



## Penalaran Matematis Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Trigonometri

Feti Eka Ratna Sari, Cholis Sa'dijah\*, Tjang Daniel Chandra

Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Malang, Jl. Semarang No 5, Malang 65114, Indonesia

\*E-mail Korespondensi: [cholis.sadiah@um.ac.id](mailto:cholis.sadiah@um.ac.id)

© 2023 JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)

This is an open access article under the CC-BY-SA license

(<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>) ISSN 2337-9049 (print), ISSN 2502-4671 (online)

**Abstrak:** Penting bagi mahasiswa untuk mempunyai kemampuan penalaran dalam pembelajaran matematika. Hal ini disebabkan adanya hubungan antara matematika dengan bernalar. Tujuan penelitian ini yakni untuk menganalisis kemampuan penalaran matematis mahasiswa dalam menyelesaikan masalah trigonometri. Jenis penelitian ini ialah kualitatif deskriptif. Terdapat 36 mahasiswa di kelas D semester 1 pendidikan matematika Universitas Negeri Malang yang menjadi calon subjek. Berdasarkan hasil tes tulis, mahasiswa tersebut dikategorikan menjadi tiga kelompok yakni kelompok mahasiswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Selanjutnya diambil satu mahasiswa dari masing – masing kelompok sehingga diperoleh tiga mahasiswa sebagai subjek penelitian ini. Metode pengumpulan data yang digunakan adalah tes dan wawancara. Analisis data dengan tiga tahap yakni teknik reduksi, penyajian, dan penarikan kesimpulan. Penelitian ini menghasilkan kesimpulan (1) mahasiswa berkemampuan tinggi memenuhi semua indikator yakni mengajukan dugaan, melakukan manipulasi matematika, menyusun bukti, dan menarik kesimpulan, (2) mahasiswa berkemampuan sedang memenuhi dua indikator yakni mengajukan dugaan dan menyusun bukti, sedangkan (3) mahasiswa yang berkemampuan rendah memenuhi satu indikator yakni mengajukan dugaan.

**Kata kunci:** Deskriptif Kualitatif; Penalaran Matematis; Trigonometri

**Abstract:** It is important for students to have reasoning abilities in learning mathematics. This is due to the relationship between mathematics and reasoning. The purpose of this study is to analyze students' mathematical reasoning abilities in solving trigonometry problems. This type of research is descriptive descriptive. There were 36 students in class D semester 1 of mathematics education at State University of Malang who were potential subjects. Based on the results of the written test, these students were put into three groups, namely groups of students with high, medium and low abilities. Then one student was taken from each group so that three students were obtained as the subject of this study. Data collection methods used are tests and interviews. Data analysis with three stages namely reduction techniques, presentation, and drawing conclusions. This study concluded that (1) high-ability students fulfill all indicators, namely filing lawsuits, preparing mathematics, compiling evidence, and drawing conclusions, (2) moderate-ability students fulfill two indicators, namely filing lawsuits and compiling evidence, while (3) low-ability students fulfill one indicator, namely making threats.

**Keywords:** Qualitative Descriptive; Mathematical Reasoning; Trigonometry

### Pendahuluan

Matematika mempunyai peran penting dalam kehidupan. Sejak zaman dahulu matematika membimbing manusia dalam mengatasi masalah dalam dunia nyata,

menyediakan alat yang bermanfaat untuk pengembangan ilmu pengetahuan yang hampir ada di setiap cabang sains dan teknologi (Mumu & Tanujaya, 2019). Contoh lain peran penting matematika yakni digunakan dalam perdagangan, industri, dan lain sebagainya (Fatmasuci, 2017; Isriani & Puspitasari, 2012). Peran penting matematika dalam kehidupan ini membuat pembelajaran matematika wajib diajarkan pada setiap jenjang pendidikan.

Pemecahan masalah dan pemikiran kritis sangat penting untuk masyarakat di abad ke -21. Guru tidak hanya dituntut untuk mengajarkan materi dasar namun juga melatih keterampilan siswa dalam menggunakan dan menerapkan matematika dalam masalah kompleks dan berhubungan dengan cabang ilmu lainnya (Sa'dijah dkk., 2023). Keterampilan menerapkan lebih dibutuhkan daripada hanya berupa hafalan untuk memecahkan masalah secara efektif dalam kehidupan nyata maupun di lingkungan kerja (Ayieko dkk., 2017).

Mahasiswa berupaya untuk menyimpulkan semua fakta yang terdapat di masalah. Langkah tersebut penting sebab mahasiswa dalam menyimpulkan fakta dan menyusun rencana dalam memecahkan masalah. Pengambilan kesimpulan dari semua fakta inilah yang dinamakan dengan penalaran (Hidayah dkk., 2020). Penalaran matematis sendiri berasal dari pemikiran yang logis sehingga menghasilkan sebuah kesimpulan (Gürbüz & Erdem, 2016; Olteanu, 2020; Wahyudi dkk., 2016; Aminah, 2020; Ratau, 2016; Saleh dkk., 2018). Lailiyah dkk., (2015) juga menyatakan bahwa aktivitas penalaran fokus pada usaha untuk mengambil kesimpulan dari sejumlah pernyataan yang diasumsikan benar.

Penting bagi mahasiswa untuk mempunyai kemampuan penalaran dalam pembelajaran matematika (Lailiyah dkk., 2018). Hal ini disebabkan karena dalam menyelesaikan masalah diperlukan daya bernalar (Maimunah dkk., 2016). Sundari dkk., (2021) menyatakan bahwa penalaran matematika menjadi faktor utama dalam membangun ilmu matematika. Kemampuan matematis siswa baik menunjukkan bahwa siswa mempunyai kemampuan penalaran baik pula (Fisher dkk., 2019). Hal serupa juga disampaikan oleh Johar (2012) yang menyatakan Menguasai matematika dengan baik mampu menunjang mahasiswa dalam menyelesaikan masalah tersebut. Apabila keterampilan bernalar mahasiswa tidak baik ditingkatkan, maka matematika hanya berupa pelajaran mencontoh serangkaian langkah - langkah dan menyalin contoh tanpa tahu maknanya (Ramdan & Roesdiana, 2022). NCTM (2000) menekankan pentingnya penalaran dan bukti sebagai faktor dasar dari pembelajaran matematika. Penalaran dalam matematika memungkinkan mahasiswa untuk menerapkan pengetahuan khusus konten dalam berbagai cara dan juga mengarah pada pemahaman yang lebih dalam tentang matematika tertentu (Ayieko dkk., 2017).

Dalam pembelajaran matematika, penalaran penting untuk dikuasai. Namun faktanya mahasiswa cenderung mengalami kesusahan dalam membuat kesimpulan dari fakta- fakta yang tersedia pada masalah. Hasil penelitian oleh Salmina & Nisa (2018), mahasiswa mengalami kesusahan dalam menyelesaikan masalah penalaran yang disajikan atau yang diberikan Hal ini disebabkan mahasiswa jarang mendapat soal penalaran. Hal yang sama juga diperoleh oleh Asdarina & Masriyah (2019) bahwa salah satu yang menyebabkan mahasiswa kesusahan untuk memecahkan soal yang membutuhkan penalaran adalah mahasiswa tidak terbiasa menyelesaikan masalah yang non rutin bagi mahasiswa, tidak sederhana, serta membutuhkan level pemecahan masalah yang tidak rendah. Penguasaan materi yang terbatas dan kesulitan dalam mengaplikasikan konsep yang sebelumnya sudah dibahas dengan masalah yang sedang diselesaikan.

Trigonometri ialah dipelajari di pelajaran matematika. Pentingnya pengajaran trigonometri ditekankan di beragam negara seperti Australia, Inggris, Turki, dan Amerika Serikat (NCTM, 2000). Trigonometri mampu mengembangkan beragam kemampuan berpikir mahasiswa dan mempunyai jangkauan penggunaan yang cukup luas dalam

kehidupan nyata (Tuna, 2013). Trigonometri menghubungkan penalaran aljabar, geometri, dan grafis (Naidoo & Govender, 2014). Pengetahuan tentang trigonometri juga dapat digunakan dalam fisika, arsitektur, dan Teknik (Ibrahim & Ilyas, 2016). Meskipun trigonometri merupakan pelajaran yang penting namun, trigonometri dianggap sebagai mata pelajaran yang sulit dimana mahasiswa mengalami kesulitan belajar dan banyak penelitian telah mengungkapkan miskonsepsi tentang trigonometri (Moore, 2010).

Penelitian mengenai penalaran matematis pada mahasiswa sudah dilaksanakan oleh beberapa peneliti sebelumnya dengan berbeda fokus utamanya. Agustin (2016) mendeskripsikan penalaran matematis mahasiswa dengan pendekatan pemecahan masalah atau disebut dengan *problem solving*. Dalam penelitian tersebut diambil 3 subjek Terdapat juga penelitian oleh Adamura & Susanti (2018) yang mendalami penalaran matematis mahasiswa dengan berfokus pada mahasiswa dengan kemampuan penalaran berpikir intuitif. Dalam penelitian tersebut diambil 1 subjek yang mempunyai kemampuan penalaran berpikir intuitif sedang.

## Metode

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan penalaran matematis mahasiswa. Jenis penelitian yakni deskriptif kualitatif. Penalaran matematis mahasiswa dapat dianalisis dari uraian pekerjaan mahasiswa dalam mengerjakan masalah materi trigonometri serta wawancara terhadap subjek penelitian. Sebanyak 36 mahasiswa kelas D semester 1 pendidikan matematika Universitas Negeri Malang menjadi subjek pada penelitian ini.

Data yang diperoleh peneliti yaitu jawaban pekerjaan mahasiswa dalam mengerjakan masalah trigonometri dan rekaman wawancara terhadap subjek. Masalah yang digunakan berupa soal dengan bentuk uraian yang tervalidasi dosen ahli yaitu dosen matematika Universitas Negeri Malang. Langkah yang digunakan dalam mengumpulkan data yakni memberikan tes soal ke mahasiswa kelas D, kemudian jawaban pekerjaan mahasiswa dinilai dan dikategorikan menjadi 3 yakni kemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Setiap kategori akan dipilih 1 mahasiswa sebagai subjek untuk diwawancarai. Berikut disajikan masalah trigonometri yang diberikan kepada mahasiswa.

Lia akan menaiki wahana bianglala. Jarak kursi bianglala dengan pusat roda adalah 25 meter. Saat Lia menaiki bianglala, Lia berada 4 meter di atas tanah. Setelah berputar  $585^\circ$  bianglala berhenti. Berapa jarak posisi Lia sekarang dengan tanah?



Gambar 1. Masalah Trigonometri  
Sumber : *Algebra Trigonometry Fourth Edition*

Mahasiswa dikategorikan menjadi tiga yaitu kemampuan tinggi, sedang, dan rendah menurut hasil tes soal yang dikerjakan. Pengkategorian ini diadaptasi dari penelitian

Rosyidah, dkk. (2021). Kategori kemampuan matematis disajikan dalam Tabel 1 sebagai berikut

Tabel 1. Kategori Kemampuan Penalaran Matematis

Interval Nilai	Kategori
$X < 60$	Rendah
$60 < X \leq 80$	Sedang
$X > 80$	Tinggi

Setelah dikelompokkan menjadi tiga kategori, setiap kategori dipilih 1 mahasiswa untuk dijadikan subjek penelitian. Data hasil pekerjaan mahasiswa selanjutnya akan dianalisis dan melakukan pengambilan kesimpulan atau disebut dengan verifikasi. Keabsahan data menggunakan metode triangulasi data yakni mencocokkan data hasil tes dan wawancara yang sudah dilaksanakan. Indikator yang digunakan dalam penelitian ini adalah mengajukan dugaan, melaksanakan manipulasi matematika, memberikan alasan / bukti dalam kebenaran jawaban, dan menarik kesimpulan atau membuat generalisasi. Berikut disajikan penjelasan secara rinci dari keempat indikator tersebut pada Tabel 2.

Tabel 2. Indikator Penalaran Matematis

Indikator Penalaran Matematis	
Mengajukan dugaan	Menuliskan informasi yang diketahui Menuliskan tujuan yang ditanyakan
Melakukan manipulasi matematika	Memilih strategi penyelesaian masalah
Memberikan alasan atau bukti dari kebenaran jawaban	Menggunakan konsep matematika serta strategi untuk memecahkan masalah
Menarik kesimpulan atau membuat generalisasi	Menemukan jawaban dari strategi penyelesaian masalah yang sudah digunakan Memperoleh kesimpulan dari jawaban yang sudah ditemukan

(Rosyidah dkk., 2021)

## Hasil dan Pembahasan

Berikut disajikan hasil analisis penalaran matematis mahasiswa dan wawancara adalah mengetahui lebih jauh terkait proses penalaran matematis mahasiswa. Tes dilaksanakan pada hari Kamis, 29 September 2022, sedangkan wawancara dilaksanakan pada hari Selasa, 4 Oktober 2022. Tes diberikan kepada mahasiswa kelas D yang berjumlah 40 mahasiswa, namun terdapat 4 mahasiswa yang tidak masuk sehingga diperoleh hasil pekerjaan mahasiswa sebanyak 36 mahasiswa. Setelah peneliti mengoreksi hasil pekerjaan mahasiswa, mahasiswa dikelompokkan menjadi 3 kategori. Berikut disajikan hasil dari pekerjaan mahasiswa setelah dikelompokkan menjadi 3 kategori pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil Pengelompokan Mahasiswa

Kategori	Banyak Mahasiswa
Rendah	12 Mahasiswa
Sedang	12 Mahasiswa
Tinggi	12 Mahasiswa

Dari masing-masing kategori akan dipilih 1 mahasiswa untuk dianalisis lebih lanjut dan diwawancarai. Untuk subjek dengan kategori kemampuan tinggi diberi nama KT, subjek dengan kategori kemampuan sedang diberi nama KS, sedangkan untuk subjek dengan kategori kemampuan rendah diberi nama KR. Berikut dipaparkan hasil penalaran mahasiswa dari masing-masing kategori. Hasil penalaran mahasiswa dengan kategori kemampuan tinggi. Subjek KT dapat memecahkan permasalahan dengan tepat dan lengkap. Hal ini terlihat bahwa KT memecahkan masalah diawali dengan menuliskan informasi yang ada di soal atau yang diketahui dan yang ditanya / tujuan pada masalah. Sehingga KT mampu mengajukan dugaan yakni indikator pertama. Hal ini diperkuat hasil wawancara sebagai berikut.

- P : "Informasi apa saja yang terdapat pada soal?"  
 KT : "Jarak kursi bianglala dengan pusat roda 25 m, itu sama saja dengan jari-jarinya adalah 25 m. Jarak tanah dengan tempat duduk yang paling bawah 4 m."  
 P : "Tujuan dari masalah yang diberikan itu apa?"  
 KT : "Posisi Lia dengan tanah setelah berputar dengan  $585^\circ$ ."

KT mampu menjelaskan cara yang digunakan dalam memecahkan permasalahan. KT menuliskan langkah-langkah penyelesaian dengan benar. Sehingga TK mampu melakukan manipulasi matematika yang merupakan indikator kedua. Hal ini diperkuat dengan hasil wawancara sebagai berikut.

- P : "Mengapa adik mengurangi angka  $585^\circ$  dengan angka  $360^\circ$  ?"  
 KT : "Karena  $585^\circ$  lebih besar  $360^\circ$  itu mengartikan bahwa bianglala sudah berputar 1 putaran. Jadi mengurangi  $585^\circ$  dengan  $360^\circ$ . Lalu berputar sebanyak sisanya yaitu  $225^\circ$ ."  
 P : "Lalu jelaskan dimana posisi akhir Lia setelah diputar  $585^\circ$ ?"  
 KT : "Jadi posisi awal naik berada dibawah sini (sambil menunjuk pada gambar lingkaran yang ada di lembar jawabannya) berputar 1 putaran penuh lalu berputar lagi  $225^\circ$  sehingga posisi akhirnya di atas sebelah sini."

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{y}{r} \\ \sin 45^\circ &= \frac{y}{25} \\ \frac{1}{2} \sqrt{2} &= \frac{y}{25} \\ y &= \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot 25 \\ y &= 12,5 \sqrt{2} = \frac{25}{2} \sqrt{2} \end{aligned}$$

Gambar 4. Jawaban Mahasiswa KT

Pada Gambar 4, TK dapat memecahkan masalah dengan langkah-langkah pengerjaan dengan sistematis dan benar. Sehingga, TK memenuhi indikator penalaran matematis ketiga menyusun langkah-langkah penyelesaian yakni indikator ketiga. Hal ini diperkuat dengan hasil wawancara sebagai berikut.

- P : "Mengapa kamu menggunakan sin?"  
 KT : "Karena kita mencari sisi depan sudut, dan diketahui sisi miring sehingga saya menggunakan sin."

TK mengambil kesimpulan jawaban dengan benar. Sehingga TK mampu menarik kesimpulan atau membuat generalisasi yakni indikator keempat. Selanjutnya, hasil pekerjaan mahasiswa dengan kemampuan dilihat pada Gambar 6.

Diket  $\Rightarrow$  jarak kursi dg pusat roda = 25 m  
 Jarak awal Lia dg tanah = 4 m .

Ditanya = jarak posisi Lia sekarang ?

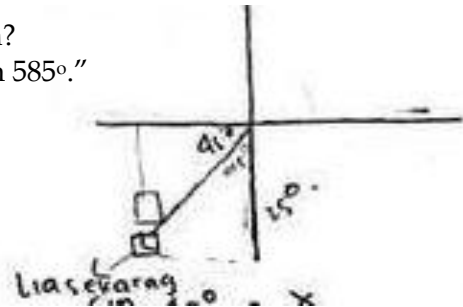
Gambar 6. Jawaban Mahasiswa KS

Permasalahan yang diberikan dipahami dengan baik oleh KS. Berdasarkan lembar hasil pekerjaannya, KS menuliskan informasi yang ada di masalah dengan tepat serta dalam menuliskan apa tujuan pada soal. Sehingga, KS mampu mengajukan dugaan yakni indikator pertama. Hal tersebut didukung oleh hasil wawancara berikut.

- P : "Informasi apa saja yang terdapat pada soal?"  
 KS : "Jarak kursi bianglala dengan pusat roda 25 m. Jarak awal Lia dengan tanah 4 m. Sudut putarnya  $585^\circ$ ."  
 P : "Tujuan dari masalah yang diberikan itu apa?"  
 KT : "Posisi Lia sekarang setelah berputar dengan  $585^\circ$ ."

$$\text{Sudut putar} = 585^\circ$$

$$= 585^\circ - 360^\circ = 225$$



Gambar 7. Hasil Pekerjaan Mahasiswa KS

KS mampu menjelaskan cara ia pakai untuk memecahkan permasalahan. Berdasarkan hasil jawaban, KS menuliskan langkah-langkah penyelesaian dengan benar namun terdapat kekeliruan dalam menentukan posisi akhir Lia setelah diputar  $585^\circ$  dikarenakan kesalahan dalam menentukan titik awal saat Lia naik bianglala. Sehingga KS tidak mampu melakukan manipulasi matematika indikator kedua. Hal ini diperkuat dengan hasil wawancara sebagai berikut.

- P : "Mengapa kamu mengurangkan  $585^\circ$  dengan  $360^\circ$  ?"  
 KS : "Karena  $585^\circ$  melebihi satu putaran lingkaran, yang mana satu putaran lingkaran itu  $360^\circ$ . Sehingga perlu mengurangkan  $585^\circ$  dengan  $360^\circ$ ."  
 P : "Lalu jelaskan dimana posisi akhir Lia setelah diputar  $585^\circ$ ?"  
 KS : "Jadi posisi awal naik berada dibawah sini (sambil menunjuk pada gambar lingkaran yang ada di lembar jawabannya) berputar 1 putaran penuh lalu berputar lagi  $225^\circ$  sehingga posisi akhirnya di atas sebelah sini."  
 P : "Apakah saat Lia naik wahana bianglala posisinya disana? Saat kamu naik wahana bianglala posisinya diatas sini? (sambil menunjukan gambar pekerjaan mahasiswa)."  
 KS : "oiya tidak kak, harus dibawah sini ya kak."  
 P : "Iya, seharusnya saat naik Lia mulainya dari bawah sini. Jadi tidak selalu perputaran dimulai dari situ. Harus lihat kondisi nyatanya."  
 KS : "oiya kak, berarti saya salah menggambarinya."

$$\sin 45^\circ = \frac{x}{25}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{25}$$

$$\frac{25\sqrt{2}}{2} = x$$

Gambar 8. Jawaban Mahasiswa KS

KS sudah dapat mengerjakan pemecahan masalah dengan langkah yang sistematis dan benar. Sehingga, KS mampu menyusun langkah-langkah penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{maka jarak Lia setentang} &= 25 + 4 - \frac{25\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{30 + 8 - 25\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{38 - 25\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

Gambar 9. Jawaban Mahasiswa KS

Berdasarkan Gambar 9, KS salah dalam menyimpulkan jawaban yang sesuai. KS memahami masalah dengan baik dan menentukan strategi penyelesaian namun karena KS salah dalam menentukan posisi awal Lia naik sehingga posisi akhir Lia juga mengalami kesalahan. Sehingga kesimpulan yang diperoleh oleh KS juga salah. Jadi KS tidak mampu menarik kesimpulan atau membuat generalisasi. Hal ini diperkuat dengan hasil wawancara dengan KS sebagai berikut.

P : "Menurutmu, jawaban akhir kamu benar atau salah?"

KS : "Salah kak."

P : "Jawaban yang benar seharusnya bagaimana?"

KS : "Jadi apabila posisi awal Lia naik dibawah maka apabila diputar  $585^\circ$  maka posisi Lia ada diatas sini. Jadi seharusnya hasilnya dijumlah kak, bukan dikurangi."

P : "Iya benar ditambah dek."

Selanjutnya, hasil pekerjaan siswa berkemampuan matematis rendah (KR) dalam mengajukan dugaan disajikan pada Gambar 10.

$$\begin{aligned} r &= \\ \text{Diket} &: 25 \text{ m} \\ \\ \text{Jarak} &: 4 \text{ m} \\ \\ \text{Ditanya} &: \text{Jarak posisi Lia setentang dan jarak?} \end{aligned}$$

Gambar 10. Hasil Pekerjaan Mahasiswa KR

Berdasarkan Gambar 10, dapat dilihat bahwa KR menulis informasi yang terdapat pada masalah yang disajikan atau yang diketahui serta menuliskan yang menjadi tujuan dari masalah. Sehingga, KR mampu mengajukan dugaan. Berikut disajikan hasil wawancara dengan KR.

P : "Informasi apa saja yang tersedia pada soal?"

KR : "Jarak kursi bianglala dengan pusat roda 25 m, sehingga jari-jarinya bianglala 25 m. Jarak tanah dengan Lia 4 m."

P : "Tujuan dari masalah yang diberikan itu apa?"

KR : "Posisi Lia dengan tanah setelah berputar dengan  $585^\circ$ ."

$$585^\circ - 360^\circ = 225^\circ$$

$$\theta = 75^\circ$$

Gambar 11. Hasil Pekerjaan Mahasiswa KR

KR mampu menjelaskan cara ia pakai untuk memecahkan permasalahan. KR menuliskan langkah-langkah penyelesaian kurang tepat. KR langsung menyatakan bahwa sudut yang dibentuk adalah  $75^\circ$  tanpa mengetahui asal angka  $75^\circ$ . Ternyata KR kurang teliti dalam melakukan perhitungan. Sehingga KR tidak mampu melakukan manipulasi matematika. Hal ini diperkuat dengan hasil wawancara sebagai berikut.

- P : "Pada lembar jawaban, kamu melakukan pengurangan  $585^\circ$  dengan  $360^\circ$ ? Mengapa dilakukan pengurangan?"
- KR : " Sudut perputarannya  $585^\circ$ . Maka terjadi perputaran lebih dari 1 putaran yakni sebesar  $360^\circ$ . Sehingga  $585^\circ$  dikurangi  $360^\circ$ . Lalu berputar lagi  $225^\circ$ .
- P : Mengapa kamu menyebutkan angka  $75^\circ$ ? Darimana asal angka tersebut?
- KR : karena diputar sudut  $225^\circ$  sama dengan sudut  $75^\circ$ .
- P : Bagaimana caranya kok bisa  $225^\circ$  sama dengan sudut  $75^\circ$ ? Coba dihitung Kembali.
- KR : oh saya salah menghitung kak karena terburu-buru, seharusnya  $225^\circ - 180^\circ = 45^\circ$ .

$$\text{Dijawab: } \sin 75^\circ = \frac{x}{25}$$

$$0,96 = \frac{x}{25} \approx 24 \text{ m}$$

Gambar 12. Hasil Pekerjaan Mahasiswa KR

KR melakukan kesalahan perhitungan pada langkah sebelumnya, sehingga hal ini berdampak pada hasil langkah selanjutnya walaupun KR benar dalam menggunakan konsep sinus. Sehingga, KR tidak mampu menyusun langkah-langkah penyelesaian. Hal ini diperkuat dengan hasil wawancara sebagai berikut.

- P : "Bagaimana langkah penyelesaian selanjutnya?"
- K : "Jadi selanjutnya saya menggunakan sin, dimana karena yang diketahui adalah sisi miring dan yang ditanyakan adalah sisi depan sehingga saya menggunakan sin. Karena pada sebelumnya saya salah menghitung, sehingga saya disini menghitung sin dari  $75^\circ$ .
- P : Bagaimana kamu cara menghitung nilai dari sin  $75^\circ$ ?
- K : karena sudut  $75^\circ$  bukan sudut istimewa maka saya menghitungnya dengan menggunakan kalkulator. Sehingga diperoleh x mendekati nilai 24 m.

$$\text{Jarak ke tanah } 25 \text{ m} - 24 \text{ m} \approx 1 \text{ m} + 4 \text{ m} \approx 5 \text{ m dari tanah}$$

Gambar 13. Hasil Pekerjaan Mahasiswa KR



Berdasarkan Gambar 13, KR belum dapat menarik kesimpulan secara tepat seperti dengan KS. Dikarenakan salah dalam menentukan posisi Lia di awal maka salah juga terhadap menentukan posisi Lia diakhir setelah diputar  $585^\circ$ . Sehingga KR belum mampu menarik kesimpulan atau membuat generalisasi

Berdasarkan jawaban dan hasil wawancara dari ketiga subjek dari masing-masing kategori yakni subjek dengan kemampuan tinggi, sedang, dan rendah dapat mengajukan dugaan dengan baik, dengan menuliskan apa yang ditanya dan diketahui dengan benar mengenai masalah yang disajikan. NCTM (2009) mengungkapkan bahwa membuat dugaan menjadi kebiasaan penalaran matematis yang berkaitan dengan matematika dan ini merupakan suatu kegiatan dasar penyelidikan matematis. Sehingga ketiga subjek telah melakukan kegiatan dasar dari penalaran matematis.

Subjek yang berkemampuan tinggi memenuhi semua indikator penalaran matematis. Memahami dan menganalisis masalah dengan baik dapat dilakukan oleh subjek, hal ini terlihat dari subjek menuliskan hal yang diketahui dan yang ditanya pada masalah, memutuskan dan sekaligus menerapkan strategi pemecahan masalah untuk mendapatkan jawaban serta kesimpulan dengan benar. Hasil penelitian yang sama juga diperoleh Nurhayati & Rosyidi (2015) yang menyatakan kelompok kemampuan tinggi mampu melakukan semua indikator penalaran. Subjek dengan kemampuan tinggi dapat menjawab secara tepat pertanyaan lebih mendalam berhubungan dengan masalah yang diselesaikan (Rosyidah dkk., 2021). Sulistiawati (2014) menyatakan memaparkan alasan mengenai strategi yang dipilih dapat dilakukan dengan baik oleh subjek yang berkemampuan penalaran matematis tinggi. Hidayati & Widodo (2015) mengungkapkan kegiatan proses penalaran matematis pada tiap tahap memecahkan masalah juga dapat ditunjukkan oleh subjek yang berkemampuan penalaran matematis tinggi.

Subjek yang berkemampuan penalaran matematis sedang dapat memenuhi dua indikator, yakni mengajukan dugaan dan menggunakan strategi penyelesaian untuk menemukan jawaban dengan tepat. Subjek tersebut dapat memahami masalah yang diberikan dengan baik. Wardhani (2008) juga mengungkapkan hal sama yakni bahwa mengajukan dugaan berupa rumusan masalah dapat dilakukan oleh subjek berkemampuan penalaran matematis sedang. Selain itu subjek dapat menentukan strategi penyelesaian yang tepat. Namun subjek ini tidak secara keseluruhan dapat memanipulasi dengan tepat sehingga berdampak menemukan kesimpulan yang belum tepat juga.

Berikutnya, subjek yang berkemampuan penalaran matematis rendah hanya memenuhi satu indikator yaitu mengajukan dugaan. Akan tetapi, subjek kurang dalam merencanakan strategi pemecahan masalah sebab pemahaman konsep yang dipunyai oleh siswa salah sehingga subjek terkendala dalam memecahkan masalah dan tidak membenahi jawabannya yang keliru. Hidayati & Widodo (2015) mengungkapkan bahwa subjek yang berkemampuan penalaran matematis rendah mengindikasikan terdapat aktivitas penalaran matematis akan tetapi tidak mampu pada tahap menerapkan rencana penyelesaian masalah dan tahap melakukan pemecahan masalah. Aminah (2020) mendapatkan informasi bahwa subjek penelitian sebenarnya dapat menyelesaikan masalah akan tetapi namun siswa kurang teliti dalam mengaplikasikan proses penyelesaian dari soal.

## **Simpulan**

Berdasarkan hasil pemaparan mengenai penalaran matematis mahasiswa dalam menyelesaikan masalah trigonometri, maka dapat disimpulkan sebagai berikut, (1) mahasiswa berkemampuan tinggi memenuhi semua indikator yakni mengajukan dugaan, melakukan manipulasi, menyusun bukti, dan menarik kesimpulan, (2) mahasiswa berkemampuan sedang dapat memenuhi dua indikator yakni mengajukan dugaan dan

menarik kesimpulan, dan (3) mahasiswa berkemampuan rendah hanya mampu memenuhi satu indikator yakni mengajukan dugaan. Pada penelitian ini dilakukan pada beberapa indikator penalaran matematis (belum mencakup semua indikator) sehingga penelitian selanjutnya dapat dilakukan menggunakan indikator penalaran matematis lainnya. Penelitian berikutnya juga dapat melakukan penelitian yang sejenis dengan mendalami pada kemampuan matematis yang lain seperti pemecahan masalah, representasi, dan dapat juga memperhatikan variabel - variabel luaran seperti gaya berpikir, gender, kecerdasan emosional, dan sebagainya.

## Daftar Rujukan

- Adamura, F., & Susanti, V. D. (2018). Penalaran Matematis Mahasiswa dengan Kemampuan Berpikir Intuitif Sedang dalam Memecahkan Masalah Analisis Real. *Jurnal Edukasi Matematika Dan Sains*, 6(2), 77. <https://doi.org/10.25273/jems.v6i2.5366>
- Agustin, R. D. (2016). Kemampuan Penalaran Matematika Mahasiswa Melalui Problem Solving. *Jurnal Pedagogia*, 5(2), 179-188.
- Aminah, S. A. (2020). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Melalui Model Problem Based Learning. *Genta Mulia*, 1, 6-12.
- Asdarina, O., & Masriyah, R. (2019). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Setara PISA Konten Geometri. *Seminar Nasional Multidisiplin Ilmu Inovasi Produk Penelitian Pengabdian Masyarakat & Tantangan Era Revolusi Industri 4.0*, 2(1), 222-231.
- Ayieko, R. A., Gokbel, E. N., & Nelson, B. (2017). Does Computer Use Matter? The Influence of Computer Usage on Eighth-Grade Students' Mathematics Reasoning. *FIRE: Forum for International Research in Education*, 4(1).  
<http://preserve.lehigh.edu/firehttp://preserve.lehigh.edu/fire/vol4/iss1/5>
- Beecher, J. A., Penna, J. A., & Bittinger, M. L. (2012). *Algebra And Trigonometry*. Pearson Addison-Wesley.
- Fatmasuci, F. W. (2017). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Berbasis Masalah Berorientasi pada Kemampuan Komunikasi dan Prestasi Belajar Matematika Siswa SMP. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 4(1), 32-42.  
<https://doi.org/10.21831/jrpm.v4i1.11325>
- Fisher, D., Kusumah, Y. S., & Dahlan, J. A. (2019). Junior High School Students' Mathematical Reasoning Ability Analysis in Systems of Linear Equations and Applications. *Journal of Physics: Conference Series*, 1315(1).  
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1315/1/012044>
- Gürbüz, R., & Erdem, E. (2016). Relationship Between Mental Computation and Mathematical Reasoning. *Cogent Education*, 3(1).  
<https://doi.org/10.1080/2331186X.2016.1212683>
- Hidayah, I. N., Sa'dijah, C., Subanji, & Sudirman. (2020). Characteristics of Students' Abductive Reasoning in Solving Algebra Problems. *Journal on Mathematics Education*, 11(3), 347-362. <https://doi.org/10.22342/JME.11.3.11869.347-362>
- Hidayati, A., & Widodo, S. (2015). Proses Penalaran Matematis Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika pada Materi Pokok Dimensi Tiga Berdasarkan Kemampuan Siswa di SMA Negeri 5 Kediri. *Jurnal Math Educator Nusantara*, 1(2), 131-143.
- Ibrahim, K., & Ilyas, Y. (2016). Teaching a concept with GeoGebra: Periodicity of trigonometric functions\*. *Educational Research and Reviews*, 11(8), 573-581.  
<https://doi.org/10.5897/err2016.2701>
- Isriani, H., & Puspitasari, D. (2012). *Strategi Pembelajaran Terpadu*. Yogyakarta Familia.
- Johar, R. (2012). Domain Soal PISA untuk Literasi Matematika. *Jurnal Peluang*, 1(1), 30-41.

- Lailiyah, S., Nusantara, T., Sa'dijah, C., & Irawan, E. B. (2015). Proses Berpikir Versus Penalaran Matematika. *Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika 2015*, 1016–1023.
- Lailiyah, S., Nusantara, T., Sa'Dijah, C., Irawan, E. B., Kusaeri, & Asyhar, A. H. (2018). Structuring Students' Analogical Reasoning in Solving Algebra Problem. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 296(1).  
<https://doi.org/10.1088/1757-899X/296/1/012029>
- Maimunah, Purwanto, Sa'dijah, C., & Sisworo. (2016). Penerapan Model Pembelajaran Matematika melalui Pemecahan Masalah untuk Meningkatkan Penalaran Matematis Siswa Kelas X-A SMA Al-Muslimun. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 1(1), 17–30. <http://jrpm.uinsby.ac.id>
- Mumu, J., & Tanujaya, B. (2019). Measure Reasoning Skill of Mathematics Students. *International Journal of Higher Education*, 8(6), 85–91.  
<https://doi.org/10.5430/ijhe.v8n6p85>
- Naidoo, J., & Govender, R. (2014). Exploring The Use of A Dynamic Online Software Programme in The Teaching and Learning of Trigonometric Graphs. *Pythagoras*, 35(2).  
<https://doi.org/10.4102/pythagoras.v35i2.260>
- NCTM. (2000). *Principles Standards and for School Mathematics*.
- NCTM. (2009). *Reasoning and Sense Making Focus in High School Mathematics*.
- Nurhayati, S., Sutinah, & Rosyidi, A. H. (2013). Kemampuan Penalaran Siswa Kelas VIII dalam Menyelesaikan Soal Kesebangunan. *Jurnal Pendidikan Matematika : Mathedunesa*, 2, 9–17. <https://doi.org/https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v2n1.p%25p>
- Olteanu, C. (2020). Programming, Mathematical Reasoning and Sense-Making. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*.  
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1858199>
- Ramdan, M. G. A., & Roesdiana, L. (2022). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMP pada Materi Teorema Phytagoras. *Jurnal Educatio FKIP UNMA*, 8(1), 386–395.  
<https://doi.org/10.31949/educatio.v8i1.1996>
- Ratau, A. (2016). Pengaruh Pendekatan Pembelajaran Terhadap Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematika Siswa SMP Negeri Kecamatan Leihituka Kabupaten Maluku Tengah. *Jurnal Matematika Dan Pembelajaran*, 2(1), 42–59.
- Rosyidah, A. S., Hidayanto, E., & Muksar, M. (2021). Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal HOTS Geometri. *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, 10(2), 268. <https://doi.org/10.25273/jipm.v10i2.8819>
- Sa'dijah, C., Murtafiah, W., Anwar, L., & Sa'diyah, M. (2023). Exploring the Content Knowledge of Prospective Mathematics Teacher Students in Designing HOTS Questions. *AIP Conference Proceedings*, 2569. <https://doi.org/10.1063/5.0113669>
- Saleh, M., Charitas Indra Prahmana, R., & Isa, M. (2018). Improving The Reasoning Ability of Elementary School Student Through The Indonesian Realistic Mathematics Education. *Journal on Mathematics Education*, 9(1), 41–54.
- Salmina, M., & Nisa, K. S. (2018). Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Berdasarkan Gender pada Materi Geometri. *Jurnal Numeracy*, 5(1), 41–48.
- Sulistiawati. (2014). Analisis Kesulitan Belajar Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMP Materi Luas Permukaan dan Volume Limas. *Proceeding Seminar Nasional Pendidikan Matematika, Sains, Dan TIK STKIP Surya 2014*, 205–225.
- Sundari, S., Sigid, Ma'arif, S., & Soebagyo, J. (2021). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Peserta Didik dengan Penyajian Masalah Open-Ended Pada Pembelajaran Daring. *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*, 1(1), 66–80.  
<https://doi.org/10.51574/kognitif.v1i1.19>

- Tuna, A. (2013). A Conceptual Analysis of the Knowledge of Prospective Mathematics Teachers about Degree and Radian. *World Journal of Education*, 3(4).  
<https://doi.org/10.5430/wje.v3n4p1>
- Wahyudi, Purwanto, & Mulyati, S. (2016). Penalaran Matematis Siswa Berkemampuan. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 1(7), 1287-1296.
- Wardhani, S. (2008). *Analisis SI dan SKL Mata Pelajaran Matematika SMP / MTs untuk Optimalisasi Tujuan Mata Pelajaran Matematika*. Pusat Pengembangan Dan Pemberdayaan Pendidikan Dan Tenaga Kependidikan Matematika.