

**ARTE, GEOMETRIA E SIMETRIA: UMA APLICAÇÃO
DA TÉCNICA DE TESSELAÇÃO DE ESCHER NO
PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM**ART, GEOMETRY AND SYMMETRY: AN APPLICATION OF
ESCHER'S TESSELLATION TECHNIQUE IN THE TEACHING AND
LEARNING PROCESSARTE, GEOMETRÍA Y SIMETRÍA: UNA APLICACIÓN DE LA TÉCNICA
DE TESELACIÓN DE ESCHER EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE*Matemática*Lucelindo Ferreira Dias JUNIOR¹Lucelindo.ferreira@ufc.brJoanderson de Almeida REIS²Almeida.joanderson03@gmail.com**RESUMO**

Abordar na sala de aula a harmonia que a geometria possui com outras áreas de conhecimento faz com que os discentes usem a criatividade e o raciocínio lógico, podendo ser explorado, por exemplo, através da arte. Dentre tantos métodos de se fazer arte, Escher é um propulsor em brincar com seus mosaicos, usando a então chamada técnica de tesselação. O objetivo desse trabalho é apresentar a técnica de tesselação, aplicada a alunos do 2º ano do ensino médio, no município de Frei Gaspar/MG. Para isso foi utilizada uma sequência didática com a definição de conteúdo, temas, atividades e duração. Como resultado os alunos desenvolveram mosaicos, a partir da técnica de tesselação de Escher, ou seja, “técnica da dentada”, utilizando figuras geométricas e simetria. Obteve-se resultados qualitativos, percebendo engajamento dos alunos presentes.

Palavras-chave: Matemática. Interdisciplinaridade do Conhecimento. Didática. Educação Criadora.



¹ Doutor em Engenharia de Produção pela Escola Engenharia de São Carlos (EESC), da Universidade de São Paulo (USP). Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4821562137099133>

² Graduando em Matemática Licenciatura pela Universidade de Uberaba (UniUbe)

ABSTRACT

Addressing in the classroom the harmony that geometry has with other areas of knowledge makes students use creativity and logical reasoning, which can be explored, for example, through art. Among so many methods of making art, Escher is a driving force in playing with his mosaics, using the so-called tessellation technique. The objective of this work is to present the tessellation technique, applied to 2nd year high school students, in the city of Frei Gaspar/MG. For this, a didactic sequence with the definition of content, themes, activities and duration was used. As a result, the students developed mosaics, using Escher's tessellation technique, that is, 'bite technique', using geometric figures and symmetry. Qualitative results were obtained, noticing the engagement of the students present.

Keywords: Mathematics. Interdisciplinarity of Knowledge. Didactics. Creative Education.

RESUMEN

Abordar en el aula la armonía que tiene la geometría con otras áreas del conocimiento hace que los estudiantes utilicen la creatividad y el razonamiento lógico, que se puede explorar, por ejemplo, a través del arte. Entre tantos métodos de hacer arte, Escher es una fuerza impulsora para jugar con sus mosaicos, utilizando la llamada técnica de teselación. El objetivo de este trabajo es presentar la técnica de teselación, aplicada a estudiantes de segundo año de secundaria, en la ciudad de Frei Gaspar / MG. Para ello se utilizó una secuencia didáctica con la definición de contenidos, temáticas, actividades y duración. Como resultado, los estudiantes desarrollaron mosaicos, utilizando la técnica de teselación de Escher, es decir, la 'técnica de mordida', utilizando figuras geométricas y simetría. Se obtuvieron resultados cualitativos, notando el compromiso de los estudiantes presentes.

Palabras clave: Matemáticas. Interdisciplinarietà del conocimiento. Cosas didácticas. Educación creativa.



1 INTRODUÇÃO

O conhecimento geométrico se faz presente na vida do homem a longas datas, e é de grande importância, pois através dele o sujeito tem a percepção da matemática em outras áreas, como na arquitetura, arte, na natureza, entre outros. Para que os estudantes desenvolvam a percepção de espaço e forma, necessitam de variadas experiências com desenho, medida, transformação, visualização, comparação e classificação de formas geométricas. O termo percepção espacial está relacionado ao que também tem sido rotulado de visualização espacial, senso espacial, habilidade espacial, rotações mentais, processos visuais (NCTM, 1989).

No processo de interrelacionar a geometria e outras áreas do saber, na sala de aula, é necessário superar um grande desafio, isto é, estudar/implementar estratégias para introduzir conteúdos com temas que estimulem a criatividade nas aulas de matemática, utilizando metodologias que sobrelevem as técnicas comumente empregadas no ensino tradicional.

Uma das estratégias para aplicar conhecimentos de geometria em sala de aula é através da arte. O Currículo Básico Comum – CBC (BRASIL, 2008) elucida que a arte oportuniza o indivíduo a explorar, a construir seu conhecimento, a desenvolver suas habilidades, a articular e desenvolver trabalhos estéticos, além de desenvolver seus próprios sentimentos.

Um das possibilidades para realizar esta conexão entre a arte e o ensino da matemática, de forma interdisciplinar (como propulsor do ensino), é a aplicação da técnica de tesselação, nas obras de Escher, que apresenta grande potencialidade no processo de ensino-aprendizagem de geometria e simetria, conforme Alves (2014), Chaves (2008), Barros (2016) e Leitão (2015). Surgem assim, as seguintes questões: (1) A arte pode contribuir para o ensino de geometria e simetria? e (2) Qual a contribuição da obra de Escher na percepção de simetria, no processo de transformação de figuras planas?

Essas perguntas são reforçadas pelos resultados do trabalho de Delmondi e Pazuch (2018), que realizam uma revisão em relação as tendências de pesquisa sobre o ensino de transformações geométricas. Esses estudos foram concentrados em quatro principais temáticas: (a) processos formativos,



práticas docentes e o conhecimento do professor; (b) pensamento geométrico e a relação com os estudantes; (c) conhecimentos geométricos e tecnológicos; (d) recursos didáticos e estratégias metodológicas. Dentro dessas temáticas alguns aspectos importantes foram observados, como as deficiências de conhecimento de transformações geométricas pelos professores e alunos, escassez de transformações geométricas nos livros didáticos, potencialidade no uso de geometria dinâmica com relação ao ensino tradicional e lacunas na formação dos professores de matemática para o uso de recursos didáticos. Essas tendências visam sobrelevar os problemas que os alunos enfrentam nos modelos tradicionais de ensino.

Este artigo tem como objetivo principal apresentar a aplicação de conceitos de reflexão, rotação e translação com o uso da técnica de tesselação de Escher, em um grupo de alunos do 2º ano do Ensino Médio, na cidade de Frei Gaspar/MG. Os objetivos secundários, são: (1) implementar técnica para inserção da arte no ensino de geometria e simetria, de modo a promover maior interesse e participação dos alunos no processo de ensino e aprendizagem; (2) investigar as implicações do uso da técnica de tesselação de Escher na percepção de simetria, no processo de transformação de figuras planas, abordando a interdisciplinaridade.

2. ARTE E GEOMETRIA: CONTEXTO INTERDISCIPLINAR

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's (BRASIL, 1998a), estabelecem que os conceitos de geometria são fundamentais no currículo de Matemática, pois os alunos desenvolvem, a partir deles, a compreensão e representação do meio em que vivem. Ou seja, “a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (BNCC, 2017, p. 271). Por possuir pluralidade ela pode ser trabalhada de modo interdisciplinar na sala de aula. O ensino por meio da interdisciplinaridade permite um leque de possibilidades para a criação e utilização de recursos didáticos, pois o sujeito tem seu primeiro contato com a geometria através de



desenhos e formas que compõem a arte, já que as artes plásticas são repletas de geometria, com riqueza de detalhes artísticos que proporcionam vantagens didáticas e pedagógicas como um pano de fundo para o estudo de matemática (CHAVES, 2008).

A interdisciplinaridade é uma das recomendações previstas no parecer da Câmara de Educação Básica – CEB (BRASIL, 1998b, p. 38), que diz que:

É importante enfatizar que a interdisciplinaridade supõe um eixo integrador que pode ser o objeto de conhecimento, um projeto de investigação, um plano de intervenção. Nesse sentido ela deve partir da necessidade sentida pelas escolas, professores e alunos de explicar, compreender, intervir, mudar, prever, algo que desafia uma disciplina isolada e atrai a atenção de mais de um olhar, talvez vários.

Semmer (2013, p. 47) fortalece essa concepção ao dizer que “as conexões entre arte e matemática existem na pintura, escultura, arquitetura, cinema, instalações, performances, música, mosaicos, artesanatos e outras manifestações e linguagens artísticas”, um exemplo disso são os hieróglifos, sendo a arte um dos meios mais antigos de se caracterizar o mundo. O Currículo Básico Comum - CBC (BRASIL, 2008, p. 12) afirma que “o ensino de arte deve possibilitar a todos os alunos a construção de conhecimentos que interajam com sua emoção, através do pensar, do apreciar e do fazer arte”. Assim, os alunos podem compreender as distintas formas de fazer arte, a partir da criação, observação e expressão de seus sentimentos.

Um dos artistas que trabalhou com essas duas áreas de conhecimento, arte e geometria, foi Maurits Cornelis Escher (1898 – 1972), artista gráfico holandês que se destacou pela composição de suas xilogravuras, litogravuras, meios-tons (*mezzotints*), além de fazer presente em suas obras o uso do mosaico e a exploração do espaço tridimensional num plano bidimensional. Segundo Alves (2014), Escher não possuía formação em ciências exatas, mas empregava conceitos geométricos, de modo que revolucionou a interação entre matemática e arte, usando de figuras e combinações que para alguns era inconcebível naquela realidade, ou seja, suas obras representavam o “incomum” no espaço bidimensional.



Escher praticava uma técnica para compor um plano através de polígonos, chamada de tesselação. A tesselação é o preenchimento da superfície bidimensional, com o uso de alguns polígonos, de maneira que não exista espaço entre eles, criando um determinado mosaico. O ato de tesselar é semelhante ao de preencher o plano com o uso do padrão geométrico, sendo esse padrão formado por um tipo de figura geométrica ou várias. Alves (2014) ressalta três tipos de tesselação: as regulares, que recebem seu nome de acordo com o que é visto por um vértice, sendo utilizada a repetição de um mesmo polígono regular; as semirregulares, aquelas feitas combinando um ou mais polígonos regulares; e, as demiregulares, aquelas em que são utilizados polígonos iguais, mas não regulares.

Para a composição da tesselação é necessário o emprego da simetria. A simetria, em suma, pode ser vista como “perfeita proporção”, ou seja, é o modo em que um determinado objeto pode ser dividido em partes iguais. Para Alves (2014) as obras de Escher podem facilitar a compreensão de conceitos geométricos, através de desenhos, pois há mistura de simetria e pavimentação do plano (tesselação). Para a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017, p. 545) uma das habilidades do conhecimento geométrico é “utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas”. Alves (2014) diz que a simetria rotacional permite girar um objeto colocado em um ponto fixo, em que a figura resultante do movimento deverá se assemelhar com o objeto original. Na simetria reflexiva, o movimento ocorre a partir de uma reta referência que permite decompor uma determinada figura em duas partes iguais, de forma que, quando forem dobradas, os pontos estejam justapostos. Na simetria translativa, o movimento ocorre quando trasladamos várias vezes uma dada imagem, mantendo distância, sentido e direção.

Essas técnicas podem ser empregadas em sala de aula utilizando materiais manipulativos, considerando que, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's (BRASIL, 1998a), os estudos de espaço e forma podem ser explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte,



pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permitam ao aluno estabelecer conexões entre a matemática e as outras áreas do conhecimento, propiciando a interdisciplinaridade, “com abordagens significativas e contextualizadas” (SEMMER, 2013, p. 32). Desta forma, algumas temáticas dentro do ensino de matemática, como a geometria, que possuem certo grau de abstração, podendo ser introduzidas no contexto interdisciplinar, para a minimização das dificuldades pertinentes ao processo de ensino-aprendizagem em sala de aula.

Os materiais manipulativos “são objetos ou coisas que o estudante é capaz de sentir, tocar, manusear e mover. Podem ser objetos reais que têm aplicação no contexto do dia a dia ou podem ser materiais que são usados para representar uma ideia” (GROSSNICKLE; JUNGE; METZNER, 1951, p. 162 apud REYS, 1971, p. 551). Esses materiais apresentam benefícios como estimular a criatividade, através do lúdico, propiciando múltiplas interações envolvendo alunos e professores, e ampliando a significação da matemática, dando um senso de descoberta (LIMA; BEZERRA; VALVERDE, 2016). Além disso, são importantes, pois podem superar desafios apresentados no modelo de ensino tradicional, que tem criado lacunas de conhecimento em professores e estudantes, aumentando o desempenho nas atividades de classe e a compreensão dos conteúdos (ISOTANI; BRANDÃO, 2013; DELMONDI; PAZUCH, 2018).

Diante dessas possibilidades, percebe-se que o ensino da geometria precisa ser trabalhado com métodos que integrem os múltiplos saberes do aluno, para que assim o conhecimento geométrico se torne mais efetivo na vida deles.

3. METODOLOGIA

A pesquisa foi desenvolvida em quatro fases, utilizando como base metodológica a sequência didática: (1) revisões bibliográficas; (2) planejamento do experimento; (3) realização do experimento; e, (4) avaliação/síntese dos resultados obtidos e proposição de estudos futuros.

Na primeira fase, foram feitas revisões de literatura sobre os temas fundamentais em estudo: (a) revisão em trabalhos que tratavam sobre a



aplicação da matemática na arte, mais especificamente a geometria, com o intuito de ajudar na compreensão da interdisciplinaridade e fixação do conhecimento; (b) revisão sobre aplicações de métodos e técnicas de tesselação/pavimentação, com a intenção de compreender a estrutura da aplicação; e, (c) revisão aprofundada da técnica de tesselação de Escher.

Na segunda fase, foi realizado o planejamento do experimento, que consistiu na (a) definição da amostra avaliada, isto é, uma turma de estudantes do 2º ano do Ensino Médio de uma escola no município de Frei Gaspar/MG; e, (b) definição das atividades, etapas de aplicação, conteúdos e duração, utilizando a metodologia da sequência didática, explanadas em detalhes na seção 4. O experimento foi aplicado na terceira fase. Por fim, na quarta fase, os resultados foram avaliados utilizando as produções realizadas pelos estudantes e as impressões dos próprios sobre suas produções. A análise dos resultados permitiu compreender se houve absorção do conteúdo de geometria e simetria. Foi realizado o desfecho do estudo.

Esta pesquisa foi qualitativa de caráter descritivo, uma vez que foi realizada a partir da realidade de um determinado grupo social (GERHARDT; SILVEIRA, 2009). A metodologia de implementação do experimento foi uma sequência didática, abordando a interdisciplinaridade da arte com a geometria, definida por Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004 apud SANTOS, 2016, p. 3) como um “conjunto de atividades articuladas que são planejadas com a intenção de atingir determinado objetivo didático”. Na sequência didática foram elaboradas atividades que envolveram a avaliação diagnóstica, a história da geometria, conceitos de polígonos, simetria, interdisciplinaridade, bem como a técnica usada pelo artista escolhido para essa pesquisa, Maurits Cornelis Escher. Seu uso teve por intenção a compreensão do conteúdo abordado pelos estudantes, desenvolvendo a capacidade de raciocínio lógico, criatividade, imaginação e sensibilidade.

4. RESULTADOS



A sequência didática foi desenvolvida em cinco atividades, conforme detalhamento no Quadro 1. A descrição dos resultados identificados nessas atividades está nas seções 4.1 a 4.5.

Quadro 1 – Cronograma de atividades

Cronograma de atividades	
1. Atividade I 1.1. Atividade diagnóstica	2 aulas
2. Atividade II 2.1. Explicação sobre a história da geometria, com o livro “a janela de Euclides” 2.2. Elucidação do contexto interdisciplinar da geometria	2 aulas
3. Atividade III 3.1. Revisão sobre polígonos 3.2. Explicação sobre simetria 3.3. Aplicação de exercícios de fixação	2 aulas
4. Atividade IV 4.1. Apresentação sobre Escher e suas obras 4.2. Exposição sobre a técnica de tesselação	2 aulas
5. Atividade V 5.1. Criação e apresentação dos mosaicos feitos pelos alunos	4 aulas

Fonte: autoria própria

4.1. ATIVIDADE I

Para início da pesquisa foi aplicada uma avaliação diagnóstica dividida em três “papéis de atividade”. Esses foram entregues um após a conclusão do outro para que não houvesse interferência nas respostas. E para a identificação dos discentes foi usada a primeira letra do nome + dia do aniversário. Acentua-se também que as percentagens apresentadas não são para obter números, e sim para ter uma ideia objetiva do grau de conhecimento dos alunos sobre o tema abordado.

No “Papel de Atividade I” os alunos discutiram a respeito da geometria, com as questões apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2 – Papel de Atividade I



Responda:

- 1) O que você entende por Geometria?
- 2) O que se utiliza para estudar Geometria?
- 3) Já estudei Geometria nas aulas de Matemática, e vi e/ou estudei em outras disciplinas.

Fonte: adaptação Semmer (2013).

A respostas dos discentes foram distintas em relação a primeira pergunta: a geometria foi associada com o estudo de figuras geométricas (35%), estudo das formas (35%), estudo do espaço (17%) e houve quem disse que não se lembrava (13%). Alguns estudantes dissertaram do seguinte modo: o aluno K05 disse que “*é o estudo das formas presentes na natureza e das propriedades que essas formas possuem*”; o aluno L03 acentua que “*é uma parte da matemática cujo objeto de estudo é o espaço, e tudo aquilo que ocupa o mesmo*” e W06 ressalta que “*é a área de estudo na matemática que estuda formas geométricas ou imagens geométricas*”. Entende-se pelas respostas que esses alunos possuem discernimento em fazer alguma relação com o conceito de fato da geometria.

Na segunda pergunta, os discentes mencionaram que se usa figuras geométricas (35%), régua e compasso (48%), para se estudar geometria. Ou seja, percebe-se que eles entendem que se utiliza desenhos e medidas para se estudar geometria.

Já na terceira questão a maioria dos alunos disseram ter visto geometria apenas na disciplina de matemática (87%), enquanto poucos foram os que viram e/ou estudaram em outras disciplinas (13%). O aluno L03 cita que “*já vi a geometria nas séries iniciais, e um pouco mais complexa no curso de Informática, dentro da disciplina de Estatística e Probabilidade*”; O discente M17 refere-se que “*já vi a geometria na disciplina de Física, em algumas figuras. Mas, não me lembro muito bem de certos conceitos*”. Compreende-se pelas respostas que a maioria não possui a percepção além do conteúdo de geometria visto na aula de matemática. A relação estabelecida com a estatística e probabilidade vem a ser por representação de figuras nos gráficos e pelo estudo da média geométrica e da física, por movimentos e óptica geométrica.



No “Papel de Atividade II”, na questão 1, foi averiguado o que os alunos conheciam sobre a nomenclatura de figuras geométricas, apresentadas na Figura 1. Caso não se lembrassem poderiam escrever “não sei” ou “não me lembro”.

Figura 1 – Nomenclatura de figuras geométricas



Fonte: autoria própria.

No Quadro 3, está apresentado o número da média das respostas dos alunos referente a nomenclatura das figuras geométricas.

Quadro 3 - Índice de percentagem de respostas dos alunos

Nomenclatura	Correta	“Não sei” ou “Não lembro”	Outro nome	Total
Círculo	94%	6%		100%
Quadrado	100%			100%
Triângulo	100%			100%
Retângulo	100%			100%
Trapézio	43,5%	43,5%	13% quadrilátero	100%
Hexágono	74%	26%		100%
Pentágono	87%	13%		100%
Paralelogramo	22%	70%	8% polígono	100%
Losango	87%	13%		100%

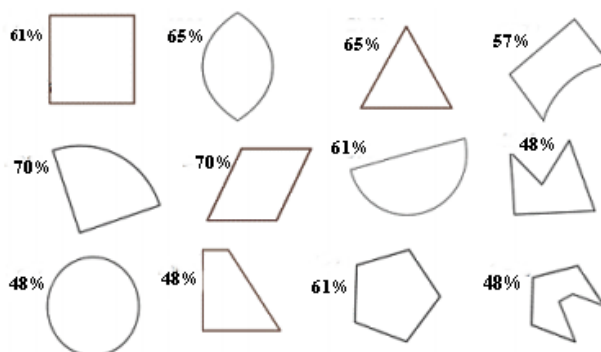
Fonte: autoria própria.

Observa-se que quanto a nomenclatura figuras geométricas os alunos conseguiram identificar uma boa parcela. Mesmo que alguns tenham nomeado o trapézio como quadrilátero, e o paralelogramo como polígono, as respostas

não deixam de ser verdadeiras. E isso foi exposto a esses alunos em aulas posteriores.

Na questão 2, apresentada na Figura 2, foi proposto que os discentes identificassem quais das figuras geométricas são polígonos ou não polígonos.

Figura 2 - Identificação de polígonos e não polígonos -Indicando o percentual de acertos



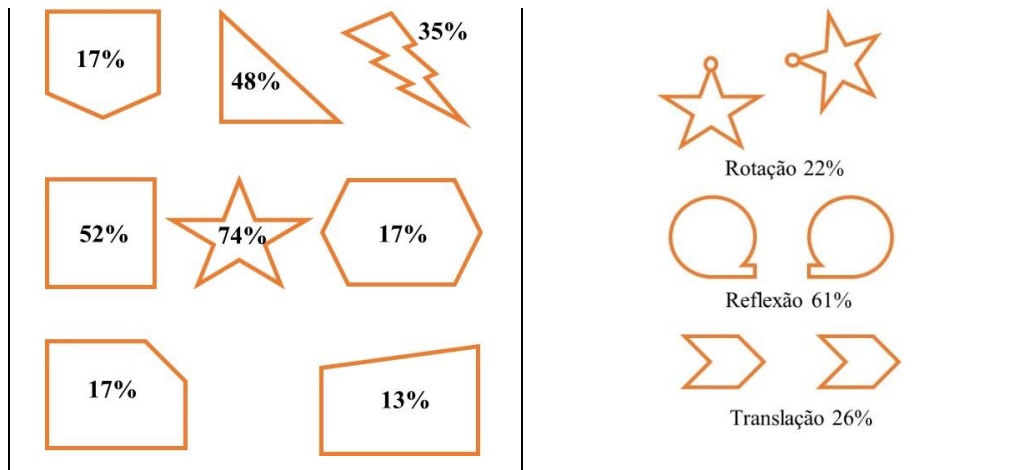
Fonte: Semmer (2013)

Analisa-se, de acordo com os resultados, que os alunos não possuem a noção clara do que vem a ser polígonos. Salienta-se que apenas 17% dos estudantes categorizaram as figuras corretamente, enquanto outros 17% não classificaram nenhuma das figuras.

O “Papel de atividade III” abordou duas questões envolvendo simetria, com o intuito de identificar o que os estudantes sabiam sobre o assunto. O Quadro 4 apresenta as questões e os índices de acerto.

Quadro 4 - Identificação de figuras simétricas e não simétricas / identificação do movimento simétrico

1) Identifique quais figuras são simétricas ou não simétricas, marcando com um X:	2) Identifique qual movimento simétrico (rotação, translação ou reflexão) está presente em cada figura:
---	---



Fonte: autoria própria.

Entende-se que os alunos possuem pouco conhecimento ao que se refere à simetria e seus movimentos. Nota-se que o grau de deficiência sobre conceitos básicos geométricos é alto. Deste modo, a partir da atividade II, esses conceitos foram explanados.

4.2 ATIVIDADE II

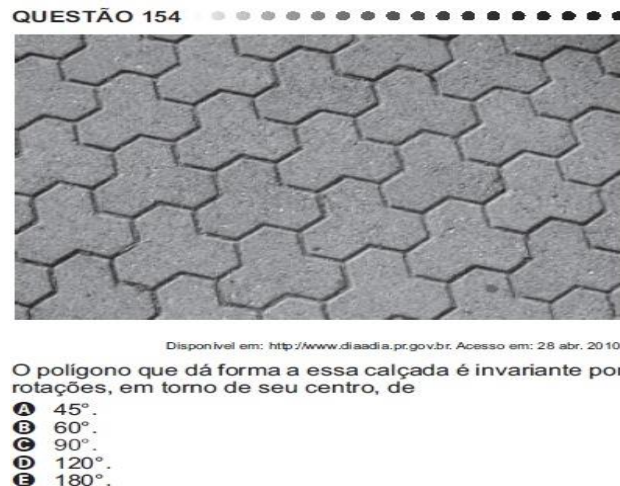
A história da matemática é deixada sem enfoque, na maioria das vezes, dentro da sala de aula. Isto acaba por gerar muitos questionamentos nos alunos, quando vão aprender um novo conteúdo: “Por que aprender tal conteúdo?”, “Qual a importância desse conteúdo na minha vida?”, etc. Então ao ensinar determinada matéria a esses estudantes é necessário trazer o “onde”, o “quando” e o “como”. Na atividade II, buscou-se abordar a história da geometria, contada no livro “A Janela de Euclides” (Leonard Mlodinow). Tratou-se sobre a presença da geometria em outras áreas de conhecimento, como por exemplo, a Geometria Molecular, na Química, nas construções arquitetônicas, na Arquitetura e Urbanismo, entre outros, com a apresentação de ilustrações, fotografias.

4.3 ATIVIDADE III



Na terceira atividade, os alunos assistiram uma videoaula “Polígonos e Mosaicos”, realizada pela Fundação Roberto Marinho. Aplicou-se uma atividade de fixação, na qual os estudantes tiveram que identificar e resolver exercícios sobre simetria. Um exemplo de questão está na Figura 3.

Figura 3 – Questão da atividade de fixação sobre simetria



Fonte: INEP/MEC (2011, p. 24).

Os estudantes apresentaram dificuldade, inicialmente, na identificação da simetria nas imagens apresentadas, tanto quanto na resolução dos exercícios. No entanto, quando trabalhado em grupo, a partir do diálogo, conseguiram melhorar o desempenho na resolução das questões.

4.4 ATIVIDADE IV

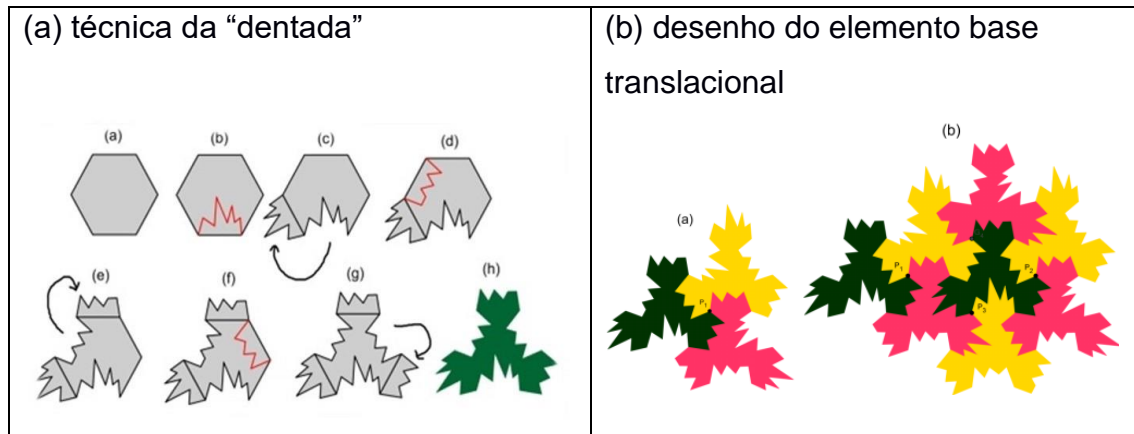
Na atividade IV, foi apresentado aos alunos em que se baseava esse trabalho: Arte e Geometria. Contextualizando o motivo de terem (re)visto sobre a história da geometria, interdisciplinaridade, relação de polígonos e mosaicos e simetria. Iniciou-se a atividade IV apresentando o artista Maurits Cornelis Escher e suas obras, explicando a técnica de tesselação, que seria trabalhada na atividade V.

Escher utilizava a chamada “Técnica da Dentada”, Figura 4(a), que consiste em “retirar um pedaço” da parte interna de um ladrilho (polígono), a



partir de um de seus lados, e fixá-la na parte externa do mesmo ladrilho, a partir de outro lado, seja por rotação e/ou translação. Assim, é construído um novo ladrilho para a pavimentação do plano, sendo utilizado o uso da rotação, translação ou reflexão, Figura 4(b).

Figura 4 – “Técnica da Dentada” de Escher e base translacional



Fonte: Alves (2014, p. 31).

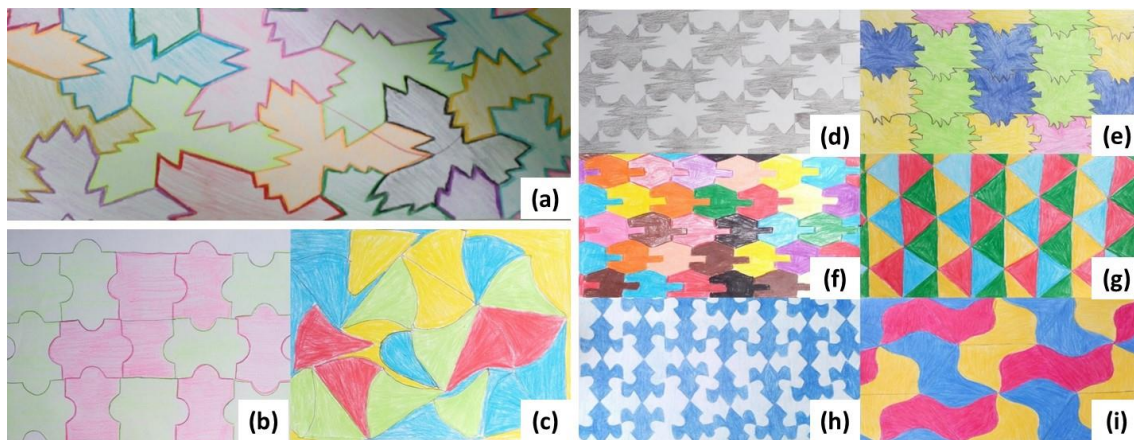
Lançou-se um desafio aos alunos, antes de explicada a “Técnica da Dentada”, questionando se na Figura 3 o ladrilho (a) possuía a mesma área do ladrilho (h), e a maioria respondeu que não; porém, mudaram a resposta após a apresentação da técnica, justificando que a área não mudava, pois estaria “tirando” um pedaço e “colando” em outro lugar. A ideia de Escher era exatamente criar um ladrilho a partir de outro usando a justaposição, o que implica que ambos possuem a mesma área. Algumas das obras em que Escher utilizou essa técnica foram apresentadas, como Lizard (1942), Two Birds (1938), Horseman (1946), e Pegasus (1946).

4.5 ATIVIDADE V

Na atividade V, foi solicitado que os alunos utilizassem a técnica de tesselação de Escher (“Técnica da Dentada”) para construção de um mosaico, a partir da escolha de uma de três figuras geométricas (hexágono, quadrado e triângulo). Os trabalhos resultantes estão na Fotografia 1.



Fotografia 1 – Pavimentações utilizando a “Técnica da Dentada” realizadas pelos alunos



Fonte: autoria própria.

Na confecção dos mosaicos, alguns dos alunos que fizeram o ladrilho a partir do hexágono, realizaram um trabalho efetivo, mas usaram o mesmo ladrilho apresentado na Figura 4(b), conforme mostrado na Fotografia 1(a). Outros alunos não conseguiram completar todo o trabalho. O discente L10, Fotografia 1(b), não preencheu todo o plano, como também esqueceu de algo importante, que é o uso das cores, que dá ao observador melhor visualização. E o L02, Fotografia 1(c), não pavimentou o plano corretamente, fazendo com que a simetria de rotação se perdesse. Destaca-se alguns mosaicos que estavam de acordo com o que foi abordado nas atividades, como os alunos B18, Fotografia 1(d), L06, Fotografia 1(e), R05, Fotografia 1(f), que empregaram a simetria de translação para criar o mosaico. No entanto, o L06 não se atentou em empregar as cores alternadas. Já A27, Fotografia 1(g), utilizou a reflexão e a translação, enquanto L31, Fotografia 1(h), a reflexão, e V14, Fotografia 1(i), apenas a rotação.

5. CONCLUSÃO

Este trabalho teve por propósito aplicar a técnica de tesselação de Escher com a intenção de estimular o uso da criatividade, o raciocínio lógico e a percepção espacial. Neste percurso, concluiu-se que o objetivo principal foi



atingido, já que os discentes presentes no dia da implementação participaram ativamente, desenvolvendo o roteiro proposto. Apesar disso, alguns fatores limitantes interferiram que se tivesse um panorama integrado da turma. Por exemplo, não houve um número considerável de mosaicos realizados, pois o índice de ausências nas aulas foi elevado, já que havia alguns problemas presentes no grupo de estudantes, tais como baixa renda familiar, transporte precário, residência na zona rural, alocação em outros tipos de trabalho, entre outros.

Outro aspecto é que, apesar dos problemas referidos, esperava-se que os discentes fossem além no uso da criatividade, no sentido que pudessem confeccionar ladrilhos que dessem mais vida aos seus mosaicos. Isto pode estar associado ao fato de ter sido a primeira experiência desta categoria na turma, estando inseridos numa cultura escolar pautada no ensino tradicional. A despeito disso, notou-se o interesse dos discentes presentes em participar, em produzir, em imaginar. Em suma, a implementação do roteiro estimulou o interesse pelo estudo da história da matemática, especificamente da geometria, assim como pela confecção de mosaicos, mesmo pelos alunos que não tinham afinidade com o tema.

Em virtude do que foi visto nas atividades, apesar de algumas adversidades encontradas, foi de grande importância trazer para os discentes um olhar mais positivo da geometria. Ao se trabalhar aspectos geométricos, com o uso da arte, os estudantes puderam revisar o que estudaram no ensino fundamental e expandiram os horizontes de seus conhecimentos sobre simetria e a conceituação de área por meio transformação de figuras planas. Além do mais, as obras de Escher são vivas em contexto geométrico, e podem ser facilitadoras no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, sugere-se para estudos futuros e de continuidade a aplicação de estratégias de ensino similares às descritas neste trabalho, que utilizem materiais e recursos didáticos que permitam o desenvolvimento de reflexão sobre o próprio conteúdo em pauta e sua história. Estas estratégias poderão ser trabalhadas na escola em diferentes turmas, ao longo do ano letivo, para gradualmente sobrelevar as limitações do ensino tradicional e tornar as aulas um evento mais estimulante e interdisciplinar.



6. Referências

ALVES, C. M. F.. **O estudo da simetria através da arte de Maurits Cornelis Escher**. 2009. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2014.

BARROS, F. de C.. **Pavimentações do plano: propostas lúdicas de aula. Trabalhando com ângulos internos, simetrias, isometrias, obras de arte e mediatrizes**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's): Matemática/Secretaria de Educação**. Brasília: MEC/SEF, 1998a. 148 p.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Câmara de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio**. 1998b.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação. **Currículo Básico Comum (CBC)**. 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de estudos e pesquisas educacionais Anísio Teixeira (INEP). **ENEM: provas e gabaritos**. 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 2017.

CHAVES, D. R. C.. **A matemática é uma arte: Uma proposta de ensino ligando a matemática e a arte**. 2008. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2008.

DELMONDI, N. N.; PAZUCH, V.. **Um panorama teórico das tendências de pesquisa sobre o ensino de transformações geométricas**. Rev. Bras. Estud. Pedagog., v. 99, n. 253, p. 659-686, set/dez, 2018.

GERHARDT, T. E. (Org.); SILVEIRA, D. T. (Org.). **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. 120 p.

ISOTANI, S.; BRANDÃO, L. O. **O papel do professor e do aluno frente ao uso de um software de geometria interativa: iGeom**. Bolema, Rio Claro, v. 27, n. 45, p. 165-192, abr. 2013.

LEITÃO, M. R. **Tesselações no ensino de geometria Euclidiana**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Ceará, Juazeiro do Norte, 2015.



LIMA, R. C.; BEZERRA, F. J. B.; VALVERDE, M. A. H. **Uso de materiais manipulativos**: a oficina “mãe dinada” como introdução ao estudo de probabilidade e estatística. *In*: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais... São Paulo: ENEM, 2016.

MLODINOW, L. **A janela de Euclides: a história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço**. São Paulo: geração editorial, 2004.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Curriculum and evaluation standards for school mathematics**. Reston: NCTM, 1989.

REYS, R. E.. **Considerations for teachers using manipulative materials**. *The Arithmetic Teacher*, vol. 18, n. 8, p. 551-558, dez. 1971.

SANTOS, M. R.; BICUDO, M. A. V. **Uma experiência de formação continuada com professores de Arte e Matemática no ensino de Geometria**. *Bolema*, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1329-1347, dez. 2015.

SEMMER, S.. **O Ensino De Geometrias Não-Euclidianas Usando Arte e Matemática**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Federal tecnológica do Paraná, Paraná, 2013.

