UNIVERSIDAD TORCUATO DI TELLA

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

TESIS POSGRADO: MAESTRÍA EN ECONOMETRÍA

"ESTIMACIÓN DE ESCALAS DE EQUIVALENCIA. UN ENFOQUE CON SISTEMAS COMPLETOS DE DEMANDA"

Autor: Lic. Pace Guerrero, Ignacio Raul.

Director: Dra. Berges, Miriam E.

Fecha de Entrega: Julio / 2014.

Resumen

El objetivo de esta tesis consiste en estimar las escalas de equivalencia de Barten modelando los diferentes comportamientos de consumo de los hogares con funciones de demanda paramétricas que dependen de los precios, del total de gastos y del conjunto de características socio-demográficas de los hogares. Las escalas de Barten incorporan diferencias por género, edad y tipo de gasto, permitiendo la comparación de bienestar entre hogares con distinta composición socio-demográfica. El modelo paramétrico propuesto, Quadratic Expenditure System (QES), es cuadrático en el ingreso, con lo que se logra mayor flexibilidad en las Curvas de Engel y permite fácilmente la incorporación de las escalas de Barten vía precios.

En la estimación se emplean las correcciones recomendadas para trabajos aplicados que utilizan microdatos de consumo a nivel de los hogares. Primero, se corrige la censura en la variable dependiente debido a la falta de información de algunos hogares que no registran gastos para alguna de las categorías de bienes, esta corrección se realiza con la metodología propuesta por Shonkwiler & Yen (1999). Segundo, se estiman pseudo precios o valores unitarios (Lewbel, 1989b) ante la falta de un relevamiento de precios en la encuesta y la dificultad de definir precios implícitos. Tercero, se instrumenta la variable gasto total para corregir la endogeneidad que introduce su empleo en un sistema completo de demanda.

Los datos corresponden a las Encuestas de Gastos de los Hogares (ENGH), para los periodos 1996/97 y 2004/05. Los hogares utilizados para las estimaciones son aquellos compuestos por miembros menores de 60 años y la definición de los cortes etarios de los tipos de integrantes se seleccionan de forma tal de permitir las comparaciones entre las escalas estimadas por el modelo y las utilizadas actualmente por el INDEC. Los resultados muestran que, para cada tipo de integrante, existen diferencias importantes de acuerdo al tipo de gasto que se considere.

Palabras Claves: Escalas de equivalencia de Barten – Sistema de Demanda QES – Corrección por Sesgo – Pseudo Precios Implícitos.

Indice

1. Introducción

La medición de la pobreza a través del ingreso o el consumo, requiere comparar el nivel de bienestar de hogares que poseen diferente tamaño y composición socio-demográfica. En general, las comparaciones se realizan en términos del gasto por adulto equivalente en cada hogar y el valor de una canasta básica que define la Línea de Pobreza. La construcción del gasto por adulto equivalente, sin embargo, requiere de supuestos acerca de la asignación intrafamiliar de los recursos y de las diferentes necesidades de cada uno de los miembros del hogar. Por ejemplo, los niños y los ancianos en una familia suelen representar una proporción menor a uno respecto de un miembro adulto en edad activa.

El mismo nivel de ingreso o gasto no genera el mismo nivel de bienestar en un hogar grande comparado con uno pequeño, ni en un hogar con niños comparado con uno compuesto sólo por adultos. Los hogares de mayor tamaño presentan economías de escala en el consumo de algunos bienes y los hogares con niños requieren otros bienes que no son consumidos en hogares de sólo miembros adultos.

La transformación del número de miembros de un hogar en el número de adultos equivalentes que le corresponde requiere de una escala de equivalencias, que depende de las edades y el género de cada una de las personas que conviven y de la cantidad de integrantes. Los hogares se diferencian unos de otros por su tamaño y por las características socio-demográficas de sus miembros, lo que a su vez se refleja en su comportamiento de consumo.

A través del comportamiento observado o los gastos de consumo "revelados" por las encuestas de gastos es posible estimar el valor de las escalas de equivalencia. Pero este no es el tipo de escalas que se emplean actualmente en el cálculo del porcentaje de hogares y personas pobres o indigentes en nuestro país. Las escalas oficiales están calculadas en función de los requerimientos calóricos de los miembros del hogar de acuerdo a sus edades y género, las que son de tipo normativo y se han mantenido constantes.

Los resultados de trabajos de investigación anteriores con datos de nuestro país (Berges, 2011) indican grandes diferencias en el valor de las escalas estimadas (para lo que se emplea un modelo semiparamétrico) en base al consumo de los hogares y las institucionalmente utilizadas por el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC). Al mismo tiempo se observaron cambios significativos en las estimaciones que surgen de los datos de las dos Encuestas Nacionales de Gastos de los Hogares (ENGH 1996/97 y ENGH 2004/05), con fuertes implicancias en términos del bienestar de los hogares. En particular, las economías de escala se han reducido, lo que conduciría a un empobrecimiento relativo de los hogares de mayor tamaño en los casos en los cuales sus ingresos totales no hubieran aumentado lo suficiente como para compensar la pérdida de economías en el consumo conjunto.

Estos resultados fueron obtenidos estimando escalas IB o independientes de la utilidad base de referencia, lo que constituye un supuesto bastante restrictivo acerca de la forma de las curvas de Engel que corresponden a los distintos tipos de hogares (Lewbel, 1989a y Blackorby & Donaldson, 1989). Los test de comprobación indicaron un comportamiento acorde a las previsiones del modelo en el período 1996/97 en la mayoría de los hogares, pero sólo en algunos casos en el período 2004/05. Por este motivo, la posibilidad de verificar los cambios encontrados, empleando una metodología alternativa para obtener las escalas contribuiría a reforzar los resultados en términos de bienestar.

El objetivo de esta tesis consiste en estimar las escalas de equivalencia modelando los diferentes comportamientos de consumo de los hogares con funciones de demanda paramétricas que dependen de los precios, del total de gastos y del conjunto de características socio-demográficas de los hogares.

Estas escalas de equivalencia entre hogares actúan como deflactores, corrigiendo los gastos totales de los hogares de acuerdo con sus características y suponen que las únicas diferencias en los gustos de los hogares se deben a las variaciones en sus características observables. Los métodos más utilizados en la literatura de estimación de escalas partiendo de funciones de demanda se basan en los modelos de Rothbarth (citado en Madge, C., 1943), Prais & Houthakker (1955), Barten (1964), y Gorman (1976).

Las estimaciones y el análisis de los resultados se efectúan para los hogares argentinos a partir de los datos de la Encuesta Nacional de Gastos de los Hogares (ENGH). Esta encuesta es realizada por el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC), de libre acceso y se encuentra disponible para los periodos 1996/97 y 2004/05.

1.1 Objetivo General

Estimar empíricamente las escalas de equivalencia, del tipo Barten, en el consumo de los hogares a través de la utilización de un sistema paramétrico de ecuaciones de demanda completo para analizar el comportamiento de los consumidores y discutir los cambios en el bienestar de los hogares argentinos.

1.2 Objetivos Particulares

1) Analizar y comparar las características descriptivas de los hogares que surgen de ambas encuestas (ENGH) 1996/97 y 2004/05.

2) Analizar el comportamiento de consumo de los hogares argentinos en ambos períodos.

3) Estimar el sistema de demanda y calcular las escalas de equivalencia en el consumo para las diferentes categorías de gasto de la ENGH.

4) Efectuar comparaciones entre los resultados obtenidos para ambos períodos e investigar la hipótesis acerca de la disminución de las economías de escala en el consumo.

5) Analizar los cambios en el bienestar de la población de referencia, de acuerdo a sus características socio-demográficas.

1.3 Hipótesis

H1. La participación de los distintos tipos de gastos respecto del presupuesto total de gastos se ha modificado entre ambos períodos en respuesta a los cambios de los precios relativos y de las preferencias de consumo.

H2. Las economías de escala en el consumo para hogares de mayor tamaño han disminuido.

H3. Ha aumentado la importancia relativa en el consumo de ciertos bienes privados (cuyo consumo es excluyente y asociado a un único individuo dentro del hogar) en detrimento de otros con características de bienes públicos o semipúblicos (cuyo consumo o parte de él puede ser disfrutado por todos los miembros de forma no excluyente).

1.4 Métodos Empleados

La metodología de estimación de escalas que se plantea responde al modelo propuesto por Barten (1964). Los efectos demográficos se incluyen en un sistema completo de demanda a través de factores de escala en el consumo específicos para cada bien que incorporan las necesidades de cada miembro adicional en el hogar. La utilización de este método requiere de datos que exhiban variación regional o temporal de precios, para poder identificar las escalas.

Schulte (2007) propone un nuevo método para la estimación de las escalas de equivalencia del modelo de Barten basado en un sistema de demanda cuadrático (QES), aplicable a datos de corte transversal. La identificación de las escalas se realiza por medio de la forma no lineal de las Curvas de Engel y requiere de variaciones de precios.

El modelo de Barten supone que las cantidades observadas para el hogar tipo s pueden ser convertidas en el consumo equivalente de un hogar de referencia tipo r

empleando un vector de factores de escala específicos para cada bien. El hogar de referencia usualmente utilizado es el compuesto por un hombre adulto en edad activa o por una pareja de adultos sin hijos. De este modo el factor de escala para el hogar s para el bien i (m_i^s) se determina en relación al hogar de referencia, para el cual m_i^r está normalizado a uno. El consumo equivalente para el hogar tipo s (q_i^r) es el resultado de dividir las cantidades consumidas por ese hogar (q_i^s) por el factor de escala (m_i^s).

La estimación de sistemas de demanda de este tipo requiere otras dos consideraciones metodológicas. La primera se debe a la endogeneidad del gasto total –como variable que aproxima el ingreso del hogar- y para corregir los sesgos de estimación que supone, se utilizan variables instrumentales en dos etapas –Banks et al. (1997), Schulte (2007)-. La segunda se debe al sesgo que introducen las observaciones cero en muchos de los bienes, sin que ello implique necesariamente que los hogares no los consumen, y se requiere aplicar alguno de los procedimientos de corrección sugeridos por Wooldridge (2002) o Shonkwiler & Yen (1999).

2. Escalas de Equivalencias

Las escalas de equivalencia permiten transformar el ingreso de diferentes tipos de hogares en un ingreso de referencia equivalente, es decir, en una medida monetaria del bienestar que resulta directamente comparable entre los diferentes tipos de hogares. Esta transformación permite construir una distribución del ingreso para una población con hogares con diferente composición, al mismo tiempo que considera los diversos valores que un ingreso dado tiene para hogares que varían en el tamaño y las características de sus miembros.

Con el fin de realizar comparaciones, los hogares deben expresarse en una base que les sea común, sea en términos del poder de compra por individuo o en términos del bienestar. Cuando un hogar del tipo s con un ingreso dado por μ^s se encuentra tan bien como un hogar de referencia r con un ingreso de μ^r, entonces la relación entre ambos ingresos se denomina escala de equivalencia de s con respecto a r. Formalmente, se considera que el nivel de bienestar de ambos hogares se puede representar por las siguientes funciones de utilidad indirecta:

$$u^s = V^s(\mu^s, p) \tag{2.1}$$

$$u^r = V^r(\mu^r, p) \tag{2.2}$$

para un vector de precios p, la escala de equivalencia del hogar tipo s con respecto al hogar de referencia r se puede escribir como:

$$m_r^s = \left.\frac{\mu^s}{\mu^r}\right|_{V^s(\mu^s,p)=V^r(\mu^r,p)} \tag{2.3}$$

El ingreso μ^s al cual el hogar s se encuentra tan bien como el hogar r con un ingreso de μ^r, esto es $V^s(\mu^s, p) = V^r(\mu^r, p)$, se denomina "*ingreso de referencia equivalente*"; y esta medida se calcula dividiendo el ingreso de un hogar por su escala de equivalencia. En general, se emplea como hogar de referencia un adulto soltero o una pareja de adultos en edad activa sin hijos. En el primero de los casos, la escala de equivalencia se denomina "*escala de equivalencia adulta*" e "*ingreso per cápita equivalente*" al ingreso equivalente de referencia.

Existen diversas formas o técnicas que permiten la obtención de las escalas de bienestar:

- Dividir las cantidades demandadas y el total de gasto por el total de personas del hogar y expresarlas en términos per cápita, esto se puede realizar porque los hogares enfrentan los mismos precios para los bienes. En este caso el ingreso adulto equivalente es el ingreso total del hogar dividido por el número de integrantes del hogar. Para ello se supone que si el presupuesto per cápita es relevante para los patrones de demanda, puede también llegar a reflejar los niveles de bienestar. Sin embargo, hay que tener en cuenta que si el objetivo es hacer comparaciones de bienestar entre los hogares más que comparaciones de sus comportamientos como consumidores, entonces se debe suponer que, aquellos hogares que tienen idéntico patrón de consumo, poseen también idéntico nivel de bienestar. Esta metodología ignora la variación de las necesidades como consecuencia de los diferentes tipos de composición y tamaños de los hogares. Por ejemplo, los niños tienen diferentes necesidades con respecto a los adultos. También es probable que se presenten economías de escala en el consumo: tres personas no necesitan proporcionalmente más vivienda, electrodomésticos o transporte que dos personas; cuando se compra y se cocina en mayor volumen los costos en algunos de los bienes disminuyen. El vestuario puede ser suministrado, en su orden, dentro del hogar, desde los adultos a los jóvenes y de hermanos mayores a los menores.

- Las escalas de equivalencia son otra forma de comparar los niveles de bienestar por medio del ingreso real, entre hogares de diferentes tamaños y diferentes características demográficas, educacionales y ocupacionales. Estas escalas de equivalencia, son números índices que sirven para comparar niveles de bienestar entre hogares con diferentes características. Las escalas de equivalencia se basan en el supuesto de que las únicas diferencias en los gustos de los hogares se deben a las variaciones en sus características observables. Las escalas de equivalencia de un hogar son deflactores que corrigen los gastos totales de los hogares de acuerdo con las necesidades de sus miembros.

Además, las escalas de equivalencia tienen un papel preponderante en la definición de la línea de pobreza e indigencia; la definición normativa de una canasta de consumo mínimo que provea una vida digna, depende de la composición de los hogares.

Las escalas de equivalencia son superiores al primer método ya que consideran las diferencias en las necesidades de los integrantes del hogar y las economías de escala en el consumo al interior del hogar. Cada miembro es ponderado de acuerdo a sus necesidades y las economías de escala que corresponden según el número de integrantes del hogar. Por ejemplo, en un hogar de 2 personas adultas de iguales necesidades, la ponderación del primer adulto es 1, mientras que la del segundo es menor a 1 si existe alguna economía de escala de vivir juntos. Si un tercer adulto se incorpora, su ponderación será menor que la del segundo integrante si incorpora economías adicionales. En cambio, si las economías en el uso de los "bienes públicos" del hogar fueron agotadas por la segunda persona, la ponderación de la tercera será mayor a la de la segunda. Si en lugar de una persona adulta se incorpora un niño al hogar, las ponderaciones serán diferentes porque los niños tienen necesidades diferentes a las de los adultos. Las ponderaciones pueden también estar influidas por otros parámetros tales como la edad, el género, nivel educativo, situación ocupacional, etc. El valor de la escala de equivalencia total es la suma de las ponderaciones individuales.

2.1 Identificación y Medición

Existen diferentes problemas asociados con la identificación y la medición de las escalas de equivalencia. El nivel de bienestar de un hogar (o su nivel de utilidad) se puede derivar de su comportamiento observado, de la percepción propia del hogar acerca de su nivel de bienestar, u otros indicadores tales como las condiciones de vida, acceso a la educación, etc. Los problemas de identificación aparecen en diversos métodos en los que se puede determinar un solo nivel de utilidad ordinal. En estos casos, la función de utilidad del hogar se puede recuperar del comportamiento observado sólo con una transformación monótona. Sin embargo, las escalas de equivalencia no están definidas cuando la transformación monótona depende de las características del hogar. En cambio, los problemas de identificación no aparecen en aquellos métodos que determinan alguna función de utilidad cardinal.

Por este motivo existe una amplia variedad de métodos de estimación que intentan diferentes formas de superar el problema de identificación. Siguiendo a Schulte (2007), los métodos se pueden clasificar en tres grandes grupos:

1. *Métodos basados en mediciones de expertos:* en este caso las necesidades de los hogares son determinadas por expertos.
2. *Métodos de encuesta:* los hogares son entrevistados acerca de los ingresos necesarios bajo diferentes situaciones socio-demográficas o sobre su satisfacción personal con el ingreso o estilo de vida en general.
3. *Métodos económicos:* las escalas de equivalencia se derivan de patrones de consumo y de la teoría de la utilidad.

A continuación se realiza una breve síntesis de los diferentes métodos de determinación de las escalas de equivalencia.

2.1.1 Medidas de Expertos

Este enfoque consiste en la medición de las necesidades de los hogares por parte de expertos, generalmente en términos de un nivel de ingreso mínimo. Para ello se determina un mínimo de necesidades específicas para hogares con diferente composición socio-demográfica. Usualmente, este enfoque tiene origen en las ciencias nutricionales, donde las escalas están basadas en los requerimientos calóricos mínimos de los hogares. La primera medición corresponde al trabajo de Engel (citado en Schulte, J., 2007), en donde extrapola las necesidades de un niño a las necesidades de una persona adulta. Esto constituye una medición mixta, ya que las necesidades básicas son determinadas por un experto, mientras que su extensión a personas con diferentes características se efectúa a través de mediciones estadísticas que aplican algún índice de necesidades. Este enfoque considera las necesidades por género y edad, con lo que las escalas de equivalencia son individuales y no del hogar. Estas escalas miden las necesidades de los diferentes individuos, pero no tienen en cuenta las economías de escala en el consumo al interior del hogar.

En un segundo enfoque, los expertos definen una canasta de bienes y servicios que contienen un conjunto de bienes esenciales (comida, ropa, educación, vivienda, etc.). Los ratios entre la valuación monetaria de la canasta de bienes para los diferentes tipos de hogares son interpretadas como escalas de equivalencia. Este enfoque es criticado porque su definición implica un juicio explícito del conjunto de necesidades mínimas, mientras que los enfoques basados en las medidas de algún índice de necesidades (como las medidas de Engel) son consideradas como más objetivas.

2.1.2 Métodos de Encuestas

Los enfoques económicos identifican los diferentes niveles de bienestar indirectamente a partir de las demandas observadas. En cambio, los métodos basados en encuestas intentan medir el bienestar y su relación con el ingreso y las características socio-demográficas directamente a través de preguntas sobre las necesidades o evaluación de bienestar. Existen dos grandes enfoques de este método: el enfoque subjetivo y el consensual. En el primero, los encuestados deben responder cuál es el nivel de ingreso correspondiente a diferentes niveles de vida, dadas sus actuales características socio-demográficas. En el segundo, los encuestados responden acerca de situaciones socio-demográficas hipotéticas y no sobre su propia situación.

Dentro del enfoque subjetivo se encuentra el procedimiento que se conoce como "*Lynden School*", donde los individuos responden si consideran que su nivel de ingreso, dadas sus características personales, corresponde a un nivel de vida "malo", "suficiente", "bueno", etc. En este caso los individuos establecen el nivel de ingreso para niveles de bienestar hipotéticos y para su propio nivel, el que coincide con una de las categorías. Otro de los enfoques subjetivos es el de "*Income Satisfaction*", donde los individuos evalúan su propio ingreso o nivel de bienestar con una escala numérica o verbal (de muy malo a muy bueno). La ventaja de este método es que el individuo responde exclusivamente sobre su actual nivel de vida y no sobre situaciones hipotéticas como en el *Lynden School*.

El enfoque consensual se basa en opiniones acerca del nivel de vida. Los individuos evalúan los niveles de vida en diferentes contextos socio-demográficos. Los individuos pueden responder acerca del ingreso necesario para alcanzar cierto nivel de vida o sobre el nivel de vida correspondiente a un ingreso dado. En este enfoque tanto el nivel de vida como las características socio-demográficas son situaciones hipotéticas y no se pregunta acerca de la propia situación del encuestado.

2.1.3 Métodos Económicos

Estos métodos se encuentran basados en la teoría de la demanda, donde existe una correspondencia entre el comportamiento observado de los hogares y su nivel de bienestar, por lo que los métodos económicos derivan las escalas de equivalencia de los comportamientos de consumo observados de los hogares. El fundamento de estos enfoques es la teoría de la demanda microeconómica neoclásica. Bajo esta teoría, las preferencias de los hogares se pueden representar por una función de utilidad $u = U(q, s)$ donde q es el vector de cantidades de los n bienes de consumo y s es el índice del tipo de hogar (que varía de acuerdo a la composición socio-demográfica del mismo). La teoría de la utilidad asume que los individuos se comportan racionalmente, lo que se traduce en la existencia de preferencias completas y que satisfacen la propiedad de transitividad. Por preferencias completas, los hogares poseen relaciones de preferencias bien definidas entre dos conjuntos de alternativas. Por transitividad, si una combinación de bienes q_A es preferida a la combinación q_B y esta última preferida a q_C, entonces q_C no puede ser preferida a q_A. Con estas dos propiedades la función de utilidad $U(q, s)$ es creciente y cuasicóncava en el vector q y asigna un valor numérico a cada combinación q. Pero, este valor tiene sólo un sentido ordinal, en el que la combinación con mayor valor de utilidad es preferida a aquella con menor valor; y la diferencia entre los valores de utilidad no resulta relevante. Se debe resaltar que la función de utilidad definida de esta forma no es única, de hecho las propiedades de preferencias planteadas se satisfacen con cualquier transformación monótona de la función de utilidad.

Dada la función de utilidad U, el ingreso disponible μ, y el vector de precios p, los hogares con comportamiento racional maximizan su utilidad sujetos a la restricción presupuestaria $p'q \leq \mu$. La solución a este problema de maximización da origen al vector de funciones de demandas *Marshallianas* $q = g(\mu, p, s)$, las que especifican la combinación de consumo óptimo como función del ingreso, los precios y la composición del hogar. Si se sustituye la función de demanda marshalliana en la función de utilidad se obtienen las funciones de utilidad indirectas $u = V(\mu, p, s)$.

El problema de minimizar el costo $x = p'q$ sujeto a un nivel de utilidad dado constituye el problema dual al de la maximización de la utilidad. La solución a este problema da origen a lo que se conoce como las demandas *Hicksianas* $q = h(u, p, s)$, las que dependen del nivel de utilidad, los precios y las características de los hogares. Si estas funciones se sustituyen en $x = p'q$, se obtienen las correspondientes funciones de costo $c = c(u, p, s)$ en las que se especifica el costo de alcanzar el nivel de utilidad u dados los precios p y las características de los hogares s. De la inversión de la función de costo se recupera la función de utilidad indirecta.

Una forma alternativa de obtener las demandas hicksianas es a través de la derivada de la función de costo respecto a los precios:

$$h_i(u, p, s) = \partial c(u, p, s)/\partial p_i \qquad (2.4)$$

o en términos de la participación en el gasto de los hogares (share):

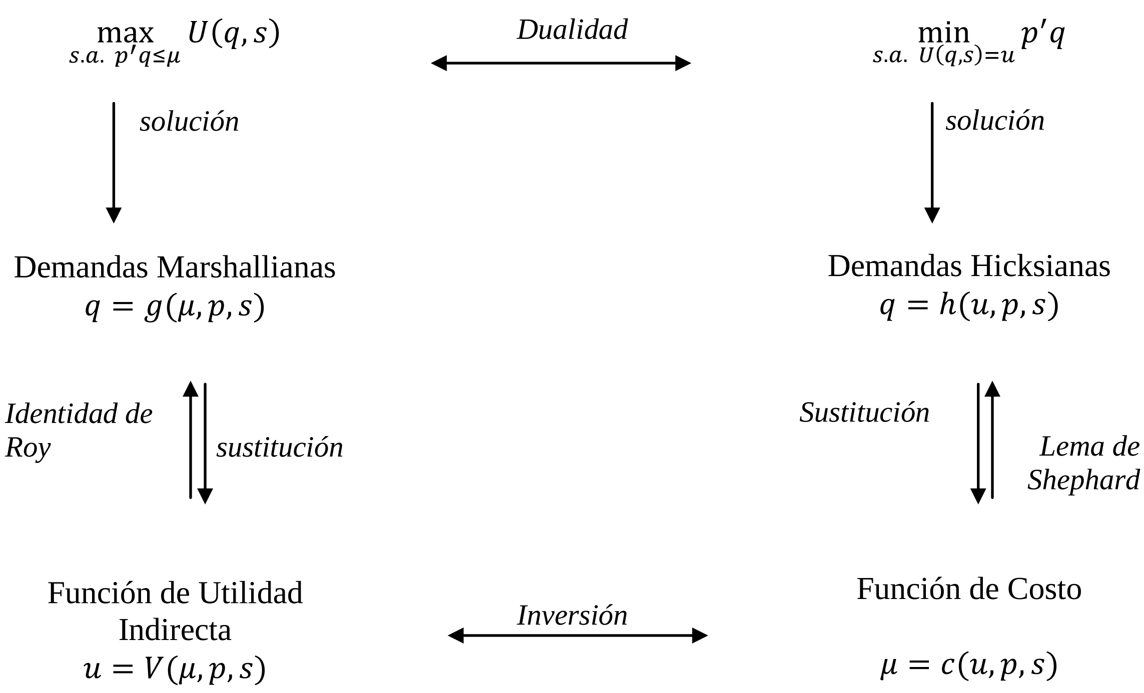
$$w_i(u, p, s) = \partial \ln c(u, p, s) \,/ \partial \ln p_i \qquad (2.5)$$

Esta ecuación es también conocida como el "*Lema de Shephard*". Las demandas marshallianas se obtienen a partir de la función de utilidad indirecta aplicando la "*Identidad de Roy*":

$$g_i(\mu, p, s) = -\frac{\partial V(\mu,p,s)/\partial p_i}{\partial V(\mu,p,s)/\partial \mu} \qquad (2.6)$$

En la Figura 2.1 se presentan las relaciones importantes en la teoría de la demanda.

Figura 2.1 - Relaciones en la Teoría de Demanda



Fuente: Deaton & Muellbauer (1980).

Independientemente de la parametrización particular de la función de utilidad, su maximización sujeta a una restricción presupuestaria impone ciertas restricciones al sistema de demanda. Ellas son:

- ***Aditividad***: si las preferencias de los hogares se caracterizan por la no saciedad, la suma de los gastos del hogar en los diversos bienes iguala el ingreso del hogar[1].

- ***Homogeneidad***: un incremento simultáneo y proporcional en todos los precios e ingreso mantiene inalteradas las funciones de demanda.

[1] En este caso no se considera la posibilidad de sustitución intertemporal que daría origen al ahorro y consumo fuera del periodo analizado.

- ***Negatividad***: un incremento en el precio de uno de los bienes, con un nivel de utilidad constante, lleva a que la demanda de dicho bien no aumente. Esto implica que las derivadas de las demandas hicksianas respecto de su propio precio son negativas o nulas: $\partial h_i(u,p)/\partial p_i \leq 0$.

- ***Simetría***: impone la restricción que las derivadas respecto a los pecios cruzados de las demandas hicksianas son simétricas, esto es $\partial h_i(u,p)/\partial p_j = \partial h_j(u,p)/\partial p_i$. Esta propiedad, junto a la de negatividad, constituyen un test para la consistencia de las decisiones de los consumidores.

Las demandas marshallianas de un hogar pueden ser estimadas directamente a partir de las observaciones de gasto, mientras que las funciones de utilidad y costo requieren de una teoría subyacente. La forma funcional de las demandas marshallianas se puede derivar de una función de utilidad (directa o indirecta) o bien se pueden especificar sin tener en cuenta una función de utilidad. La segunda de estas alternativas es la empleada en estimaciones no paramétricas de la demanda.

2.1.3.1 Escalas de Equivalencia y el Problema de Identificación

Para el hogar tipo s se puede calcular la escala de equivalencia m_r^s, relativo a un hogar de referencia tipo r, si se conoce la función de costo para ambos tipos de hogares. En general, la escala dependerá del nivel de utilidad del hogar de referencia, u, y de los precios p:

$$m_r^s(u,p) = \frac{c(u,p,s)}{c(u,p,r)} \tag{2.7}$$

La función de costo se puede construir a partir de la función de utilidad $U(q,s)$ (Pollak & Wales, 1979), función que describe las preferencias de los hogares a partir del conjunto de bienes q y las características de los hogares s. La función $U(q,s)$ se puede identificar si las elecciones sobre q y las características s son observadas (Lewbel, 1997). Las escalas de equivalencia están únicamente identificadas porque una transformación monótona, $t(\cdot)$, de U afecta por igual a todos los hogares, pero no la relación entre ellos.

Las escalas de equivalencia condicionales[2] se pueden escribir como la relación de dos ingresos μ^s y μ^r, que le permiten a dos hogares de diferente composición socio-demográfica alcanzar un mismo nivel de utilidad u (representado por la función de utilidad indirecta). En general, las escalas dependerán del nivel de utilidad de referencia u y los precios p:

$$m_r^s(u,p) = \left.\frac{\mu^s}{\mu^r}\right|_{u=V^s(\mu^s,p)=V^r(\mu^r,p)} \qquad (2.8)$$

donde $V^s(\cdot)$ y $V^r(\cdot)$ son las funciones de utilidad indirecta condicionales[3] de los hogares de tipo s y r, que se recuperan a partir de la teoría de la demanda y los gastos observados para estos tipos de hogares.

Sin embargo, las escalas de equivalencia no se pueden identificar a partir de esta expresión porque la función de utilidad sólo está identificada para una transformación monótona: supongamos que $\tilde{V}^s(\cdot)$ y $\tilde{V}^r(\cdot)$ son funciones de utilidad indirecta que son consistentes con el comportamiento de demanda observado de los hogares de tipo s y r. Entonces, cualquier transformación monótona $t(\cdot)$ de las dos funciones es consistente con la teoría de demanda. Pero las escalas de equivalencia toman diferentes valores si la transformación no es independiente del tipo de hogar, con $t^s(\tilde{V}^s(\cdot))$ y $t^r(\tilde{V}^r(\cdot))$, ya que la igualdad de los niveles de utilidad depende de la transformación:

$$\left.\frac{\mu^s}{\mu^r}\right|_{\tilde{u}=V^s(\mu^s,p)=V^r(\mu^r,p)} \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} \left.\frac{\mu^s}{\mu^r}\right|_{\tilde{u}=t^s(V^s(\mu^s,p))=t^r(V^r(\mu^r,p))} \qquad (2.9)$$

Existen diferentes soluciones al problema de identificación, tal como el uso de proxys para el bienestar de los hogares como en el método de Engel, o el

[2] Las escalas son condicionales a la composición socio-demográfica de los hogares, la que se toma como dada.

[3] De acuerdo con Pollak & Wales (1979) $V^s(\cdot)$ y $V^r(\cdot)$ se denominan funciones de utilidad condicionales porque representan las preferencias de los hogares dadas sus características s y r. Por el contrario, las no condicionales asumen que el hogar puede escoger su composición socio-demográfica.

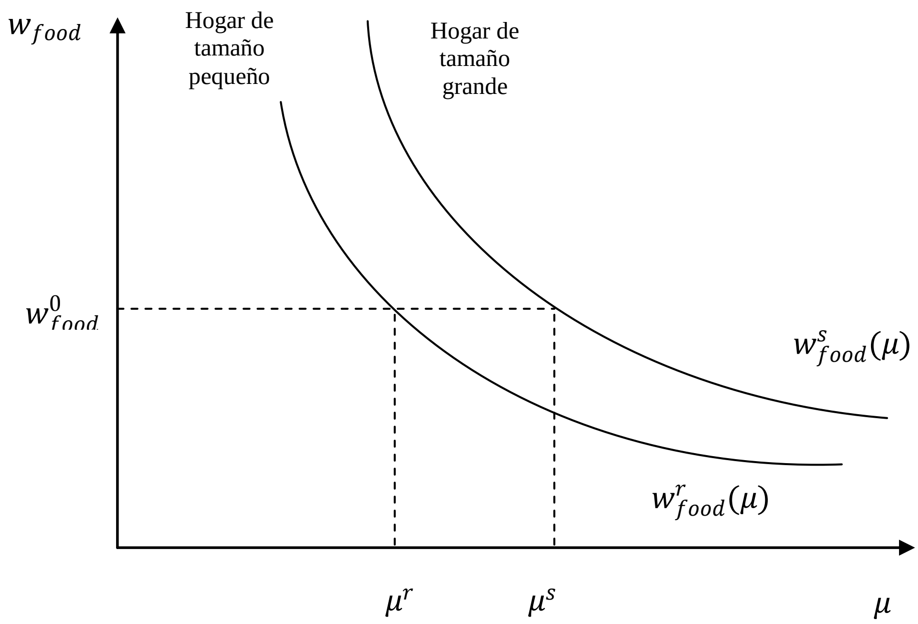
establecimiento de algún supuesto acerca de la forma funcional de las escalas de equivalencia, pero muchas imponen alguna estructura sobre las decisiones al interior de los hogares como en el modelo de Rothbarth o el de Barten.

2.1.3.2 Escalas de Engel

El resultado conocido como la "*Ley de Engel*" establece que la participación del gasto de los alimentos sobre el gasto total (denominado *share* de los alimentos) decrece a medida que aumenta el ingreso. Por lo tanto, resulta razonable el uso del *share* observado de los alimentos como un indicador del bienestar del hogar. Otro resultado importante es que el incremento en el tamaño del hogar (con un ingreso constante) aumenta el *share* de alimentos. De este modo, un cambio en las características socio-demográficas actúa de igual modo que una reducción en el ingreso. Las escalas de equivalencia de Engel están basadas en el supuesto de que el *share* de alimentos es un indicador del bienestar válido para la comparación de hogares de diferente composición. De este modo, dos hogares de diferente composición se encuentran igual de bien si gastan el mismo *share* en alimentos.

En la Figura 2.2 se encuentra una representación gráfica del método, en el eje de ordenadas se encuentra el *share* de los alimentos y en el de abscisas el ingreso total. Las curvas muestran el *share* en alimentos para dos tipos de hogares, un hogar de tamaño grande (hogar tipo s) y otro de tamaño pequeño (hogar tipo r o de referencia). Dado que el *share* de alimentos es decreciente en el ingreso, ambas curvas tienen pendiente negativa. En este caso, el hogar s se encuentra igual de bien que el hogar de referencia r a un ingreso de referencia μ^r, si el *share* en alimentos es el mismo, para lo que se requiere un ingreso de μ^s.

Figura 2.2 - Método de Engel



Fuente: Deaton & Muellbauer (1980).

La escala de equivalencia de Engel al nivel del ingreso de referencia μ^r es:

$$m_r^s(\mu^r) = \left.\frac{\mu^s}{\mu^r}\right|_{w^s_{food}(\mu^s)=w^r_{food}(\mu^r)} \tag{2.10}$$

Nicholson (1976) argumenta que las escalas de Engel son sesgadas. El argumento es que si por ejemplo una pareja sin hijos tiene uno, el *share* en alimentos aumentará. Si el hogar está compensado por todos los costos de un hijo, el *share* en alimentos igualmente aumentaría, lo que se debe a que el *share* en alimentos de los niños es mayor al de los padres, y por tanto las escalas de Engel indicarían una reducción en el bienestar. Deaton (1997) sostiene que el sesgo no se puede estimar y por ello no deberían emplearse estas escalas. Sin embargo, han sido ampliamente utilizadas debido a su facilidad de aplicación.

Las escalas de Engel se pueden plantear en un modelo económico. De acuerdo con Deaton & Muellbauer (1980), la función de costo de Engel y la función de utilidad indirecta están dadas por:

$$c(u,p,s) = m(s)\tilde{c}(u,p) \tag{2.11}$$

$$u = U(q_i/m(s), \dots, q_n/m(s)) \tag{2.12}$$

donde el factor de escala $m(s)$ es una función del índice del tipo de hogar s, el cual puede ser normalizado al valor de 1 para el hogar de referencia r. Con el "Lema de Shephard", el share de alimentos w_f se puede calcular como:

$$w_f = \frac{\partial \ln c(u,p,s)}{\partial \ln p_f} = \frac{\partial \ln m(s)}{\partial \ln p_f} + \frac{\partial \ln \tilde{c}(u,p)}{\partial \ln p_f} = \frac{\partial \ln \tilde{c}(u,p)}{\partial \ln p_f} \qquad (2.13)$$

El *share* de los alimentos depende sólo de los precios y el nivel de utilidad pero no de las características socio-demográficas. De este modo, dos hogares que tienen igual *share* en alimentos tienen el mismo nivel de utilidad o bienestar. La función de escala $m(s,u)$ se identifica a partir de las funciones de demandas marshallianas:

$$q_f = m(s) g_f(\mu/m(s), p) \qquad (2.14)$$

Estas se pueden expresar en términos del *share* como:

$$w_f = \frac{p_f q_f}{\mu} = \frac{p_f g_f(\mu/m(s), p)}{\mu/m(s)} \qquad (2.15)$$

Cuando se encuentran los niveles de gastos μ^s y μ^r a los cuales los hogares s y r gastan igual *share* en alimentos, las escalas de equivalencia son calculadas como:

$$\frac{\mu^r}{m(r)} = \frac{\mu^s}{m(s)} \text{ y si se normaliza } m(r) = 1 \text{ se tiene } m(s) = \frac{\mu^s}{\mu^r} \qquad (2.16)$$

El modelo se puede generalizar con un factor de escala y una escala de equivalencia que dependa del nivel de utilidad, para lo que se requiere reemplazar $m(s)$ por $m(s,u)$.

El modelo de Engel requiere que todos los *shares* (no sólo el de alimentos) sean iguales dadas las preferencias. Dado que esto resulta muy restrictivo, se plantea una extensión en la que no se requiere que los factores de escala para todos los bienes sean iguales. Esta generalización se conoce como el modelo de Prais & Houthakker (1955), donde la Curva de Engel se generaliza a:

$$\frac{q_i}{m_i} = g_i\left(\frac{\mu}{m_0}\right) \qquad (2.17)$$

m_0 es una escala de equivalencia general que está definida como un promedio ponderado de las escalas individuales m_i. Sin embargo, esta escala no se encuentra matemáticamente identificada (Muellbauer, 1980). Esto se debe a que existen n bienes y por lo tanto n escalas individuales no conocidas m_i. Pero hay sólo $n-1$ curvas de Engel independientes: dada la restricción de aditividad, la enésima curva de Engel no es independiente de las restantes. Con n incógnitas y sólo $n-1$ ecuaciones, la identificación del sistema no es posible. Esto se soluciona estableciendo algún supuesto sobre alguno de los parámetros de escala del sistema.

2.1.3.3 Escalas de Rothbarth

Las escalas de equivalencia de Rothbarth (desarrolladas en 1943) están diseñadas para la estimación del costo de los niños. Estas escalas permiten la comparación de hogares con el mismo número de adultos y con diferente número de niños. El autor parte de la idea que las escalas de equivalencia para los adultos se pueden derivar de la observación de los "bienes de adultos"[4], tales como tabaco, alcohol, ropa de adultos, etc.

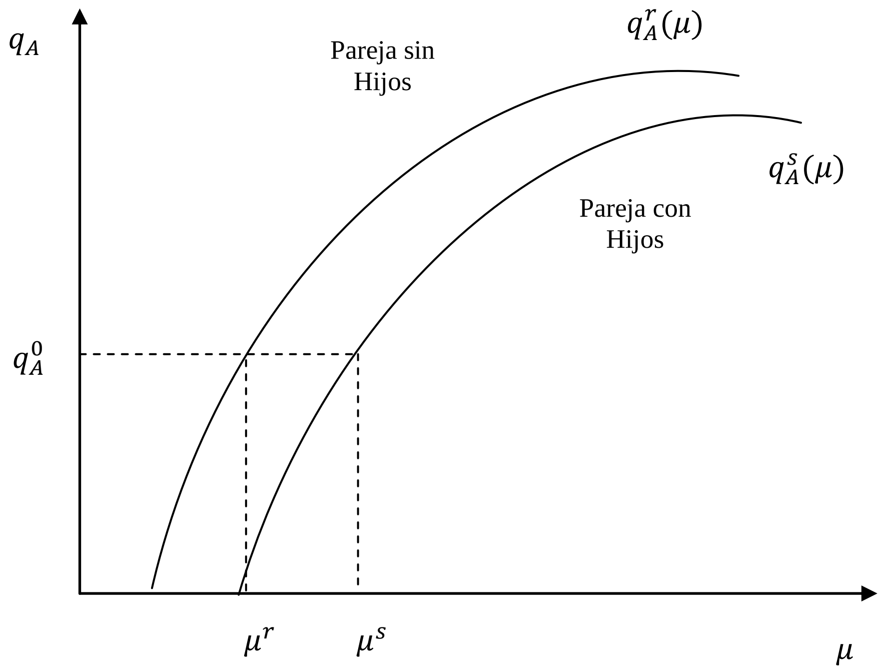
De acuerdo con este modelo, una pareja con niños se encuentra igual de bien que una sin niños si los padres pueden gastar el mismo monto en los bienes de adultos. Un problema en esta metodología es que en las encuestas generalmente no se reporta que miembro del hogar consume cada uno de los bienes, y existen sólo un pequeño número de bienes que son consumidos sólo por adultos (por definición), que son empleados para la identificación del total de consumo de los adultos. De este modo, dos hogares con el mismo número de adultos se encuentran igual de bien si sus consumos en bienes de adultos es el mismo.

En la Figura 2.3 se esquematiza este método. En el eje de ordenadas se muestra el monto comprado de bienes de adultos y en el de abscisas el ingreso. $q_A^r(\mu)$ y $q_A^s(\mu)$ son las curvas de Engel para los bienes de adultos de una pareja sin y con hijos respectivamente. Se asume que los dos hogares tienen el mismo nivel de bienestar si el gasto en bienes de adultos es el mismo. Es decir, el hogar con hijos, s, tiene igual nivel de bienestar al nivel de gasto μ^s que el hogar de referencia r al nivel de gasto μ^r

[4] Se trata de aquellos bienes que son consumidos exclusivamente por los miembros adultos del hogar.

y la escala de equivalencia es: $m(\tilde{u}) = \mu^s/\mu^r$, donde $\tilde{u} = V(\mu^r, r) = V(\mu^s, s)$ es el nivel de utilidad de ambas parejas obtenido a partir de sus respectivos ingresos. En general, las escalas de equivalencia dependen del nivel de utilidad de referencia $\tilde{u}$.

Figura 2.3 - Método de Rothbarth



Fuente: Deaton & Muellbauer (1980).

Este método se encuentra centrado en la utilidad de los adultos. Formalmente, el método supone una función de costo que es aditivamente separable en el costo de los adultos y los niños, esto es:

$$c(u, p_A, p_B, s^c) = c^a(u, p_A, p_B) + c^c(u, p_B, s^c) \tag{2.18}$$

donde p_A y p_B son los vectores de precios para los bienes de adultos y los bienes restantes, s^c es el vector de características socio-demográficas asociadas a los niños. La primera componente de la función de costo c^a se puede interpretar como el costo de los adultos, mientras que la segunda de las componentes c^c como el costo de los niños. Dada la función de aditividad del costo, las demandas hicksianas para cualquiera de los bienes de adultos q_{Ai} está dada por:

$$q_{Ai} = \frac{\partial c^a(u, p_A, p_B)}{\partial p_{Ai}} = h_{Ai}(u, p_A, p_B) \tag{2.19}$$

Un cambio en las características socio-demográficas de los niños tendrá sólo un efecto ingreso sobre la demanda de consumo de los adultos. Asumiendo que los precios son iguales para todos los hogares y normalizando los bienes de adultos, entonces u y q_{Ai} están correlacionados: un incremento en q_{Ai} es equivalente a un incremento en u, y q_{Ai} es un indicador del bienestar de los adultos. El costo de los niños $c^c(u, p_B, s^c)$ para una pareja sin hijos es cero, con lo que la función de costo $c^a(u, p_A, p_B)$ se puede identificar a partir de las observaciones de estas parejas. Las escalas de equivalencia, considerando a una pareja sin hijos como hogar de referencia, está dada por:

$$m_0(u, p_A, p_B, s^c) = \frac{c^a(u,p_A,p_B)+c^c(u,p_B,s^c)}{c^a(u,p_A,p_B)} \qquad (2.20)$$

La popularidad de este método se debe a la facilidad de su aplicación si los bienes de adultos son observados. Sin embargo, la identificación de bienes de adultos en las encuestas posee dificultades. En general, las curvas de Engel para tabaco y alcohol no son monótonas. Cuando varios niveles de gastos generan igual nivel de consumo de bienes de adultos, las escalas de equivalencia son ambiguas (Schulte, 2007).

Deaton & Muellbauer (1986) establecen una relación entre las escalas de Engel y Rothbarth, para ello asumen que todos los bienes fuera del grupo alimentos son bienes de adultos. Las escalas de Rothbarth no superan a las escalas de Engel si los bienes no consumidos por adultos en el modelo de Rothbarth corresponden a alimentos en el modelo de Engel y si los bienes no consumidos por adultos (alimentos) son necesidades. Cuando un niño nace, si el hogar es compensado de acuerdo con Rothbarth su gasto en bienes distintos de alimentos se mantiene sin cambios. Pero, su gasto total ha aumentado, el *share* en alimentos se ha incrementado. Por lo tanto, según Engel, el hogar ha sido sub-compensado. Se sigue, que las escalas de Engel son mayores a las escalas de Rothbarth.

Dado que las escalas de Rothbarth se basan en la identificación de bienes de adultos, no es posible identificar el costo de las características de los adultos. Por ejemplo, las necesidades de adultos empleados y desempleados no pueden ser comparadas con este método si los bienes de adultos no se pueden separar por estatus de empleo. El método se puede adaptar a cualquier categoría de bienes que puedan separarse de acuerdo a alguna característica socio-demográfica. Las críticas al modelo se centran en dos aspectos: la identificación de los bienes de adultos y el supuesto de separabilidad socio-demográfica (Deaton & Muellbauer, 1986).

2.1.3.4 El Método de Barten

En el enfoque de Barten (1964) las características socio-demográficas entran en la función de utilidad a través de factores de escala de bienes específicos m_i^s. Estos factores cubren diferentes necesidades asociadas con las diferentes características socio-demográficas de los integrantes de los hogares, al tiempo que permiten la incorporación de las economías de escala que surgen cuando dos o más personas viven juntas y comparten bienes[5]. Un hogar con mayor número de integrantes debe comprar más cantidad de todos los bienes que no son perfectamente públicos, pero el factor m_i^s para cada bien i puede ser diferente. La cantidad efectivamente consumida por un adulto es q_i/m_i^s. Para comparar la utilidad entre los hogares, la cantidad de todos los bienes consumidos son divididas por el factor de escala correspondiente:

$$U = U(q_1/m_1^s, \dots, q_n/m_n^s) \qquad (2.21)$$

donde U es el nivel de utilidad del hogar tipo s y $U(\cdot)$ es la función de utilidad del hogar de referencia. Los factores de escala m_i^s se suponen exógenos, es decir independientes de las cantidades consumidas, los precios y el ingreso. Los factores de escala m_i^r para el hogar de referencia son normalizados a 1.

La escala actúa directamente sobre los precios porque cambia las cantidades efectivamente consumidas. Un hogar con una composición socio-demográfica del tipo s enfrenta precios escalados $p_i m_i^s$ diferentes a los del hogar de referencia r. Los precios escalados pueden incorporarse en la función de costo como:

[5] Estas economías se refieren a aquellas que surgen cuando dos o más personas viven juntas, no a las economías de escalas asociadas a la presencia de dos o más personas de un mismo tipo.

$$c = c(u, p_1 m_1^s, p_2 m_2^s \ldots, p_n m_n^s) \quad (2.22)$$

La escala de equivalencia m_r^s es la relación de la función de costo del hogar s y la del hogar de referencia r. En general, la escala depende del nivel de utilidad del hogar de referencia u^r:

$$m_r^s(u^r, s) = \frac{c(u^r, p_1 m_1^s, p_2 m_2^s \ldots, p_n m_n^s)}{c(u^r, p_1, p_2, \ldots, p_n)} \quad (2.23)$$

Las demandas hicksianas se obtienen a partir del Lema de Shephard, donde la demanda total del hogar es la demanda adulta equivalente h_i multiplicada por el factor de escala m_i^s:

$$q_i = m_i^s h_i(u, p_1 m_1^s, p_2 m_2^s \ldots, p_n m_n^s) \quad (2.24)$$

Para determinar las escalas, se estima un sistema de ecuaciones de demanda que incluya en su especificación paramétrica los factores de escala. Una ventaja del modelo es que las características socio-demográficas entran en el sistema de demanda exclusivamente vía precios, con lo que las escalas son fácilmente estimables dada una parametrización de las ecuaciones de demanda[6].

La extensión realizada al modelo, por Gorman (1976), intenta solucionar parte del problema del efecto sustitución incorporando términos de consumo fijo β_i^s en las demandas de los hogares. Las nuevas funciones de costo y demandas marshallianas están dadas por:

$$c^s = c(u, p_1 m_1^s, p_2 m_2^s \ldots, p_n m_n^s) + \sum_{j=1}^{n} p_j \beta_j^s \quad (2.25)$$

[6] Se deben tener en cuenta algunas consideraciones asociadas a la idea de que los cambios socio-demográficos afectan a las demandas exclusivamente a través de precios, que resultan relevantes en la comparación de hogares cuando el hogar de referencia no posee hijos (Schulte, 2007). Primero, el modelo no tiene en cuenta aquellos bienes consumidos sólo por familias con hijos. Si el hogar de referencia no consume ciertos bienes, el consumo de estos bienes debe explicarse por efecto sustitución. De modo que una cantidad positiva se obtendrá sólo si el hogar de referencia se encuentra en una solución de esquina y un cambio en los precios lleva al hogar a consumir alguna cantidad de este bien. Segundo, un cambio en los precios relativos lleva a un efecto sustitución, de los bienes con altos factores de escala y altos precios escalados hacia bienes con factores de escala bajos. Esto implica que existe una posible sustitución de los bienes de consumo de los niños a bienes de consumo de adultos. Tercero, se considera la constancia de las elasticidades precio a través de los diferentes tipos de hogares. Por ejemplo, la demanda de leche debería ser más elástica en un hogar sin niños, mientras que resultaría más inelástica en un hogar con niños.

$$q_i^s = m_i^s g_i\left(\mu - \sum_{j=1}^{n} p_j \beta_j^s\,, p_1 m_1^s, p_2 m_2^s, \dots, p_n m_n^s\right) + \beta_i^s \qquad (2.26)$$

Ahora, los efectos socio-demográficos sobre las demandas poseen dos componentes: un gasto necesario (o de subsistencia) y un efecto de escala que es proporcional al consumo del hogar de referencia. Una forma particular del modelo de Gorman es lo que se conoce como traslación, en el que todos los factores de escalas son unitarios. En este caso el costo de los niños es fijo y no depende del ingreso. Las demandas marshallianas son:

$$q_i^s = g_i\left(\mu - \sum_{j=1}^{n} p_j \beta_j^s\,, p_1, p_2, \dots, p_n\right) + \beta_i^s \qquad (2.27)$$

Esta forma es muy restrictiva, porque permite sólo costos fijos para los niños, sin importar cuán alto sea el ingreso de los padres el costo de los niños es siempre el mismo.

2.2 Escalas de Barten

Como se mencionó anteriormente, el método de Rothbarth tiene las ventajas de la facilidad de la estimación y la posibilidad de testear el supuesto de separabilidad socio-demográfica. Sin embargo, el método no tiene en cuenta los posibles efectos sustitución que afectan la demanda para la identificación de bienes de adultos cuando no se cumple el supuesto de separabilidad. Algunos bienes se vuelven relativamente más costosos para consumir cuando hay niños en el hogar, debido a diferencias en las economías de escala en el consumo conjunto y las necesidades adicionales de los niños para varios grupos de bienes. Los cambios en los costos relativos de los bienes afectan los precios percibidos y pueden causar un efecto sustitución, con lo que el método de Rothbarth puede llevar a una estimación sesgada de las escalas[7].

Los métodos de estimación de escalas de equivalencia de Barten (1964) y Gorman (1976) solucionan algunos de estos problemas al permitir sustituciones entre diferentes grupos de bienes. En ambos casos, los efectos socio-demográficos son

[7] Adicionalmente se debe considerar que los bienes de adultos no son siempre observables o son difíciles de distinguir de otros bienes.

incorporados en un sistema completo de demanda a través de factores de escala específicos de los bienes que incluyen las necesidades de los miembros adicionales del hogar. En el método de Gorman, los factores de escalas son combinados con el gasto excedente sobre los costos fijos de los niños. Los factores de escala afectan los precios efectivos de cada bien y generan posibles efectos sustitución que pueden ser integrados dentro del proceso de estimación.

La aplicación de los métodos de Barten y Gorman requieren de la estimación de un sistema completo de demanda (esto es considerar una función de utilidad que comprende todos los bienes y puede derivarse de ella las funciones de demanda para cada uno de los bienes consumidos, Agnew, 1998)[8]. Esto es posible sólo si se puede observar la reacción de la demanda de los hogares a los cambios de precios. El sistema de demanda utilizado es en general el sistema QES ("*Quadratic Expenditure System*")[9].

La identificación del sistema de demanda se logra a través de la no linealidad de las Curvas de Engel (al permitir que el sistema sea cuadrático las Curvas de Engel implícitas pueden ser lineales o cuadráticas) asociadas a la especificación del sistema QES. Dado que la identificación se logra a través de las derivadas de las Curvas de Engel, los parámetros del modelo solo estarán identificados si las Curvas de Engel presentan la curvatura suficiente[10] (Pollak & Wales, 1978; Shulte, 2007).

En lo que sigue se presenta, primero, una revisión de los sistemas de Barten y Gorman, enfatizando algunas cuestiones relacionadas al problema de identificación de los parámetros del sistema. Luego se presenta el sistema QES y la incorporación de las escalas en su parametrización.

---

8 Por el contrario los sistemas incompletos de demanda se centran en la estimación de demandas de un subconjunto de bienes, que forman parte del gasto de los consumidores, ya sea porque no se está interesado en la demanda de ciertos bienes (excluidos en la estimación), o porque no se dispone de los datos necesarios (Lanfranco, 2004).

9 Esto se debe a que las demandas tienen una especificación que incorpora un término cuadrático en el logaritmo del gasto y un término para el gasto de subsistencia (lo que facilita la incorporación de las escalas de Gorman).

10 Un sistema lineal no estaría identificado ya que las Curvas de Engel asociadas al sistema serían todas lineales.

2.2.1 Escalas Demográficas en el Modelo de Barten

En el modelo de Barten se asume que las cantidades observadas para un hogar de tipo s puede ser convertida en el consumo equivalente del hogar de referencia de tipo r, a través de escalarlas con un vector de factores de escala de bienes específicos:

$$m(s) = \{m_1^s, m_2^s, \dots, m_n^s\} \tag{2.28}$$

El hogar de referencia es usualmente un adulto o una pareja de adultos en edad activa sin hijos. El factor m_i^s está determinado a partir de los valores del hogar de referencia para el cual todo m_i^r está normalizado a uno. El consumo equivalente de referencia en un hogar de tipo s es:

$$q_i^r = \frac{q_i^s}{m_i^s} \tag{2.29}$$

donde q_i^s es el consumo observado del hogar y m_i^s es el factor de escala respectivo. q_i^r es el consumo equivalente del hogar de referencia. Por ejemplo, si el hogar de referencia es un adulto, el hogar s es una pareja sin hijos y $m_{manzana}^s = 2$, significa que si se observa que la pareja consume dos manzanas es equivalente al consumo de una manzana en el hogar con un adulto. Por lo que q_i^r es el consumo individual efectivo de todos los adultos en el hogar si el hogar de referencia es sólo un adulto.

Los factores de escalas reflejan las economías de escala y las diferentes necesidades. Por ejemplo, si se considera un hogar de referencia r como una pareja sin hijos y se compara con un hogar conformado por una pareja con dos hijos (s). En este caso un factor de escala $m_i^r = 1.6$ puede tener dos significados: supongamos que el bien es ropa, entonces un factor de 1.6 implica que no hay ahorro de comprar juntos, pero los niños usan menos ropa o más barata que los padres (necesidades diferentes y sin economías de escala). Un factor de 1.6 para vivienda significaría que los niños necesitan tanto espacio como los padres, pero pueden compartir espacios como la cocina o baño (iguales necesidades y economías de escala). Estos dos efectos no pueden separarse, excepto que todos los hogares comparados tengan individuos idénticos, en cuyo caso los factores de escalas reflejarían sólo las economías de escala.

La función de utilidad del hogar s puede escribirse en términos de la función de utilidad del hogar de referencia u^* incorporando cantidades escaladas:

$$u^s(q^s) = u^*(q_1^s/m_1^s, \dots, q_n^s/m_n^s) \qquad (2.30)$$

La función de utilidad u^* se asume es igual para todos los hogares. Esto implica asumir que las preferencias de una pareja sin hijos no cambian cuando tienen hijos. Los padres tienen la misma utilidad consumiendo q_i^s con sus hijos que consumiendo la cantidad escalada q_i^s/m_i^s cuando viven sin niños.

Las demandas marshallianas $g_i(\mu, p_1, \dots, p_n)$ y las funciones de gasto $x_i(\mu, p_1, \dots, p_n)$ para el hogar de referencia r (con $m_i = 1\ \forall i$) puede ser inferida maximizando la función de utilidad u^* sujeta a la restricción presupuestaria:

$$\max u^*(q_1, \dots, q_n)\ s.a.\ \mu = \textstyle\sum_{i=1}^{n} q_i p_i \qquad (2.31)$$

donde μ es el ingreso total.

Análogamente, maximizando la función de utilidad escalada u^s (2.30) se obtienen las funciones de demanda marshallianas para el hogar de tipo s. Empleando (2.30) se puede escribir:

$$\max u^*(q_1^s/m_1^s, \dots, q_n^s/m_n^s)\ s.a.\ \mu = \textstyle\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i^s}{m_i^s} p_i m_i^s \qquad (2.32)$$

Cabe destacar la similitud entre las cantidades escaladas q_i^s/m_i^s y los precios escalados $p_i^s = p_i m_i^s$ en la ecuación (2.32) y las cantidades q_i y los precios p_i en la ecuación (2.31), la solución para g_i se puede emplear para encontrar las demandas g_i^s:

$$\frac{g_i^s}{m_i^s} = g_i(\mu, p_1^s, \dots, p_n^s) \qquad (2.33)$$

o

$$g_i^s = m_i^s g_i(\mu, p_1^s, \dots, p_n^s) \qquad (2.34)$$

Multiplicando por los precios p_i se obtienen las funciones de gasto del hogar tipo s:

$$x_i^s = p_i m_i^s g_i(\mu, p_1^s, \dots, p_n^s) = p_i^s g_i(\mu, p_1^s, \dots, p_n^s) \qquad (2.35)$$

Se nota que normalizando los factores de escala para el hogar de referencia se obtienen las igualdades $q_i^r = g_i(\mu, p_1, \dots, p_n)$ y $x_i^r = x_i(\mu, p_1, \dots, p_n)$.

2.2.2 Método de Gorman: Escala Demográfica y Traslación

La escala demográfica explica los cambios observados en las demandas exclusivamente por efectos sustitución. Esto puede ser un problema si sólo se consume una pequeña cantidad del bien en el hogar de referencia mientras que el hogar comparado consume una gran cantidad. Esto aplica a la mayoría de los bienes que son de consumo exclusivo de los niños, como por ejemplo la comida para bebes, pañales, etc. En el caso extremo, si el hogar de referencia es una pareja sin hijos que no está consumiendo cantidad alguna de comida para bebe, es posible explicar la demanda de los padres para la comida de bebe por un factor de escala multiplicativo sólo si la demanda de los padres sin hijos es el resultado de una solución de esquina de la maximización de la utilidad. Aún cuando la demanda del hogar de referencia no sea cero pero pequeña comparada con la de los padres, los factores de escala pueden ser muy grandes, conduciendo a un cambio extremo en los precios escalados y una excesiva sustitución. Este problema se puede solucionar, en parte, seleccionando grupos de bienes más amplios que agrupen bienes para adultos y para niños, como por ejemplo todos los alimentos en una única categoría.

Gorman (1976) sugiere una solución diferente: los niños tienen necesidades mínimas que se deben satisfacer, como un mínimo nivel de alimentos, vestimenta, juguetes, etc. Para cada categoría, estas necesidades poseen un nivel de subsistencia de costo fijo o gasto excedente β_i^s que depende de la composición del hogar y es independiente del ingreso del hogar. La función de utilidad del hogar se convierte entonces en:

$$u^s = u(q_1^s - \beta_1^s, q_2^s - \beta_2^s, \dots, q_n^s - \beta_n^s) \qquad (2.36)$$

El nivel de subsistencia reduce el ingreso disponible del hogar y las demandas marshallianas pasan a ser:

$$g_i^s = \beta_i^s + g_i\left(\mu - \sum_{j=1}^{n} p_j\beta_j^s, p_1, \dots, p_n\right) \tag{2.37}$$

Pollak & Wales (1980) llaman a este método "Traslación Demográfica".

El método de Gorman es una combinación de la traslación y la escala multiplicativa. Con ambos tipos de escala, las cantidades equivalentes de referencia están dadas por:

$$q_i^r = q_i^s/m_i^s - \beta_i^s \tag{2.38}$$

Y la función de utilidad y demandas se pueden escribir, respectivamente, como:

$$u^s = u(q_1^s/m_1^s - \beta_1^s, q_2^s//m_2^s - \beta_2^s, \dots, q_n^s//m_n^s - \beta_n^s) \tag{2.39}$$

$$g_i^s = \beta_i^s + m_i^s g_i\left(\mu - \sum_{j=1}^{n} p_j\beta_j^s, m_1^s p_1, \dots, m_n^s p_n\right) \tag{2.40}$$

Ahora se define el gasto excedente reescalado como:

$$\tilde{\beta}_i^s = \beta_i^s/m_i^s \tag{2.41}$$

Empleando los gastos excedentes escalados y los precios escalados ($p_i^s = m_i^s p_i$), la función de gasto se puede escribir como:

$$x_i^s = p_i^s\left(\tilde{\beta}_i^s + g_i\left(\mu - \sum_{j=1}^{n} p_j\tilde{\beta}_j^s, p_1^s, \dots, p_n^s\right)\right) \tag{2.42}$$

Sustituyendo la ecuación (2.40) en (2.39) se obtiene la función de utilidad indirecta:

$$V^s = V^*\left(\mu - \sum_{i=1}^{n} p_i\tilde{\beta}_i^s, p_1^s, \dots, p_n^s\right) \tag{2.43}$$

Donde $V^*(\cdot)$ es la función de utilidad indirecta del hogar de referencia. Las escalas por traslación y multiplicativas están anidadas en este modelo con todos $\tilde{\beta}_i^s = 0$ para el caso multiplicativo y todo $m_i^s = 1$ para el caso de traslación pura.

2.2.3 Escalas de Equivalencia: Multiplicativas y Traslación

Para la determinación de un índice del costo de vida o una escala de equivalencia resulta útil calcular la función de costo sustituyendo las funciones de demanda marshallianas en la función de utilidad. La función de costo del hogar s se sigue de la función de costo del hogar de referencia c^* a través de ambas escalas:

$$c^s(u,p) = c^*(u, m_1^s p_1, \dots, m_n^s p_n) + \sum_{j=1}^{n} p_j m_j^s \tilde{\beta}_j^s = c^*(u, p^s) + p^{s\prime} \tilde{\beta}^s \quad (2.44)$$

donde p, p^s y $\tilde{\beta}^s$ son los vectores de precios, precios escalados y gastos excedentes ajustados, respectivamente.

Una escala de equivalencia general $m_r^s(u_0)$ del hogar de tipo s con respecto al hogar de referencia tipo r a cualquier nivel de utilidad u_0 puede escribirse en término de las funciones de costo como:

$$m_r^s(u_0) = \frac{c^*(u_0, p^s) + p^{s\prime} \tilde{\beta}^s}{c^*(u_0, p)} \quad (2.45)$$

Resulta conveniente expresar la escala de equivalencia en términos del ingreso del hogar de referencia μ^r y los precios, en lugar de hacerlo en términos del nivel de utilidad u_0, sustituyendo en la función de utilidad indirecta (2.43) se obtiene:

$$m_r^s(\mu^r) = \frac{c^*(V^*(\mu^r, p), p^s) + p^{s\prime} \tilde{\beta}^s}{\mu^r} \quad (2.46)$$

Esta escala de equivalencia cambia, en general, con el nivel del ingreso de referencia μ^r. Nuevamente, ambas escalas están anidadas con las restricciones: $\tilde{\beta}^s = 0$ para el caso multiplicativo y $p^s = p$ para el caso de traslación.

Para el método de Barten la función de costo es:

$$c^s(u,p) = c^*(u, p^s) \quad (2.47)$$

Y la escala de equivalencia es:

$$m_r^s(\mu^r) = \frac{c^*(V^*(\mu^r, p), p^s)}{\mu^r} \quad (2.48)$$

2.2.4 Identificación del Modelo de Barten

Las escalas de equivalencia de Barten se pueden estimar con un sistema completo de demanda si se dispone de suficiente variación de precios. En la estimación de este método se asume que las respuestas a cambios en los precios de los bienes son los mismos que las respuestas a cambios en los precios escalados causados por cambios en la composición del hogar. En lo que sigue se analiza la identificación de las escalas en distintas circunstancias.

2.2.4.1 Identificación cuando los Factores de Escala son Conocidos

Muellbauer (1974) muestra que, en datos de corte transversal sin variación de precios, el modelo de Barten presenta problemas de identificación, ya que no permite identificar los parámetros que no están asociados al ingreso. Ello sucede por lo siguiente: de acuerdo con la ecuación (2.33), la ecuación de demanda marshalliana para un hogar con el vector de variables socio-demográficas s se puede escribir como:

$$q_i(s, \mu, p_1, \dots, p_n) = m_i^s g_i(\mu, p_1^s, \dots, p_n^s), \quad i = 1, \dots, n \tag{2.49}$$

Un cambio en la composición del hogar (s) afectará directamente la demanda del bien i a través de cambios en el factor de escala m_i^s, e indirectamente a través de cambios en los precios escalados $p_i^s = p_i m_i^s$:

$$\frac{\partial q_i}{\partial s} = \frac{\partial m_i}{\partial s} . g_i + m_i \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial g_i}{\partial p_j^s} \frac{\partial p_j^s}{\partial s} \tag{2.50}$$

donde el índice s ha sido eliminado de m_i.

Sustituyendo

$$\frac{\partial p_i^s}{\partial s} = p_i \frac{\partial m_i}{\partial s} \quad \text{y} \quad \frac{\partial g_i}{\partial p_j^s} = \frac{1}{m_j} \frac{\partial g_i}{\partial p_j} \tag{2.51}$$

y escribiendo en forma de elasticidad se obtiene la elasticidad de demanda del tipo de hogar no compensada directamente observable:

$$\frac{s}{q_i}\frac{\partial q_i}{\partial s}\bigg|_{\overline{\mu}} = \frac{s}{m_i}\frac{\partial m_i}{\partial s} + \sum_{j=1}^{n}\left[\frac{p_j}{g_i}\frac{\partial g_i}{\partial p_j}\right]\left[\frac{s}{m_j}\frac{\partial m_i}{\partial s}\right] \tag{2.52}$$

El que puede escribirse como:

$$\phi_i = \gamma_i + \sum_j \varepsilon_{ij}\gamma_j \tag{2.53}$$

Donde:

$$\phi_i = \frac{s}{q_i}\frac{\partial q_i}{\partial s} \tag{2.54}$$

$$\gamma_i = \frac{s}{m_i}\frac{\partial m_i}{\partial s} \tag{2.55}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{p_j}{g_i}\frac{\partial g_i}{\partial p_j} \tag{2.56}$$

Son las elasticidades no compensadas de la demanda con respecto a la composición del hogar, la elasticidad de los factores de escala con respecto a la composición del hogar y la elasticidad precio de la demanda no compensada, respectivamente.

$$\eta_i = \frac{\mu}{g_i}\frac{\partial g_i}{\mu} \tag{2.57}$$

es la elasticidad ingreso de la demanda para el bien i.

Sustituyendo en la ecuación de Slutzky $\varepsilon_{ij} = \tilde{\varepsilon}_{ij} - w_j\eta_i$, y reescribiendo se obtiene:

$$\phi_i = \left[\gamma_i - \sum_j w_j\eta_i\gamma_j\right] + \sum_j \tilde{\varepsilon}_{ij}\gamma_j \tag{2.58}$$

En forma matricial se puede expresar como:

$$\phi = [I - \eta w']\gamma + \tilde{E}\gamma \tag{2.59}$$

De esta ecuación, γ se puede identificar si $\tilde{E}$ es conocido y distinto de cero. Pero con sólo un corte transversal $\tilde{E}$ no es conocido y los factores de escala no se pueden identificar. Análogamente, $\tilde{E}$ se puede identificar si γ es conocido a priori. Para una solución aproximada, se podrían fijar todas las elasticidades precio compensadas igual a cero, pero con $\tilde{E} = 0$, γ no puede ser determinado porque la matriz $[I - \eta w']$ es singular.

$\tilde{E}$ y γ pueden ser estimados en un sistema completo de demanda si existe suficiente variación de precios disponible.

2.2.4.2 Identificación Cuando las Elasticidades Compensadas de la Demanda son Conocidas

Kakwani & Son (2005) muestran que la identificación de las escalas de Barten para un corte transversal es posible si la elasticidad compensada de la demanda con respecto a la composición del hogar para uno de los bienes es conocida. A partir de la derivada de la función de costo $c = c(u, p^s)$ (ecuación 2.47) con respecto a las características socio-demográficas:

$$\frac{\partial c}{\partial s} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial c}{\partial p_i^*} \frac{\partial p_i^*}{\partial s} = \sum_{i=1}^{n} q_i^* p_i \frac{\partial m_i}{\partial s} \tag{2.60}$$

Esta ecuación se puede escribir en términos de elasticidades como la elasticidad del costo total con respecto a la composición del hogar. Esta elasticidad está relacionada con las diferencias en el valor de las escalas de equivalencia de los tipos de hogares comparados:

$$\phi^* = \frac{s}{c} \frac{\partial c}{\partial s} = \sum_{i=1}^{n} w_i \gamma_i \tag{2.61}$$

Las ecuaciones de demanda hicksianas son:

$$q_i^*(u, s) = m_i h_i(u, p_1^s, \dots, p_n^s) \tag{2.62}$$

Y sus derivadas con respecto a las características del hogar son:

$$\frac{\partial q_i^*}{\partial s} = \frac{\partial m_i}{\partial s} h_i + \sum_{j=1}^{n} m_i \frac{\partial h_i}{\partial p_j^s} \frac{\partial p_j^s}{\partial m_j} \frac{\partial m_j}{\partial s} = \frac{\partial m_i}{\partial s} h_i + \sum_{j=1}^{n} \frac{m_i}{m_j} \frac{\partial h_i}{\partial p_j} p_j \frac{\partial m_j}{\partial s} \tag{2.63}$$

Análogo a las demandas marshallianas para las elasticidades no compensadas, se obtiene la elasticidad compensada de la demanda con respecto a la composición del hogar:

$$\phi_i^* = \gamma_i + \sum_{j=1}^{n} \tilde{\varepsilon}_{ij} \gamma_j \tag{2.64}$$

Reemplazando la ecuación de Slutzky en la forma $\tilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} + \varepsilon_i w_j$ en la ecuación de demanda compensada:

$$\phi_i^* = \gamma_i + \sum_{j=1}^{n} \varepsilon_{ij}\gamma_j + \sum_{j=1}^{n} \eta_i w_j \gamma_j \tag{2.65}$$

Sustituyendo la demanda marshalliana (2.58) y la elasticidad de la composición del hogar de la función de costo (2.61) se obtiene:

$$\phi_i^* = \phi_i + \eta_i \phi^* \tag{2.66}$$

Este resultado implica que la identificación de la elasticidad de la función de costo respecto a las características socio-demográficas, y por tanto las escalas de equivalencia, es posible si:

- el cambio compensado de la demanda para un bien con respecto a las características demográficas es conocida, o
- las demandas compensadas para dos bienes se asumen idénticas.

El problema es que las demandas compensadas no se pueden conocer a priori ni para los bienes perfectamente públicos ni privados: en el caso de los bienes perfectamente privados la elasticidad de las demandas compensadas con respecto al tamaño del hogar sería inferior a uno; mientras que en el caso de los bienes perfectamente públicos sería mayor a uno, debido a los efectos sustitución.

2.2.4.3 Propuesta de un Método Alternativo para la Identificación

Schulte (2007) propone un método alternativo para la identificación de las escalas de equivalencia. Cuando todas las elasticidades precio compensadas son cero, la ecuación (2.59) se puede escribir como:

$$\phi = [I - \eta w']\gamma \tag{2.67}$$

Como se mencionó, γ no se puede identificar a partir de esta ecuación porque la matriz $I - \eta w'$ es singular. Pero, si al menos uno de los γ_k es conocido a priori, todos los γ_i restantes se pueden identificar. γ_k puede estar fijo a priori, porque es un bien adulto o un bien público ($\gamma_k = 0$ en ambos casos), o porque es un bien asignable y privado, cuando γ_i se puede determinar a partir de la relación de los gastos de adultos y niños sobre un bien.

Un sistema de demanda, donde todas las elasticidades precio compensadas sean cero sería muy restrictivo. Sin embargo, a un nivel de gasto de subsistencia no hay posibilidades de sustitución y las elasticidades precio son cero en este punto. Los cambios relativos en los precios escalados (γ) se pueden determinar al nivel de subsistencia y luego emplearse para determinar las reacciones de precios para altos niveles de ingreso.

El sistema QES define un nivel de subsistencia y es lo suficientemente restrictivo para permitir la identificación del sistema de demanda completo, aún para pequeñas variaciones de precios. Por lo tanto, con el sistema QES las escalas de equivalencia pueden ser estimadas fijando uno o más factores de escala en lugar de fijar elasticidades compensada de la demanda para las características socio-demográficas como sugieren Kakwani & Son (2005). El nivel de subsistencia se puede determinar simultáneamente con el resto de los parámetros del sistema.

2.2.5 El Sistema de Gasto Cuadrático (QES)

El sistema QES, desarrollado por Pollak & Wales (1978) y Howe et al. (1979), es menos restrictivo que el sistema lineal de gasto (LES). Sin embargo, las ecuaciones de demanda del sistema QES son altamente no lineales en los parámetros, por lo que se requieren de procedimientos de estimación no lineales como el de Máxima Verosimilitud (ML). La robustez y precisión de las estimaciones depende directamente del grado de variación en los precios.

Las demandas en el sistema LES son funciones lineales en el ingreso total (μ), donde los a_i son las participaciones marginales en el presupuesto (*marginal budget* *shares*), y los b_i pueden ser interpretados como el consumo mínimo o necesario para cada uno de los bienes:

$$x_i = p_i q_i = p_i b_i + \alpha_i\left(\mu - \sum p_j b_j\right) \qquad (2.68)$$

donde x_i es el gasto realizado en el bien i.

El LES se caracteriza por la siguiente función de utilidad indirecta, a partir de la cual se puede derivar la ecuación de demanda (2.68) con la identidad de Roy $\left(q_i(\mu, p) = -\frac{\partial V/\partial p_i}{\partial V/\partial \mu}\right)$:

$$V^* = -\frac{\prod p_j{}^{\alpha_j}}{\mu - \sum p_j b_j} \qquad (2.69)$$

En general, la evidencia empírica muestra que la participación en el presupuesto marginal no es constante para la mayoría de los bienes, esto es, las Curvas de Engel no son lineales (Banks et al., 1997; Blundell et al., 1993; Lewbel, 1991, etc.). La introducción de un término cuadrático es una extensión natural del sistema LES, con lo que se obtiene una mejor representación del comportamiento de consumo observado. El sistema QES se obtiene generalizando la función de utilidad indirecta del sistema LES[11]:

$$V^*(\mu, p) = \frac{-g(P)}{\mu - f(P)} - \frac{h(P)}{g(P)} \qquad (2.70)$$

donde μ es el ingreso total, P es el vector de precios, y $f(P)$, $g(P)$ y $h(P)$ son funciones homogéneas de grado uno que se deben especificar. El sistema QES se puede escribir en forma general como:

$$q^i(P, \mu) = \frac{1}{g^2}\left(h_i - \frac{g_i}{g}h\right)\mu^2 + \left[\frac{g_i}{g} - \frac{2f}{g^2}\left(h_i - \frac{g_i}{g}h\right)\right]\mu + \frac{f^2}{g^2}\left(h_i - \frac{g_i}{g}h\right) - \frac{g_i}{g}f + f_i \qquad (2.71)$$

El sistema QES se debe poder reducir al sistema LES a través de restricciones en los parámetros, con lo que Howe et al. (1979) propone dos especificaciones alternativas. La primera de ellas es:

[11] Howe et al. (1979) demuestra que cualquier sistema de ecuación de demanda cuadrático en el logaritmo del ingreso es generado por una función de utilidad indirecta de este tipo.

$$p_i q^i(P,\mu) = p_i b_i + a_i\left(\mu - \sum p_j b_j\right) + (c_i - a_i)\lambda \prod p_j^{-c_j}\left(\mu - \sum p_j b_j\right)^2 \quad (2.72)$$

con restricciones dadas por $\sum a_j = 1$ y $\sum c_j = 1$.

En este caso las funciones $f(P)$, $g(P)$ y $h(P)$ son las siguientes:

$$g(P) = \prod p_j^{a_j} \qquad con \qquad \sum a_j = 1 \quad (2.73)$$

$$f(P) = \sum p_j b_j \quad (2.74)$$

$$h(P) = -\frac{\lambda \prod p_j^{2a_j}}{\prod p_j^{c_j}} = -\frac{\lambda g(P)^2}{\prod p_j^{c_j}} \qquad con \qquad \sum c_j = 1 \quad (2.75)$$

La segunda especificación propuesta para el sistema QES es de la forma:

$$p_i q^i(P,\mu) = p_i b_i + a_i\left(\mu - \sum p_j b_j\right) + \left(c_i p_i - a_i \sum p_j c_j\right)\prod p_j^{-2a_j}\left(\mu - \sum p_j b_j\right)^2 \quad (2.76)$$

Con restricciones dadas por $\sum a_j = 1$. Esto corresponde a la siguiente especificación de $f(P)$, $g(P)$ y $h(P)$:

$$g(P) = \prod p_j^{a_j} \qquad con \qquad \sum a_j = 1 \quad (2.77)$$

$$f(P) = \sum p_j b_j \quad (2.78)$$

$$h(P) = \sum p_j c_j \quad (2.79)$$

En los dos casos a, b y c son los parámetros del sistema y todas las sumatorias y productos son sobre j, la que identifica cada uno de los bienes del sistema (esto es cada una de las ecuaciones de demanda).

De aquí en adelante se emplea la segunda de las especificaciones. En este caso la función de utilidad indirecta se encuentra determinada por:

$$V^*(\mu,p) = \frac{-\prod p_j^{a_j}}{\mu - \sum p_j b_j} - \frac{\sum p_j c_j}{\prod p_j^{a_j}} \quad (2.80)$$

El sistema LES está anidado con el sistema QES cuando todos los $c_j = 0$. Aplicando la identidad de Roy y multiplicando por p_i se obtienen las funciones de gasto:

$$x_i = p_i b_i + a_i\left(\mu - \sum_{j=1}^{n} p_j b_j\right) + \left(p_i c_i - a_i \sum_{j=1}^{n} p_j c_j\right) \prod_{j=1}^{n} p_j^{-2a_j} \left(\mu - \sum_{j=1}^{n} p_j b_j\right)^2 \qquad (2.81)$$

Los parámetros del sistema QES no son tan fáciles de interpretar como los del sistema LES. La suma de los b_i, $\sum_{j=1}^{n} p_j b_j$, se pueden interpretar como un nivel de gasto de subsistencia, pero los parámetros a_i y c_i no poseen una interpretación económica directa.

Los efectos socio-demográficos se pueden incluir en el sistema QES de forma de traslación o multiplicativa como se explicó en la sección 2.2.3. Con escalas demográficas multiplicativas (son las escalas propuestas por Barten), los efectos socio-demográficos entran en el sistema de demanda vía precios, y la ecuación de gasto pasa a ser:

$$x_i^s = m_i^s p_i b_i + a_i\left(\mu - \sum_{j=1}^{n} m_j^s p_j b_j\right) + \left(m_i^s p_i c_i - a_i \sum_{j=1}^{n} m_j^s p_j c_j\right) \prod_{j=1}^{n} \left(m_j^s p_j\right)^{-2a_j} \left(\mu - \sum_{j=1}^{n} m_j^s p_j b_j\right)^2 \qquad (2.82)$$

donde x_i^s es el gasto del hogar del tipo s en el bien i. Los parámetros de escala para el hogar de referencia se normalizan a uno (o cualquier otro valor que resulte de interés), mientras que m_i^s para cualquier otro tipo de hogar depende de sus características socio-demográficas[12].

[12] La traslación demográfica se puede incluir fácilmente en el sistema QES porque el sistema ya considera la traslación de parámetros: b_i. Reemplazando cada b_i por b_i^s que depende de las características socio-demográficas, esto es $b_i^s = b_i + \tilde{\beta}_i^s$, donde $\tilde{\beta}_i^s$ es el gasto excedente escalado del hogar del tipo s. Para el hogar de referencia este gasto excedente escalado se normaliza a cero ($\tilde{\beta}_i^r = 0$), de forma que se obtiene $b_i^r = b_i$. Con ambas escalas (método de Gorman) las ecuaciones de gasto son:$x_i^s = m_i^s p_i b_i^s + a_i\left(\mu - \sum_{j=1}^{n} m_j^s p_j b_j^s\right) + \left(m_i^s p_i c_i - a_i \sum_{j=1}^{n} m_j^s p_j c_j\right) \prod_{j=1}^{n} \left(m_j^s p_j\right)^{-2a_j} \left(\mu - \sum_{j=1}^{n} m_j^s p_j b_j^s\right)^2$.

3. Econometría de los Sistemas de Demanda

Para desarrollar la estimación de sistemas de ecuaciones de demanda se considera la siguiente estructura multiecuacional, expresado para un individuo genérico i:

$$\begin{aligned} y_{1i} &= X_{1i}\beta_1 + \varepsilon_{1i} \\ y_{2i} &= X_{2i}\beta_2 + \varepsilon_{2i} \\ &\vdots \\ y_{Mi} &= X_{Mi}\beta_M + \varepsilon_{Mi} \end{aligned} \tag{3.1}$$

En este caso M denota el número de ecuaciones en el sistema y el subíndice $i = 1, \dots, N$ el número de observaciones[13].

A continuación, se desarrollan los modelos de regresión aparentemente no relacionados y las diferentes técnicas disponibles para su estimación. Luego se desarrolla la corrección por sesgo de selección propuesta por Shonkwiler & Yen (1999).

3.1 Modelos de Regresiones Aparentemente no Relacionadas

Este modelo constituye un caso específico de los sistemas de ecuaciones. En particular, la relación entre las ecuaciones se origina entre los errores de éstas y no en la incorporación de variables endógenas como variables predeterminadas en otras ecuaciones del sistema. Considérese el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} y_{1i} &= \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_{1i} \\ y_{2i} &= \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_{2i} \\ &\vdots \\ y_{Mi} &= \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_{Mi} \end{aligned} \tag{3.2}$$

donde y_{Mi} son las M variables endógenas, X_{ki} son las K variables exógenas y ε_{Mi} son los términos de error. La relación entre las variables endógenas y las exógenas está

[13] El subíndice i se emplea para designar el número de observaciones sin distinguir entre series temporales o sección cruzada. En caso de ser relevante esta distinción se hará referencia explícita al tipo de datos empleados.

dada por los coeficientes β_k. El subíndice i indica cada observación, siendo $i = 1, \dots, N$.

En principio, como la variable endógena y_M no se observa como variable explicativa en el resto de las ecuaciones, cada una de las ecuaciones podría estimarse por medio de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO). Esto es posible si cada una de las ecuaciones es completamente independiente de las otras, es decir que la variabilidad de cualquier variable endógena no afecta el comportamiento del resto de las ecuaciones. En este caso la matriz de varianzas y covarianzas sería una matriz diagonal. Sin embargo, esto no es válido cuando se producen movimientos simultáneos de todas las ecuaciones del sistema, debido a una relación contemporánea entre los términos de error (no originada en la presencia de variables endógenas como variables explicativas). De este modo, las ecuaciones que no están aparentemente correlacionadas, sí lo están por medio de correlaciones implícitas entre los términos de error y de ahí el nombre de "Regresiones Aparentemente no Relacionadas" (o SUR).

Para simplificar la presentación, se expresa el modelo anterior en notación matricial, para la M-ésima ecuación:

$$y_M = X_M \beta_M + \varepsilon_M \tag{3.3}$$

donde y_M y ε_M son vectores de orden $(Nx1)$, X_M es una matriz de orden (NxK_M) donde K_M es el número de variables exógenas asociadas a la ecuación M[14] y β_M es el vector de parámetros de dimensión $(Kx1)$ asociados a la ecuación M. Al considerar las M ecuaciones de forma matricial el sistema tiene la siguiente representación:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & X_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_M \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

[14] El número de variables exógenas no tiene que ser el mismo para cada una de las ecuaciones del sistema. Sin embargo, en el caso particular de los sistemas de ecuaciones de demanda se suele emplear el mismo conjunto de variables explicativas para todas las ecuaciones, dado que se trata del ingreso y del vector de precios de los bienes considerados en el sistema.

En forma más compacta se puede expresar como $Y = X\beta + \varepsilon$, donde Y es un vector $(MNx1)$, X es una matriz $(MNxK)$, β es un vector $(Kx1)$ y ε es un vector $(MNx1)$.

Los supuestos sobre los errores del modelo son los siguientes:

1) $E(\varepsilon) = 0$
2) $E(\varepsilon\varepsilon') = V$
3) $E\left(\varepsilon_i\varepsilon_j'\right) = \sigma_{ij}I_N$

De esta forma se obtiene:

$$E(\varepsilon\varepsilon') = V = \begin{bmatrix} \sigma_{11}I_N & \sigma_{12}I_N & \cdots & \sigma_{1M}I_N \\ \sigma_{21}I_N & \sigma_{22}I_N & & \sigma_{2M}I_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1}I_N & \sigma_{M2}I_N & \cdots & \sigma_{MM}I_N \end{bmatrix} = \Sigma \otimes I_N \tag{3.5}$$

En este caso los errores dentro de cada ecuación son homocedásticos (varianza del error constante) y no hay autocorrelación, es decir se trata de errores esféricos. A continuación, se presentan las diferentes técnicas de estimación de los sistemas, comenzando primero por la estimación para el caso de los sistemas lineales y pasando luego al caso general de sistemas no lineales.

3.2 Estimación de Sistemas Lineales

3.2.1 Estimación por Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG)

El modelo de regresión generalizado es aplicable al modelo agrupado verticalmente, esto es:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_M \end{bmatrix} = X\beta + \varepsilon \tag{3.6}$$

El estimador eficiente es el de MCG. Para la observación i-ésima, la matriz MxM de covarianzas de los errores está dada por:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1M} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & & \sigma_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1} & \sigma_{M2} & \cdots & \sigma_{MM} \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

De modo que:

$$\mathrm{V} = \Sigma \mathrm{I} \tag{3.8}$$

$$\mathrm{V}^{-1} = \Sigma^{-1} \mathrm{I} \tag{3.9}$$

Si se designa al ij-ésimo elemento de Σ^{-1} por σ^{ij}, se encuentra que el estimador MCG está dado por:

$$\hat{\beta} = [X'V^{-1}X]^{-1}X'V^{-1}Y = [X'(\Sigma \otimes I_N)^{-1}X]^{-1}X'(\Sigma \otimes I_N)^{-1}Y = [X'(\Sigma^{-1} \otimes I_N)X]^{-1}X'(\Sigma^{-1} \otimes I_N)Y \tag{3.10}$$

Donde la matriz de varianzas y covarianzas del estimador $\hat{\beta}$ es:

$$Var(\hat{\beta}) = [X'V^{-1}X]^{-1} = [X'(\Sigma^{-1} \otimes I_N)X]^{-1} \tag{3.11}$$

La estimación anterior supone que las ecuaciones están relacionadas a través de los términos de errores. Zellner (1962) y Dwivedi & Srivastava (1978) analizan la ganancia de eficiencia que se obtiene por la utilización del estimador de MCG en lugar del estimador de MCO, en donde se pueden presentar los siguientes casos:

a) Si las ecuaciones no están relacionadas (esto es $\sigma_{ij} = 0$) no hay ninguna ganancia en emplear MCG, en este caso MCG es MCO.

b) Si las ecuaciones tienen variables explicativas idénticas (esto es $X_i = X_j$) MCG y MCO son idénticos.

c) Si los regresores de un bloque de ecuaciones son un subconjunto de los de otro, MCG no aporta ganancias de eficiencia en la estimación de las ecuaciones más reducidas.

En el caso más general, con correlación no restringida de los errores y regresores diferentes en las ecuaciones, los resultados son más complejos pero cabe destacar las siguientes proposiciones, que son aplicables de forma general:

a) Cuanto mayor sea la correlación de los errores, mayor será la ganancia de eficiencia atribuible a MCG.

b) Cuanto menor sea la correlación entre las matrices X, mayor será la ganancia al utilizar MCG.

3.2.2 Estimación por Mínimos Cuadrados Generalizados Factibles (MCGF)

En el caso anterior (MCG) se supone que Σ es conocida. Sin embargo, esto rara vez ocurre en la práctica, con lo que se ha desarrollado la estimación por MCGF. Para realizar esta estimación se emplean los residuos de mínimos cuadrados para obtener una estimación consistente de la matriz Σ. Para ello se realiza una regresión por MCO de las ecuaciones del sistema, obteniéndose las siguientes estimaciones de los parámetros:

$$\hat{\beta}_M = [X'X]^{-1}X'Y_M \tag{3.12}$$

Con esto se obtiene una estimación de los errores por medio de: $\hat{\varepsilon} = Y_M - X_M\hat{\beta}_M$ para cada una de las ecuaciones del sistema. Lo siguiente es construir la estimación de la matriz de varianzas y covarianzas, lo que se realiza como sigue:

$$\hat{\sigma}_{ij} = s_{ij} = \frac{\hat{\varepsilon}_i'\hat{\varepsilon}_j}{N} \tag{3.13}$$

La consistencia de s_{ij} se deriva de la consistencia en la estimación de los parámetros del modelo. También se puede realizar una corrección del divisor por grados de libertad, para lo que existen dos posibilidades (Greene, 1999):

$$s_{ij}^* = \frac{\hat{\varepsilon}_i'\hat{\varepsilon}_j}{\left[(T-K_i)(T-K_j)\right]^{1/2}} \tag{3.14}$$

y

$$s_{ij}^{**} = \frac{\hat{\varepsilon}_i'\hat{\varepsilon}_j}{T - máx\,(K_i, K_j)} \qquad (3.15)$$

Una vez disponible la estimación de la matriz Σ ($\hat{\Sigma}$), se obtiene el estimador de MCGF como:

$$\tilde{\beta} = \left[X'(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_N)X\right]^{-1} X'(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_N)Y \qquad (3.16)$$

Este estimador es conocido como el estimador de mínimos cuadrados generalizado de Zellner. Sin embargo, se puede obtener otro estimador a partir de un proceso iterativo. Para ello se obtiene el estimador de Zellner, se vuelven a calcular los errores y las covarianzas a partir de ellos, los cuales son empleados para un nuevo cálculo de mínimos cuadrados generalizados. Este procedimiento se repite hasta que las varianzas y covarianzas tiendan a permanecer constantes[15]. Estos dos estimadores tienen la misma distribución asintótica, siendo aproximadamente Normal con media β y con matriz de varianzas y covarianzas dada por $\left[X'(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_N)X\right]^{-1}$.

3.2.3 Estimación por Máxima Verosimilitud (ML)

Para realizar la estimación por ML se define la función de verosimilitud para n variables aleatorias $x_1, x_2, \dots, x_n$ como la densidad conjunta de las n variables, la que se supone también es función de un conjunto de parámetros θ (que pertenece al espacio paramétrico Θ) y son iid[16], es decir:

$$g_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1, \theta) f(x_2, \theta) \dots f(x_n, \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x, \theta) \qquad (3.17)$$

Donde la función de verosimilitud es simplemente la función de densidad conjunta de los datos y dado que se realiza algún supuesto sobre su forma funcional[17] el modelo es paramétrico. Lo que se desea conocer es qué valor de θ en Θ, es decir $\hat{\theta}$, hace máxima la función de verosimilitud $g_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$.

15 Para ello se fija un criterio de convergencia.
16 Independientes e igualmente distribuidas.
17 Esto implica que se debe elegir una función de distribución.

La maximización de la función de verosimilitud presenta el mismo resultado que la maximización del logaritmo de esta función[18], y dado que es más fácil de emplear esta transformación, generalmente se utiliza en la estimación. Los estimadores ML poseen las siguientes propiedades:

a) Son estimadores consistentes: lo que significa que el estimador converge en probabilidad al parámetro poblacional, es decir $\hat{\theta} \xrightarrow{P} \theta$.

b) Equivariantes: si $\hat{\theta}$ es un estimador de θ, entonces $g(\hat{\theta})$ es un estimador de $g(\theta)$ siempre que $g(\cdot)$ sea una función biyectiva.

c) Tienen distribución asintóticamente Normal: la distribución asintótica está dada por

$$\left(\frac{\hat{\theta}-\theta}{se(\hat{\theta})}\right) \xrightarrow{d} N(0,1) \qquad (3.18)$$

Donde se es el desvío estándar (raíz cuadrada de la varianza), cuya estimación está dada por $\widehat{se}$, por lo que la distribución equivale a:

$$\left(\frac{\hat{\theta}-\theta}{\widehat{se}(\hat{\theta})}\right) \xrightarrow{d} N(0,1) \qquad (3.19)$$

La varianza de los estimadores de ML (siempre que los estimadores sean insesgados) corresponde a la inversa de la matriz de información de Fisher (esto es la derivada segunda del logaritmo de la función de verosimilitud respecto a los parámetros de interés).

Para el caso del sistema de ecuaciones, se considera una observación de cada una de las M variables dependientes y sus regresores asociados. Si se especifican estas observaciones en un vector fila, el sistema queda expresado como:

$$[y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_M]_i = [x_i^*]'[\pi_1 \quad \pi_2 \quad \cdots \quad \pi_M] + [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \cdots \quad \varepsilon_M]_i \qquad (3.20)$$

[18] Esto se debe a que el logaritmo consiste en una transformación monótona de la función de verosimilitud.

Donde x_i^* es el conjunto completo de todas las K variables independientes que aparecen en el modelo. La matriz de parámetros tiene una columna para cada una de las ecuaciones, si una de las variables explicativas no está presente en la i-ésima ecuación el vector π_i contendrá un cero en el lugar correspondiente a la variable no incluida, esto es lo que se denomina una "Restricción de Exclusión".

Se denomina ε_i al vector columna de los M errores para la observación i, con $E(\varepsilon_i \varepsilon_i') = \Sigma$. El logaritmo de la densidad normal conjunta de estos M errores está dado por:

$$\ln L_i = -\frac{M}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\ln|\Sigma| - \frac{1}{2}\varepsilon_i'\Sigma^{-1}\varepsilon_i \tag{3.21}$$

Con una muestra de tamaño N, el logaritmo de la función de verosimilitud conjunta es la suma de N funciones como las anteriores:

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N} \ln L_i = -\frac{MN}{2}\ln(2\pi) - \frac{N}{2}\ln|\Sigma| - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i'\Sigma^{-1}\varepsilon_i \tag{3.22}$$

Se define el hj-ésimo elemento de Σ^{-1} como σ^{hj}, con lo que se encuentra:

$$\varepsilon_i'\Sigma^{-1}\varepsilon_i = \sum_{h=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} \varepsilon_{ih}\varepsilon_{ij}\sigma^{\mathrm{hj}} \tag{3.23}$$

Sumando éstos en N observaciones se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i'\Sigma^{-1}\varepsilon_i = \sum_{i=1}^{N}\sum_{h=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} \varepsilon_{ih}\varepsilon_{ij}\sigma^{\mathrm{hj}} \tag{3.24}$$

Reordenando los términos del segundo miembro de la igualdad se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i'\Sigma^{-1}\varepsilon_i = \sum_{h=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} \sigma^{\mathrm{hj}} \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_{ih}\varepsilon_{ij} \tag{3.25}$$

La sumatoria interior, $\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_{ih}\varepsilon_{ij}$, es N por el hj-ésimo elemento de W[19], donde

$$W_{hj} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_{ih}\varepsilon_{ij} \tag{3.26}$$

Como esto implica los errores verdaderos, $E(W_{hj}) = \sigma_{hj}$; W es la matriz MxM que se utilizaría para estimar Σ si las ε fuesen observables. Continuando con la derivación, se tiene:

[19] La matriz W es la matriz de sumas de residuos al cuadrado y productos cruzados.

$$\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i' \Sigma^{-1} \varepsilon_i = N \sum_{h=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sigma^{\mathrm{hj}} W_{hj} \tag{3.27}$$

Finalmente, el elemento diagonal h-ésimo de la matriz $\Sigma^{-1}W$ es $\Sigma_{\mathrm{j}}\sigma^{\mathrm{hj}}W_{hj}$. La suma previa es N veces la traza del producto, por lo tanto:

$$\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i' \Sigma^{-1} \varepsilon_i = N tr(\Sigma^{-1} W) \tag{3.28}$$

Si se reemplaza esta expresión en el logaritmo de la función de verosimilitud, se obtiene:

$$\ln \mathrm{L} = -\frac{N}{2}[\mathrm{M} \ln(2\pi) + \ln|\Sigma| + tr(\Sigma^{-1} W)] \tag{3.29}$$

Para obtener la estimación de los parámetros por máxima verosimilitud, Joreskog (citado en Goldberger, A. & Duncan, O., 1973) demostró:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \Sigma} = -\frac{N}{2} \Sigma^{-1} (\Sigma - W) \Sigma^{-1} \tag{3.30}$$

Igualando esto a una matriz de ceros, dadas las estimaciones de máxima verosimilitud de los parámetros de pendientes, el estimador de máxima verosimilitud de Σ es W, es decir la matriz que se ha empleado para MCGF[20]. Las condiciones de Oberhofer-Kmenta establecen que dado que se trata de un modelo de regresión generalizado, el estimador de máxima verosimilitud de la matriz de parámetros β tiene que ser equivalente al estimador MCGF. Si se reemplaza la solución para Σ en la función de verosimilitud, se obtiene el "*logaritmo de la función de verosimilitud concentrada*":

$$\ln \mathrm{L_c} = -\frac{N}{2}[M(1 + \ln(2\pi)) + \ln|\mathrm{W}|] \tag{3.31}$$

Con lo que se obtiene el criterio para elegir el estimador de máxima verosimilitud de β como:

$$\hat{\beta}_{ML} = \min_{\beta} 1/2 \ln|\mathrm{W}| \tag{3.32}$$

sujeto, en caso de existir, a las restricciones de exclusión. Para resolver este problema se construye el gradiente del logaritmo de la función de verosimilitud, para ello se define:

[20] Aquí no hay correcciones por grados de libertad: $\partial \ln L / \partial \Sigma = 0$ implica (3.13).

$$\Pi = [\pi_1 \quad \pi_2 \quad \dots \quad \pi_M] \tag{3.33}$$

Donde Π es una matriz de parámetros KxM, entonces

$$\ln \mathrm{L_c} = -\frac{MN}{2}\left[1 + \ln(2\pi) - \frac{N}{2}\ln|\mathrm{W}|\right] \tag{3.34}$$

Donde

$$\mathrm{W} = \frac{1}{N}(\mathrm{Y} - \mathrm{X}\Pi)'(\mathrm{Y} - \mathrm{X}\Pi) \tag{3.35}$$

La matriz de derivadas es

$$\frac{\partial^2 \ln \mathrm{L_c}}{\partial \Pi} = \mathrm{X}'(\mathrm{Y} - \mathrm{X}\Pi)\mathrm{W}^{-1} \tag{3.36}$$

De forma que el hessiano es

$$\frac{\partial^2 \ln \mathrm{L_c}}{\partial \pi_{\mathrm{kh}}\, \partial \pi_{\mathrm{lj}}} = -\mathrm{W}^{\mathrm{hj}}(\mathrm{X}'\mathrm{X})_{\mathrm{kl}} \tag{3.37}$$

Finalmente, la matriz de varianzas y covarianzas asintótica del estimador de máxima verosimilitud de Σ es:

$$\mathrm{Var.Asi.}[\hat{\Sigma}_{\mathrm{ML}}] = \frac{2}{T}\Sigma \otimes \Sigma \tag{3.38}$$

Esto se puede calcular con $(2/T)\mathrm{W}\otimes\mathrm{W}$.

3.2.4 Estimación por Mínimos Cuadrados en dos y en tres Etapas (2SLS y 3SLS)

Cuando alguno de los regresores de las ecuaciones del sistema es endógeno[21], las estimaciones anteriores generan estimadores inconsistentes, por este motivo es que se requiere de una estimación por variables instrumentales. Para ello, se presenta la estimación por Mínimos Cuadrados en dos y tres Etapas (2SLS y 3SLS respectivamente). Para el desarrollo de estos métodos se escribe la ecuación j del sistema como:

[21] Esto es cuando la correlación entre el regresor y el término de error de la ecuación es distinto de cero.

$$\begin{aligned} y_j &= Y_j\gamma_j + X_j\beta_j + \epsilon_j \\ &= Z_j\delta_j + \epsilon_j \end{aligned} \tag{3.39}$$

Comenzando con el método de 2SLS, se supone que la ecuación j contiene un vector de variables endógenas conformado por Y_j, si se dispone de un exceso de variables exógenas (X_j^*)[22] se podría escoger una combinación independiente de las variables exógenas (M_j tal que iguale el número de variables endógenas contenidas en el vector Y) y emplear los valores predichos de las regresiones de las variables Y_j enX_j^*. Si bien esto genera una estimación consistente de los parámetros de interés no resultan eficientes, ya que se desestima la información de Y_j contenida en las X_j^* no empleadas. El método de 2SLS consiste en emplear como instrumentos para Y_j los valores predichos en una regresión de Y_j en todas las X_j^*:

$$\hat{Y} = X\left[(X'X)^{-1}X'Y_j\right] = XP_j \tag{3.40}$$

En este caso el estimador de 2SLS[23] consiste en:

$$\hat{\delta}_{j,2SLS} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_j'Y_j & \hat{Y}_j'X_j \\ X_j'Y_j & X_j'X_j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{Y}_j'y_j \\ X_j'y_j \end{bmatrix} \tag{3.41}$$

Para la obtención de este estimador se requiere de las siguientes etapas de estimación:

1. **Etapa 1:** obtener las predicciones mínimo cuadráticas a partir de la regresión de Y_j en X_j.
2. **Etapa 2:** estimar δ_j por la regresión mínimo cuadrática de y_j en $\hat{Y}_j$ y X_j.

El estimador de 2SLS se puede escribir de forma simplificada de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \hat{\delta}_{j,2SLS} &= \left[\hat{Z}_j'\hat{Z}_j\right]^{-1}\hat{Z}_j'y_j \\ &= \left[(Z_j'X)(X'X)^{-1}(X'Z_j)\right]^{-1}(Z_j'X)(X'X)^{-1}X'y_j \end{aligned} \tag{3.42}$$

[22] Esto significa que el número de variables exógenas del vector X es mayor al número de variables endógenas del vector Y.

[23] Cabe destacar que para que este estimador pueda ser calculado y sea consistente, se deben cumplir con las condiciones de identificación de rango y de orden.

Donde todas las columnas de $Z_j^{'}$ se obtienen como las predicciones de una regresión de la correspondiente columna de Z_j en X. Con esta simplificación, se puede escribir la matriz de covarianzas asintótica estimada como:

$$Est.Asi.Var.\left[\hat{\delta}_{j,2SLS}\right] = \hat{\sigma}_{jj}\left[\hat{Z}_j^{'}\hat{Z}_j\right]^{-1} \quad (3.43)$$

Donde σ_{jj} se estima como:

$$\hat{\sigma}_{jj} = \frac{(y_j - Z_j\hat{\delta}_j)^{'}(y_j - Z_j\hat{\delta}_j)}{T} \quad (3.44)$$

Cabe destacar que se emplean los datos originales y no $\hat{Z}_j$.

Si bien el estimador de 2SLS es consistente, en los modelos SUR resulta más eficiente la estimación por 3SLS. Para desarrollar este método se define la matriz Σ como:

$$E[\epsilon\epsilon'] = \bar{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}I & \sigma_{12}I & \dots & \sigma_{1M}I \\ \sigma_{21}I & \sigma_{22}I & \dots & \sigma_{2M}I \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1}I & \sigma_{M2}I & \dots & \sigma_{MM}I \end{bmatrix} = \Sigma \otimes I \quad (3.45)$$

El estimador de 3SLS está dado por:

$$\hat{\delta}_{3SLS} = \left[\hat{Z}'(\Sigma^{-1} \otimes I)Z\right]^{-1}\hat{Z}'(\Sigma^{-1} \otimes I)y \quad (3.46)$$

Para que este estimador sea válido, se requiere que:

$$plim\frac{1}{T}\hat{Z}'(\Sigma^{-1} \otimes I)\epsilon = 0 \quad (3.47)$$

Lo que constituye M conjuntos de ecuaciones de la forma:

$$plim\frac{1}{T}\sum_{j=1}^{M}\sigma^{ij}\hat{Z}_j^{'}\epsilon_j = 0 \quad (3.48)$$

El segundo requisito es que:

$$plim\frac{1}{T}\hat{Z}'(\Sigma^{-1} \otimes I)Z \neq 0 \quad (3.49)$$

Esto se asegura con la identificación de todas las ecuaciones por la condición de rango.

La matriz de covarianzas asintótica adecuada del estimador está dada por:

$$Asi.Var.\left[\hat{\delta}_{3SLS}\right] = \left[\hat{Z}'(\Sigma^{-1} \otimes I)\bar{Z}\right]^{-1} \quad (3.50)$$

Donde $\bar{Z} = diag\left[X\Pi_j, X_j\right]$, lo que se estima con la matriz inversa de (3.46).

Con datos muestrales $\bar{Z}$ se puede estimar con $\hat{Z}$. Lo restante es obtener un estimador de Σ. Para obtener una estimación eficiente sólo se requiere de una estimación consistente de Σ (Schmidt, 1976), como por ejemplo la estimación que surge de 2SLS. De este modo, el estimador requiere de las siguientes etapas de estimación:

1. **Etapa 1:** estimar Σ por MCO y calcular $\hat{Y}_j$ para cada ecuación.
2. **Etapa 2:** calcular $\hat{\delta}_{j,2SLS}$ para cada ecuación; entonces:

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{(y_i - Z_i\hat{\delta}_i)'(y_j - Z_j\hat{\delta}_j)}{T} \quad (3.51)$$

3. **Etapa 3:** calcular el estimador MCG de acuerdo con (3.46) y una estimación de la matriz asintótica de covarianzas de acuerdo a (3.51) utilizando $\hat{Z}$ y $\hat{\Sigma}$.

3.3 Sistemas no lineales

La teoría para la estimación de sistemas no lineales descansa sobre los mismos principios que para el caso de los sistemas lineales. Se considera el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1(\beta, X) + \varepsilon_1 \\ y_2 &= h_2(\beta, X) + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ y_M &= h_M(\beta, X) + \varepsilon_M \end{aligned} \quad (3.52)$$

En total hay M ecuaciones a estimar con $i = 1, \dots, N$ observaciones, y hay K parámetros en el modelo. No se realiza ningún supuesto sobre si cada ecuación tiene su propio vector de parámetros. Finalmente, hay p variables independientes x_p. Se supone que los errores tienen media cero y matriz de varianzas y covarianzas contemporáneas dada por la matriz Σ. A continuación de desarrollan las estimaciones por Mínimos Cuadrados Generalizados, Máxima Verosimilitud y Método Generalizado de Momentos.

3.3.1 Estimación por Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG)

Si Σ es conocida, el estimador de MCG de β es un vector que minimiza la suma de cuadrados generalizada:

$$\varepsilon(\beta)'\Omega^{-1}\varepsilon(\beta) = \sum_{h=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} \sigma^{hj}\,[y_h - h_h(\beta, X)]'\big[y_j - h_j(\beta, X)\big] \qquad (3.53)$$

Donde $\varepsilon(\beta)$ es un vector $MNx1$ de errores obtenidos al agrupar verticalmente las ecuaciones y $\Omega = \Sigma \otimes \mathrm{I}$. Se definen los pseudoregresores como las derivadas de las funciones $h(\beta, X)$ con respecto a β, es decir, se linealizan todas las ecuaciones. Las condiciones de primer orden para minimizar la suma de cuadrados son:

$$\frac{\partial \varepsilon(\beta)'\Omega^{-1}\varepsilon(\beta)}{\partial \beta} = \sum_{h=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} \sigma^{hj}\left(2X_h^{0'}(\beta)\varepsilon_j(\beta)\right) = 0 \qquad (3.54)$$

Donde σ^{hj} es el elemento hj-ésimo de Σ^{-1} y $X_h^{0'}(\beta)$ es una matriz NxK de pseudoregresores a partir de la linealización de la h-ésima ecuación. Si algún parámetro β no aparece en la ecuación h-ésima, la columna correspondiente de $X_h^{0'}(\beta)$ será una columna de ceros.

Este es un problema de estimación complejo que requerirá de algún método de iteración. Además, Σ no es conocida y debe estimarse. Esto se puede realizar en dos etapas, de igual forma que en el caso lineal. En la primera etapa se estiman los parámetros de cada ecuación por separado por medio de mínimos cuadrados no lineales[24]. Con estas estimaciones se obtienen los residuos y con ellos se construye:

$$\mathrm{S} = \frac{1}{N}\mathrm{E}'\mathrm{E} \qquad (3.55)$$

[24] Esta estimación no es necesariamente eficiente. Sin embargo, en esta etapa importa la consistencia y no la eficiencia de la estimación, ya que la estimación eficiente del modelo de regresión multivariante no requiere una estimación eficiente de Σ sino que sea sólo consistente.

La segunda etapa es la solución a (3.54), para lo que se puede emplear S en lugar de Σ. Este estimador es eficiente y la matriz de varianzas y covarianzas se estima con:

$$Var.Est.Asi.\left[\hat{\beta}\right] = \left[\sum_{h=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} \mathrm{s}^{\mathrm{hj}}\, X_h^0(\beta)' X_j^0(\beta)\right]^{-1} \qquad (3.56)$$

3.3.2 Estimación por Máxima Verosimilitud (ML)

Con errores normalmente distribuidos, el logaritmo de la función de verosimilitud está dado por (3.22). Por lo tanto la estimación de Σ se realiza igual que en el caso lineal, empleando S definida en (3.55). Tampoco varían el logaritmo de la función de verosimilitud concentrada (3.31) ni la función objetivo (3.32). De esta forma la estimación consiste es MCGF iterados. La ventaja de una estimación directa por máxima verosimilitud del caso lineal se pierde por la no linealidad de la regresión. Esto se debe a que no hay una forma conveniente de colocar los parámetros en una matriz Π. Sin embargo, la estimación del sistema (3.52) puede ser más sencilla si cada ecuación tiene su propio vector de coeficientes, de forma que cada ecuación queda expresada de la siguiente forma:

$$h_{it} = h_i[\gamma_i(\beta), x_{it}] + \varepsilon_{it} \qquad (3.57)$$

Donde el subíndice i indica el número de ecuaciones del sistema $i = 1, \dots, M$, y el subíndice t indica el número de observaciones $t = 1, \dots, N$.

Las derivadas del logaritmo de la función de verosimilitud se construyen desde

$$\frac{\partial \ln|S(\gamma)|}{\partial \gamma_i} = d_i = -\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left(\sum_{j=1}^{M} s^{ij} x_{it}^0(\gamma_i) e_{jt}(\gamma_j)\right), \quad i = 1, \dots, M \qquad (3.58)$$

Pero como cada γ_i se construye extrayendo elementos de β, la derivada relevante con respecto a β es la suma de aquellas respecto a γ:

$$\frac{\partial \ln L_c}{\partial \beta_k} = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{g=1}^{K_i}\frac{\partial \ln L_c}{\partial \gamma_{ig}} 1_{(\gamma_{ig}=\beta_k)}\right) \qquad (3.59)$$

Donde $1_{(\gamma_{ig}=\beta_k)}$ es una indicadora que vale uno si $\gamma_{ig} = \beta_k$ y cero en caso contrario. Esto se puede expresar como sigue: si hay un total de $G = \sum_{i=1}^{n} K_i$ parámetros en γ, pero solamente $K < G$ parámetros subyacentes en β, se define la matriz F con G filas y K columnas. Sea entonces $F_{gj} = 1$ si $\gamma_g = \beta_j$ y cero en cualquier otro caso, de tal forma que hay exactamente un 1 y $K - 1$ ceros en cada fila de F. Sea d el vector $Gx1$ de derivadas obtenidas al agrupar verticalmente d_i en (3.58), entonces:

$$\frac{\partial \ln L_c}{\partial \beta} = F'd \tag{3.60}$$

El hessiano se computa de la misma manera, su construcción en bloque emplea:

$$H_{ij} = \frac{\partial \ln L_c}{\partial \gamma_i \partial \gamma_j'} = -\sum_{t=1}^{N} s^{ij} x_{it}^0(\gamma_i) x_{jt}^0(\gamma_j)\,' \tag{3.61}$$

La matriz de varianzas y covarianzas asintótica de $\hat{\beta}$ es otra vez una suma de términos:

$$Var.Est.Asi.\left[\hat{\beta}\right] = V = \left[-F'\widehat{H}F\right]^{-1} \tag{3.62}$$

3.3.3 Estimación por Método Generalizado de Momentos (MGM)

Partiendo del modelo (3.52), se permite correlación distinta de cero entre x_{it}^0 y ε_{is}, además existen un conjunto de variables instrumentales, z_t, tales que:

$$E[z_t \varepsilon_{it}] = 0, \;\; t = 1, \dots, N y i = 1, \dots, M \tag{3.63}$$ [25]

Bajo los supuestos establecidos, los estimadores de MCGF no lineales y ML serán inconsistentes. En este caso se puede emplear una generalización de la técnica de variables instrumentales del caso uniecuacional. Para ello, se considera el análogo muestral de (3.63):

$$\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} z_t[y_{it} - h_i(\beta, x_t)] = 0, \qquad i = 1, \dots, M \tag{3.64}$$

Si se emplea este resultado para cada una de las ecuaciones del sistema se pierde eficiencia como resultado de no imponer restricciones entre ecuaciones en σ^{ij},

[25] Se puede permitir un conjunto independiente de variables instrumentales para cada ecuación, pero dificulta el algebra y es una situación que rara vez se presenta en la práctica.

tampoco se tendrían en cuenta la correlación entre los errores. Para evitar esto, se emplea:

$$\frac{1}{N}Z'\Omega_{\text{ij}}Z = E\left[Z'\varepsilon_i\epsilon_j'Z\right] \tag{3.65}$$

El criterio de estimación MGM en este contexto es:

$$q = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M}[(y_i - h_i(\beta,X))'Z]\left[Z'\Omega_{\text{ij}}Z\right]^{ij}\left[Z'(y_j - h_j(\beta,X))\right] = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M}[\varepsilon_i(\beta)'Z]\left[Z'\Omega_{\text{ij}}Z\right]^{ij}\left[Z'\varepsilon_j(\beta)\right] \tag{3.66}$$

Donde $\left[Z'\Omega_{\text{ij}}Z\right]^{ij}$ designa el ij-ésimo bloque de la inversa de la matriz con bloque ij-ésimo igual a $Z'\Omega_{\text{ij}}Z$.

La estimación de MGM procede en varios pasos. Primero, para estimar cualquiera de los parámetros de la varianza se requiere una estimación inicial consistente de β[26]. En la siguiente etapa se emplea la técnica de White o Newey-West para calcular, bloque a bloque, la matriz (3.65). Una vez que se dispone de estas estimaciones se puede obtener una estimación iterativa al problema (3.66). Las condiciones de primer orden están dadas por:

$$\frac{\partial q}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M}[X_i^0(\beta)'Z]\left[Z'\text{W}_{\text{ij}}Z\right]^{ij}\left[Z'\varepsilon_j(\beta)\right] = 0 \tag{3.67}$$

Finalmente, la matriz de covarianzas asintótica para el estimador MGM se estima con:

$$V_{MGM} = \left[\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M}[X_i^0(\beta)'Z]\left[Z'\text{W}_{\text{ij}}Z\right]^{ij}\left[Z'X_j^0(\beta)\right]\right]^{-1} \tag{3.68}$$

3.4 Particularidades de los Sistemas de Demanda

Los sistemas de demanda son un claro ejemplo de la aplicación de los sistemas multiecuacionales. En este contexto existen algunas particularidades propias, tal como restricciones de parámetros entre ecuaciones y la singularidad de la matriz de varianzas y covarianzas.

[26] Para esto se puede aplicar variables instrumentales no lineales ecuación por ecuación.

En el caso de las restricciones en los parámetros, el modelo no restringido es, en general, inconsistente con la teoría económica subyacente[27]. Aunque las restricciones teóricas son testeables, los resultados teóricos del modelo no restringido no están claros.

El problema de la singularidad se soluciona eliminando una de las ecuaciones del sistema, estimar las $m-1$ ecuaciones restantes, y obtener los valores de los parámetros correspondientes a la ecuación eliminada a partir de las ecuaciones estimadas[28]. En principio, debería ser irrelevante cuál es la ecuación que se elimina. Sin embargo, las estimaciones de los parámetros por MCGF dependerán de cuál se elija. Barten (1969) muestra que la invarianza se logra empleando estimaciones por máxima verosimilitud en vez de MCGF.

3.5 Sesgo de Selección

En los datos de corte transversal, en especial cuando se trabaja con microdatos tales como los datos de la ENGHO (Encuesta Nacional de Gasto de los Hogares), aparece comúnmente un problema de respuestas censuradas, conocido como *sesgo de selección*, debido a que los hogares reportan un consumo cero durante el período de la encuesta (Davidson & MacKinnon, 1993). Las principales causas de observar gastos de consumo cero se debe a la infrecuencia de compra, dada por el corto período de la encuesta[29]; las preferencias de los consumidores que determinan que en algunos casos no se consuma nada de algunos bienes; y que los consumidores no adquieran ciertos bienes a los precios y niveles de ingreso dados, lo que es conocido como soluciones de esquina (Berges & Casellas, 2002).

[27] Aunque las restricciones del sistema se pueden testear, en general no se cumplen cuando las estimaciones se realizan de forma no restringida.
[28] Esto se logra a partir de las restricciones del sistema. En los sistemas de demanda la restricción que permite recuperar los parámetros de la ecuación eliminada es la restricción de aditividad.
[29] Sólo se pregunta por el consumo en la semana de referencia.

Debido a que la variable considerada se encuentra censurada[30], es decir sólo contiene valores mayores o iguales a cero, es importante diferenciar el consumo nulo de los hogares debido a la no adquisición del producto en la semana de referencia, de aquel consumo nulo que indica que habitualmente el hogar no consume dicho bien.

Metodológicamente es posible, o bien utilizar solamente los casos con consumo positivo para estimar los parámetros del modelo, o bien incluir todos los casos. La primera de las opciones resulta en la eliminación de muchas observaciones dado que en este caso, al estimar las demandas como sistema, implicaría incluir sólo los hogares que reportan consumo mayor a cero para todos los bienes empleados en la estimación. Además, aunque esta estimación resulta en estimadores insesgados y consistentes, la extrapolación de los resultados sólo es válida a grupos de individuos que consumen todos los bienes en consideración. Los resultados no se pueden extender a aquellos consumidores que no consumen alguno de los bienes ya que poseen características que los diferencian de aquellos que eligen consumir y por tanto sus comportamientos son sistemáticamente diferentes, y por ende requieren de una modelación distinta en sus comportamientos.

La segunda de las opciones, la incorporación del total de los datos, es analizada por Tobin (1958), quien estableció que la acumulación de observaciones con consumo cero, genera estimadores Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) sesgados e inconsistentes (Maddala, 1983), con lo que propone el modelo Tobit para considerar la censura en los datos. El modelo se especifica de la siguiente manera:

$$\begin{gathered} q_i = 0 \; si \; X_i\beta + \varepsilon_i < 0 \\ q_i = X_i\beta + \varepsilon_i \; si \; X_i\beta + \varepsilon_i > 0 \; \forall i = 1, \dots, n \end{gathered} \tag{3.69}$$

Donde q_i es la variable dependiente, X_i es el vector de variables independientes para la observación i, β es el vector de parámetros a estimar y ε_i es el término de error, el que se supone tiene una distribución normal. Tanto la decisión de consumir como la cantidad a consumir se basan en el mismo conjunto de variables y

[30] Se distinguen los datos censurados de los datos truncados en tanto que, una muestra se considera truncada cuando ciertas observaciones son sistemáticamente excluidas de la muestra. En el caso de los datos censurados ninguna observación es excluida, pero cierta información en la misma es sistemáticamente alterada.

parámetros. El uso del modelo Tobit hace que los efectos de las variables sean los mismos para la decisión de consumir cierta mercancía y para la decisión de la cantidad que se desea consumir de la misma. Con referencia a las curvas de demanda de bienes, Haines et al. (1988) argumenta que los factores que determinan la decisión de consumir no son necesariamente los mismos que definen las cantidades consumidas. Debido a ello, si se ignora la verdadera secuencia del proceso de decisión, no se puede capturar el patrón de comportamiento del consumidor, lo cual conduce a resultados inconsistentes en la estimación. Por lo tanto será necesario utilizar un modelo de estimación en dos etapas.

Los métodos de estimación que utilizan procesos de decisión en dos etapas, implican el análisis de dos variables dependientes (Haines et al., 1988):

a) *Primera Etapa:* una variable dicotómica que indica si un individuo consume o no una cantidad no negativa de un determinado alimento (comúnmente denominada ecuación de participación o selección).

b) *Segunda Etapa:* la cantidad efectivamente consumida por aquellos individuos que eligieron consumir.

3.5.1 Procedimiento de Heckman

Heckman (1979) propuso un método para tratar el tema de variables dependientes censuradas que se puede aplicar al caso de consumo cero, modelizando la decisión de comprar o no comprar mediante una regresión de tipo Probit[31]. Esta regresión determina la probabilidad de participación en el consumo de un bien. Luego, en una segunda etapa, se modeliza el nivel de gasto en el bien mediante una regresión MCO, y a esta regresión se le agrega la variable λ (el inverso del ratio de Mills), para corregir el sesgo de selección. Esta nueva variable se calcula como el cociente entre el

[31] La utilización del modelo Probit en la primera etapa de la estimación radica en el supuesto de normalidad del término de error de la ecuación de selección. Aunque se podrían emplear otros modelos para variables dependientes binarias, como por ejemplo el modelo Logit, si se asume otro comportamiento del término de error.

valor estimado de la función de densidad de probabilidad normal estándar ϕ, y el valor estimado de la función de distribución de probabilidad acumulada de una normal estándar Φ.

Si en la primera etapa se estimara la probabilidad de participación mediante MCO, como si fuera un modelo de probabilidad lineal, se presentarían dos problemas: primero, el valor de la variable explicada no se restringiría a valores comprendidos entre cero y uno, como debería suceder para cualquier probabilidad; segundo, existiría heteroscedasticidad, lo cual viola uno de los supuestos del modelo MCO y por lo tanto los estimadores no serían eficientes. Por estas razones es que para modelizar la probabilidad de participación se utiliza un modelo Probit y su estimación se realiza por el método Máxima Verosimilitud (ML) (Johnston & DiNardo, 1997).

En síntesis, se procede de la siguiente forma:

Etapa 1: se estima por ML $p^* = Zv + \varepsilon$, con un modelo Probit, empleando todas las observaciones de la muestra. La variable p^* toma los valores uno cuando el consumo es mayor a cero, y cero cuando no lo es. v es el vector de parámetros que será estimado y Z el vector de variables independientes que afectan la decisión de consumo de los individuos. Esto es, se estima la probabilidad de que los datos no se encuentren censurados, es decir que el consumo sea mayor a cero.

Luego, se construye la variable $\hat{\lambda} = \phi(Z\hat{v})/\Phi(Z\hat{v})$, el inverso del ratio de Mills. El numerador de esta expresión representa la densidad probabilística y el denominador la probabilidad acumulada, ambas correspondientes a la distribución normal estándar.

Etapa 2: se estima el modelo $q = f(X\beta) + \gamma\hat{\lambda}$ mediante MCO[32], siendo q la cantidad consumida, β y γ los parámetros a estimar, X el vector de variables explicativas y $\hat{\lambda}$ la variable obtenida en la etapa anterior. En esta etapa se puede testear la presencia de sesgo de selección en la muestra a través de la significatividad (test t) del coeficiente estimado γ (Heckman, 1979).

[32] Se emplea MCO siempre que la función de interés $f(\cdot)$ sea lineal en los parámetros, sino se debe recurrir a algún método de estimación no lineal.

3.5.2 Procedimiento de Shonkwiller y Yen

A partir del modelo de Heckman, Shonkwiller & Yen (1999) proponen un procedimiento en dos etapas aplicable a la estimación de sistemas de ecuaciones de demanda. Los autores parten del siguiente sistema de ecuaciones con variables dependientes limitadas:

$$\begin{aligned} q_{ij}^{*} &= f(\beta_i, X_{ij}) + \varepsilon_{ij} \\ d_{ij}^{*} &= z_{ij}'\alpha_i + v_{ij} \end{aligned} \tag{3.70}$$

$$d_{ij} = \begin{cases} 1 & si d_{ij}^{*} > 0 \\ 0 & si d_{ij}^{*} \leq 0 \end{cases} q_{ij} = d_{ij} q_{ij}^{*} \tag{3.71}$$

con $i = 1, 2, \dots, m$ y $j = 1, 2, \dots, N$, donde i indica la ecuación y j el hogar; q_{ij} y d_{ij} son las variables dependientes observadas; q_{ij}^{*} y d_{ij}^{*} son las correspondientes variables latentes; X_{ij} y z_{ij} son los vectores de variables exógenas; β_i y α_i son los vectores de parámetros; ε_{ij} y v_{ij} son los términos de errores. En este caso se asume que la censura en cada una de las variables dependientes está gobernada por un proceso estocástico independiente, posteriormente Yen (2004) y Yen & Biing-Hwan (2005) proponen un procedimiento de censura en dos etapas multivariado[33].

El procedimiento en dos etapas consiste en la estimación de una ecuación de selección a través de un modelo Probit, con lo que se obtienen las estimaciones de los parámetros $\hat{\alpha}_i$. Posteriormente, se calculan las funciones de densidad y distribución acumulada de una normal estándar, $\phi(\cdot)$ y $\Phi(\cdot)$ respectivamente. Asumiendo que el término de error para cada ecuación $i[\varepsilon_{ij}, v_{ij}]'$ tiene distribución normal bivariada con $cov(\varepsilon_{ij}, v_{ij}) = \gamma_i$, entonces la media condicional de y_{ij} (Wales y Woodland, 1980) es:

$$E(q_{ij} | x_{ij}, z_{ij}; v_{ij} > -z_{ij}'\alpha_i) = f(\beta_i, X_{ij}) + \gamma_i \frac{\phi(z_{ij}'\alpha_i)}{\Phi(z_{ij}'\alpha_i)} \tag{3.72}$$

Dado que $E(q_{ij} | x_{ij}, z_{ij}; v_{ij} \leq -z_{ij}'\alpha_i) = 0$, la media no condicional de q_i es:

[33] Modelo que logra mejoras en la eficiencia de los estimadores.

$$E(q_{ij}|x_{ij}, z_{ij}) = \Phi(z'_{ij}\alpha_i)f(\beta_i, X_{ij}) + \gamma_i \phi(z'_{ij}\alpha_i) \qquad (3.73)$$

Sobre la base de la ecuación (3.73) para cada i, el sistema de ecuaciones (3.70) y (3.71) se puede escribir como:

$$q_{ij} = \Phi(z'_{ij}\alpha_i)f(\beta_i, X_{ij}) + \gamma_i \phi(z'_{ij}\alpha_i) + \xi_{ij} \qquad (3.74)$$

con $i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, N$, donde $\xi_{ij} = q_{ij} - E(q_{ij}|x_{ij}, z_{ij})$. El sistema (3.74) se puede estimar con un procedimiento en dos etapas empleando todas las observaciones: (i) obtener las estimaciones de $\hat{\alpha}_i$ con un modelo Probit empleando como variable dependiente d_{ij} para cada i[34]. (ii) calcular $\phi(z'_{ij}\hat{\alpha}_i)$ y $\Phi(z'_{ij}\hat{\alpha}_i)$ y estimar los parámetros β_i y γ_i en el sistema:

$$q_{ij} = \Phi(z'_{ij}\hat{\alpha}_i)f(\beta_i, X_{ij}) + \gamma_i \phi(z'_{ij}\hat{\alpha}_i) + \xi_{ij} \qquad (3.75)$$

Finalmente, dado que la estimación Probit de $\hat{\alpha}_i$ es consistente, la estimación de las ecuaciones del sistema (3.75) será consistente en la segunda etapa.

En el sistema (3.75) el término de error tiene la siguiente forma:

$$\xi_{ij} = \varepsilon_{ij} + [\Phi(z'_{ij}\alpha_i) - \Phi(z'_{ij}\hat{\alpha}_i)]f(\beta_i, X_{ij}) + \gamma_i[\phi(z'_{ij}\alpha_i) - \phi(z'_{ij}\hat{\alpha}_i)] \qquad (3.76)$$

Con $E(\xi_{ij}) = 0$, y

$$Var(\xi_{ij}) =$$
$$\sigma_i^2 \Phi(z'_{ij}\alpha_i) + [1 - \Phi(z'_{ij}\alpha_i)]\left\{[f(\beta_i, X_{ij})]^2 \Phi(z'_{ij}\alpha_i) + 2f(\beta_i, X_{ij})\gamma_i \phi(z'_{ij}\alpha_i)\right\} -$$
$$\gamma_i^2 \left\{z'_{ij}\alpha_i \phi(z'_{ij}\alpha_i) + [\phi(z'_{ij}\alpha_i)]^2\right\} \qquad (3.77)$$

Como se desprende de la ecuación (3.77), el término de error en la ecuación (3.75) es heterocedástico y por lo tanto ineficiente[35]. Sin embargo, la estimación en dos etapas requiere de la corrección de la matriz de varianzas y covarianzas, para ello se puede aplicar el procedimiento de Murphy & Topel (1985).

---

[34] La estimación de modelos Probit separados implica la restricción $E(v_{ij}v_{kj}) = 0 \; \forall \; i \neq k$, si este supuesto no se cumple se debería estimar un Probit multivariado. Sin embargo, las estimación serían consistentes, aunque menos eficientes.

[35] Dado que se conoce la estructura de la heterocedasticidad, se puede aplicar un estimador ponderado.

3.5.3 Ecuaciones de Demanda Corregidas por Consumo Cero

De acuerdo al procedimiento de Shonkwiller & Yen (1999) desarrollado en la sección anterior, las ecuaciones de demanda del sistema QES corregidas por consumo cero a ser estimadas presentan la siguiente expresión:

$$x_i^s = \Phi(z_{ij}'\hat{\alpha}_i)\left[m_i^s p_i b_i + a_i\left(\mu - \sum_{j=1}^n m_j^s p_j b_j\right) + \left(m_i^s p_i c_i - a_i \sum_{j=1}^n m_j^s p_j c_j\right)\prod_{j=1}^n \left(m_j^s p_j\right)^{-2a_j}\left(\mu - \sum_{j=1}^n m_j^s p_j b_j\right)^2\right] + \gamma_i \phi(z_{ij}'\hat{\alpha}_i) + \varepsilon_{ij} \quad (3.78)$$

Donde Z_{ij} son las variables explicativas empleadas en la primera etapa de la estimación (Modelo Probit), es decir aquellas variables que afectan la decisión de consumir o no, pero no necesariamente el volumen del consumo.

La propiedad de aditividad genera un problema de singularidad en la matriz de varianzas y covarianzas de los modelos de demanda, por lo cual no es posible la estimación de las n ecuaciones del sistema (Pudney, 1989). Sin embargo, la corrección por sesgo propuesta elimina este problema de estimación y resulta factible la estimación del conjunto completo de ecuaciones del sistema (Yen et al., 2002).

3.6 Problema de Endogeneidad: Ingreso o Gasto Total en las Ecuaciones de Demanda

Una cuestión importante en los estudios de demanda es la elección entre el ingreso o gasto total como variable explicativa a ser incluida en las ecuaciones a estimar. La elección de la variable gasto total (en lugar de la variable ingreso) se debe al hecho de que satisface la propiedad de aditividad (posibilitando la estimación de un sistema completo de demanda) y por tanto es recomendada con el objetivo de construir un sistema de demanda derivado de una estructura de preferencias determinada, además de presentar mayor estabilidad en el componente permanente. Por otro lado, la hipótesis de separabilidad débil permite que se trabaje con el gasto total en un determinado grupo de interés, ya que se puede separar de los otros elementos del gasto (Deaton & Muellbauer, 1980). Sin embargo, la utilización del gasto total presenta el problema de endogeneidad en la estimación, aunque lo mismo se podría argumentar con respecto al uso de la variable ingreso (Coelho, 2006).

En cambio, el uso de la variable ingreso es más común en los estudios de demanda, debido al predominio de la estimación de demandas individuales empleando series de tiempo, donde la variable gasto total no tiene mucho sentido teórico. De forma que en la comparación de las estimaciones con otros estudios a fin de comparar los patrones de consumo, la variable ingreso es más adecuada. Sin embargo, su uso no está exento de críticas. Además de la adecuación teórica, existen otras dificultades de la utilización del ingreso cuando se trabaja con datos de gastos a nivel de las familias (microdatos). Medeiros (1978) sugiere que la información de ingreso está sujeta a mayores errores de medición y recomienda el empleo de la variable gasto total. Por su parte, Phlips (1974) afirma que el ingreso total incluye toda especie de componentes transitorios y no sería un buen indicador del ingreso "*normal o permanente*" de los hogares. En cambio el gasto total es más estable y sería un mejor indicador.

4. Determinación de los Pseudo Precios Implícitos

En general, las encuestas de gastos de los hogares disponen de información sobre cantidades y gastos observados (como en el caso de la ENGH), con lo que los precios son obtenidos como precios implícitos[36], medida que se conoce como "*valor unitario*". Aunque estos valores unitarios proveen información acerca de los precios, difieren de los precios de mercado en varios aspectos. El ratio entre gasto y cantidades realizado aporta información sobre la elección de calidad (Deaton, 1987, 1988a, 1988b, 1990, 1998). El nivel del valor unitario de un bien compuesto depende de la participación relativa de los bienes de alta calidad y de la composición del bien agregado. Los valores unitarios también pueden ser variables para los bienes supuestamente homogéneos porque el mercado ofrece diferentes grados y tipos (Perali, 2003).

Por estas razones, se presentan dificultades en la utilización de las encuestas de gastos para el análisis de demanda y bienestar. Resulta entonces importante aplicar un procedimiento apropiado para construir "*pseudo*" valores unitarios a partir de la información disponible en las encuestas de gasto, tales como las participaciones de gasto de cada categoría de bienes y las características socio-demográficas, las que ayudan a aproximar la variabilidad de los valores unitarios lo mejor posible.

Lewbel (1989b) propone un método de estimar la variabilidad de los valores unitarios actuales a través de la utilización de la información socio-demográfica disponible en las funciones demográficas. Estas funciones se definen como el cociente entre las funciones de sub-utilidad del grupo y la correspondiente al hogar de referencia. El método supone que las funciones de sub-utilidad son homotéticamente separables y del tipo Cobb-Douglas.

Se define la función de utilidad separable $U\big(u_1(q_1, s), \ldots, u_n(q_n, s)\big)$, donde $U(u_1, \ldots, u_n)$ es la función de utilidad entre grupos y $u_i(q_i, s)$ es la función de sub-utilidad del grupo. El índice $i = 1, \ldots, n_i$ denota el grupo de bienes agregados. El vector

[36] Esto es a través del cociente entre gasto y cantidades observadas.

de características socio-demográficas, s, afecta a $U(\cdot)$ directamente a través de la función de sub-utilidad del grupo. Se define la escala de equivalencia del grupo $M_i(q,s)$ como:

$$M_i(q,s) = \frac{u_i(q,s)}{u_i(q,s^r)} \tag{4.1}$$

donde s^r describe las características socio-demográficas del hogar de referencia. Se define el índice de cantidades para el grupo i como $Q_i(u_i, s^r)$ y se reescribe la función de utilidad entre grupos como:

$$U(u_1, \dots, u_n) = U\left(\frac{Q_1}{M_1}, \dots, \frac{Q_n}{M_n}\right) \tag{4.2}$$

También se define el índice de precios para el bien i como $P_i = x_i^r/Q_i$ donde x_i^r es el gasto del hogar de referencia en el grupo i. La estructura de utilidad de Barten implica las siguientes demandas, en términos de la participación del gasto del bien i sobre el gasto total, para cada hogar como:

$$W_i = H_i(P_1M_1, \dots, P_nM_n, x) \tag{4.3}$$

tomando la forma de $W_i^r = H_i(P_1M_1, \dots, P_nM_n, x^r)$ para el hogar de referencia con escala $M_i = 1$. El supuesto de separabilidad homotética admite dos etapas en la decisión de compra e implica la existencia de funciones de sub-utilidad indirecta V_i. Por analogía con la definición de escalas de equivalencia del grupo en el espacio de utilidad, se obtiene:

$$M_i = \frac{V_i(p_i,s)}{V_i(p_i,s^r)} \tag{4.4}$$

y $V_i = M_iP_i$. Por lo tanto, cuando las demandas son homotéticamente separables, las escalas de cada grupo dependen sólo de los precios relativos y s.

La maximización de $u_i(q_i, s)$ sujeto a la restricción presupuestaria $p_iq_i = x_i$ en el grupo i da la participación del gasto en el bien i sobre el gasto total para un bien individual $w_{ij} = h_{ij}(p_i, s, x_i)$. Para las demandas homotéticamente separables, la participación del gasto no depende del gasto $w_{ij} = h_{ij}(p_i, s)$.

Bajo el supuesto que la función de utilidad de los sub-grupos se puede representar como una Cobb-Douglas, con parámetros especificando funciones de cambio de las variables socio-demográficas[37]:

$$F_i(q_1, s) = k_i \prod_{j=1}^{n_i} q_{ij}^{m_{ij}^*(s)} \tag{4.5}$$

Entonces las participaciones de los gastos en el presupuesto corresponden a las funciones demográficas:

$$w_{ij} = h_{ij}(p_i, s) = m_{ij}^*(s) \tag{4.6}$$

con

$$\sum_{j=1}^{n} w_{ij}(s) = \sum_{j=1}^{n} m_{ij}^*(s) = 1 \tag{4.7}$$

La función de utilidad indirecta implicada es:

$$V_i(p_i, s) = M_i P_i = \frac{1}{k_i} \prod_{j=1}^{n_i} \left(\frac{p_{ij}}{m_{ij}^*}\right)^{m_{ij}^*(s)} \tag{4.8}$$

con

$$k_i(s) = \prod_{j=1}^{n_i} m_{ij}^*(s^r)^{-m_{ij}^*(s^r)} \tag{4.9}$$

donde $k_i(s)$ es una función de escala que depende sólo de las elecciones de las características socio-demográficas de referencia.

Estos resultados proveen un procedimiento para estimar la variación de precios en encuestas sin información de cantidades, o bien cuando se emplean categorías agregadas de bienes cuyas cantidades no son homogéneas. Estimar conjuntamente las ecuaciones m_{ij}^* y las participaciones en el presupuesto ajustadas empleando la especificación $\widehat{w}_{ij} = \widehat{h}_{ij} = m_{ij}^*(s) + \varepsilon_{ij}$, donde ε es un término de error esférico. Luego asumiendo, sin pérdida de información, que $p_{ij} = P_i = 1$ para todo i y j, la información de precios se puede deducir de la información socio-demográfica empleando (4.6) y (4.7):

[37] Se emplea m^*, para diferenciar las escalas empleadas en la metodología de la construcción de los Pseudo precios implícitos de aquellas empleadas en el sistema de ecuaciones de demanda QES.

$$M_i P_i = \frac{1}{\hat{k}_i} \prod_{j=1}^{n_i} \left(\frac{1}{\hat{m}_{ij}^*} \right)^{\hat{m}_{ij}^*(s)} = \frac{1}{\hat{k}_i} \prod_{j=1}^{n_i} m_{ij}^{*\ -m_{ij}^*} \tag{4.10}$$

y

$$\hat{k}_i(s) = \prod_{j=1}^{n_i} \hat{m}_{ij}^*(s^r)^{\hat{m}_{ij}^*(s^r)}$$

A partir de lo anterior se definen los pseudo valores unitarios como:

$$\hat{P}_i = M_i P_i = M_i = \frac{1}{k_i} \prod_{j=1}^{n_i} w_{ij}^{\ -w_{ij}} \tag{4.11}$$

Donde k_i es el promedio del gasto del subgrupo para el grupo de gasto i-ésimo.

El pseudo valor unitario es un índice que se puede comparar con los valores unitarios actuales luego de ser normalizados, eligiendo el valor de un hogar específico como numerario. El índice $\hat{P}^i$ resume la variación de precios en datos de sección cruzada, a esta variación se le puede incorporar la de origen regional[38].

Finalmente, la transformación en términos nominales es fundamental para capturar los efectos de sustitución y complementariedad. Para ello se aplica la siguiente transformación:

$$\hat{P}_L^i = \hat{P}^i x^i \tag{4.12}$$

Donde x^i es el gasto promedio del grupo i evaluado en el año base, aunque Ballesteros Moyano (2011) emplea el promedio del total de la muestra.

Los valores unitarios en nivel se encuentran expresados en la misma unidad de medida que los valores unitarios actuales. Atella et al. (2004) muestra que ambos presentan la misma variabilidad, aunque no se encontraron resultados similares en el caso de Argentina (Berges et al., 2012)[39].

[38] Información no disponible para el caso de Argentina.

[39] En este caso se emplea sólo la categoría alimentos y las observaciones correspondientes a la Ciudad Autónoma de Buenos Aires de la ENGH 2004/05.

5. Estadísticos y Resultados

5.1 Características de la Muestra

La muestra empleada en la estimación corresponde a datos de la Encuesta Nacional de Gastos de los Hogares (ENGH), realizada por el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC). Actualmente existen disponibles dos periodos para la ENGH: 1996/97 y 2004/05, ambas con alcance nacional. Para la estimación se tienen en cuenta las nueve categorías de gastos presentes en la ENGH:

1. Alimentos y Bebidas.
2. Indumentaria y Calzado.
3. Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad.
4. Equipamiento y Mantenimiento del Hogar.
5. Salud.
6. Transporte y Comunicaciones.
7. Esparcimiento.
8. Enseñanza.
9. Bienes y Servicios Varios.

La estimación se realiza con los datos correspondientes a la totalidad del país para las dos encuestas. Esto incluye las seis regiones en las que se divide la encuesta[40]: Gran Buenos Aires (Región 1) compuesta por la Ciudad Autónoma de Buenos Aires y los partidos del Gran Buenos Aires. Pampeana (Región 2) compuesta por las provincias de Buenos aires (excluye partidos del Gran Buenos Aires), Córdoba, Entre Ríos, La Pampa y Santa Fe. Noroeste (Región 3) compuesta por Catamarca, Jujuy, La Rioja, Salta, Santiago del Estero y Tucumán. Noreste (Región 4) constituida por Chaco, Corrientes, Formosa y Misiones. Cuyo (Región 5) conformada por Mendoza, San Juan y San Luis. Finalmente, la región Patagónica (Región 6) se encuentra conformada por Chubut, Neuquén, Río Negro, Santa Cruz y Tierra del Fuego. Se emplean los hogares compuestos por personas menores de 60 años de edad (esta división se toma para que coincida con el corte etario de escalas de equivalencia normativas construidas por el

[40] Tanto la ENGH de 1996/97 como la de 2004/05 presentan la misma división para las regiones geográficas, al igual que la composición de los rubros de gastos agregados.

INDEC). En la Tabla 5.1 se presentan el número de hogares y de personas totales, para cada una de las ENGH, desagregados por las 6 regiones geográficas. En cada caso se calcula el porcentaje que cada región representa en el total de la muestra.

Tabla 5.1 – Cantidad de Hogares y Personas por Región Geográfica

	1996/97		2004/05		1996/97		2004/05	
Categoría de Gasto	**Cant. Hogares**	**% Total**	**Cant. Hogares**	**% Total**	**Cant. Personas**	**% Total**	**Cant. Personas**	**% Total**
Gran Buenos Aires	2.539	17,32	3.733	23,56	8.546	17,15	11.360	22,13
Pampeana	4.212	28,74	4.167	26,3	14.021	28,14	13.457	26,21
Noroeste	2.374	16,2	2.832	17,88	8.252	16,56	9.621	18,74
Noreste	1.784	12,17	1.581	9,98	6.132	12,31	5.312	10,35
Cuyo	1.579	10,77	1.409	8,89	5.532	11,10	4.796	9,34
Patagónica	2.170	14,8	2.121	13,39	7.335	14,72	6.795	13,24
Total	**14.658**	**100**	**15.843**	**100**	**49.818**	**100**	**51.341**	**100**

Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

Para la estimación de las escalas de equivalencia se clasifican los integrantes de los hogares por edades y sexo. Los cortes etarios fueron realizados de forma tal que las categorías construidas coincidan con las del INDEC. De esta forma se obtuvieron las siguientes categorías:

- Ho: niños entre 0 y 3 años, varón y mujer.
- H1: niños entre 3 y 10 años, varón y mujer.
- H2: adolescentes entre 10 y 17 años, varón y mujer.
- H3: adultos en edad activa, entre 18 y 60 años, varón.
- H4: adultos en edad activa, entre 18 y 60 años, mujer.

En la Tabla 5.2 se presenta la distribución de cada tipo de integrante en el hogar en cada una de las regiones geográficas para las dos encuestas.

Tabla 5.2 – Proporción de cada Tipo de Integrante por Región Geográfica

Región Geográfica	Año	H0	H1	H2	H3	H4
Gran Buenos Aires	**1996/97**	7,37%	11,41%	15,16%	32,32%	33,74%
	2004/05	6,73%	10,30%	13,56%	33,16%	36,26%
Pampeana	**1996/97**	7,27%	12,45%	15,61%	31,87%	32,80%
	2004/05	7,31%	11,77%	15,09%	32,07%	33,77%
Noroeste	**1996/97**	8,89%	12,92%	16,38%	29,80%	32,00%
	2004/05	8,19%	13,18%	16,17%	30,43%	32,02%
Noreste	**1996/97**	9,30%	13,83%	15,82%	29,19%	31,87%
	2004/05	8,08%	13,93%	16,77%	29,99%	31,23%
Cuyo	**1996/97**	8,15%	13,03%	16,12%	30,10%	32,59%
	2004/05	8,13%	11,99%	15,10%	31,15%	33,63%
Patagónica	**1996/97**	8,30%	13,44%	16,09%	30,55%	31,62%
	2004/05	7,24%	12,66%	16,79%	31,13%	32,19%

Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

Como se observa en la tabla, las participaciones de cada tipo de integrante por región son similares en los dos periodos considerados. Los integrantes con mayor participación relativa son los hombres y mujeres en edad activa, los que en conjunto representan cerca del 60% en todas las regiones del país. Luego siguen los niños entre 10 y 18 años, los niños entre 3 y 10 años y por último los menores a 3 años.

En la Tabla 5.3 se presentan el porcentaje de hogares con consumo observado (no nulo) desagregado por región geográfica, para cada una de las categorías de gastos para las dos ENGH. Alimento y Bebidas presenta el mayor porcentaje de consumo observado, alcanzando niveles muy cercanos al 100%, aunque se observa una leve caída en el período analizado; en participación le sigue el gasto en Propiedades, que se mantiene sin grandes cambios entre los dos periodos. Se observa un incremento en el porcentaje de hogares con consumo en las categorías Indumentaria y Calzado, Equipamiento del Hogar, Transporte y Comunicaciones, Enseñanza (categoría en la que se destaca la región Gran Buenos Aires) y Bienes y Servicios Varios. Finalmente, se deben destacar las participaciones de los gastos de salud y esparcimiento. El primero, presenta gastos observados en aproximadamente el 50% de los hogares, con un incremento en las regiones Gran Buenos Aires y Pampeana y una caída en el resto del país. En el segundo, las participaciones de consumo son mayores (se encuentran entre el 80 y 90%), presentando una caída en todas las regiones a excepción del Gran Buenos Aires.

Tabla 5.3 – Porcentaje de Hogares con Consumo Observado por Región Geográfica

Categoría de Gasto	Año ENGH	Región Geográfica*					
		1	2	3	4	5	6
Alimentos y Bebidas	**1996/97**	99,72	99,93	99,66	99,94	99,87	99,49
	2004/05	99,52	98,85	99,47	99,05	99,29	97,69
Indumentaria y Calzado	**1996/97**	72,39	73,98	72,28	75,45	76,50	68,99
	2004/05	84,78	76,34	74,96	73,50	80,27	77,60
Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad	**1996/97**	98,90	98,67	98,40	98,09	98,48	98,57
	2004/05	98,71	98,51	98,76	98,80	98,51	98,35
Equipamiento y Mantenimiento del Hogar	**1996/97**	88,93	82,00	78,39	81,78	86,38	77,51
	2004/05	94,83	85,89	80,76	83,87	89,14	82,51
Salud	**1996/97**	62,03	55,44	55,94	46,86	64,15	48,20
	2004/05	67,16	58,00	47,03	43,45	62,67	46,72
Transporte y Comunicaciones	**1996/97**	94,41	83,78	79,57	76,74	83,47	83,64
	2004/05	97,24	88,19	79,27	78,24	88,93	89,67
Esparcimiento	**1996/97**	84,92	80,32	76,24	70,96	83,53	83,23
	2004/05	88,88	76,29	68,29	64,26	73,67	81,75
Enseñanza	**1996/97**	42,93	39,53	34,71	27,69	37,75	34,61
	2004/05	52,00	39,57	35,49	31,31	41,80	36,54
Bienes y Servicios Varios	**1996/97**	86,53	84,16	82,43	74,83	85,62	82,95
	2004/05	92,90	87,52	81,78	78,18	89,85	83,22

* Códigos de las regiones geográficas: 1 Gran Buenos Aires; 2 Pampeana; 3 Noroeste; 4 Noreste; 5 Cuyo; 6 Patagónica.
Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

En la Tabla 5.4 se presenta el gasto mensual por hogar promedio para cada categoría de bienes y total, para ambos periodo. En la última columna se presenta la variación porcentual entre 1996/97 y 2004/05. Todas las unidades monetarias se encuentran expresadas en pesos de diciembre del 2005, para ello se empleó el Indice de Precios al Consumidor (IPC) publicado por el INDEC[41]. El gasto total ha disminuido en promedio casi el 11% en el periodo considerado. Sólo los gastos correspondientes a las categorías "Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad" y "Transporte y Comunicaciones" presentan un incremento en el gasto mensual promedio. Las categorías de gasto con mayor caída son los de "Alimentos y Bebidas", "Salud" y "Equipamiento y Mantenimiento del Hogar".

[41] Para expresar los valores monetarios se emplea la apertura del IPC a tres dígitos.

Tabla 5.4 – Gasto Mensual por Hogar Promedio*

Categoría de Gasto	1996/97		2004/05		Variación %
	Media	S. D.	Media	S. D.	
Alimentos y Bebidas	531,11	390,97	394,71	300,93	-25,68
Indumentaria y Calzado	134,77	209,62	130,24	195,06	-3,36
Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad	152,55	236,20	156,71	228,54	2,72
Equipamiento y Mantenimiento del Hogar	110,45	200,55	94,51	176,21	-14,44
Salud	90,37	216,98	69,28	182,59	-23,35
Transporte y Comunicaciones	223,71	417,99	249,00	625,31	11,31
Esparcimiento	116,95	288,48	112,96	223,62	-3,41
Enseñanza	46,55	128,14	42,73	147,03	-8,20
Bienes y Servicios Varios	77,44	105,23	74,58	123,50	-3,69
Gasto Total	1.483,91	1.314,85	1.324,72	1.350,25	-10,73

* El gasto promedio en cada una de las categorías incluye los hogares con consumo cero.
Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

5.2 Pseudo Precios Implícitos

La determinación de los pseudo precios se efectuó de acuerdo a las ecuaciones (4.11) y (4.12) expuestas en la metodología. Para ello, se consideraron las aperturas a tres dígitos del IPC al interior de cada una de las categorías de gasto, ellas son las siguientes:

1. Alimentos y Bebidas: constituido por productos de panificación, cereales y pastas; carnes; aceites y grasas; productos lácteos y huevos; frutas; verduras; azúcar, miel, dulces y cacao; condimentos y otros productos alimenticios; comidas listas para llevar; bebidas no alcohólicas; bebidas alcohólicas; infusiones; y alimentos y bebidas consumidos fuera del hogar.

2. Indumentaria y Calzado: constituido por ropa mujer; ropa hombre; ropa niño; calzado mujer; calzado hombre; calzado niño; y accesorios y servicios para la indumentaria.

3. Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad: constituido por alquiler de vivienda; servicios básicos y combustibles para la vivienda; y reparaciones y gastos comunes de la vivienda.

4. Equipamiento y Mantenimiento del Hogar: constituido por equipamiento del hogar; y mantenimiento del hogar.

5. Salud: constituido por productos medicinales y accesorios terapéuticos; y servicios para la salud.

6. Transporte y Comunicaciones: constituido por transporte; y comunicaciones.

7. Esparcimiento: constituido por turismo; equipos, conexiones y servicios de audio, televisión y computación; diarios, revistas y libros; juguetes y artículos para deporte; flores plantas y atención de animales domésticos; y otros servicios de esparcimiento.

8. Enseñanza: servicios educativos; y textos y útiles escolares.

9. Bienes y Servicios Varios: constituido por cigarrillos y accesorios; artículos y servicios para el cuidado personal; y servicios diversos.

Las ecuaciones mencionadas en la metodología consisten en estimar el share al interior de cada categoría con una estructura del tipo *Working-Leser*, la que relaciona la participación del rubro en el presupuesto (w_i) y el logaritmo del gasto. Dado que la variable dependiente de las ecuaciones es w_i y por definición $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$, se realizó la estimación por medio de un sistema de ecuaciones imponiendo está restricción. Adicionalmente, a medida que se desagregan las observaciones de los hogares por grupos de bienes el número de observaciones con valores cero es cada vez mayor, por este motivo se realizó una estimación en dos etapas de acuerdo al procedimiento de Shonkwiller & Yen (1999) del sistema, con el fin de corregir el sesgo de selección. Las variables incluidas en la primera etapa de estimación (Modelo Probit) son aquellas que afectan la decisión de consumo o no consumo de un determinado bien en el hogar:

- Nivel de educación del jefe del hogar: variable categórica que indica nivel de educación bajo (hasta primario incompleto), nivel medio (hasta secundario completo) y nivel alto (niel superior completo o incompleto).

- Sexo del jefe del hogar: variable dummy que toma el valor 1 si el jefe del hogar es hombre y cero en caso contrario.
- Ingreso total.
- Ingreso total al cuadrado.
- Edad del jefe del hogar.
- Tamaño del hogar: indica la cantidad de miembros del hogar, sin diferenciar por sexo ni edad.
- Variable que indica la cantidad de miembros menores de 14 años en el hogar.
- Ingreso total multiplicado por la cantidad de miembros del hogar, esta variable se sugiere para captar la interacción entre el nivel de ingreso y tamaño del hogar sobre la probabilidad de consumo (Berges & Casellas, 2002).

Además de las variables anteriores (empleadas en todas las categorías) se emplearon algunas variables extras en algunos rubros específicos, ellas son:

- En la categoría de gasto Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad se incluye una variable dummy que toma el valor 1 si el hogar es inquilino y cero si es propietario. Esta variable se incorpora porque el gasto de alquiler es el más importante en esta categoría.
- En la categoría de gasto Transporte y Comunicaciones se emplearon dos variables dummies: una que toma el valor 1 si el hogar posee auto y cero en caso contrario; y otra que toma el valor 1 si en el hogar hay teléfono y cero en caso contrario[42].

[42] La primera dummy se incorporó sólo en el rubro transporte, mientras que la segunda sólo en el rubro comunicaciones.

Las variables incluidas en la segunda etapa de estimación (sistema para el modelo *Working-Leser*) son aquellas que afectan el volumen de consumo de un determinado bien en el hogar:

- Logaritmo natural del gasto total.
- Cuadrado del logaritmo natural del gasto total.
- Tamaño del hogar: indica la cantidad de miembros del hogar.
- Sexo del jefe del hogar: variable dummy que toma el valor 1 si el jefe del hogar es hombre y cero en caso contrario.
- Edad del jefe del hogar.
- Variable dummy que toma el valor 1 si hay menores de 14 años en el hogar y cero en caso contrario.
- Nivel de educación del jefe del hogar: variable categórica que indica nivel de educación bajo (hasta primario incompleto), nivel medio (hasta secundario completo) y nivel alto (niel superior completo o incompleto).
- Quintil de ingreso al que pertenece el hogar: se agrupo en tres categorías, quintil bajo (si el hogar pertenece al quintil 1), quintil medio (si el hogar pertenece al quintil 2, 3 o 4) y quintil alto (si el hogar pertenece al quintil 5).

Al igual que en la primera etapa de estimación se han incorporado variables adicionales en algunas categorías de gasto específicas, ellas son:

- En la categoría de gasto Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad se incluye una variable dummy que toma el valor 1 si el hogar es inquilino y cero si es propietario.
- En la categoría de gasto Transporte y Comunicaciones se emplearon dos variables dummies: una que toma el valor 1 si el hogar posee auto y

cero en caso contrario; y otra que toma el valor 1 si en el hogar hay teléfono y cero en caso contrario.

En la Tabla 5.5 se presentan los pseudo precios estimados promedios para los dos periodos considerados y la variación entre ambos. En la última columna de la tabla se encuentra la variación porcentual del IPC (con apertura a un dígito) para el mismo periodo. Los pseudo precios implícitos promedios aumentan en todas las categorías de gastos consideradas. Sin embargo, las variaciones no son similares a las observadas en el IPC. Los pseudo precios implícitos subestiman la variación de precios en las categorías Alimentos y Bebidas, Indumentaria y calzado, Propiedades, Salud y Enseñanza. Por el contrario, sobreestima la variación de precios en Equipamiento y Mantenimiento del Hogar, Transporte y Comunicaciones y Bienes y Servicios Varios. Sólo en el caso de esparcimiento se obtiene una variación similar.

Si bien existen diferencias entre los pseudo precios implícitos estimados y los índices observados, la utilización de los índices de precios no es posible para la estimación del sistema. Esto se debe a la necesidad de contar con suficiente variabilidad de precios para la identificación de las escalas de equivalencia. Por este motivo, junto a la inexistencia de relevamientos de precios en las ENGH y la heterogeneidad en las unidades de medida al interior de las diferentes categorías de gastos (lo que impide la utilización de la metodología de precios implícitos ajustados por calidad) es que se opta por la utilización de los pseudo precios implícitos para la estimación del sistema de ecuaciones de demanda.

Tabla 5.5 – Pseudo Precios Implícitos Promedio e IPC

Categoría de Gasto	1996/97		2004/05		Var. %	Var. % (IPC)
	Media	S. D.	Media	S. D.		
Alimentos y Bebidas	287,05	69,71	392,1	162,76	36,60	59,80
Indumentaria y Calzado	65,63	32,01	108,4	67,33	65,18	74,81
Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad	105,65	54,06	116,23	59,36	10,01	68,19
Equipamiento y Mantenimiento del Hogar	62,51	47,08	89,37	66,63	42,98	34,52
Salud	64,65	41,91	84,26	63,27	30,34	62,28
Transporte y Comunicaciones	120,53	85,49	210,61	195,55	74,73	52,65
Esparcimiento	66,79	51,59	99,19	87,73	48,50	49,38
Enseñanza	28,87	21,86	33,55	34,19	16,21	76,07
Bienes y Servicios Varios	42,72	19,40	67	40,58	56,83	26,31

Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05 e Indice de Precios al Consumidor.

En la Tabla 5.6 se presentan el promedio de las participaciones de cada una de las categorías de gasto en el gasto total (share). Las variaciones más importantes se encuentran en las categorías Alimentos y Bebidas, Propiedades, Salud y Enseñanza, entre los gastos cuya participación promedio cae, y en Indumentaria y Calzado y Bienes y Servicios Varios, entre aquellos cuya participación promedio se aumenta. Por su parte, las categorías propiedades y esparcimiento mantienen estable su participación relativa.

Tabla 5.6 – Share Promedio*

Categoría de Gasto	1996/97		2004/05		Variación %
	Media	S. D.	Media	S. D.	
Alimentos y Bebidas	0,3884	0,1818	0,3689	0,1792	-5,01
Indumentaria y Calzado	0,0817	0,0922	0,099	0,104	21,16
Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad	0,1462	0,1377	0,144	0,1378	-1,48
Equipamiento y Mantenimiento del Hogar	0,0581	0,0737	0,0615	0,0712	5,82
Salud	0,0498	0,0889	0,0407	0,0766	-18,28
Transporte y Comunicaciones	0,1272	0,1297	0,1344	0,1363	5,66
Esparcimiento	0,0685	0,0763	0,0686	0,0787	0,03
Enseñanza	0,0281	0,0602	0,0247	0,0531	-12,22
Bienes y Servicios Varios	0,0519	0,0575	0,0582	0,063	12,07

* El share promedio incluye los hogares con consumo cero.
Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

5.3 Corrección de Endogeneidad en el Gasto Total

La variable gasto total es endógena (Banks et al., 1997, Coelho, 2006, etc.), por este motivo se emplea una estimación por variables instrumentales para obtener estimaciones consistentes de los parámetros del modelo. Los instrumentos empleados son: ingreso total, ingreso total al cuadrado, H0, H1, H2, H3, H4, los pseudo precios implícitos para las nueve categorías de gasto (p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7, p8 y p9), nivel de educación del jefe del hogar (variable categórica que toma los niveles bajo, medio y alto), sexo del jefe del hogar, edad del jefe del hogar, ocupado (variable dummy que toma el valor 1 si el jefe del hogar está empleado y 0 en caso contrario), las 6 regiones geográficas (variables dummy para cada una de las regiones) y los 5 quintiles de ingreso (variables dummy para cada uno de los quintiles).

5.4 Escalas de Equivalencia Estimadas

Las escalas de equivalencia de Barten se estiman a partir del sistema de ecuaciones de demanda del sistema QES, donde los factores de escalas se incorporan en el sistema de demanda vía cambios en los precios. Las ecuaciones se encuentran corregidas por la presencia de censura en la variable dependiente de acuerdo al procedimiento de Shonkwiller & Yen (1999). Las ecuaciones del sistema a ser estimadas son las presentadas en la expresión (3.78). En esta expresión los factores de escalas se encuentran representados por los parámetros m_i^s, donde el subíndice i indica la categoría de gasto y el super-índice s indica el tipo de hogar (que depende de la composición de sus integrantes de acuerdo a la desagregación por edad y sexo).

El factor de escala m_i^s es una función de las características socio-demográficas del hogar tipo s. Sin embargo, la literatura no especifica cuál es la forma que presenta esta función. La especificación más empleada en la literatura es del tipo lineal (debido a su simplicidad). No obstante, la utilización de una escala de tipo lineal está condicionada a la obtención de valores positivos para el factor de escala m_i^s en el sistema de demanda QES, lo que se debe a la especificación de las ecuaciones de demanda. El problema se presenta en la incorporación de los precios en la base de una potencia, esto es el término $\prod_{j=1}^{n}(p_j)^{-2a_j}$, y los parámetros de escala se introducen vía precios de la forma $m_j^s p_j$, donde los precios son positivos por definición, con lo que la presencia de escalas negativas produce problemas de estimación debido a que el término $\prod_{j=1}^{n}(m_j^s p_j)^{-2a_j}$ no está definido. Esta característica hace que la introducción de una escala de tipo lineal en la composición del hogar sea muy limitada, dependiendo en muchos casos de la muestra que se emplea.

Debido a este problema en la obtención de valores negativos para las escalas se han propuesto en la literatura otras formas para su incorporación (Pollak & Wales, 1981; Barnes & Gilligham, 1984), de modo tal de garantizar valores positivos. La forma empleada para las escalas es del tipo exponencial[43], cuya expresión es la siguiente:

[43] Se intentó la incorporación de escalas de tipo lineal pero no fue posible su estimación con los datos de las ENGH para ninguno de los dos periodos considerados.

$$m_i^s = e^{\sum_{k=0}^{4}\theta_{ik}h_k} \tag{5.1}$$

Donde h_k representa el número de integrantes del tipo $k = 0, \dots, 4$ presentes en el hogar (valores que representan las 5 categorías de individuos construidas: H0, H1, H2, H3 y H4), θ_{ik} son los parámetros a estimar (el doble subíndice indica que las escalas varían por tipo de gasto, i, y por tipo de integrante del hogar, k). Como referencia se emplea un hombre adulto en edad activa (H3), cuya escala se encuentra normalizada a uno, es decir $m_i^s = 1$.

Finalmente, se incorporan en las ecuaciones de demanda variables dummies para controlar los efectos por regiones geográficas y por quintil de ingreso para cada una de las categorías de gasto, con lo que las ecuaciones de demanda presentan la siguiente expresión:

$$x_i^s = \Phi(z_{ij}'\hat{\alpha}_i)\Big[\sum_{r=2}^{6}\delta_{ir}R_r + \sum_{q=2}^{5}\vartheta_{iq}Q_q + m_i^s p_i b_i + a_i\big(\mu - \sum_{j=1}^{n} m_j^s p_j b_j\big) + \big(m_i^s p_i c_i - a_i \sum_{j=1}^{n} m_j^s p_j c_j\big)\prod_{j=1}^{n}\big(m_j^s p_j\big)^{-2a_j}\big(\mu - \sum_{j=1}^{n} m_j^s p_j b_j\big)^2\Big] + \gamma_i \phi(z_{ij}'\hat{\alpha}_i) + \varepsilon_{ij} \tag{5.2}$$

Donde R_r son variables dummies que toman el valor 1 si el hogar pertenece a la región $r = 2, \dots, 6$ y cero en caso contrario (la sumatoria está definida entre 2 y 6 porque se toma la región 1 como categoría base), δ_{ir} son los parámetros asociados a la región r para la categoría de gasto i. Q_q son variables dummies que toman el valor 1 si el hogar pertenece al quintil de ingreso $q = 2, \dots, 5$ y cero en caso contrario (la sumatoria está definida entre 2 y 5 porque se toma el quintil 1 como categoría base), ϑ_{iq} son los parámetros asociados al quintil q para la categoría de gasto i.

En las Tablas A.1 y A.2 del **Anexo 1** se encuentra el conjunto de parámetros estimados del sistema QES para las ENGH para los periodos 1996/97 y 2004/05. En la Tabla 5.7 se presentan los valores de las escalas estimadas para cada tipo de integrante del hogar (donde H3: Hombre entre 18 y 60 años de edad es la categoría de referencia y por tanto se encuentra normalizado a uno) y para cada una de las categorías de gasto, para los periodos 1996/97 y 2004/05.

Tabla 5.7 – Escalas de Equivalencia por Categoría de Gasto*

Categoría de Gasto	Año	Tipo de Integrante del Hogar			
		H0	**H1**	**H2**	**H4**
Alimentos y Bebidas	**1996/97**	0,7525	0,9036	0,8938	0,9427
	2004/05	0,7539	0,7914	0,9052	0,9007
Indumentaria y Calzado	**1996/97**	1,6619	0,3424	0,7897	0,6861
	2004/05	1,2013	2,0575	0,8368	0,9395
Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad	**1996/97**	1,0150	0,9850	1,0136	1,0448
	2004/05	0,8563	0,9336	0,9009	0,9175
Equipamiento y Mantenimiento del Hogar	**1996/97**	1,3390	1,3670	1,2728	1,2049
	2004/05	0,7155	3,4583	0,0543	1,9424
Salud	**1996/97**	1,0796	0,9573	1,1547	0,8824
	2004/05	2,1022	1,1954	1,6003	0,6838
Transporte y Comunicaciones	**1996/97**	1,2249	1,1170	1,0385	1,0465
	2004/05	0,6514	0,8007	0,5056	0,8661
Esparcimiento	**1996/97**	1,3051	1,0178	1,4330	1,0315
	2004/05	0,3474	0,8949	0,708	0,3617
Enseñanza	**1996/97**	0,9398	3,0471	2,6419	1,5622
	2004/05	0,4453	0,0922	3,9938	3,5323
Bienes y Servicios Varios	**1996/97**	0,8214	0,6449	1,1289	2,0896
	2004/05	4,901	2,3054	1,0704	3,6126

* La categoría H3 es la categoría base y se encuentra normalizada a 1 para todos los rubros de gastos.
Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

Las escalas estimadas presentan un nivel de desagregación por tipo de gasto que impide la comparación directa con las escalas empleadas por el INDEC. Por este motivo se propone la construcción de una escala única que resuma las escalas estimadas en una sola medida para cada uno de los integrantes del hogar. Para el cálculo de esta escala única de gasto por integrante, se ponderan las escalas para cada bien (Tabla 5.7) por el share de esos mismos bienes en el gasto del individuo de referencia (hombre adulto entre 18 y 60 años). Estas ponderaciones se encuentran en la Tabla 5.8. Las categorías de bienes con mayor cambio en su participación relativa son las de Alimentos y Bebidas e Indumentaria y calzado; el resto de los bienes mantienen su participación. A su vez, la categoría con mayor peso relativo en las escalas de equivalencia es Alimentos y Bebidas, seguido por Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad y Transporte y Comunicaciones.

Tabla 5.8 – Share Promedio para el Integrante de Referencia

Categoría de Gasto	Share para H3	
	1996/97	**2004/05**
Alimentos y Bebidas	39,79	36,80
Indumentaria y Calzado	7,59	9,80
Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad	19,55	19,84
Equipamiento y Mantenimiento del Hogar	4,61	5,03
Salud	2,61	2,22
Transporte y Comunicaciones	10,76	11,73
Esparcimiento	8,08	7,17
Enseñanza	1,44	1,43
Bienes y Servicios Varios	5,55	5,98

Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

En la Tabla 5.9 se presentan las escalas resumen construidas para cada uno de los integrantes del hogar en ambos periodos. La participación de cada categoría de bienes para cada uno de los diferentes integrantes del hogar se presenta en la Tabla A.3 en el anexo.

Tabla 5.9 – Escala por Tipo de Integrante

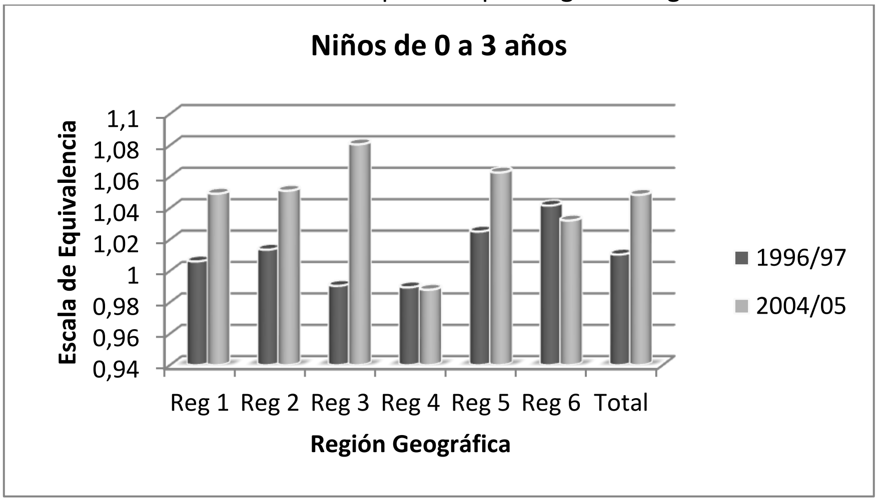
Tipo de Integrante del Hogar	Escala por Tipo de Integrante	
	1996/97	**2004/05**
H0	1,0105	1,0485
H1	0,9484	1,1758
H2	1,0310	0,8633
H4	1,0447	1,1125

Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

Sólo para el caso de los adolescentes (H2) se observa una caída en la escala de equivalencia, mientras que para el resto de los integrantes se produce un aumento. En el caso de los niños menores a los 3 años (H0) este incremento está motivado principalmente por los rubros Salud y Bienes y Servicios varios. Para los niños entre 3 y 10 años (H1), se observa el mayor cambio en la escala, lo que se encuentra fomentado por los rubros Indumentaria, Equipamiento del Hogar y Bienes y Servicios Varios. La caída en la escala para los adolescentes (H2) se explica principalmente por los rubros Equipamiento del Hogar, Transporte y Comunicaciones y Esparcimiento. Finalmente, el incremento para el caso de las mujeres (H4) se explica por Indumentaria, Equipamiento del Hogar, Enseñanza y Bienes y Servicios Varios.

Las escalas presentadas en la tabla anterior están construidas en base al hogar de referencia para el total del país. Sin embargo, se observan diferencias en el comportamiento del hogar de referencia de acuerdo a la región geográfica y al quintil de ingreso al que pertenece. Estas diferencias se manifiestan en cambios en las escalas construidas para los diversos tipos de integrantes de un hogar. En el Gráfico 5.1 se presentan las escalas para los niños de 0 a 3 años, construidas para cada una de las 6 regiones geográficas, también se agrega la escala total. Las escalas para el periodo 2004/05 han aumentado en todas las regiones a excepción de la 6. A su vez se observa una gran variabilidad entre las diversas regiones, donde el total para el país muestra bastante bien lo que ocurre en las regiones 1 y 2, pero se aleja de la situación de las restantes.

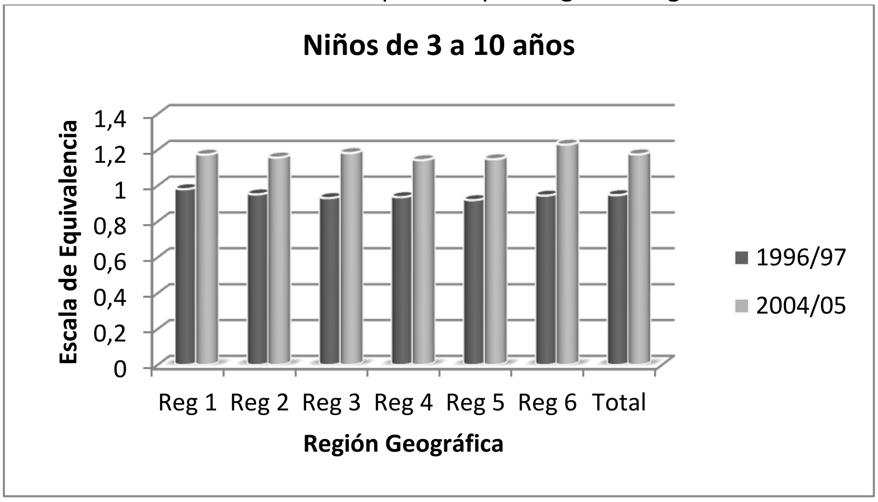
Gráfico 5.1 – Escalas para H0 por Región Geográfica



Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

En el Gráfico 5.2 se presentan las escalas correspondientes a los niños entre 3 y 10 años de edad. En este caso se observa un incremento de las escalas para el 2004/05 con respecto al 1996/97. La descomposición por regiones geográficas refleja un comportamiento relativamente homogéneo en las escalas, que se encuentra bien reflejado por la medida general para el total del país.

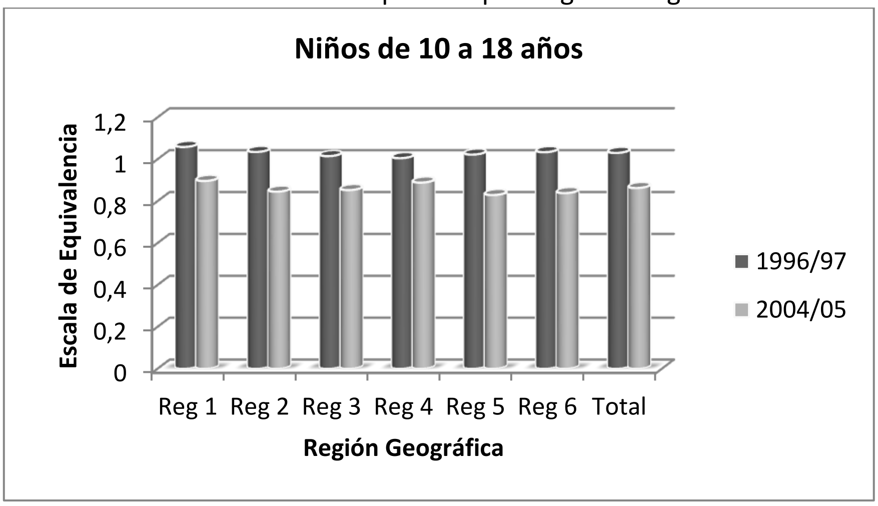
Gráfico 5.2 – Escalas para H1 por Región Geográfica



Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

A diferencia de la categoría H1, los adolescentes, entre los 10 y 18 años, muestran una caída en las escalas de equivalencia, Gráfico 5.3. El comportamiento es estable entre las diferentes regiones se encuentra bien reflejado por la medida a nivel país.

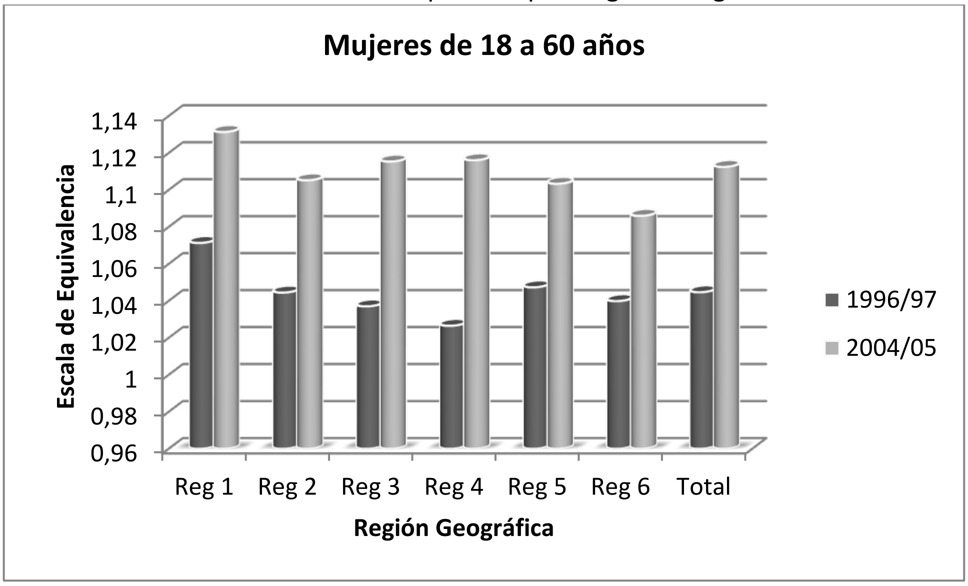
Gráfico 5.3 – Escalas para H2 por Región Geográfica



Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

Finalmente, las escalas para las mujeres entre 18 y 60 años, Gráfico 5.4, son las que mayor variación presentan entre las dos ENGH. Aunque en todos los casos se observa un fuerte incremento, se destacan los de las regiones 2 y 3.

Gráfico 5.4 – Escalas para H4 por Región Geográfica

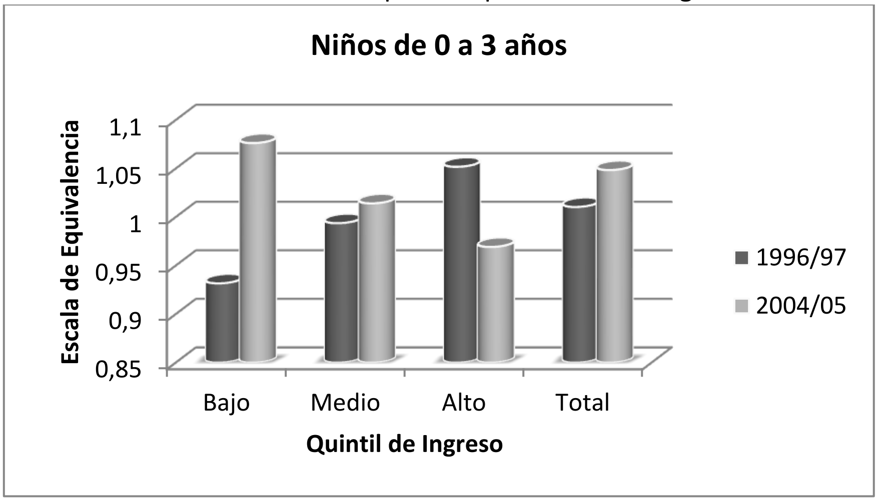


Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

En las Tablas A.4 del anexo se presentan el detalle de los valores de las escalas de equivalencia correspondientes a cada tipo de integrante del hogar de acuerdo a la descomposición por región geográfica para ambas ENGH. También se encuentra la descomposición de las escalas por quintil de ingreso, Tabla A.5. Los quintiles de ingreso se agruparon en tres categorías: bajo (contiene los hogares de los quintiles 1 y 2), medio (hogares de los quintiles 3 y 4) y alto (hogares del quintil 5).

Las escalas de equivalencia para los niños menores a 3 años, Gráfico 5.5, aumentan en los quintiles bajos, para el cual se observa el mayor cambio, y medios de ingreso, mientras que caen para altos niveles de ingresos. Las escalas para el total del país reflejan adecuadamente lo que sucede en los niveles medios de ingreso, pero no lo que ocurre en los extremos de la distribución de ingresos.

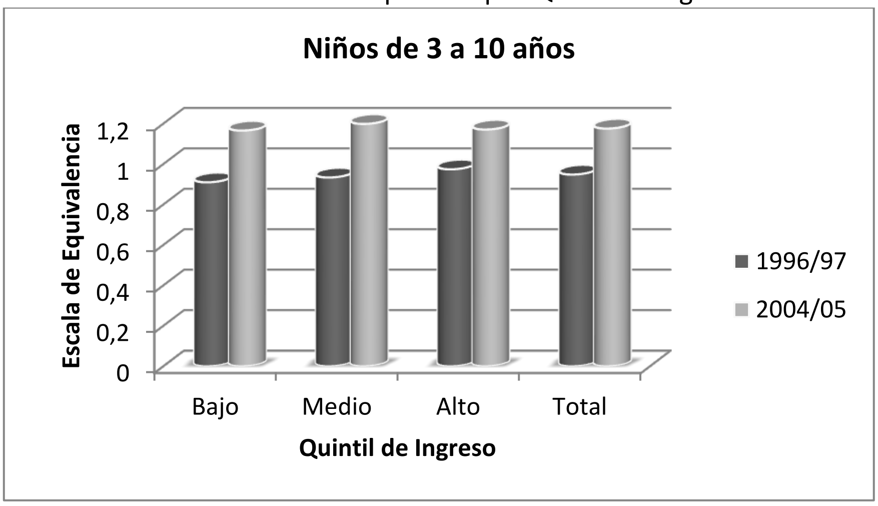
Gráfico 5.5 – Escalas para H0 por Quintil de Ingreso



Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

Al igual que la descomposición por región, la desagregación por quintil de ingreso presenta escalas homogéneas para el caso de los niños entre 3 y 10 años para los dos periodos. En todos los casos existe un aumento de las escalas, Gráfico 5.6.

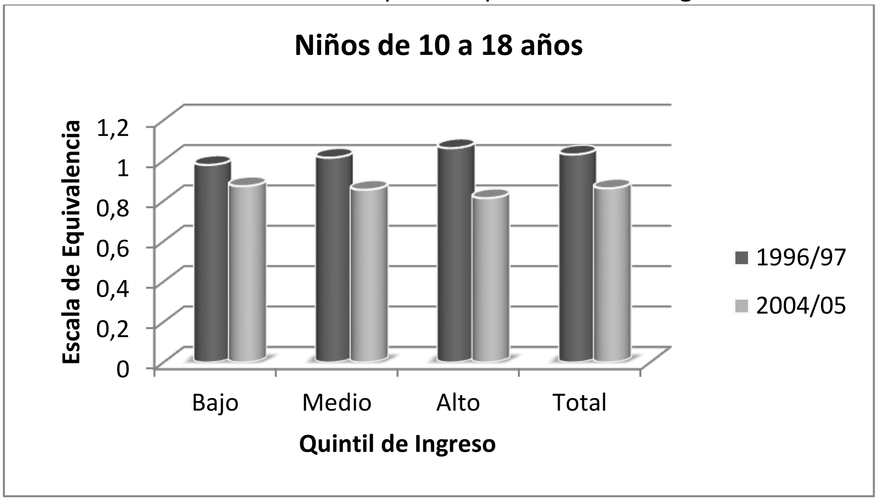
Gráfico 5.6 – Escalas para H1 por Quintil de Ingreso



Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

Para los adolescentes, Gráfico 5.7, el comportamiento de las escalas por quintil de ingreso es similar al comportamiento por región geográfica, mostrando una caída para 2004/05 respecto de 1996/97. En ambos casos una medida resumen a nivel país refleja adecuadamente lo que sucede por estratos de ingreso en las diversas regiones.

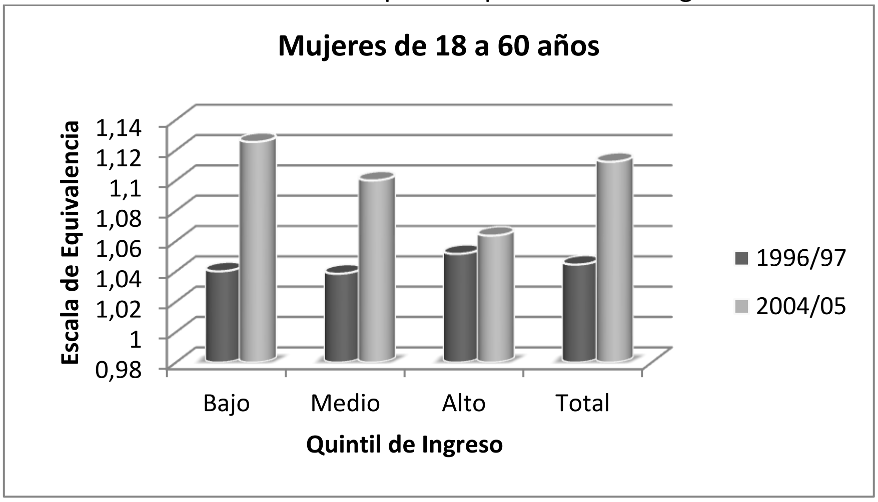
Gráfico 5.7 – Escalas para H2 por Quintil de Ingreso



Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

Por último, las mujeres muestran un incremento de las escalas de equivalencia para todos los niveles de ingreso de un periodo a otro. Sin embargo, esta diferencia se acentúa a medida que disminuye el ingreso del hogar. Por este motivo, una escala única para todos los hogares estaría sobreestimando el nivel de bienestar de los hogares con bajos niveles de ingreso y subestimando el de los hogares con altos ingresos en forma sistemática.

Gráfico 5.8 – Escalas para H4 por Quintil de Ingreso



Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

Empleando las escalas construidas para cada uno de los tipos de integrantes resulta interesante considerar que sucede con las economías de escala a nivel del hogar. Para ello se construyen 6 tipos de familias[44]:

- Familia Tipo I: compuesta por un hombre y una mujer adultos.
- Familia Tipo II: compuesta por un hombre y una mujer adultos, un niño entre 3 y 10 años y un adolescente.
- Familia Tipo III: compuesta por un hombre y una mujer adultos, y 2 adolescentes.
- Familia Tipo IV: compuesta por un hombre y una mujer adultos, y 2 niños entre 3 y 10 años.
- Familia Tipo V: compuesta por un hombre y una mujer adultos, y un niño menor a 3 años.
- Familia Tipo VI: compuesta por un hombre y una mujer adultos, dos niños entre 3 y 10 años y un adolescente.

En la Tabla 5.10 se presentan diferentes escalas para cada una de las familias propuestas. En primer lugar se construyen las escalas basadas en el número de adulto equivalentes empleados por el INDEC para los dos periodos considerados (columnas 2 y 4). Dado que los rangos etarios empleados por el INDEC se encuentran con mayor grado de desagregación que los estimados, se construye una escala promedio para cada tipo de integrante empleado. Este promedio se realiza ponderando las escalas INDEC por la proporción de integrantes de cada tipo que hay en la ENGH para cada periodo[45]. Se observa que no hay grandes cambios en estas escalas entre los dos periodos, lo que se debe a que la participación de cada grupo etario en la ENGH se

[44] La elección de los grupos familiares es arbitraria y se podrían plantear otros diferentes.

[45] Las escalas del INDEC basadas en los requerimiento calóricos por edad y sexo toman el valor 0,33 para menores de 1 año, 0,43 para niños de 1 año, 0,50 para niños de 2 años, 0,56 para niños de 3 años, 0,63 para niños de 4 a 6 años, 0,72 para niños de 7 a 9 años, 0,83 para varones de 10 a 12 años (0,73 en el caso de las mujeres), 0,96 para varones de 13 a 15 años (0,79 en el caso de las mujeres), 1,05 para varones de 16 a 17 años (0,79 en el caso de las mujeres), 1,06 para varones de 18 a 29 años (0,74 en el caso de las mujeres) y 1 para varones de 30 a 59 años (0,74 en el caso de las mujeres).

mantiene estable (ver Tabla 5.2). Las escalas estimadas en base a la ENGH (columna 3 y 5) se construyen a partir de los datos presentados en la Tabla 5.9. Finalmente, en las últimas dos columnas (6 y 7) se presentan las escalas construidas a partir de las escalas estimadas para el rubro Alimentos y Bebidas. La incorporación de estas escalas permite una comparación más directa con las escalas INDEC ya que la base de su cálculo, las referencias de requerimientos calóricos, son específicamente para alimentos.

Tabla 5.10 – Escala por Tipo de Familia

Tipo de Familia (1)	Escala INDEC (1996/97) (2)	Escala ENGH 1996/97 (3)	Escala INDEC (2004/05) (4)	Escala ENGH 2004/05 (5)	Alimentos 1996/97 (Barten) (6)	Alimentos 2004/05 (Barten) (7)
I	1,7607	2,0447	1,7605	2,1125	1,9427	1,9007
II	3,2716	4,0241	3,2707	4,1516	3,7401	3,5973
III	3,4693	4,1067	3,4631	3,8391	3,7303	3,7111
IV	3,0740	3,9415	3,0783	4,4641	3,7500	3,4835
V	2,1832	3,0551	2,1792	3,1610	2,6952	2,6546
VI	3,9283	4,9725	3,9296	5,3274	4,6438	4,3887

Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05 e INDEC.

En la tabla se observa que las escalas estimadas con el modelo de Barten son mayores a las empleadas por el INDEC para todos los tipos de familias. Para el periodo 1996/97 se observan economías de escala (esto es una escala inferior al número de integrantes del hogar) en las familias tipo IV y VI, lo que se debe a la presencia de niños entre 3 y 10 años (integrantes con escalas inferior a la unidad, ver Tabla 5.9). En cambio, para el periodo 2004/05 se observan economías de escala en la familia tipo III, hogar que presenta una mayor participación de integrantes con escala inferior a uno (adolescentes). En línea con los resultados del trabajo de Berges (2011), se observa una reducción de las economías de escala de los hogares en el periodo analizado, lo que se deduce del incremento de las escalas estimadas[46].Estos resultados sugieren que las familias requieren en el 2004/05, un nivel de gasto mayor que el que requerían en

[46] Técnicamente, con valores de escalas mayores al número de miembros en el hogar existen deseconomías de escala en el consumo de algunos hogares y lo que se observa, en ese caso, es un aumento de las deseconomías observadas.

1996/97 para alcanzar el mismo nivel de bienestar que el hogar compuesto por un único miembro adulto varón.

Las escalas estimadas para la categoría de gastos en alimentos, aunque también son más elevadas que las escalas INDEC, exhiben menores diferencias que las escalas únicas estimadas incluyendo todos los rubros de gasto. La distinción entre una escala general que contemple la totalidad de bienes consumidos por los hogares y escalas específicas para cada una de las categorías de bienes que se contemplan, contribuye a la construcción de criterios más flexibles para comparar bienestar entre hogares. Las escalas INDEC, lo mismo que las de Barten para alimentos, resultarían apropiadas para el cálculo de medidas de indigencia –basadas en el valor de una canasta alimentaria-, mientras que las generales serían más aplicables para el cálculo de medidas de pobreza. De la misma forma las escalas para ciertos rubros, como salud y educación podrían ser más plausiblemente aplicables en el diseño y la evaluación de políticas públicas específicas.

A partir de observar que las escalas Barten estimadas para alimentos disminuyen entre los períodos considerados, mientras que las escalas generales aumentan, se desprenden dos consideraciones. La primera más obvia, es que el comportamiento de gasto en alimentos no refleja adecuadamente el comportamiento respecto del total de los gastos de consumo de las familias. La segunda, sugiere la existencia de efectos sustitución importantes en el consumo, al interior de los hogares.

Una última consideración que puede plantearse a partir de los resultados de las estimaciones se relaciona con el hogar de referencia cuyo valor de escala es 1, respecto del cual se establecen las equivalencias. Tal como se observa en las escalas de alimentos estimadas por tipo de integrante (Tabla 5.7), los valores se mantienen por debajo de la unidad, indicando que proporcionalmente, un niño pequeño, un adolescente y una mujer requieren menos gasto que el hogar de referencia para disfrutar un nivel de bienestar equivalente. En este caso, una familia tipo exhibirá economías de escala en el consumo conjunto de alimentos a medida que aumenta el número de sus integrantes. Distinto es el caso, si se consideran las escalas para los gastos totales, la mayoría de cuyos valores superan el valor 1 de referencia. Esto podría sugerir la conveniencia de replantear cuál es el hogar de referencia. Por ejemplo, si éste último estuviera definido como el hogar de una pareja, cuyo valor de escala fuera 1, la incorporación de hijos en el hogar estaría asociado a la presencia de economías de escala, de la misma forma que si se define el valor de referencia correspondiente a un hogar integrado por un único miembro adulto sin distinción de género.

En la Tabla 5.11 se propone un ejercicio de descomposición del cambio en las escalas de equivalencia estimadas entre los dos periodos. Para esto se construye una "escala ficticia" (segunda columna) que surge de emplear las escalas estimadas para el periodo 2004/05 y la participación de los gastos (shares) correspondientes al periodo 1996/97. La diferencia entre esta escala ficticia y la calculada para el periodo 1996/97 aproxima el efecto sustitución, que se lo llama "Efecto Escala Específico". La diferencia entre la escala ficticia y las estimadas para 2004/05 capta el efecto ingreso, que se lo llama "Efecto Share". Finalmente, la suma de estos dos efectos da el "Efecto Total" del cambio en las escalas de equivalencia.

Tabla 5.11 – Descomposición del Cambio en las Escalas

Tipo de Integrante	Escala Ficticia	Efecto Escala Específico	Efecto Share	Efecto Total
H0	1,0230	0,0125	0,0255	0,0380
H1	1,1319	0,1835	0,0439	0,2274
H2	0,8726	-0,1584	-0,0093	-0,1677
H4	1,0902	0,0455	0,0223	0,0678

Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05 e INDEC.

A excepción de los niños menores a 3 años, el cambio en las escalas de equivalencia para cada uno de los tipos de integrantes se explica casi en su totalidad por el Efecto Escala Específico y no por cambios en la participación de los gastos. Es decir, se debe a cambios en las escalas estimadas para cada uno de los rubros de gastos considerados que son, a su vez, muy heterogéneos entre los diferentes miembros (ver Tabla 5.7). Este comportamiento podría corresponderse tanto con cambios en las preferencias de consumo como con la posibilidad, de cada tipo de integrante, de sustituir o no algunos consumos específicos (que dependería de las elasticidades precios de cada bien para cada integrante).

6. Conclusiones

En este trabajo se ha estimado un sistema de demanda completo (QES) para todos los bienes y servicios definidos por los nueve rubros principales en los que se divide el presupuesto familiar según la clasificación de la Encuesta Nacional de Gastos de los Hogares (ENGH) del país. En la estimación se han implementado las correcciones recomendadas para los trabajos aplicados que emplean microdatos de consumo obtenidos con encuestas a nivel de los hogares. En primer lugar, se ha corregido la censura en la variable dependiente que surge de la falta de información de algunos hogares que no registran gastos para alguna de las categorías de bienes, esta corrección se realiza con la metodología propuesta por Shonkwiler & Yen (1999). En segundo lugar, se han estimado pseudo precios o valores unitarios (Lewbel, 1989b) ante la falta de un relevamiento de precios coincidente con el período de la encuesta y la dificultad de definir precios implícitos debido a la heterogenidad de bienes que incluyen categorías tan agregadas. Finalmente, se ha instrumentado la variable gasto total para corregir la endogeneidad que introduce su empleo en un sistema completo.

Las estimaciones se efectuaron en base a los datos de la ENGH, para los dos periodos en los que se encuentra disponible esta información, el primero corresponde al año transcurrido entre abril 1996 y marzo 97 y el segundo, al transcurrido entre el último trimestre 2004 y el último 2005. Los hogares empleados para las estimaciones son aquellos compuestos por miembros menores de 60 años. En el sistema de demanda QES se incorporaron efectos socio-demográficos en la forma de escalas de Barten, vía precios, para obtener escalas de equivalencia que permitan las comparaciones de bienestar entre hogares con distinta composición socio-demográfica. Los cortes etarios empleados en la definición de los tipos de integrantes, se seleccionaron de forma tal de permitir las comparaciones entre las escalas estimadas por el modelo y las utilizadas actualmente por el INDEC, en la determinación del nivel de pobreza e indigencia de los hogares.

A diferencia de estas últimas, las estimadas con el modelo de Barten incorporan diferencias no sólo por género y edad, sino también por tipo de gasto realizado en el hogar. Los resultados muestran que, para cada tipo de integrante, existen diferencias importantes de acuerdo al tipo de gasto que se considere.

A modo de síntesis, se retoman las hipótesis planteadas y se resumen los principales resultados encontrados. En primer lugar, se observa un incremento en los precios (tanto estimados como en el IPC) y una caída en el gasto real en la mayoría de las categorías de gastos, lo que implica una desmejora en el bienestar de los hogares argentinos para el periodo considerado. Las escalas de equivalencia en el consumo estimadas para ambos periodos dan cuenta de este cambio en el bienestar, de acuerdo a lo planteado en la primera de las hipótesis formuladas.

Los valores de las escalas únicas para cada tipo de integrante, a excepción de los adolescentes, aumentan en el último periodo. Esto implica que una familia con cierta composición dada requeriría en 2005 relativamente más ingreso del que requería en 1997 para alcanzar un nivel de bienestar equivalente al del hogar de referencia. Sin embargo, este aumento que se verifica a nivel de las escalas para gastos totales no se observa en forma sistemática al considerar las escalas específicas por tipo de bien. Estas últimas han cambiado en el periodo considerado, pero no exhiben ningún patrón por tipo de integrante ni por tipo de gasto. Por ejemplo, las escalas correspondientes a enseñanza para los niños menores a 10 años presentan una reducción, mientras que las de adolescentes y mujeres se incrementan. En cambio, para salud la escala para una mujer se reduce al tiempo que las de los restantes miembros aumentan.

En segundo lugar, estos cambios no homogéneos en las escalas por tipo de bien y tipo de integrante sugieren la presencia de efectos sustitución en el consumo de los hogares. La sustitución será mayor o menor dependiendo de los cambios en precios y del grado de necesidad del bien. De esta forma, se reducen o se modifican muy poco las escalas correspondientes a alimentos y gastos de la vivienda que, en orden de prioridades, pueden ser difícilmente sustituidos. Se reducen de forma significativa las escalas de esparcimiento y transporte que, en cierta forma, podrían ser considerados bienes menos necesarios. Y, finalmente, aumentan, sólo para algunos de los integrantes, las escalas correspondientes a bienes cuya importancia cambia con sus características de edad y estilo de vida. Por ejemplo, salud en niños y adolescentes, enseñanza en adolescentes y mujeres e indumentaria y bienes y servicios varios para la mayoría de las categorías de integrantes.

Los cambios observados en las escalas de gastos específicos se relacionan con lo propuesto por la tercera hipótesis de esta investigación, acerca del aumento en la importancia relativa de ciertos rubros de gastos asociados a consumos privados en detrimento de otros, que podrían considerarse públicos o semipúblicos al interior del hogar. Se desprende de los resultados que las escalas de los rubros que tradicionalmente se asocian a economías a escala en el consumo familiar, tales como alimentación y vivienda, se han reducido mientras que los aumentos más significativos encontrados se corresponden con bienes de consumo privado, enseñanza, salud, indumentaria y bienes y servicios varios.

En tercer lugar, los resultados que se observan al calcular las escalas correspondientes a distintos tipos de familias permiten explorar la segunda hipótesis. Para ello se construyen seis tipos de familias y se comparan sus respectivas escalas estimadas para alimentos y gastos totales con el número de sus integrantes. El primer tipo de escalas, más compatibles con el criterio de requerimientos calóricos que define las escalas INDEC actualmente, exhibe economías de escala aunque de menor magnitud que las escalas oficiales. El segundo tipo de escalas, en cambio, sugiere más que una disminución de esas economías al interior de los hogares, la presencia de "deseconomías en el consumo de las familias". De esta forma, la incorporación de miembros adicionales en el hogar de referencia, una mujer e hijos, aumenta los gastos en forma más que proporcional al número de miembros.

En relación con estos resultados, se evidencia que las escalas INDEC podrían subestimar la situación relativa de los hogares con niños y mujeres en la distribución de ingresos, en la medida que las escalas actuales para las familias tipo diseñadas son bastante más bajas que las estimadas en este trabajo. Un aumento en el número de adultos equivalentes en el hogar, reduciría el ingreso equivalente, aumentando la posibilidad del hogar de ubicarse por debajo de la línea de pobreza.

En base a los resultados obtenidos, se plantea la necesidad de revisar las metodologías empleadas en los cálculos oficiales de bienestar. Principalmente, aquellos realizados en el contexto de diseño y evaluación de políticas sociales focalizadas, ya que los patrones de consumo de gastos tales como salud, educación y transporte no se encuentran adecuadamente reflejados por lo que sucede con el rubro de alimentos. Otra de las cuestiones que tienen impacto en las evaluaciones de bienestar se relaciona con investigaciones que incluyeran una dimensión temporal en el análisis. Si las escalas son variables, tal como surge de este análisis que abarca un período de diez años, cabría plantearse el grado de distorsión que introduce el uso habitual de escalas constantes.

Finalmente, quedan pendientes algunas cuestiones relevantes que podrían ser investigadas con mayor profundidad. Cuestiones éstas que podrían dividirse en temas relacionados con el análisis económico, la teoría del consumo y las escalas, y con la metodología utilizada en el análisis y los problemas de la estimación de las escalas, más propio de la Econometría. Entre las primeras se mencionan: la posibilidad de estimar escalas para mayores de 60 años, grupo etario que frecuentemente es definido como vulnerable en términos de ingresos; indagar diferencias al interior de las regiones del país incluyendo nuevas variables en el sistema de demanda; replicar este modelo con los datos de la ENGH 2012/13 cuando esté disponible y realizar análisis de sensibilidad de los resultados ante cambios en la definición del hogar de referencia.

Entre las segundas, mejorar las estimaciones, sobre todo de los precios que son una de las variables importantes con impacto en los resultados; aplicar otros procedimientos metodológicos para la corrección del sesgo introducido por variables dependientes censuradas; ajustar los errores estándares de los estimadores y mejorar la inferencia estadística con el fin de analizar la robustez de los resultados.

7. Bibliografía

- **Agnew, G. K. (1998).** *LINQUAD: An incomplete demand system approach to demand estimation and exact welfare measures* (Tesis de Maestría). Department of Agricultural and Resource Economics, University of Arizona.
- **Atella, V. & Menon, M. & Perali, F. (2004).** Estimation of unit values in cross sections without quantity information and implications for demand and welfare analysis. En *Household behavior, equivalence scales, welfare and poverty* (pp. 195-220). New York, Springer-Verlag Company.
- **Ballesteros Moyano, A. (2011).** *Estimación de precios implícitos a partir de la información de gasto contenida en las encuestas de calidad de vida DANE* (Tesis de Maestría). Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. Recuperada de: http://www.bdigital.unal.edu.co/3572/1/407589.2011.pdf
- **Banks, J. & Blundell, R. & Lewbel, A. (1997).** Quadratic engel curves and consumer demand. *The Review of Economics and Statistics, 79(4)*, 527-539. Retrieved from http://www.ucl.ac.uk/~uctp39a/Banks-Blundell-Lewbel-1997.pdf
- **Barnes, R. & Gilligham, R. (1984).** Demographic effects in demand analysis: Estimation of the Quadratic Expenditure System using microdata. *The Review of Economics and Statistics, 66(4)*, 591-601. Retrieved from http://www.mitpressjournals.org/loi/rest
- **Barten, A. (1964).** Family composition, prices and expenditure patterns. En Hart, P. & Whitaker, G. (Ed.) *Econometric analysis for national economic planning* (pp. 277-292). London, Butterworths.
- **Barten, A. (1969).** Maximum likelihood estimation of a complete system of demand equation. *European Economic Review, 1(1)*, 7-73. Retrieved from http://www.journals.elsevier.com/european-economic-review
- **Berges, M. & Casellas, K. (agosto, 2002).** A demand system analysis of food for poor and non poor households. The case of Argentina. En *X EAAE Congress:*

Exploring diversity in the european agri-food system, Zaragoza, España. Recuperado de: http://www.publicpriorart.org/xml/20/1/1/4750/4307/20.1.1.4750.4307.xml

- **Berges, M. (2011).** *Escala de equivalencias en el consumo para Argentina* (Tesis Doctorado). Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de La Plata. Recuperada de: http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/3470
- **Berges, M. & Pace Guerrero, I. & Echeverría, L. (noviembre, 2012).** La utilización de precios implícitos o de pseudo precios implícitos en la estimación de un sistema de demanda QUAIDS para alimentos. En *XLVII Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Política (AAEP)*, Trelew, Chubut. Recuperado de: http://www.aaep.org.ar/anales/works/works2012/Berges.pdf
- **Blackorby, C. & Donaldson, D. (1989).** *Adult equivalence scales, interpersonal comparisons of well-being and applied welfare economics*. University of British Columbia, Department of Economics Discussion.
- **Blundell, R. & Pashardes, P. & Weber, G. (1993).** What do we learn about consumer demand pattern from micro data?. *American Economic Review, 86(6)*, 570-597. Retrieved from http://www.aeaweb.org/aer/index.php
- **Cameron, A. & Trivedi, P. (2005).** *Microeconometrics: methods and applications*. New York, Cambridge University Press.
- **Coelho, A. (2006).** *A demanda de alimentos no Brasil, 2002/2003* (Tesis Doctorado). Universidade Federal de Viçosa.
- **Davidson, R. & MacKinnon, J. (1993).** *Estimation and inference in econometrics*. New York, Oxford University Press.
- **Deaton, A. (1987).** Estimation of own- and cross-price elasticities from household survey data. *Journal of Econometrics, 36(1-2)*, 7-30. Retrieved from http://www.journals.elsevier.com/journal-of-econometrics
- **Deaton, A. (1988a).** Household survey data and pricing policies in developing countries. The *World Bank Economic Review, 3(2)*, 183-210. Retrieved from http://wber.oxfordjournals.org/
- **Deaton, A. (1988b).** Quality, quantity, and spatial variation of prices. *American Economic Review, 78(3)*, 418-430. Retrieved from

https://www.princeton.edu/rpds/papers/Deaton_Quality_Quantity_and_Spatial_Variation_of_Price_AER1988.pdf

- **Deaton, A. (1990).** Prices elasticities from survey data – Extensions and indonesian results. *Journal of Econometrics, 44(3)*, 281-309. Retrieved from http://www.journals.elsevier.com/journal-of-econometrics
- **Deaton, A. (1997).** *The analysis of household surveys: A microeconometric approach to development policy*. London, The Johns Hopkins University Press.
- **Deaton, A. (1998).** Getting price right: What should be done?. *Journal of Economic Perspectives, 12(1)*, 37-46. Retrieved from http://www.vanderbilt.edu/AEA/
- **Deaton, A. & Muellbauer, J. (1980).** *Economics and consumer behavior*. Cambridge, Cambridge University Press.
- **Deaton, A. & Muellbauer, J. (1986).** On measuring child cost: With applications to poor countries. *Journal of Political Economy, 94(4)*, 720-744. Retrieved from http://www.press.uchicago.edu/ucp/journals/journal/jpe.html
- **Dwivedi, T. & Srivastava, K. (1978).** Optimality of least squares in the seemingly unrelated regressions model. *Journal of Econometrics, 7(3)*, 391-395. Retrieved from http://www.journals.elsevier.com/journal-of-econometrics/
- **Gorman, W. (1976).** Tricks with utility functions. En Artis, M. & Nobay, A. (Ed.), *Essays in economic analysis* (pp. 211-243). Cambridge, Cambridge University Press.
- **Greene, W. (1999).** *Análisis econométrico*. Madrid, Prentice Hall.
- **Haines, P. & Guilkey, D. & Popkin, B. (1988).** Modeling food consumption decisions as a Two-Step process. *American Journal of Agricultural Economics, 70(5)*, 543-552. Retrieved from http://ajae.oxfordjournals.org/
- **Heckman, J. (1979).** Sample selection bias as a specification error. *Econometrica, 47(1)*, 153-162. Retrieved from http://www.econometricsociety.org
- **Howe, H. & Pollak, A. & Wales, T. (1979).** Theory and time series estimation of the Quadratic Expenditure System. *Econometrica, 47(5)*, 1231-1247. Retrieved from http://www.econometricsociety.org

- **Johnston, J. & DiNardo, J. (1997).** *Econometric methods*. New York, McGraw Hill Co.
- **Goldberger, A. & Duncan, O. (1973).** *Structural equation model in the social sciences*. New York: Academic Press.
- **Kakwani, N. & Son, H. (2005).** Economies of scale in household consumption: With application to Australia. *Australian Economic Papers, 44(2)*, 134-148. doi:10.1111/j.1467-8454.2005.00254.x
- **Lanfranco, B. (noviembre, 2004).** Aspectos teóricos y estimación de demanda empírica de sistemas de demanda de alimentos. En *XXXV Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Agraria*, Mar del Plata, Buenos Aires.
- **Lewbel, A. (1989a).** Household equivalence scales and welfare comparisons. *Journal of Public Economics, 39(3)*, 377-391. doi: 10.1016/0047-2727(89)90035-2.
- **Lewbel, A. (1989b).** Identification and estimation of equivalence scales under weak separability. *Review of Economic Studies, 56(2)*, 311-316. Retrieved from http://www.oxfordjournals.org/
- **Lewbel, A. (1991).** The rank of demand systems: Theory and nonparametric estimation. *Econometrica, 59(3)*, 711-730. Retrieved from http://www.econometricsociety.org
- **Lewbel, A. (1997).** Consumer Demand Systems and Household Equivalence Scales. En Pesaran, M. & Schmidt, P. (Ed.), *Handbook of applied econometrics* (pp. 167-201). Oxford, Blackwell Publishers Ltd.
- **Maddala, G. (1983).** *Limited-dependent and qualitative variables in econometrics*. London, Cambridge University Press.
- **Medeiros, J. (1978).** *Curvas de Engel e transformação de Box-Cox: Uma aplicação aos dispêndios em alimentação e educação na cidade de São Paulo* (Comunicación 3). São Paulo: Instituto de Pesquisas, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Recuperado de: http://www.memoria.nemesis.org.br/index.php/ppe/article/viewFile/556/500

- **Muellbauer, J. (1974).** Household composition, engel curves and welfare comparisons between households: A duality approach. *European Economic Review, 5(2)*, 103-122. doi: 10.1016/0014-2921(74)90018-X
- **Muellbauer, J. (1980).** The estimation of the Prais-Houthakker model of equivalence scales. *Econometrica, 48(1)*, 153-176. Retrieved from http://www.econometricsociety.org
- **Murphy, K. & Topel, R. (1985).** Estimation and inference in Two-Step econometric models. *Journal of Business and Economic Statistics, 3(4)*, 370-379. Retrieved from http://amstat.tandfonline.com/loi/jbes#.U619dLGGtBg
- **Nicholson, J. (1976).** Appraisal of different methods of estimating equivalence scales and their results. *Social Security Bulletin, 22(1)*, 1-11. doi: 10.1111/j.1475-4991.1976.tb01138.x
- **Perali, F. (2003).** *The behavioral and welfare analysis of consumption*. Amsterdam , Kluwer Academic Publishers.
- **Phlips, L. (1974).** *Applied consumption analysis*. Amsterdam: North-Holland.
- **Pollak, A. & Wales, T. (1978).** Estimation of complete demand system from household budget data: The Linear and Quadratic Expenditure System. *American Economic Review, 68(3)*, 348-359. Retrieved from http://www.vanderbilt.edu/AEA/
- **Pollak, A. & Wales, T. (1979).** Welfare comparisons and equivalence scales. *American Economic Review, 69(2)*, 216-221. Retrieved from http://www.vanderbilt.edu/AEA/
- **Pollak, A. & Wales, T. (1981).** Demographic variables in demand analysis. *Econometrica, 49(6)*, 1533-1551. Retrieved from http://www.econometricsociety.org
- **Pollak, A. & Wales, T. (1992).** *Demand system specification and estimation*. Oxford, Oxford University Press.
- **Prais, S. & Houthakker, H. (1955).** The analysis of family budgets. London, Cambridge University Press.

- **Pudney (1989).** *Modeling individual choices: The econometrics of corners, kins and holes*. Cambridge, UK: Blackwell Publishers.
- **Madge, C. (1943).** *War-time pattern of saving and spending.* Cambridge, Cambridge University Press.
- **Schmidt, P. (1976).** *Econometrics*. New York, Now York: Marcel Dekker.
- **Schulte, J. (2007).** *Equivalence scales: Identification and estimation. A cross-sectional analysis of german data* (Tesis Doctorado). Freie Universität, Berlin University. Recuperado en: http://www.diss.fu-berlin.de/diss/receive/FUDISS_thesis_000000003138.
- **Shonkwiler, J. & Yen, S. (1999).** Two-Step estimation of a censored system of equations. *American Journal of Agricultural Economics, 81(4)*, 972-982. Retrieved from http://ajae.oxfordjournals.org
- **Tobin, J. (1958).** Estimation of relationships for limited dependent variables. *Econometrica, 26(1)*, 24-36. Retrieved from http://www.econometricsociety.org
- **Wales, T. & Woodland, A. (1980).** Sample selectivity and the estimation of labor supply functions. *International Economic Review, 21(2)*, 437-468. Retrieved from http://www.jstor.org/discover/10.2307/2526191?uid=2134&uid=2&uid=70&uid=4&sid=21103904509891
- **Wooldridge, J. (2002).** *Econometric analysis of cross section and panel data*. Massachusetts Institute of Technology.
- **Yen, S. & Kan, K. & Su, S. (2002).** Household demand for fats and oils: Two-Step estimation of a censored demand system. *Applied Economics, 34(14)*, 1799-1806. doi:10.1080/00036840210125008
- **Yen, S. (2004).** A multivariate Sample-Selection model: estimating cigarette and alcohol demands with zero observation. *American Journal of Agricultural Economics, 87(2)*, 453-466. doi: 10.1111/j.1467-8276.2005.00734.x
- **Yen, S. & Biing-Hwan, L. (2005).** A sample selection approach to censored demand systems. *American Journal of Agricultural Economics, 88(3)*, 742-749. Retrieved from http://ajae.oxfordjournals.org

- **Zellner, A. (1962).** An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and test of aggregation bias. *Journal of the American Statistical Association*, 57(298), 348-368. Retrieved from http://www.amstat.org/publications/journals.cfm

8. Anexo 1. Tablas de Resultados

Parámetros Estimados del Sistema QES

Tabla A.1 – Parámetros del Sistema QES ENGH 1996/97†

Parámetro	Alimentos y Bebidas		Indumentaria y Calzado		Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad		Equipamiento y Mantenimiento del Hogar		Salud	
	Coef.	Std. Err.	Coef.	Std. Err.	Coef.	Std. Err.	Coef.	Std. Err.	Coef.	Std. Err.
Región 2	17,4919***	3,6649	36,7012***	3,3712	-2,6492	3,8194	10,0711***	3,2256	-74,9343***	7,1878
Región 3	-9,3667**	4,5175	51,0360***	3,7748	-1,3978	4,4906	17,6212***	3,0274	-80,3412***	7,1150
Región 4	18,0182***	5,0863	39,9132***	4,2098	2,3090	5,7588	16,2886***	3,7693	-102,8419***	10,1620
Región 5	-11,4911**	5,1282	39,2508***	4,2601	-13,4231**	5,3086	9,6296***	3,3604	-58,1725***	6,4736
Región 6	-1,7504	4,5427	69,6551***	3,7433	-26,7292***	3,7697	30,5031***	3,0867	-137,9199***	10,3378
Quintil 2	-6,7473	6,7646	6,6845	6,4164	-69,5740***	7,6577	-10,8992*	5,7721	40,0720***	12,0115
Quintil 3	-25,6041***	6,8387	8,7552	5,6793	-81,9609***	7,4726	-19,5209***	5,4367	51,7847***	11,0559
Quintil 4	-56,1459***	7,8240	8,4676	5,6846	-114,8877***	8,3277	-26,7809***	5,9604	86,2707***	12,2777
Quintil 5	-120,5453***	10,4938	17,6579***	6,8117	-180,1515***	11,7573	-39,7787***	9,4903	116,3008***	16,9946
a	0,2649***	0,0047	0,1143***	0,0033	-0,0689***	0,0050	0,0976***	0,0036	0,2046***	0,0062
b	0,2520***	0,0199	-0,5154***	0,0473	2,1488***	0,0479	0,1291**	0,0545	-1,6356***	0,1557
c	0,0008***	0,0001	0,0044***	0,0003	0,0020***	0,0001	0,0041***	0,0002	0,0020***	0,0002
h0	-0,0318**	0,0142	0,6728***	0,0297	0,0436***	0,0063	0,1712***	0,0223	0,1083***	0,0317
h1	0,1512***	0,0117	-0,9069***	0,0549	0,0136***	0,0047	0,1919***	0,0163	-0,0118	0,0218
h2	0,1403***	0,0098	-0,0713*	0,0370	0,0422***	0,0050	0,1204***	0,0164	0,1756***	0,0211
h3	0,2525***	0,0107	0,1648***	0,0303	0,0287***	0,0053	-0,1208***	0,0188	0,0318	0,0204
h4	0,1935***	0,0117	-0,2119***	0,0414	0,0725***	0,0054	0,0657***	0,0200	-0,0933***	0,0258
Gamma	342,5333***	110,9185	-2,1922	9,1781	-724,1768***	52,3825	-29,9093***	10,6382	119,6701***	12,1591

*** Parámetros significativos al 1%. ** Parámetros significativos al 5%. * Parámetros significativos al 10%.
† Los errores estándares reportados son los obtenidos en la segunda etapa de estimación, sin corrección por estimar en dos etapas.

Tabla A.1 – Parámetros del Sistema QES ENGH 1996/97† (Continuación)

Parámetro	Transporte y Comunicaciones		Esparcimiento		Enseñanza		Bienes y Servicios Varios	
	Coef.	**Std. Err.**	**Coef.**	**Std. Err.**	**Coef.**	**Std. Err.**	**Coef.**	**Std. Err.**
Región 2	24,0054***	6,0511	-12,9547***	3,6775	-28,9034***	3,6597	2,7822	1,7583
Región 3	80,5443***	6,5754	-12,0926**	4,8817	-36,7792***	4,7539	-5,5197**	2,4856
Región 4	55,5130***	7,7467	-14,3317***	5,1609	-36,2060***	6,3607	-5,4295*	2,9468
Región 5	53,1213***	7,6281	-6,3709	4,7872	-19,4095***	4,8038	6,7687***	2,1688
Región 6	111,5442***	6,7375	-6,6575*	3,7010	-30,2020***	3,7076	9,3030***	1,9756
Quintil 2	58,1313***	11,4342	12,6692	8,9569	2,4701	10,1671	11,2145***	3,3426
Quintil 3	94,0270***	10,6819	16,6306**	6,9760	-3,0662	8,2971	12,9248***	2,9152
Quintil 4	138,1056***	12,6540	23,7027***	6,4480	-1,2078	7,4795	15,1178***	2,9831
Quintil 5	259,0414***	19,0458	47,7256***	9,2976	-21,1157**	8,2643	12,3918***	3,9476
a	0,1687***	0,0064	0,0661***	0,0043	0,1015***	0,0035	0,0512***	0.021
b	-1,2211***	0,0995	-0,2373***	0,0606	0,2129***	0,0274	-0,2375***	0,0291
c	0,0064***	0,0003	0,0071***	0,0003	0,0019***	0,0002	0,0042***	0,0003
h0	0,1661***	0,0318	0,1165***	0,0214	-0,3558***	0,0311	-0,4813***	0,0789
h1	0,0738***	0,0225	-0,1321***	0,0158	0,8205***	0,0251	-0,7232***	0,0806
h2	0,001	0,0193	0,2100***	0,0171	0,6778***	0,0240	-0,1633***	0,0281
h3	-0,0368	0,0253	-0,1497***	0,0207	-0,2937***	0,0261	-0,2845***	0,0297
h4	0,0086	0,0296	-0,1187***	0,0211	0,1524***	0,0297	0,4524***	0,0259
Gamma	-69,9159***	20,4793	39,9877***	11,9597	26,4363***	6,4746	31,2105***	7,1634

*** Parámetros significativos al 1%. ** Parámetros significativos al 5%. * Parámetros significativos al 10%.

† Los errores estándares reportados son los obtenidos en la segunda etapa de estimación, sin corrección por estimar en dos etapas.

Tabla A.2 – Parámetros del Sistema QES ENGH 2004/05†

Parámetro	Alimentos y Bebidas		Indumentaria y Calzado		Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad		Equipamiento y Mantenimiento del Hogar		Salud	
	Coef.	Std. Err.	Coef.	Std. Err.	Coef.	Std. Err.	Coef.	Std. Err.	Coef.	Std. Err.
Región 2	45,4993***	6,1480	24,4809***	5,6471	8,2715	5,8689	23,5034***	4,8530	-6,0501	7,6213
Región 3	63,4045***	8,1048	40,5228***	7,0915	-23,0239***	8,8122	37,1641***	7,0598	-2,7481	12,1158
Región 4	66,489***	10,1279	19,463*	10,1911	-3,013	12,1628	43,4228***	7,9844	-15,8324	19,0824
Región 5	39,2932***	8,7641	32,7081***	8,6452	18,6631**	8,1861	20,023***	6,6924	-19,1922	11,7580
Región 6	20,4849**	8,2673	84,7991***	5,7330	51,5603***	5,8505	38,7596***	5,6726	-53,7702***	11,4632
Quintil 2	10,8533	9,5710	14,6378*	8,8403	89,6077***	7,6196	-18,013**	7,1635	-1,7528	14,2137
Quintil 3	3,4539	11,0329	23,8226***	7,6558	105,6727***	7,6869	-21,0562***	6,2950	-13,1851	13,2967
Quintil 4	-24,2252*	12,9075	39,7572***	7,2442	102,1734***	8,2541	-17,9415	5,5162	-9,405	11,9407
Quintil 5	-80,8075***	17,5517	55,5637***	8,6248	126,9635***	10,6644	1,7069	6,9849	-14,1044	14,9896
a	0,2042***	0,0033	0,0848***	0,0024	0,1533***	0,0033	0,0970***	0,0018	0,122***	0,0029
b	0,1458***	0,0239	-1,7224***	0,3353	-0,45***	0,0514	-0,2671***	0,0639	-0,4354***	0,0972
c	-0,0001***	0,0000	0,0141***	0,0016	-0,0003***	0,0001	0,0022***	0,0003	-0,0005***	0,0002
h0	0,1036***	0,0356	-0,9730***	0,2707	0,097**	0,0412	-1,032***	0,2082	0,455***	0,1329
h1	0,1521***	0,0272	-0,4349***	0,1554	0,1833***	0,0289	0,5436***	0,0869	-0,1095	0,0811
h2	0,2865***	0,0280	-1,3346***	0,1268	0,1477***	0,0272	-3,6108***	0,3900	0,1822**	0,0817
h3	0,3861***	0,0316	-1,1564***	0,1361	0,2520***	0,0295	-0,6972***	0,1062	-0,288**	0,1129
h4	0,2815***	0,0298	-1,2188***	0,0956	0,1659***	0,0305	-0,0332	0,1203	-0,668***	0,2154
Gamma	211,9132	142,4207	8,7914	16,6419	24,0315	111,2880	-85,3972***	21,7577	18,4561	17,3487

*** Parámetros significativos al 1%. ** Parámetros significativos al 5%. * Parámetros significativos al 10%.

† Los errores estándares reportados son los obtenidos en la segunda etapa de estimación, sin corrección por estimar en dos etapas.

Tabla A.2 – Parámetros del Sistema QES ENGH 2004/05† (Continuación)

Parámetro	Transporte y Comunicaciones		Esparcimiento		Enseñanza		Bienes y Servicios Varios	
	Coef.	Std. Err.	Coef.	Std. Err.	Coef.	Std. Err.	Coef.	Std. Err.
Región 2	-6,5177	12,3465	-28,9188***	5,7530	-37,2094***	8,3227	-8,4359**	3,6136
Región 3	-17,4845	20,3036	-34,5533***	9,0087	-22,881*	13,1899	-19,7837***	5,9273
Región 4	-6,8431	21,9214	-32,8003**	13,5904	-14,7527	18,8849	-26,8365***	8,2044
Región 5	11,2489	17,1819	-17,9731*	9,2660	-10,2125	12,4522	-5,962	4,8116
Región 6	-37,2448**	14,7603	-5,1204	6,0148	-18,9248**	9,4112	-11,1654***	3,8962
Quintil 2	0,9001	19,5003	-1,3879	10,5531	27,8961	17,2814	10,1527**	5,0715
Quintil 3	-7,4526	20,4167	6,2844	8,2760	18,2622	15,4550	13,1902***	4,5400
Quintil 4	7,1591	19,6351	13,3811*	7,3861	6,1459	13,3782	16,4166***	4,5979
Quintil 5	-6,1821	28,2765	35,9862***	9,3271	15,7419	13,0007	21,2568***	5,8693
a	0,095***	0,0041	0,1076***	0,0024	0,0860***	0,0021	0,0503***	0,0017
b	-0,0491	0,0477	-0,4982***	0,1013	8E-07	0,0000	0,0474**	0,0236
c	0,0043***	0,0001	0,0086***	0,0003	-4E-10	0,0000	0,0007***	0,0001
h0	-0,2311*	0,1225	-1,497***	0,3876	0,8623	0,5998	0,7698***	0,1173
h1	-0,0247	0,0704	-0,5508***	0,1256	-0,7121***	0,2271	0,0156	0,0736
h2	-0,4845***	0,0602	-0,7851***	0,0680	3,056***	0,4042	-0,7516***	0,0952
h3	0,1976***	0,0704	-0,4398***	0,0846	1,6712***	0,2458	-0,8196***	0,0953
h4	0,0538	0,0728	-1,4566***	0,0841	2,9332***	0,3351	0,4648***	0,0964
Gamma	-16,5459	82,2560	12,5593	19,3484	-7,4086	15,0921	57,9794***	16,1151

*** Parámetros significativos al 1%. ** Parámetros significativos al 5%. * Parámetros significativos al 10%.
† Los errores estándares reportados son los obtenidos en la segunda etapa de estimación, sin corrección por estimar en dos etapas.

Tabla A.3 – Participación por Gasto en la Escala Unica para cada Tipo de Integrante

Categoría de Gasto	Año	Tipo de Integrante del Hogar			
		H0	**H1**	**H2**	**H4**
Alimentos y Bebidas	**1996/97**	0,2963	0,3791	0,3450	0,3591
	2004/05	0,2646	0,2477	0,3859	0,2980
Indumentaria y Calzado	**1996/97**	0,1248	0,0274	0,0581	0,0498
	2004/05	0,1123	0,1715	0,0950	0,0828
Propiedades, Combustibles, Agua y Electricidad	**1996/97**	0,1964	0,2031	0,1922	0,1956
	2004/05	0,1620	0,1575	0,2070	0,1636
Equipamiento y Mantenimiento del Hogar	**1996/97**	0,0611	0,0665	0,0569	0,0532
	2004/05	0,0343	0,1479	0,0032	0,0878
Salud	**1996/97**	0,0279	0,0264	0,0293	0,0221
	2004/05	0,0446	0,0226	0,0412	0,0137
Transporte y Comunicaciones	**1996/97**	0,1305	0,1268	0,1084	0,1078
	2004/05	0,0729	0,0799	0,0687	0,0913
Esparcimiento	**1996/97**	0,1044	0,0868	0,1124	0,0798
	2004/05	0,0237	0,0545	0,0588	0,0233
Enseñanza	**1996/97**	0,0134	0,0462	0,0369	0,0215
	2004/05	0,0061	0,0011	0,0661	0,0454
Bienes y Servicios Varios	**1996/97**	0,0451	0,0378	0,0608	0,1111
	2004/05	0,2795	0,1172	0,0741	0,1942

Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

Tabla A.4 – Escalas de Equivalencia por Región Geográfica para cada Integrante del Hogar

Tipo de Integrante	Año	Región Geográfica						Total
		Reg. 1	**Reg. 2**	**Reg. 3**	**Reg. 4**	**Reg. 5**	**Reg. 6**	
H0	**1996/97**	1,0061	1,0136	0,9905	0,9896	1,0251	1,0417	**1,0105**
	2004/05	1,0493	1,0511	1,0807	0,9881	1,0627	1,0322	**1,0485**
H1	**1996/97**	0,9817	0,9527	0,9321	0,9373	0,9205	0,9458	**0,9484**
	2004/05	1,1743	1,1582	1,1832	1,1438	1,1489	1,2302	**1,1758**
H2	**1996/97**	1,0594	1,0355	1,0156	1,0058	1,0229	1,0345	**1,0310**
	2004/05	0,8971	0,8460	0,8535	0,8892	0,8298	0,8390	**0,8633**
H4	**1996/97**	1,0713	1,0445	1,0370	1,0265	1,0473	1,0399	**1,0447**
	2004/05	1,1314	1,1052	1,1154	1,1161	1,1033	1,0860	**1,1125**

Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.

Tabla A.5 – Escalas de Equivalencia por Quintil de Ingreso para cada Integrante del Hogar

Tipo de Integrante	Año	Quintil de Ingreso			Total
		Bajo	Medio	Alto	
H0	**1996/97**	0,9317	0,9938	1,0519	**1,0105**
	2004/05	1,0763	1,0142	0,9693	**1,0485**
H1	**1996/97**	0,9101	0,9339	0,9744	**0,9484**
	2004/05	1,1660	1,1989	1,1711	**1,1758**
H2	**1996/97**	0,9793	1,0152	1,0626	**1,0310**
	2004/05	0,8740	0,8562	0,8147	**0,8633**
H4	**1996/97**	1,0402	1,0387	1,0517	**1,0447**
	2004/05	1,1255	1,1002	1,0637	**1,1125**

Fuente: Elaboración propia con datos de la ENGH 1996/97 y 2004/05.