ISSN 1561-2430 (Print) ISSN 2524-2415 (Online)

ФИЗИКА

PHYSICS

УДК 530.12 https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-3-224-232 Поступила в редакцию 17.03.2022 Received 17.03.2022

А. П. Рябушко¹, Т. А. Жур²

¹Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь ²Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск, Республика Беларусь

О ВЛИЯНИИ ТЕМНОЙ СУБСТАНЦИИ НА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В КОСМОСЕ

Аннотация. Исследуется влияние гравитационных полей темной материи и темной энергии, существование которых в настоящее время твердо установлено, на электромагнитные излучения в космосе. В постньютоновском приближении общей теории относительности выведена закономерность, обобщающая известный тест (эффект) Шапиро по оценке задержки светового луча при локации планеты Меркурий. Обобщение состоит в том, что, кроме гравитационного поля центральной массы, принимается во внимание влияние на процессы в космосе гравитационных полей видимой (наблюдаемой) среды и темной субстанции. Рассмотрены случаи локации планеты Меркурий и звезды вблизи центра нашей Галактики в гравитационных полях, создаваемых сферически симметрично распределенной средой. Вычислены оценки задержек сигналов локации, которые на несколько порядков могут превосходить задержки во времени сигналов в пространстве, не заполненном средой. Указан метод оценки плотности темной субстанции, если известна экспериментальная оценка задержки сигнала локации. Этот метод проиллюстрирован на примере локации планеты Меркурий.

Ключевые слова: общая теория относительности, ньютоновское и постньютоновское приближения, темная материя, темная энергия, темная субстанция, электромагнитное излучение, задержка сигнала

Для цитирования. Рябушко, А. П. О влиянии темной субстанции на электромагнитные излучения в космосе / А. П. Рябушко, Т. А. Жур // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2023. – Т. 59, № 3. – С. 224–232. https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-3-224-232

Anton P. Ryabushko¹, Tatyana A. Zhur²

¹Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus ²Belarusian State Agrarian Technical University, Minsk, Republic of Belarus

ON THE INFLUENCE OF THE DARK SUBSTANCE ON ELECTROMAGNETIC RADIATION IN SPACE

Abstract. This paper investigates the influence of the gravitational fields of dark matter and dark energy, the existence of which is currently firmly established, on electromagnetic radiation in space. In the post-Newtonian approximation of the general theory of relativity, a regularity is derived that generalizes the well-known Shapiro time delay (Shapiro effect) to estimate the delay of a light beam during the Mercury location. The generalization consists of the fact that in addition to the gravitational field of the central mass, the influence of the gravitational fields of the visible (observed) medium and dark substance on the processes in space is taken into account. The cases of location of the planet Mercury and the star near the center of our Galaxy in gravitational fields created by a spherically symmetrically distributed medium are considered. Estimates of the delays of location signals are calculated, which can exceed the time delays of signals in a space not filled with a medium by several orders of magnitude. A method for estimating the density of a dark substance is indicated if the experimental estimate of the location signal delay is known. This method is illustrated by the location of Mercury as an example.

Keywords: general theory of relativity, Newtonian and post-Newtonian approximations, dark matter, dark energy, dark substance, electromagnetic radiation, signal delay

For citation. Ryabushko A. P., Zhur T. A. On the influence of the dark substance on electromagnetic radiation in space. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2023, vol. 59, no. 3, pp. 224–232 (in Russian). https://doi. org/10.29235/1561-2430-2023-59-3-224-232

Введение. В настоящее время следует считать твердо установленным фактом существование во Вселенной так называемой «скрытой» массы, для которой приняты названия: «темная» материя, «темная» энергия или «темная» субстанция (в дальнейшем кавычками слово «темная» выделять не будем). Темная субстанция (вещество) признается физиками новой формой материи, многие свойства которой пока человечеству неизвестны. Пока установлено, что она обладает *гравитационными* свойствами обычной наблюдаемой (видимой) материи, в среднем имеет постоянную плотность массы $\rho_{\text{т.суб}} = \rho_{\text{т.м}} + \rho_{\text{т.эн}} = \text{const}$ (где т. суб. – темная субстанция, т. м. – темная материя, т. эн. – темная энергия) и в масштабах планетарных систем и в нашей Галактике $\rho_{\text{т.суб}} > 0$. Также обосновано, что основная часть (порядка 73 %) средней плотности во Вселенной приходится на $\rho_{\text{т.эн}}$, порядка 23 % – на плотность $\rho_{\text{т.м}}$ и только примерно 4 % – на плотность видимой (барионной) материи $\rho_{\text{вид}}$. Таким образом, плотность всех видов материи во Вселенной ρ_{Bc} определяется формулой (см. [1–4]):

$$\rho = \rho_{Bc} = \rho_{Bug} + \rho_{T.cy6} = \rho_{Bug} + \rho_{T.M} + \rho_{T.3H}.$$
(1)

Из приведенной выше информации вытекает, что в среднем во Вселенной

$$\rho_{\rm T.cy6} = 24\rho_{\rm BHZ}.$$

Значения рвид для разных областей Вселенной определяются астрономами и астрофизиками весьма расплывчато (см. [5–9]):

межпланетная

$$\rho_{\text{вид,мп}} \sim (10^{-18} \div 10^{-23}) \, \text{r} \cdot \text{cm}^{-3}, \tag{3}$$

межзвездная

$$\rho_{\text{вид.м3}} \sim (10^{-24} \div 10^{-26}) \text{ r} \cdot \text{cm}^{-3}, \tag{4}$$

межгалактическая

$$\rho_{\text{BHJ,Mf}} \sim (10^{-27} \div 10^{-29}) \, \text{f} \cdot \text{cm}^{-3}.$$
(5)

Сделаем два общих замечания.

1. Случай антигравитации, когда в масштабе Вселенной ρ_{т.суб} может оказаться отрицательной величиной (что приводит, по-видимому, к расширению Вселенной с *ускорением*), пока не рассматриваем.

2. Для дальнейшего исследования в данной работе состав темных материи и энергии несущественен. К тому же в этом вопросе до сих пор еще нет полной ясности: то ли темная субстанция состоит из массивных частиц, слабо взаимодействующих с видимым барионным веществом (типа гравитоны, аксионы, первичные черные дыры, нейтралино и др.), то ли неведомо из чего еще. Для нас будет важным то, что темная субстанция, как и видимая материя, обладает свойством создавать гравитацию и «прозрачна» для электромагнитных излучений (лучей света). (Подробнее по этому поводу см., напр., [2].)

Исходные положения. Галактики, звезды, планеты, астероиды, прочие пробные тела, электромагнитные и другие излучения, элементарные частицы и так далее, создавая гравитационные поля, «плавают» в межгалактической, межзвездной, межпланетной средах, которые также создают дополнительные гравитационные поля. Как отмечалось выше, кроме видимой барионной материи, плотность которой определяется соотношениями (3), (4), (5), космос еще заполнен темной субстанцией, плотность которой значительно больше барионной.

Известно, что для далекого от центра притяжения наблюдателя скорость луча света по его часам в гравитационном поле центра *уменьшается* (см., напр., [10]), т. е. происходит задержка прихода светового сигнала к наблюдателю. На этом основании в 1965 г. был предложен и в 1968 г. осуществлен четвертый тест по экспериментальной проверке справедливости общей теории относительности (ОТО), связанный с радиолокацией планеты Меркурий (см. [11–13]).

Теоретическая обработка теста была проведена И. И. Шапиро без учета гравитационного поля среды, в которую погружен центр (Солнце). Поэтому остается не выясненным вопрос: каково влияние гравитационного поля среды на законы распространения электромагнитных излучений (лучей света, радиосигналов) в космос при учете не только видимой материи, но и при учете гравитационного поля темной субстанции.

Этот учет усиливает суммарное гравитационное поле, что, несомненно, *увеличит* задержку электромагнитных сигналов. Наша цель – получение формулы, которую можно будет применять для оценки величины задержки сигнала в планетарных системах, в частности, в Солнечной системе (С. с.), в Галактике и других материальных гравитирующих образованиях.

Математическая модель астрономической задачи.

Задача. Рассматривается материальная система, состоящая из сферически симметричного тела массой M, центр массы которого находится в центре материального шара радиусом R. Радиус тела R_0 на много порядков меньше R: $R_0 \ll R$. Материальная среда в шаре распределена сферически симметрично и в пространстве ее плотность ρ определяется равенствами

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R} \right), \quad 0 \le r \le R; \quad \rho = 0, \quad r \ge R, \tag{6}$$

где *r* – ньютоновское расстояние до центра шара. Если ввести прямоугольную декартову систему координат $Ox^1x^2x^3$, у которой начало координат O совпадает с центром массы тела, то расстояние точки $P(x^1,x^2,x^3)$ до начала координат определяется известной формулой с точностью до вековых членов $OP = r = [(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2]^{\frac{1}{2}}$. Под материальной средой в шаре понимается среда с плотностью в (9), где $\rho_0 = \rho_{Bc}$ из (1).

При оговоренных условиях требуется:

1) в постньютоновском приближении (ПНП) ОТО найти метрику риманова пространства-времени, порожденного рассматриваемой материальной системой;

2) в определившемся гравитационном поле вывести и проинтегрировать дифференциальное уравнение, определяющее закон радиального движения луча света (электромагнитного излучения) внутри шара;

3) получить численные оценки величины задержки светового сигнала при локации планет Солнечной системы и звезд в Галактике; сравнить эти оценки в случаях: «пустое» пространство ($\rho = 0$), эффект Шапиро); учет только видимой материи ($\rho_0 = \rho_{\text{вид}}$); учет всей содержащейся в шаре материи ($\rho_0 = \rho_{\text{вс}}$);

4) обсудить возможности использования полученных результатов для получения оценок величин плотностей $\rho_{\text{т.м}}$ и $\rho_{\text{т.эн}}$, а также для организации экспериментальной проверки справедливости ОТО.

Решение задачи. Приступаем к последовательному рассмотрению этапов 1)-4).

Этап 1). Исследуется с помощью обобщенной нами аппроксимационной процедуры Эйнштейна – Инфельда, используемой при решении полевых уравнений Эйнштейна. В [14] подробнейшим образом проведены нужные нам вычисления и доказано, что метрика внутри шара имеет вид

$$ds^{2} = \left(1 + \lambda^{2} h_{00}^{in} + \lambda^{4} h_{00}^{in}\right) c^{2} dt^{2} - \delta_{ij} \left(1 - \lambda^{2} h_{00}^{in}\right) dx^{i} dx^{j}, \quad i, j = 1, 2, 3,$$
(7)

где

$$h_{2}^{in} = -\frac{2\gamma}{r}M + 4\pi\gamma\rho_0 \left(\frac{r^2}{3} - R^2\right) + \frac{8\pi\gamma\rho_0}{3R} \left(R^3 - \frac{r^3}{4}\right), \quad r \le R;$$
(8)

$$h_{4}^{in}{}_{00} = \frac{2\gamma^2}{r^2} M^2 + 2\pi\gamma^2 M \rho_0 \left(\frac{20}{3}r - 7R - \frac{13}{3}\frac{r^2}{R} + 2\frac{R^2}{r} + 2\frac{r^2}{R}\ln\frac{r}{R}\right), \quad r \le R;$$
(9)

с – скорость света в вакууме; $\lambda = 1/c$; *t* – временная координата; γ – ньютоновская постоянная тяготения; δ_{ij} – кронекерова дельта ($\delta_{ij} = 1$ при i = j, $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$). Члены с ρ_0^2 отброшены как чрезвычайно малые величины. Этап 2). Будем рассматривать движение луча света по изотропной радиальной траектории внутри шара. Тогда должно выполняться равенство $ds^2 = 0$ (условие изотропности), и в силу сферической симметрии поля вместо $\delta_{ij}dx^i dx^j$ можно в (7) написать dr^2 . В итоге приходим к дифференциальному уравнению (ДУ), определяющему радиальное движение луча света в шаре, которое можно записать в виде, удерживая члены с λ не выше 4-й степени:

$$\pm cdt = \left[1 - \lambda^2 h_{200}^{in} + \frac{1}{2} \lambda^4 \left(h_{200}^{in}\right)^2 - \frac{1}{2} \lambda^4 h_{400}^{in}\right] dr.$$
(10)

Дифференциальное уравнение (10), полученное приравниванием нулю $\sqrt{ds^2}$ из (7), преобразуем, подставив в него выражения h_{20}^{in} и h_{400}^{in} из (8), (9) и ограничиваясь членами, содержащими ρ_0 не выше, чем в первой степени, к виду

$$\pm cdt = \left\{ 1 + \lambda^2 \left[\frac{2\gamma}{r} M + 4\pi\gamma\rho_0 \left(R^2 - \frac{r^2}{3} \right) - \frac{8\pi\gamma\rho_0}{3R} \left(R^3 - \frac{r^3}{4} \right) \right] + \lambda^4 \left[\frac{\gamma^2}{r^2} M^2 + \pi\gamma^2 M\rho_0 \left(7R + \frac{10}{3} \frac{R^2}{r} - \frac{28}{3} r + 5\frac{r^2}{R} - 2\frac{r^2}{R} \ln \frac{r}{R} \right) \right] \right\} dr, \quad r \le R.$$
(11)

Дифференциальные уравнения (10) и (11) определяют координатную скорость $v = \frac{dr}{dt}$ светового сигнала, который движется по радиальному направлению, и измеренную по часам (по времени *t*) далекого от центра неподвижного наблюдателя. Если v > 0, то слева в (10) и (11) берется знак плюс; если v < 0, то берется знак минус; соответственно луч света направлен от центра и к центру шара.

Уравнение (11) является ДУ 1-го порядка с разделенными переменными *t*, *r*, и его общее решение находится простым интегрированием:

$$\pm ct + c_0 = r + \lambda^2 \left[2\gamma M \ln r + 4\pi\gamma \rho_0 \left(R^2 r - \frac{r^3}{9} \right) - \frac{8\pi\gamma \rho_0}{3R} \left(R^3 r - \frac{r^4}{16} \right) \right] + \lambda^4 \left[-\frac{\gamma^2}{r} M^2 + \pi\gamma^2 M \rho_0 \left(7Rr + \frac{10}{3}R^2 \ln r - \frac{14}{3}r^2 + \frac{17}{9}\frac{r^3}{R} - \frac{2}{3}\frac{r^3}{R} \ln \frac{r}{R} \right) \right], \quad r \le R,$$
(12)

где $c_0 = \text{const} - \text{постоянная}$ интегрирования. Для нахождения c_0 решаем задачу Коши, задав следующее начальное условие: точка $r = r_0$ является источником света в момент времени t = 0. Тогда

$$c_{0} = r_{0} + \lambda^{2} \left[2\gamma M \ln r_{0} + 4\pi\gamma \rho_{0} \left(R^{2}r_{0} - \frac{r_{0}^{3}}{9} \right) - \frac{8\pi\gamma\rho_{0}}{3R} \left(R^{3}r_{0} - \frac{r_{0}^{4}}{16} \right) \right] + \lambda^{4} \left[-\frac{\gamma^{2}}{r_{0}}M^{2} + \pi\gamma^{2}M\rho_{0} \left(7Rr_{0} + \frac{10}{3}R^{2}\ln r_{0} - \frac{14}{3}r_{0}^{2} + \frac{17}{9}\frac{r_{0}^{3}}{R} - \frac{2}{3}\frac{r_{0}^{3}}{R}\ln \frac{r_{0}}{R} \right) \right].$$
(13)

Перенеся c_0 в правую сторону равенства (12) и заменив его выражением (13), разделив (13) на *с* и использовав обозначение $\lambda = 1/c$, находим закон радиального движения луча света в ПНП ОТО:

$$\pm t = \frac{r - r_0}{c} + \frac{r_g}{c} \ln \frac{r}{r_0} + \frac{4\pi\gamma\rho_0}{c^3} \left[R^2 (r - r_0) - \frac{1}{9} \left(r^3 - r_0^3 \right) \right] - \frac{8\pi\gamma\rho_0}{3R} \left[R^3 (r - r_0) - \frac{1}{16} \left(r^4 - r_0^4 \right) \right] + \frac{1}{c^5} \left\{ \frac{\gamma^2 M^2}{rr_0} (r - r_0) + \pi\gamma^2 M \rho_0 \left[7R(r - r_0) + \frac{10}{3} R^2 \ln \frac{r}{r_0} - \frac{14}{3} \left(r^2 - r_0^2 \right) + \frac{17}{9R} \left(r^3 - r_0^3 \right) - \frac{2}{3R} \left(r^3 - r_0^3 \right) \ln \frac{r}{r_0} \right] \right\},$$
(14)

где $r_g = 2\gamma M/c^2$ – гравитационный радиус центрального тела.

Если в (14) слева берется знак плюс, то $r \ge r_0$, v > 0, т. е. луч света из точки $r = r_0$ движется от центра. Если же берется знак минус, то $r \le r_0$, v < 0 и луч света движется к центру из источника, находящегося в точке $r = r_0$.

Этап 3). Структура впервые выведенного уравнения движения (14) дает возможность получать численные оценки эффектам задержки электромагнитных сигналов в различных системах (планетарных, галактиках и т. д.), а в общем плане ясно указывает на общую закономерность: для допустимых значений расстояний $r \in (r_g, R)$ при увеличении ρ_0 и R задержка электромагнитного сигнала также увеличивается.

В этой связи рассмотрим ряд частных случаев.

Без учета гравитационного поля среды ($\rho_0 = 0$) получаем простейший случай уравнения движения (14) в ПНП ОТО:

$$\pm t = \frac{r - r_0}{c} + \frac{r_g}{c} \ln \frac{r}{r_0} + \frac{\gamma^2 M^2}{r r_0 c^5} (r - r_0),$$
(15)

определяющий задержку радиолуча в поле Шварцшильда центрального тела. В случае С. с. формулой (15) определяется эффект Шапиро. Группой Шапиро в 1968 г. была осуществлена с Земли локация Меркурия, проходящего за Солнцем, и получена экспериментальная оценка задержки сигнала (см. [10–13]):

$$\Delta t_{\rm Sh}^{\rm M} \approx 2 \cdot 10^{-4} \cdot (0.9 \pm 0.2) \ \text{c.} \tag{16}$$

Учет членов с ρ_0 согласно УД (14) теоретически должен приводить к дополнительной задержке сигнала

$$\Delta t_{\rho_0} = \Delta t_{\rho_{\text{BUJ}}} + \Delta t_{\rho_{\text{T.Cy6}}},\tag{17}$$

где $\Delta t_{\rho_{BHZ}}$ и $\Delta t_{\rho_{T,cy6}}$ соответствуют слагаемым ρ_{BHZ} и $\rho_{T,cy6}$ в (1).

Так как согласно (2) $\rho_{\text{т.суб}} = 24 \rho_{\text{вид}}$, то в соответствии со структурой (14)

$$\Delta t_{\rho_{\mathrm{T.Cy6}}} = 24\Delta t_{\rho_{\mathrm{BHZ}}}, \quad \Delta t_{\rho_0} = 25\Delta t_{\rho_{\mathrm{BHZ}}}.$$
(18)

Для Меркурия при той же его локации, что и при оценке эффекта Шапиро (16), когда принимаем $R = 10^{20}$ см и используем известные значения для входящих в (14) величин π , γ , M, c, r, r_0 (см. рис. 1, на котором изображена схема локации Меркурия с Земли), вычисляем задержку радиолокационного сигнала:

$$\Delta t_{00}^{\rm M} = 8,6 \cdot 10^{15} \rho_0, \tag{19}$$

где ρ_0 следует брать согласно (2), (3), (18), т. е. имеем достаточно размытое ρ_0 :

$$\rho_0 = 25\rho_{\text{вид,мп}} = 25 \cdot (10^{-18} \div 10^{-23}) \, \text{r} \cdot \text{cm}^{-3}. \tag{20}$$

Поэтому теоретическое значение задержки также имеет большую амплитуду изменения:

$$\Delta t_{\rho_0}^M = 1,7 \cdot (10^{-1} \div 10^{-6}) \quad \text{c.}$$
(21)

Отметим, что при оценке величины задержки (19) показана пренебрежимая роль искривления прямолинейной траектории радиолучей в шварцшильдовском поле Солнца. Смещение Земли из положения 3_0 в положение 3_1 (см. рис. 1) удлиняет обратный путь радиолуча от Меркурия до положения 3_1 Земли на $l = 1,04 \cdot 10^5$ см, что увеличивает время отраженного луча в пути на $0,347 \cdot 10^{-5}$ с, которое сравнимо с оценкой (16).

Расширяя область применимости впервые выведенного в данной работе закона (14), обобщающего закон (эффект) Шапиро, отметим, что звезды, образно говоря, «плавают» в межзвездной среде, плотность которой (без скрытой массы)

$$\rho_{_{3B}} \sim (10^{-25} \div 10^{-23}) \text{ r} \cdot \text{cm}^{-3}, \tag{22}$$



Рис. 1. Схема локации планеты Меркурий с Земли, на которой: 3₀ – положение Земли в начальный момент времени *t* = 0; 3₁ – ее положение в момент возврата радиолокационного сигнала на Землю; М – положение Меркурия в момент прихода на его поверхность сигнала с Земли; С – Солнце, в шварцшильдовском поле которого происходит искривление траектории сигнала

Fig. 1. Scheme of the location of the planet Mercury from the Earth, on which: 3_0 – the position of the Earth at the initial moment of time; t = 0; 3_1 – its position at the time of the return of the radar signal to the Earth; M – the position of Mercury at the moment of arrival of a signal from the Earth on its surface; C – The Sun, in the Schwarzschild field of which the signal trajectory is bent

а скопления звезд (галактики) «плавают» в межгалактической среде, которая еще более разряжена по сравнению с межзвездной и ее плотность

$$\rho_{\Gamma a \pi} \sim (10^{-26} \div 10^{-28}) \text{ gcm}^{-3}. \tag{23}$$

Например, в [1, 5–8, 15, 16] приводятся значения этих плотностей, полученные с помощью астрофизических наблюдений, и содержатся экспериментальные данные о массе сверхмассивной черной дыры (СМЧД) в центре Галактики (ЦГ):

$$M_{\rm CMЧД} \approx 4 \cdot 10^6 M_{\odot} \approx 8 \cdot 10^{39} \
m{r},$$
 (24)

и о диаметрах Галактики и других галактик:

 $D_{\Gamma a \pi} = 30\ 000\ пк = 30\ кпк, \quad D_{\Gamma a \pi} = (5 \div 50)\ кпк.$ (25)

Напомним, что 1 пк = 3 · 10^{18} г, масса Солнца $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33}$ г. Отметим также, что вся масса Галактики и масса других галактик имеют значения



Рис. 2. Схема локации звезды с Земли (масштабы не соблюдаются)

Fig. 2. Scheme of the location of the star from the Earth (scales are not respected)

$$M_{\Gamma a\pi} = 2 \cdot 10^{11} M_{\odot}, \quad M_{\Gamma a\pi} = (10^7 \div 10^{12}) M_{\odot}.$$
 (26)

Расстояние Солнца от центра Галактики имеет значение

$$r_{\odot} = 7,5 \ \text{кпк} = 2,25 \cdot 10^{22} \ \text{см.}$$
 (27)

Имея перечисленные экспериментальные данные, можно вычислить, пользуясь формулой (14), оценки временны́х задержек электромагнитных сигналов в Галактике и скоплениях галактик.

Рассмотрим, например, локацию с Земли звезды, находящейся с той же стороны относительно центра Галактики, что и Земля; ЦГ, звезда, Земля располагаются на одной радиальной прямой. Наблюдениями установлено, что балдж-уплотненная часть нашей Галактики практически сферически симметричная и вращается твердотельно [7, § 11.6]. Солнечная система согласно (25) и (27) находится на краю этой части. Поэтому изображенная на рис. 2 схема верна, и для оценки величины задержки радиолокационного сигнала можно использовать закон (14) и принять в (6) $R = 3 \cdot 10^{22}$ см.

Обсуждение закона (14) разделим на три случая.

Первый случай: не учитываем гравитационное поле среды. Тогда имеем из (14) формулу для оценки величины задержки сигнала на пути C₀3в₁C₂ (см. рис. 2):

$$\Delta t_0 = 2 \left[\frac{2\gamma M}{c^3} \ln \frac{r_0}{r} + \frac{\gamma^2 M^2}{c^5 r_0 r} (r_0 - r) \right],$$
(28)

где $M = M_{\rm CM4Д}$ из (26), $r_0 = r_{\odot}$ из (27), $r = r_{_{3B}} = 3 \cdot 10^{13}$ см. Подставив эти величины в (28), найдем

$$\Delta t_0 = 72,54 \text{ c} + 0,78 \text{ c} = 73,32 \text{ c}. \tag{29}$$

Первое слагаемое в (29) дает задержку на уровне λ^3 , а второе – на уровне λ^5 в шварцшильдовском поле СМЧД, расположенной в ЦГ.

В т о р о й с л у ч а й: учет гравитационного поля среды на уровне $\lambda^3 = 1/c^3$ приводит к формуле, получаемой из (14) и дающей оценку задержки сигнала:

$$\Delta_{3} t_{\rho_{0}} = 2\rho_{0} \left\{ \frac{4\pi\gamma}{c^{3}} \left[R^{2}(r_{0}-r) - \frac{1}{9} \left(r_{0}^{3} - r^{3} \right) \right] - \frac{8\pi\gamma}{3Rc^{3}} \left[R^{3}(r_{0}-r) - \frac{1}{16} \left(r_{0}^{4} - r^{4} \right) \right] \right\},$$
(30)

где r_0 и *r* те же, что и в (28), а $R = 3 \cdot 10^{22}$ см. Вычисление Δt_{ρ_0} согласно (30) при указанных параметрах дает следующую оценку:

$$\Delta t_{\rho_0} = 1,83 \cdot 10^{29} \rho_0 \ c, \tag{31}$$

которая зависит от плотности среды. Если будем учитывать только видимую материю, то $\rho_0 = \rho_{\text{вид}} = \rho_{_{3B}}$ из (22) и получаем

$$\Delta_{3} t_{\rho_{0}} = 1,83 \cdot (10^{4} \div 10^{6}) \text{ c.}$$
(32)

Если учитывается еще и темная субстанция, то $\rho_0 = \rho_{Bc} = \rho_{Bud} + \rho_{T,cyb} = 25\rho_{Bud}$ согласно (1) и (2). Принимая во внимание еще и (22), находим, что

$$\Delta_{3} t_{\rho_{\rm Bc}} = \Delta_{3} t_{\rho_{\rm 3B.T.cy6}} = 25 \cdot 1,83 \cdot (10^{4} \div 10^{6}) \ c = 45,75 \cdot (10^{4} \div 10^{6}) \ c.$$
(33)

Наконец, в третьем случае учитываем влияние на задержку сигнала гравитационного поля среды на уровне $\lambda^5 = 1/c^5$, которое представлено частью формулы (14):

$$\Delta_{5} t_{\rho 0} = 2\rho_{0} \frac{\pi \gamma^{2} M}{c^{5}} \bigg[7R(r_{0} - r) + \frac{10}{3}R^{2}\ln\frac{r_{0}}{r} - \frac{14}{3}(r_{0}^{2} - r^{2}) + \frac{17}{9R}(r_{0}^{3} - r^{3}) - \frac{2}{3R}(r_{0}^{3} - r^{3})\ln\frac{r_{0}}{r} \bigg].$$
(34)

Поясняем, что во всех трех случаях (28), (30), (34) впереди стоит коэффициент 2 и всюду проведена замена $r = r_0$ и r/r_0 на $r_0 = r$ и r_0/r в силу того, что расстояния C_03B_1 и $3B_1C_2$ равны и взят знак минус перед *t* в (14), так как сигнал радиолокации из источника $r_0 = r_{\odot}$ движется к ЦГ (см. схему на рис. 2).

Подставив в (34) оговоренные выше значения параметров M, R, r_0, r , вычисляем оценку Δt_{ρ_0} :

$$\Delta_5 t_{\rho_0} = 2,92 \cdot 10^{20} \rho_0. \tag{35}$$

Оценка (35) при $\rho_0 = \rho_{Bc} = 25 \rho_{BHZ} = 25 \rho_{3B}$ имеет следующее значение:

$$\Delta_{5} t_{\rho_{\rm Bc}} = 25 \cdot 2,92 \cdot 10^{20} (10^{-25} \div 10^{-23}) = 73 \cdot (10^{-5} \div 10^{-3}) \text{ c.}$$
(36)

Таким образом, общая задержка Δt сигнала радиолокации звезды в нашей Галактике при учете гравитационных полей видимой среды и темной субстанции определяется в ПНП ОТО следующей суммой:

$$\Delta t = \Delta t_0 + \Delta t_{\rho_{Bc}} + \Delta t_{\rho_{Bc}} = [73, 32 + 45, 75 \cdot (10^4 \div 10^6) + 73 \cdot (10^{-5} \div 10^{-3})] c.$$
(37)

В одну сторону задержка достигает порядка 0,72 г. За это время сигнал в пустоте пройдет расстояние порядка 1,37 · 10¹⁸ см.

В заключение пункта 3) заметим, что превосходство расстояний C_03B_1 и C_23B_1 над C_03B_0 и C_23B_2 ($C_03B_1 > C_03B_0$ и $C_23B_1 > C_23B_0$; см. схему на рис. 2) приводит к дополнительной задержке

сигнала радиолокации звезды в каждом из трех рассмотренных случаев, но эта задержка на несколько порядков меньше вычисленных выше и ею можно пренебречь. Очень малые колебания величины задержки должны происходить в силу движения Земли вокруг Солнца, которыми также можно пренебречь.

Этап 4). Проведенные нами исследования позволяют наметить путь для экспериментально-теоретического определения плотности темной субстанции в планетарных системах, в частности, в Солнечной системе и в нашей Галактике.

Действительно, в С. с. группой Шапиро с помощью радиолокации Меркурия найдена задержка сигнала (16). По теории согласно закону (14) та же локация Меркурия дает величины задержки

$$\Delta t^{M} = \Delta t_{0}^{M} + \Delta t_{\rho_{0}}^{M} = 2 \cdot 10^{-4} + 8.6 \cdot 10^{15} \rho_{0}.$$
(38)

Экспериментально найденное значение задержки сигнала (16) должно совпадать с Δt^{M} из (38), т. е. имеем равенство

$$2 \cdot 10^{-4} (0,9 \pm 0,2) = 2 \cdot 10^{-4} + 8,6 \cdot 10^{15} \rho_0, \tag{39}$$

из которого находим, что

$$\rho_0 = 2,3(-0,7 \div 1,1) \cdot 10^{-20} \ \Gamma \cdot cM^{-3} = (-1,6 \div 2,5) \cdot 10^{-20} \ \Gamma \cdot cM^{-3}.$$
(40)

Интервал значений ρ_0 из (40) пересекается с интервалом для ρ_0 в равенстве (20), в результате чего амплитуда значений ρ_0 существенно уменьшается:

$$\rho_0 = (0 \div 2, 5) \cdot 10^{-20} \ \Gamma \cdot c M^{-3}. \tag{41}$$

Так как приняты равенства (1), (2), то получаем, что в С. с. в среднем

$$\rho_{\text{BUI}} \le 0, 1 \cdot 10^{-20} \text{ } \Gamma \cdot \text{cm}^{-3}, \quad \rho_{\text{T.cy6}} \le 2, 4 \cdot 10^{-20} \text{ } \Gamma \cdot \text{cm}^{-3}.$$
(42)

Отметим, что оценки плотностей (40)–(42) не противоречат оценкам, данным в работах [2–4], и которые получены с помощью экспериментально установленных смещений перигелиев планет Солнечной системы.

Локация звезд в нашей Галактике также позволила бы определить плотность $\rho_{\text{т.суб}}$ темной субстанции в Галактике. Дело за астрофизиками-экспериментаторами, которые должны добыть оценки задержек радиосигналов (лучей света) при локации звезд. Аналогичная ситуация возникает при локации галактик во Вселенной. Теоретическую часть этой сложной проблемы обеспечит закон локации (14).

Согласование экспериментальных результатов (оценок задержек, смещений перигелиев) и теоретических предсказаний на основе теории тяготения Эйнштейна приведет к очередным тестам, доказывающим справедливость в определенных рамках теории относительности.

В заключение заметим, что формулу (14) можно использовать и при отсутствии притягивающего центра (его масса M = 0). Подобные материальные системы существуют, например, в некоторых ассоциациях галактик и шаровых скоплениях звезд (см. [7, 8]).

Список использованных источников

1. Стражев, В. И. К тайнам Вселенной / В. И. Стражев. – Минск: РИВШ, 2006. – 160 с.

2. Лукаш, В. Н. Темная материя: от начальных условий до образования структуры Вселенной / В. Н. Лукаш, Е. В. Михеева // Успехи физ. наук. – 2007. – Т. 177, № 9. – С. 1023–1028. https://doi.org/10.3367/ufnr.0177.200709h.1023

3. Питьев, Н. П. Ограничения на темную материю в Солнечной системе / Н. П. Питьев, Е. В. Питьева // Письма в астрон. журн. – 2013. – Т. 39, № 3. – С. 163–172.

4. Васенин, И. М. О средней плотности материи во Вселенной и темной энергии / И. М. Васенин, В. Л. Гойко // Изв. высш. учеб. заведений. Физика. – 2017. – Т. 60, № 6. – С. 32–36.

5. Мартынов, Д. Я. Курс общей астрофизики / Д. Я. Мартынов. – М.: Наука, 1988. – 616 с.

6. Ипатов, С. И. Миграция небесных тел в Солнечной системе / С. И. Ипатов. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 320 с.

7. Кононович, Э. В. Общий курс астрономии / Э. В. Кононович, В. И. Мороз. – М.: Эдиториал УРСС, 2004. – 544 с. 8. Засов, А. В. Общая астрофизика / А. В. Засов, К. А. Постнов. – Фрязино: Век-2, 2011. – 576 с. 9. Рябушко, А. П. Точки р-либрации в задаче трех тел / А. П. Рябушко, Т. А. Жур // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2021. – Т. 57, № 3. – С. 330–346. https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-3-330-346

10. Зельдович, Я. Б. Теория тяготения и эволюция звезд / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. – М.: Наука, 1971. – 484 с. 11. Shapiro, J. J. Fourth Test of General Relativity / J. J. Shapiro // Phys. Rev. Lett. – 1964. – Vol. 13, № 26. – Р. 789–791. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.789

12. Shapiro, J. J. Fourth Test of General Relativity: Preliminary Results / J. J. Shapiro // Phys. Rev. Lett. – 1968. – Vol. 20, № 22. – P. 1265–1269. https://doi.org/10.1103/physrevlett.20.1265

13. Шапиро, И. И. Радиолокационные наблюдения планет / И. И. Шапиро // Успехи физ. наук. – 1969. – Т. 99, № 2. – С. 319–336. https://doi.org/10.3367/ufnr.0099.196910e.0319

14. Рябушко, А. П. Риманово пространство-время, определяемое неоднородным газопылевым шаром с гравитирующим центром, в общей теории относительности / А. П. Рябушко, Т. А. Жур, И. Т. Неманова // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2005. – № 4. – С. 77–85.

15. Рябушко, А. П. Электромагнитное излучение в космосе / А. П. Рябушко, Т. А. Жур // Математические методы в технике и технологиях: сб. тр. Междунар. науч. конф. – СПб., 2020. – Т. 4. – С. 3–8.

16. Бочкарев, Н. Г. Основы физики межзвездной среды / Н. Г. Бочкарев. – М.: МГУ, 1992. – 392 с.

References

Strazhev V. I. To the Secrets of the Universe. Minsk, National Institute of Higher Education, 2006. 160 p. (in Russian).
 Lukash V. N., Mikheeva E. V. Dark matter: from initial conditions to structure formation in the universe. Uspekhi Fizicheskih Nauk, 2007, vol. 177, no. 9, pp. 1023–1028 (in Russian). https://doi.org/10.3367/ufnr.0177.200709h.1023

3. Pitjev N. P., Pitjeva E. V. Constraints on dark matter in the solar system. Astronomy Letters, 2013, vol. 39, no. 3, pp. 163–172. https://doi.org/10.1134/s1063773713020060

4. Vasenin I. M., Goiko V. L. On the mean density of matter in the universe and dark energy. *Russian Physics Journal*, 2017, vol. 60, no. 6, pp. 958–963. https://doi.org/10.1007/s11182-017-1164-x

5. Martinov D. Y. General Astrophysics Course. Moscow, Nauka Publ., 1988. 616 p. (in Russian).

6. Ipatov S. I. *Migration of Celestial Bodies in the Solar System*. Moscow, Editorial URSS Publ., 2000. 320 p. (in Russian).
7. Kononovich E. V., Moroz V. I. *General Course of Astronomy*. Moscow, Editorial URSS Publ., 2004. 544 p. (in Russian).

8. Zasov A. V., Postnov K. A. General Astrophysics. Fryazino, Vek-2 Publ., 2011. 576 p. (in Russian).

9. Ryabushko A. P., Zhur T. A. ρ-Libration point in the three body problem. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk* Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series, 2021, vol. 57, no. 3, pp. 330–346 (in Russian). https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-3-330-346

10. Zeldovich Y. B., Novikov I. D. Structure and Evolution of the Universe. Moscow, Nauka Publ., 1971. 484 p. (in Russian).

11. Shapiro J. J. Fourth Test of General Relativity. *Physical Review Letters*, 1964, vol. 13, no. 26, pp. 789–791. https://doi. org/10.1103/PhysRevLett.13.789

12. Shapiro J. J. Fourth Test of General Relativity: Preliminary Results. *Physical Review Letters*, 1968, vol. 20, no. 22, pp. 1265–1269. https://doi.org/10.1103/physrevlett.20.1265

13. Shapiro J. J. Radar determinations of planets. Uspekhi Fizicheskih Nauk, 1969, vol. 99, no. 10, pp. 319-336 (in Russian). https://doi.org/10.3367/ufnr.0099.196910e.0319

14. Ryabushko A. P., Zhur T. A., Nemanova I. T. Riemannian space-time, defined by an inhomogeneous gas-dust ball with the gravitational center, in general relativity. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2005, no. 4, pp. 77–85 (in Russian).

15. Ryabushko A. P., Zhur T. A. Electromagnetic radiation in space. *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologi-yakh: sbornik trudov Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii. T. 4* [Mathematical Methods in Engineering and Technology: Proceedings of the International Scientific Conference. Vol. 4]. Saint Petersburg, 2020, pp. 3–8 (in Russian).

16. Bochkarev N. G. Fundamentals of Physics of the Interstellar Environment. Moscow, MSU, 1992. 392 p. (in Russian).

Информация об авторах

Information about the authors

Рябушко Антон Петрович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики, Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 220141, Минск, Республика Беларусь).

Жур Татьяна Антоновна – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики факультета предпринимательства и управления, Белорусский государственный аграрный технический университет (пр. Независимости, 99, 220023, Минск, Республика Беларусь). E-mail: tatyana-zhur@mail.ru Anton P. Ryabushko – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor of the Department of Higher Mathematics, Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220141, Minsk, Republic of Belarus).

Tatyana A. Zhur – Ph. D. (Physics and Mathematics), Associate Professor of the Department of Higher Mathematics of the Faculty of Entrepreneurship and Management, Belarusian State Agrarian Technical University (99, Nezavisimosti Ave., 220023, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: tatyana-zhur@mail.ru