagerten Spindel. Die radialen Lagerkräfte werden durch zwei aktive achtpolige Heteropolarlager aufgebracht. Das in der Abbildung 4.2.1 mit 4 gekennzeichnete Lager wird als Versuchslager genutzt, in welches das Streuflussmesssystem integriert wird. Die axiale Lagerung wird hingegen rein passiv durch die Nutzung von Reluktanzkräften realisiert. Dies wird möglich, da der Rotor im Bereich der Radiallager einen deutlich größeren Durchmesser aufweist und zu beiden Seiten hin durch Bereiche mit kleineren Durchmessern begrenzt wird. Eine axiale Verschiebung des schwebenden Rotors käme einer Vergrößerung des Luftspalts gleich, der die Reluktanzkräfte entgegen wirken.



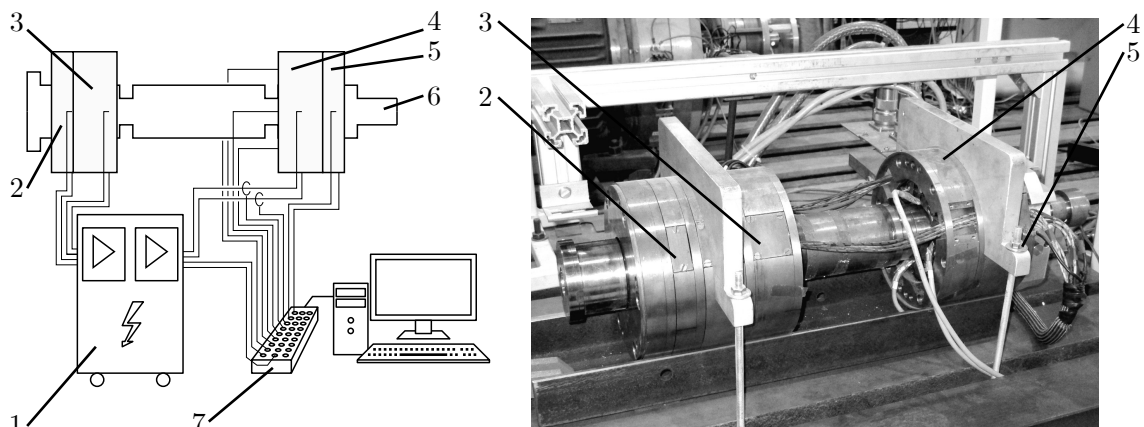


**Abb. 4.1.1:** Werte zur Erstellung eines Kennfelds für die a-Achse mit zusätzlichen Stützstellen, welche auf einer FEM-Rechnung basieren.



**Abb. 4.1.2:** Werte zur Erstellung eines Kennfelds für die a-Achse mit zusätzlichen Stützstellen, die auf einer Messung beruhen.

Beide Magnetlager sind mit einem kapazitiven Messsystem ausgestattet, das im Versuchslager als Referenzmesssystem dient. Der Grunderregerstrom  $I_G = 6\text{ A}$  wird von einem Labornetzteil bereitgestellt, während die Steuerströme  $I_x$  und  $I_y$  von Pulsstellern mit integrierter Stromregelung in die Lagerspulen eingeprägt werden. Das nicht für die Untersuchung des Streuflussmesssystems genutzte Radiallager kann mittels eines analogen PID-Reglers unabhängig vom Versuchslager betrieben werden. Darüber hinaus kann der Rotor in diesem in der Abbildung 4.2.1 mit 2 gekennzeichneten Lager so in der Lagermitte fixiert werden, dass die Bewegungsfreiheit des Rotors im Versuchslager nicht eingeschränkt ist, aber eine ungewünschte Verschiebung in  $z$ -Richtung unterbunden werden kann.



**Abb. 4.2.1:** Links: Schematische Darstellung des Magnetlagerversuchsstandes. Rechts: Foto des Versuchsstandes. **1:** Schaltschrank mit Leistungsteil, Elektronik für kapazitives Messsystem und analogem Regler. **2:** Kapazitives Messsystem Radiallager 1 **3:** Radiallager 1 **4:** Radiallager 2 (Versuchslager) mit Streuflusssensoren (Oben, Rechts, Unten und Links) **5:** Kapazitives Referenzmesssystem für Radiallager 2 (Versuchslager). **6:** Rotor **7:** PC und Echtzeitrechner mit analogen Ein- und Ausgängen.

Die Regelung des Versuchslagers ist auf einem Echtzeitrechensystem<sup>1</sup> in digitaler Form als PID-Regler implementiert. Das Lager kann sowohl mit dem kapazitiven als auch mit dem streuflussbasierten Messsystem betrieben werden. Änderungen an den Reglereinstellungen oder anderen Parametern lassen sich bequem über ein MATLAB SIMULINK Programm realisieren. Alle relevanten Prozessgrößen, wie die Signale der streuflussbasierten Lagesensoren, die des Referenzmesssystems und die Momentanwerte der Steuerströme, werden über Analogeingänge eingelesen, digitalisiert und zur weiteren Verarbeitung bereitgestellt. Die daraus resultierenden Reglerausgänge werden in Form von Stromsollwerten an die DAC des Echtzeitrechensystems ausgegeben und den Pulsstellern für jede der beiden Lagerachsen (x und y) zugeführt. Neben der Möglichkeit, die Reglersoftware komfortabel mittels MATLAB SIMULINK in Form von Funktionsblöcken zu erstellen, bietet das Echtzeitrechensystem eine umfassende Visualisierung aller interessierenden Größen und Parameter. Dies ist besonders für die Implementierung und den Test des streuflussbasierten Messsystems von Vorteil.

### 4.3 Messsystem zur Messung der magnetischen Streuflussdichte

Der magnetische Fluss  $\Phi$  wird in der Praxis meist über die Messung der magnetischen Flussdichte  $B$  bestimmt, da diese unter der Annahme eines homogenen Magnetfeldes über die Fläche  $A$  mit dem magnetischen Fluss in der Form

$$B = \frac{\Phi}{A} \quad (4.2)$$

verknüpft ist. Zur Messung der magnetischen Flussdichte sind verschiedene Messprinzipien geeignet. Zunächst einmal ist festzulegen, ob es sich um eine statische oder dynamische Größe handelt. Liegt ein sich zeitlich änderndes Magnetfeld vor, kann über die Spannung, welche in einem im Magnetfeld befindlichen elektrischen Leiter induziert wird, wie folgt auf die Flussdichte geschlossen werden.

$$B = -\frac{1}{NA} \int U_{\text{ind}} dt \quad (4.3)$$

Hierbei ist  $A$  die Fläche, die von der Leiterschleife eingeschlossen wird, und  $N$  die Windungszahl. Handelt es sich hingegen um ein Magnetfeld, das neben zeitlich veränderlichen Anteilen auch quasi statische Komponenten aufweist, können Messprinzipien, denen das Induktionsgesetz zugrunde liegt, nicht zum Einsatz kommen. Hier bieten sich Verfahren an, bei denen magneto-resistive Eigenschaften bestimmter Materialien bzw. Materialkombinationen ausgenutzt werden. Diese verändern ihre elektrische Leitfähigkeit in Abhängigkeit eines äußeren magnetischen Feldes. Je nach Wirkungsweise wird in GMR-, AMR-,

---

<sup>1</sup>Zum Einsatz kommt ein dSpace 1103 System.

CMR- und TMR-Effekt unterschieden. Der GMR-Effekt<sup>2</sup> tritt auf, wenn elektrisch leitende nichtmagnetische Schichten wie Kupfer, Chrom sowie Ruthenium und elektrisch leitende ferromagnetische Schichten wie Nickel, Eisen und Kobalt abwechselnd gestapelt werden. Die Schichthöhe beträgt jeweils wenige Nanometer. Der elektrische Widerstand hängt stark von der Magnetisierung der magnetischen Schichten ab. Sind diese entgegengesetzt magnetisiert, ist der resultierende elektrische Widerstand größer als im Fall von in der gleichen Richtung magnetisierten Schichten [RF13]. Beim bereits 1857 von WILLIAM THOMSON beschriebenen anisotropen magnetoresistiven Effekt (AMR) richtet sich die interne Magnetisierung der Domänen in dünnen Schichten aus einer Nickel-Eisen-Legierung an einem äußeren Magnetfeld aus. Der elektrische Widerstand nimmt mit der Verkleinerung des Winkels zwischen der Richtung des fließenden Stroms und der des Magnetfeldes zu. Stehen diese parallel zu einander, ist der Widerstand am größten [Tho57, HKS<sup>+</sup>98]. Der kolossale magnetoresistive Effekt (engl.: colossal magnetoresistance kurz: CMR<sup>3</sup>) beruht auf einer physikalischen Anomalie bestimmter Manganoxide, bei der ein äußeres Magnetfeld für die Verschiebung der Leitungsbänder verantwortlich ist. Je nach Stärke des Magnetfelds wird die elektrische Leitfähigkeit des Materials herabgesetzt [JV50, JVS50]. Der magnetische Tunnelwiderstand (TMR) beschreibt ein rein quantenmechanisches Phänomen, bei dem Elektronen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit einen Isolator, der zwischen zwei dünnen ferromagnetischen Schichten liegt, überwinden können. Die Wahrscheinlichkeit, mit der die Elektronen die Isolationsschicht durchtunneln, hängt dabei von der Stärke des äußeren Magnetfeldes ab. Weisen die beiden ferromagnetischen Schichten eine antiparallele Magnetisierung auf, wird dieser Effekt zusätzlich verstärkt [Jul75, MT95, RF13]. Mit sogenannten SQUID<sup>4</sup> ist die Messung besonders geringer Unterschiede in der magnetischen Flussdichte im Femtoteslabereich möglich. Hier basiert das Messprinzip auf quantenphysikalischen Effekten im Bereich der Kontaktstellen zweier supraleitender Halbringe [MBdN10]. Eine weitere magnetoresistive Eigenschaft ist der 1879 von EDWIN HALL entdeckte und nach ihm benannte HALL-Effekt [Hal79]. Befindet sich ein stromdurchflossener Leiter in einem Magnetfeld, werden die Ladungsträger entsprechend der auf sie wirkenden LORENTZ-Kraft, wie in Abbildung 4.3.1 dargestellt, abgelenkt. Dadurch kommt es auf der einen Seite des Leiters zu einem Elektronen- bzw. Ladungsträgerüberschuss, was zu einer messbaren Spannung führt. Grundsätzlich sind alle Messprinzipien geeignet, um die im Magnetlager auftretenden intra- und interpolaren magnetischen Streuflussdichten zu messen. Da SQUID-Sensoren jedoch Supraleiter enthalten, werden für ihren Betrieb entsprechende Kühleinrichtungen benötigt. Diese erhöhen die Komplexität und den technischen Aufwand eines potentiellen streuflussbasierten Lagemesssystems zu stark und sollen daher von weiteren Betrachtungen ausgeschlossen werden. Sensoren, die auf dem zu Beginn beschriebenen induktiven Prinzip beruhen, können ebenfalls nicht zur Anwendung kommen, da diese keine statische Positionsmessung ermöglichen würden.

<sup>2</sup>Der GMR-Effekt (engl.: giant magnetoresistance) wurde 1988 von PETER GRÜNBERG und ALBERT FERT entdeckt, wofür beide 2007 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet wurden.

<sup>3</sup>Der CMR-Effekt wurde 1950 von den Niederländern G. H. JONKER und J. H. VAN SANTEN entdeckt.

<sup>4</sup>engl.: superconducting quantum interference device

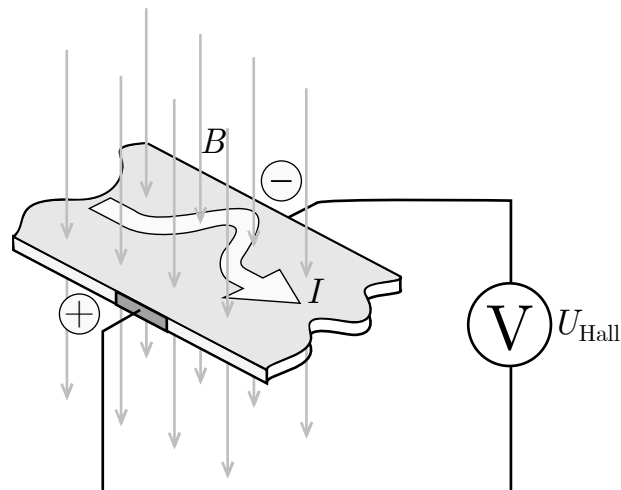


Abb. 4.3.1: Schematische Darstellung der Funktionsweise des HALL-Effekts.

### 4.3.1 Auswahl geeigneter Bauelemente

Um die am besten geeigneten Sensoren auswählen zu können, müssen zunächst einige Anforderungen definiert werden. Der wichtigste Aspekt, der zunächst geklärt werden muss, ist, wie viel Bauraum für die Integration zwischen den Polen des Lagers zur Verfügung steht. Da das streuflussbasierte Messsystem in ein bestehendes Lager integriert werden soll, müssen die geometrischen Gegebenheiten berücksichtigt werden. So sind beispielsweise die Wickelfenster zu einem hohen Grad mit den Leitern der Grund- und Steuerwicklung gefüllt, weshalb keine Möglichkeit besteht, die Sensoren zwischen den Spulen einzubringen. In dem Versuchslager steht jedoch ausreichend Platz zur Verfügung, wenn die Nutverschlüsse durch Leiterplatten entsprechender Größe ersetzt werden. Auf diesen lassen sich in diesem Fall Sensoren mit einer Abmessung von bis zu  $9 \times 35 \text{ mm}$  und einer Höhe von maximal  $2,5 \text{ mm}$  unterbringen. Um eine möglichst hohe Auflösung zu erreichen, sollte der Messbereich des Sensors nahezu optimal ausgenutzt werden. Anhand der FEM-Rechnungen des Kapitels 3 wird dieser auf einen Bereich von mindestens  $\pm 70 \text{ mT}$  und höchstens  $\pm 100 \text{ mT}$  festgesetzt. Weitere wichtige Kriterien sind, die Möglichkeit statische Werte zu messen, eine hohe Dynamik bei der Messung zeitlich variabler Streuflüsse, ein möglichst geringer temperaturabhängiger Fehler und vertretbare Anschaffungskosten. Die Tabelle 4.1 fasst alle Kriterien noch einmal zusammen. Am weitesten verbreitet sind Sensoren, die auf dem HALL-Effekt basieren. Diese sind für magnetische Felder sensitiv, die senkrecht zur Chipfläche bzw. in  $z$ -Richtung des Bauteilgehäuses ausgerichtet sind. Die vorgesehene Platzierung auf der Leiterplatte erlaubt somit die Messung radialer bzw. interpolarer Streuflüsse. Für die Messung von tangentialen bzw. intrapolaren Streuflüssen werden Sensorschaltkreise benötigt, die auch in der  $x$ - bzw.  $y$ -Achse messen können. Dies wird in der Regel entweder durch zusätzliche, senkrecht zum Chip ausgerichtete HALL-Elemente oder durch integrierte Flusskonzentratoren erreicht [PKR<sup>+</sup>07]. Während HALL-Sensoren häufig zum Einsatz kommen, wenn der Betrag und das Vorzeichen der magnetischen Flussdichte im Fokus stehen, finden AMR-Sensoren meist bei der Detektierung der Ausrichtung des Magnetfelds

**Tab. 4.1:** Kriterien für die Auswahl eines geeigneten Sensors zur Messung der magnetischen Streuflussdichte.

Kriterium	Wert	Einheit
Abmessungen	9 x 35 x 2,5	mm
Messbereich	min. $\pm 70$ / max. $\pm 100$	mT
Bandbreite bzw. Grenzfrequenz $f_g$	min. 10	kHz
temperaturabhängiger Fehler	möglichst klein	%
Kosten	möglichst gering	€

Anwendung. Zum Zeitpunkt des Sensorentwurfs erfüllte der analoge Sensor SS496A1 des Herstellers Honeywell mit einer Messachse in z-Richtung, die Anforderungen am besten [Hon18]. Dieser wurde letztendlich auch wegen der geringen Anschaffungskosten und aus Gründen der Verfügbarkeit ausgewählt. Sensoren mit digitalen Ausgangssignalen wiesen in allen betrachteten Fällen zu geringe PWM-Frequenzen auf, wodurch keine ausreichende Dynamik gewährleistet war [Inf08, ams12]. Zwar standen auch Sensoren mit zusätzlichen Messachsen zur Verfügung, die eine Messung der intrapolaren Streuflüsse ermöglicht hätten, allerdings liegt das Ausgangssignal dann in den meisten Fällen als PWM-Signal vor, dessen Frequenz in allen Fällen ebenfalls deutlich unterhalb der Anforderung liegt (Bsp.: [Mel18, AKM19]). Für die Weiterentwicklung der Streuflusssensoren stellt die Übertragung der Messsignale mittels I<sup>2</sup>C-Bus oder SPI-Bus eine interessante Alternative dar. Die schnelle Datenübertragung bietet zum einen eine hohe Dynamik und erlaubt zum anderen den Einsatz von Multiachsensensoren, was die Messung der intrapolaren Streuflüsse ermöglichen würde. Aufgrund der Nähe zu den Lagerspulen und den damit verbundenen elektromagnetischen Störungen müssen jedoch, wie in [NXP08] beschrieben, zusätzliche Maßnahmen für eine sichere Datenübertragung ergriffen werden, was zu einem erhöhten Aufwand bei der Verkabelung und der Schirmung der Sensoren führt. Die folgende Tabelle 4.2 gibt einen Überblick über die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Sensoren. Diese stehen exemplarisch für eine Vielzahl von Bauelementen mit vergleichbaren Eigenschaften. Zusammenfassend ist festzuhalten, dass:

- der überwiegende Teil der Sensoren auf dem HALL-Effekt basiert,
- Sensoren mit analogem Ausgang besser für die Messung hochfrequenter magnetischer Wechselfelder geeignet sind,
- Sensoren mit mehr als einer sensitiven Achse das Ausgangssignal meist nur in digitaler Form (PWM, I<sup>2</sup>C oder SPI) zur Verfügung stellen,
- die PWM-Frequenzen deutlich zu niedrig sind und die Kadenz, mit der per I<sup>2</sup>C oder

SPI neue Messwerte bereit gestellt werden, nicht ausreicht,<sup>5</sup> um ein Messsystem mit ausreichender Dynamik zu realisieren.

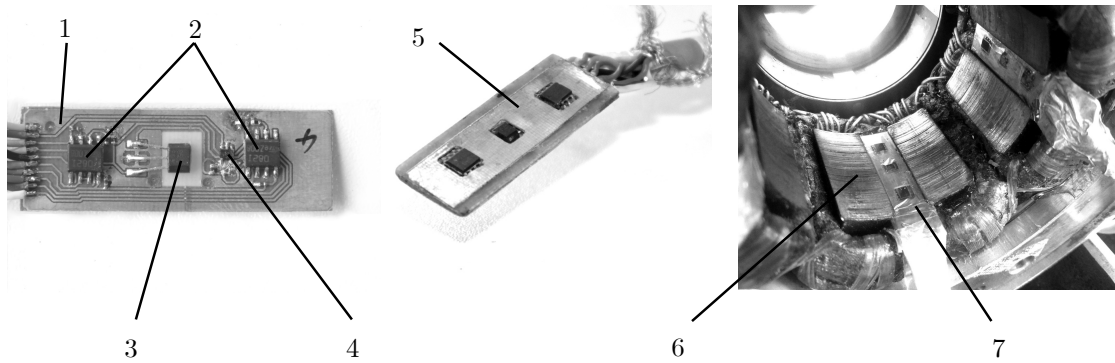
**Tab. 4.2:** Überblick über eine Auswahl an verfügbaren Bauelementen zur Messung der Streuflussdichte.

Bezeichnung	Messbereich	Messprinzip	Messachsen	Ausgang
APS00BPS	min. 60 mT	AMR	x, y	analog (Bandbreite lt. Hersteller 0 – 5 MHz) [Hon11]
AK09970	x,y $\pm 35$ mT z $\pm 101$ mT	HALL	x, y, z	I <sup>2</sup> C /SPI (neuer Wert aller 10 ms)
AS5311	10 – 40 mT	HALL	z	12 bit PWM (244 Hz)
DRV5053	$\pm 73$ mT	HALL	z	analog ( $f_g = 20$ kHz) [Tex15a]
MLX90365	x,y $\pm 70$ mT z $\pm 126$ mT	HALL	x, y, z	12 bit PWM (1 kHz) oder 12 bit analog (DAC, neuer Wert aller 290 $\mu$ s verfügbar)
SS39ET	$\pm 100$ mT	HALL	z	analog ( $f_g = 58$ kHz) [Hon13]
SS496A1	$\pm 84$ mT	HALL	z	analog ( $f_g = 45$ kHz @ $U_B = 5$ V)
TLE493D	$\pm 160$ mT	HALL	x, y, z	I <sup>2</sup> C (neuer Wert aller 180 $\mu$ s verfügbar) [Inf19]
TLE4998P	$\pm 200$ mT	HALL	z	7 bit PWM (1953 Hz)

### 4.3.2 Sensordesign

Im Anschluss an die Auswahl eines geeigneten Bauelements zur Bestimmung der Streuflussdichte erfolgt das endgültige Sensordesign. Wie schon in Abschnitt 4.3.1 erläutert, sollen die Nutverschlüsse, wie in Abbildung 4.3.2 dargestellt, durch passende Leiterplatten ersetzt werden, welche die HALL-Sensoren tragen. Die Gehäuse der Bauelemente sind deutlich kleiner als der zur Verfügung stehende Bauraum, so dass die Möglichkeit besteht, weitere nützliche Funktionalitäten zu integrieren. Da die ausgewählten Sensoren laut Datenblatt bei einer Umgebungstemperatur von  $\theta_u \leq 125$  °C einen Temperaturdrift

<sup>5</sup>Dies ist meist dem Umstand geschuldet, dass der Sensor zusätzlich mit einem digitalen Signalprozessor ausgestattet ist, welcher das Messsignal intern durch Tiefpassfilter aufbereitet, bevor es an dem Ausgang bereit gestellt wird.



**Abb. 4.3.2:** Links: Unterteil des Streuflusssensors. Mitte: Fertiger Streuflusssensor. Rechts: Im Magnetlager eingebauter Streuflusssensor. 1: Bauelementeträger 2: Operationsverstärker 3: HALL-Sensor 4: Temperatursensor 5: Oberteil mit Aussparungen. 6: Polfläche 7: Eingebauter Sensor.

des Nullpunktes von  $\pm 0,032\%/^{\circ}\text{C}$  aufweisen, ist es sinnvoll, die Umgebungstemperatur zumindest für Test- und Kalibrierzwecke zu messen. Aus diesem Grund wird zusätzlich ein LM20 Temperatursensor ([Tex15b]) vorgesehen. In Anbetracht der vorgesehenen Einbauposition in direkter Nähe zu den Spulen der Grund- und Steuerwicklung ist mit erheblichen elektromagnetischen Störungen zu rechnen. Es ist davon auszugehen, dass sich diese negativ auf die Übertragung des analogen Ausgangssignals des HALL-Sensorschaltkreises auswirken. Um dem entgegen zu wirken, werden der Leiterplatte weitere Bauteile hinzugefügt. Mit Hilfe von Operationsverstärkerschaltungen, bei denen der weitverbreitete und häufig eingesetzte TL082 zum Einsatz kommt, wird das analoge Messsignal in ein Stromsignal und zusätzlich in ein Differenzsignal umgewandelt. Details der Schaltung finden sich im Anhang C.1. Eine weitere Maßnahme zur Minimierung der zu erwartenden elektromagnetischen Störungen ist die Ausführung der Leiterplatte selbst. Ein unterer Teil fungiert als Bauelementeträger und beherbergt alle nötigen Leiterbahnen und Löt pads für die Anschlussleitung. Der obere Teil weist eine Aussparung für den HALL-Sensor auf, ist aber sonst fast vollständig mit einer Massefläche versehen, welche mittels Durchkontaktierungen mit der Massefläche des Unterteils verbunden ist. Das Oberteil weist weitere Aussparungen für die Operationsverstärker auf. In einer zusätzlichen nicht durchgängigen Aussparung ist der Temperatursensor eingebettet, so dass dieser durch die Masseflächen unter und über dem Bauteil gegen elektromagnetische Störungen abgeschirmt wird. Durch die beschriebene Einbauposition und die Wahl des SS496A1 HALL-Sensors, dessen sensitive Fläche nun tangential ausgerichtet ist, können nur radiale Magnetflüsse gemessen werden. Somit ist die Nutzung der intrapolaren Streuflüsse nicht möglich. Alle weiteren Betrachtungen beziehen sich auf interpolare Streuflüsse und das um  $45^{\circ}$  verdrehte a/b-Koordinatensystem. Neben dem im Magnetlager verbauten Streuflusssensor gehört eine Auswerteelektronik zur Messkette, welche das Signal filtert und auf  $1\text{ V}/10\text{ mT}$  verstärkt.

### 4.3.3 Kalibrierung der Sensoren

Die Kalibrierung der Sensoren erfolgt, wie in [RW15] beschrieben, über Trimmerpotentiometer der Auswertelektronik und mit Hilfe eines definierten Magnetfeldes. Zur Erzeugung von möglichst homogenen Magnetfeldern sind lange zylinderförmige Luftspulen geeignet. Die Flussdichte  $B$  im Mittelpunkt entlang der Längsachse im Inneren der Spule ist durch

$$B = \mu \frac{IN}{2l} \left( \frac{z + \frac{l}{2}}{\sqrt{\left(z + \frac{l}{2}\right)^2 + r^2}} - \frac{z - \frac{l}{2}}{\sqrt{\left(z - \frac{l}{2}\right)^2 + r^2}} \right) \quad (4.4)$$

gegeben. Eine detaillierte Herleitung findet sich in [HN73]. Dabei ist  $I$  der Spulenstrom,  $N$  die Windungszahl,  $l$  die Spulenlänge,  $z$  der Abstand von der Spulenmitte und  $r$  der Spulenradius. Die Spulenlänge ist mit  $l = 530$  mm eine Größenordnung größer als der Spulendurchmesser, der durch  $D = 2 \cdot r = 53$  mm definiert ist. Da die Sensoren zur Kalibrierung in der Mitte der Spule platziert werden, entfällt  $z$  und die Gleichung lässt sich wie folgt vereinfachen.

$$B = \mu \frac{IN}{2l} \left( \frac{l}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + r^2}} \right) \quad (4.5)$$

Die Abmaße und die Windungszahl von  $N = 846$  Windungen führen zu einem magnetischen Übersetzungsverhältnis von  $i_{\text{mag}} = 1,9975$  mT/A. Die analytische Rechnung wurde durch eine numerische Rechnung überprüft und bestätigt. Um die Sensoren in ihrem Messbereich kalibrieren zu können, ist im Inneren der Luftspule eine magnetische Flussdichte von bis zu  $\pm 80$  mT erforderlich. Der dafür notwendige Spulenstrom lässt sich durch Umstellen der Gleichung 4.5 zu

$$I = \frac{2B \sqrt{\frac{l^2}{4} + r^2}}{\mu N} \quad (4.6)$$

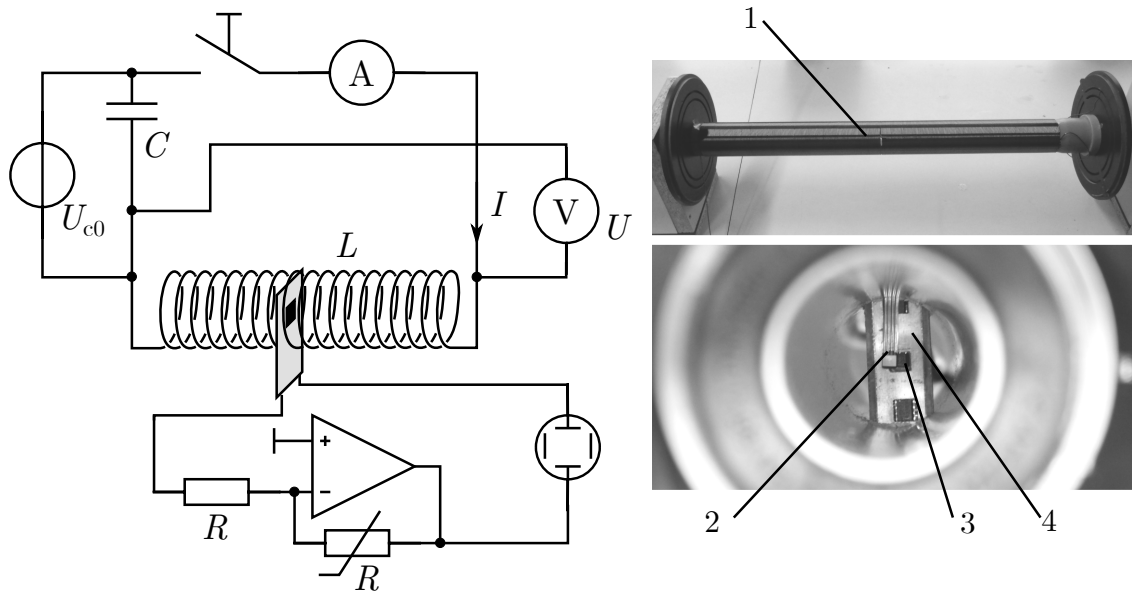
berechnen und beträgt  $I \approx 40$  A. Bei einem Drahtdurchmesser von 1,2 mm würde die Stromdichte  $J = 35,44$  A/mm<sup>2</sup> betragen und damit die allgemein für elektrische Energiewandler zulässige maximale Stromdichte von  $J = 3..7$  A/mm<sup>2</sup> um das Fünf- bis Elffache übersteigen [MVP07]. Um eine zu starke Erwärmung der Wicklung zu vermeiden, wird die Spule aus einem Kondensator gespeist, der per Leistungsschutz zugeschaltet wird. So lässt sich jeder einzelne Kalibriervorgang auf ein relativ kurzes Zeitfenster und eine definierte Energiemenge begrenzen. Anhand des Verlaufs der aufgenommenen Ausgangsspannung des Messkonverters und dem des Spulenstroms kann so die Verstärkung des Messsignals iterativ auf den gewünschten Wert eingestellt werden. Da es sich bei der Schaltung aus Spule und Kondensator um einen realen Reihenschwingkreis handelt, kann durch die Wahl der Spannung  $U_{c0}$ , mit der der Kondensator aufgeladen wird, der maximale Strom in der



Spule durch folgenden Zusammenhang bestimmt werden.

$$\hat{I} = -\frac{U_{c0}}{\omega_e L} \quad \text{mit} \quad \omega_e = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)^2 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad (4.7)$$

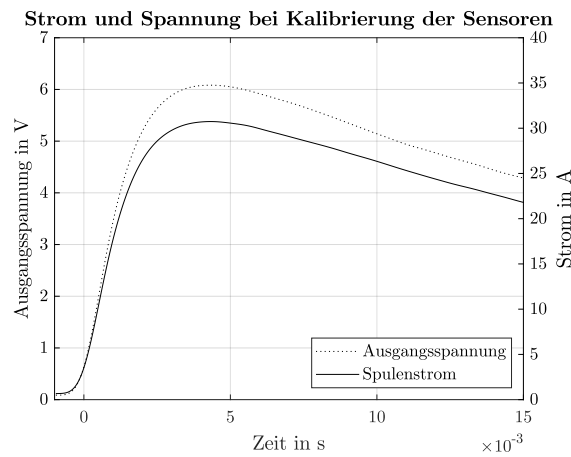
Die Kalibrierung wird zunächst bei maximaler Stromamplitude durchgeführt. Mithilfe des Trimmerpotentiometers wird die Verstärkung der Auswertelektronik angepasst. Zusätzlich bietet dieser die Möglichkeit einer Offset-Kompensation. Hierfür kommt wieder eine einfache Operationsverstärkerschaltung zum Einsatz. Der prinzipielle Versuchsaufbau ist in Abbildung 4.3.3 skizziert.



**Abb. 4.3.3:** Links: Skizze der Schaltung zur Kalibrierung und Offset-Kompensation. Rechts Oben: Zylinderspule während des Wickelns. Rechts Unten: Blick von vorn in die Zylinderspule mit Bauelementeträger im Hintergrund und Sensor des Magnetometers für Referenzmessung im Vordergrund. **1:** Zylinderspule **2:** Sensor des Magnetometers **3:** HALL-Sensor **4:** Bauelementeträger

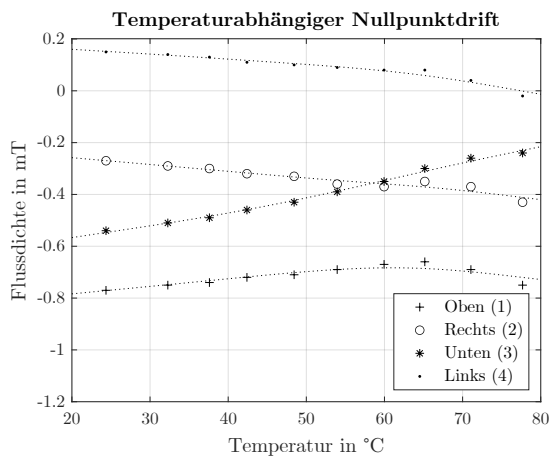
Ein detaillierter Schaltplan kann dem Anhang C.2 entnommen werden. Durch Variation der Stromamplituden in verschiedenen Arbeitspunkten wird die korrekte Einstellung der Verstärkung überprüft. Die Verläufe des oszillografisch aufgenommenen Stroms durch die Kalibrierspule und der Ausgangsspannung des Messkonverters sind beispielhaft in Abbildung 4.3.4 dargestellt.

Ein weiterer wichtiger Aspekt bei der Bewertung der Streuflusssensoren ist deren Temperaturverhalten. Da sich das Magnetlager während des Betriebs erwärmt, ist auch mit einer Erwärmung der Sensoren zu rechnen. Je nach Anforderung an die Genauigkeit des Messsystems kann es notwendig sein, den Einfluss durch die Erwärmung der Sensorbauelemente zu kompensieren. Dafür muss deren Temperaturverhalten möglichst präzise bestimmt werden.

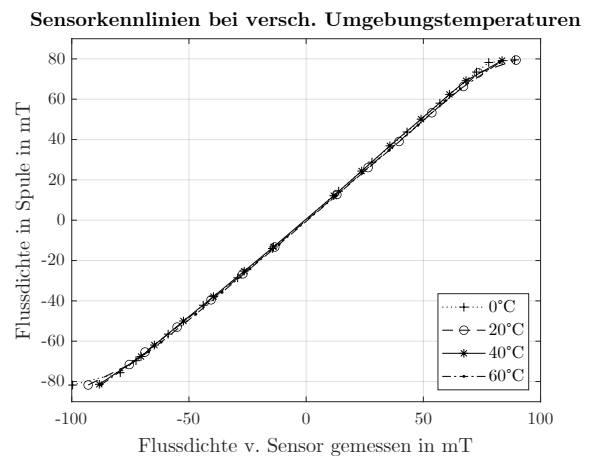


**Abb. 4.3.4:** Verläufe der Ausgangsspannung des Messkonverters und des Stroms durch die Kalibrierspule während eines Kalibriervorgangs.

Die Temperaturdrift des Nullpunkts der Sensoren ist in Abbildung 4.3.5 dargestellt. Die Sensoren, die an den Messpositionen Oben (1), Rechts (2), Unten (3) und Links (4) eingesetzt werden, weisen mit  $-0,1375\%$ ,  $-0,2\%$ ,  $-0,375\%$  und  $0,2125\%$  einen auf den Messbereich bezogenen Temperaturdrift des Nullpunkts<sup>6</sup> auf, der deutlich innerhalb des durch Datenblattwerte gegebenen Bereichs liegt [RWM13a]. Das Verhalten der Sensoren bei unterschiedlichen Umgebungstemperaturen über den gesamten Messbereich ist in Abbildung 4.3.6 dargestellt. In einem Temperaturbereich von  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  bis  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  liegen die Kennlinien der Sensoren nahezu vollständig aufeinander. Daher kann der Einfluss der Umgebungstemperatur auf die Genauigkeit des streuflussbasierten Messsystems vernachlässigt werden.



**Abb. 4.3.5:** Verschiebung des Nullpunkts der HALL-Sensoren bei Änderung der Umgebungstemperatur.

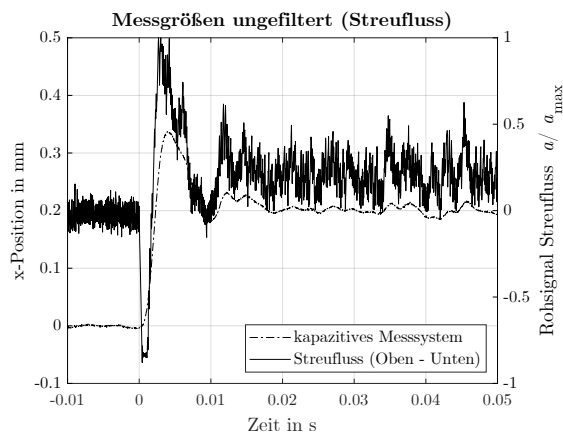


**Abb. 4.3.6:** Sensorkennlinien bei unterschiedlichen Umgebungstemperaturen.

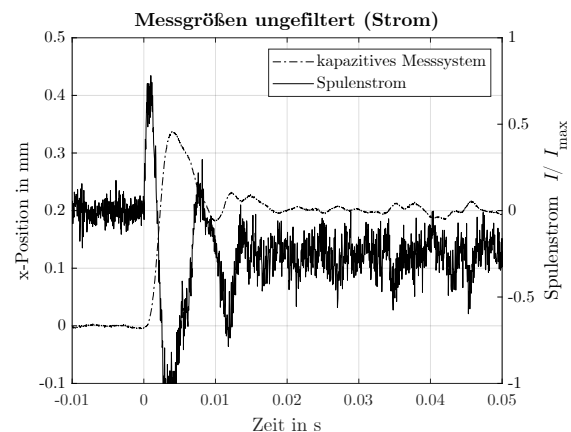
<sup>6</sup> Ausgangsspannung des HALL-Sensors, wenn die Flussdichte Null beträgt.

## 4.4 Statische und dynamische Eigenschaften des streuflussbasierten Messsystems

In dem folgenden Abschnitt werden die statischen und dynamischen Eigenschaften des streuflussbasierten Messsystems untersucht. Dazu wird der Rotor des in Abschnitt 4.2 beschriebenen Magnetlagers mithilfe der kapazitiven Lagesensoren zum Schweben gebracht. In dem anderen Magnetlager wird der Rotor so in der Lagermitte fixiert, dass eine axiale Verschiebung verhindert wird. Dadurch können störende Einflüsse durch axiale Bewegungen vermieden werden. Zunächst soll den Rohsignalen der HALL-Sensoren und der Stromsensoren besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden. Beide Signale weisen erhebliche Störungen auf, wie die oszillografierten Signalverläufe in den Abbildungen 4.4.1 und 4.4.2 verdeutlichen. Der Signalrauschabstand der Streuflusssensoren beträgt ca. 6,4 dB und der der Stromwandler ca. 7,5 dB. Ursachen hierfür sind zum einen hochfrequent gepulste Steuerströme und die Tatsache, dass die Sensorelemente zur Bestimmung der Streuflussdichte für kleine Änderungen im mT-Bereich empfindlich sind und sich in unmittelbarer Nähe zu den Steuerspulen befinden.



**Abb. 4.4.1:** Rohsignal des streuflussbasierten Messsystems in der a-Achse (Oben - Unten) während eines Positionssprungs in der x-Achse um 0,2 mm (Betrieb mit kapazitiven Sensoren).



**Abb. 4.4.2:** Rohsignal des Stroms  $I_x$  während eines Positionssprungs in der x-Achse um 0,2 mm (Betrieb mit kapazitiven Sensoren).

Um die Differenzsignale des Streuflussmesssystems für eine Positionsregelung nutzen zu können, ist eine Filterung notwendig. Diese soll, abgesehen von der rudimentären Vorfilterung durch den Messkonverter, vollständig auf dem echtzeitfähigen Rechner umgesetzt werden. Mittels eines einfachen PT1-Gliedes kann die Signalgüte soweit verbessert werden, dass ein Schweben der Welle ermöglicht wird. Die Wahl der Zeitkonstante stellt dabei einen Kompromiss zwischen ausreichender Reduzierung des Rauschens und einer möglichst hohen Dynamik und einer geringen Phasenverschiebung dar. Im Anschluss wird die Kompensation der Steuerströme durch die in Abschnitt 4.1 eingeführten Look-Up-Tabellen realisiert. Dabei dienen sowohl das Differenzsignal der Streuflusssensoren einer Achse so-

wie der entsprechende Steuerstrom<sup>7</sup> als Eingangssignal. Aus diesem Grund ist es für die Sicherstellung einer möglichst hohen Übereinstimmung der gemessenen mit der tatsächlichen Rotorposition notwendig, dass die Zeitkonstanten der Filter für das Streufluss- und das Stromsignal gleich groß gewählt werden. Eine Phasenverschiebung der beiden Signale untereinander führt bei Übergangsvorgängen mit hoher Dynamik zu einer Über- bzw. Unterkompensation des Einflusses des Steuerstroms, wodurch es zu erheblichen Abweichungen zwischen der Realität und der Messung kommt.

**Statische Eigenschaften** Neben der Stromkompensation stellt die ausreichende Reduzierung des Einflusses der Querverschiebung eine entscheidende Voraussetzung für einen stabilen Betrieb des Magnetlagers mit dem streuflussbasierten Lagemesssystem dar. Dies kann mit zusätzlichen Kennfeldern, wie in Abbildung 4.4.3 dargestellt, umgesetzt werden.

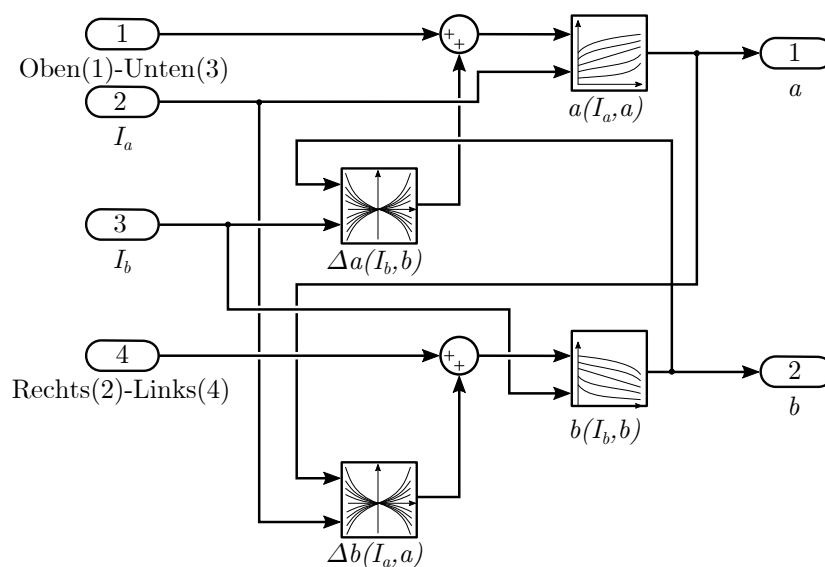
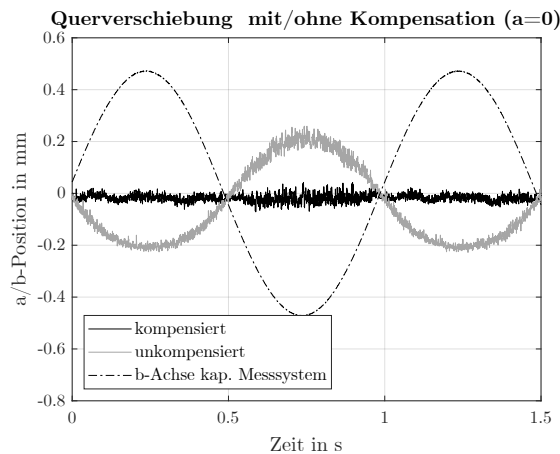


Abb. 4.4.3: Blockschaltbild der Querverschiebungskompensation.

Im Gegensatz zu den Kennfeldern zur Bestimmung der Rotorposition aus den gemessenen Streuflusswerten und den momentan fließenden Steuerströmen ist eine Umstrukturierung der Werte nicht notwendig. Dadurch kommt es nicht zu der erheblichen Erhöhung der Anzahl von Stützstellen. Die durch Querverschiebung hervorgerufene Abweichung der gemessenen Rotorlage von der realen Position wird dabei von dem Differenzsignal der Streuflusssensoren subtrahiert bzw. hinzuaddiert. Erst im Anschluss erfolgt die Linearisierung und Kompensation des Stromeinflusses. Die Eingangsgrößen der Look-Up-Tabellen zur Querverschiebungskompensation sind die Rotorlage und der Steuerstrom der jeweils anderen Achse. Zur Verdeutlichung der Notwendigkeit dieser Maßnahme soll die Abbildung 4.4.4 dienen. Die dargestellten Signalverläufe zeigen die Bewegung des Rotors entlang der b-Achse. Der Rotor wurde mittels des kapazitiven Lagemesssystems zum Schweben gebracht und befindet sich in der a-Achse in der Mittellage. Ohne Querfeldkompensation

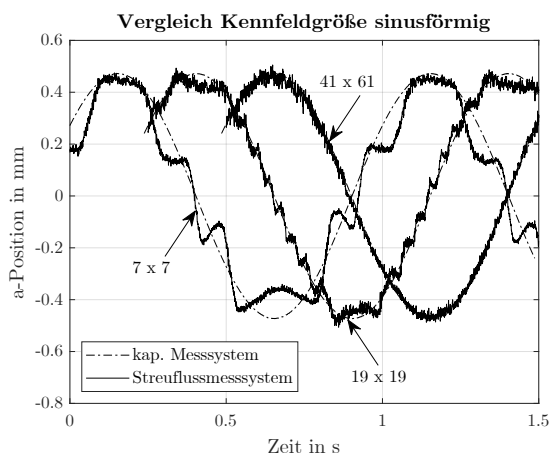
<sup>7</sup>Die Steuerströme  $I_a$  und  $I_b$  werden durch Addition der Steuerströme  $I_x$  und  $I_y$  gebildet (siehe 3.1.2).

verursacht eine Bewegung in der b-Achse eine scheinbare Bewegung in der a-Achse. Diese beträgt ca. 40% und es ist offensichtlich, dass eine Positionsmessung mit einem derart großen Fehler nicht für eine Magnetlagerregelung geeignet ist. Der in Abschnitt 3.2 ermittelte Fehler bei Querverschiebung wurde mit bis zu ca. 10% angegeben. Dieser Effekt verstärkt sich jedoch durch die nachgeschaltete Linearisierung und Stromkompensation erheblich. Aufgrund des fehlerbehafteten Eingangssignals geht die Beziehung zwischen dem Messwert des Differenzsignals und dem des Steuerstroms verloren. Eine sinnvolle Zuordnung der Kennfelddaten ist dann nicht mehr möglich und führt zu falschen Messwerten. Mit Hilfe der zusätzlichen Kennfelder lässt sich dieses Problem nahezu vollständig eliminieren. Lediglich das bei großen Auslenkungen zunehmende Rauschen lässt noch auf eine Querverschiebung schließen. Die Ursache dafür sind kleiner werdende Induktivitäten auf Grund von Sättigungseffekten, wenn die Luftspaltlänge sehr klein wird (große Auslenkung in der b-Achse), wodurch sich der Stromrippel vergrößert.

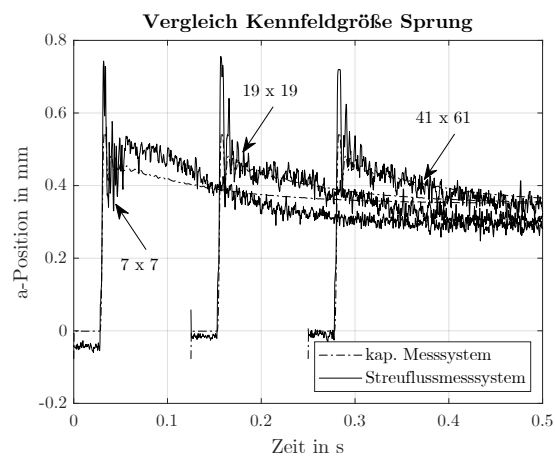


**Abb. 4.4.4:** Verhalten des Messwertes in der a-Achse bei Querverschiebung in der b-Achse ( $a=0$ ) mit und ohne Kompensation.

Ein weiterer wichtiger Aspekt bei der Untersuchung des Streuflussmesssystems hinsichtlich seiner Eignung als Lagegeber für Magnetlager sind die Look-Up-Tabellen zur Linearisierung und Stromkompensation. Einen entscheidenden Einfluss hat dabei die Anzahl der Stützstellen für die Rotorposition und den Steuerstrom. Wie die Abbildungen 4.4.5 und 4.4.6 zeigen, führen sehr kleine Kennfelder zu erheblich verzerrten Positionsmesswerten. Das Magnetlager wurde bei dieser Untersuchung mit Hilfe des kapazitiven Referenzmesssystems betrieben. Es wird erwartungsgemäß deutlich, dass die Übereinstimmung zwischen tatsächlicher und gemessener Rotorlage mit der Anzahl der Stützstellen zunimmt. Dies wird besonders deutlich, wenn der Rotor eine sinusförmige Bewegung ausführt. Jedoch ist bei der Wahl der Kennfeldgröße der zur Verfügung stehende Speicher des Echtzeitrechners zu berücksichtigen.



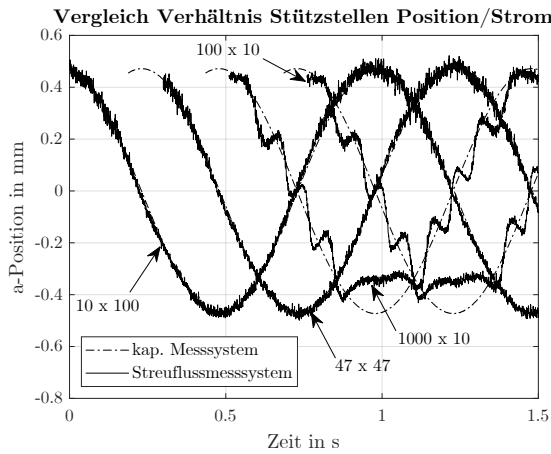
**Abb. 4.4.5:** Vergleich verschiedener Kennfeldgrößen und deren Auswirkung auf die Übereinstimmung zwischen Messwert und Rotorposition bei sinusförmiger Sollwertvorgabe.



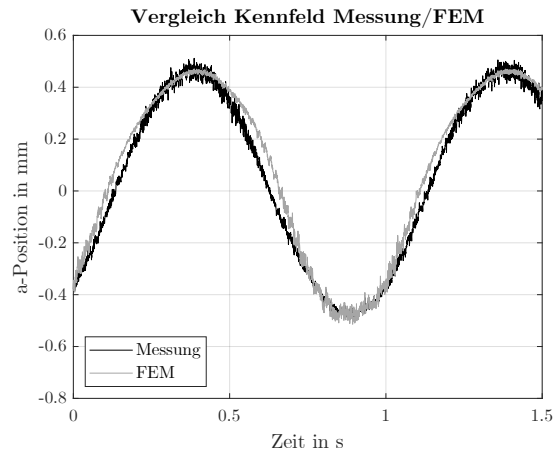
**Abb. 4.4.6:** Vergleich verschiedener Kennfeldgrößen und deren Auswirkung auf die Übereinstimmung zwischen Messwert und Rotorposition anhand einer Sprungantwort.

Das im Versuchsaufbau eingesetzte ds1103 (Version 07) verfügt mit nur 2 MB über einen sehr begrenzten Speicher. Auf diesem müssen sowohl das Programm (Signalverarbeitung und Regelung) als auch die benötigten Look-Up-Tabellen Platz finden. Ausgehend von Gleichung 4.1 und einer Datenbreite von 32 bit werden für die Variante mit 41 x 61 Stützstellen etwas mehr als 610 kB benötigt. In den folgenden Untersuchungen wurden Look-Up-Tabellen verwendet, die auf Kennfeldern mit je vierzig Stützstellen für die Position und den Steuerstrom beruhen. Der benötigte Speicherplatz pro Tabelle verringert sich so bei guter Linearität auf 256 kB, wodurch noch ausreichend Speicherplatz verfügbar ist.

Neben der Anzahl der Stützstellen spielt auch das Verhältnis dieser zueinander eine wichtige Rolle. Die Verläufe des Messsignals in der a-Achse in Abbildung 4.4.7 verdeutlichen dies. Das Magnetlager wird abermals mit den kapazitiven Positionssensoren betrieben, wobei sich der Rotor durch eine sinusförmige Sollwertvorgabe in der a-Achse bewegt. Grundlage dieser Betrachtung sind annähernd gleich große Kennfelder mit ca. einer Million Datenpunkten (400 kB). Es zeigt sich, dass Kennfelder, bei denen das Verhältnis zwischen den Stützstellen für die Position und denen für den Steuerstrom ausgewogen bzw. zugunsten der Anzahl der Datenpunkte für den Strom verschoben ist, im Allgemeinen eine bessere Linearität und Stromkompensation gewährleisten. Weist das Kennfeld hingegen deutlich mehr Stützstellen für die Rotorposition als für den Steuerstrom auf, ist das Ergebnis ähnlich unzureichend wie bei einem Kennfeld, das bei gleicher Anzahl der Stromstützstellen nur über ein Zehntel der Stützstellen für die Position verfügt (100 x 10 Kennfeld - 40 kB). Nur unwesentlich schlechter fällt das Ergebnis bei der Verwendung eines 7 x 7 Kennfeldes aus, das jedoch nur ca. 1,4 kB Speicherplatz benötigt. Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass möglichst große Kennfelder zu bevorzugen sind. Dabei ist jedoch darauf zu achten, dass diese über eine größere Anzahl von Stützstellen für den Strom als für die Position verfügen bzw. deren Verhältnis ausgeglichen ist.



**Abb. 4.4.7:** Vergleich von Kennfeldern mit unterschiedlichen Verhältnissen zwischen den Stützstellen für die Position und den Strom bei gleicher Kennfeldgröße.

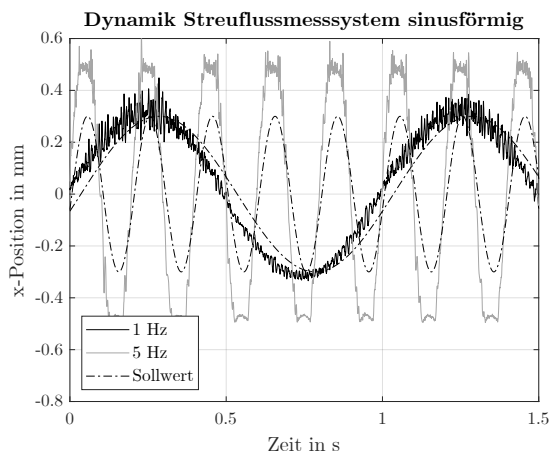


**Abb. 4.4.8:** Streuflussbasiertes Messsystem mit gemessenen Kennfeldern und mit Kennfeldern, die mittels FEM-Analyse erstellt wurden.

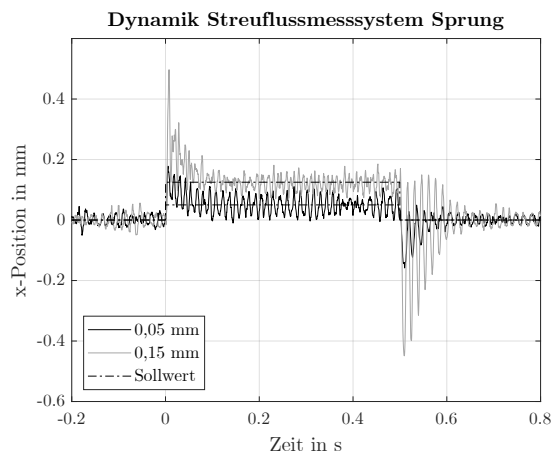
Über die Anzahl und Verteilung der Datenpunkte der Kennfelder hinaus, können diese noch hinsichtlich des Zustandekommens der Daten unterschieden werden, auf denen diese beruhen. Mit verhältnismäßig großem Aufwand ist die messtechnische Ermittlung der positions- und stromabhängigen Werte der Streuflusssensoren verbunden. Hierfür bedarf es einer mechanischen Vorrichtung, mit deren Hilfe sich der Rotor in beliebigen Positionen fixieren lässt, an denen dann eine Variation der Steuerströme erfolgt. Demgegenüber steht eine rein computergestützte Generierung von Kennfelddaten mittels FEM-Analyse. Die Messung stellt grundsätzlich die genauere Methode dar, ist aber zeitaufwändig und erfordert eine zusätzliche Möglichkeit, die Position des Rotors im Magnetlager exakt zu bestimmen. Dies kann, wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, mit mechanischen Feinzeigern oder dem integrierten kapazitiven Messsystem erfolgen. Eine Alternative dazu ist die Berechnung der von der Position und dem Steuerstrom abhängigen Streuflussdichte mittels FEM-Analyse. Diese ermöglicht die automatisierte Generierung einer großen Anzahl von Datenpunkten, setzt aber eine präzise Modellierung voraus. Der Vergleich anhand einer sinusförmigen Sollwertvorgabe zeigt, dass beide Möglichkeiten grundsätzlich geeignet sind (Abbildung 4.4.8). Erfolgt die Linearisierung und Stromkompensation auf Basis messtechnisch ermittelter Daten, ist in diesem speziellen Fall jedoch eine geringe Abweichung von der Sinusform zu beobachten.

**Dynamisches Verhalten** Abschließend soll noch das dynamische Verhalten des Magnetlagers untersucht werden, wenn das Streuflussmesssystem als Eingangsgröße für den Lage-regler dient. Grundsätzlich schwebt das Lager stabil. Aufgrund des starken Messrauschens müssen der Proportional- und der Integralanteil des Reglers im Vergleich zum Betrieb mit kapazitivem Messsystem angepasst werden, so dass die Regelung etwas „weicher“ ausfällt. Dies manifestiert sich in einem zu der Dynamik des Sollwertes korrelierendem Überschwingen, wie die Abbildungen 4.4.9 und 4.4.10 verdeutlichen. Darüber hinaus tragen Effekte,

die erst auf kleineren Zeitskalen deutlich werden, zu diesem Verhalten bei. Betrachtungen dazu und Lösungsansätze zur allgemeinen Verbesserung der Signalgüte sind Gegenstand des folgenden Kapitels.



**Abb. 4.4.9:** Dynamisches Verhalten des Magnetlagers bei Betrieb mit Streuflussmesssystem und sinusförmiger Sollwertvorgabe und unterschiedlichen Frequenzen.



**Abb. 4.4.10:** Dynamisches Verhalten des Magnetlagers bei Betrieb mit Streuflussmesssystem und sprungförmiger Sollwertvorgabe unterschiedlicher Sprunghöhen.

## 4.5 Zusammenfassung

Im Fokus dieses Kapitels stand zunächst die Erstellung von Kennfeldern, mit denen, unabhängig vom später ausgewählten Messprinzip, aus gemessener Streuflussdichte und dem resultierenden Steuerstrom die Rotorposition abgeleitet werden kann. Der beschriebene Versuchsaufbau stellt die Basis für die Realisierung des Streuflussmesssystems und die Untersuchung seiner Eigenschaften dar. Nach einer Betrachtung der verschiedenen Möglichkeiten der Messung von Magnetfeldern erwies sich die Messung der Streuflussdichte mittels analogen HALL-Sensoren als in diesem Fall am besten geeignete Variante. Die daraufhin entwickelten Sensoren bilden die Basis für das Streuflussmesssystem. In ersten Tests konnte die prinzipielle Funktionalität nachgewiesen werden. Dabei zeigte sich, dass die Qualität des Messsystems sowohl von der Größe der Kennfelder als auch vom Verhältnis zwischen der Anzahl der Positions- und Stromstützstellen abhängt. Im Anschluss wurde der Querverschiebungseffekt und dessen Auswirkungen im Versuchslager untersucht. Es konnte gezeigt werden, dass eine Kompensation auf Basis der Überlegungen aus 3.1.3 möglich ist. Im Hinblick auf die dynamischen Eigenschaften konnte ein stabiles Schweben erreicht werden, wobei der Proportionalanteil und der Integralanteil des PID-Reglers aufgrund des ausgeprägten Signalrauschens angepasst werden mussten.



## 5 Betrachtungen zur Verbesserung der Signalqualität

Bei der Realisierung einer Regelung für aktive Magnetlager ist das dynamische Verhalten des Messsystems und dessen Signalgüte von entscheidender Bedeutung. Der prinzipielle Funktionsnachweis für das streuflussbasierte Messsystem konnte im vorangegangenen Kapitel erbracht werden. Gleichzeitig sind jedoch einige Schwachstellen, wie ein starkes Rauschen und ein Überschwingen bei hoher Dynamik, deutlich geworden. Ihre Ursachen sollen im Folgenden anhand von detaillierten Modellen untersucht werden. Besonderes Augenmerk liegt hierbei auf der Modellierung der nicht statischen Induktivitäten und deren Wechselwirkung untereinander. Im Anschluss werden die Modelle in den Zustandsraum überführt und ein KALMAN-Filter entworfen, um die Qualität des Messsystems hinsichtlich des Rauschverhaltens zu verbessern.

### 5.1 Modellbildung

Die Modellierung der Teilsysteme erfolgt nach der allgemein anerkannten Methode der Vereinfachung und Reduktion der Modellkomplexität, wie sie beispielsweise in [STB93] und [Sch11] zum Einsatz kommen. Darüber hinaus werden aber auch alternative Ansätze vorgeschlagen, die zu einer besseren Übereinstimmung des Modells mit dem realen System führen[RW19].

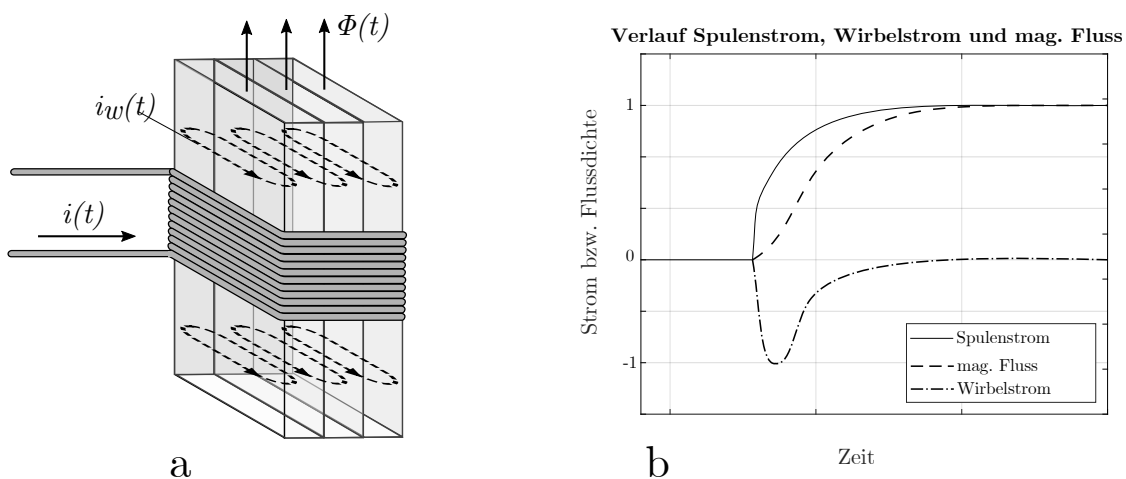
### 5.1.1 Übertragungsverhalten der Messsysteme

Das Streuflussmesssystem basiert auf der Messung der Änderung der interpolaren Streuflussdichte, die durch eine Änderung der Position des Rotors im Magnetlager und durch eine Änderung des Steuerstroms hervorgerufen wird. Die Umwandlung der Größen erfolgt dabei schrittweise, wobei jeder Zwischenschritt mit einer Zeitkonstante verknüpft ist.

$$a/b \text{ bzw. } I \xrightarrow{T_{\text{Feld}}} B_{\sigma 2} \xrightarrow{T_S} U_{\text{Hall}} \xrightarrow{T_K} U_K$$

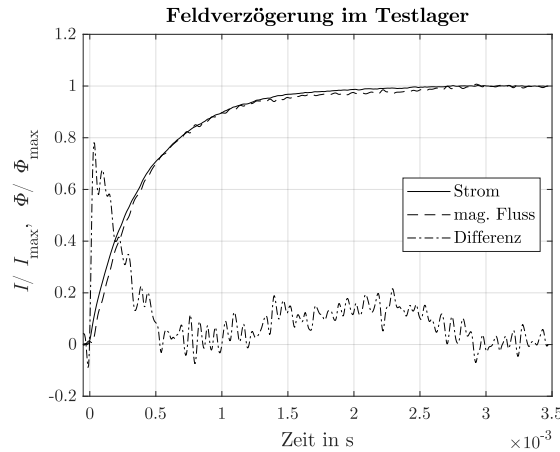
Da die Änderungsgeschwindigkeit der Rotorposition in der a- bzw. b-Achse im Allgemeinen viel kleiner als die des Stroms  $I$  ist, soll im Folgenden nur die Auswirkung einer Stromänderung auf die interpolare Streuflussdichte  $B_{\sigma 2}$ , auf die Ausgangsspannung  $U_{\text{Hall}}$  eines Sensors und die Ausgangsspannung  $U_K$  der Auswerteelektronik betrachtet werden.

**Feldverzögerungszeitkonstante  $T_{\text{Feld}}$**  Im Prinzip stellt eine auf einen magnetisierbaren Kern aufgebrachte Drahtwicklung einen Transformator dar. Dabei wird die Primärwicklung durch die Spule gebildet. Die Sekundärwicklung wird durch die, aufgrund der elektrischen Leitfähigkeit des Kernmaterials, möglichen Strombahnen der Wirbelströme repräsentiert (siehe Abbildung 5.1.1 a). Unter Einwirkung impulsartiger Störgrößen oder bei sprungförmigen Änderungen der Führungsgröße muss die dabei entstehende Differenz aus Istwert und Sollwert durch entsprechend schlagartiges Anpassen der Stellgröße ausgegeregelt werden. Dabei kommt es im Magnetlager zu steilen Stromanstiegen. Infolgedessen werden im elektrisch leitfähigen Magnetmaterial Spannungen induziert, die Wirbelströme antreiben. Diese bilden gemäß der LENZschen Regel wiederum ein Magnetfeld aus, das seiner Ursache (der Änderung des magnetischen Flusses) entgegen gerichtet ist. Somit folgt der magnetische Fluss bzw. die messbare Flussdichte, wie in Abbildung 5.1.1 b verdeutlicht, einer Stromänderung zeitverzögert



**Abb. 5.1.1:** Feldverzögerungseffekte in Magnetlagern. **a:** Prinzipdarstellung von möglichen Wirbelstrombahnen im Blechpaket. **b:** Qualitativer Verlauf des Steuerstroms, des Wirbelstroms und des magnetischen Flusses nach sprungförmiger Sollwertvorgabe.

Die Feldverzögerungszeitkonstante  $T_{\text{Feld}}$  lässt sich durch Oszillografieren einer Sprungantwort abschätzen. Wie die Abbildung 5.1.2 zeigt, ist die Abweichung zwischen gemessener Streuflussdichte und dem Strom nach ca. 500  $\mu\text{s}$  ausgeglichen. Die Messung erfolgte durch direktes Abgreifen der Ausgangsspannung eines Streuflusssensors. Die Auswertelektronik kam nicht zum Einsatz, da eine Spannungsanpassung für die Messung nicht notwendig war. Daher ist die so bestimmte Zeitkonstante eine Kombination aus der Feldverzögerungszeitkonstante und der Zeitkonstante des HALL-Sensors und soll als  $T_{\text{Feld,S}}$  bezeichnet werden [RW14].



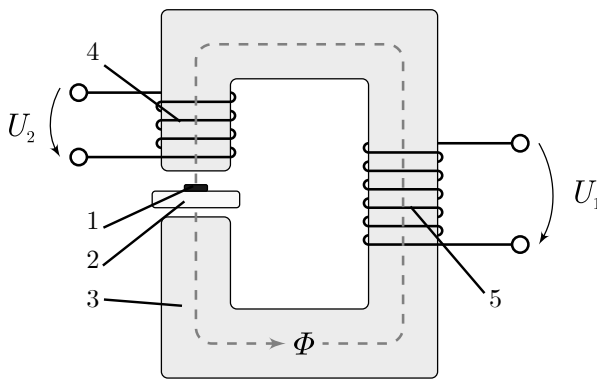
**Abb. 5.1.2:** Verlauf von Strom und magnetischem Fluss im Testlager nach Stellgrößensprung von 0 auf 15 A. Die Differenz zwischen beiden Verläufen ist zur Verdeutlichung zehnfach überhöht dargestellt.

**Sensorzeitkonstante  $T_S$**  Um den Einfluss der Sensorzeitkonstante abschätzen zu können, erfolgt eine separate Betrachtung des Übertragungsverhaltens der Streuflusssensoren. Im Vergleich zu konventionellen Lagemesssystemen bietet das streuflussbasierte Messsystem die Möglichkeit, mit verhältnismäßig geringem Aufwand das frequenzabhängige Übertragungsverhalten der Sensoren zu ermitteln. Dazu kam, wie in [RW15] beschrieben, ein Ferritkern zum Einsatz, wie er auch für Übertrager in Schaltnetzteilen und Frequenzumrichtern Verwendung findet. In dessen Luftspalt wurden die Sensoren, wie in Abbildung 5.1.3 veranschaulicht, positioniert. Auf dem Ferritkern sind zwei Wicklungen aufgebracht. Die Primärwicklung dient dazu, eine magnetische Durchflutung mit variabler Amplitude und Frequenz zu erzeugen, welche von der Sekundärwicklung gemessen wird. Unter Annahme eines homogenen Feldes ist die tatsächliche Flussdichte im Luftspalt durch

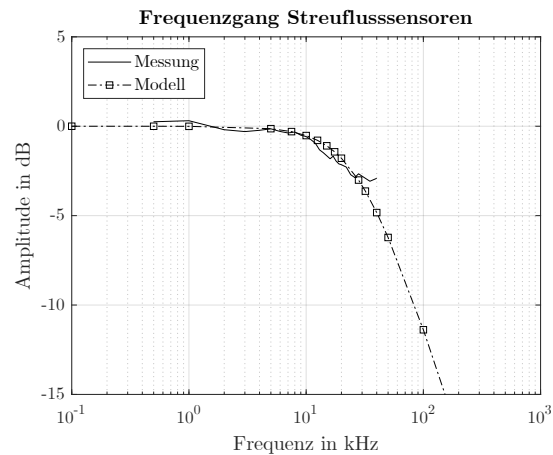
$$\hat{B} = \frac{\hat{U}_2}{\omega \cdot N_2 \cdot A} \quad (5.1)$$

gegeben. In der Realität wird sich das Feld im Bereich des Luftspalts aufweiten, wodurch die tatsächliche Flussdichte im Luftspalt tendenziell kleiner ausfällt als die Flussdichte im Ferritkern. Der resultierende Fehler ist jedoch nicht frequenzabhängig und für alle Arbeitspunkte konstant. Zur Bestimmung des dynamischen Übertragungsverhaltens ist weniger

die Amplitude der Flussdichte von Interesse, vielmehr wird deren frequenzabhängige Änderung untersucht. Daher ist die getroffene Vereinfachung legitim und der Versuchsaufbau in der beschriebenen Form für die Messaufgabe geeignet. Der zur Erzeugung eines magnetischen Wechselfeldes notwendige sinusförmige Strom wird von einem geeigneten Verstärker mit einer Bandbreite von 10 Hz – 40 kHz zur Verfügung gestellt. Das auf diese Weise ermittelte Übertragungsverhalten ist in Abbildung 5.1.4 zu sehen. Die Grenzfrequenz der Sensoren liegt bei ca. 28 kHz, was gut mit den Datenblattwerten der HALL-Sensoren übereinstimmt. Bis zu dieser Frequenz weisen die Sensoren ein typisches PT1-Verhalten auf. Die Messung erfolgte bis zu einer Frequenz von 40 kHz, da bei einer weiteren Erhöhung der Frequenz die Amplituden auf Grund der Charakteristik des Verstärkers zu klein werden. Die so ermittelte Zeitkonstante  $T_S$  beträgt rund 5,7  $\mu\text{s}$ .



**Abb. 5.1.3:** Versuchsaufbau zur Bestimmung des frequenzabhängigen Übertragungsverhaltens der streuflussbasierten Sensoren. 1: HALL-Sensor 2: Sensorträger 3: Ferritkern 4: Sekundärwicklung 5: Primärwicklung



**Abb. 5.1.4:** Übertragungsverhalten der Streuflusssensoren und der Auswerteelektronik.

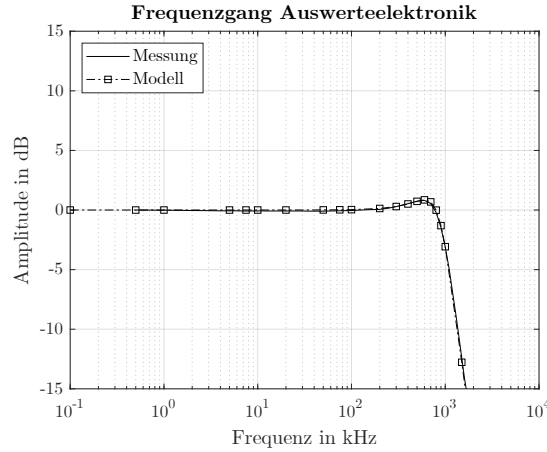
**Zeitkonstante  $T_K$  der Auswerteelektronik** Das Übertragungsverhalten der Auswerteelektronik lässt sich mit wenig Aufwand durch Speisung aus einem Frequenzgenerator mit voller Aussteuerung<sup>1</sup> ermitteln. Der Frequenzgang der Auswerteelektronik ist in Abbildung 5.1.5 dargestellt und lässt sich mit einem PT2-Verhalten mit  $T_1 \approx 1,15 \mu\text{s}$  und  $T_2 \approx 0,98 \mu\text{s}$  sowie einer Dämpfung von  $D = 0,42$  approximieren.

Beim Vergleich der verschiedenen Zeitkonstanten wird deutlich, dass die Feldverzögerungszeitkonstante die mit deutlichem Abstand größte ist, weshalb die Vernachlässigung der Zeitkonstanten der Auswerteelektronik aus Gründen der Vereinfachung gerechtfertigt ist. Die Vernachlässigung der Sensorzeitkonstante  $T_S$  wäre ebenfalls vertretbar, weil diese kleiner als die Abtastperiode von 70  $\mu\text{s}$  des dSpace-Systems ist. Sie ist aber in der kombinierten

<sup>1</sup>Die Amplitude der Eingangsspannung betrug  $\hat{U} = 8 \text{ V}$ , was der maximalen Ausgangsspannung der Streuflusssensoren entspricht.

Zeitkonstante  $T_{\text{Feld,S}}$  enthalten. Somit kann die Übertragungsfunktion im Bildbereich mit

$$G_S(s) = \frac{k_\sigma}{T_{\text{Feld,S}} \cdot s + 1} \quad (5.2)$$



**Abb. 5.1.5:** Näherungsweise Beschreibung der Übertragungsfunktion eines Messkonverters mit einer Reihenschaltung aus PT2- und PT1-Glied.

und in differentieller Form im Zeitbereich mit

$$T_{\text{Feld,S}} \frac{d}{dt} a_{\text{mess}}(t) + a_{\text{mess}}(t) = k_\sigma a(t) \quad (5.3)$$

angegeben werden. Dabei ist  $a$  der tatsächliche Wert der Rotorposition in der a-Achse und  $a_{\text{mess}}$  die gemessene Rotorposition.

Die zweite messtechnisch erfasste Zustandsgröße ist der Steuerstrom einer Achse. Zum Einsatz kommen Stromwandler, die ebenfalls auf dem HALL-Effekt basieren. Diese weisen laut Datenblatt ([LEM11]) einen Messbereich von  $\pm 80$  A auf. Der Temperaturkoeffizient der Ausgangsspannung beträgt typischerweise 50 ppm. Die Messung der Steuerströme erfolgt in einem gewissen Abstand zum Lager, sodass dessen Erwärmung während des Betriebs keine Auswirkungen auf die Strommessung hat. Aufgrund der thermischen Entkopplung, des niedrigen Temperaturkoeffizienten und unter Annahme einer konstanten Umgebungstemperatur können temperaturabhängige Fehler vernachlässigt werden. Gemäß den Herstellerangaben kann der Stromwandler Stromanstiege von mindestens  $60 \text{ A}/\mu\text{s}$  abbilden und die Dämpfung des Ausgangssignals beträgt bei 200 kHz ca.  $0,5 - 1$  dB. Damit ist die Zeitkonstante der Strommessung kleiner als  $0,8 \mu\text{s}$ , so dass die Strommessung als verzögerungsfreies P-Glied approximiert werden kann. Daraus ergibt sich die Übertragungsfunktion für den Steuerstrom in der a-Achse im Bildbereich:

$$G_I(s) = k_{i,\text{mess}} \quad (5.4)$$

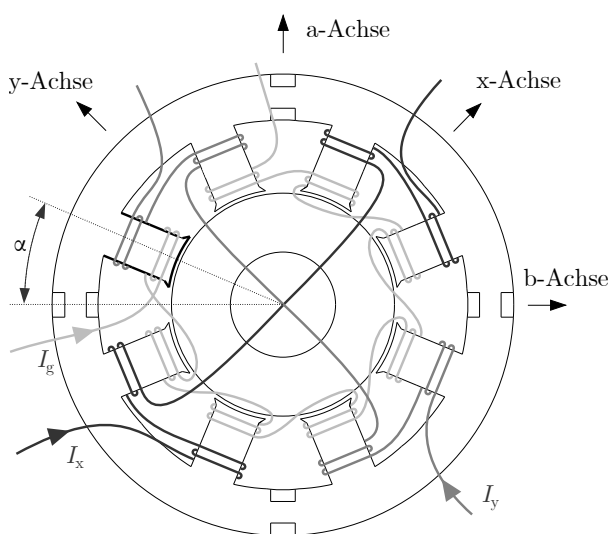
bzw. im Zeitbereich:

$$I_{a,\text{mess}}(t) = k_{i,\text{mess}} I_a(t) \quad (5.5)$$

Der in der a-Achse gemessene Strom  $I_{a,\text{mess}}$  wird dabei durch die Multiplikation des Momentanwerts des Stroms  $I_a$  mit dem Verstärkungsfaktor  $k_{i,\text{mess}}$  gebildet.

### 5.1.2 Elektromagnetisches Modell

Der folgende Abschnitt befasst sich mit der Entwicklung eines möglichst detaillierten Modells des elektromagnetischen Teils des Magnetlagers, dessen wichtigste Kenngrößen in Tabelle 5.1 zusammengefasst sind.



**Abb. 5.1.6:** Verschaltung der Grunderregerwicklungen und der Steuererregerwicklungen.

**Tab. 5.1:** Dimensionierung des Testlagers.

Formelzeichen	Wert	Einheit
$D_A$	150	mm
$D_I$	75	mm
$d_{\text{Blech}}$	40	mm
$\delta_N$	0,5	mm
$A_P$	7,22	cm <sup>2</sup>
$N_G$	8 · 55	Wdg.
$N_x$ bzw. $N_y$	4 · 22	Wdg.
$I_G$	6	A
$I_x$ bzw. $I_y$	±15	A
$F_N$	600	N

### Kraftbildung

Wie schon im Abschnitt 3 beschrieben, umfasst das Magnetlager je zwei sich gegenüberliegende Polpaare pro Lagerachse. Jeder Zahn trägt dabei, wie in der schematischen Darstellung 5.1.6 verdeutlicht, eine Spule der Grunderregerwicklung und eine Spule der Steuererregerwicklung. Die Wicklungen sind dabei in beiden Lagerachsen so verschaltet, dass die vom Steuerstrom erzeugte Durchflutung die Durchflutung der Grunderregung überlagert. Durch Erhöhen des Steuerstroms vergrößert sich die resultierende Durchflutung, wohingegen diese auf der gegenüberliegenden Seite abnimmt. Bei Vorzeichenwechsel des Steuerstroms ergibt sich ein entsprechend entgegengesetztes Verhalten. Dabei handelt es sich um eine übliche Ausführungsform der Lagerspulen zur Linearisierung der Kraftkennlinie.

Grundlegend ist das Übertragungsverhalten des Magnetlagers durch eine Eingangsgröße in Form des Spulenstroms und eine Kraft als Ausgangsgröße charakterisiert. Löst man folgendes Integral,

$$\oint_1 \vec{H} d\vec{l} = I \quad (5.6)$$

erhält man die Feldstärke

$$H = \frac{\Theta}{l} = \frac{IN}{l} \quad (5.7)$$

in Abhängigkeit der Durchflutung und der Länge  $l$ . Mit Hilfe des MAXWELLSchen Spannungstensors

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mu H_1^2 - \frac{1}{2}\mu H^2 & \mu H_1 H_2 & \mu H_1 H_3 \\ \mu H_2 H_1 & \mu H_2^2 - \frac{1}{2}\mu H^2 & \mu H_2 H_3 \\ \mu H_3 H_1 & \mu H_3 H_2 & \mu H_3^2 - \frac{1}{2}\mu H^2 \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

mit

$$H^2 = H_1^2 + H_2^2 + H_3^2 \quad (5.9)$$

und unter der Voraussetzung einer Isotropie der Permeabilitäten können die Kräfte

$$d\mathbf{F} = \mathbf{T} \mathbf{n} dA \quad (5.10)$$

bestimmt werden, die auf ein infinitesimal kleines Flächenelement  $dA$  wirken, dessen Orientierung durch den Normalenvektor  $\mathbf{n}$  definiert ist. Wird eine Differentialwicklung nach dem Prinzip der Abbildung 5.1.6 zugrunde gelegt, lässt sich, wie in [Sch11] detailliert beschrieben, die nichtlineare Kraftgleichung für eine Achse (z. B. die x-Achse) aufstellen, wobei der Winkel  $\alpha$  dem halben Winkel zwischen zwei Magnetpolen entspricht (siehe Abbildung 5.1.6).

$$F_x(x, I_x) = F_{x+} - F_{x-} = \frac{1}{4}\mu_0 A_P \cos \alpha \left( \frac{(N_G I_G + N_x I_x)^2}{(\delta_N - x \cos \alpha)^2} - \frac{(N_G I_G - N_x I_x)^2}{(\delta_N + x \cos \alpha)^2} \right) \quad (5.11)$$

Um diese Gleichung zu erhalten, sind einige vereinfachende Annahmen notwendig. So wird der magnetische Widerstand des Blechpakets vernachlässigt, sodass Sättigungseffekte nicht berücksichtigt werden können. Darüber hinaus wird von einer homogenen Feldverteilung im Luftspalt ausgegangen und an den Polrändern auftretende Streufelder werden nicht berücksichtigt.

### Linearisierung im Arbeitspunkt

Um ein lineares Streckenmodell zu erhalten, wird meist im Arbeitspunkt linearisiert. Dabei wird davon ausgegangen, dass der normale Betriebszustand eines Magnetlagers vorliegt,

wenn sich der Rotor in der Lagermitte befindet. Zusätzlich wird vereinbart, dass der Steuerstrom im Arbeitspunkt Null beträgt. Unter der Maßgabe  $x = I_x = 0$  kann dann die im Arbeitspunkt linearisierte Kraftgleichung aufgestellt werden.

$$F_x(x, I_x) = \frac{\mu_0 A_P \cos^2 \alpha N_G^2 I_G^2}{\delta_N^3} x(t) + \frac{\mu_0 A_P \cos \alpha N_G N_x I_G}{\delta_N^2} I_x(t) \quad (5.12)$$

Die Faktoren

$$k_x = \frac{\mu_0 A_P \cos^2 \alpha N_G^2 I_G^2}{\delta_N^3} \quad (5.13)$$

und

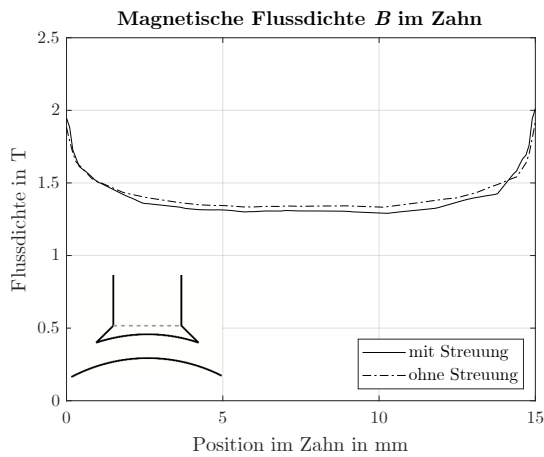
$$k_{ix} = \frac{\mu_0 A_P \cos \alpha N_G N_x I_G}{\delta_N^2} \quad (5.14)$$

werden als Kraft-Weg-Faktor und Kraft-Strom-Faktor bezeichnet.

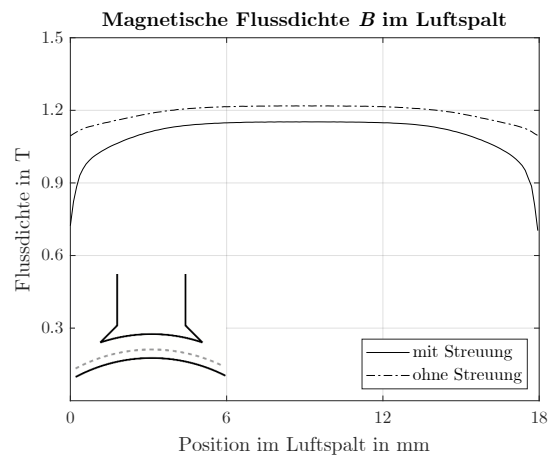
### Inhomogenes Luftspaltfeld

Neben der Linearisierung im Arbeitspunkt sind eine Reihe weiterer Annahmen und Vereinbarungen getroffen worden, um zu einer linearen Beschreibung der elektromagnetischen Teilstrecke zu gelangen. Eine allgemein anerkannte Vorgehensweise ist es, von einer homogenen Feldverteilung im Luftspalt auszugehen. Dies ist zulässig und nur mit kleinen Fehlern verbunden, solange nur Arbeitspunkte betrachtet werden, bei denen der Rotor sich nahe der Lagermitte befindet, und die Steuerströme nur geringe Werte annehmen. Ist eine dieser beiden Vereinbarungen jedoch nicht erfüllt, können erhebliche Fehler auftreten. Die mittels linearisierter Kraftgleichung berechnete Lagerkraft wird dann, je nach Grad der Abweichung vom Arbeitspunkt, deutlich zu groß ausfallen, wie ein Vergleich mit einer FEM-Rechnung zeigt. Die größere Lagerkraft ist eine Folge des größeren magnetischen Flusses im Magnetkreis. Da Streuung vollständig ausgeschlossen wird, verlagern sich alle normalerweise auftretenden Streuflüsse in das Innere des Magnetkreises und addieren sich zum Hauptfluss. Dies führt zu einem Anstieg der magnetischen Flussdichte im Eisen, wie in Abbildung 5.1.7 verdeutlicht wird. Die FEM-Rechnung zeigt, dass die magnetische Flussdichte entlang einer gedachten Linie am Übergang vom Zahn zum Polschuh (im rechten Winkel zu den Zahnflanken) für den Fall, dass Streuung im normalen Umfang auftritt, etwas niedriger ist als die magnetische Flussdichte, die sich einstellt, wenn keine Streuung zugelassen wird. Der Effekt ist jedoch sehr gering, da der Unterschied im untersuchten Beispiel im Mittel lediglich rund 1,9 % beträgt (siehe Tabelle 5.2). Den weitaus größeren Einfluss hat die Verteilung der Flussdichte im Luftspalt. Vergleicht man die Abbildungen 5.1.9 und 5.1.10, fällt auf, dass bei ausgeprägten Streuflüssen (durch entsprechend eingefärbte Bereiche an beiden Seiten des Polschuhs gekennzeichnet) die magnetische Flussdichte zu den Rändern des Polschuhs hin abfällt, wohingegen die Luftspaltflussdichte im Modell ohne Streuflüsse über den gesamten Luftspalt nahezu konstant ist. Dies wird besonders bei der Gegenüberstellung beider Verläufe in Abbildung 5.1.8 deutlich. Die magnetische Flussdichte wurde in beiden Fällen numerisch entlang einer konzentrisch zur Polfläche





**Abb. 5.1.7:** Magnetische Flussdichte bei 15 A Steuerstrom mit und ohne Streuung im Querschnitt eines Zahns. Die Werte wurden entlang einer gedachten Linie am Übergang zwischen Zahn und Polschuh mittels FEM-Rechnung bestimmt.

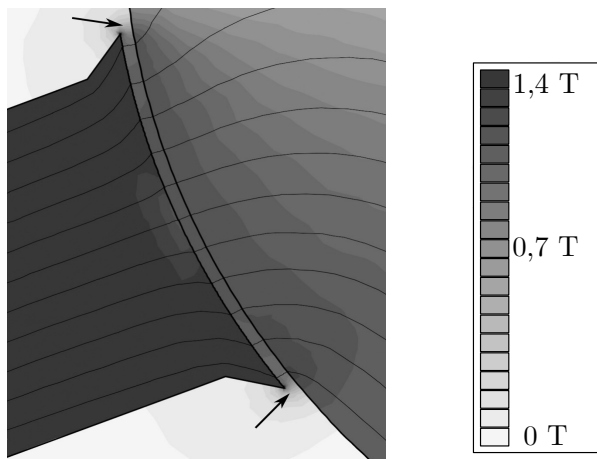


**Abb. 5.1.8:** Magnetische Flussdichte im Luftspalt in einer Entfernung zur Polfläche von zwei Dritteln der Nennluftspatlänge  $\delta_0$ . Die numerische Berechnung wurde für die Fälle mit und ohne Streufluss durchgeführt. Der Steuerstrom beträgt ebenfalls 15 A.

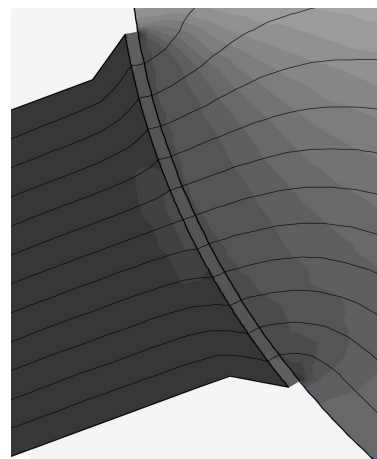
verlaufenden gedachten Linie ermittelt, welche sich in einem Abstand von zwei Dritteln der Nennluftspatlänge  $\delta_0$  zur Polfläche befindet. Hier ist der Unterschied der über den gesamten Verlauf gemittelten Werte deutlich stärker ausgeprägt und beträgt ca. 8,18 %. Bei maximaler Aussteuerung des Steuerstroms  $I_x$  bzw.  $I_y$  und der Maßgabe, dass Streuung nicht auftritt, führt die numerische Berechnung in dem hier untersuchten Beispiel, bei dem sich der Rotor in der Lagermitte befindet, zu einer Lagerkraft  $F_x$  bzw.  $F_y$ , die mit einem Wert von rund 730 N deutlich zu groß ausfällt, verglichen mit dem unter normalen Bedingungen per FEM-Analyse ermittelten Referenzwert von 639 N.

### Reale Permeabilität des Blechpakets und Sättigungseffekte

Eine weitere Annahme, die zur linearisierten Kraftgleichung (Gl. 5.12) führt, wird bei genauerer Betrachtung der Gleichung selbst deutlich. In ihr fehlen jegliche Terme, die das Verhalten von weiteren Materialien außer Luft bzw. dem Vakuum unter Einwirkung eines äußeren magnetischen Feldes modellieren. Ursache dafür ist die Annahme, dass die magnetische Permeabilität der ferromagnetischen Materialien im Magnetlager viel größer ist als die von Luft. Im Zuge dieser Vereinfachung wird jedoch auch vorausgesetzt, dass die relative Permeabilität ein konstanter Proportionalitätsfaktor zwischen der Feldstärke  $H$  eines äußeren magnetischen Feldes und der sich in dem betrachteten Material einstellenden Flussdichte  $B$  ist. Ferromagnetische Materialien weisen aber grundlegend ab einer bestimmten Feldstärke ein Sättigungsverhalten auf. Das bedeutet, dass ab diesem Wert der Anstieg der Flussdichte im Material zunächst geringer wird. Bei einer weiteren Erhöhung der Feldstärke über diesen Punkt hinaus, steigt die Flussdichte im Material bzw. die Polarisation des Materials nicht weiter an. Ausgehend von der Beziehung zwischen der



**Abb. 5.1.9:** Verteilung der magnetischen Flussdichte im Luftspalt bei einem Steuerstrom von 15 A und Streuung im Bereich der Polschuhkanten (Bereich durch Pfeile markiert).



**Abb. 5.1.10:** Verteilung der magnetischen Flussdichte bei 15 A Steuerstrom und homogenem Luftspaltfeld.

magnetischen Feldstärke und der Flussdichte im als isotrop angenommenen ferromagnetischen Material (NO-20<sup>2</sup>)

$$\vec{B} = \mu_{\text{Fe}} \mu_0 \vec{H} \quad (5.15)$$

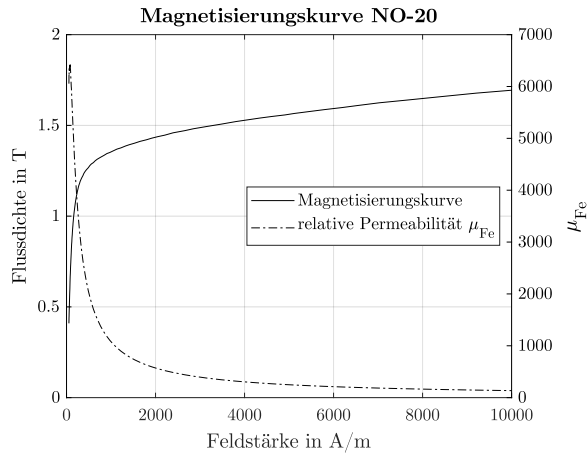
kann die relative Permeabilität im Magnetmaterial wie folgt bestimmt werden:

$$\mu_{\text{Fe}} = \frac{B}{\mu_0 H} \quad (5.16)$$

Legt man eine, wie in Abbildung 5.1.11 dargestellte, Magnetisierungskurve<sup>3</sup> zugrunde, wird deutlich, dass sich die relative Permeabilität nur in einem sehr begrenzten Bereich, in diesem Fall bis zu einer Feldstärke von ca. 100 A/m, linear verhält und bei größeren Werten ein abfallendes nicht lineares Verhalten aufweist. Der aus dieser Vereinfachung resultierende Fehler ist, bezogen auf einen per FEM-Analyse ermittelten Referenzwert, bei sehr kleinen Feldstärken gering. Mit zunehmender Feldstärke wächst die Abweichung jedoch auf ein Maß an, das nicht länger vernachlässigt werden kann. Dies soll anhand einer Beispielrechnung verdeutlicht werden. Dabei wurde die Permeabilität des Magnetmaterials im Modell des Magnetlagers in zwei Schritten verändert. Als Referenz dient die Berechnung von Feldstärke, Flussdichte und der Kraft auf den Rotor (dieser befindet sich in der Lagermitte), unter der Maßgabe realer Materialeigenschaften (im Modell hinterlegte BH-Kurve). In einem ersten Schritt wurde eine konstante Permeabilität von  $\mu_{\text{Fe}} = 6\,300$  zugrunde gelegt (linear I). Dieser Wert entspricht der Permeabilität von NO-20 bei sehr

<sup>2</sup>NO-20 ist die normierte Bezeichnung für ein nicht kornorientiertes Elektroblech, das häufig im Elektromaschinenbau Anwendung findet [thy19].

<sup>3</sup>Von den Herstellern wird meist nur die Neukurve des Materials angegeben, so dass Hystereseeffekte an dieser Stelle nicht berücksichtigt werden können.



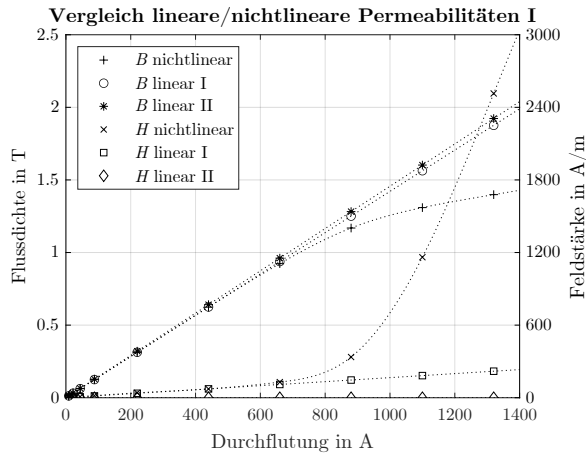
**Abb. 5.1.11:** Magnetisierungskurve von NO-20 und die von der Feldstärke abhängige relative Permeabilität  $\mu_{\text{Fe}}$ .

**Tab. 5.2:** Vergleich der mittleren Streuflussdichten im Zahn und im Luftspalt bei einem Steuerstrom von 15 A.

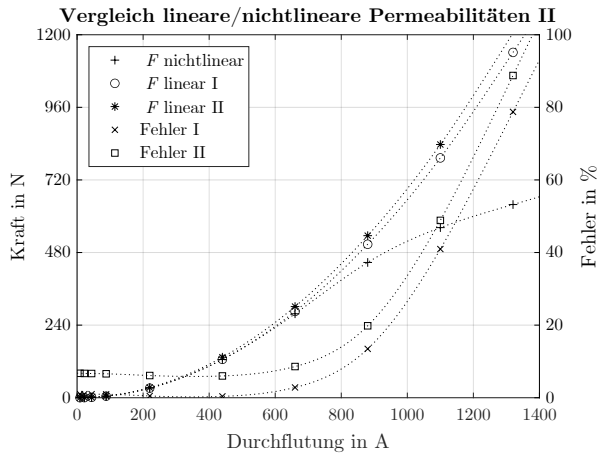
	mit Streuung	ohne Streuung
<b>Zahn</b>		
$\bar{B}_Z$	1,384 T	1,41 T
Abweichung		1,9 %
<b>Luftspalt</b>		
$\bar{B}_\delta$	1,1 T	1,19 T
Abweichung		8,18 %

kleinen Feldstärken im Bereich des linearen Teils der BH-Kurve. Im zweiten Schritt wurde die Permeabilität um drei Größenordnungen auf  $\mu_{\text{Fe}} = 6\,300\,000$  erhöht (linear II), was einer vollständigen Vernachlässigung des magnetischen Widerstands des Magnetmaterials gleich kommt. Die Durchflutung wurde unter Berücksichtigung eines konstanten Verhältnisses zwischen Grund- und Steuererregung zwischen 0 A und 1 400 A variiert. Das in Abbildung 5.1.12 dargestellte Diagramm zeigt den Verlauf der Feldstärke und der Flussdichte bei zunehmender Durchflutung. Erwartungsgemäß weisen diese für die Fälle mit konstanten Permeabilitäten einen linearen Verlauf auf. Auffällig sind die sehr kleinen Werte der Feldstärke, wenn das Magnetmaterial mit  $\mu_{\text{Fe}} = 6\,300\,000$  modelliert wird. Hier beträgt die Feldstärke bei maximaler Durchflutung weniger als 0,3 A/m. Dies entspricht praktisch der Vernachlässigung des magnetischen Widerstands des Magnetmaterials und der Reduzierung des Magnetkreises auf die Luftspalllänge. Bei Annahme realistischer Materialeigenschaften mit einer nichtlinearen Abhängigkeit der Permeabilität von der Feldstärke zeigt sich, dass der Anstieg der Flussdichte ab einer Durchflutung von ca.  $600\text{ A}^4$  abnimmt, wohingegen der Wert der Feldstärke im Zahn stark zunimmt. Die Auswirkungen der Annahme, dass die Permeabilität des Magnetmaterials konstant bzw. konstant und so groß ist, dass diese bei der Berechnung der Lagerkraft nicht berücksichtigt werden muss, werden durch die Verläufe der Lagerkraft in Abbildung 5.1.13 verdeutlicht. Analog zu den Kurven der Feldstärke und der Flussdichte kommt es ab einer Durchflutung von etwa 600 A zu einer zunehmenden Abweichung zwischen der Lagerkraft, die unter der Maßgabe realitätsgetreuer magnetischer Eigenschaften des Magnetmaterials ermittelt wurde, und den Lagerkräften für die Fälle linear I und linear II. Bis zu diesem Punkt beträgt der durch die Linearisierung verursachte Fehler weniger als 2 % bzw. 10 %. Bei einer weiteren Erhöhung der Durchflutung nimmt die Abweichung jedoch stark zu. Dies führt dazu, dass bei einer

<sup>4</sup>Dies entspricht näherungsweise der halben Maximaldurchflutung des Testlagers.



**Abb. 5.1.12:** Magnetische Feldstärke und Flussdichte im Zahn des Testlagers im Bereich am Übergang zum Polschuh bei Berechnung mit konstantem  $\mu_{Fe} = 6\,300$  (linear I), konstantem  $\mu_{Fe} = 6\,300\,000$  (linear II) und realistisch von der Feldstärke abhängiger Permeabilität (nichtlinear).

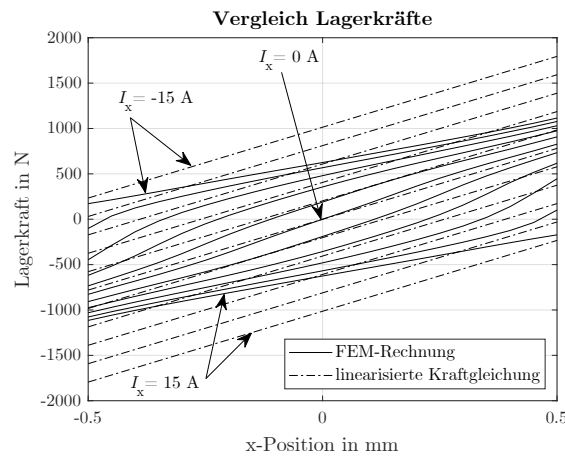


**Abb. 5.1.13:** Lagerkraft in einer Achse bei Modellierung mit realen magnetischen Eigenschaften (nichtlinear) und konstantem  $\mu_{Fe}$  von  $6\,300$  (linear I) bzw.  $6\,300\,000$  (linear II) sowie dem jeweiligen auf den nichtlinearen Fall bezogenen Fehler.

Durchflutung von  $1\,320\text{ A}$ , was der Maximaldurchflutung des Testlagers entspricht, die Lagerkräfte um rund  $80\%$  bzw.  $90\%$  größer als unter realistischen Bedingungen angenommen werden.

Rückblickend wird deutlich, dass die Vereinfachungen, die nötig sind, um einen linearen Zusammenhang zwischen Steuerstrom und Lagerkraft sowie zwischen Rotorposition und Lagerkraft zu erhalten, nur für Betriebspunkte gültig sind, die sich nahe bei einem festgelegten Arbeitspunkt befinden. Dieser ist durch eine Position des Rotors in der Lagermitte und einen Steuerstrom mit dem Wert Null definiert. Mit zunehmender Entfernung von diesem Arbeitspunkt kommt es zu größer werdenden Abweichungen bei der Berechnung der Lagerkraft (siehe Abbildung 5.1.14). Bei voller Aussteuerung (maximaler Durchflutung) kommt es zu einer Abweichung von über  $60\%$ . Die mithilfe der linearisierten Kraftgleichung (Gl. 5.12) berechnete Lagerkraft ist damit im ungünstigsten Fall mehr als eineinhalb mal so groß, wie die tatsächlich zu erwartende Lagerkraft bei realitätsgerechter Modellierung der magnetischen Eigenschaften des Magnetmaterials. Das hat zur Folge, dass die Stellgrößenreserve in Betriebspunkten, die hinreichend weit vom definierten Arbeitspunkt entfernt sind, deutlich geringer ausfällt, was sich ungünstig auf das Stör- und Führungsgrößenverhalten in diesen Bereichen auswirkt. Geht man beispielsweise von einer Auslenkung des Rotors im Versuchslager um  $\delta_N/2 = 0,25\text{ mm}$  aus, beträgt die Kraftreserve<sup>5</sup>, die laut linearisierter Kraftgleichung bei maximalem Steuerstrom zur Verfügung steht,  $1\,404\text{ N}$ .

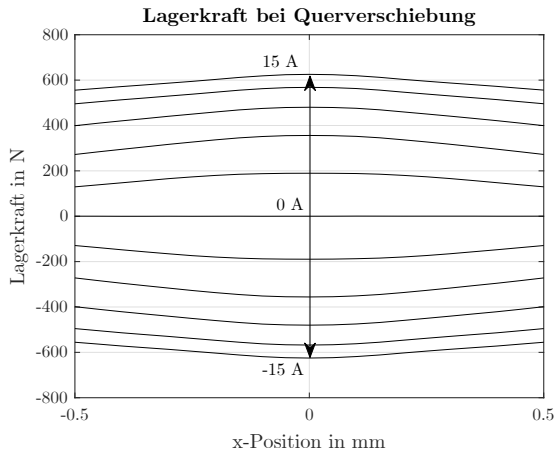
<sup>5</sup>Der Begriff Kraftreserve definiert hier die maximale Kraft, die zur Verfügung steht, um den Rotor zurück in die Lagermitte zu bewegen bzw. um einer Lageänderung des Rotors durch eine äußere Störkraft entgegenzuwirken.



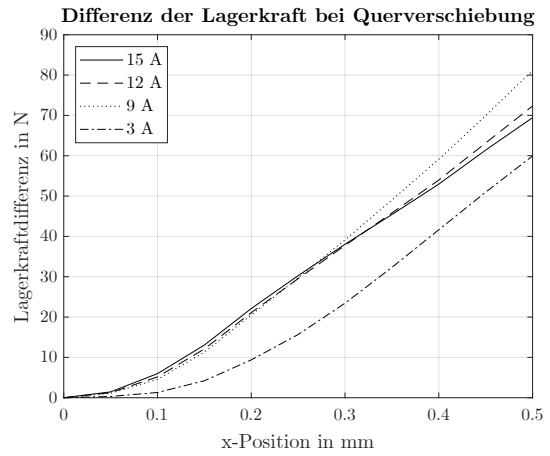
**Abb. 5.1.14:** Vergleich der Lagerkräfte in Abhängigkeit der Rotorposition und des Steuerstroms  $I_x$  bei Berechnung mit der linearisierten Kraftgleichung (Gl. 5.12) und bei Bestimmung mittels FEM-Analyse.

Tatsächlich kann das Magnetlager in diesem Fall auf den Rotor nur eine Kraft von 857 N ausüben. Die Kraftreserve ist damit fast 40 % niedriger und erfordert andere Reglereinstellungen, als es für den Arbeitspunkt in der Lagermitte notwendig wäre, insofern das gleiche Stör- und Führungsgrößenverhalten erwartet wird. Darüber hinaus wird das durch die Sättigung des Magnetmaterials hervorgerufene nichtlineare Verhalten in den Bereichen deutlich, in denen sich Steuerdurchflutung und die Durchflutung der Grunderregung additiv überlagern. Der charakteristische Sättigungsknick fehlt jedoch in den Kennlinien der maximalen Aussteuerung, da sich das Material unabhängig von der Rotorposition schon weitestgehend in Sättigung befindet.

Ein weiterer wichtiger Aspekt bei der Modellierung der strom- und positionsabhängigen Lagerkräfte ist die Untersuchung des Einflusses der Querverschiebung auf die Lagerkraft. Diese kann auf Grund der konzentrischen Grenzflächen nicht vernachlässigt werden. Im Allgemeinen werden die Zylinderflächen von Rotor und Pol als „abgerollt“ und damit als eben betrachtet. In diesem Fall würde sich eine Querverschiebung des Rotors nicht auf die Lagerkraft auswirken. Diese Vereinfachung ist aber nur gültig, wenn sich der Rotor in der Lagermitte befindet. Bei einer Längsverschiebung, entlang der Achse der momentan betrachteten Lagerspulen, ist die Vereinfachung ebenfalls zulässig. Kommt es hingegen zu einer Verschiebung des Rotors quer zu dieser Achse, ist die Konzentrität der für die Definition des Luftspalts entscheidenden Flächen nicht mehr gegeben. Das Resultat ist eine Verkleinerung der Lagerkraft mit zunehmender Auslenkung aus der Lagermitte heraus. Abbildung 5.1.15 zeigt dies beispielhaft für die Lagerkraft in  $y$ -Richtung, bei Verschiebung des Rotors quer dazu in der  $x$ -Achse und Variation des Steuerstroms  $I_y$ . Dabei gilt grundlegend, dass die verschiebungsabhängige Differenz der Lagerkraft mit steigendem Steuerstrom zunimmt. Bei Eintritt der Sättigung des Magnetmaterials kommt es zu einem Abknicken des Anstiegs der entsprechenden Kennlinie. Der Effekt ist bei größeren Durchflutungen stärker ausgeprägt, wie das Beispiel der Kennlinien für die Steuerströme  $I_y = 15$  A und  $I_y = 12$  A der Abbildung 5.1.16 zeigt. Somit kann das Modell der



**Abb. 5.1.15:** Lagerkraft in der y-Achse bei Verschiebung des Rotors in x-Richtung und unterschiedlichen Steuerströmen  $I_y$ .



**Abb. 5.1.16:** Differenz der Lagerkraft in y-Richtung mit zunehmender Auslenkung in der x-Achse aus der Lagermitte heraus in Abhängigkeit des Steuerstroms  $I_y$ .

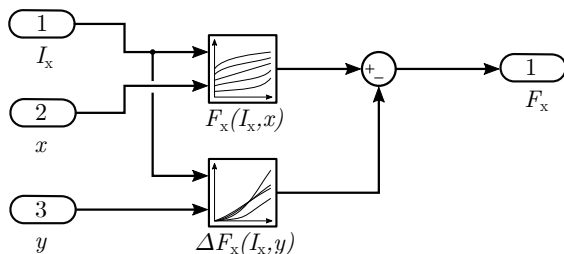
Krafterzeugung im Magnetlager in Form eines Blockschaltbildes, wie in Abbildung 5.1.17 zu sehen, gebildet werden.

Basierend auf den vorangegangenen Überlegungen sollen die Erkenntnisse auf das a/b-Koordinatensystem des streuflussbasierten Messsystems übertragen werden. Grundsätzlich gilt gemäß Abbildung 5.1.18 für eine Achse:

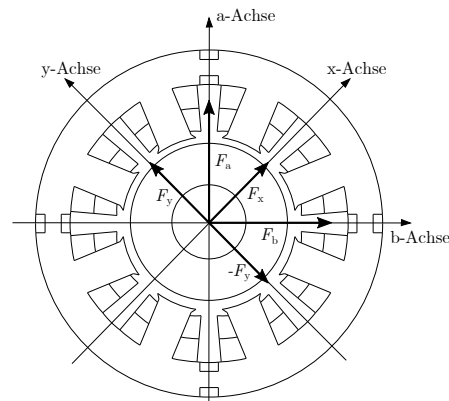
$$F_a = F_x \cos(45^\circ) + F_y \cos(45^\circ) \quad (5.17)$$

bzw.

$$F_b = F_x \cos(45^\circ) - F_y \cos(45^\circ) \quad (5.18)$$



**Abb. 5.1.17:** Modell der Kraftbildung im Magnetlager am Beispiel der x-Achse.



**Abb. 5.1.18:** Lagerkräfte in x/y-Koordinaten und im a/b-Koordinatensystem.

Durch Einsetzen der Gleichungen 5.12, 5.13 und 5.14 erhält man:

$$F_a = k_x x \cos(45^\circ) + k_y y \cos(45^\circ) + k_{ix} I_x \cos(45^\circ) + k_{iy} I_y \cos(45^\circ) \quad (5.19)$$

Es gilt:

$$x = a \cos(45^\circ) \quad \text{bzw.} \quad y = a \cos(45^\circ) \quad (5.20)$$

so dass die ersten beiden Terme der rechten Seite zu

$$k_x a \cos^2(45^\circ) + k_y a \cos^2(45^\circ) = a \left( \frac{k_x + k_y}{2} \right) \quad (5.21)$$

umgeschrieben werden können. Der Kraft-Weg-Faktor der a-Achse lautet demnach:

$$k_a = \frac{k_x + k_y}{2} \quad (5.22)$$

Ausgehend von den Überlegungen des Abschnitts 3.1.2 und der Gleichung 3.7 können die beiden den Steuerstrom  $I_x$  betreffenden Terme der rechten Seite von Gleichung 5.19 zu

$$k_{ia} = \frac{\left(1 - \frac{I_y}{I_a}\right) k_{ix} + \left(1 - \frac{I_x}{I_a}\right) k_{iy}}{\sqrt{2}} \quad (5.23)$$

umgeschrieben werden. Die Kraftgleichung der a-Achse vereinfacht sich demnach wie folgt:

$$F_a = k_a a + k_{ia} I_a \quad (5.24)$$

Um die beschriebenen Limitierungen einer linearisierten Modellierung der Lagerkraft überwinden zu können, sollen die Faktoren  $k_a$  und  $k_{ia}$  aus den Kennfeldern zur Bestimmung der Lagerkraft abgeleitet werden. Da sich die weg- und stromabhängigen Kraftkomponenten nicht klar voneinander trennen lassen und aus Gründen des begrenzten Speicherplatzes des Echtzeitbetriebssystems auf zusätzliche Kennfelder verzichtet werden soll, werden die kombinierten Weg-Strom-Kraft-Faktoren

$$k_{Fx} = \frac{F_x}{x} + \frac{F_x}{I_x} \quad \text{und} \quad k_{Fy} = \frac{F_y}{y} + \frac{F_y}{I_y} \quad (5.25)$$

mit

$$F_x = k_x x + k_{ix} I_x = k_{Fx} x + k_{Fx} I_x \quad \text{und} \quad F_y = k_y y + k_{iy} I_y = k_{Fy} y + k_{Fy} I_y \quad (5.26)$$

eingeführt [RW22]. Die vollständige Gleichung zur Beschreibung der vom Steuerstrom und der Lage abhängigen Magnetkraft im Lager lautet dann am Beispiel der a-Achse:

$$F_a = k_{F,a} a + k_{F,ia} I_a \quad (5.27)$$

mit

$$k_{F,a} = \frac{k_{F_x} + k_{F_y}}{2} \quad \text{und} \quad k_{F,ia} = \frac{\left(1 - \frac{I_y}{I_a}\right) k_{F_x} + \left(1 - \frac{I_x}{I_a}\right) k_{F_y}}{\sqrt{2}} \quad (5.28)$$

Ähnlich wie im Abschnitt 5.1.1 kann auch für die Kraftbildung eine vergleichbare Wirkungskette aufgestellt werden. Dabei wird wieder davon ausgegangen, dass die Änderungsgeschwindigkeiten der Rotorposition sehr klein sind. Daher kann die Wirkungskette bei großen Änderungsraten des Stroms wie folgt veranschaulicht werden:

$$I \xrightarrow{T_{\text{Feld}}} B \rightarrow F$$

Durch die bereits beschriebene Feldverzögerung folgt die Flussdichte im Luftspalt dem Strom zeitverzögert, während die Kraft der Flussdichte unverzögert folgt. Die entsprechende Differentialgleichung für die a-Achse lautet:

$$T_{\text{Feld}} \frac{d}{dt} F_a(t) + F_a(t) = k_{F,ia} I_a(t) + k_{F,a} a(t) \quad (5.29)$$

wobei die Rotorposition in der a-Achse durch  $a$  gegeben ist. Die Zeitkonstante  $T_{\text{Feld}}$  wird näherungsweise mit  $T_{\text{Feld}} = T_{\text{Feld,S}}$  angenommen.

### 5.1.3 Mechanisches Modell

So lange eine Kraft auf einen Körper wirkt, wird dieser beschleunigt. Wie der Körper beschleunigt wird, hängt davon ab, wo die Kraft angreift. Geschieht dies exakt im Massenmittelpunkt, wird der Körper in Richtung der einwirkenden Kraft beschleunigt, andernfalls wird er zusätzlich in Drehung versetzt. Dies gilt auch für berührungslos gelagerte Rotoren. Ein starrer Rotor kann, wie in Abbildung 5.1.19 verdeutlicht, in Abhängigkeit einer äußeren Kraft drei translatorische Bewegungen ausführen.

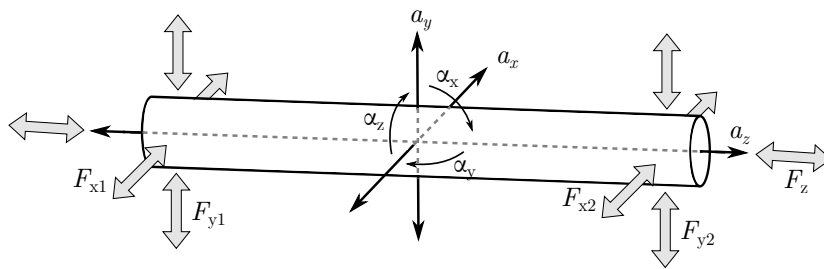


Abb. 5.1.19: Freiheitsgrade eines starren, vollständig magnetisch gelagerten Rotors.

Hinzu kommen eine rotatorische Bewegung um die Längsachse des Rotors und zwei weitere Rotationen jeweils um die x- und y-Achse. Diese sechs Freiheitsgrade können vollständig gebunden werden. Wenn eine Kraft an der z-Achse angreift, kann eine Translation in der Längsachse des Rotors hervorgerufen bzw. unterbunden werden. Um eine Translation in



x- oder y-Richtung auszuführen bzw. um diese zu verhindern, ist eine Krafteinleitung jeweils in der x- und y-Achse an zwei, in z-Richtung hinreichend weit vom Schwerpunkt entfernten, Positionen notwendig. Um einer Verkippung des Rotors um die x- oder y-Achse entgegenzuwirken, ist ein entsprechendes Drehmoment notwendig. Dieses resultiert aus der Differenz der eingreifenden Kräfte, sodass sich die Beschleunigungen, die auf den Rotor wirken, wie folgt darstellen lassen:

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \\ \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_R} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_{x1} + F_{x2} \\ F_{y1} + F_{y2} \\ F_z \\ F_{y1}l_{y1} + F_{y2}l_{y2} \\ F_{x1}l_{x1} + F_{x2}l_{x2} \\ M_z \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

Das Drehmoment  $M_z$ , das zu einer Rotation um die Längsachse führt, wird üblicherweise von einer separaten Antriebsmaschine aufgebracht. Alle anderen Kräfte und Drehmomente werden durch zwei Radial- und ein Axiallager bereitgestellt. Seit längerem sind auch sogenannte lagerlose Motoren Gegenstand der wissenschaftlichen Diskussion. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass alle Freiheitsgrade durch Magnetkräfte gebunden werden. Je nach Blickwinkel werden lagerlose Maschinen mit einem zusätzlichen elektrischen Wicklungssystem ausgestattet, das für die Drehmomentbildung oder eben für die Stabilisierung der radialen Kräfte verantwortlich ist [CRF91, FZSD05]. In [SS93] wird hingegen eine lagerlose Antriebskonfiguration vorgeschlagen, die ohne zusätzliche Wicklungen auskommt. Die radialen Kraftkomponenten und das Drehmoment werden hier durch Modulation der Ströme in einer klassischen dreisträngigen Wicklung erzeugt. Die axiale Stabilisierung wird meist durch herkömmliche Wälzlager oder ein zusätzliches aktives Axiallager realisiert. Eine weitere interessante Ausführungsform lagerloser Maschinen sind Scheibenläufermotoren. Bei der in [GAH09] beschriebenen Anordnung werden die radialen Kräfte und das Drehmoment aktiv magnetisch erzeugt, wohingegen eine axiale Verschiebung sowie ein Verkappen der Scheibe um die x- und y-Achse passiv durch Reluktanzkräfte verhindert werden.

Wie bereits in den Abschnitten 4.2 und 4.4 beschrieben, ist der Rotor in dem Magnetlager, das nicht mit dem Streuflussmesssystem betrieben werden soll (Lager 1), so in der Lagermitte fixiert, dass dieser sich in axialer Richtung nicht verschieben lässt und die Bewegungsfreiheit in der x- und y-Achse im Testlager (Lager 2) nicht eingeschränkt ist. Daher kann davon ausgegangen werden, dass die Auslenkung in Lager 1 in beiden Achsen zu jedem Zeitpunkt Null beträgt. Somit kann das Modell des Rotors, auch in Anbetracht der tatsächlichen Rotorgeometrie (siehe C.4), in einem ersten Schritt auf einen einseitig

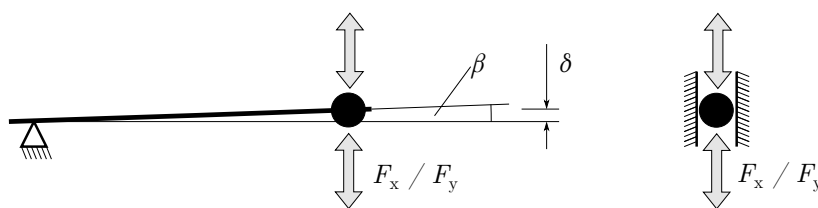
gelagerten langen Zylinder reduziert werden. Das auf einen definierten Drehpunkt bezogene Massenträgheitsmoment eines beliebigen Körpers ist die Summe über alle infinitesimal kleinen Masselemente, welche nur durch ihre Masse  $m$  und ihren Abstand  $l$  zum Drehpunkt definiert sind. Es gilt:

$$J_{\text{ges}} = \int l^2 dm \quad (5.31)$$

Durch Zusammenfassen von Masselementen, die zu Einzelkomponenten wie Blechpaketen, Messspuren usw. gehören, kann das Massenträgheitsmoment auch als Summe der Einzelmassenträgheitselemente beschrieben werden.

$$J_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n m_i l_i^2 \quad (5.32)$$

Dabei werden die Massen der Einzelkomponenten auf Punktmassen reduziert, die wieder nur durch ihre Masse und ihren Abstand zum Drehpunkt definiert sind. Durch Fortführen dieser Betrachtungsweise lassen sich auch die Trägheitsmomente der Einzelkomponenten des Rotors zu einem äquivalenten Trägheitsmoment zusammenfassen. Dies führt zu einer resultierenden Punktmasse, die über eine masselose Verbindung mit dem Lager, wie in Abbildung 5.1.20 dargestellt, verbunden ist. Da die maximale Auslenkung des Rotors aus der Lagermitte heraus im Vergleich zur Länge des Rotors sehr klein ist, kann das System weiter zu einer Punktmasse reduziert werden, bei der zwei der drei verbliebenen Freiheitsgrade<sup>6</sup> durch das Testlager gebunden werden. Die äquivalente im Testlager wirkende und auf einen Drehpunkt im Lager 1 bezogene Masse  $m_R = 6,48 \text{ kg}$  wurde durch eine FEM-Rechnung ermittelt und anhand einer Messung bestätigt. Da die Auslenkungen aufgrund der geringen Luftspaltlänge sehr klein sind und der Rotor als starr angenommen wird, kann die Bewegung der äquivalenten Masse als rein translatorische Bewegung in der  $x$ - bzw.  $y$ -Achse approximiert werden.



**Abb. 5.1.20:** Reduziertes mechanisches System aus Punktmasse und masseloser Verbindung zur Lagerstelle und Übergang zur Punktmasse mit zwei translatorischen Freiheitsgraden in  $x$ - und  $y$ -Richtung.

Die mechanische Teilstrecke des Magnetlagers besteht demnach aus nur einer äquivalenten trägen Masse, auf die Lager- oder Störkräfte wirken können, wodurch diese entsprechend

<sup>6</sup>Rotationen einer Punktmasse um ihren Schwerpunkt sind nicht messbar und stellen daher keinen Freiheitsgrad im eigentlichen Sinne dar.

der Krafrichtung beschleunigt wird, so dass eine Rotorbeschleunigung

$$a_a(t) = \frac{d^2 s_a(t)}{dt^2} \quad (5.33)$$

mit der Auslenkung  $s_a$  in der a-Achse definiert werden kann. Basierend auf der allgemeinen Bewegungsgleichung für eine Lagerachse (z. B. die a-Achse)

$$F_a(t) = m_R \frac{d^2 s_a(t)}{dt^2} \quad (5.34)$$

erhält man die Auslenkung durch zweimaliges Integrieren, wobei  $F_a$  die Summe aller Kräfte (Lager- und Störkräfte sowie die Gewichtskraft) repräsentiert, die in Richtung der a-Achse wirken. Die Abbildung 5.1.21 zeigt das Modell der mechanischen Teilstrecke in Form eines Blockschaltbildes. Durch Gleichsetzen mit Gleichung 5.29 erhält man:

$$F_a(t) = I_a(t) k_{F,ia} + s_a(t) k_{F,a} + F_g = m_R \frac{d}{dt} v_a(t) \quad (5.35)$$

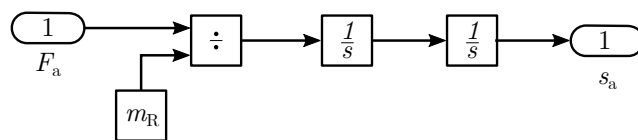
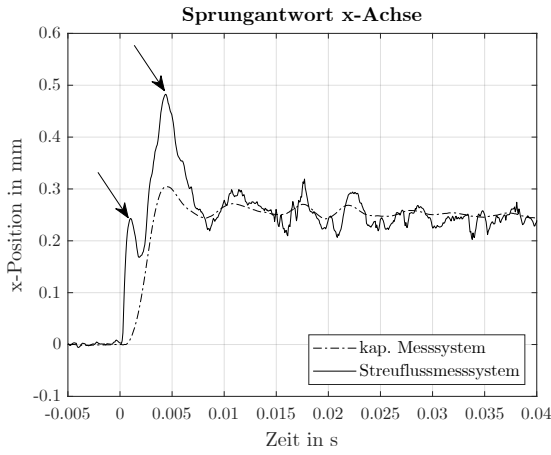


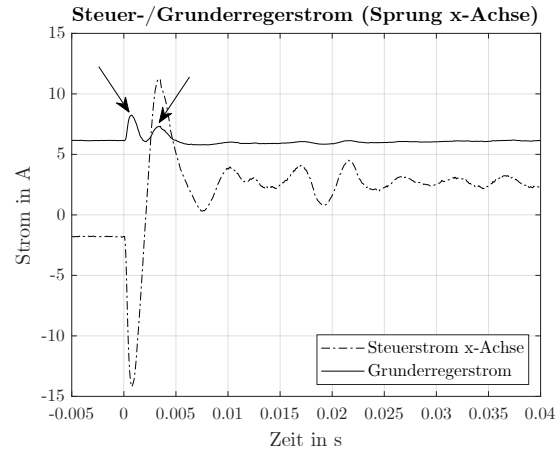
Abb. 5.1.21: Blockschaltbild der mechanischen Teilstrecke.

#### 5.1.4 Modellierung variabler Induktivitäten

Wie bereits angedeutet, kommt es bei sprungförmiger Sollwertvorgabe zu einem Überschwingen, wenn das Magnetlager mit dem Streuflussmesssystem betrieben wird. Bei der Untersuchung dieses Übergangsvorgangs auf kleinen Zeitskalen werden weitere Effekte deutlich, die sich negativ auf das dynamische Verhalten auswirken. In Abbildung 5.1.22 sind der Verlauf des kapazitiven Referenzmesssystems und der des Streuflussmesssystems bei einem Sollwertsprung in der x-Achse dargestellt. Das Magnetlager wird dabei mit dem Referenzmesssystem betrieben. Neben den kleineren Verzerrungen fallen zwei Überhöhungen (in Abbildung mit Pfeilen markiert) besonders auf. Die Ursache hierfür ist in dem komplexen Zusammenspiel der Induktivitäten der Steuer- und Grunderregerspulen zu suchen. Bisher wurde in den Betrachtungen davon ausgegangen, dass eine Änderung der Durchflutung nur durch eine Änderung der Steuerströme hervorgerufen wird, da der Grunderregerstrom konstant ist. Für schnelle Übergangsvorgänge ist diese Annahme jedoch nicht mehr haltbar, wie der Verlauf des Steuerstroms und der des Grunderregerstroms in Abbildung 5.1.23 während des Positionssprungs verdeutlichen. Durch die schnelle Änderung des Steuerstroms werden in den magnetisch gekoppelten Spulen der Grunderregerspule Spannungen induziert, die zu einem kurzzeitigen Anschwellen des Grunderregerstroms führen. Dieser Anteil der Durchflutung wird aber bisher nicht berücksichtigt. Wodurch es zu



**Abb. 5.1.22:** Kapazitives und streuflussbasiertes Messsystem bei Sollwertsprung in x-Achse (Betrieb mit kapazitivem Messsystem).



**Abb. 5.1.23:** Steuerstrom der x-Achse und Grunderregstrom bei Sollwertsprung in x-Achse (Betrieb mit kapazitivem Messsystem).

einer fehlerhaften Stromkompensation des Streuflussmesssignals kommt. Ausgehend von der in Abbildung 5.1.24 dargestellten Verschaltung kann die Spannungsgleichung für die x-Achse aufgestellt werden.

$$\begin{aligned}
 U(t)_x = & \quad i(t)_x \left( R_x + \frac{dL_{x1}}{dt} + \frac{dL_{x2}}{dt} + \frac{dL_{x3}}{dt} + \frac{dL_{x4}}{dt} \right) \\
 & + M(t)_{x1G1} \frac{di_G}{dt} + M(t)_{x1G2} \frac{di_G}{dt} + M(t)_{x2G1} \frac{di_G}{dt} + M(t)_{x2G2} \frac{di_G}{dt} \\
 & - M(t)_{x3G5} \frac{di_G}{dt} - M(t)_{x3G6} \frac{di_G}{dt} - M(t)_{x4G5} \frac{di_G}{dt} - M(t)_{x4G6} \frac{di_G}{dt} \\
 & + L(t)_{x1} \frac{di_x}{dt} + L(t)_{x2} \frac{di_x}{dt} + L(t)_{x3} \frac{di_x}{dt} + L(t)_{x4} \frac{di_x}{dt} \\
 & \quad + 2 M(t)_{x12} \frac{di_x}{dt} + 2 M(t)_{x34} \frac{di_x}{dt}
 \end{aligned} \quad (5.36)$$

Die magnetische Kopplung zwischen den beiden Spulen der Steuererregung und der Grunderregung auf der positiven bzw. der negativen Seite der x-Achse wird durch die Gegeninduktivitäten  $M_{x1G1} \cdots M_{x4G6}$  mit

$$M_{x(n)G(m)} = M_{G(m)x(n)} = k_{x(n)G(m)} \sqrt{L_{x(n)} L_{G(m)}} \quad (5.37)$$

berücksichtigt, wobei sich der entgegengesetzte Wickelsinn<sup>7</sup> zwischen den betreffenden Spulen der negativen x-Achse durch ein negatives Vorzeichen auswirkt. Da auch die beiden Spulen der positiven bzw. negativen x-Achse untereinander magnetisch verkoppelt sind, wirkt jeweils die Gegeninduktivität  $M_{x12}$  bzw.  $M_{x34}$  mit

$$M_{x12} = M_{x21} = k_{x12} \sqrt{L_{x1} L_{x2}} \quad (5.38)$$

<sup>7</sup>Die gegensinnige Wicklung von Grund- und Steuererregerspulen dient der Linearisierung der Lagerkräfte und wird im Abschnitt 5.1.2 näher erläutert.



werden kann:

$$\begin{aligned}
 U(t)_G = i(t)_G & \left( R_G + \frac{dL_{G1}}{dt} + \frac{dL_{G2}}{dt} + \frac{dL_{G3}}{dt} + \frac{dL_{G4}}{dt} + \frac{dL_{G5}}{dt} + \frac{dL_{G6}}{dt} + \frac{dL_{G7}}{dt} + \frac{dL_{G8}}{dt} \right) \\
 & + M(t)_{G1x1} \frac{di_x}{dt} + M(t)_{G1x2} \frac{di_x}{dt} + M(t)_{G2x1} \frac{di_x}{dt} + M(t)_{G2x2} \frac{di_x}{dt} \\
 & - M(t)_{G5x3} \frac{di_x}{dt} + M(t)_{G5x4} \frac{di_x}{dt} + M(t)_{G6x3} \frac{di_x}{dt} + M(t)_{G6x4} \frac{di_x}{dt} \\
 & + M(t)_{G7y1} \frac{di_y}{dt} + M(t)_{G7y2} \frac{di_y}{dt} + M(t)_{G8y1} \frac{di_y}{dt} + M(t)_{G8y2} \frac{di_y}{dt} \\
 & - M(t)_{G3y3} \frac{di_y}{dt} - M(t)_{G3y4} \frac{di_y}{dt} - M(t)_{G4y3} \frac{di_y}{dt} - M(t)_{G4y4} \frac{di_y}{dt} \\
 & + L(t)_{G1} \frac{di_G}{dt} + L(t)_{G2} \frac{di_G}{dt} + L(t)_{G3} \frac{di_G}{dt} + L(t)_{G4} \frac{di_G}{dt} \\
 & + L(t)_{G5} \frac{di_G}{dt} + L(t)_{G6} \frac{di_G}{dt} + L(t)_{G7} \frac{di_G}{dt} + L(t)_{G8} \frac{di_G}{dt}
 \end{aligned} \tag{5.40}$$

Um den Einfluss von großen Stromänderungsraten der Steuerströme auf den Grunderregerstrom untersuchen und beurteilen zu können, ist es notwendig, die zeitlich veränderlichen Induktivitäten und deren magnetische Kopplung untereinander zu bestimmen. Eine messtechnische Ermittlung der Induktivitäten kommt aufgrund des großen technischen Aufwandes und fehlender Messpunkte, da die Verschaltung direkt im Lager realisiert ist, nicht in Betracht. Eine Approximation der Induktivität über die Bestimmung des auf die Luftspaltlänge reduzierten magnetischen Widerstands ist, wie im Abschnitt 5.1.2 gezeigt wurde, nicht exakt genug. FEM-Rechnungen bieten hier eine komfortable Alternative. Auf Basis des bereits in Abschnitt 3.1 zur Bestimmung der magnetischen Streuflüsse eingesetzten Modells können die Induktivitäten der einzelnen Lagerspulen ermittelt werden. Dazu ist jede Spule als separater elektrischer Kreis zu definieren. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass die Software die Induktivität nach dem allgemeinen Zusammenhang

$$L = \frac{\Psi}{I} \tag{5.41}$$

berechnet. Dies führt zu grundlegenden Problemen. Es ist sofort ersichtlich, dass die Berechnung der Induktivität von stromlosen Spulen nicht möglich ist. Dieses Problem kann umgangen werden, indem sehr kleine Werte nahe Null gewählt werden. Hier offenbart sich eine weitere Schwachstelle dieser Herangehensweise. Die Software berechnet die Flussverkettung  $\Psi$  aus der Windungszahl der Spule und dem diese durchsetzenden magnetischen Fluss. Dabei findet keine Unterscheidung zwischen dem magnetischen Fluss, der auf den Stromfluss in der Spule zurückzuführen ist, und anderen von magnetisch gekoppelten Spulen erzeugten magnetischen Flüssen statt. Das hat zur Folge, dass der Anteil des von der Spule erzeugten magnetischen Flusses im Verhältnis zum gesamten die Spule durchsetzenden Fluss bei abnehmenden Spulenströmen kleiner wird. Die daraus resultierende Abweichung zwischen berechneter und tatsächlicher Induktivität ist von der Konfiguration des Gesamtsystems und der Anzahl der magnetisch gekoppelten Spulen abhängig. Im

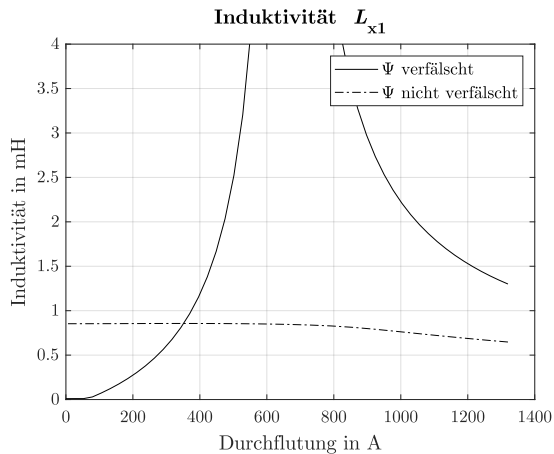
Fall des in dieser Arbeit betrachteten Magnetlagers kommt es zu erheblichen Abweichungen, wie Abbildung 5.1.25 verdeutlicht. Für die Berechnung wurde der Steuerstrom von  $-15\text{ A}$  bis  $+15\text{ A}$  in Schritten von  $0,6\text{ A}$  variiert, wobei der Rotor sich in der Lagermitte befand. Der Grunderregerstrom wurde entsprechend der Dimensionierung des Lagers (siehe Tabelle 5.1 in Abschnitt 5.1.2) auf  $6\text{ A}$  eingestellt. Aufgrund der Windungszahlen der Grunderreger- und der Steuerspule und deren Wickelsinns heben sich die durch die Spulen hervorgerufenen Durchflutungen bei  $-15\text{ A}$  vollständig auf<sup>8</sup>. Die resultierende Durchflutung beträgt dann Null. Bei schrittweiser Erhöhung verringert sich dieser Effekt, so dass die resultierende Durchflutung bei  $0\text{ A}$  Steuerstrom  $660\text{ A}$ <sup>9</sup> beträgt. Aus den gerade beschriebenen Gründen wurde der Wert für den Steuerstrom an dieser Stelle nicht exakt auf Null sondern auf  $1\text{ mA}$  eingestellt. Die Methode des FEM-Programms zur Berechnung von Induktivitäten führt hier zu völlig unplausiblen Werten von über  $12\text{ H}$ . Demgegenüber weist der zweite Verlauf der Induktivität in Abhängigkeit der Durchflutung ein zu erwartendes Verhalten auf. Bei dieser Berechnung wurde nur für die beiden Steuerspulen eines Magnetkreises (z. B.  $L_{x1}$  und  $L_{x2}$ ) ein Stromfluss definiert. Die zugehörigen Grunderregerspulen blieben unbestromt, so dass zusätzliche magnetische Ströme ausgeschlossen werden konnten. Eine separate Betrachtung der einzelnen Spulen ist nicht möglich, da es dann zu Flusspfaden<sup>10</sup> im Lager kommen kann, die in der Realität nicht auftreten. Im Normalfall sind zumindest die Grunderregerspulen stromdurchflossen und erzeugen so Magnetfelder, wie sie von heteropolaren Magnetlagern bekannt sind, wodurch abweichende Flusspfade, wie die in Abbildung 5.1.26 dargestellten, verhindert werden. In diesem Fall ist der Rotor so ausgelenkt, dass der Luftspalt im Bereich der Spule  $L_{x1}$  sehr groß und auf der gegenüberliegenden Seite sehr klein ist. Da der magnetische Widerstand von Luft viel größer als der von Eisen bzw. Elektroblech ist, stellt nun der in der Abbildung dargestellte Flusspfad, bei dem sich der Fluss über die gegenüberliegenden kleineren Luftspalte schließt, die Variante dar, bei der der Magnetfluss den geringsten magnetischen Gesamtwiderstand überwinden muss. Bei der Berechnung der Induktivität würde in diesem Fall ein anderer magnetischer Widerstand einbezogen, als es im Normalbetrieb der Fall wäre, wodurch es zu fehlerhaften Ergebnissen kommt. Um dies zu verhindern, ist es notwendig, für beide Steuerspulen einen Stromfluss zu definieren. Dadurch werden beide Spulen nur mit von ihnen hervorgerufenen Magnetflüssen durchsetzt. Aufgrund der Symmetriebedingungen und unter Berücksichtigung der jeweiligen Windungszahl lassen sich so die tatsächlichen strom- und positionsabhängigen Induktivitäten errechnen.

Zunächst beträgt die Induktivität ca.  $0,9\text{ mH}$ . Dieser Wert stimmt gut mit einer Überschlagsrechnung ( $1,1\text{ mH}$ ) überein, bei der der magnetische Widerstand auf den Luftspalt reduziert wurde. Im Fall der stromlosen Spule bzw. der sich gegenseitig kompensierenden Durchflutungen ist das Magnetmaterial ungesättigt, so dass diese Vereinfachung meist als zulässig erachtet wird. Mit zunehmender Durchflutung steigt die Flussdichte im Magnet-

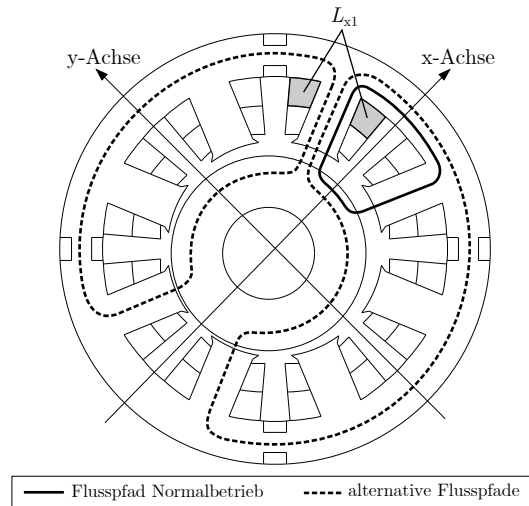
<sup>8</sup>Dies gilt für die Steuerspulen  $L_{x1}$  und  $L_{x2}$  der positiven x-Achse. Für die negative x-Achse kommt es zu einer Kompensation der Durchflutung bei  $15\text{ A}$  Steuerstrom.

<sup>9</sup>Dies entspricht der Durchflutung, die durch die Grunderregerspulen in einem Magnetkreis (z. B. der positiven x-Achse) hervorgerufen wird ( $6\text{ A} \cdot 2 \cdot 55\text{ Wdg.} = 660\text{ A}$ ).

<sup>10</sup>Wenn der Rotor sich z. B. nicht, wie bisher angenommen, in der Lagermitte befindet.



**Abb. 5.1.25:** Vergleich des Verlaufs der Induktivität einer Lagerspule der positiven x-Achse in Abhängigkeit der Durchflutung bei einer durch gekoppelte Spulen verfälschten Flussverkettung und für den Fall, dass keine Verfälschung der Flussverkettung auftritt.

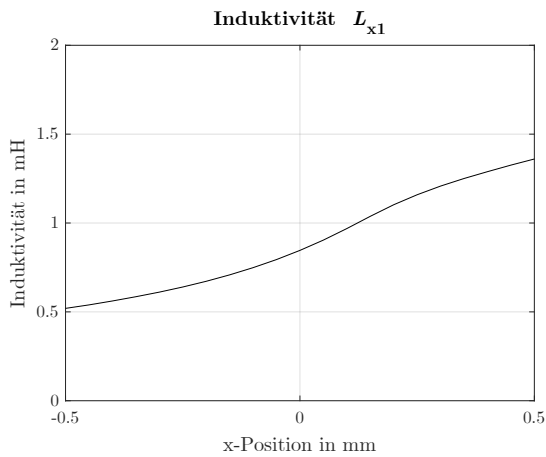


**Abb. 5.1.26:** Verlauf des Magnetflusses der Steuerspule  $L_{x1}$  bei Normalbetrieb und mögliche alternative Flusspfade bei Einzelbestromung.

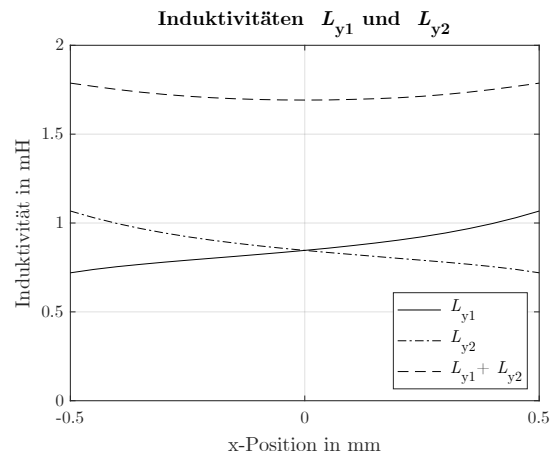
material an, wodurch es zu einer Erhöhung des magnetischen Widerstands kommt, infolgedessen die Induktivität der Spule abnimmt. In diesem Zusammenhang wird ein weiterer Nachteil der Berechnungsmethode des FEM-Programms deutlich. Die entsprechende Kurve liegt bei geringen Durchflutungen deutlich unter dem Überschlagswert und der Kurve der Induktivität, bei deren Berechnung verfälschende Einflüsse durch andere magnetisch gekoppelte Spulen ausgeschlossen werden. Die Ursache dafür ist die Berechnung über den Magnetfluss, der zu Beginn sehr klein ist, da sich die Durchflutungen der Steuerspule und der Grunderregerspule gegenseitig kompensieren. Dabei wird aber nicht berücksichtigt, dass der für die Induktivität maßgebliche magnetische Widerstand tatsächlich sehr klein ist. Erst bei sehr großen Durchflutungen und zunehmender Sättigung nähert sich der Verlauf der Induktivität in Abhängigkeit der Durchflutung dem Verlauf an, der unter dem Ausschluss von überlagerten magnetischen Flüssen ermittelt wurde.

Neben der Sättigung des Magnetmaterials ist die Luftspatlänge von ausschlaggebender Bedeutung für den magnetischen Widerstand. Abbildung 5.1.27 zeigt die Induktivität in Abhängigkeit der Rotorposition am Beispiel der Steuerspule  $L_{x1}$  bei einer Durchflutung von 660 A. Dies entspricht dem Betriebsmodus, bei dem der Grunderregerstrom  $I_G = 6$  A





**Abb. 5.1.27:** Induktivität der Steuerspule  $L_{x1}$  in Abhängigkeit der Rotorposition bei einer Durchflutung von 660 A ( $I_G = 6$  A und  $I_x = 0$  A).

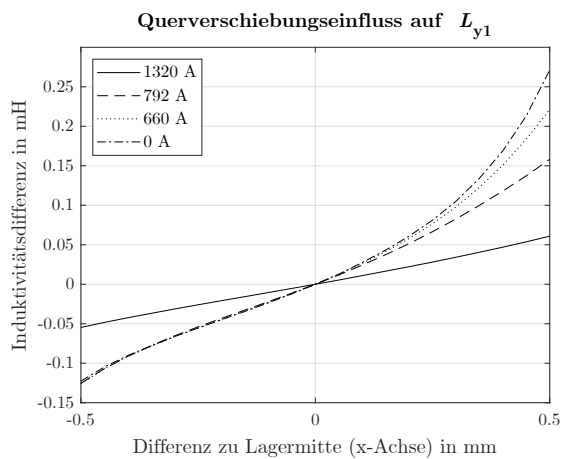


**Abb. 5.1.28:** Induktivität der Steuerspulen  $L_{y1}$  und  $L_{y2}$  sowie deren Summe bei Verschiebung des Rotors entlang der x-Achse.

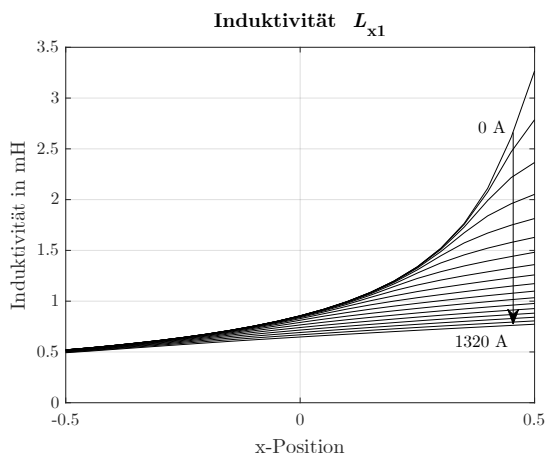
und der Steuerstrom  $I_x = 0$  A beträgt. Die Kurve stimmt gut mit dem zu erwartenden Verlauf überein. Zunächst steigt die Induktivität, da der Luftspalt in Bezug auf die Steuerspule  $L_{x1}$  abnimmt. Der Anstieg nimmt dabei zu, bis der Rotor in etwa die Lagermitte erreicht hat. Der Grund dafür sind zwei sich überlagernde Effekte. Zum einen führt die Verringerung der Luftspaltlänge zu einer Abnahme des magnetischen Widerstands, gleichzeitig erhöht sich dadurch der magnetische Fluss. Dieser Effekt kehrt sich um, wenn die weitere Verkleinerung des Luftspalts und die damit einhergehende Erhöhung des magnetischen Flusses zunehmend für eine Sättigung des Magnetmaterials sorgen. Ab diesem Punkt wird der Anstieg der Induktivität mit abnehmender Luftspaltlänge wieder kleiner, was bei dem in dieser Arbeit untersuchten Magnetlager ab circa zwei Dritteln der gesamten Luftspaltlänge der Fall ist.

Bei der Verschiebung des Rotors kann, in Bezug auf die Änderung der Induktivität, zwischen einer Bewegung in der gleichen Lagerachse, in der auch die betrachteten Spulen liegen, und einer Verschiebung quer dazu unterschieden werden. Analog zu dem bisher betrachteten ersten Fall kommt es aufgrund der konvexen Rotor- und der konkaven Polform auch bei einer Querverschiebung des Rotors zu einer Änderung der Induktivität, wie Abbildung 5.1.28 am Beispiel der Steuerspulen  $L_{y1}$  und  $L_{y2}$  zeigt. Im Unterschied zu der Verschiebung des Rotors entlang der Lagerachse, bei der sich beide zum Magnetkreis gehörenden Luftspaltlängen in gleichem Maße ändern, ist die Variation der Induktivität der senkrecht dazu stehenden Spulen gegenläufig. Kommt es bei der Verschiebung zu einer Vergrößerung der effektiven Luftspaltlänge<sup>11</sup>, nimmt die Induktivität ab, während eine Verkleinerung des effektiven Luftspalts zu einem Anwachsen der Induktivität führt. Bezogen auf den Wert der Spule in der Lagermitte entspricht dies einem vorzeichenbehafteten Offset, welcher von der Richtung der Auslenkung aus der Lagermitte heraus abhängig

<sup>11</sup>Die Luftspaltlänge, die dem magnetischen Widerstand entspricht, der durch das Volumen zwischen dem Pol und der auf den Rotor projizierten Fläche gebildet wird.



**Abb. 5.1.29:** Änderung der Induktivität in Abhängigkeit der Querverschiebung des Rotors aus der Lagermitte heraus bei einer Auswahl unterschiedlicher Durchflutungen am Beispiel der Steuerspule  $L_{y1}$  der positiven y-Achse.



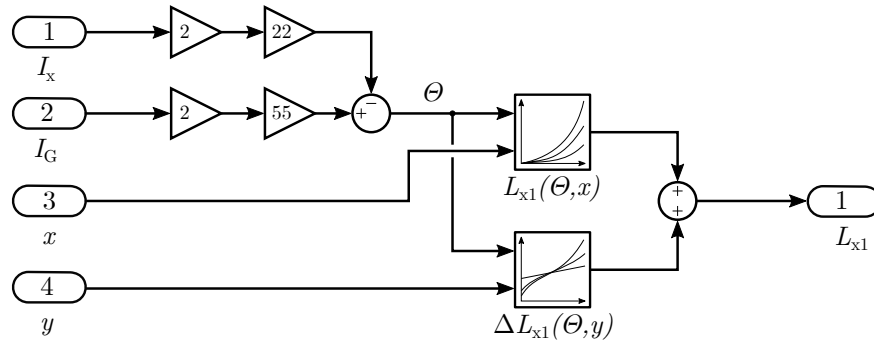
**Abb. 5.1.30:** Induktivität einer Einzelspule bei Verschiebung des Rotors in Richtung der Spulenachse und in Abhängigkeit der Durchflutung am Beispiel der Steuerspule  $L_{x1}$ .

ist. Dieser ist zusätzlich von den nichtlinearen Eigenschaften des Magnetmaterials bei zunehmender Sättigung und damit von der magnetischen Durchflutung abhängig (siehe Abbildung 5.1.29).

Basierend auf den Kennfeldern, die die Änderung der Spuleninduktivität in Bezug auf die Rotorposition und die Durchflutung wiedergeben (siehe Abbildung 5.1.30), sowie den Kennlinien, die den Einfluss der Querverschiebung berücksichtigen, kann nun nach folgender Gleichung

$$L = L(\theta, x) + \Delta L(\theta, y) \quad (5.42)$$

das Modell für die variablen Induktivitäten der acht Grund- und acht Steuererregerspulen gebildet werden. Abbildung 5.1.31 zeigt dies beispielhaft für die Steuerinduktivität  $L_{x1}$  der positiven x-Achse. Zu beachten ist die Umkehr des Vorzeichens bei der Summationsstelle von Steuer- und Grunderregerstrom für die Modelle der Steuerspulen  $L_{x3}$  und  $L_{x4}$  der gegenüberliegenden negativen x-Achse. Analog dazu muss bei der Modellbildung in der y-Achse, allerdings in entgegengesetzter Weise, verfahren werden. Bei der Ermittlung der Induktivitäten der Grunderregerspulen kann auf die gleiche Weise vorgegangen werden. Eine zweite Möglichkeit ergibt sich bei genauerer Betrachtung der Spulenordnung. Da jeweils eine Steuererreger- und eine Grunderregerspule auf einem Zahn sitzen, kann davon ausgegangen werden, dass der magnetische Fluss, den jede Spule hervorruft, den gleichen Weg nimmt. Somit ist jede Spule mit dem gleichen magnetischen Widerstand im Eisen verknüpft. Darüber hinaus wird auch davon ausgegangen, dass die Steuer- und Grunderregerspulen gleiche Streuflüsse hervorrufen, sodass auch der magnetische Widerstand in der umgebenden Luft als identisch angenommen werden kann. Daher gilt beispielsweise



**Abb. 5.1.31:** Blockschaltbild für das Modell der variablen Induktivitäten am Beispiel von  $L_{x1}$ .

für die beiden Spulen eines Pols der positiven x-Achse:

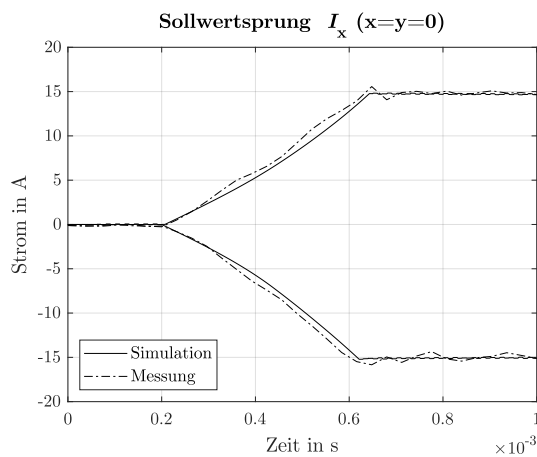
$$R_m = \frac{N_{x1}^2}{L_{x1}} = \frac{N_{G1}^2}{L_{G1}} \quad (5.43)$$

Daraus folgt direkt die Induktivität der Grunderregerspule mit

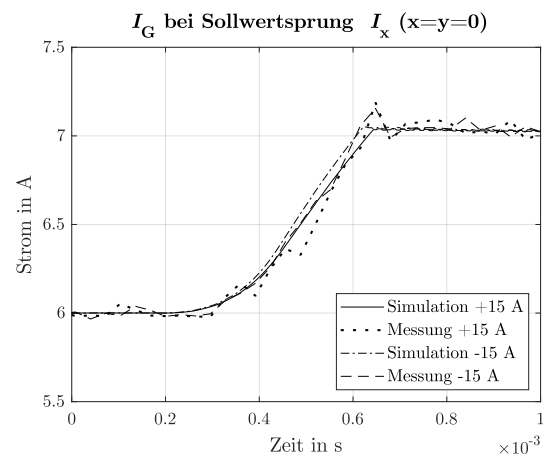
$$L_{G1} = \frac{N_{G1}^2}{N_{x1}^2} L_{x1} \quad (5.44)$$

Auf diese Weise lassen sich mit wenig Aufwand unter Verwendung der gleichen Kennfelder die Induktivitäten der Grunderregerspulen in Abhängigkeit der Rotorposition und des Steuerstroms ableiten.

Durch computergestützte auf den Gleichungen 5.36 und 5.40 basierende Modellierung der Steuer- und Grunderregerspulen mithilfe der Software MATLAB SIMULINK und durch Messungen der Verläufe von Steuer- und Grunderregestrom bei sprungförmiger Sollwertvorgabe des Steuerstroms lässt sich zeigen, dass die magnetische Kopplung zwischen den Spulen unabhängig vom Vorzeichen des Steuerstroms zu einer positiven Änderung des Grunderregestroms führt, wie die Abbildungen 5.1.32 und 5.1.33 verdeutlichen. Ursache dafür ist der Koppelfaktor  $k$ , der nicht als konstant angenommen werden kann. Je nach Vorzeichen des Steuerstroms sind die Magnetfelder der Steuer- und Grunderregerspulen einer Achsenseite gleich bzw. entgegengesetzt gerichtet. Bei gleichgerichteten Feldern werden beide Spulen durch eine große Anzahl von Feldlinien durchdrungen, die magnetische Kopplung ist hoch. Auf der gegenüberliegenden Achsenseite sind die Felder aufgrund des Wickelsinns entgegengesetzt gerichtet, so dass es weniger Feldlinien gibt, die sowohl die Grunderregerspulen als auch die Steuerspulen durchsetzen, da die Streuung zunimmt. Die magnetische Kopplung ist demnach geringer. Zu Beginn des Sollwertsprungs ist die magnetische Kopplung zwischen den Steuer- und Grunderregerspulen beider Achsenseiten symmetrisch. Mit zunehmendem Steuerstrom erhöht sich die Verkopplung der einen Achsenseite, wohingegen sie auf der gegenüberliegenden Seite abnimmt. Durch diese Asymmetrie kommt es zu einem Ungleichgewicht zwischen den in den Grunderregerspulen induzierten Spannungen. Aufgrund des entgegengesetzten Wickelsinns haben diese unterschiedliche Vorzeichen, was



**Abb. 5.1.32:** Vergleich von Simulation und Messung eines Sollwertsprungs (positiv u. negativ) des Steuerstroms der x-Achse. Der Rotor ist in der Lagermitte fixiert.



**Abb. 5.1.33:** Simulierter und gemessener Verlauf des Grunderregerstroms bei einem Sollwertsprung mit positivem und negativem Vorzeichen bei in der Lagermitte fixiertem Rotor.

bei einer symmetrischen Verkopplung zu deren vollständigen Kompensation führen würde. Aufgrund der Asymmetrie, welche sich mit zunehmender Stromstärke des Steuerstroms weiter verstärkt, überwiegt eine der beiden Spannungen je nach Stromrichtung und es kommt zu einem kurzzeitigen Anstieg des Grunderregerstroms. Beispielsweise führt ein positiver Anstieg des Steuerstroms demnach zu einer Induktion einer Spannung in den Grunderregerspulen der positiven x-Achse und ein negativer Sollwertsprung zu einer induzierten Spannung in den Grunderregerspulen der negativen x-Achse. Da der Wickelsinn der Steuerspulen bezogen auf den der Grunderregerspulen aber entgegengesetzt gerichtet ist, weist die in den Grunderregerspulen induzierte Spannung das gleiche Vorzeichen auf.

Ausgehend von diesen Betrachtungen wird deutlich, dass der Grunderregerstrom bzw. die Abweichung des Grunderregerstroms von dessen Sollwert zur Verbesserung der Stromkompensation des Streuflussmesssystems und damit zur Reduzierung der Überhöhungen bei steilen Anstiegen des Steuerstroms genutzt werden kann. Die in Abbildung 5.1.34 dargestellten Verläufe des Streuflussmesssystems zeigen bei einem Positionssprung, dass dieser Effekt deutlich geringer ausgeprägt ist, wenn der momentane Wert des Grunderregerstroms zusätzlich zur Stromkompensation genutzt wird. Dazu müssen die gemessenen Steuerströme lediglich entsprechend der Änderung des Grunderregerstroms korrigiert werden. Es gilt:

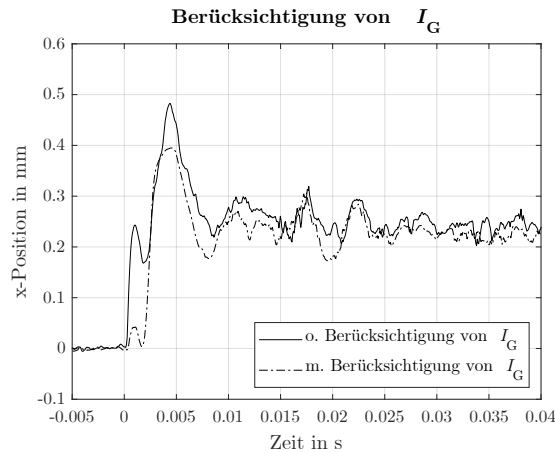
$$I_{x,\text{korr}} = I_x + \Delta I_G \frac{N_G}{N_x} \quad (5.45)$$

bzw.

$$I_{y,\text{korr}} = I_y + \Delta I_G \frac{N_G}{N_y} \quad (5.46)$$

Im Anschluss werden wie gewohnt die äquivalenten Steuerströme  $I_a$  und  $I_b$  gebildet, welche für die nun optimierte Stromkompensation und anschließende Umrechnung und Linear-

sierung (siehe Kapitel 3) mittels Kennfeld genutzt werden.



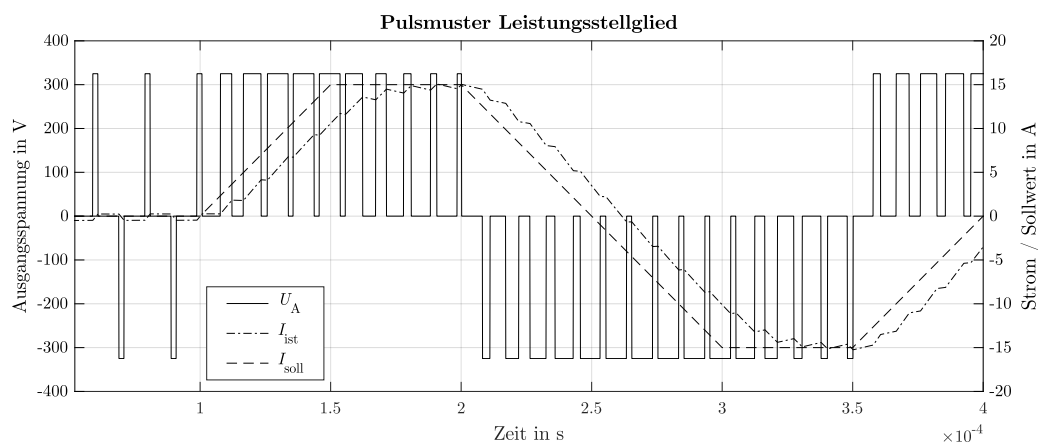
**Abb. 5.1.34:** Streuflussmesssystem mit und ohne zusätzliche Stromkompensation durch Messung von  $I_G$ .

### 5.1.5 Stromrichter

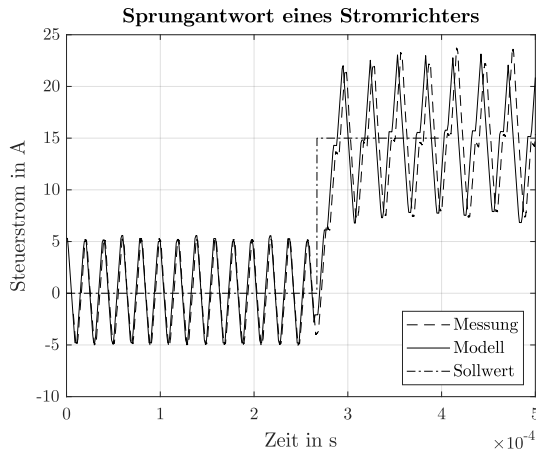
Die zur Realisierung der gewünschten momentanen Lagerkraft notwendigen Steuerströme werden von leistungselektronischen Stellgliedern, den Stromrichtern bzw. Pulsstellern, in die Lagerspulen eingepreßt. Die Kenntnis des Übertragungsverhaltens der Stromrichter stellt einen wichtigen Teilaspekt bei der Modellierung des gesamten Magnetlagers dar. Bei geschalteten Stromrichtern handelt es sich, wie in [Leo85] ausführlich erläutert, um nichtlineare Stellglieder, für die keine, mit linearen Systemen vergleichbare, geschlossene Theorie zur Beschreibung von Übertragungsvorgängen bekannt ist. Eine Linearisierung kann durch Betrachtung des Mittelwertes des Ausgangssignals beim periodischen Betätigen des Stellgliedes erreicht werden. Der Mittelwert stellt dabei eine lineare Funktion des Tastverhältnisses zwischen der Zeit, in der das Stellglied eingeschaltet, und der, in der das Stellglied ausgeschaltet ist, bezogen auf eine definierte Periodendauer dar. Ist diese konstant, weist die Ausgangsgröße neben dem Gleichanteil (Mittelwert) eine überlagerte Wechselkomponente mit der Frequenz  $f_{\text{Stell}} = 1/T_{\text{Stell}}$  auf. Um eine stabile Regelung zu gewährleisten, muss diese durch ein entsprechendes Tiefpassverhalten, z. B. der Induktivität der Lagerspulen im Magnetlager, unterdrückt werden. In [Leo85] wird dafür ein Verhältnis der Zeitkonstante der Regelstrecke und der Dauer einer Pulsperiode des Stromrichters von  $T_{\text{Str}}/T_{\text{Stell}} > 5$  als in den meisten Fällen ausreichend angegeben. Häufig werden dann der Leistungsverstärker und das Magnetlager als Einheit betrachtet, wobei von einer linearen Übertragungsfunktion ausgegangen wird [STB93, Sch11]. Demgegenüber werden bei den in Abschnitt 1.4 diskutierten sensorlosen Verfahren zur Regelung von Magnetlagern genau die von den Schaltvorgängen der Stromrichter verursachten Wechselanteile der Spulenströme zur Detektierung der Rotorlage genutzt. Dies kann beispielsweise über die Messung der Impedanz der Lagerspulen erfolgen [Str04]. In [Kuč97] wird zur Messung der rotorlageabhängigen Spulenimpedanz dem Stromsollwert eigens dafür ein definiertes

Wechselsignal überlagert. Da der Wechselanteil des Spulenstroms einen, durch die Ein- und Ausschaltvorgänge bedingten, dreieckförmigen Verlauf aufweist, ist eine Bestimmung der Rotorlage ebenso, wie zum Beispiel in [HHS16] beschrieben, anhand der Messung der Spuleninduktivität möglich. Dazu wird während der Ein- bzw. Ausschaltvorgänge der Stromanstieg bzw. das Abklingen des Stroms ermittelt. Es wird also deutlich, dass eine Linearisierung des Übertragungsverhaltens des leistungselektronischen Stellglieds, durch eine Beschränkung der Betrachtung auf den Mittelwert des Stroms, nicht in jedem Fall zielführend ist. Da bei dem in dieser Arbeit vorgeschlagenen Messsystem die Rotorposition durch die Messung der magnetischen Streuflüsse und zusätzlich durch die Ermittlung der momentan fließenden Spulenströme realisiert wird, ist davon auszugehen, dass ein Modell des Stromrichters mit linearisierter Übertragungsfunktion nicht hinreichend genau ist. Basierend auf den Überlegungen des Kapitels 2, in dem der Zusammenhang zwischen Spulenstrom und Streuflussdichte erläutert wurde, ist damit zu rechnen, dass eine Approximation des Spulenstroms mittels  $PT_1$ -Verhalten nicht hinreichend dynamisch ist, um eine Stromkompensation auch bei schnellen Übergangsvorgängen sicherzustellen.

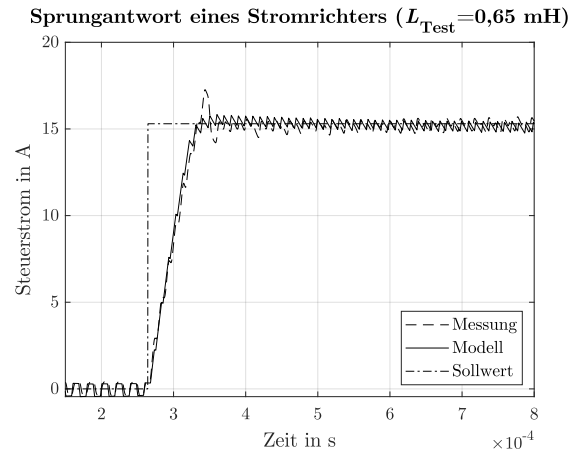
Bei den im Versuchsaufbau eingesetzten Stromrichtern handelt es sich um Vierquadrantensteller mit einer Pulsfrequenz von 50 kHz, die Ströme von bis zu  $\pm 15$  A liefern können. Der Stromsollwert wird in Form einer Eingangsspannung von  $\pm 3$  V vorgegeben und ein PI-Regler regelt den Strom am Ausgang. Um das Übertragungsverhalten der Stromrichter möglichst genau nachbilden zu können, wurden unter verschiedenen Bedingungen Sprungantworten aufgenommen. Zunächst wurden die Ausgangsklemmen mit einem 130 m $\Omega$  Widerstand belastet. In diesem Fall wird der Stromanstieg nur durch eine im Stromrichter verbauten Drossel begrenzt. Der entsprechende Verlauf des Stroms nach einem Sollwertsprung ist in Abbildung 5.1.36 dargestellt. Aufgrund der relativ kleinen Induktivität der Drossel von ca. 4  $\mu$ H weist der Strom einen ausgeprägten Rippel auf. Anhand der aufgenommenen Stromkurve wurde ein Modell des Stromrichters mit Hilfe der Software MATLAB SIMULINK entworfen. Das Modell ist in der Lage, den Spulenstrom mittels realitätsgetreuer Nachbildung der Pulsmuster zu modellieren (siehe Abbildung 5.1.35).



**Abb. 5.1.35:** Pulsmuster der Ausgangsspannung und des Ausgangsstroms des Modells des Stromrichters bei rampenförmigem Sollwert.



**Abb. 5.1.36:** Sprungantwort eines Stromrichters mit einem Lastwiderstand von  $R_{\text{Test}} = 130 \text{ m}\Omega$  am Ausgang.



**Abb. 5.1.37:** Sprungantwort eines Stromrichters mit einem Lastwiderstand von  $R_{\text{Test}} = 2 \Omega$  und einer Induktivität von  $L_{\text{Test}} = 0,65 \text{ mH}$  am Ausgang.

Das Blockschaltbild des Modells befindet sich im Anhang C.5. Um das Modell zu verifizieren, wurde eine weitere Sprungantwort aufgenommen, bei der ein zusätzlicher Testwiderstand mit  $R_{\text{Test}} = 2 \Omega$  und eine Testinduktivität  $L_{\text{Test}} = 0,65 \text{ mH}$  mit den Ausgangsklemmen des Stromrichters verbunden wurden. Auch in diesem Fall stimmen der gemessene und der berechnete Verlauf, wie in Abbildung 5.1.37 verdeutlicht, sehr gut überein. Auf diesen Betrachtungen aufbauend soll ein mathematischer Zusammenhang entwickelt werden, um das komplexe und rechenzeitintensive MATLAB SIMULINK-Modell in ein vereinfachtes zeitdiskretes Modell zu überführen.

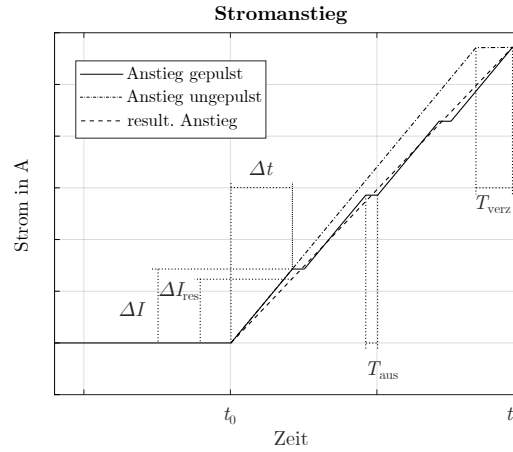
Aufgrund der hohen Zwischenkreisspannung von  $U_0 = 325 \text{ V}$  und der internen Strombegrenzung von ca.  $\pm 15 \text{ A}$  kann also davon ausgegangen werden, dass der Strom linear ansteigt bzw. abfällt, solange

$$I_{\text{ist}} < I_{\text{soll}} \text{ und } I_{\text{ist}} < 15 \text{ A} \text{ bzw. } I_{\text{ist}} > I_{\text{soll}} \text{ und } I_{\text{ist}} > -15 \text{ A} \quad (5.47)$$

zutritt. Wie steil dieser Anstieg bzw. Abfall ist, hängt dabei von der Zwischenkreisspannung und der wirksamen Induktivität der betreffenden Lagerspulen ab (siehe Abschnitt 5.1.4). Diese lineare Änderung des Stroms wird periodisch durch das Pulsmuster unterbrochen, da auch bei voller Aussteuerung das Tastverhältnis kleiner als 100 % ist. Je nach maximalem Tastverhältnis wird der Sollwert im Vergleich zum ungepulsten Betrieb um die Zeit

$$T_{\text{verz}} = n T_{\text{aus}} \quad (5.48)$$

verzögert, wie die Grafik 5.1.38 verdeutlicht.



**Abb. 5.1.38:** Vergleich von unverzögertem und durch das Tastverhältnis verzögertem Stromanstieg.

Der Stromanstieg ist durch

$$\Delta I = \frac{U_0}{L} \Delta t \quad (5.49)$$

gegeben. Unter Berücksichtigung des Tastverhältnisses wird ein resultierender Stromanstieg

$$\Delta I_{\text{res}} = \frac{U_0}{L} \frac{T_{\text{PWM}} - T_{\text{aus}}}{T_{\text{PWM}}} \Delta t \quad (5.50)$$

eingeführt. Der zeitdiskrete Verlauf des Stroms kann mit

$$I_{t+1} = I_t + I_{\text{Diff}} \quad (5.51)$$

beschrieben werden. Das Vorzeichen von  $I_{\text{Diff}}$  ist negativ, wenn  $I_{\text{soll}} < I_{\text{ist}}$  gilt. Die wirksame Induktivität  $L$  ist von der Rotorlage und dem Grad der magnetischen Sättigung des Eisens abhängig. Sie kann für jeden Zeitpunkt gemäß den Überlegungen des Abschnitts 5.1.4 anhand der im Vorfeld berechneten Kennfelder mit

$$L_x = L_{x1} + L_{x2} + M_{x12} + L_{x3} + L_{x4} + M_{x34} \quad (5.52)$$

und analog dazu für die  $y$ -Achse bestimmt werden. Bei der Bestimmung des Differenzbeitrages zwischen dem Wert des Stroms zum Zeitpunkt  $t$  und dem Zeitpunkt  $t + 1$  müssen zwei Fälle unterschieden werden: wird der Sollwert des Stroms im nächsten Abtastschritt erreicht oder nicht. Dazu ist zunächst die Zeit zu berechnen, die der Strom benötigt, um vom Istwert zum Sollwert anzusteigen.

$$t_1 - t = (|I_{\text{soll}}| - |I_{\text{ist}}|) \frac{L}{U_0} \frac{T_{\text{PWM}}}{T_{\text{PWM}} - T_{\text{aus}}} \quad (5.53)$$

Ist diese Zeit größer als die Abtastzeit des Echtzeitsystems, dann ist:

$$I_{\text{Diff}} = \Delta I_{\text{res}} \quad (5.54)$$



Andernfalls wird der Sollwert innerhalb der nächsten Abtastperiode erreicht. Dann gilt:

$$I_{\text{Diff}} = |I_{\text{soll}}| - |I_{\text{ist}}| \quad (5.55)$$

## 5.2 Kalman-Filter

Das KALMAN-Filter ist eine weitverbreitete und in der Fachliteratur bereits ausführlich diskutierte Möglichkeit, die Signalqualität von stark verrauschten Signalen zu verbessern. Dazu ist es notwendig, das Modell des Magnetlagers und die zugehörigen Systemgleichungen in den Zustandsraum zu überführen. Die beiden auf das Streuflussmesssystem bezogenen Lagerachsen a und b können dabei getrennt von einander betrachtet werden. Das allgemeine zeitdiskrete Zustandsraummodell einer Achse kann am Beispiel der a-Achse wie folgt gebildet werden.

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{B}_t \mathbf{u}_t \quad (5.56)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{C} \mathbf{x}_t \quad (5.57)$$

mit den Zustandsgrößen der Position des Rotors in der a-Achse, dessen Geschwindigkeit und des Steuerstroms  $I_a$ .

$$\mathbf{x}_t = \begin{Bmatrix} s_{a,t} \\ v_{a,t} \\ I_{a,t} \end{Bmatrix} \quad (5.58)$$

Zur Bestimmung der Koeffizienten der Systemmatrix  $\mathbf{A}$ , der Steuermatrix  $\mathbf{B}$  und der Beobachtungsmatrix  $\mathbf{C}$  wurden die Systemgleichungen bzw. Übertragungsfunktionen der einzelnen Komponenten aufgestellt. Bevor jedoch die Matrizen gebildet werden, soll kurz auf die Wirkungsweise des KALMAN-Filters eingegangen werden. Dieses ist ein Zustandsschätzer, der anhand beobachteter Systemzustände Vorhersagen über diese in der Zukunft macht. In dieser Arbeit wird ein zeitdiskretes quasilineares KALMAN-Filter eingesetzt, welches auf dem Echtzeitrechensystem implementiert wird. Grundlegend arbeitet der Schätzer, wie in [WB06] detailliert beschrieben, in zwei Schritten. Zunächst wird in einem Prädiktionsschritt eine Vorhersage über die Systemzustände zum nächsten Zeitschritt getroffen (siehe Gleichung 5.59) und die Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}$  des Schätzfehlers wird aktualisiert. Die Koeffizienten der Matrix  $\mathbf{Q}$  spiegeln das Prozessrauschen der Zustandsgrößen wider.

$$\mathbf{P}_{t+1} = \mathbf{A}_t \mathbf{P}_t \mathbf{A}_t^T + \mathbf{Q}_t \quad (5.59)$$

Es ist sofort ersichtlich, dass je genauer das System durch die Systemmatrix, die Beobachtungsmatrix und den Steuer- und Störgrößenvektor  $\mathbf{u}$ , sowie das zu erwartende Prozessrauschen modelliert ist, desto präziser sind die getroffenen Aussagen.

Im zweiten Schritt, dem Korrekturschritt, werden die Koeffizienten der Kovarianzmatrix und die aktuellen Systemzustände anhand von Messwerten korrigiert, um die Qualität der

nächsten Vorhersage zu verbessern.

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_t \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{P}_t \mathbf{C}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (5.60)$$

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_t + \mathbf{K}_t (\mathbf{y}_t - \mathbf{C} \mathbf{x}_t) \quad (5.61)$$

$$\mathbf{P}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{C}) \mathbf{P}_t \quad (5.62)$$

Die Einheitsmatrix  $\mathbf{I}$  ist entsprechend der Anzahl der Zustandsgrößen dimensioniert. Die Kovarianzmatrix  $\mathbf{R}$  berücksichtigt das Messrauschen und spiegelt demnach die Vertrauenswürdigkeit der Messwerte der beobachtbaren Zustandsgrößen wider.

### Zustandsraumdarstellung und Kovarianzmatrizen

Ausgehend von den Überlegungen der vorangegangenen Abschnitte 5.1.1 und 5.1.2 und den Gleichungen 5.29, 5.33 und 5.51 können nun die Koeffizienten der Systemmatrix  $\mathbf{A}$  und der Steuermatrix  $\mathbf{B}$  gebildet werden. Da die Implementierung auf einem zeitdiskreten Echtzeitrechensystem erfolgt, müssen die Gleichungen in ein Abtastsystem überführt werden. Dabei sind die drei Systemzustände der Rotorposition und die Geschwindigkeit des Rotors sowie der Steuerstrom von Interesse. Die Herleitung erfolgt beispielhaft für die a-Achse. Die Rotorposition zum nächsten Abtastzeitpunkt nach der Zykluszeit  $T_{\text{dSp}}$  ist durch

$$s_{a,t+1} = s_{a,t} + v_{a,t} T_{\text{dSp}} \quad (5.63)$$

gegeben. Die Rotorgeschwindigkeit ist abhängig von den wirkenden Beschleunigungen. Grundlegend gilt:

$$v_{a,t+1} = v_{a,t} + \frac{F_{a,t}}{m_R} T_{\text{dSp}} \quad (5.64)$$

bzw. mit den von der Position  $s_a$  und dem Steuerstrom  $I_a$  abhängigen Komponenten, sowie der von äußeren Kräften herrührenden Beschleunigung:

$$v_{a,t+1} = v_{a,t} + \frac{k_{F,a} a_t}{m_R} T_{\text{dSp}} + \frac{k_{F,ia} I_a}{m_R} T_{\text{dSp}} + \frac{F_g}{m_R} T_{\text{dSp}} \quad (5.65)$$

Treten keine Störkräfte auf, wirkt nur die Gewichtskraft der resultierenden Rotormasse  $m_R$ . Der Steuerstrom ändert sich, wie in 5.1.5 erläutert, während jeder Zykluszeit um den von der wirksamen Induktivität der Lagerspulen abhängigen Wert  $I_{\text{Diff}}$ . So dass der Steuerstrom zum Zeitpunkt  $t + 1$

$$I_{a,t+1} = I_{a,t} + I_{\text{Diff}} \quad (5.66)$$

beträgt. Die Systemzustände der a-Achse lauten in Matrixschreibweise wie folgt:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} s_{a,t+1} \\ v_{a,t+1} \\ I_{a,t+1} \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_{t+1}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & T_{dSp} & 0 \\ \frac{k_{F,a}}{m_R} T_{dSp} & 1 & \frac{k_{F,ia}}{m_R} T_{dSp} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_t} \underbrace{\begin{pmatrix} s_t \\ v_{a,t} \\ I_{a,t} \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_t} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m_R} T_{dSp} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{pmatrix} F_g \\ I_{Diff} \end{pmatrix}}_{\mathbf{u}_t} \quad (5.67)$$

Die Ausgangsgleichungen sind mit

$$s_{a,mess,t} = k_\sigma a_t \quad (5.68)$$

und

$$I_{a,mess,t} = k_{ia,mess} I_{a,t} \quad (5.69)$$

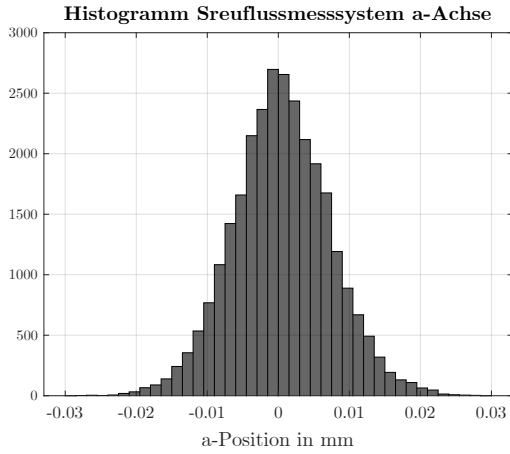
gegeben. In Matrizenform lauten diese:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} s_{a,mess,t} \\ I_{a,mess,t} \end{pmatrix}}_{\mathbf{y}_t} = \underbrace{\begin{pmatrix} k_\sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{ia,mess} \end{pmatrix}}_{\mathbf{C}} \underbrace{\begin{pmatrix} s_{a,t} \\ v_{a,t} \\ I_{a,t} \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_t} \quad (5.70)$$

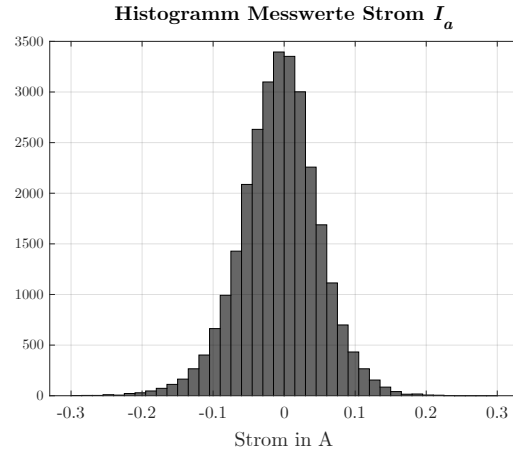
Die Koeffizienten der Kovarianzmatrix des Messrauschens lassen sich unter der Annahme, dass die Rauschprozesse unabhängig voneinander und GAUSSverteilt sind, durch die Bestimmungen der Varianz  $\sigma^2$  der Messsignale bilden. Diese kann für die gemessenen Zustandsgrößen des Streuflussmesssystems und der Steuerströme mit numerischen Methoden bestimmt werden. Anhand der Histogramme für Messwerte der Position des Rotors in der a-Achse und des entsprechenden Steuerstroms (Abbildungen 5.2.1 und 5.2.2) soll die Abweichung der Messwerte vom Erwartungswert  $\mu_a$  bzw.  $\mu_{Ia}$ , der in beiden Fällen Null beträgt, verdeutlicht werden. Die Kovarianzmatrix des Messrauschens kann demnach mit

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \sigma_{a,mess}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{Ia,mess}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (4.6877 \cdot 10^{-5} \text{m})^2 & 0 \\ 0 & (0.0030 \text{A})^2 \end{pmatrix} \quad (5.71)$$

angegeben werden. Neben den Messgrößen sind meist auch die Zustandsgrößen von Rauschprozessen überlagert. Mit Hilfe der Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}_t$  können diese und deren Abhängigkeiten untereinander modelliert werden. Die Matrix hat eine der Anzahl der Zustands-



**Abb. 5.2.1:** Häufigkeitsdichte der Abweichungen vom Erwartungswert für Messwerte  $\mu_a$  des Streufliessmesssystems der  $a$ -Achse (Rohwerte).



**Abb. 5.2.2:** Häufigkeitsdichte der Abweichungen vom Erwartungswert  $\mu_{I_a}$  für Messwerte des Steuerstroms  $I_a$ .

größen entsprechende Dimension in der Form:

$$\mathbf{Q}_t = \begin{pmatrix} \sigma_a^2 & \sigma_a \sigma_{v_a} & \sigma_a \sigma_{I_a} \\ \sigma_{v_a} \sigma_a & \sigma_{v_a}^2 & \sigma_{v_a} \sigma_{I_a} \\ \sigma_{I_a} \sigma_a & \sigma_{I_a} \sigma_{v_a} & \sigma_{I_a}^2 \end{pmatrix} \quad (5.72)$$

Die Bestimmung der Koeffizienten  $\sigma_a^2$ ,  $\sigma_{v_a}^2$  und  $\sigma_{I_a}^2$  erfolgt über die Charakterisierung der Rauschprozesse. Dazu wird auf ein Verfahren zurückgegriffen, das in [BK94] diskutiert wird und z. B. in [Sch11] Anwendung findet. Die Grundlage der Koeffizientenbestimmung bildet eine Abschätzung über die größtmögliche Änderung einer Zustandsgröße während eines Zeitintervalls. Diese wird als Standardabweichung des betreffenden Rauschprozesses betrachtet. Für die Diagonalelemente von  $\mathbf{Q}_t$  gilt demnach:

$$\sigma_a^2 = (\Delta s_{a,\max})^2, \quad \sigma_{v_a}^2 = (\Delta v_{a,\max})^2 \quad \text{und} \quad \sigma_{I_a}^2 = (\Delta I_{a,\max})^2 \quad (5.73)$$

Im Folgenden sollen lediglich Rauschprozesse betrachtet werden, die durch die Diskretisierung der Stellgrößen hervorgerufen werden, von denen die Rauschprozesse der übrigen Zustandsgrößen abhängig sind. Äußere Einflüsse durch Störkräfte werden an dieser Stelle vernachlässigt. Ausschlaggebend für die größtmögliche Änderung der Geschwindigkeit und der Position ist die maximal auftretende Änderung des Steuerstroms innerhalb einer Abtastperiode. Gemäß 5.50 kann dieser mit

$$\Delta I_{\max} = \frac{U_0}{L} \frac{T_{\text{PWM}} - T_{\text{aus}}}{T_{\text{PWM}}} T_{\text{dSp}} \quad (5.74)$$

angegeben werden. Für den Fall, dass sich der Rotor in der Lagermitte befindet und der Steuerstrom Null beträgt, sind die Induktivitäten  $L_{x1}$  bis  $L_{x4}$  gleich groß und haben einen Wert von ca. 2,2 mH. Die wirksame Gesamtinduktivität beträgt dann ausgehend von Glei-

chung 5.52 und unter der Annahme, dass der Koppelfaktor  $k = 0,95^{12}$  ist, basierend auf den im Vorfeld berechneten Kennfeldern, jeweils  $L_x = L_y \approx 12,7 \text{ mH}$ . Bei einer Zwischenkreisspannung von  $U_0 = 325 \text{ V}$ , einem maximalen Tastverhältnis von 90 % und einer Abtastzeit von  $70 \mu\text{s}$  sowie unter Beachtung von Gleichung 3.7 erhält man:

$$\Delta I_{a,\max} = \Delta I_{b,\max} = 2 \frac{325 \text{ V}}{12,7 \text{ mH}} 0,9 \cdot 70 \mu\text{s} = 3,23 \text{ A} \quad \text{mit } I_x = I_y \quad (5.75)$$

Die Varianz beträgt demnach:

$$\sigma_{I_a}^2 = (\Delta I_{a,\max})^2 = 10,4 \text{ A}^2 \quad (5.76)$$

Daraus lässt sich direkt die maximale Änderung der Kraft ableiten, die während einer Abtastperiode auftreten kann. Die daraus resultierende Beschleunigung entspricht dem größtmöglichen zu erwartenden Wert der Änderung der Rotorgeschwindigkeit pro Abtastzeit.

$$\Delta v_{a,\max} = \frac{\Delta F_{a,\max}}{m_R} T_{\text{dSp}} \quad (5.77)$$

Geht man wieder davon aus, dass der Rotor sich in der Lagermitte befindet und die Steuerströme Null betragen, ergeben sich unter Anwendung der entsprechenden Kennfelder die Weg-Strom-Kraft-Faktoren.

$$k_{F_x} = k_{F_y} = -63 \text{ N A}^{-1} \text{ m}^{-1} \quad (5.78)$$

Aus 5.22, 5.23 und 5.24 sowie

$$\Delta I_{a,\max} = 3,23 \text{ A} = \Delta I_{x,\max} + \Delta I_{y,\max} \quad \text{mit } \Delta I_{x,\max} = \Delta I_{y,\max} \quad (5.79)$$

folgt der Betrag der maximalen durch Rauschprozesse auftretenden Störkraft von ca.  $44,55 \text{ N}$ . Die maximale Änderung der Geschwindigkeit ist demnach durch:

$$\Delta v_{a,\max} = \frac{44,55 \text{ N}}{6,48 \text{ kg}} 70 \mu\text{s} = 4,813 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-1} \quad (5.80)$$

gegeben. Damit ist die Varianz

$$\sigma_{v_a}^2 = (\Delta v_{a,\max})^2 = 2,32 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \quad (5.81)$$

gegeben. Aus dem Rauschen der Rotorgeschwindigkeit folgt direkt das Positionsrauschen des Rotors, welches der maximalen Änderung der Rotorposition während einer Abtast-

<sup>12</sup>Da der Steuerstrom Null beträgt, kommt es zu keiner Überlagerung bzw. Verdrängung von Grunderregung und Steuererregung. Die Spulen der positiven  $x$ - bzw.  $y$ -Achse werden weitestgehend vom Fluss der Grunderregerspulen durchsetzt. Das gleiche gilt für die gegenüberliegenden negativen Achsenseiten. Es kann also von einer guten magnetischen Kopplung ausgegangen werden.

periode entspricht, die durch die größtmögliche Geschwindigkeitsänderung hervorgerufen wird.

$$\Delta a_{\max} = \Delta v_{a,\max} T_{\text{dSp}} = 4,813 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-1} 0,00007 \text{ s} = 3,37 \cdot 10^{-8} \text{ m} \quad (5.82)$$

Die entsprechende Varianz beträgt:

$$\sigma_a^2 = (\Delta a_{\max})^2 = 1,13 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2 \quad (5.83)$$

Damit lassen sich alle Koeffizienten der Prozesskovarianzmatrix bestimmen.

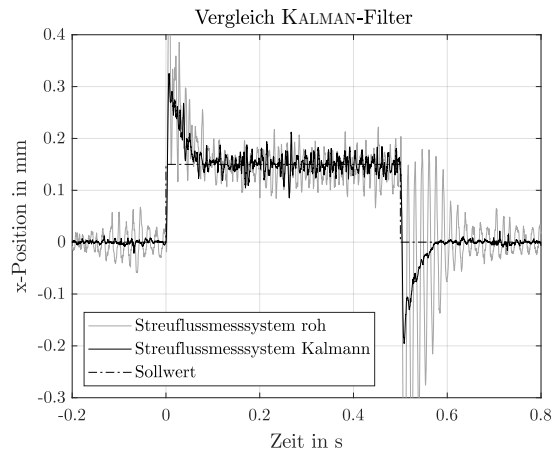
Aufgrund der Abhängigkeit der Induktivitäten von der Rotorposition und der Sättigung des Magnetmaterials und dem Zusammenhang zwischen der Magnetkraft und der Rotorposition sowie der Abhängigkeit der Lagerkraft vom Steuerstrom sind die entsprechenden Elemente der Systemmatrix  $\mathbf{A}_t$  und der Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}_t$  zeitinvariant, so dass die Matrizen nur zum momentanen Zeitschritt  $t$  gültig sind. Da die Änderung der entsprechenden Matrixelemente innerhalb einer Abtastperiode sehr klein ist, sind die Vorhersagen über die Zustandsgrößen zum nächsten Zeitschritt  $t+1$  hinreichend genau. Die von den Systemzuständen abhängige Anpassung der Matrizen erlaubt jedoch eine Modellierung über das unmittelbare Umfeld eines gewählten Arbeitspunktes hinaus.

### 5.3 Ergebnisse

Durch die Umsetzung eines einfachen zeitdiskreten KALMAN-Filters auf einem Echtzeitrechensystem lässt sich die Signalqualität der Streuflussmesssignale erheblich verbessern. Die Zykluszeit für die Wandlung der analogen Signale, die Linearisierung und Stromkompensation mittels Kennfeldern, die Vorhersage der Systemzustände sowie die Korrektur der Kovarianzmatrizen aufgrund aktueller Messwerte beträgt  $70 \mu\text{s}$ . Die daraus resultierende Abtastfrequenz von etwas über  $14 \text{ kHz}$  stellt eine ausreichende Dynamik der Regelung, welche ebenfalls in Form eines konventionellen PID-Reglers auf dem Echtzeitrechensystem realisiert ist, sicher. Aufgrund der verbesserten Signalgüte des Messsignals der Rotorposition können der Proportionalverstärkungsfaktor und der Verstärkungsfaktor für den D-Anteil erhöht werden, wodurch das Überschwingen deutlich reduziert werden kann. Die Abbildung 5.3.1 zeigt einen direkten Vergleich zwischen dem Verhalten des Magnetlagers bei einem Positionssprung von  $150 \mu\text{m}$  mit KALMAN-Filter und für den Fall, dass das Streuflussmesssystem ohne KALMAN-Filter<sup>13</sup> als Eingangsgröße für den Regler dient.

---

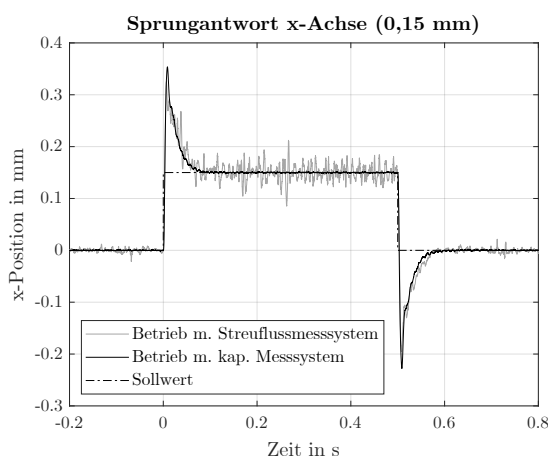
<sup>13</sup>jedoch mit Linearisierung und Stromkompensation



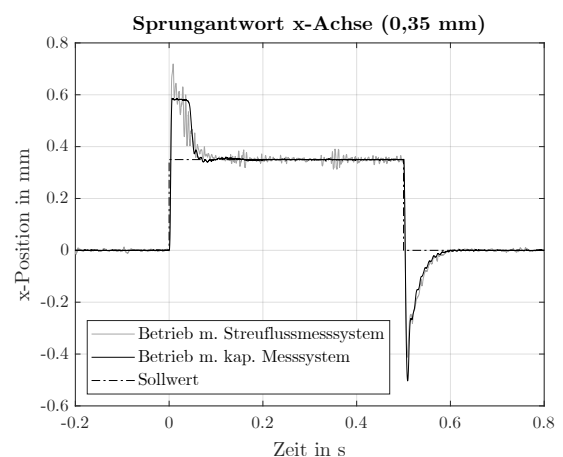
**Abb. 5.3.1:** Vergleich des Streuflussmesssystems im Rohzustand und mit KALMAN-Filter.

Die Sprunghöhe von  $150\ \mu\text{m}$  stellt gleichzeitig die Stabilitätsgrenze dar, bis zu der Sprungantworten mit dem ungefilterten Streuflussmesssystem aufgenommen werden können. Größere Werte führen zu einem deutlich hörbaren Anschlagen in der mechanischen Begrenzung.

Bei den in den Abbildungen 5.3.2 und 5.3.3 dargestellten Verläufen wurde das Magnetlager mit dem streuflussbasierten Messsystem und mit dem integrierten kapazitiven Messsystem bei gleichen Reglereinstellungen betrieben. Bei einer Sprunghöhe von  $150\ \mu\text{m}$  stimmen beide Verläufe abgesehen vom Rauschen grundlegend überein. Bei einer Sprunghöhe von  $350\ \mu\text{m}$  kommt es bei der Verwendung des kapazitiven Lagemesssystems zu einem kurzzeitigen Anschlagen des Rotors an der mechanischen Begrenzung des Magnetlagers. Aufgrund der Signalüberhöhung bei Übergangsvorgängen mit hoher Dynamik, welche zwar reduziert aber nicht vollständig ausgeglichen werden konnte, tritt dieser Effekt nicht auf, wenn das streuflussbasierte Signal als Eingangssignal für den Regler dient.



**Abb. 5.3.2:** Sollwertsprung von  $0,15\ \text{mm}$  in der x-Achse bei Betrieb mit Streuflussmesssystem und kapazitivem Messsystem.



**Abb. 5.3.3:** Sollwertsprung von  $0,35\ \text{mm}$  in der x-Achse bei Betrieb mit Streuflussmesssystem und kapazitivem Messsystem.

Anhand dieser Versuche wird deutlich, dass eine zuverlässige Bestimmung der Rotorposition in Magnetlagern in der Lagerebene durch die Messung parasitärer und für gewöhnlich vernachlässigter magnetischer Streuflüsse möglich ist.

### 5.4 Zusammenfassung

Nachdem in Kapitel 4 die praktische Anwendbarkeit der magnetischen Streuflüsse in Magnetlagern als Lagemesssystem demonstriert werden konnte, stand die Optimierung der Eigenschaften des Streuflussmesssystems im Fokus dieses Kapitels. Dafür wurden zunächst Modelle der Einzelkomponenten und des Gesamtsystems gebildet. Bei der Modellbildung wurde versucht, diese mit vertretbarem Aufwand so realitätsnah wie möglich zu gestalten. Übliche Vereinfachungen, beispielsweise bei der Abhängigkeit der Lagerkraft vom Spulenstrom und der Position des Rotors im Lager sowie der Induktivität der Lagerspulen, wurden vermieden und mittels Kennfeldern modelliert. Dadurch war es möglich, bei der Modellierung des Stromverlaufs auf eine näherungsweise Darstellung als PT1-Glied zu verzichten. Vielmehr sind mit den beschriebenen Methoden realistische Aussagen über den Stromanstieg und die Lagerkraft für beliebige Arbeitspunkte möglich. Abschließend erfolgt die Implementierung eines KALMAM-Filters, um die Signalgüte zu verbessern. Die Überführung der Kennfeld-basierten Modelle in den Zustandsraum hat zur Folge, dass die Kovarianzmatrizen mit nicht statischen Koeffizienten gefüllt sind. Aufgrund ihrer kleinen Änderungsrate arbeitet das Filter dennoch stabil und sorgt für eine Verringerung des Signalrauschens.



## 6 Zusammenfassung und Ausblick

### 6.1 Zusammenfassung

Ziel der Arbeit war es, ein Messsystem zu entwickeln, mit dem es möglich ist, die Rotorposition im Magnetlager zu bestimmen, ohne dass Dislokationseffekte einen stabilen Betrieb beeinträchtigen. Darüber hinaus besteht die Forderung nach einer möglichst einfachen und kostengünstigen Bauform der dafür notwendigen Hardware sowie einer Integrierbarkeit in das Magnetlager. Dazu wurden verschiedene physikalische Messmethoden und konstruktive Herangehensweisen untersucht und miteinander verglichen. Dabei erwies sich die Messung der meist vernachlässigten magnetischen Streuflüsse als eine Möglichkeit, da diese direkt in der Lagerebene auftreten, wodurch eine Dislokation zwischen Mess- und Lagerebene vermieden werden kann.

Durch die Entwicklung von Reluktanzmodellen mit reduzierter Komplexität war eine Untersuchung der Abhängigkeit des magnetischen Streuflusses unter Berücksichtigung der magnetischen Durchflutung möglich. Es können zwei Arten von Streuflüssen unterschieden werden, die sich für eine Messung der Luftspaltlänge eignen. Zwischen zwei Magnetpolen mit entgegengesetzter Magnetisierung treten intrapolare Streuflüsse auf. Diese weisen hauptsächlich tangential ausgerichtete Flussanteile auf. Interpolare Streuflüsse weisen hingegen überwiegend radiale Flussanteile auf und sind zwischen gleichnamigen Magnetpolen zu finden. Bei der genaueren Untersuchung beider Streuflussarten zeigte sich, dass der Zusammenhang zwischen intrapolarer Streuflussdichte und der Luftspaltlänge eineindeutig ist. Das heißt: jedem Messwert der Streuflussdichte ist genau eine Luftspaltlänge zugeordnet und umgekehrt. Trägt man die Flussdichte über der Luftspaltlänge auf, ergibt sich eine

streng monotone Kennlinie. Dem gegenüber weist die Kennlinie des interpolaren Streuflusses einen Extrempunkt auf, dessen Lage von der Beschaffenheit des Magnetkreises abhängig ist. Eine Änderung der Durchflutung führt zu einer Verschiebung dieser Kennlinie. Zur Verifikation der analytischen Reluktanzmodelle diente ein Vergleich der Vorhersagen mit den Ergebnissen von FEM-Rechnungen.

Darauf aufbauend erfolgte eine Erweiterung der vereinfachten Reluktanzmodelle um die magnetischen Widerstände der Streuflüsse, so dass eine analytische Beschreibung des Zusammenhangs zwischen magnetischem Streufluss, der Luftspaltlänge und der magnetischen Durchflutung in Hetero-, Homo- und dreischenkligen Lagern möglich ist. Die Vorhersagen der erweiterten Modelle wurden ebenfalls durch FEM-Rechnungen verifiziert und mögliche Positionen für die Messung der magnetischen Streuflussdichte konnten identifiziert werden. Um die theoretischen Betrachtungen durch Messungen untermauern zu können, war es notwendig die drei Magnetlagertypen hinsichtlich ihrer Eignung zum Aufbau eines Versuchsstandes zu untersuchen, wobei sich das Heteropolarlager als am besten geeignet erwies. Daraufhin erfolgte der Aufbau eines entsprechenden Versuchslagers. Mithilfe eines Magnetometers wurden an den möglichen Messpositionen die magnetischen Streuflüsse bei unterschiedlichen Rotorpositionen und verschiedenen Steuerströmen gemessen. Dadurch konnten die Modellvorhersagen hinsichtlich interpolarer Streuflüsse verifiziert werden. Eine Überprüfung der berechneten interpolaren Steuerströme war hingegen nur stark eingeschränkt möglich, da das eingesetzte Magnetfeldmessgerät aufgrund seines Aufbaus und des physikalischen Messprinzips für tangential ausgerichtete Magnetfelder unempfindlich ist.

Basierend auf den theoretischen Betrachtungen und den Messungen am Versuchslager wurden verschiedene physikalische Messprinzipien zur Messung von Magnetfeldern untersucht. In Anbetracht des zu erwartenden Messbereichs von einigen Millitesla und der geforderten Dynamik fiel die Wahl auf HALL-Effektsensoren. Ein Vergleich der am Markt verfügbaren Modelle zeigte, dass der überwiegende Teil für die Messung radialer Streuflüsse geeignet ist. Sensoren, mit denen eine Messung der tangentialen Flussanteile möglich ist, wiesen nicht die, für den Betrieb von Magnetlagern, erforderliche Dynamik auf. Ein Einbau geeigneter Sensoren, so dass die Messung intrapolarer Streuflüsse möglich gewesen wäre<sup>1</sup>, konnte aufgrund der hohen Ausnutzung der Wickelfenster und dem daraus resultierenden Mangel an zur Verfügung stehenden Bauraum nicht realisiert werden. Deshalb erfolgte die Realisierung von Sensoren für die Messung interpolarer Streuflüsse. Dies gelang durch den Austausch der Nutverschlüsse durch entsprechend dimensionierte Leiterplatten, auf denen die HALL-Sensoren sitzen. Aufgrund der nichtlinearen Verläufe der vom Luftspalt abhängigen Kennlinien kommt eine differentielle Anordnung gegenüberliegender Sensoren zum Einsatz.

Um die Streuflusssensoren für eine Lageregelung einsetzen zu können, ist es gemäß den

---

<sup>1</sup>Der Einbau von um 90 Grad um eine Achse parallel zur Längsachse des Lagers gedrehten Standard-HALL-Sensoren zwischen den Lagerspulen hätte beispielsweise die Messung tangentialer Flussanteile ermöglicht.

theoretischen Vorbetrachtungen notwendig, den Momentanwert der magnetischen Durchflutung zu berücksichtigen. Dies wird durch eine Messung der Steuerströme realisiert, die neben den gemessenen Streuflussdichten als zusätzliche Eingangsgröße für entsprechende Kennfelder dienen. Neben der Kompensation der Auswirkungen der Steuerströme auf die Streuflussdichte dienen die Kennfelder einer weiteren Linearisierung der Sensorkennlinien. Die Umsetzung der Kennfelder und des Lagereglers erfolgte auf einem dSpace 1103 Echtzeitsystem mit einer Zykluszeit von 70  $\mu$ s. Untersuchungen zeigten dabei, dass sowohl durch FEM-Rechnung ermittelte Kennfelder zum Einsatz kommen können, als auch Kennfelder, die auf Messungen basieren. Im direkten Vergleich schnitten gemessene Kennfelder jedoch etwas besser ab. Darüber hinaus zeigte sich, dass sich eine große Anzahl von Stützstellen positiv auf die Übereinstimmung zwischen gemessener und tatsächlicher Rotorposition auswirkt, wobei aber das Verhältnis zwischen Stützstellen für den Steuerstrom und denen für die gemessene HALL-Spannung wichtig ist. In dieser Konfiguration konnte das Lager bereits stabil mit dem streuflussbasierten Messsystem betrieben werden. Aufgrund des erheblichen Signalrauschens war jedoch nur die Aufnahme von Sprungantworten der Rotorposition bis 0,15 mm möglich.

Abschließend wurden Untersuchungen zur Verbesserung der dynamischen Eigenschaften des Messsystems durchgeführt. Basierend auf Überlegungen zu dem Zusammenspiel der verschiedenen Induktivitäten im Magnetlager konnten Signalüberhöhungen, welche bei Übergangsvorgängen in kleinen Zeitskalen zu beobachten waren, reduziert werden. Dazu war es notwendig, kurzzeitige Änderungen des Grunderregerstroms zu berücksichtigen, welche durch induktive Kopplung mit den Wicklungen der Steuererregung hervorgerufen werden. Bei der Modellierung der Stromrichter wurde ein alternativer Ansatz, der nicht von einer näherungsweise Beschreibung als PT1-Glied ausgeht, gewählt, mit dem eine realitätsnähere Beschreibung der Stromverläufe möglich ist. Abschließend kam zur Reduzierung des Signalrauschens ein einfaches KALMAN-Filter zum Einsatz. Bei der Entwicklung der Gleichungen des Zustandsraumes wurde nicht wie üblich um einen Arbeitspunkt herum linearisiert. Vielmehr fanden dynamische Koeffizienten bei der Bildung der Matrizen des Zustandsraumes und der Kovarianzmatrizen Verwendung, welche in jedem Zeitschritt angepasst werden. Durch diese Maßnahmen konnte die Signalqualität des auf interpolaren<sup>2</sup> Streuflüssen basierenden Messsystems deutlich verbessert werden. Infolge dessen waren Sprungantworten bis zu Sprunghöhen von  $\pm 0,35$  mm möglich. Damit konnte der Nachweis erbracht werden, dass anhand der parasitären magnetischen Streuflüsse unter Berücksichtigung der Steuerströme auf die Rotorlage geschlossen werden kann und eine stabile aktive Magnetlagerung möglich ist.

---

<sup>2</sup>Eine Realisierung eines auf interpolaren Streuflüssen basierenden Messsystems erfolgte aufgrund der genannten technischen Beschränkungen nicht.

## 6.2 Ausblick

Der Schwerpunkt dieser Arbeit lag in dem Nachweis der prinzipiellen Funktionsfähigkeit eines Messsystems, mit dem die Bestimmung der Rotorlage anhand der magnetischen Streuflüsse und unter Berücksichtigung der Durchflutung möglich ist. Dabei sollte der Aufwand zur Realisierung der Hardware möglichst gering sein und auf einfache Regelstrategien zurückgegriffen werden. Daraus folgt eine Reihe von Ansatzpunkten für weiterführende Arbeiten sowohl im Bereich der Sensoren und des Echtzeitrechnensystems als auch auf der Softwareseite, die beispielsweise alternative Regelkonzepte einschließt.

### 6.2.1 Hardware

Hinsichtlich der zum Einsatz kommenden Sensorik, der Signalverarbeitung und des Echtzeitrechnensystems sind folgende Aspekte von besonderem Interesse.

- Die Sensoren selbst bieten ein erhebliches Optimierungspotential, da sie die größte Schwachstelle beim Eintrag von elektromagnetischen Störungen, welche durch die gepulsten Steuerströme verursacht werden, darstellen. So ließe sich die Signalqualität durch eine optimierte Schirmung des Sensorträgers verbessern. Darüber hinaus ist zu untersuchen, ob eine Digitalisierung direkt im Sensor geeignet ist, um das Signalrauschen zu reduzieren.
- In dieser Arbeit konnte die Bestimmung der Rotorlage durch die Messung der interpolaren Streuflüsse realisiert werden. Dadurch war es notwendig, beide Steuerströme zu berücksichtigen und ein um  $45^\circ$  rotiertes Koordinatensystem zu benutzen. In zukünftigen Magnetlagerkonfigurationen könnten Sensoren mit Flusskonzentratoren ausgestattet oder während des Einbringens der Wicklung so positioniert werden, dass eine Messung der tangentialen Flussanteile möglich wird. Dadurch wäre es möglich, die intrapolaren Streuflüsse zu nutzen, wodurch die Komplexität erheblich reduziert würde, da zur Kompensation des Einflusses der Steuerströme immer nur der Steuerstrom der jeweiligen Achse berücksichtigt werden müsste. Zudem ist es dann nicht notwendig, ein um  $45^\circ$  verdrehtes Hilfskoordinatensystem einzuführen.
- Der zur Realisierung des Messsystems aufgebaute Versuchsstand wurde mit einem dSpace Echtzeitrechnensystem betrieben. Diese besonders für Test- und Prototypenanwendungen konzipierte Hardware stellt einen Kompromiss aus einer großen Bandbreite an Ein- und Ausgabekanälen dar und einer Rechenleistung, die für Anwendungen mit moderater Dynamik ausreichend ist. Als besonders vorteilhaft hat sich die leichte und flexible Programmierbarkeit mit Hilfe der Software MATLAB SIMULINK erwiesen. Für eine Anwendung als Messsystem ist jedoch auch aus ökonomischer Sicht eine Portierung auf einen Mikrocontroller notwendig. Moderne Modelle sind zum Teil leistungsstärker und verfügen über schnellere ADC als das eingesetzte dSpace-System, was eine performantere Signalverarbeitung ermöglicht. Alternativ dazu ist eine Umsetzung der Regelung und der Signalverarbeitung auf einem FPGA

denkbar, wodurch noch kleinere Zykluszeiten erreichbar sind.

### 6.2.2 Software

Unter der Kategorie Software sollen neben der Umsetzung des Lagereglers auch Überlegungen zur Modellbildung zusammengefasst werden. Interessante Fragestellungen für zukünftige Arbeiten zu diesem Thema sind:

- Die Betrachtung des Systems aus Magnetlager und Messsystem als mechatronische Einheit aus regelungstechnischer Sicht, bei der moderne digitale Regelstrategien wie z. B. Fuzzy Logic oder Neuronale Netzwerke im Vordergrund stehen.
- Im Rahmen der Arbeit lieferten Kennfelder, die auf Messwerten beruhten, bessere Ergebnisse als Kennfelder, die auf FEM-Rechnungen basierten. Da die Messung der positions- und steuerstromabhängigen Streuflüsse mit großem Aufwand verbunden ist, bedarf es für eine Entwicklung über das Prototypenstadium hinaus besserer Modelle, um die entsprechenden Datensätze vorab berechnen zu können. Ein möglicher Ansatz wäre dabei die Verkleinerung der Elementgröße in den Bereichen, in denen die Sensoren im Lager eingesetzt werden sollen, oder die Erweiterung auf dreidimensionale Modelle, um axiale Randeffekte berücksichtigen zu können.
- Die Betrachtung von Hystereseeffekten, wie in [Sch11] durchgeführt, ist ein weiterer interessanter Ansatzpunkt, der zur Verbesserung des streuflussbasierten Messsystems herangezogen werden kann.
- Die Parallelschaltung eines Beobachters zum Modell der Regelstrecke nach der Methode von LUENBERGER ist ebenfalls ein vielversprechender Ansatz, um die Signalqualität zu verbessern.



# A Mathematische Überlegungen zu Streuflussfunktionen

## A.1 Grenzwerte für den intrapolaren Streufluss

Es soll gezeigt werden, dass der intrapolare Streufluss  $\Phi_{\sigma 1}$  im Falle einer Luftspaltlänge Null immer kleiner ist als für den Fall, dass der magnetische Rückschluss unendlich weit entfernt ist. Bei einer Luftspaltlänge  $\delta = 0$  ist der intrapolare Streufluss durch

$$\Phi_{\sigma 1, \delta = 0} = \frac{A I N l_{\text{Fe}2} \mu_0 \mu_L \mu_{\text{Fe}}}{l_{\text{Fe}1} l_{\text{Fd}2} \mu_L + l_{\text{Fe}1} l_{\sigma 1} \mu_{\text{Fe}} + l_{\text{Fe}2} l_{\sigma 1} \mu_{\text{Fe}}}$$

und bei einem unendlich großen Luftspalt durch

$$\Phi_{\sigma 1, \delta = \infty} = \frac{A I N \mu_0 \mu_L \mu_{\text{Fe}}}{l_{\text{Fe}} \mu_L + l_{\sigma 1} \mu_{\text{Fe}}}$$

gegeben. Um zu zeigen, dass  $\Phi_{\sigma 1, \delta = 0} < \Phi_{\sigma 1, \delta = \infty}$  in jedem Fall gilt, werden folgende Substitutionen vorgenommen.

$$\mathbb{A} = A I N$$

$$\mathbb{B} = \mu_0 \mu_L \mu_{\text{Fe}}$$

$$\mathbb{C} = l_{\text{Fe}1} \mu_L$$

$$\mathbb{D} = l_{\sigma 1} \mu_{\text{Fe}}$$

Dann folgt:

$$\frac{l_{\text{Fe}2} \mathbb{A} \mathbb{B}}{l_{\text{Fe}2} \mathbb{C} + l_{\text{Fe}1} \mathbb{D} + l_{\text{Fe}2} \mathbb{D}} < \frac{\mathbb{A} \mathbb{B}}{\mathbb{C} + \mathbb{D}}$$

Durch Herausziehen von  $\frac{l_{\text{Fe}2}}{l_{\text{Fe}2}}$  erhält man:

$$\frac{l_{\text{Fe}2}}{l_{\text{Fe}2}} \frac{\mathbb{A} \mathbb{B}}{\mathbb{C} + \frac{l_{\text{Fe}1}}{l_{\text{Fe}2}} \mathbb{D} + \mathbb{D}} < \frac{\mathbb{A} \mathbb{B}}{\mathbb{C} + \mathbb{D}}$$

Da die Eisenlängen  $l_{\text{Fe}1}$  und  $l_{\text{Fe}2}$  reale physikalische Größen sind, ist der Nenner der linken Seite immer größer als der Nenner der rechten Seite. Daraus folgt:  $\Phi_{\sigma 1, \delta = 0} < \Phi_{\sigma 1, \delta = \infty}$  w. z. b. w.

## A.2 Anstieg intrapolare Streuflussfunktion

Um zu prüfen, ob die intrapolare Streuflussfunktion monoton steigend ist, wird von Gleichung 2.14 die erste Ableitung gebildet. Die Vermutung ist zutreffend, wenn gezeigt werden kann, dass  $\Phi'_{\sigma_1} = \Phi_{\sigma_1} \frac{d}{d\delta} > 0$  immer zutrifft. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass Querschnitt und Länge des Luftspalts und des radialen Teils des interpolaren Streuflusses gleich groß sind, so dass gilt:

$$R_{m\sigma 22} = R_{m\delta} = \frac{\delta}{\mu \cdot A}$$

Die Ableitung nach der Luftspaltlänge lautet dann:

$$\Phi'_{\sigma_1} = \Phi_{\sigma_1} \frac{d}{d\delta} = \frac{Z}{N}$$

Dabei gilt:

$$Z = 2 A F \mu I N (\mathbb{H} R_{mFe22} + \mathbb{H} R_{m\sigma 21} + \mathbb{I} R_{mFe22}^2 + \mathbb{I} R_{m\sigma 21}^2 + \mathbb{I} R_{mFe22} R_{m\sigma 21} + \mathbb{J})$$

und

$$\begin{aligned} N = & (\mathbb{A} \mathbb{H} + \mathbb{B} \mathbb{H} + \mathbb{C} \mathbb{H} + \mathbb{D} \mathbb{H} + \mathbb{E} \mathbb{H} + \mathbb{F} \mathbb{H} + \mathbb{G} \mathbb{H} \\ & + \mathbb{A} \mathbb{I} R_{mFe22} + \mathbb{A} \mathbb{I} R_{m\sigma 21} + \mathbb{B} \mathbb{I} R_{m\sigma 1} + \mathbb{C} \mathbb{I} R_{mFe1} \\ & + \mathbb{C} \mathbb{I} R_{mFe21} + \mathbb{D} \mathbb{I} R_{mFe21} + \mathbb{J} R_{mFe1} + \mathbb{J} R_{m\sigma 1})^2 \end{aligned}$$

mit



$$\mathbb{A} = R_{\text{mFe1}} R_{\text{Fe21}}$$

$$\mathbb{B} = R_{\text{mFe1}} R_{\text{Fe22}}$$

$$\mathbb{C} = R_{\text{m}\sigma 1} R_{\text{m}\sigma 21}$$

$$\mathbb{D} = R_{\text{mFe22}} R_{\text{m}\sigma 1}$$

$$\mathbb{E} = R_{\text{mFe21}} R_{\text{m}\sigma 1}$$

$$\mathbb{F} = R_{\text{mFe1}} R_{\text{m}\sigma 1}$$

$$\mathbb{G} = R_{\text{mFe1}} R_{\text{m}\sigma 21}$$

$$\mathbb{H} = 2 A \mu \delta$$

$$\mathbb{I} = A^2 \mu^2$$

sowie:

$$\mathbb{J} = 2 \delta^2$$

Da alle Terme im Zähler als auch im Nenner ausschließlich physikalische Größen sind, deren Werte nicht Null bzw. nicht kleiner Null sein können, ist sofort ersichtlich, dass die erste Ableitung der intrapolaren Streuflussfunktion in jedem Fall positiv ist. Damit ist die Funktion monoton steigend. w. z. b. w.

### A.3 Maximum des interpolaren Streuflusses

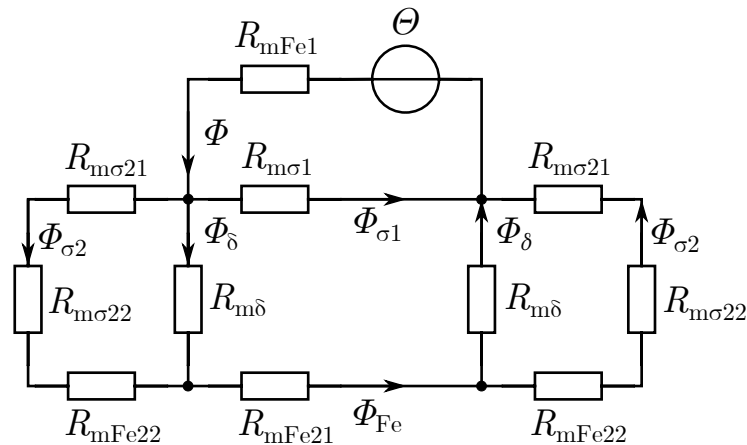


Abb. A.3.1: Vollständiges Ersatzschaltbild für einen magnetischen Kreis.

Ausgangspunkt ist das vollständige Ersatzschaltbild eines Magnetkreises (A.3.1). Zur Vereinfachung werden folgende Vereinbarungen getroffen:

$$R_{\text{m}\sigma 2} = R_{\text{m}\sigma 21} + R_{\text{m}\sigma 22}$$

$$R_{m2} = \frac{R_{m\delta} (R_{mFe22} + R_{m\sigma2})}{R_{m\delta} + R_{mFe22} + R_{m\sigma2}}$$

und

$$R_{m1} = 2 R_{m2} + R_{mFe21}$$

Der magnetische Hauptfluss  $\Phi$  ist demnach durch

$$\Phi = \frac{I N}{\frac{R_{m\sigma1} R_{m1}}{R_{m\sigma1} + R_{m1}}} = \frac{I N \left( R_{mFe21} + R_{m\sigma1} + \frac{2 R_{m\delta} (R_{mFe22} + R_{m\sigma2})}{R_{mFe22} + R_{m\delta} + R_{m\sigma2}} \right)}{R_{m\sigma1} \left( R_{Fe21} + \frac{2 R_{m\delta} (R_{mFe22} + R_{m\sigma2})}{R_{mFe22} + R_{m\delta} + R_{m\sigma2}} \right)}$$

gegeben, mit der Windungszahl  $N$  und der Stromstärke  $I$ .

Der magnetische Fluss  $\Phi_{\sigma2\delta}$  ist die Summe der Flüsse  $\Phi_{\sigma2}$  und  $\Phi_{\delta}$ . Es gilt:

$$\Phi_{\sigma2\delta} = \Phi_{\sigma2} + \Phi_{\delta} = \Phi - \Phi_{\sigma1} = \frac{I N \left( R_{mFe21} + R_{m\sigma1} + \frac{2 R_{m\delta} (R_{mFe22} + R_{m\sigma2})}{R_{mFe22} + R_{m\delta} + R_{m\sigma2}} \right)}{R_{m\sigma1} \left( R_{Fe21} + \frac{2 R_{m\delta} (R_{mFe22} + R_{m\sigma2})}{R_{mFe22} + R_{m\delta} + R_{m\sigma2}} \right)} - \frac{I N}{R_{m\sigma1}}$$

Was sich zu

$$\Phi_{\sigma2\delta} = \frac{I N (R_{mFe22} + R_{m\delta} + R_{m\sigma2})}{R_{mFe21} R_{mFe22} + R_{mFe21} R_{m\delta} + 2 R_{mFe22} R_{m\delta} + R_{mFe21} R_{m\sigma2} + 2 R_{m\delta} R_{m\sigma2}}$$

vereinfachen lässt. Nach Anwendung der Stromteilerregel erhält man den interpolaren magnetischen Fluss.

$$\begin{aligned} \Phi_{\sigma2} &= \frac{R_{m\delta} (R_{m\sigma2} + R_{mFe22})}{R_{m\delta} + R_{m\sigma2} + R_{mFe22}} \Phi_{\sigma2\delta} \\ &= \frac{R_{m\delta} \left( \frac{I N}{R_{m\sigma1}} - \frac{I N \left( R_{mFe21} + R_{m\sigma1} + \frac{2 R_{m\delta} (R_{mFe22} + R_{m\sigma2})}{R_{m\delta} + R_{mFe22} + R_{m\sigma2}} \right)}{R_{m\sigma1} \left( R_{mFe21} + \frac{2 R_{m\delta} (R_{mFe22} + R_{m\sigma2})}{R_{m\delta} + R_{mFe22} + R_{m\sigma2}} \right)} \right)}{R_{m\delta} + R_{mFe22} + R_{m\sigma2}} \end{aligned}$$

Was sich zu

$$\Phi_{\sigma2} = \frac{I N R_{m\delta}}{R_{mFe21} R_{mFe22} + R_{mFe21} R_{m\delta} + 2 R_{mFe22} R_{m\delta} + R_{mFe21} R_{m\sigma2} + 2 R_{m\delta} R_{m\sigma2}}$$

vereinfachen lässt. Die magnetischen Widerstände  $R_{m\delta}$  und  $R_{m\sigma 2}$  sind direkt von der Luftspaltlänge  $\delta$  abhängig. Es wird wieder davon ausgegangen, dass die Querschnitte  $A$ , die vom interpolaren Streufluss, vom Luftspaltfluss und vom magnetischen Fluss im Eisen durchsetzt werden, gleich groß sind. So dass gilt:

$$R_{m\sigma 2} = \frac{l_\sigma + \delta}{A\mu}$$

und

$$R_\delta = \frac{\delta}{A\mu}$$

Wobei die Länge  $l_\sigma$  mit dem magnetischen Widerstand  $R_{m\sigma 21}$  assoziiert ist. Daraus folgt:

$$\Phi_{\sigma 2} = \frac{\mathbb{D} \delta}{\mathbb{B} + 2\delta^2 + 2\mathbb{A}\delta + 2\mathbb{C}\delta + \mathbb{A}l_\sigma + 2\delta l_\sigma}$$

mit

$$\mathbb{A} = A R_{m\text{Fe}21} \mu$$

$$\mathbb{B} = A^2 R_{m\text{Fe}21} \mu^2 R_{m\text{Fe}22}$$

$$\mathbb{C} = A R_{m\text{Fe}22} \mu$$

und

$$\mathbb{D} = A I N \mu$$

Von dem prinzipiellen Verlauf der Funktion des von der Luftspaltlänge abhängigen interpolaren Streuflusses ist bereits bekannt, dass es genau eine Extremstelle gibt. Je nach Vorzeichen des Spulenstroms handelt es sich um ein Maximum bzw. um ein Minimum. Zunächst wird die erste Ableitung nach der Luftspaltlänge  $\delta$  gebildet.

$$\Phi'_{\sigma 2}(\delta) = \Phi_{\sigma 2} \frac{d}{d\delta} = \frac{\mathbb{D}}{\mathbb{B} + 2\delta^2 + 2\mathbb{A}\delta + 2\mathbb{C}\delta + \mathbb{A}l_\sigma + 2\delta l_\sigma} - \frac{\mathbb{D} \delta (2\mathbb{A} + 2\mathbb{C} + 4\delta + 2l_\sigma)}{(\mathbb{B} + 2\delta^2 + 2\mathbb{A}\delta + 2\mathbb{C}\delta + \mathbb{A}l_\sigma + 2\delta l_\sigma)^2}$$

Was sich zu

$$\Phi'_{\sigma 2}(\delta) = \Phi_{\sigma 2} \frac{d}{d\delta} = \frac{\mathbb{D} (\mathbb{B} - 2\delta^2 + \mathbb{A}l_\sigma)}{(\mathbb{B} + 2\delta^2 + 2\mathbb{A}\delta + 2\mathbb{C}\delta + \mathbb{A}l_\sigma + 2\delta l_\sigma)^2}$$

vereinfachen lässt. Im nächsten Schritt wird die Nullstelle der nach der Luftspaltlänge abgeleiteten Funktion ermittelt. Es ist leicht ersichtlich, dass die Funktion Null wird, wenn der Zähler des Terms den Wert Null annimmt.

$$0 = \mathbb{D} (\mathbb{B} - 2\delta^2 + \mathbb{A}l_\sigma)$$

Durch Umstellen erhält man:

$$\delta^2 = \frac{\mathbb{D} \mathbb{B} + \mathbb{D} \mathbb{A} l_\sigma}{2 \mathbb{D}}$$

und durch weiteres Umformen:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\mathbb{A} l_\sigma + \mathbb{B}}$$

Im Anschluss daran wird resubstituiert, sodass die zur maximalen bzw. minimalen interpolaren Streuflussdichte gehörende Luftspaltlänge  $\delta_{\max/\min}$  durch

$$\delta_{\max/\min} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{A \mu (R_{\text{mFe21}} l_\sigma + A \mu R_{\text{mFe21}} R_{\text{mFe22}})}$$

mit  $\mu = \mu_0 \mu_L$  gegeben ist. Durch Einsetzen von

$$R_{\text{mFe21}} = \frac{l_{\text{Fe21}}}{\mu \mu_{\text{Fe}} A}$$

und

$$R_{\text{mFe22}} = \frac{l_{\text{Fe22}}}{\mu \mu_{\text{Fe}} A}$$

unter der Annahme, dass die relative magnetische Permeabilität im Eisen überall gleich ist, ergibt sich der folgende Ausdruck:

$$\delta_{\max/\min} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{l_{\text{Fe21}} (l_{\text{Fe22}} + l_\sigma \mu_{\text{Fe}})}{\mu_{\text{Fe}}^2}}$$

Die Nullstelle bei  $\mathbb{D} = 0$  ist für die Betrachtung nicht relevant, da

$$\mathbb{D} = 0 = A I N \mu$$

nur zutrifft, wenn die Durchflutung Null ist. In diesem Fall sind weder magnetische Luftspaltflüsse noch Streuflüsse vorhanden, welche für die Positionsbestimmung herangezogen werden können.

# B Tabellen

## B.1 Gemessene Streuflüsse an verschiedenen Rotorpositionen und unterschiedlichen resultierenden Steuerströmen

**Tab. B.1:** Gemessene Streuflusswerte (Differenzmessung) in Volt (1 V entspricht einer Flussdichte von 10 mT) an verschiedenen Rotorpositionen auf der a-Achse und bei unterschiedlichen resultierenden Steuerströmen.

Position a in mm / Steuerstrom in A	30	18	6	0	-6	-18	-30
-0,5	-2,745	-1,033	0,692	1,533	2,367	4,377	6,847
-0,35	-3,92	-2,145	-0,329	0,632	1,664	4,133	6,62
-0,15	-5,304	-3,423	-1,321	-0,13	1,132	3,739	6,022
0	-6,286	-4,227	-1,815	-0,506	0,763	3,138	5,245
0,15	-6,961	-4,716	-2,134	-0,917	0,208	2,295	4,314
0,35	-7,552	-5,15	-2,912	-1,954	-1,022	0,883	2,826
0,5	-7,764	-5,557	-3,66	-2,761	-1,859	0,053	1,994

## B.2 Ströme und Positionen nach Streuflussmesswerten sortiert

**Tab. B.2:** Streuflussmesswerte aufsteigend sortiert, wobei die mit jedem Messwert verknüpften Positionen (Angabe in mm) entsprechend angeordnet sind.

Differenzmesswert in V / Steuerstrom in A	30	18	6	0	-6	-18	-30
-7,764	0,5						
-7,552	0,35						
-6,961	0,15						
-6,286	0						
-5,557		0,5					
-5,304	-0,15						
-5,15		0,35					
-4,716		0,15					
-4,227		0					
-3,92	-0,35						
-3,66			0,5				
-3,423		-0,15					
-2,912			0,35				
-2,761				0,5			
-2,745	-0,5						
-2,145		-0,35					
-2,134			0,15				
-1,954				0,35			
-1,859					0,5		
-1,815			0				
-1,321			-0,15				
-1,033		-0,5					
-1,022					0,35		
-0,917				0,15			
-0,506				0			
-0,329			-0,35				
-0,13				-0,15			
0,053						0,5	
0,208					0,15		
0,632				-0,35			
0,692			-0,5				
0,763					0		
0,883						0,35	
1,132					-0,15		
1,533				-0,5			
1,664					-0,35		
1,994							0,5
2,295						0,15	
2,367					-0,5		
2,826							0,35
3,138						0	
3,739						-0,15	
4,133						-0,35	
4,314							0,15
4,377						-0,5	
5,245							0
6,022							-0,15
6,62							-0,35
6,847							-0,5

# C Schaltpläne, technische Zeichnungen und Blockschaltbilder

## C.1 Schaltplan Streuflusssensor

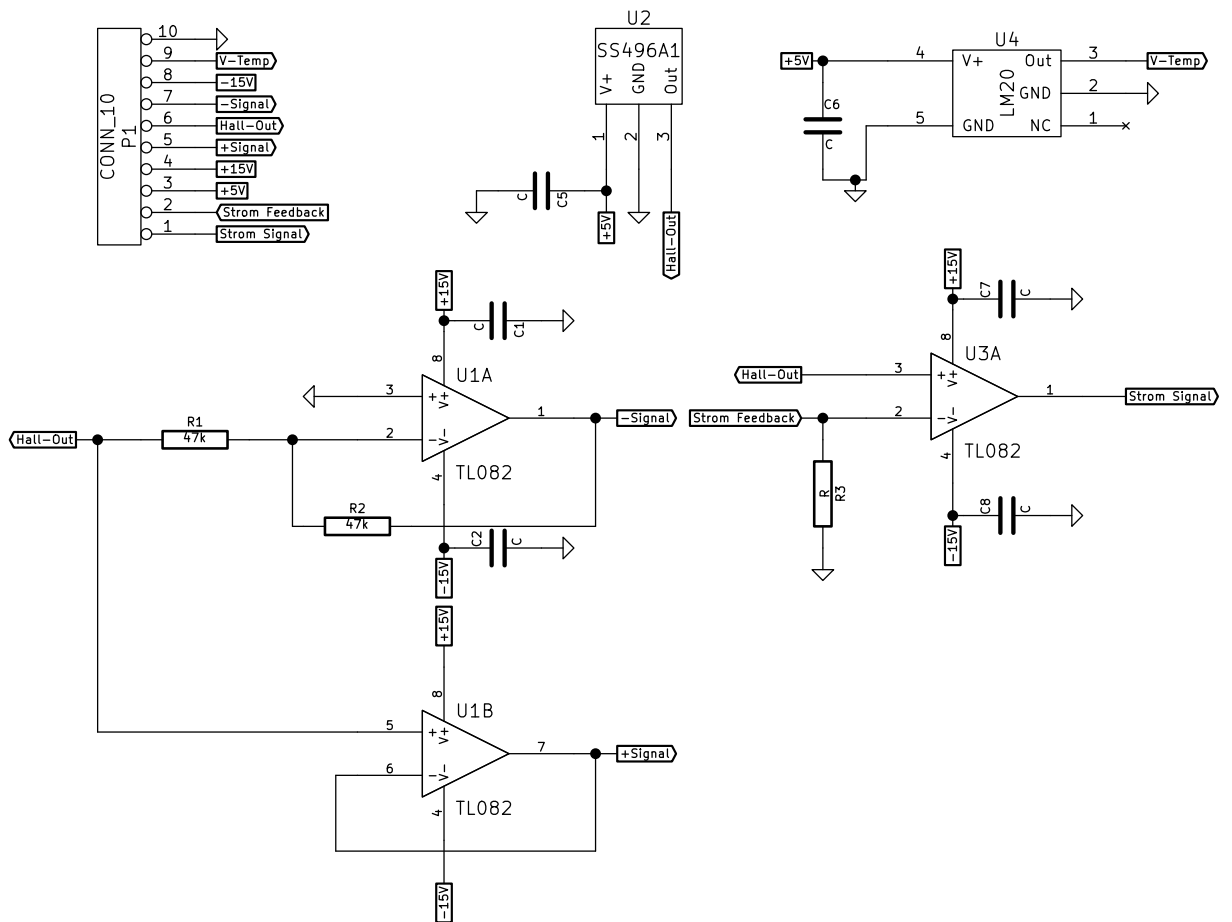


Abb. C.1.1: Schaltplan Streuflusssensor.

## C.2 Kalibrierschaltung des Messkonverters

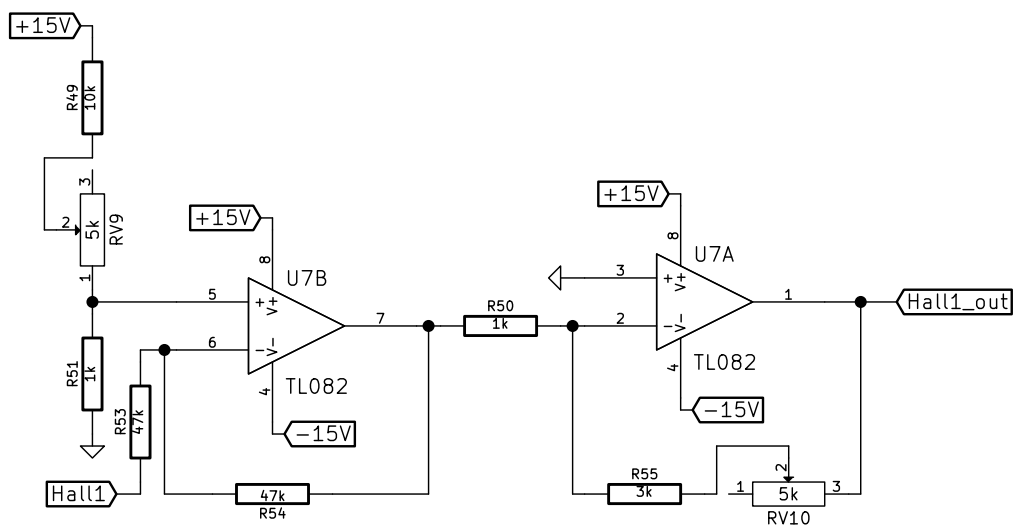


Abb. C.2.1: Schaltung zur Kalibrierung und Offset-Kompensation. Der Widerstand RV9 dient der Offset-Kompensation und der Widerstand RV10 wird zum Einstellen der Verstärkung genutzt.

## C.3 Beispielgeometrie

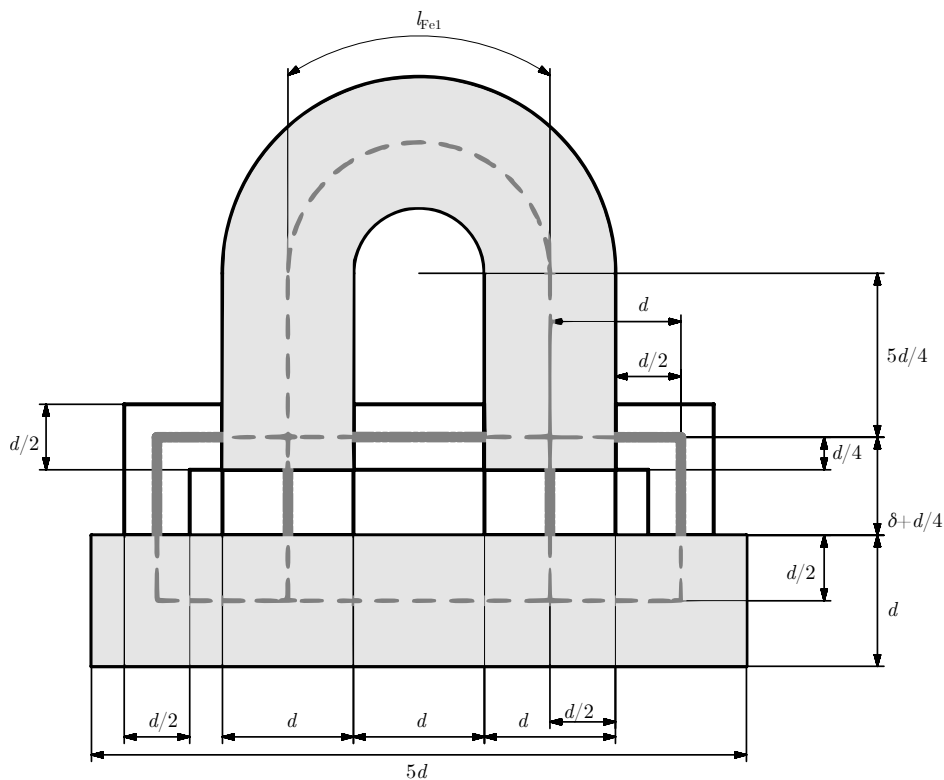
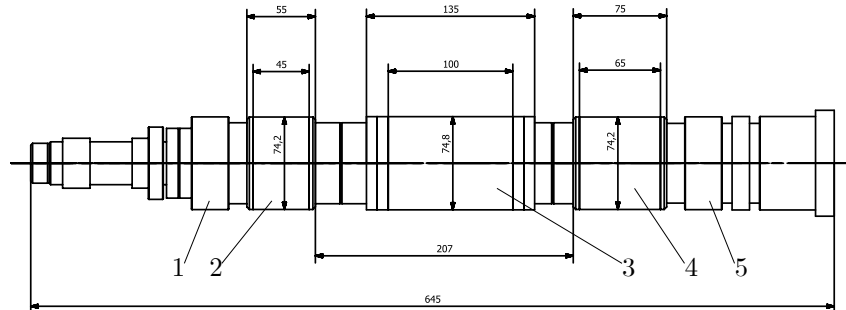


Abb. C.3.1: Beispielgeometrie mit  $l_{Fe1} = \pi \cdot d$ ,  $d = 10 \text{ mm}$  und der Dicke  $d$ .

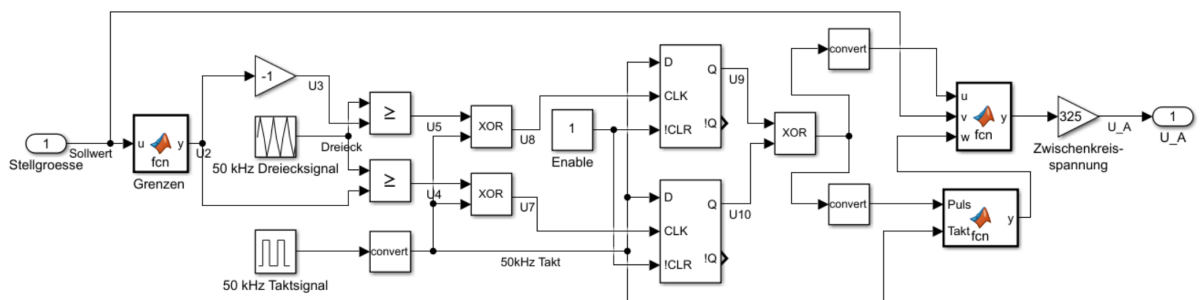


## C.4 Magnetlagerrotor



**Abb. C.4.1:** Technische Zeichnung des Magnetlagerrotors. **1:** Messspur des kapazitiven Referenzmesssystems für Radiallager 2 (Versuchslager). **2:** Blechpaket Radiallager 2 (Versuchslager) **3:** Blechpaket für optionale Antriebsmaschine. **4:** Blechpaket Radiallager 1 **5:** Messspur des kapazitiven Messsystems Radiallager 1.

## C.5 Blockschaltbild des Modells eines Stromrichters



**Abb. C.5.1:** SIMULINK-Modell des Stromrichters. Die „convert“ Blöcke dienen zur Umwandlung in BOOLSche Variablen.

```
function y = fcn(u)
if u >= 0.2 && u <= 0.8
    y = u;
elseif u <= -0.2 && u >= -0.8
    y = u;
elseif u > 0.8
    y = 0.8;
elseif u < -0.8
    y = -0.8;
elseif u > 0.2
    y = 0.2;
else
    y = -0.2;
end
```

**Abb. C.5.2:** C-Code Funktionsblock „Grenzen“.

```
function y = fcn(u,v,w)
if v > 0
    y = u;
elseif v == 0
    y = w;
else
    y = -u;
end
```

**Abb. C.5.3:** C-Code Funktionsblock rechts oben zum Umschalten zwischen PWM ( $I \neq 0$  A) und Impulsen ( $I = 0$ ).

```
function y = fcn(Puls ,Takt)
if Takt > 0
    y = Puls;
else
    y = -Puls;
end
```

**Abb. C.5.4:** C-Code Funktionsblock rechts unten zur Vorzeichenumkehr der Impulse für den Leerlaufbetrieb ( $I = 0$ ).

# Literaturverzeichnis

- [AKM19] AKM ASAHI KASEI MICRODEVICES CORPORATION (Hrsg.): *AK09970D Ultra-small Tri-axis Magnetic Smart Switch*. : AKM ASAHI KASEI MICRODEVICES CORPORATION, September 2019. <https://s-cube.akm.com/global/en/products/ak0997x/ak09970d//9-19-19>
- [ams12] AMS AG (Hrsg.): *AS5311 High Resolution Magnetic Linear Encoder*. 1.13. : ams AG, 2012
- [Bea41] Schutzrecht US2256937 ( 1941). BEAMS, Jesse W. (Erfinder).
- [Bea64] Schutzrecht US3196694 ( 1964). BEAMS, Jesse W. (Erfinder).
- [BK94] BEYER, Jürgen ; KLINGAUF, Uwe: Rekursives Verfahren zur biasfreien Parameterschätzung mit minimaler Schätzfehlerkovarianz (RMV). In: *Automatisierungstechnik* Bd. 42, 1994, S. 346–355
- [BME<sup>+</sup>16] BAHR, Falk ; MÖNCH, Ingolf ; ERNST, Daniel ; ZERNA, Thomas ; SCHMIDT, Oliver G. ; HOFMANN, Wilfried: Direct field control of AMBs using flux feedback based on integrable Hall sensors. In: *15th International Symposium on Magnetic Bearing (ISMB-15)*. Kitakyushu, Japan, August 2016
- [ČBM08] ČERMÁK, R. ; BARTOŇ, L. ; MATOUŠEK, J.: MODULAR CONCEPT OF A SUPERVISION SYSTEM FOR HIGH SPEED CUTTING SPINDLE WITH ACTIVE MAGNETIC BEARINGS. In: *Advanced Engineering 2* (2008). – ISSN 1846–5900
- [CLN14] CHEN, Seng-Chi ; LE, Dinh-Kha ; NGUYEN, Van-Sum: Inductive Displacement Sensors with a Notch Filter for an Active Magnetic Bearing System. In: *Sensors* 14 (2014), Juli, Nr. 7, S. 12640–12657. <http://dx.doi.org/10.3390/s140712640>. – DOI 10.3390/s140712640
- [CRF91] CHIBA, Akira ; RAHMAN, M. A. ; FUKAO, Tadashi: Radial Force in a Bearingless Reluctance Motor. In: *IEEE Transactions on Magnetics* Bd. 27, IEEE, März 1991, S. 786–790
- [DBJ02] DEVER, Timothy P. ; BROWN, Gerald V. ; JANSEN, Ralph H.: Estimator Based Controller for High Speed Flywheel Magnetic Bearing System. In: *37th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference (IECEC)*. Washington, WA, USA, 2002
- [Ear42] EARNSHAW, Samuel: On the Nature of the Molecular Forces which regulate the Constitution of the Luminiferous Ether. In: *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* Bd. 7, 1842, S. 97–112

- [Fre00] FREMERY, Johan K.: *Permanentmagnetische Lager*. 2000
- [FZSD05] FERREIRA, Jossana M. S. ; ZUCCA, Mauro ; SALAZAR, Andrés O. ; DONADIO, Lorenzo: Analysis of a Bearingless Machine With Divided Windings. In: *IEEE Transactions on Magnetics* Bd. 41, IEEE, Oktober 2005, S. 3931–3933
- [GAH09] GRUBER, Wolfgang ; AMRHEIN, Wolfgang ; HASLMAYR, Michael: Bearingless Segment Motor With Five Stator Elements-Design and Optimization. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* Bd. 45, IEEE, Juli 2009, S. 1301–1308
- [GAPR13] GRUBER, Wolfgang ; AMRHEIN, Wolfgang ; PICHLER, Manuel ; ROTHBÖCK, Michael: Self-Sensing Active Magnetic Bearing Using 2-Level PWM Current Ripple Demodulation. In: *Seventh International Conference on Sensing Technology (ICST)*. Wellington, Neuseeland : IEEE, Dezember 2013
- [GGBR10] GARCÍA, Pablo ; GUERRERO, J.M. ; BRIZ, Fernando ; REIGOSA, David: Sensorless Control of Three-Pole Active Magnetic Bearings Using Saliency-Tracking-Based Methods. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* Bd. 46, IEEE, September 2010, S. 1476–1484
- [Gra16] Schutzrecht AT71662 (B) ( Mai 1916). GRAEMIGER, Benjamin (Erfinder).
- [Hal79] HALL, Edwin: On a New Action of the Magnet on Electric Currents. In: *American Journal of Mathematics* (1879), September, Nr. 2
- [Hau93] HAUBITZER, W.: Optimierung der Spulenform für das elektromagnetische Schwebeschmelzen. In: *Archiv für Elektrotechnik, Springer Verlag* 76 (1993), S. 121–128. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01597590>. – DOI 10.1007/BF01597590
- [HHS16] HOFER, Matthias ; HUTTERER, Markus ; SCHROEDL, Manfred: PCB Integrated Differential Current Slope Measurement for Position-Sensorless Controlled Radial Active Magnetic Bearing. In: *15th International Symposium on Magnetic Bearings*. Kitakyushu, Japan, 2016
- [HIH04] HABIB, Maki K. ; INAYAT-HUSSAIN, Jawaid I.: Fuzzy Control Scheme for Dual-Acting Magnetic Bearing Actuator System. In: *Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*. Singapur, Dezember 2004
- [HKS<sup>+</sup>98] HAUSER, H. ; KLOIBHOFER, R. ; STANGL, G. ; FALLMANN, W. ; AIGNER, P. ; HOCHREITER, J.: Magneto-resistive Sensoren. In: *e & i Elektrotechnik und Informationstechnik* 115 (1998), jul, Nr. 7-8, S. 382–390. <http://dx.doi.org/10.1007/bf03159608>. – DOI 10.1007/bf03159608
- [HLP<sup>+</sup>10] HE, Yunze ; LUO, Feilu ; PAN, Mengchun ; HU, Xiangchao ; GAO, Junzhe ; LIU, Bo: Defect classification based on rectangular pulsed eddy currents sensor in different directions. In: *Sensors and Actuators A: Physical* Bd. 157, 2010, S. 26–31

- [HN73] HÄNSEL, H. ; NEUMANN, W.: *Physik III*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1973
- [Hol78] HOLMES, L. M.: Stability of magnetic levitation. In: *Journal of Applied Physics* 49 (1978), Nr. 6, S. 3102–3109. <http://dx.doi.org/10.1063/1.325300>. – DOI 10.1063/1.325300
- [Hon11] HONEYWELL INTERNATIONAL INC. (Hrsg.): *APS00B High Resolution Magnetic Angular Position Sensor IC*. : Honeywell International Inc., August 2011
- [Hon13] HONEYWELL INTERNATIONAL INC. (Hrsg.): *SS39ET/SS49E/SS59ET Linear Hall-Effect Sensor ICs*. : Honeywell International Inc., März 2013
- [Hon18] HONEYWELL INTERNATIONAL INC. (Hrsg.): *SS496A1 Linear Hall-effect Sensor ICs*. 2. : Honeywell International Inc., Juni 2018
- [Hun95] HUNG, John Y.: Magnetic Bearing Control Using Fuzzy Logic. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* Bd. 31, IEEE, November 1995, S. 1492–1497
- [Inf08] INFINEON TECHNOLOGIES AG (Hrsg.): *TLE4998P3 TLE4998P4 Programmable Linear Hall Sensor*. V 1.0. : Infineon Technologies AG, Juli 2008
- [Inf19] INFINEON TECHNOLOGIES AG (Hrsg.): *TLE493D-A2B6 Low Power 3D Hall Sensor with I2C Interface*. : Infineon Technologies AG, April 2019
- [JAH01] JEON, Soo ; AHN, Hyeong-Joon ; HAN, Dong-Chul ; CHANG, In-Bae: New Design of Cylindrical Capacitive Sensor for On-Line Precision Control of AMB Spindle. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* Bd. 50, IEEE, Juni 2001, S. 757–763
- [Jul75] JULLIERE, M.: Tunneling between ferromagnetic films. In: *Physics Letters A* 54 (1975), sep, Nr. 3, S. 225–226. [http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601\(75\)90174-7](http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601(75)90174-7). – DOI 10.1016/0375-9601(75)90174-7
- [Jun08] JUNGMAIR Gerald: *Der magnetisch gelagerte Lüfter*, Institut für elektrische Antriebe und Leistungselektronik, JKU Linz, Diss., April 2008
- [JV50] JONKER, G.H. ; VAN SANTEN, J.H.: Ferromagnetic compounds of manganese with perovskite structure. In: *Physica* 16 (1950), mar, Nr. 3, S. 337–349. [http://dx.doi.org/10.1016/0031-8914\(50\)90033-4](http://dx.doi.org/10.1016/0031-8914(50)90033-4). – DOI 10.1016/0031-8914(50)90033-4
- [JVS50] JONKER, G.H. ; VAN SANTEN, J.H.: ELECTRICAL CONDUCTIVITY OF FERROMAGNETIC COMPOUNDS OF MANGANESE WITH PEROVSKITE STRUCTURE. In: *Physika* Bd. 16, 1950
- [Kem37a] Schutzrecht DE643316 ( April 1937). KEMPER, Hermann (Erfinder).
- [Kem37b] Schutzrecht DE640858 ( Januar 1937). KEMPER, Hermann (Erfinder).

- [Kem38] KEMPER, Hermann: Schwebende Aufhängung durch elektromagnetische Kräfte: eine Möglichkeit für eine grundsätzlich neue Fortbewegungsart. In: *Elektrotechnische Zeitschrift* (1938), Nr. 59, S. 391–395
- [Klo94] KLOSS, Albert: *Geschichte des Magnetismus*. VDE-Verlag, Berlin und Offenbach, 1994. – ISBN 3–8007–1878–2
- [Koc02] KOCH, Ralf: *Schwung-Energiespeicher-Systeme mit supraleitenden Magnetlagern*, Universität Stuttgart, phdthesis, 2002. <http://dx.doi.org/10.18419/opus-2481>. – DOI 10.18419/opus-2481
- [Kuč97] KUČERA, Ladislav: *Zur sensorlosen Magnetlagerung*, ETH Zürich, phdthesis, 1997
- [Lan03] LANG, Matthias: *Berechnung und Optimierung von passiven permanentmagnetischen Lagern für rotierende Maschinen*, Technische Universität Berlin, Diss., 2003. <http://dx.doi.org/10.14279/depositonce-739>. – DOI 10.14279/depositonce-739
- [LEM11] LEM (Hrsg.): *Current Transducer LTS 25-NP*. : LEM, November 2011
- [Leo85] LEONHARD, Werner: *Einführung in die Regelungstechnik: lineare u. nichtlineare Regelvorgänge; für Elektrotechniker, Physiker u. Maschinenbauer ab 5. Sem. - 3., durchges. Aufl.* Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 1985. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-663-14152-5>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-663-14152-5>. – ISBN 978–3–528–13584–3
- [Lös02] LÖSCH, Florian: DETECTION AND CORRECTION OF ACTUATOR AND SENSOR FAULTS IN ACTIVE MAGNETIC BEARING SYSTEMS. In: *8th International Symposium on Magnetic Bearing (ISMB-8)*. Mito, Japan, August 2002
- [Lue64] LUENEGER, David G.: Observing the State of a Linear System. In: *IEEE Transactions on Military Electronics* Bd. 8, IEEE, April 1964, S. 74–80
- [Mar17] MARTH Edmund: *Beiträge zur Auslegung von Rotorsystemen mit permanentmagnetisch passiv stabilisierten Radial- und Kippfreiheitsgraden*, Institut für elektrische Antriebe und Leistungselektronik, JKU Linz, Diss., Juni 2017
- [MBdN10] MALCOVATI, Piero ; BASCHIROTTO, Andrea ; D'AMICO, Arnaldo ; NATALE, Corrado: *Sensors and Microsystems*. Springer Netherlands, 2010. <http://dx.doi.org/10.1007/978-90-481-3606-3>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-90-481-3606-3>
- [Mel18] MELEXIS AG (Hrsg.): *MLX90365 Triaxis Position Sensor IC*. Revisison 5.9. : Melexis AG, Oktober 2018
- [MGP97] Schutzrecht US5640472A ( Juni 1997). MEINZER, Richard A. ; GRUDKOWSKI, Thomas W. ; POLLEY, Evan C. (Erfinder).
- [MIC] MICRO-EPSILON (Hrsg.): *eddyNCDT 3300*. : MICRO-EPSILON

- [MMM<sup>+</sup>15] MELZER, Michael ; MÖNCH, Jens I. ; MAKAROV, Denys ; ZABILA, Yevhen ; BERMUDEZ, Gilbert Santiago C. ; KARNAUSHENKO, Daniil ; BAUNACK, Stefan ; BAHR, Falk ; YAN, Chenglin ; KALTENBRUNNER, Martin ; SCHMIDT, Oliver G.: Wearable Magnetic Field Sensors for Flexible Electronics. In: *Advanced Materials* 27 (2015), Februar, Nr. 7, S. 1274–1280. <http://dx.doi.org/10.1002/adma.201405027>. – DOI 10.1002/adma.201405027
- [MS85] MCGEE, Leonard A. ; SCHMIDT, Stanley F.: DISCOVERY OF THE KALMAN FILTER AS A PRACTICAL TOOL FOR AEROSPACE AND INDUSTRY / National Aeronautics and Space Administration (NASA). Ames Research Center, Moffett Field, CA, USA, November 1985 (TM-86847). – Technical Memorand
- [MT95] MIYAZAKI, T. ; TEZUKA, N.: Giant magnetic tunneling effect in Fe/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Fe junction. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 139 (1995), jan, Nr. 3, S. L231–L234. [http://dx.doi.org/10.1016/0304-8853\(95\)90001-2](http://dx.doi.org/10.1016/0304-8853(95)90001-2). – DOI 10.1016/0304-8853(95)90001-2
- [MVP07] MÜLLER, Germar ; VOGT, Karl ; PONICK, Bernd: *Berechnung elektrischer Maschinen*. Wiley VCH Verlag GmbH, 2007. – ISBN 3527405259
- [NXP08] NXP SEMICONDUCTORS (Hrsg.): *Sending I2C-bus signals via long communications cables*. Rev. 1. : NXP Semiconductors, Februar 2008
- [Nyq28] NYQUIST, H.: Certain Topics in Telegraph Transmission Theory. In: *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers* Bd. 47, AIEE, April 1928, S. 617–644
- [PKM<sup>+</sup>01] PICHOT, M. A. ; KAJAS, J. P. ; MURPHY, B. R. ; OUROUA, A. ; RECH, B. M. ; HAYES, R. J. ; BENO, J. H. ; BUCKNER, G. D. ; PALAZZOLO, A. B.: Active Magnetic Bearing for Energy Storage System for Combat Vehicles. In: *IEEE Transactions on Magnetics* Bd. 37, IEEE, Januar 2001, S. 318–323
- [PKR<sup>+</sup>07] POPOVIC, Radivoje ; KEJIK, Pavel ; REYMOND, Serge ; POPOVIC, Dragana ; BLAGOJEVIC, Marjan ; DIMITRIJEVIC, Sasa: Multi-axis integrated Hall magnetic sensors. In: *Nuclear Technology and Radiation Protection* 22 (2007), Nr. 2, S. 20–28. <http://dx.doi.org/10.2298/ntrp0702020p>. – DOI 10.2298/ntrp0702020p
- [RBW11] RUDOLPH, Johannes ; BUDIG, Peter-Klaus ; WERNER, Ralf: Theoretische und praktische Betrachtungen zur Schwingungsdämpfung in permanentmagnetisch gelagerten Systemen. In: *8. Workshop Magnetlagertechnik Zittau-Chemnitz*. Zittau, September 2011
- [RF13] REIG, Cándid ; FREITAS, Susana C. ; MUKHOPADHYAY, Subhas C. (Hrsg.): *Giant Magnetoresistance (GMR) Sensors*. Bd. 6. Springer, 2013. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-37172-1>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-37172-1>. – ISBN 978-3-642-37171-4

- [RSW17] RUDOLPH, Johannes ; SIEBER, Arthur ; WERNER, Ralf: Differentiation und Linearisierung von Messsignalen eines streuflussbasierten Messsystems fÄCER magnetisch gelagerte Rotoren. In: *11. Workshop Magnetlagertechnik Zittau Chemnitz*, 2017
- [RW14] RUDOLPH, Johannes ; WERNER, Ralf: Effect of Eddy Currents on the Stray Flux Based Measurement System for Magnetic Bearing. In: *14th International Symposium on Magnetic Bearings, ISMB14, Linz, Österreich*, 2014
- [RW15] RUDOLPH, Johannes ; WERNER, Ralf: Untersuchungen an einem streufluss-basiertem Messsystem zur Bestimmung der Wellenposition im Magnetlager. In: *10. Workshop Magnetlagertechnik Zittau-Chemnitz*, 2015
- [RW16] RUDOLPH, Johannes ; WERNER, Ralf: Theoretical basics and closed loop control design of stray flux based measurement systems for magnetic bearings. In: *The 15th International Symposium on Magnetic Bearings, ISMB15, Kitakyushu, Japan*, 2016
- [RW19] RUDOLPH, Johannes ; WERNER, Ralf: Charakterisierung und Untersuchung der Regelstrecke eines streuflussbasierten Lagemesssystems fÄCER Magnetlager. In: *12. Workshop Magnetlagertechnik Zittau-Chemnitz*, 2019
- [RW22] RUDOLPH, Johannes ; WERNER, Ralf: Design of a dynamic KALMAN-filter for a stray flux-based measurement system of magnetic bearings. In: *Innovative Kleinantriebs-und Kleinmotorenteknik IKMT, Linz*, 2022
- [RWM13a] RUDOLPH, Johannes ; WERNER, Ralf ; MAXIMOV, Ivo: Messung magnetischer Streuflüsse zur Bestimmung der Wellenposition im Magnetlager. In: *9. Workshop Magnetlagertechnik Zittau-Chemnitz*, 2013
- [RWM13b] RUDOLPH, Johannes ; WERNER, Ralf ; MAXIMOW, Ivo: Measurement of the Rotor Position of an Active Magnetic Bearing Using Interpolar Stray Flux. In: *1st Brazilian Workshop on Magnetic Bearings Rio de Janeiro*, 2013
- [SAF07] SOTELO, Guilherme G. ; ANDRADE, Jr. Rubens d. ; FERREIRA, Antonio C.: Magnetic Bearing Sets for a Flywheel System. In: *IEEE Transactions on applied Superconductivity* Bd. 17, IEEE, Juni 2007, S. 2150–2153
- [SB04] SANDTNER, Jan ; BLEULER, Hannes: ELECTRODYNAMIC PASSIVE MAGNETIC BEARING WITH PLANAR HALBACH ARRAYS. In: *Ninth International Symposium in Magnetic Bearings*. Lexington, Kentucky, USA, August 2004
- [Sch11] SCHUHMANN, Thomas: Optimale Zustandsschätzung und -regelung an Magnetlagern mit integrierten kapazitiven Lagesensoren. In: HOFMANN, Wilfried (Hrsg.): *Dresdener Schriftenreihe zu elektrischen Maschinen und Antrieben* Bd. 3. Shaker Verlag Aachen, 2011. – ISBN 978–3–8440–0423–6



- [SDSW90] SALAZAR, A. O. ; DUNFORD, W. ; STEPHAN, R. ; WATANABE, E.: A MAGNETIC BEARING SYSTEM USING CAPACITIVE SENSORS FOR POSITION MEASUREMENT. In: *IEEE Transactions on Magnetics* Bd. 26, IEEE, September 1990, S. 2541–2543
- [SH07] SCHRAMM, Marco ; HOFMANN, Wilfried: Novel Magnetic Displacement Sensor for Mechatronical Systems. In: *33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON)*. Taipei, Taiwan : IEEE, November 2007
- [SHBB05] SCHAMMASS, Alexandre ; HERZOG, Raoul ; BÜHLER, Philipp ; BLEULER, Hannes: New Results for Self-Sensing Active Magnetic Bearings Using Modulation Approach. In: *IEEE Transactions on Control System Technology* Bd. 13, IEEE, Juli 2005, S. 509–516
- [SK98] SHIN, Dongwon ; KIM, Jongwon: Design and implementation of PCB-type capacitance displacement sensor collocated with magnetic bearings. In: *Sensors and Actuators A: Physical* Bd. 71, 1998, S. 223–229
- [Sri85] SRIDHARAN, G.: Electro-optical position measurement for active magnetic bearing. In: *Review of Scientific Instruments* Bd. 56, 1985, S. 142–145
- [SS93] SALAZAR, Andrés O. ; STEPHAN, Richard: A Bearingless Method for Induction Machines. In: *IEEE Transactions on Magnetics* Bd. 29, IEEE, Dezember 1993, S. 2965–2967
- [SSK<sup>+</sup>07] SCHOULEUR, Adrien ; SAPIN, Julien ; KLUYSKENS, Virginie ; LABRIQUE, Francis ; DEHEZ, Bruno: Study and control of a magnetic bearing for flywheel energy storage system. In: *International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives*. Setúbal, Portugal : IEEE, April 2007
- [STB93] SCHWEIZER, Gerhard ; TRAXLER, Alfons ; BLEULER, Hannes: *Magnetlager - Grundlagen, Eigenschaften und Anwendung berührungsfreier elektromagnetischer Lager*. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 1993. – ISBN 3–540–55868–3
- [Str04] STRICKA, Norbert: Entwicklung eines sensorlosen aktiven Magnetlagers. In: *Fortschritt-Berichte VDI* Bd. 8. VDI Verlag GmbH, 2004
- [STTR02] SOPHIAN, Ali ; TIAN, Gui Y. ; TAYLOR, David ; RUDLIN, John: Design of a pulsed eddy current sensor for detection of defects in aircraft lap-joints. In: *Sensors and Actuators A* Bd. 101, 2002, S. 92–98
- [Stu77] STUDER, Philip A.: A PRACTICAL MAGNETIC BEARING. In: *IEEE Transaction on Magnetics* Bd. 13, IEEE, September 1977, S. 1155–1157
- [SW17] SCHLEICHER, André ; WERNER, Ralf: Differenzielles kapazitives Mehrachs-Abstandsmesssystem für Umgebungen mit elektromagnetischen Störungen. In: *tm - Technisches Messen* Bd. 84, 2017, S. 241–250

- [Szu13] SZUPPA Randy: *Theoretische und praktische Untersuchungen zur Rotordynamik einer aktiv magnetisch gelagerten Welle*. 2013
- [Tex15a] TEXAS INSTRUMENTS (Hrsg.): *DRV5053 Analog-Bipolar Hall Effect Sensor*. : Texas Instruments, Dezember 2015
- [Tex15b] TEXAS INSTRUMENTS (Hrsg.): *LM20 Temperature Sensor*. : Texas Instruments, Januar 2015
- [Tho57] THOMSON, William: On the electro-dynamic qualities of metals:—Effects of magnetization on the electric conductivity of nickel and of iron. In: *Proceedings of the Royal Society of London* 8 (1857), dec, S. 546–550. <http://dx.doi.org/10.1098/rsp1.1856.0144>. – DOI 10.1098/rsp1.1856.0144
- [thy19] THYSSENKRUPP STEEL EUROPE AG (Hrsg.): *Nicht kornorientiertes Elektrobänd powercore<sup>®</sup> Lieferprogramm*. : thyssenkrupp Steel Europe AG, April 2019
- [VB93] VISCHER, D. ; BLEULER, H.: Self-sensing Active Magnetic Levitation. In: *IEEE Transaction on Magnetics* Bd. 29, IEEE, März 1993, S. 1276–1281
- [vMT02] V. FILATOV, Alexei ; MASLEN, Eric H. ; T.GILLIES, George: A method of noncontact suspension of rotation bodies using electromagnetic force. In: *Journal of Applied Physics* 91 (2002), Januar, Nr. 4, S. 2355–2371. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1430894>. – DOI 10.1063/1.1430894
- [vNd13] VAN SCHOOR, G. ; NIEMANN, A.C. ; DU RAND, C.P.: Evaluation of demodulation algorithms for robust self-sensing active magnetic bearings. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 189 (2013), Januar, S. 441–450. <http://dx.doi.org/10.1016/j.sna.2012.10.033>. – DOI 10.1016/j.sna.2012.10.033
- [WB06] WELCH, G. ; BISHOP, G.: An Introduction to the Kalman Filter / Department of Computer Science University of North Carolina at Chapel Hill. Version: 2006. [https://www.https://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman\\_intro.pdf](https://www.https://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman_intro.pdf) (Aufruf-04.06.2021). 2006 (95-041). – Technical Report 95-041
- [YKS<sup>+</sup>03] YIM, Jung-Sik ; KIM, Jang-Hwan ; SUL, Seung-Ki ; AHN, Hyeong-Joon ; HAN, Dong-Chul: Sensorless position control of active magnetic bearings based on high frequency signal injection method. In: *Eighteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*. Miami Beach, FL, USA : IEEE, Februar 2003

# Thesen

1. Aktive Magnetlager sind von Natur aus instabil. Deshalb ist es notwendig, die Position des Rotors zu regeln. Dafür muss diese durch ein geeignetes Lagemesssystem, das nicht zwangsläufig Positionssensoren enthalten muss, gemessen werden.
2. Im Fall dass Positionssensoren eingesetzt werden, tragen, je nach Größe des Magnetlagers, die Messsysteme, welche in der Regel für jede Achse benötigt werden und aus je einem Sensor und einer Auswertelektronik bestehen, zu einem erheblichen Teil der Gesamtkosten bei.
3. Neben der Positionsmessung lassen sich mithilfe der Sensoren auch Eigenschwingungen detektieren und dämpfen, die durch äußere Störkräfte angeregt werden. Befinden sich die Sensoren dabei nicht in der Lagerebene, kann es zu Dislokationseffekten kommen.
4. Konventionelle Sensoren lassen sich im Allgemeinen aufgrund ihrer Baugröße nicht direkt in die Lagerebene integrieren und sind verhältnismäßig teuer.
5. In Magnetlagern treten magnetische Streuflüsse im Bereich zwischen benachbarten Polen auf, welche sich hinsichtlich ihrer Ausrichtung unterscheiden.
6. Intrapolare Streuflüsse sind hauptsächlich tangential ausgerichtet und treten zwischen Polen entgegengesetzter Magnetisierung auf. Interpolare Streuflüsse weisen überwiegend radiale Flussanteile auf. Sie werden durch Überlagerung der Streuflüsse zwischen gleich magnetisierten Polen gebildet.
7. Beide Arten von Streuflüssen sind von der Luftspaltlänge und der momentanen Durchflutung abhängig. Dieser Zusammenhang gilt sowohl für Hetero- und Homopolarlager als auch für dreischenklig Magnetlager.
8. Intrapolare Streuflüsse können in Abhängigkeit der Durchflutung eindeutig einer bestimmten Rotorposition zugeordnet werden. Wird die intrapolare Streuflussdichte bei verschiedenen Luftspaltlängen ermittelt, ergibt sich ein Verlauf, der einer steigenden bzw. fallenden e-Funktion ähnelt. Bei interpolaren Streuflüssen ist keine Eindeutigkeit gegeben. Der Verlauf der von der Luftspaltlänge abhängigen interpolaren Streuflussfunktion ist dem Verlauf des intrapolaren Streuflusses ähnlich, weist aber ein betragsmäßiges Maximum auf.
9. Die Messung der Streuflussdichte und die Bestimmung der Durchflutung, welche direkt von den Spulenströmen abhängig ist, erlauben prinzipiell einen Rückschluss auf die Position des Rotors im Magnetlager.
10. Durch differentielle Messung der Streuflussdichte an gegenüberliegenden Positionen kann eine bessere Linearität erreicht werden. Darüber hinaus ist die differentielle Messung geeignet, um das Problem der Uneindeutigkeit beim Zusammenhang

- zwischen interpolarem Streufluss und der Luftspaltlänge bzw. der Rotorposition zu beseitigen.
11. Mithilfe von Kennfeldern ist eine weitere Linearisierung der Differenzkennlinien möglich. Die Kennfelder können mit Hilfe von FEM-Rechnungen und durch Messungen erstellt werden, wobei letzteres mit deutlich größerem Aufwand verbunden ist, aber zu einer besseren Linearisierung führt. Grundsätzlich führen Kennfelder mit einer großen Anzahl von Stützstellen zu einer besseren Linearisierung. Darüber hinaus ist das Verhältnis zwischen der Anzahl der Stützstellen für den Strom und der Anzahl der Stützstellen für die Position ausschlaggebend.
  12. Für die Messung von magnetischen Flussdichten sind konventionelle analoge HALL-Sensoren gut geeignet. Diese bieten eine hohe Messgenauigkeit und gute dynamische Eigenschaften bei geringen Stückkosten. Aufgrund ihrer Größe können sie im Bereich der Nutverschlüsse in das Lager integriert werden. Dazu werden die Nutverschlüsse durch Leiterplatten gleicher Größe ersetzt, welche als Bauelementeträger für die Sensoren dienen.
  13. Die Messung der interpolaren Streuflüsse führt aufgrund der Nähe der Sensoren zu den Lagerspulen, welche mit gepulsten Strömen durchflossen werden, zu stark verrauschten Signalen. Damit ist der Betrieb eines Magnetlagers möglich, wenngleich die Lageregelung durch Reduzierung des Proportional- und des Integralanteils im Vergleich zum Betrieb mit kapazitiven Sensoren etwas „weicher“ eingestellt werden muss.
  14. Bei der Verschiebung in der Querachse kommt es in der Längsachse zu einer Änderung der gemessenen Streuflussdichte, was zu einem Messfehler der Position in der Längsachse führt. Dieser Effekt kann durch Nutzung von zusätzlichen Kennfeldern nahezu vollständig kompensiert werden.
  15. Durch eine magnetische Verkopplung der Steuerspulen und der Grunderregerspulen kommt es zu einer Durchflutungsänderung, die nur durch Messung der Steuerströme nicht detektierbar ist. Infolgedessen ist eine Signalüberhöhung während schnellen Übergangsvorgängen zu beobachten, die zu einem Messfehler der Rotorposition führt. Dieser Effekt lässt sich durch die zusätzliche Messung des Grunderregerstroms reduzieren.
  16. Um eine weitere Verbesserung der Signalqualität zu erreichen, kann ein KALMAN-Filter eingesetzt werden, bei dem dynamische Koeffizienten der Systemmatrix  $\mathbf{A}_t$  und der Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}_t$  zum Einsatz kommen. Je nach Rotorlage und den Werten der Steuerströme sowie der Sättigung des Magnetmaterials werden die Koeffizienten in jedem Zeitschritt angepasst, wodurch Systemzustände, die außerhalb eines definierten Arbeitspunktes liegen, besser beschrieben werden können.

# Lebenslauf

## Zur Person

Name: Johannes Rudolph  
Geburtsdatum: 15. August 1980  
Geburtsort: Leipzig  
Familienstand: verheiratet

## Schule

1987 - 1991 Friedrich-Engels-Oberschule, Leipzig  
1991 - 1995 Friedrich-List-Schule, Gymnasium, Leipzig  
1995 - 1999 Friedrich-Schiller-Gymnasium, Bad Lausick, Abschluss mit dem Abitur

## Studium

2005 - 2009 Studium an der Fachhochschule Mittweida, Diplomstudien-  
gang Mechatronik, Fachrichtung Automatisierungstechnik,  
Abschluss mit dem Diplom

## Beruf

1999 - 2003 Ausbildung zum Orthopädietechniker in Mittweida bei der  
Reha-aktiv GmbH  
2003 - 2005 Orthopädietechniker bei Lehmann Orthopädietechnik in  
Leipzig  
2009 - 2010 Projektingenieur bei der EAAT GmbH Chemnitz  
seit 2010 Wissenschaftlicher Mitarbeiter der Professur Elektrische  
Energiewandlungssysteme und Antriebe an der Technischen  
Universität Chemnitz, Forschungsgebiete: Sensoren für Mag-  
netlager, additive Fertigungstechnologien für elektrische Ma-  
schinen und elektronische Bauteile