

# Модель социально-экономического расслоения общества на основе агентного подхода с учетом рангового обмена

**Цель исследования** – продемонстрировать возможность адекватного математического моделирования имущественного неравенства в стратифицированном обществе на основе агентного подхода с учетом неэквивалентного (рангового) обмена между агентами, имеющими разный социально-экономический статус. Для достижения указанной цели потребовалось решить следующие задачи:

1. Разработать минимальные критерии адекватности математических социально-экономического неравенства.
2. Обосновать преимущества математических моделей, базирующихся на агентном подходе с использованием рангового обмена.
3. Представить авторский вариант математической модели движения благ в обществе на основе агентного подхода с учетом рангового обмена.
4. Провести проверку авторской математической модели на соответствие минимальным качественным критериям адекватности и построить количественно совпадающее с реальным распределение населения Российской Федерации по доходам.
5. Определить ограничения разработанной авторами математической модели.

**Материалы и методы.** В работе были использованы статистические данные Росстат, ФНС РФ, Всемирного Банка, US Bureau of the Census, Edelman Trust Barometer, а также данные, опубликованные отечественными и зарубежными исследователями неравенства. Эти данные были сопоставлены с результатами расчетов неравенства, полученными с помощью математической модели движения благ в обществе на основе агентного подхода с учетом рангового (неэквивалентного) обмена.

**Результаты.** Определены минимальные критерии, которым должна соответствовать любая адекватная модель расслоения общества: 1. обнаруживает логнормальное с тяжелым хвостом распределение населения по доходам; 2. отражает в долгосрочной исторической ретроспективе тенденцию роста неравенства; 3. демонстрирует краткосрочное сокращение неравенства в периоды социально-экономических кризисов. Предложенная авторами модель этим требованиям соответствует, она демонстрирует не только качественную, но и количественную адекватность – воспроизводит расчетным путем кривую реально существующего распределения российского общества по доходам.

Распространённые концепции неравенства, в частности, теория суперзвезд или *skill-biased technological change* не позволяют добиться подобного результата.

Показаны ограничения созданной математической модели:

- невозможность построения адекватной кривой Лоренца при недостаточных вычислительных мощностях;
- неспособность описывать изменения межстранового неравенства, поскольку страны не являются субъектами рангового обмена, хотя межгосударственные договоренности и оказывают, безусловно, влияние на обмен между экономическими субъектами социального взаимодействия;
- неспособность описывать ситуации абсолютного обнищания, т.е. долгосрочного снижения доходов, хотя в реальной экономике такие ситуации иногда наблюдаются;
- бесконечный рост неравенства во времени, тогда как в действительности экономическим процессам роста неравенства всегда противостоят социальные процессы противодействия этому росту.

**Заключение.** Продемонстрирован механизм самопроизвольного возникновения и роста доходного (имущественного) неравенства как неизбежного следствия рыночных отношений.

Агентный подход с учетом рангового обмена может позволить идентифицировать критические моменты времени, после наступления которых чрезвычайные экономические и социально-политические последствия будут иметь необратимый характер, а также может помочь в изучении влияния индивидуального поведения экономических агентов разных уровней на эволюцию всей экономической, и как следствие социально-политической системы.

Полученные результаты будут полезны для стратегического планирования, при разработке целевых показателей социально-экономического развития регионов и страны в целом, совершенствования методологии расчета ключевых показателей эффективности работы государственных служащих.

**Ключевые слова:** социальная стратификация, неравенство, ранговый обмен, агентный подход, математическое моделирование, социальное прогнозирование, социальное управление.

Viktor A. Kapitanov<sup>1</sup>, Olga S. Osipova<sup>2</sup>, Alexandra U. Maksimova<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Polyus Research Institute of M.F. Stelmakh, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow Russia

<sup>3</sup> Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Donetsk, Russia

# The Model of Socio-Economic Stratification of Society Based on An Agent Approach, Taking Into Account Rank Exchange

**The purpose of the study** is to demonstrate the possibility of adequate mathematical modeling of property inequality in a stratified society based on an agent approach, taking into account the unequal (rank) exchange between agents with different socio-economic status. To achieve this goal, it was necessary to solve the following tasks:

1. To develop minimum criteria for the adequacy of mathematical models of socio-economic inequality.
2. To substantiate the advantages of mathematical models based on an agent approach using rank exchange.
3. To present the author's version of the mathematical model of the

goods' movement in society based on an agent approach, taking into account rank exchange.

4. To check the author's mathematical model for compliance with the minimum qualitative criteria of adequacy and to create a quantitatively coinciding with the real distribution of the country's population of the Russian Federation by income.

5. Determine the limitations of the developed mathematical model by the authors.

**Materials and methods.** The paper used statistical data from Rosstat, the Federal Tax Service of the Russian Federation, the World Bank, the US Bureau of the Census, the Edelman Trust Barometer, as well as data published by domestic and foreign researchers of inequality. These data were compared with the results of inequality calculations obtained using the mathematical model of the goods' movement in society based on an agent approach, taking into account rank (non-equivalent) exchange.

**Results.** The minimum criteria that any adequate model of stratification of society must meet are defined: 1. reveals a lognormal distribution of the population by income with a heavy tail; 2. reflects in long-term historical retrospect the trend of inequality growth; 3. demonstrates a short-term reduction of inequality during periods of socio-economic crises.

The proposed model meets these requirements, it demonstrates not only qualitative, but also quantitative adequacy – reproduces by calculation the curve of the actual distribution of Russian society by income.

Common concepts of inequality, in particular, the theory of superstars or skill-based technological change do not allow achieving such a result. The limitations of the created mathematical model are shown:

– the impossibility of creating an adequate Lorentz curve with insufficient computing power;

– inability to describe changes in cross-country inequality, since countries are not subjects of rank exchange, although interstate agreements certainly have an impact on the exchange between economic subjects of social interaction;

– inability to describe situations of absolute poverty, i.e. long-term decline in income, although in the real economy such situations are sometimes observed;

– the endless growth of inequality over time, whereas in reality economic processes of inequality growth are always opposed by social processes of counteraction to this growth.

**Conclusion.** The mechanism of spontaneous emergence and growth of income (property) inequality as an inevitable consequence of market relations is demonstrated.

The agent-based approach, taking into account the rank exchange, can allow identifying critical moments in time, after which extraordinary economic and socio-political consequences will have an irreversible character, and can also help in studying the influence of individual behavior of economic agents of different levels on the evolution of the entire economic, and as a consequence, socio-political system.

The results obtained will be useful for strategic planning, when developing target indexes for the socio-economic development of regions and the country as a whole, and improving the methodology for calculating key performance indexes for civil servants.

**Keywords:** social stratification, inequality, rank exchange, agent approach, mathematical modeling, social forecasting, social management.

## Введение

Актуальность темы неравенства (межстранового и внутри отдельных стран) усиливается. С одной стороны, в современном мире ужесточается межстрановая борьба за ресурсы и их распределение. С другой стороны, в условиях приближающейся мировой рецессии возрастает социальное напряжение внутри стран, сопровождающееся часто массовыми беспорядками. Вопросы социально-экономического и, как его первопричины, имущественного неравенства выходят на передний план. Без понимания механизма формирования имущественного неравенства невозможно понять, а тем более прогнозировать динамику социально-экономического неравенства, разработать стратегические программы социально-экономического развития.

*Научная проблема.* Дискуссии о причинах появления и усиления неравенства продолжаются на протяжении многих столетий. С древних времен общество сталкивается с по-

пытками сокрытия истинных причин появления и развития неравенства. Этому немало поспособствовало средневековое богословие, исходившее из того, что каждое явление должно иметь свою первопричину, упорядоченная структура не может сама собой возникнуть из хаоса. Подходя с такими мерками к феномену неравенства, к наблюдаемым в обществе упорядоченным иерархическим структурам, люди прошлого обречены были прийти к выводу: эти упорядоченные структуры не могли возникнуть сами собой и иметь своей причиной самих себя, а значит неравенство имеет не естественную, а сверхъестественную природу, богатство и власть аристократов объясняется их сверхъестественными способностями либо действием сверхъестественных сил, либо тем и другим одновременно [1].

Современная социально-экономическая мысль недалеко ушла от подобных представлений: только в современных реалиях происходит абсолютизация не «сверхъестественного

начала», а сверхъестественных способностей отдельных выдающихся личностей. В последние десятилетия наиболее обсуждаемыми в научном сообществе стали такие концепции, определяющие причины неравенства, как теории суперзвезд [2] и skill-biased technological change [3]. Р.И. Капелюшников отмечал в 2016 году: «Наверное, наибольшим авторитетом среди современных экономистов пользуется объяснение (*причин неравенства – авт.*), апеллирующее к идее технологического прогресса, смещенного в пользу высококвалифицированной рабочей силы (skill-biased technological change)» [4].

Развивая идеи С. Кузнеца [5] применительно к новым реалиям, причину имущественного перераспределения и изменения структуры неравенства авторы этих теорий видят в технологическом прогрессе, повышающем статус социальных акторов, относимых к высококвалифицированной рабочей силе. Авторы этих популярных на Западе концепций неравенства, не-

смотря на наличие в их работах развитого аппарата, не создали математических моделей, адекватно отражающих динамику статистических данных о распределении благ в краткосрочной и долгосрочной ретроспективе.

Безусловно, профессионально-квалификационный фактор необходимо учитывать при изучении причин современного социально-экономического расслоения, но при этом, полностью разделяя мнение марксистов, считаем, что основополагающей причиной социально-экономического неравенства, в том числе и в современном мире, является имущественное неравенство, обусловленное конкретными механизмами распределения создаваемых обществом благ.

К. Маркс [6] четко описал принципы первоначального накопления капитала, паттерны поведения экономических агентов на этапе становления капиталистического рыночного хозяйства, когда только происходило формирование новой стратификационной структуры. Задачу понимания механизма формирования и воспроизведения имущественного неравенства в современном рыночном обществе с учетом достигнутого социально-экономического положения субъектов экономических отношений авторы и сегодня считают основополагающей.

Поскольку до настоящего времени никому не удалось создать матмодель социально-экономического расслоения общества на основе динамики движения благ в обществе с учетом положения социальных акторов в стратификационной системе современного общества, адекватную реальным закономерностям социально-экономического неравенства в условиях развитых товарно-денежных отношений современного этапа развития капиталистической формации, авторами была поставле-

на задача разработать модель социально-экономического расслоения общества с учетом последних достижений в области экономических, социологических наук и математического моделирования.

*Особенность работы:* работа носит междисциплинарный характер, объединяет усилия ученых точных математических и социально-гуманитарных наук.

Междисциплинарный подход к решению данной задачи обусловлен необходимостью преодоления знакового недостатка многих современных математических моделей, которые грешат значительной оторванностью от реальности. «Зачастую, — отмечает в своем интервью Сергей Цыплаков, профессор бизнес-школы Мур из Университета Южной Каролины, — теоретики погружены в свои модели и не поднимают голову, не смотрят, что на самом деле происходит в мире. Их мало волнует, описывает эта модель какую-то реальность или нет. В экономике и финансах ученые зачастую отдают предпочтение красивым формулам и доказательствам, что, безусловно, помогает в публикации статей, но при этом такой подход часто создает разрыв между моделями и реальностью»<sup>1</sup>.

Именно взаимодействие ученых точных и гуманитарных наук позволило поставить амбициозную цель и достичь её: не только разработать модель социально-экономического расслоения общества на основе агентного подхода с учетом рангового обмена, но и с помощью анализа значительного массива исторической статистики выделить критерии адекватности таких моделей и доказать адекватность результатов расчетов с помощью

предложенной модели реальным количественным данным о расслоении современного российского общества.

Для достижения поставленной цели потребовалось решить следующие задачи:

1. Разработать минимальные критерии адекватности матмоделей социально-экономического неравенства.

2. Обосновать преимущества матмоделей, базирующихся на агентном подходе с использованием рангового обмена.

3. Представить авторский вариант матмодели движения благ в обществе на основе агентного подхода с учетом рангового обмена.

4. Провести проверку авторской матмодели на соответствие минимальным качественным критериям адекватности и построить количественно совпадающее с реальным распределение населения Российской Федерации по доходам.

5. Определить ограничения разработанной матмодели.

Решение проблемы стало возможно на основе: 1. Достижений современных социально-гуманитарных и экономических наук; 2. значительной работы, проделанной зарубежными и отечественными учеными по изучению вопросов социального неравенства и особенно статистических коллизий имущественного неравенства; 3. введения в научный оборот значительного массива новых статистических данных; 4. увеличения доступности усовершенствованных программ обработки статистических данных.

#### **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ 1. Разработать минимальные критерии адекватности матмоделей социально-экономического неравенства.**

*Критерии адекватности матмодели социально-экономического расслоения общества: доказательная база*

<sup>1</sup> «Конференции являются публичным толчком для важных исследований». 27 октября 2022 г. <https://icef.hse.ru/news/789681415.html>



Прежде чем нами будет изложена статистическая модель социально-экономического неравенства на основе агентного подхода и в последующем проведена оценка ее адекватности, приведем краткие доказательства ключевых критериев расслоения общества, на основе которых любая модель, по мнению авторов, может быть проверена на степень ее адекватности. Под адекватностью (от лат. *adaequatus* — приравненный) модели понимаем соответствие модели моделируемому объекту (оригиналу) или процессу, совпадение свойств (функций/параметров/характеристик и т.п.) модели и соответствующих свойств моделируемого объекта. Если математическая модель соответствует индикаторным особенностям (критериям/допущениям) исследуемого процесса, то модель можно считать адекватной реальности.

Согласно результатам ранее проведенных нами исследований, учитывающих итоги научных разработок отечественных и зарубежных ученых, были выделены три специфические и априори неочевидные критерия, присущие процессу социально-экономического расслоения общества, которые, по мнению авторов, могут считаться критериями адекватности матмодели социально-экономического расслоения общества.

### 1.1. Логнормальное с тяжелым хвостом распределение населения по доходам

Распределение населения по доходам можно описать логнормальной функцией с т.н. «тяжелым хвостом», когда пик распределения смещен настолько сильно влево, что практически сливается с осью ординат [7]. Указанная особенность распределения позволяет аппроксимировать его кривыми, более простыми, чем логарифмически нормальная: экспоненциальной или (с несколько большей погрешно-

стью) степенной [8]. Поэтому адекватной можно называть модель расслоения общества, если она позволяет получить расчетным путем любое из трех перечисленных распределений населения по доходам — логнормальное, экспоненциальное или степенное. При этом обращаем внимание на то, что только логнормальное распределение наиболее соответствует реальным данным.

### 1.2. Долгосрочная историческая тенденция роста социально-экономического неравенства

На протяжении истории человечества наблюдалась тенденция укрупнения финансового и промышленного капитала и рост имущественного неравенства. В начале прошлого столетия С. Кузнец обосновал тезис о том, что по мере развития капитализма неравенство сначала растёт, а затем в период вступления стран в эпоху модернизации самопроизвольно снижается [5]. Тенденция долгосрочного снижения неравенства действительно наблюдалась в развитых странах Запада с начала и до второй половины XX в. Однако полувековой тренд был сломлен, начиная с 60-х годов XX столетия неравенство продолжило свой рост. Огромный объём данных, подтверждающих тезис о долгосрочном росте неравенства в развитых странах Запада с 70...80 гг. прошлого века, приводит Т. Пикетти [9] в труде «Капитал в XXI веке».

Несмотря на повышающийся уровень жизни, обусловленный новыми волнами технической модернизации, имущественная дифференциация разных социальных слоев общества только усилилась.

Данные Всемирного Банка о значениях индекса Джини<sup>2</sup>

<sup>2</sup> Gini index (World Bank estimate). <https://data.worldbank.org/indicator/SI.POV.GINI>

для стран мира за последние десятилетия позволяют проверить, насколько тезис о долгосрочном росте неравенства справедлив для стран мира в целом. Для анализа возьмем только первое и последнее значения индекса Джини за период наблюдения в каждой из стран. Будем считать, что неравенство имеет тенденцию к долгосрочному росту, если последнее известное значение индекса Джини в конкретной стране выше, чем первое известное значение. При таком подходе мы получим следующий результат — в 61 стране наблюдается рост неравенства, в 89 странах — падение, о неравенстве в остальных странах у Всемирного Банка нет данных. Логично следует вывод, что долгосрочный рост неравенства в рыночной экономике скорее исключение, чем правило — ведь он наблюдается только в 41% стран. Однако не следует забывать, что страны мира не равны друг другу по населению и имеют разный экономический потенциал. Учтя эти факторы<sup>3</sup>, мы получим, что 67% людей мира живут в странах с растущим неравенством и 72% ВВП мира производится в странах с растущим неравенством<sup>4</sup>. На основании этих цифр можно утверждать, что рост неравенства в рыночной экономике — скорее правило, чем исключение. Однако и эти рассчитанные нами проценты представляются заниженными, поскольку снижение индекса Джини вовсе не обязательно означает сокращение разрыва между богатыми и бедными.

Этот значимый для нашего исследования феномен был

<sup>3</sup> GDP (current US\$) <https://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.MKTP.CD> Population, total. <https://data.worldbank.org/indicator/SP.POP.TOTL>

<sup>4</sup> В базу данных вошли только страны с рыночным типом экономики, данные по Кубе и КНДР Всемирным Банком в статистическую базу не включены.

отмечен китайскими специалистами в области социально-экономических исследований [10] и, несколько позже, но независимо от них – российскими учёными [11]. Рост неравенства в Российской Федерации при сокращении индекса Джини (а также децильного коэффициента фондов) объясняется коллективом российских исследователей следующим образом: «...некоторое снижение неравенства в масштабах общества, фиксируемое статистикой в период после 2007 г., скрывает за собой два принципиально разных процесса. С одной стороны, происходит уменьшение численности наиболее благополучных ‘рядовых’ россиян, чьи доходы превышают 2 медианы. С другой же стороны, нарастает отрыв в доходах верхних 2-3% населения, не попадающих в массовые опросы населения, от основной его массы» [11]. Далее этот тезис уточняется: «При этом динамика показателей доходного неравенства за период с конца 1980-х гг. по настоящее время свидетельствует о чудовищных темпах роста отрыва доходов не только верхнего 1%, но и особенно 0,1, 0,01 и 0,001%, от доходов остальных россиян».

Ученые отмечают, что значительную трудность при анализе имущественной дифференциации [11] представляет недостаточность данных – богатейшие слои населения не склонны афишировать свои доходы, последние не учитываются в полном объеме статистическими службами и их владельцы не попадают в число респондентов социологических опросов. Однако индекс Джини очень чувствителен к полноте данных именно о богатейших слоях населения и при недостаточности таких данных использование этого критерия нецелесообразно, оно приводит к заниженной оценке неравенства [12]. В частности, в работе

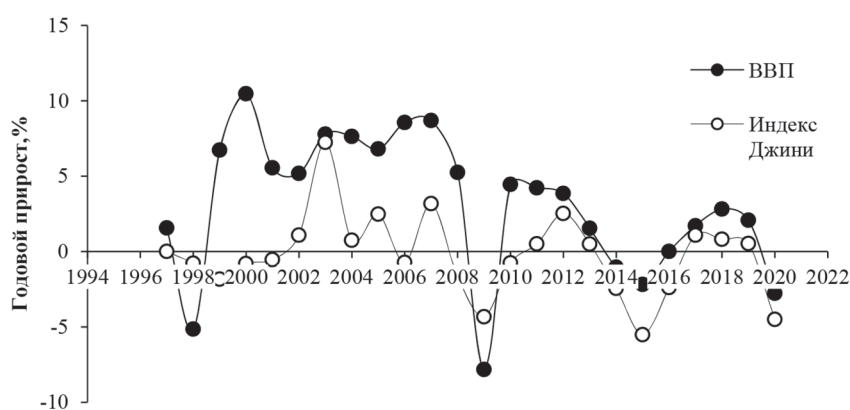


Рис. 1. Временное снижение индекса Джини при кризисах в РФ (начало кризисов – 1998, 2008, 2014, 2020 гг.). Рассчитано авторами по данным Всемирного Банка

Fig. 1. Temporary decrease in the Gini index during crises in the Russian Federation (beginning of crises - 1998, 2008, 2014, 2020). Calculated by the authors according to the World Bank data

«Совершенствование системы социального управления и прогнозирования посредством устранения ряда статистических коллизий» авторами был проведен комплексный анализ данных Росстата, Форбс и федеральной налоговой службы, что позволило статистически обосновать, что при улучшении учёта доходов богатейших слоёв общества индекс Джини существенно увеличивается в Российской Федерации по сравнению с официальными данными [7].

На основании сказанного можно однозначно утверждать, что проведенный выше анализ данных Всемирного Банка о долгосрочной динамике неравенства в различных странах мира, показывает, что в рыночной экономике долгосрочный рост неравенства – преобладающая тенденция: более 67% населения Земли живёт в условиях растущего неравенства и более 72% ВВП Земли производится в странах с растущим неравенством.

### 1.3. Краткосрочные сокращения неравенства в условиях экономических кризисов

В краткосрочной перспективе неравенство может сокращаться, несмотря на его рост в долгосрочной перспективе.

Это наблюдается во время экономических кризисов начиная с активного развития статистики в эпоху Нового Времени. К примеру, во время бурного экономического роста Аугсбурга индекс Джини вырос в этом городе с 0,675 в 1498 г до 0,890 в 1604 г, но Тридцатилетняя война сократила индекс Джини до 0,730 [13].

О том же эффекте свидетельствуют статистические данные современной истории России (рис. 1)<sup>5,6</sup>.

В России кризисы 1998, 2008, 2014 и 2020 привели к снижению неравенства – годовой прирост индекса Джини стал отрицательным.

Для правильной интерпретации этих данных необходимо ответить на вопрос: в течение какого промежутка времени экономический кризис может вызывать падение неравенства? Очевидно, что этот период не может быть ни нулевым, ни бесконечным. Воспользуемся для ответа на этот вопрос данными рис. 1. После кризиса 2008 г падение неравенства продолжалось 3 года (2008-2009, 2009-2010, 2010-2011 гг.), после кризиса 2014 г. – 3 года

<sup>5</sup> GDP per capita growth (annual %). <https://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.PCAP.KD.ZG>

<sup>6</sup> Gini index. <https://data.worldbank.org/indicator/SI.POV.GINI>

(2014–2015, 2015–2016, 2016–2017 гг.). Будем полагать, что такие пределы длительности периода падения неравенства — до 3 лет — характерны для экономических кризисов вообще, а не только в России и что кризис может привести к падению неравенства не сразу, а с некоторой задержкой. Колебания неравенства могут запаздывать относительно колебаний ВВП, что связано как с инерционностью и трудоёмкостью процесса сбора данных о неравенстве, так и с инерционностью экономической структуры общества, перестраивающейся при кризисах.

Для усиления обоснованности полученного вывода рассмотрим данные Всемирного Банка об уровне неравенства<sup>5</sup> (значении индекса Джини) и годовом приросте ВВП<sup>8</sup> (отрицательный прирост ВВП означает экономический кризис) в различных странах мира. Всего удалось детектировать 138 случаев, когда одновременно наблюдался и экономический кризис и имелись данные об уровне неравенства (самих кризисов, очевидно, в рассмотренный период было менее 138, но большинство из них влияло более чем на одну страну). Результаты анализа динамики неравенства в течение периода от 1 года до 3 лет после каждого из 138 детектированных случаев, показали, что непосредственно в год начала кризиса сокращение индекса Джини наблюдалось в 70 случаях (51,5%), непосредственно в год начала кризиса или сразу в следующий за ним год — в 108 случаях (79,4%), непосредственно в год начала кризиса или в следующие за ним два года — в 125 случаях (91,9%). Таким образом, сокращение неравенства при кризисах является реальным феноменом, характерным для рыночной экономики и матмодели могут считаться адекватными только в том случае, если воспроизводят этот феномен в результатах

расчетов, а также учитывают логнормальный характер распределения населения по доходам и в целом тенденциальный рост неравенства.

*Вывод: матмодель социально-экономического расслоения общества может считаться адекватной, если она соответствует трем основным критериям: обнаруживает логнормальное с тяжелым хвостом распределение населения по доходам, в долгосрочной исторической ретроспективе отражает тенденцию роста неравенства, демонстрирует краткосрочное сокращение неравенства в периоды социально-экономических кризисов.*

## **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ 2. Обосновать преимущества матмоделей, базирующихся на агентном подходе с использованием рангового обмена**

*Понятие о ранговом обмене и его роли в осмыслении социально-экономического неравенства*

### **2.1. Агентный подход, его необходимость и познавательное значение**

Рыночная экономика предполагает свободный обмен товарами и услугами в условиях конкуренции и свободы выбора. Агентный подход [14] представляет общество как набор экономических агентов, взаимодействующих по заданным алгоритмам, и потому он позволяет количественно вычислить имущественное расслоение. Агентный подход позволяет включить в научный анализ поведение децентрализованных агентов и понять, как такое поведение определяет поведение всей экономической системы в целом. Рыночная экономика состоит из динамически взаимодействующих по определённым правилам агентов.

Познавательное значение агентного подхода важно по следующим причинам:

1) если заложенные в матмодели паттерны взаимодействия агентов позволяют рассчитать реально наблюдаемые зависимости, то и в реальном обществе подобные паттерны взаимодействий присутствуют;

2) вне агентного подхода, не приписывая экономическим агентам тех или иных паттернов поведения, построить распределение членов общества по доходам едва ли возможно.

В 2000 г. на основе агентного подхода Adrian Drăgulescu и Victor M. Yakovenko в экономико-физической работе «Statistical mechanics of money» экономическое взаимодействие между агентами рассматривали как физическое взаимодействие между частицами, количество денег у агента при таком подходе является аналогом температуры [15]. Авторами были смоделированы несколько разных законов взаимодействий, но все они сводились только к взаимодействию «loos-win», к безвозмездной передаче денег от looser'a к winner'у. Не до конца понятно, чем в реальности мог бы быть вызван подобный паттерн поведения агентов в отсутствие неэкономического принуждения к сделке. В результате расчётов авторами было получено качественно близкое к реальному (экспоненциальное) распределение агентов по уровню имущества, причём одинаковое для всех рассмотренных механизмов взаимодействия. Социальный статус экономических агентов при этом ни в одном из законов взаимодействия авторы не учитывали, в результате неравенство получилось весьма неглубоким. Богатейший агент имел лишь в 6 раз больше денег, чем средний агент социально-экономического взаимодействия [15] тогда как в реальности это соотношение на несколько порядков выше.

Более углублённое изучение неравенства в рамках данного методологического подхода было невозможно —



авторы рассчитывали конечное, стационарное расслоение общества, принимая т.н. адиабатическое приближение, т.е. считая количество денег в экономике постоянным. Сама по себе возможность существования конечного, неизменного расслоения общества вызывает, безусловно, сомнения — ведь даже в условиях практически отсутствующего экономического роста, характерного для древности [16], не наблюдалось никакого «стационарного» неравенства, наоборот, наблюдался его рост, с которым правителям древности приходилось целенаправленно бороться [17, 18].

Не учитывалось авторами и то, что паттерны поведения экономических агентов в значительной степени определяются их социально-экономическим статусом, совокупностью исполняемых социальных ролей, процессом социализации, де- и ресоциализацией [19], в которую они включены в процессе своей жизни. Это ни в коей мере не умаляет значение указанной работы, подобная ситуация, когда первопроходцы в новой научной области сами загоняют себя в тупик, не редко встречается в истории науки. Достаточно вспомнить абсолютизацию Гегелем прусской монархии как вершины диалектического развития, или противоречие между статикой и идеями прогрессивного развития у О. Конта.

Базирующаяся на агентном подходе матмодель неравенства, была представлена также в работе Victor Romanov, Dmitry Yakovlev и Anna Lelchuk [20]. В результате расчётов распределение агентов по уровню богатства осциллирует с периодом 12 лет, причём характер распределения изменяется в следующей последовательности: равномерный — нормальный — гамма-распределение — нормальный — равномерный. Совершенно очевидно, что в реальной экономике ниче-

го подобного не наблюдается — распределение агентов по уровню богатства (что бы ни подразумевать под агентами — фирмы или отдельных людей) никогда не бывает ни нормальным, ни тем более равномерным.

*Таким образом, первые матмодели на основе агентного подхода имели значительные ограничения, не отражали адекватно реальность, показывали ограниченность метода.*

## 2.2. Агентный подход с учетом рангового обмена: сущностные характеристики

Важнейший вопрос современных исследований: какие экономические взаимодействия между агентами следует заложить в модель, объясняющую социально-экономическое неравенство. В настоящее время наиболее познавательно верным, на наш взгляд, является метод взаимодействия экономических агентов, называемый ранговым обменом.

Термин «ранговый обмен» был введен в 1998 г. В. Гидуляновым [21]. Автор дал следующее представление об этом явлении: «Допустим, что «рыночная стоимость» складывается в результате взаимодействия участников рынка, механизм спроса и предложения которого действительно способен идеальным способом определять «истинную ценность» предлагаемых к обмену товаров. Но, с другой стороны, предположим, что реальный обмен определяется не только этой «истинной ценностью», но и *разностью в положении*, которое занимают *на рынке* участники обмена, *разностью в их рангах*. Допустим, что при этом эквивалентность обмена нарушается в пользу более сильного, то есть в пользу того, кто имеет более высокий ранг. Мы получаем двухфакторную модель рыночного обмена. Первый — это фактор «совершенной конкуренции»,

содействующий, как и положено в рамках рыночной теории, установлению равновесной цены. *Второй — фактор рангового обмена, сдвигающий точку равновесия в сторону более сильного.»*

## 2.3 Агентный подход с учетом рангового обмена как метод математического моделирования динамики неравенства: первые практики применения

Авторы математической модели Hunter A. Vallejos, James J. Nutaro и Kalyan S. Perumalla [22] исходили из того, что «богатство позволяет человеку получить больше богатства». С математической точки зрения это означало, что вероятность получения агентом каждой новой единицы богатства в указанной матмодели была прямо пропорциональна величине, названной авторами «силой богатства» (wealth power) и равной ранее накопленному богатству агента в степени  $\beta$ . Поскольку последняя величина (использовавшаяся авторами как настроечный коэффициент) была всегда больше нуля, это и приводило к реализации принципа «богатство позволяет человеку получить больше богатства». Благодаря учёту рангового обмена авторами был рассчитан близкий к реальному закон распределения агентов по уровню богатства — экспоненциальный — а также сделан вывод о монотонном росте неравенства в будущем — по результатам их расчётов в 2088 г. 0,01% населения США будут владеть более 70% общего богатства. Подобного рода прогнозы, предсказывающие катастрофический рост неравенства в будущем, сейчас весьма распространены [23].

В другой работе [24], основанной на ранговом подходе, авторы P. L. Krapivsky и S. Redner смоделировали т.н. «жадные» (greedy) транзакции, при которых от обмена

выигрывал только более богатый агент. Ими были получены расчетным путём степенные распределения агентов по уровню богатства. В действительности закон распределения населения по уровню богатства логнормальный, но при глубоком расслоении общества для некоторых оценок можно пренебречь левой (восходящей) ветвью логнормального распределения и с достаточной точностью считать его экспоненциальным или (с несколько большей погрешностью) степенным [8]. Поэтому результаты расчётов, полученные в двух последних рассмотренных работах, представляются адекватными реальности.

Итак, только матмодель неравенства, основанная на агентном подходе и на учёте принципа «богатство позволяет человеку получить больше богатства» — неважно, как называют авторы этот принцип: ранговый обмен, эффект Матфея, сила богатства или жадные транзакции — позволяет получить адекватные реальности результаты расчёта, игнорирование же этого принципа ведёт к получению неадекватных результатов.

*Вывод: Сравнительный анализ математических моделей, базирующихся на агентном подходе с использованием рангового обмена и без такового позволяет утверждать: игнорирование в матмоделях агентного подхода с учетом рангового обмена гарантированно приводит к получению заведомо неадекватных результатов расчета.*

### **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ 3. Представить авторский вариант матмодели движения благ в обществе на основе агентного подхода с учетом рангового обмена**

*Научная рефлексия по поводу матмодели динамики имущественного неравенства на основе агентного подхода с учетом рангового обмена*

3.1. Первый авторский вариант матмодели имущественного расслоения, базирующейся на агентном подходе с использованием рангового обмена (M-1)

В 2014 году Капитановым В.А. и Ивановой А.А. [25] была построена математическая модель, в основу которой были положены следующие принципы:

— при взаимодействии двух агентов образуется общий излишек (прибыль), игра идёт с ненулевой суммой;

— образовавшаяся прибыль равна произведению капитала на норму прибыли, в качестве капитала принимается количество имущества богатейшего агента в паре;

— какую-либо часть этой прибыли получит каждый из двух агентов, все сделки только win-win;

— прибыль делится между игроками пропорционально количеству их имущества в соответствии с ключевым положением рангового обмена.

Микроэкономический смысл этих принципов совершенно очевиден: люди добровольно вступают в сделки, потому что им это выгодно — вместе они получают больше, чем порознь. Однако никакой «справедливой», «равновесной», «средне-рыночной» и т.п. цены любого товара (услуги), которым обмениваются люди, просто не существует: каждый человек стремится дороже продать и дешевле купить, каждый стремится «продать» своего контрагента и выдать из него приятную для себя цену — и чем больше у человека ресурсов по сравнению с контрагентом, тем больше у него возможностей повлиять на цену. Но даже бесконечное имущество агента не позволяет ему в данной модели навязать партнёру бесконечно большую (малую) цену покупки (продажи) — напомним, что практикуются только сделки win-win, что пропорционально имуществу назна-

чается не цена, а доля общего излишка. Например, контрагент можно заставить продать свой товар почти по себестоимости, но нельзя ниже себестоимости — это будет сделкой win-lose.

В матмодели были приняты следующие допущения. Начальное распределение имущества  $R_i^0$  по  $n$  агентам — равномерно распределенная на отрезке  $[0, 1]$  случайная величина. Далее каждый агент на каждом шаге расчёта вступает во взаимодействие с другим агентом по следующим правилам:  $i$ -у агенту на  $k$ -м цикле расчета назначается партнер —  $j$ -й член того же общества из  $n$  агентов, причем  $i \neq j$ . Взаимодействие агентов происходит в порядке очереди — рано или поздно каждый вступит во взаимодействие с каждым. Ни один агент не имеет возможности на одном цикле расчета дважды вступить во взаимодействие — это гарантирует от получения агентом дополнительных преимуществ, не сводящихся к обладанию большими ресурсами. Количество агентов  $n$  задаётся чётным.

Из двух взаимодействующих агентов обладающий большим имуществом считается ведущим партнером, а обладающий меньшим — ведомым. В реальности это может означать, что ведущий партнер — капиталист, а ведомый — наёмный рабочий или ведущий партнёр — крупная фирма, а ведомый — мелкая фирма или ведущий партнер — банк, а ведомый — вкладчик и т.п.

Пусть  $R_i^k > R_j^k$ , тогда  $R_i^k$  считается капиталом ведущего ( $i$ -го) партнера, на который будет получена прибыль, прямо пропорциональную размеру капитала, т.е.  $\mu R_i^k$ . Норма прибыли на капитал  $\mu$  принимается равной во всех взаимодействиях, т.е. постулируется отсутствие барьеров для перетока капитала, вследствие которого только и возможно установление одинаковой нормы прибыли.



Полученная в результате взаимодействия прибыль распределяется между агентами пропорционально их имуществу. Коэффициент этой пропорциональности для каждого из взаимодействующих агентов равен отношению имущества данного агента к сумме имуществ агентов  $R_i^k + R_j^k$ . Для ведомого ( $j$ -го) агента коэффициент пропорциональности равен  $\frac{R_j^k}{R_i^k + R_j^k}$  для ведущего

( $i$ -го) он равен  $\frac{R_i^k}{R_i^k + R_j^k}$ . Очевидно, что сумма коэффициентов пропорциональности равна единице – это означает, что вся прибыль будет поделена полностью и только между этими двумя агентами.

Ведомый агент получает доход  $\mu \frac{R_i^k \cdot R_j^k}{R_i^k + R_j^k}$ , равный произведению прибыли  $\mu R_i^k$  и коэффициента пропорциональности  $\frac{R_j^k}{R_i^k + R_j^k}$ .

Ведущий агент получает доход в виде прибыли за вычетом дохода, доставшегося ведомому  $\mu R_i^k - \mu \frac{R_i^k \cdot R_j^k}{R_i^k + R_j^k}$ . На  $k + 1$ -м цикле имущество взаимодействующих агентов возрастет следующим образом:

$$R_i^{k+1} = R_i^k + \mu R_i^k - \mu \frac{R_i^k \cdot R_j^k}{R_i^k + R_j^k} \quad (1)$$

$$R_j^{k+1} = R_j^k + \mu \frac{R_i^k \cdot R_j^k}{R_i^k + R_j^k} \quad (2)$$

Доходы взаимодействующих агентов на  $k + 1$ -м цикле расчета будут равны:

$$I_i^{k+1} = \mu R_i^k - \mu \frac{R_i^k \cdot R_j^k}{R_i^k + R_j^k} \quad (3)$$

$$I_j^{k+1} = \mu \frac{R_i^k \cdot R_j^k}{R_i^k + R_j^k} \quad (4)$$

Т.о. представленная модель позволяет рассчитать как доходное, так и имущественное неравенство. Ниже будут рассматриваться расчетные и эмпирические данные только по доходному неравенству.

Недостатком матмодели является постоянный рост имущества и доходов абсолютно всех членов общества, включая беднейших – это прямо следует из уравнений (1–4), в которых наличествуют только доходы, но не расходы. Вследствие этого недостатка доход даже беднейшего члена моделируемого общества в ходе моделирования рангового обмена вырастал на 10 и более порядков – очевидно, что в реальности такого роста благосостояния беднейших членов общества не достигнуто даже за всё время существования человеческой цивилизации. Например, рост душевого ВВП в среднем по Европе [16; 26] с 1000 г. по 1870 г. составил по разным оценкам от 2 до 4 крат, рост же с 1870 г. по настоящее время измеряется десятками крат, но не десятками порядков. Душевой ВВП в Англии с 1272 г. по 2015 г. вырос в 36 раз<sup>7</sup>, но не в десятки миллиардов раз.

Более того, большая часть прироста ВВП всегда присваивается богатейшими слоями общества (собственно, это и означает рост неравенства), потому скорость роста благосостояния среднего члена общества (а тем более беднейшего члена общества) априори меньше, чем скорость роста ВВП.

Т.о., в описанной матмодели наблюдался заведомо невозможный рост доходов, а потому она нуждалась в корректировке, заключающейся в учёте не только доходов, но и расходов.

### 3.2. Критическая оценка первого варианта авторской матмодели (М-2) на основе статистического анализа данных о распределении населения по расходам

Несомненно, разные слои общества могут позволить себе не одинаковые расходы и учёт

этих различий чрезвычайно сложен. Однако для повышения адекватности матмодели в целях совершенствования прогнозирования социально-экономических, и как следствие политических процессов, мы обязаны учитывать не только доходы, но и расходы агентов взаимодействия.

Можно с большой долей вероятности предположить: беднейшие социальные слои общества имеют расходы, равные доходам, что не позволяет им делать какие-либо сбережения, которые впоследствии можно было бы использовать для повышения своего «ранга», переговорной силы на рынке труда, позиции в ранговом обмене. Количество таких людей статистически заметно, к примеру, в 2018 г. в России 0,9% домохозяйств не хватало денег на еду<sup>8</sup>.

На противоположной стороне спектра ранжирования доходов находятся миллиардеры. По приведенным в статье В.А. Капитанова, А.Ю. Максимовой и О.С. Осиповой данным Федеральной Налоговой Службы РФ доходы богатейших людей страны превышали в 2015 г. 10 млрд руб./год, но не превышали (согласно данным «Форбс») 3,5 млрд долл./год, т.е. с точностью до порядка богатейшие люди получали между  $10^{10}$  и  $10^{11}$  руб./год [7]. Будем считать, что «средний» миллиардер в РФ имеет среднеарифметический доход между оценками ФНС и «Форбс», т.е. 1,82 млрд долл./год или 5,0 млн долл./день.

Ориентировочные расходы миллиардеров оценены в работе Sylvie Tremblay приблизительно в 134,6 тыс. долл./день [27], с учётом этой цифры доля сбережений рассматриваемого

<sup>8</sup> Распределение домашних хозяйств по степени удовлетворенности своим финансовым положением (в том числе имеющих детей в возрасте до 16(18) лет) (по итогам Выборочного обследования бюджетов домашних хозяйств) <https://rosstat.gov.ru/folder/13807>

<sup>7</sup> Economic Growth. <https://ourworldindata.org/economic-growth>

Таблица 1 (Table 1)

«среднего» миллиардера составляет 97,3% от его доходов.

Данные об остальных гражданах России, находящихся между двумя крайними полюсами ранжирования, даёт проведенное Росстат в 2018 г. выборочное обследование домашних хозяйств<sup>9</sup>, которое позволяет увидеть следующее распределение накоплений по децильным группам (табл. 1).

В табл. 1 нельзя увидеть приведенные выше значения 0% и 97,3%, так как процент суммы сбережений усреднен по всей децильной группе. Это еще раз подтверждает выводы ряда исследователей, что самые нижние и самые верхние 2...3% населения не попадают в социально-экономические исследования [11]. Проведенный статистический анализ неравенства, имеющего место в РФ, позволил усовершенствовать предложенную в 2014 году матмодель.

### 3.3. Второй вариант матмодели с учетом недостатков, выявленных в процессе статистического анализа российской действительности (М-2)

Итак, доля «ненаблюдаемых» бедных, не сберегающих ничего, по двум приведённым выше оценкам должна лежать между 0,9 и 3%. Предлагаем принять эту долю равной 1%, за такую же величину примем и долю «ненаблюдаемых» богатых, сберегающих 97,3% от своих доходов.

С учетом приведённых данных примем следующее распределение накапливаемой доли дохода, разбив агентов на 12 неравных по численности когорт, составляющих:

— первая и двенадцатая когорты по 1% населения;

<sup>9</sup> Федеральная служба государственной статистики (Росстат). Доходы и расходы домохозяйств в зависимости от размера среднедушевых располагаемых ресурсов за 2018 год. <https://obdx.gks.ru>

### Доля накапливаемого дохода домохозяйств

#### Share of accumulated household income

№ дециля	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Отношение суммы сбережений к валовому доходу, %	5,47	6,54	7,62	8,35	10,05	10,97	11,72	13,92	15,22	17,29

Построено авторами по данным<sup>11</sup>.  
Made by the authors based on data<sup>11</sup>

Таблица 2 (Table 2)

### Уточнённая доля накапливаемого дохода

#### Adjusted share of accumulated income

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Доходная когорта	Нижн. 1%	1-й дециль искл. нижн. 1%	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й искл. верхн. 1%	Верхн. 1%
Доля накапливаемого дохода, %	0	5,47	6,54	7,62	8,35	10,05	10,97	11,72	13,92	15,22	17,29	97,3

— вторая и одиннадцатая по 9% населения;

— с третьей по десятую включительно по 10% населения (табл. 2).

Несомненно, предлагаемый подход к учёту распределения населения по доле накапливаемого дохода уязвим для критики, но на сегодняшний день более адекватных данных в распоряжении авторов не имеется.

#### Модель М-2

С учётом расходов уравнения (1) и (2) изменятся следующим образом:

$$R_i^{k+1} = R_i^k + \left( \mu R_i^k - \mu \frac{R_i^k \cdot R_j^k}{R_i^k + R_j^k} \right) \cdot S_m \quad (5)$$

$$R_j^{k+1} = R_j^k + \mu \frac{R_i^k \cdot R_j^k}{R_i^k + R_j^k} \cdot S_m \quad (6)$$

где  $S_m$  — доля накапливаемого дохода согласно табл.3;

$1 \leq m \leq 12$  — номер доходной когорты (см. табл. 3), к которой относится  $i$ -й (для уравнения (5)) или  $j$ -й (для уравнения (6)) агент. Остальные уравнения остаются неизменными.

**Вывод:** Модель М-2 стала результатом преодоления основного недостатка первого варианта модели, в которой модели-

рование динамики неравенства проводилось с учётом только принципа рангового обмена (без учёта расходов или потребления). Критический анализ первого варианта матмодели, изучение реальных статистических данных РФ о распределении населения по расходам в условиях рыночной экономики позволили провести моделирование динамики неравенства на основе принципа рангового обмена с учётом расходов, не только на уровне взаимодействия экономических агентов на уровне товарно-денежных отношений, но и более широко на уровне организационно- и социально-экономических отношений.

#### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ 4.

**Провести проверку авторской матмодели на соответствие минимальным качественным критериям адекватности и построить количественно совпадающее с реальным распределение населения страны по доходам**

*Проверка доработанной авторской матмодели построения имущественного расслоения общества на соответствие основным критериям адекватности*

Ниже описаны результаты матмоделирования, полученные при решении уравнений (3...6) с помощью VBA-программы, а также проверена адекватность предложенной модели – совпадение модели и моделируемой системы в контексте цели моделирования.

4.1. Статика неравенства: распределение населения по доходам – логнормальное с тяжелым хвостом

Предложенная математическая модель рангового обмена позволяет расчётным путём получить распределение общества по шкале доходов. Распределение населения по доходам достаточно быстро становится логнормальным и в ходе рангового обмена максимум плотности распределения членов общества по доходам постепенно смещается в первую (беднейшую) когорту (рис. 2).

Конечным результатом процесса расслоения общества, представленным на рис. 2, становится логнормальное распределение с так называемым «тяжелым хвостом», когда практически всё население страны сосредоточено в очень узкой области вблизи оси абсцисс, ширина которой по шкале доходов настолько мала, что невыразима в масштабе рисунка.

Проведём сопоставление реального распределения населения по доходам с расчётным, полученным с помощью математической модели рангового обмена. Поскольку полигоны частот не позволяют сопоставлять данные из разных источников с разным квантованием [8], воспользуемся функциями распределения, допускающими подобные сопоставления (рис. 3).

Рис. 3 демонстрирует логнормальное распределение населения по доходам, характерное как для функции распределения реальных доходов

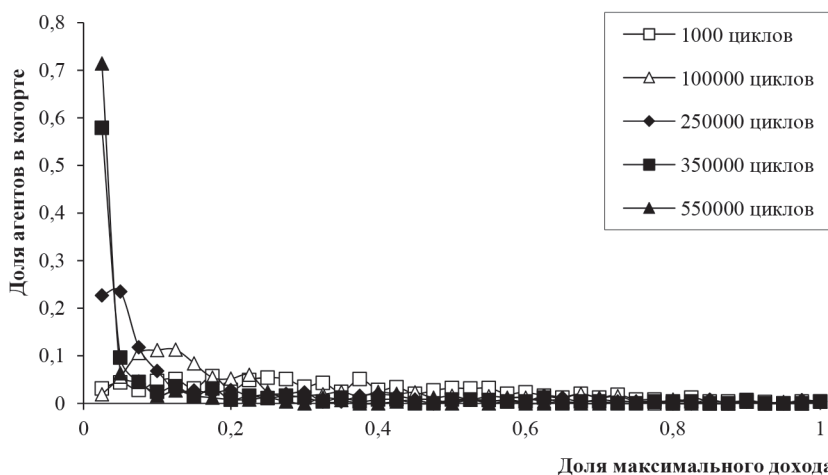


Рис. 2. Возникновение логнормального распределения субъектов экономики по уровню дохода. Полигоны частот. Количество субъектов – 1000, норма прибыли 0,005%, равномерное квантование шкалы дохода на 40 когорты

Fig. 2. The emergence of a log-normal distribution of economic entities by income level. Frequency polygons. The number of subjects is 1000, the profit margin is 0.005%, the income scale is uniformly quantized into 40 cohorts.

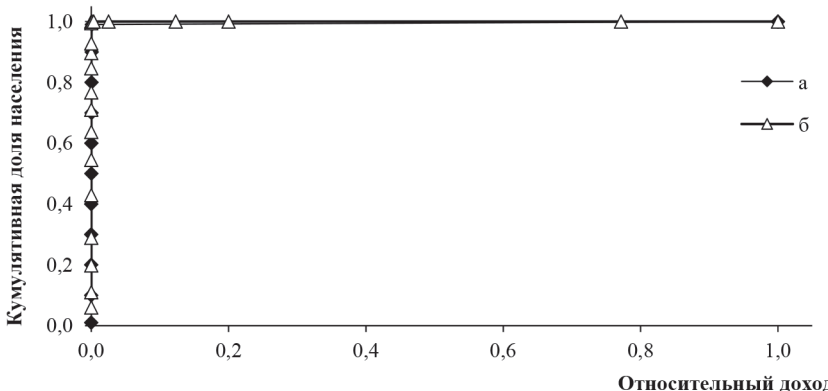


Рис. 3. Расслоение общества, представленное функцией распределения а – результаты расчёта рангового обмена между 500 субъектами при норме прибыли 0,01% через 1700 циклов расчёта, квантование согласно таб. 3; б – распределение граждан России по уровню доходов в 2015 г. [7]

Fig. 3. Stratification of the society, represented by the distribution function a – the results of the calculation of the rank exchange between 500 subjects at a profit margin of 0.01% after 1700 calculation cycles, quantization according to table 3; b – distribution of Russian citizens by income level in 2015 [7]

населения (а), так и для функции распределения, полученной моделированием (б).

Однако визуальным совпадением кривых ограничиваться никак нельзя – похожее не означает тождественное. Оценим количественно глубину неравенства, наблюдаемую в действительности и полученную расчётным путём – совпадут ли они? Для количественной оценки нами используется разработанный ранее авторский метод представления неравенства с помощью интенсивности экспоненциального рас-

пределения [12] – именно этот индекс неравенства применим в условиях очень глубокого расслоения общества, неполноты данных и произвольного их квантования.

В настоящей работе интенсивность экспоненциального распределения вычисляли, аппроксимируя представленные на рис. 3 кривые экспоненциальной зависимостью и варьируя её интенсивность до тех пор, пока коэффициент детерминации не достигал максимума.

При применении этой ме-



тодики были получены следующие результаты: реальная функция распределения аппроксимировалась экспоненциальной зависимостью с интенсивностью 740900 при максимальном коэффициенте детерминации 0,9771, а расчётная функция распределения аппроксимировалась экспоненциальной зависимостью с интенсивностью 750000 при максимальном коэффициенте детерминации 0,9770.

Приведённые выше цифры означают: благодаря агентному подходу и учёту рангового обмена нам действительно удалось добиться не только качественной, но и количественной адекватности – получить расчётным путём совпадающее с реальным распределение населения по доходам, причём полное распределение, охватывающую всю шкалу доходов – от нулевых до много-миллиардных.

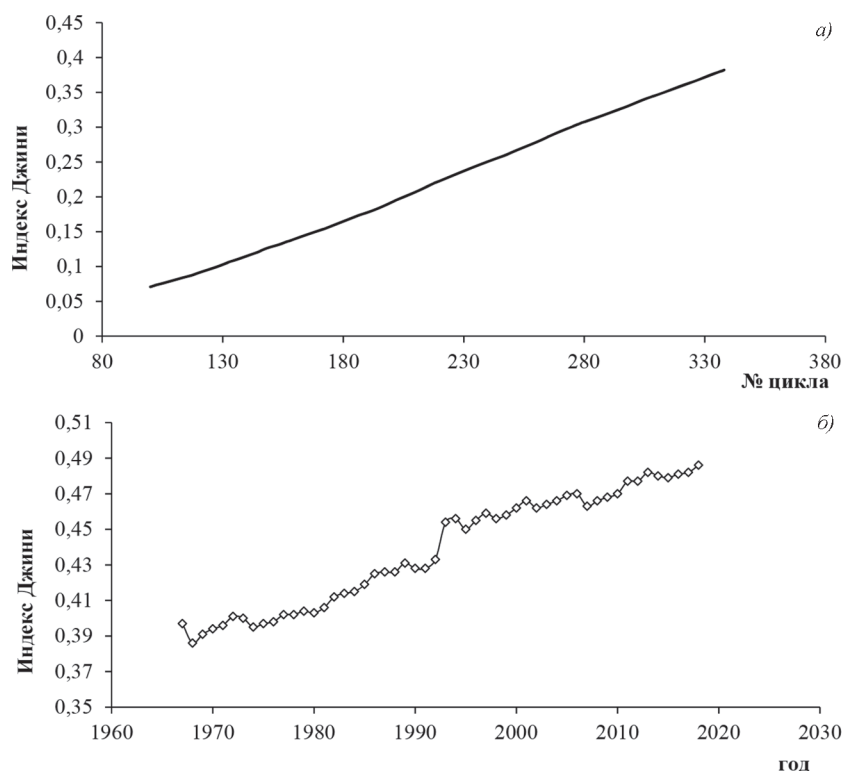
#### 4.2. Долгосрочная динамика неравенства: неравенство тенденциально растёт

Расчёты рангового обмена демонстрируют долгосрочный рост неравенства (рис. 4): в нерегулируемой рыночной экономике нет факторов, противодействующих росту неравенства, оно может увеличиваться неограниченно именно вследствие конкуренции между игроками, вследствие их борьбы за наиболее выгодные для себя условия сделок.

Т.о. математическая модель рангового обмена адекватно описывает реально наблюдаемую долгосрочную динамику неравенства.

#### 4.3. Краткосрочная динамика: в периоды экономических кризисов неравенство сокращается

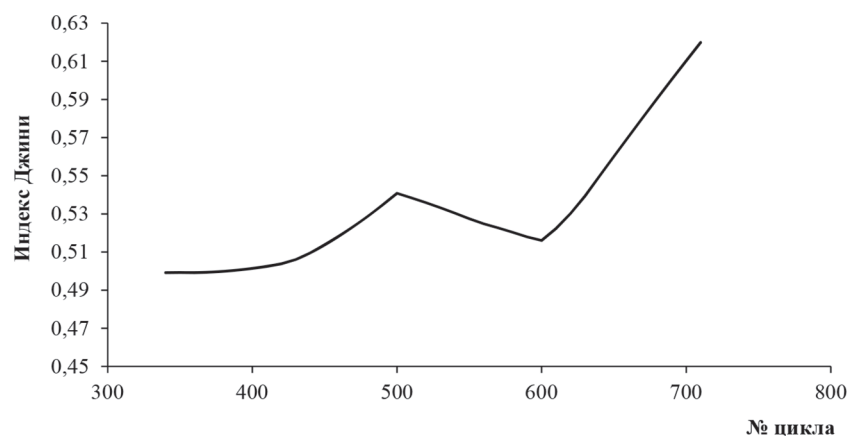
Рассмотрим механизм моделирования экономического кризиса для предложенной математической модели. В



**Рис. 4. Долгосрочный рост индекса Джини**  
а – результаты расчёта рангового обмена между 1000 субъектами при норме прибыли 1%; б – данные US Bureau of the Census\* за 1967...2018 гг.

\* Table H-4. Gini Indexes for Households, by Race and Hispanic Origin of Householder: 1967 to 2018 <https://www.census.gov/data/tables/time-series/demo/income-poverty/historical-income-inequality.html>

**Fig. 4. Long-term growth of the Gini index**  
а – the results of the calculation of the rank exchange between 1000 subjects at a profit margin of 1%; б – US Bureau data of the Census10 for 1967...2018



**Рис. 5. Снижение неравенства при кризисах. Период кризиса – 500...600 цикл**

**Fig. 5. Reducing inequality in crises. The crisis period is 500 ... 600 cycles**

период кризисов отмечается снижение нормы прибыли, т.е. капитал может приносить не прибыль, а убытки.

Пусть в период с 500 по 600 цикл расчёта норма прибыли  $\mu$  будет уменьшена с 0,1% до ми-

нус 0,05%. В результате моделирование показало снижение индекса Джини в указанный период (рис. 5).

Т.о. математическая модель М-2 демонстрирует адекватную реальности картину кра-

ткосрочной динамики неравенства – в ходе кризисов оно действительно временно сокращается.

**Выводы:** Предложенная нами доработанная матмодель социально-экономического расслоения общества на основе агентного подхода с учетом рангового обмена М-2 соответствует трем основным критериям адекватности, позволяет получить расчётным путём совпадающее с реальным распределение населения по доходам и может считаться научно обоснованной.

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ 5.

#### Определить ограничения разработанной матмодели

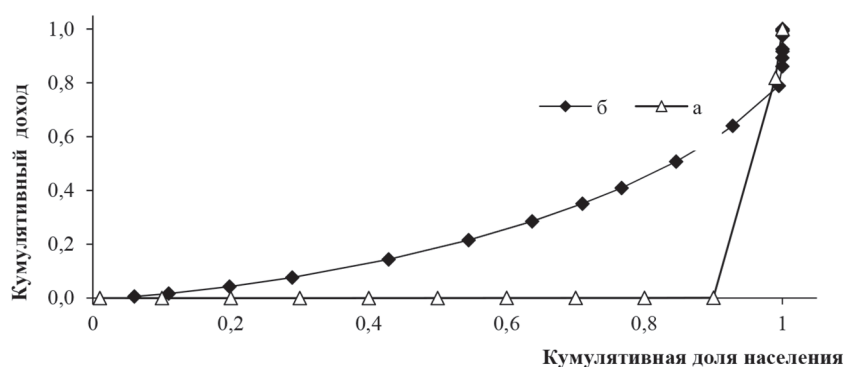
*Недостатки и ограничения усовершенствованной матмодели М-2*

Используемая в данной работе модель рангового обмена хотя и наиболее адекватна реальности из всех известных нам моделей, всё же имеет ограниченную область применения – в противном случае она не была бы научным знанием – и не способна адекватно описать все известные феномены неравенства, а тем более все известные феномены распределения благ между субъектами экономики. Очертим область истинности данной концепции, показав границы, за которыми она неприменима.

#### 5.1. Матмодель не позволяет построить адекватную реальности кривую Лоренца

Матмодель М-2 позволяет построить весьма близкую к реальным данным функцию распределения населения по доходам (см. рис. 3), но пока не позволяет построить адекватную реальности кривую Лоренца (рис. 6).

При том же самом отношении максимального дохода к модальному, что и наблюда-



**Рис. 6.** Несовпадение расчетной и реальной кривых Лоренца. а – расчет при норме прибыли 1%, количестве агентов 2000 и 385 циклах расчета; б – реальные данные согласно [7].

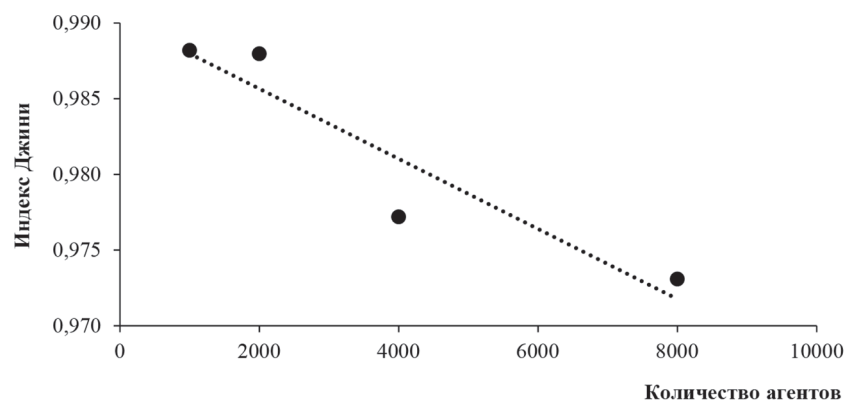
**Fig. 6.** Mismatch of the calculated and real Lorentz curves: a – calculation at a profit margin of 1%, number of agents 2000 and 385 calculation cycles; b – real data according to [7].

ется в реальном российском обществе 1,48 млн. крат расчетная и фактическая кривые Лоренца различаются радикально (см. рис. 6) что, естественно, ведёт к радикальному различию в значениях индекса Джини: 0,502 [7] в реальности против 0,988 согласно расчету.

Причина данного расхождения в том, что реальное российское общество состоит из 146 млн. чел. (применительно к теме исследования – несколько менее, поскольку в обществе есть недееспособные люди, не вступающие в сделки), но верхушка общества в распределении населения по доходам представлена очень малочисленными когортами,

иногда буквально по одному человеку [7].

С точки зрения моделирования рангового обмена это означает, что если в матмодели рассматривается, например, 2000 агентов, то один агент олицетворяет собой 73 тысячи (!) человек. Это не является проблемой при описании средней и бедной части общества вблизи модального дохода, т.е. области, где находятся десятки миллионов человек. Но это – большая проблема, если мы пытаемся количественно описывать верхнюю страту общества, исчисляемую буквально единицами людей. В реальном распределении российского населения по доходам был все-



**Рис. 7.** Уменьшение индекса Джини при увеличении количества агентов. Расчеты вели до достижения отношения максимального дохода к модальному 1,48 млн крат, норма прибыли 1%

**Fig. 7.** Decrease in the Gini index with an increase in the number of agents. The calculations were carried out until the ratio of the maximum income to the modal was 1.48 million times, the profit margin was 1%.

го один человек с доходом 18 млрд руб./мес., один человек с доходом 14 млрд руб./мес. и один человек с доходом 3,6 млрд руб./мес., т.е. подавляющую часть (80%) шкалы доходов занимали всего лишь 3 человека. Однако матмодель не способна описать единичного человека, она «видит» минимум 73 000 человек и если приписать указанные доходы не одному человеку, а семидесяти трём тысячам человек, то суммарный доход этих троих богатейших агентов составит 2,6 квадриллиона рублей в месяц, что совершенно немыслимо.

Отмеченная проблема не связана ни с недостатками концепции рангового обмена, ни даже с недостатками конкретной матмодели М-2 — она вызвана лишь нехваткой вычислительных мощностей, доступных авторам. При увеличении количества агентов в матмодели до количества людей в реальном обществе описанные расхождения с реальностью будут устранены. На это указывает снижение индекса Джини по мере увеличения количества агентов в матмодели (рис. 7).

### 5.2. Матмодель не описывает отношения между странами: страны — не объекты рангового обмена

Концепция рангового обмена неприменима для описания движения благ между странами хотя бы потому, что неравенство между странами непрерывно сокращается (рис. 6).

Г. Мюрдаль и Э. Райнерт, постулировавшие наличие кумулятивной причинности неравенства между странами, т.е. рангового обмена между ними, ошибались [29, 30]. Несмотря на многочисленные примеры неэквивалентных внешнеторговых сделок между богатыми и бедными странами, неравенство между ними сокращается (см. рис. 6), что при ранговом обмене невозможно (см. рис. 4).

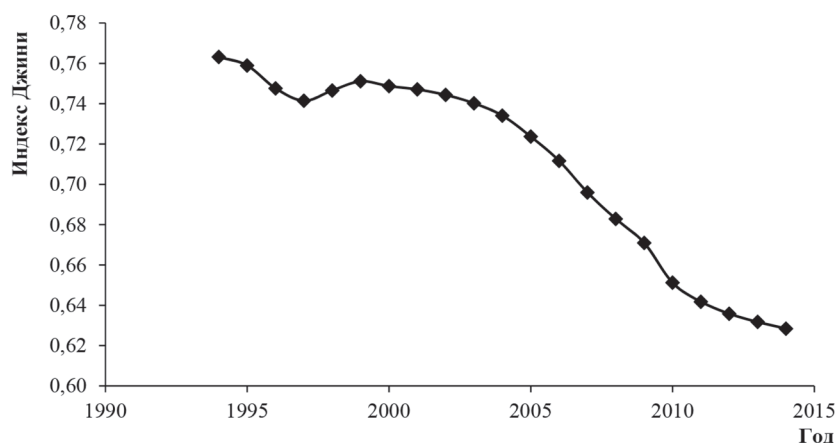


Рис. 8. Изменения неравенства между странами по душевому ВВП [28]

Fig. 8. Changes in inequality between countries by per capita GDP [28]

Не будем забывать и о том, что неравенство между странами ничтожно по сравнению с неравенством между людьми — не существует пары стран, среднедушевой ВВП или доход которых отличается в миллион раз и более, среди людей же в пределах одной страны наблюдается именно такое различие в доходах [7].

Кажущееся противоречие между явным наличием характерных для рангового обмена неэквивалентных международных сделок и столь же явным отсутствием характерного для рангового обмена роста международного неравенства объясняется тем, что в действительности народ/страна не является единым экономическим агентом.

С точки зрения экономики такого субъекта экономической деятельности, как народ, не существует, поскольку народ — это люди, разъединённые ранговым обменом на страты, классы, а потому модель рангового обмена к международным экономическим отношениям неприменима. В действительности в обмен вступают не народы целиком, а конкретные люди, обладающие разным социально-экономическим статусом, и неэквивалентные сделки практикуются не между богатым и бедным народами, а между представителями эксплуати-

рующих и эксплуатируемых классов, хотя бы и относящихся к разным народам [28].

### 5.3. Матмодель не описывает ситуации абсолютного обнищания: все агенты в ней только богатеют, хотя и с разной скоростью

Представленная здесь модель рангового обмена предполагает только сделки win-win, только постоянный рост доходов как бедных, так и богатых, уравнения (4...7) ни при каких сочетаниях параметров не допускают снижения благосостояния субъектов экономики, вступающих в рыночные отношения. В реальности же наблюдается иная ситуация — наиболее передовые капиталистические страны в ходе развития рыночных отношений перешли к долгосрочному снижению доходов населения и абсолютному обнищанию. Для США доказательства снижения доходов населения в течение последних пятидесяти лет приведены в работе [31]. Очевидно, что описанная в данной статье математическая модель не способна предсказывать и рассчитывать подобные тренды.

К сожалению, современный феномен абсолютного обнищания еще слабо исследован. В распоряжении ученых имеется довольно мало данных и



сам факт долгосрочного снижения доходов (в отличие от факта долгосрочного роста неравенства) пока не может считаться общеизвестным и принятым научным консенсусом. По этим причинам авторам до сих пор неизвестны характерные, индикаторные особенности процесса абсолютного обнищания. Если при рассмотрении относительного обнищания, роста неравенства, мы можем выделить некоторые специфические и априори неочевидные допущения/критерии, присущие этому процессу – такие как логнормальный характер распределения населения по доходам или временное снижение неравенства при кризисах, то применительно к случаям современного абсолютного обнищания – нет.

Очевидно, что возможно бесконечное множество разных математических моделей, позволяющих расчетным путём показать снижение доходов и очевидно, что далеко не все эти модели будут адекватны реальности и иметь микроэкономический смысл, прямо вытекающий из поведения агентов. Иными словами, адекватность этих моделей невозможно проверить. Поэтому в области исследований абсолютного обнищания мы пока находимся на стадии накопления фактов. Разработка концепций, объясняющих и обобщающих накопленные факты, позволяющих строить математические модели, ещё впереди.

**5.4. Матмодель не учитывает социальные механизмы, корректирующие негативные последствия рангового обмена и постулирует бесконечный рост неравенства**

Прогнозы неограниченного роста неравенства довольно распространены в последнее время [22, 23], такой же прогноз даёт и наша модель; неограниченный рост неравенства – прямое следствие

рангового обмена (см. рис. 4). Но мы должны признать, что построенная нами математическая модель рангового обмена при всей её адекватности имеет и имманентные ограничения, связанные с тем, что люди – не ячейки в памяти компьютера, а общество – не та система, которую можно исчерпывающе описать четырьмя алгебраическими уравнениями. Люди способны не только конкурировать друг с другом и выжимать друг из друга блага в процессе рангового обмена. Рыночные отношения практикуются тысячелетиями и если бы экономическое поведение людей сводилось только к ранговому обмену, то все деньги мира давно сосредоточились бы в руках одной-единственной семьи.

Но люди способны еще и к неконкурентной, солидарной деятельности, к отказу от применения рангового обмена к ближнему. Люди способны объединяться в организации – профсоюзы, государства, церкви, партии – и совместными усилиями проводить «антиранговое» распределение благ сверху вниз, многократно имевшее место в разных странах и проходившее либо эволюционным путём по воле правительств, либо революционным путём по воле народных масс.

Системы, охваченные положительной обратной связью – а ранговый обмен именно таков – принципиально нестабильны, со временем они перестают быть собой, переходят в качественно иное состояние, причем процесс перехода – самоускоряющийся. Так зародившаяся в детали невидимая микротрещина растёт с ускорением и чем она больше, тем с большей скоростью она увеличивается, а в результате деталь перестаёт быть собой, распавшись на части. Или другая ассоциация – малый очаг горения в слое топлива повышает его температуру и чем

выше температура, тем интенсивнее горение, а в результате слой топлива перестаёт быть собой, превратившись в золу и раскалённые газы.

Нельзя отменить законы диалектики и количественные изменения обязательно переходят в качественные. Рост неравенства в обществе приводил ранее и будет приводить в будущем к качественным изменениям в нём, к переходу от массовой конкуренции к массовой же солидарности, от рангового обмена ныне к «антиранговым» действиям в будущем.

В последние десятилетия мы наблюдаем рост неравенства, естественно существующий на фоне спада организованной классовой борьбы и этим спадом обусловленный (так в США рост неравенства с 1969 г. однозначно коррелирует с сокращением забастовок [32]) и именно поэтому модель рангового обмена в настоящее время адекватна реальным статистическим данным. Но экстраполировать результаты расчетов на бесконечность нельзя, потому что человек и общество сложнее компьютерных программ и систем уравнений и потому что уже сейчас рост неравенства порождает изменения массового сознания, которые рано или поздно претворятся в массовые действия.

В разных странах мира люди одинаково разочаровываются в рыночных отношениях. Free Market Mentality Index (FMMI, индекс, фиксирующий предпочтения людей в пользу свободной экономики) падает в мире с 1990 года<sup>10</sup> [33]. Уровень доверия к компаниям и работодателям в странах с душевым ВВП ниже 12 тыс. долл. составил в 2018 году 78,2% и 77,3%, а в странах с душевым ВВП выше 30

<sup>10</sup> Economic Freedom of the World 2018 Annual Report. <https://www.fraserinstitute.org/sites/default/files/economic-freedom-of-the-world-2018.pdf>

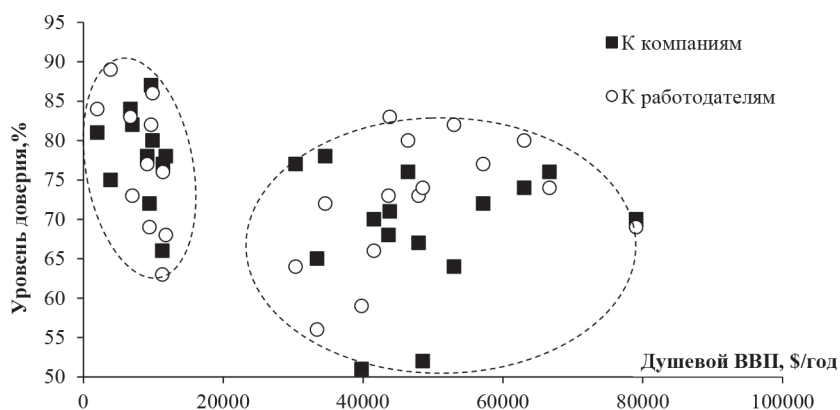


Рис. 9. Уровень доверия к работодателям и компаниям в зависимости от душевого ВВП страны. Построено авторами по данным\*.

\* GDP per capita (current US\$). <https://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.PCAP.CD>

Fig. 9. The level of trust in employers and companies, depending on the per capita GDP of the country. Made by the authors based on data 12, 13.

тыс. долл. — 68,7% и 72,1% соответственно<sup>11</sup>. Т.е. чем более экономически развита страна, тем люди в ней менее доверяют бизнесу и его владельцам (рис. 9). Исходя из этого, можно предположить, чем большее экономическое развитие нас ждёт в будущем, тем меньше будет доверия к капитализму и капиталистам, которые в основном и пожинают плоды этого развития, обуславливая рост неравенства.

Следует ожидать, что в будущем наши модели рангового обмена перестанут быть адекватными, а рост неравенства, который, если не сможет быть прекращён рыночными методами в рамках регулируемой социально-экономической политики, будет прекращён нерыночными методами, как уже не раз бывало.

### Дискуссионные вопросы для последующего анализа

Рассмотренные модели оставляют некоторые вопросы. Кого можно считать агентом? Только ли человека?

Современная экономика, особенно в условиях идущей

<sup>11</sup> 2019 Edelman Trust Barometer. Global Report. [https://www.edelman.com/sites/g/files/aatuss191/files/2019-02/2019\\_Edelman\\_Trust\\_Barometer\\_Global\\_Report.pdf](https://www.edelman.com/sites/g/files/aatuss191/files/2019-02/2019_Edelman_Trust_Barometer_Global_Report.pdf)

с 2009 г. деглобализации и изоляции отдельных рынков, намного сложнее, чем единое пространство матмодели, где нет барьеров ни для перетоков капитала, ни для взаимодействия агентов. Какой должна быть матмодель рангового обмена, чтобы учесть существование изолированных (но не полностью!) рынков?

Если в качестве экономического агента рангового обмена рассматривать конкретную личность как субъекта социального действия, что следует понимать под рангом, только ли размер его имущественного капитала? «Ранг» как более высокий статус может определяться разными факторами. Если первоначально социальный статус в социологии, прежде всего, обуславливался размером собственности, то позже ученые стали учитывать и такие важные показатели как профессионально-квалификационный уровень социального актора, а также наличие у него конкретного объема властных полномочий. Последнее особенно важно в условиях товарно-денежных отношений в регулируемой государством рыночной экономике.

Что является временем в модели рангового обмена?

Как циклы расчета соотносятся с реальными днями и годами?

В условиях, когда экономика становится все более мобильной, а сделки (в т.ч. неэквивалентные) становятся все более быстрыми — возможно придется поставить вопрос не только о том, скольким циклам расчета равен год реального времени, но и о том, являются ли текущий и прошлый года одинаковыми промежутками социально-экономического времени? Одинаковый ли вклад внесли они в социально-экономическое расслоение с учетом того, что скорость движения благ в обществе за год изменилась?

### Выводы

**Научная значимость** предложенной матмодели социально-экономического расслоения общества (М-2): 1. выполнено моделирование движения благ в обществе на основе методологического синтеза агентного подхода и концепции рангового обмена; 2. продемонстрирован механизм самопроизвольного возникновения и роста доходного (имущественного) неравенства как неизбежного следствия рыночных отношений; 3. на основе статистических данных подтверждено соответствие М-2 критериям адекватности матмоделей социального неравенства.

**Практическая значимость** предложенной матмодели социально-экономического расслоения общества (М-2). Смягчить рост социального напряжение в мире можно за счет уменьшения межстранового неравенства в распределении благ и разработки социально-экономических программ уменьшения внутристранового неравенства на основе перспективной матмодели агентного подхода, учитывающей ранговый обмен. Последняя задача более реалистична и достижима на основе использования результатов проведенного авторами

статьи исследования, предложенной матмодели М-2.

В идеале агентный подход с учетом рангового обмена как метод математического моделирования динамики неравенства может помочь идентифицировать критические моменты времени, после наступления которых чрезвычайные экономические и социально-политические последствия будут иметь необратимый характер. Особенно актуальным этот метод становится в условиях мобильной экономики, характеризующейся ускоренным развитием социальных сетей и резко возрастающим количеством экономических агентов. Агентный подход с учетом рангового обмена как метод математического моделирования динамики неравенства может помочь в изучении влияния индивидуального поведения экономических агентов разных уровней на эволю-

цию всей экономической, и как следствие социально-политической системы.

Полученные авторами результаты будут полезны при разработке целевых показателей социально-экономического развития регионов и страны в целом. Если в нашей стране уровень неравенства станет целевым показателем, подлежащим достижению в ходе деятельности государственных и общественных институтов, то оценивать их работу будет целесообразно не по значению индекса Джини или коэффициента фондов (безразлично квинтельного, децильного или даже центильного), а по значению интенсивности экспоненциального распределения населения по доходам, ибо иные критерии весьма чувствительны к полноте данных и даже к способу их квантования. Ориентация на снижение уровня неравенства как

одного из важнейших целевых показателей эффективности государственного управления потребует корректировки ключевых показателей эффективности работы госслужащих.

Предложенная модель социально-экономического расслоения общества на основе агентного подхода с ранговым обменом является результатом многолетней работы авторов по решению научной проблемы – созданию матмодели социально-экономического расслоения общества на основе динамики движения благ в обществе, адекватной реальным закономерностям развития социально-экономического неравенства. Авторы будут признательны за открытую дискуссию по решению обозначенных в статье задач, уточнению преимуществ и ограничений предложенной матмодели.

## Литература

1. Блок М. Короли-чудотворцы: Очерк представлений о сверхъестественном характере королевской власти, распространённых преимущественно во Франции и в Англии. М.: Язык русской культуры, 1998. 709 с.
2. Rosen S. The Economics of Superstars // *American Economic Review*. 1981. Т. 71. № 5. С. 846.
3. Goldin C., Katz L.F. *The Race between Education and Technology*. Harvard: Harvard University Press, 2008.
4. Капелюшников Р.И. Неравенство: как не примитивизировать проблему (критические замечания). М.: Издательский дом Высшей школы экономики, 2016. (Серия WP3 «Проблемы рынка труда»). 40 с.
5. Kuznets S. Economic growth and income inequality // *The American Economic Review*. 1955. Т. 45. № 1. С. 1–28.
6. Маркс К. Капитал: критика политической экономии. М.: Эксмо, 2017. Т.1. 1200 с.
7. Капитанов В.А., Максимова А.Ю., Осипова О.С. Совершенствование системы социального управления и прогнозирования посредством устранения ряда статистических коллизий // *ЭКОНОМИКА. НАЛОГИ. ПРАВО*. 2020. № 1. С. 72–86.
8. Капитанов В.А., Иванова А.А., Максимова А.Ю. Преимущества функции распределения

как метода графического представления экономической структуры общества // *Статистика и экономика*. 2018. Т. 15. № 1. С. 4–16.

9. Пикетти Т. Капитал в XXI веке. М.: Ad marginem, 2015.

10. Zhou Y, Song L. Income inequality in China: causes and policy responses // *China Economic Journal*. 2016. Т. 9. № 2. С. 186–187.

11. Тихонова Н.Е., Лежнина Ю.П., Марева С.В., Аникин В.А., Каравай А.В., Слободенюк Е.Д. Модель доходной стратификации российского общества: динамика, факторы, межстрановые сравнения. М.; СПб.: Нестор-История, 2018. 368 с. DOI: 10.317544469-1419-7.

12. Капитанов В.А., Иванова А.А., Максимова А.Ю. Проблемы числовых оценок неравенства // *Статистика и экономика*. 2018. № 15 (4). С. 4–15. DOI: 10.21686/2500-3925-2018-4-4-15.

13. Ван Занден Я.Л. Где начало «кривой Кузнецца»? Западная Европа в период раннего Нового времени». (перевод с англ. Н.В. Бутурлина) // *Экономическая история. Ежегодник. М.: Российская политическая энциклопедия (РОССПЭН)*, 2004. 598 с.

14. Wooldridge M. Agent-based computing // *Interoperable Communication Networks* 1998. № 1. С. 71–98.

15. Drăgulescu A, Yakovenko V. M. *Statistical mechanics of money*. Department of Physics [Электрон. ресурс]. USA: University of Maryland,



College Park, MD 20742–4111. Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/cond-mat/0001432.pdf>.

16. Lo Cascio E., Malanima P. GDP in Pre-Modern Agrarian Economies (1-1820 AD). A Revision of the Estimates. *Rivista di Storia Economica* [Электрон. ресурс]. 2009. XXV. Режим доступа: [http://www.paolomalanima.it/default\\_file/Papers/GDP\\_in\\_Pre-Modern\\_Agrarian\\_Economies.pdf](http://www.paolomalanima.it/default_file/Papers/GDP_in_Pre-Modern_Agrarian_Economies.pdf).

17. Гребер Д. Долг: первые 5000 лет истории. М.: Ад Маргинем Пресс, 2015.

18. Моммзен Т. История Рима. Ростов н/Д: Феникс, 1997. 640 с.

19. Осипова О. С. Управление устойчивым развитием. СПб.: ООО Издательский дом Реальная экономика, 2015. 473 с.

20. Romanov V., Yakovlev D., Lelchuk A. Wealth distribution evolution in an agent-based computational economy. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Publisher: Springer Berlin Heidelberg. 2010. 645 с. DOI: 10.1007/978-3-642-13947-5\_16. Режим доступа: <https://www.anylogic.ru/upload/iblock/217/217368b3fa2733458e3d439a8ebbea8d.pdf>.

21. Гидулянов В. Формула «цивилизованного рынка» // Институт микроэкономики минэкономики РФ, «Правила игры». 1998. № 4. С. 22–29.

22. Hunter A.V., Nutaro J.J., Kalyan S.P. An agent-based model of the observed distribution of wealth in the United States [Электрон. ресурс] // *Journal of Economic Interaction and Coordination*. 2018. Т. 13. С. 641–656. Режим доступа: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11403-017-0200-9>.

23. Капелюшников Р.И. Неравенство – всеобщее зло? М.: Изд. Дом Высшей школы экономики, 2019. 28 с. (Серия WP3 «Проблемы рынка труда»).

24. Krapivsky P.L., Redner S. Wealth distributions in asset exchange models [Электрон. ресурс] // *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*. 1998. № 2. С. 267–276. Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1006.4595v1>.

25. Капитанов В.А., Иванова А.А. Влияние пропорционального распределения общего излишка на имущественное расслоение [Электрон. ресурс] // *Экономика и Прогнозирование*. Киев. 2014. № 3. С. 125–136. Режим доступа: [http://eip.org.ua/docs/EP\\_14\\_2\\_125\\_ru.pdf](http://eip.org.ua/docs/EP_14_2_125_ru.pdf).

26. Maddison A. *Contours of the world economy, 1-2030 AD. Essays in macro-economic history*. Oxford: Oxford University Press, 2007.

27. Tremblay S. The daily costs of living like a billionaire [Электрон. ресурс]. 2021. Режим доступа: <https://www.gobankingrates.com/money/wealth/daily-costs-living-like-billionaire>.

28. Капитанов В.А., Иванова А.А. Критика экономических основ национализма // *Статистика и экономика*. 2017. Т. 14. № 4. С. 4–13.

29. Мюрдаль Г. *Современные проблемы «третьего мира»*. М.: Прогресс, 1972. 768 с.

30. Райнерт Э. Как богатые страны стали богатыми, и почему бедные страны остаются бедными. М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2011. 384 с.

31. Капитанов В.А., Иванова А.А., Максимова А.Ю. Выявление трендов падения доходов населения США на протяжении пяти последних десятилетий // *Статистика и экономика*. 2019. Т. 16. № 5. С. 94–110. DOI: 10.21686/2500-3925-2019-5-94-110.

32. Осипова О.С., Капитанов В.А. Динамика социального неравенства в цифровой экономике: взгляд из прошлого в будущее [Электрон. ресурс] // *Экономика. Налоги. Право*. 2018. Т. 11. № 2. С. 27–41. Режим доступа: <http://www.fa.ru/org/div/edition/enp/journals/2018%20№2.pdf>.

33. Carlos Newland. Is support for capitalism declining around the world? A free-market mentality index, 1990–2012. *The Independent Review* [Электрон. ресурс] // *Journal of political economy*. 2018. Т. 22. № 4. Режим доступа: <https://www.independent.org/publications/tir/article.asp?id=1285>.

## References

1. Blok M. Koroli-chudotvortsy: Ocherk predstavleniy o sverkh'yestestvennom kharaktere korolevskoy vlasti, rasprostranennykh preimushchestvenno vo Frantsii i v Anglii = *Miracle-Working Kings: An Essay on the Ideas of the Supernatural Character of Royal Power, Prevalent Predominantly in France and England*. Moscow: Language of Russian culture; 1998. 709 p. (In Russ.)

2. Rosen S. The Economics of Superstars. *American Economic Review*. 1981; 71; 5: 846.

3. Goldin S., Katz L.F. *The Race between Education and Technology*. Harvard: Harvard University Press, 2008.

4. Kapelyushnikov R.I. Neravenstvo: kak ne primitivizirovat' problemu (kriticheskiye zametki)

= Inequality: how not to primitivize the problem (critical notes). Moscow: Publishing House of the Higher School of Economics, 2016. (Series WP3 “Problems of the labor market”). 40 p. (In Russ.)

5. Kuznets S. Economic growth and income inequality. *The American Economic Review*. 1955; 45; 1: 1-28.

6. Marks K. Kapital: kritika politicheskoy ekonomii = *Capital: criticism of political economy*. Moscow: Eksmo; 2017; 1; 1200 p. (In Russ.)

7. Kapitanov V.A., Maksimova A.YU., Osipova O.S. Improving the system of social management and forecasting by eliminating a number of statistical collisions. *EKONOMIKA. NALOGI. PRAVO = ECONOMY. TAXES. RIGHT*. 2020; 1: 72-86. (In Russ.)

8. Kapitanov V.A., Ivanova A.A., Maksimova A.Yu. Advantages of the distribution function as a method of graphic representation of the economic structure of society. *Statistika i ekonomika = Statistics and Economics*. 2018; 15; 1: 4-16. (In Russ.)
9. Piketti T. *Kapital v XXI veke = Capital in the XXI century*. Moscow: Ad marginem; 2015. (In Russ.)
10. Zhou Y, Song L. Income inequality in China: causes and policy responses. *China Economic Journal*. 2016; 9; 2: 186-187.
11. Tikhonova N.Ye., Lezhnina Yu.P., Mar-eyeveva S.V., Anikin V.A., Karavay A.V., Slobodenyuk Ye.D. Model' dokhodnoy stratifikatsii rossiyskogo obshchestva: dinamika, faktory, mezhstranovyye sravneniya = Model of income stratification of Russian society: dynamics, factors, cross-country comparisons. Moscow; Saint Petersburg: Nestor-Istoriya; 2018. 368 p. DOI: 10.317544469-1419-7. (In Russ.)
12. Kapitanov V.A., Ivanova A.A., Maksimova A.YU. Problems of numerical estimates of inequality. *Statistika i ekonomika = Statistics and Economics*. 2018; 15(4): 4-15. DOI: 10.21686/2500-3925-2018-4-4-15. (In Russ.)
13. Van Zanden YA.L. Where is the beginning of the Kuznets curve? Western Europe in the Early Modern Period. (translated from English by N.V. Buturlina). *Economic history. Yearbook*. 2004. Moscow: Russian Political Encyclopedia (ROSSPEN); 2004. 598 p. (In Russ.)
14. Wooldridge M. Agent-based computing. *Interoperable Communication Networks* 1998; 1: 71-98.
15. Drăgulescu A, Yakovenko V. M. Statistical mechanics of money. Department of Physics [Internet]. USA: University of Maryland, College Park, MD 20742-4111. Available from: <https://arxiv.org/pdf/cond-mat/0001432.pdf>.
16. Lo Cascio E., Malanima P. GDP in Pre-Modern Agrarian Economies (1-1820 AD). A Revision of the Estimates. *Rivista di Storia Economica* [Internet]. 2009. XXV. Available from: [http://www.paolomalanima.it/default\\_file/Papers/GDP\\_in\\_Pre-Modern\\_Agrarian\\_Economies.pdf](http://www.paolomalanima.it/default_file/Papers/GDP_in_Pre-Modern_Agrarian_Economies.pdf).
17. Greber D. *Dolg: pervyye 5000 let istorii = Debt: the first 5000 years of history*. Moscow: Ad Marginem Press; 2015. (In Russ.)
18. Mommzen T. *Istoriya Rima = History of Rome*. Rostov on Don: Phoenix; 1997. 640 p. (In Russ.)
19. Osipova O. S. *Upravleniye ustoychivym razvitiyem = Management of sustainable development*. Saint Petersburg: LLC Publishing house Real economy; 2015. 473 p. (In Russ.)
20. Romanov V., Yakovlev D., Lechuk A. Wealth distribution evolution in an agent-based computational economy. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Publisher: Springer Berlin Heidelberg. 2010. 645 p. DOI: 10.1007/978-3-642-13947-5\_16. Available from: <https://www.anylog-ic.ru/upload/iblock/217/217368b3fa2733458e-3d439a8ebbea8d.pdf>. (In Russ.)
21. Gidulyanov V. The formula of the “civilized market”. Institut mikroekonomiki minekonomiki RF, «Pravila igry» = Institute of Microeconomics of the Ministry of Economy of the Russian Federation, “Rules of the Game”. 1998; 4: 22-29. (In Russ.)
22. Hunter A. V., Nutaro J.J., Kalyan S. P. An agent-based model of the observed distribution of wealth in the United States [Internet]. *Journal of Economic Interaction and Coordination*. 2018; 13: 641–656. Available from: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11403-017-0200-9>.
23. Kapelyushnikov R. I. Neravenstvo – vselenskoye zlo? = Inequality - a universal evil? Moscow: Ed. House of the Higher School of Economics; 2019. 28 p. (Series WP3 “Labor Market Issues”). (In Russ.)
24. Krapivsky P.L., Redner S. Wealth distributions in asset exchange models [Internet]. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*. 1998; 2: 267–276. Available from: <https://arxiv.org/abs/1006.4595v1>.
25. Kapitanov V.A., Ivanova A.A. Influence of the proportional distribution of the total surplus on the property stratification [Internet]. *Ekonomika i Prognozirovaniye. Kiyev = Economics and Forecasting*. Kyiv. 2014; 3: 125–136. Available from: [http://eip.org.ua/docs/EP\\_14\\_2\\_125\\_ru.pdf](http://eip.org.ua/docs/EP_14_2_125_ru.pdf).
26. Maddison A. *Contours of the world economy, 1-2030 AD. Essays in macro-economic history*. Oxford: Oxford University Press; 2007.
27. Tremblay S. The daily costs of living like a billionaire [Internet]. 2021. Available from: <https://www.gobankingrates.com/money/wealth/daily-costs-living-like-billionaire>.
28. Kapitanov V.A., Ivanova A.A. Criticism of the economic foundations of nationalism. *Statistika i ekonomika = Statistics and Economics*. 2017; 14; 4: 4-13. (In Russ.)
29. Myrdal' G. *Sovremennyye problemy “tret'yego mira” = Modern problems of the “third world”*. Moscow: Progress; 1972. 768 p. (In Russ.)
30. Raynert E. *Kak bogatyie strany stali bogatymi, i pochemu bednyye strany ostayutsya bednymi = How rich countries got rich and why poor countries stay poor*. Moscow: House of the Higher School of Economics; 2011. 384 p. (In Russ.)
31. Kapitanov V.A., Ivanova A.A., Maksimova A.YU. Identification of trends in the decline in incomes of the US population over the past five decades. *Statistika i ekonomika = Statistics and Economics*. 2019; 16; 5: 94-110. DOI: 10.21686/2500-3925-2019-5-94-110. (In Russ.)
32. Osipova O.S., Kapitanov V.A. The dynamics of social inequality in the digital economy: a look from the past into the future [Internet]. *Ekono-*

mika. Nalogi. Pravo = Economics. Taxes. Right. 2018; 11; 2: 27-41. Available from: <http://www.fa.ru/org/div/edition/enp/journals/2018%20№2.pdf>. (In Russ.)

33. Carlos Newland. Is support for capitalism

declining around the world? A free-market mentality index, 1990–2012. The Independent Review [Internet]. Journal of political economy. 2018; 22: 4. Available from: <https://www.independent.org/publications/tir/article.asp?id=1285>.

### Сведения об авторах

#### **Виктор Анатольевич Капитанов**

*К.т.н., заместитель начальник отдела  
АО «НИИ «Полюс» им. М.Ф. Стельмаха,  
Москва, Россия  
Эл. почта: kapitanov\_v\_a@mail.ru*

#### **Ольга Степановна Осипова**

*Д.с.н., доцент, профессор Финансового  
университета при правительстве  
Российской Федерации, Москва Россия  
Эл. почта: ososipova@fa.ru*

#### **Александра Юрьевна Максимова**

*К.т.н., научный сотрудник отдела теории  
управления  
Институт прикладной математики и  
механики», Донецк, Россия  
Эл. почта: Maximova.alexandra@mail.ru*

### Information about the authors

#### **Viktor A. Kapitanov**

*Cand. Sci. (Engineering), Deputy Department  
Polyus Research Institute of M.F. Stelmakh,  
Moscow, Russia  
E-mail: kapitanov\_v\_a@mail.ru*

#### **Olga S. Osipova**

*Dr. Sci. (Sociological), Associate Professor, Professor  
of the Financial University under the Government of  
the Russian Federation, Moscow Russia  
E-mail: mail: ososipova@fa.ru*

#### **Alexandra U. Maksimova**

*Cand. Sci. (Engineering), Researcher, Department of  
Management Theory  
Institute of Applied Mathematics and Mechanics,  
Donetsk, Russia  
E-mail: Maximova.alexandra@mail.ru*