mathe.delta 11/12. Mathematik für das Gymnasium, Basisfach, Baden-Württemberg, herausgegeben von Axel Goy

Rezensiert von Wolfgang Kühnel und Franz Lemmermeyer

Dieses Buch verdankt seine Entstehung der Wiedereinführung von Leistungs- und Basiskursen in Baden-Württemberg mit einem inhaltlich reduzierten 3-stündigen Basiskurs, bei dem ein Viertel des Stoffes für die bisherigen 4-stündigen Kurse gestrichen werden sollte. Unsere Rezension bezieht sich auf den seit Mai 2020 verfügbaren Teildruck mit den Kapiteln 1–3. Die weiteren Kapitel mit Integralrechnung, Analytischer Geometrie und Stochastik gab es zu dem Zeitpunkt ebensowenig wie den Vorgängerband für Klasse 10.

Die neue Struktur

Am Anfang heißt es:

> Alle Kapitel haben dieselbe Struktur und sind aus denselben Gliederungseinheiten aufgebaut. Die Konzeption hat die besonderen Anforderungen der mündlichen Abiturprüfung dabei von Anfang an im Blick.

Der zweite Satz davon kann durchaus ambivalent gesehen werden im Sinne von: „Was muss ich mindestens können, um nicht durchzufallen?“ Diese Struktur kann mit den folgenden Schritten beschrieben werden: „Startklar (Vorwissen) – Entdecken – Verstehen – Merke (meist eingerahmte mathematische Regeln ohne Begründung) – Aufgaben – Nachgefragt – Klausurvorbereitung – Abiturvorbereitung – Alles im Blick (Wiederholung: das haben wir jetzt gelernt) – Horizonte (Ausblick auf weiteres).“

Auf S. 114 etwa soll man erst die Kostenfunktion beim Straßenbau „entdecken“ und dann „verstehen“, dass nach dem „obersten Gebot“ der „Gewinn möglichst groß“ sein soll. Direkt nach Abschnitt 3.1. „Krümmung und Wendepunkte“ folgt unvermittelt Abschnitt 3.2 „Matrix-Schreibweise und Gauß-Algorithmus“, ein seltsamer Bruch. Der Gauß-Algorithmus zielt übrigens ausnahmsweise auf eine linke obere Dreiecksmatrix über der Nebendiagonalen.

Die neue Kürze

Überall spürt man das Bemühen der Autoren, es den Schülern möglichst leicht und angenehm zu machen, sie von theoretischer Mathematik fernzuhalten und gleichzeitig Anwendungsbeispiele zu behandeln. Dieses Bemühen ist als solches nicht negativ zu sehen, aber es mündet allzuoft in Kurzversionen grundlegender mathematischer Sachverhalte, die dann ohne tiefere Begründung geglaubt werden müssen. Jedem Kapitel ist eine Wiederholung von Themen aus Klasse 10 vorangestellt (das sog. „Vorwissen“). Zum Vorwissen bei der in Klassen 10 eingeführten Ableitung gehört (S. 14) etwa:

> Als Ableitung bezeichnet man den Grenzwert des Differentialquotienten (sic!); die Ableitung einer Funktion in einem Kurvenpunkt gibt also (!) die Steigung des Funktionsgraphen in diesem Kurvenpunkt an,

und dann folgt die bekannte Formel zu der „h-Methode“. Nur auf S. 15 wird die „h-Methode“ in einer Übungsaufgabe für $f(x) = x^2$ vorgeführt – das letzte Bollwerk gegen die Reduzierung der Differentialrechnung auf bloßen Formelkram ohne Grenzwerte. Heute steht lapidar mit dem Befehl „Merke“ auf S. 19 die Potenzregel $f'(x) = nx^{n-1}$ (ausdrücklich für natürliche Exponenten n) ohne Begründung; und schon auf der nächsten Seite 20 wird die Potenzregel dann auf negative und später auf gebrochene Exponenten angewendet ohne jede Erläuterung.

Schaubilder statt Begründungen

Selbst elementare Regeln werden gerne nur durch Schaubilder erläutert, und es heißt „man erkennt leicht, dass [...]“. So leicht ist es gar nicht, diesen Schaubildern etwas Konkretes anzusehen. Der Eindruck ist nicht ganz von der Hand zu weisen, dass man versucht, sich um alles herumzumogeln, was irgendwie unbequem sein könnte. Ist das nicht genau diejenige „alte“ Schulmathematik, die man aus Sicht der Kompetenzorientierung immer kritisiert hat? Hieß es doch immer: „Man soll verstehen, was man macht, und eben nicht stur Formeln auswendig lernen!“ Und Herleitungen von Formeln und Beweise sind das „Herz der Mathematik“.

Dass man auch mal Übungsaufgaben auf Englisch einstreut, ist eigentlich nur zu begrüßen, aber dann sollte die mathematische Fachsprache berücksichtigt werden; derivate (S. 27) statt derivative und monotony (S. 33) statt monotonicity sind nur zwei Beispiele.

Die Kettenregel wird ab S. 30 behandelt; allerdings leidet die Darstellung etwas darunter, dass immer nur die Variable x verwendet wird, für die innere wie für die äußere Funktion (mit einer Ausnahme: Aufgabe 7 auf S. 32). In älteren Schulbüchern wurde die Kettenregel durch Umformen von Differenzenquotienten begründet, inzwischen reicht die lapidare Feststellung: „Zwar genügen drei Positivbeispiele (sic!) nicht, um einen Satz zu beweisen, aber immerhin, um ihn plausibel zu machen. Wir können also festhalten [. . .]“, und es folgt die „Ableitungsregel für verkettete Funktionen“ mit der Anweisung „Merke“. Zu gerne wüsste man, wie die Autoren die drei Positivbeispiele 3, 5 und 7 der Aussage, jede ungerade Zahl sei prim, bewerten würden.

Grafiken, die nicht zum Text passen

Sehr beliebt sind inzwischen Aufgaben vom Typ: Welcher der folgenden Graphen gehört zur Funktion f bzw. zu ihrer Ableitung f'? Im vorliegenden Buch richtet man auch da eine Verwirrung an. So sind die Zuordnungsaufgaben auf S. 27 (Aufg. 14), S. 34 (Aufg. 16) und S. 42 (Aufg. 1) nicht lösbar, weil bei allen drei Aufgaben kein einziger der angebotenen Graphen der richtige ist. Man stelle sich vor, solche Aufgabe wird unbesehen als Hausaufgabe gestellt.

Wachtsumsfunktionen ohne Zinseszinsrechnung

Die e-Funktion wird unter allen Exponentialfunktionen als diejenige definiert, die mit ihrer Ableitung übereinstimmt. Die „annähernd stetige Verzinsung“ mit dem Faktor $(1 + \frac{1}{n})^n$ dagegen (eigentlich eine anschauliche und folgerichtige Anmerkung zur Zinsrechnung) wird nicht erwähnt, auch der Grenzwert für $n \to \infty$ kommt nicht vor. Die Zahl e entnimmt man nur noch einem Probieren mit dem Taschenrechner (S. 59). Der natürliche Logarithmus wird eingeführt, aber nicht als Funktion abgeleitet. Dafür gibt es logarithmische Skalen, die aber nicht präzise erklärt werden. Stattdessen soll das in Übungsaufgabe 21 auf S. 73 irgendwie selbst herausgefunden werden.

Der angebliche Anwendungsbezug

Von den „realitätsnahen“ Aufgaben des Buchs sind nur zwei realitätsnah: die Modellierung der Ebola-Epidemie 2014 in Sierra Leone und die Datierung von „Ötzi“ mit C-14. Dabei wird im ersten Beispiel eine Exponentialfunktion gesucht, welche die bekannten Zahlen der Infizierten interpoliert, um dann a posteriori die Gesamtzahl der Infizierten nach einem Jahr „vorherzusagen“. Die Autoren kommen durch eine Verwechslung von 14 Tagen mit 3 Wochen auf ungefähr $260 \cdot e^{0{,}34 \cdot 17}$ $\approx 79\,275$ Infizierte, während normale Taschenrechner bei diesen Zahlen 84 177 Infizierte angeben; eine korrekte Anwendung der angegebenen Formel $f(t) = 260 \cdot 1{,}4^t$ mit 14 Tagen als 2 Wochen ergibt $260 \cdot 1{,}4^{26} = 1\,637\,956$ Infizierte nach einem Jahr. Nach den Zahlen der WHO waren es aber insgesamt keine 15 000 (tinyurl.com/y9efyy7c).

Der Anwendungsbezug bei anderen Aufgaben ist stellenweise absurd (modelliert $f(x) = -2^x$ die Größe von Hundewelpen in cm?), bei anderen Beispielen sind die Aufgabentexte endlos lang (z. B. auf S. 120), ohne dass sie als solche irgendeinen Erkenntnisgewinn versprechen – ein solcher ist ja nicht das Ziel des Buches: alles dient der Vorbereitung auf die Abiturprüfung.

Fazit

Zusammenfassend stellt sich die Frage, ob dieses Buch empfohlen werden kann oder nicht. Weil es nur konsequent den Zielen der Landesregierung, die Mathematik für den Basiskurs zu vereinfachen und von Theorie zu „entrümpeln“, entgegenkommt, kann man Autoren nicht dafür schelten, wenn sie eben dies umsetzen. Man kann aber wohl erwarten, dass dies auf fachlich korrekte Weise geschieht, und das ist hier – im Gegensatz zu den bereits erschienenen Bänden bis Klasse 9 – definitiv nicht der Fall; dafür sind die Fehler (keine Tippfehler!) zu seltsam und viel zu zahlreich.

Axel Goy (Hrsg.), *mathe.delta 11/12. Mathematik für das Gymnasium, Basisfach, Baden-Württemberg*, Verlag C. C. Buchner. Teildruck 2. Auflage, 1. Druck 2020, ISBN 978-3-661-63021-2

Wolfgang Kühnel, Universität Stuttgart
E-Mail: kuehnel@mathematik.uni-stuttgart.de

Franz Lemmermeyer, Gymnasium St. Gertrudis, Ellwangen
E-Mail: hb3@ix.urz.uni-heidelberg.de