

**Use of didactic resources, from learning analytics in the transformations of mathematics teaching in plane geometry.**

**Uso de los recursos didácticos, desde la analítica de aprendizaje en las transformaciones de la enseñanza de las matemáticas en la geometría plana.**

**Autores:**

Ing. Intriago-Delgado, Yandry Marcelo, MSc.  
UNIVERSIDAD BOLIVARIANA DEL ECUADOR  
Maestría en Educación, con mención en Pedagogía en Entornos Digitales  
Portoviejo – Ecuador



[ymintriagod@ube.edu.ec](mailto:ymintriagod@ube.edu.ec)



<https://orcid.org/0000-0002-9757-0282>

Ing. Vergara-Ibarra, José Luis, MSc.  
UNIVERSIDAD BOLIVARIANA DEL ECUADOR  
Maestría en Educación, con mención en Pedagogía en Entornos Digitales  
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ.  
Docente del Departamento de Matemáticas y Estadística, Facultad de Ciencias Básicas,  
Portoviejo - Ecuador



[jose.vergara@utm.edu.ec](mailto:jose.vergara@utm.edu.ec)



<https://orcid.org/0000-0002-2735-9246>

Lic. López-Fernández, Raúl, PhD.  
UNIVERSIDAD BOLIVARIANA DEL ECUADOR  
Instituto Superior Universitario Bolivariano de Tecnología  
Tutor del área  
Durán – Ecuador



[rlopezf@ube.edu.ec](mailto:rlopezf@ube.edu.ec)  
[lopezfernandezruly@gmail.com](mailto:lopezfernandezruly@gmail.com)



<https://orcid.org/0000-0001-5316-2300>

Citación/como citar este artículo: Intriago, Y., Vergara, J. y López, R. (2023). Uso de recursos didácticos, desde la analítica de aprendizaje en las transformaciones de la enseñanza de las matemáticas en la geometría plana. MQRInvestigar, 7(3), 2278-2296.

<https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.3.2023.2278-2296>

Fechas de recepción: 15-JUL-2023 aceptación: 15-AGO-2023 publicación: 15-SEP-2023



<https://orcid.org/0000-0002-8695-5005>  
<http://mqrinvestigar.com/>



## Resumen

Mediante la analítica de aprendizaje (AA) se pueden optimizar procesos de enseñanza y aprendizaje, conocer el comportamiento de los estudiantes y su respuesta ante la intervención de las variables inmersas en su experiencia de estudio. El objetivo de esta investigación fue evaluar el desempeño académico mediado por el uso del software GeoGebra como recurso didáctico en la enseñanza de la geometría plana en el bachillerato, desde la perspectiva de la analítica de aprendizaje. La metodología empleada es cuantitativa con un tipo de estudio con diseño experimental, donde se utilizaron métodos teóricos como el analítico sintético, inductivo deductivo, y desde la praxis métodos estadísticos matemáticos como la estadística descriptiva e inferencial. Los resultados fundamentales de la investigación demostraron una mejora significativa en el proceso de formación de los estudiantes fortaleciendo su capacidad creativa y abstracta con una participación activa, dinámica y fluida en la mediación de conocimientos utilizando el recurso didáctico del GeoGebra que por los métodos tradicionales de enseñanza.

**Palabras clave:** analítica de aprendizaje, enseñanza aprendizaje, desempeño académico, GeoGebra, geometría plana, recurso didáctico.

## Abstract

Through learning analytics (LA) it is possible to optimize teaching and learning processes, to know the behavior of students and their response to the intervention of the variables immersed in their study experience. The objective of this research was to evaluate the academic performance mediated by the use of GeoGebra software as a didactic resource in the teaching of plane geometry in high school, from the perspective of learning analytics. The methodology used is quantitative with a type of study with experimental design, where theoretical methods such as synthetic analytical, inductive deductive, and from the praxis mathematical statistical methods such as descriptive and inferential statistics were used. The fundamental results of the research showed a significant improvement in the training process of the students, strengthening their creative and abstract capacity with an active, dynamic and fluid participation in the mediation of knowledge using the didactic resource of GeoGebra rather than traditional teaching methods.

**Keywords:** learning analytics, teaching-learning, academic performance, GeoGebra, plane geometry, didactic resource

## Introducción

En la enseñanza media se afianzan las bases de los tópicos de geometría para su futura conexión con otros temas como el álgebra, funciones, trigonometría, cálculo, ecuaciones diferenciales, entre otros. Por esta razón, en este nivel es importante plantear componentes de la didáctica que incluyan recursos tecnológicos adecuados para mediar el aprendizaje de la variedad de propiedades geométricas en los estudiantes e incluso de los docentes.

Estas situaciones en el cómo enseñar las matemáticas deben ser medibles y transferibles, para ello la analítica de aprendizaje constituye una herramienta para optimizar el aprendizaje sobre la interpretación y abstracción geométrica de los estudiantes.

La didáctica estudia el proceso de enseñanza de una forma integral, la instrucción, la enseñanza, incluyendo el aspecto educativo del proceso docente y las condiciones que propician el trabajo activo y creador de los estudiantes y su desarrollo intelectual (Colectivo de autores cubanos, 1983).

La introducción de la tecnología en los procesos de enseñanza aprendizaje ha requerido de una didáctica digital que estudie este proceso bajo la organización de un sistema de medios digitales, agrupados en estos entornos. En esta nueva didáctica del aula digital, sus elementos centrales son la interacción profesor estudiante y la relación de ambos con estos medios, así como las diferentes formas de organización de la actividad de aprendizaje (Bravo, 2010).

En esta línea, López (2013) plantea que la tarea docente lleva implícita el uso y el manejo de recursos educativos digitales haciendo más eficaz el proceso de enseñanza aprendizaje, por lo que resulta necesario que los docentes conozcan sus elementos, características y las ventajas de su incorporación en el aula. Estos recursos son medios de enseñanza que facilitan la comunicación, interacción, portabilidad, entre otros, para representar conocimientos o teorías plasmados en cada disciplina desde el currículo.

Las características de los recursos influyen en el aprendizaje de los alumnos, así como en las prácticas y el aprendizaje profesional de los profesores (Remillard et al. 2009, Hoyles y Lagrange, 2010; como se citó en Pepin y Gueudet, 2020). Los educadores de las matemáticas a diario están buscando recursos educativos que se adapten a las necesidades de los alumnos, que sean fáciles de rediseñar, compartir y manipular. Sin embargo, existe un número importante de ellos con mayores aceptaciones que otros, en particular, los recursos didácticos tecnológicos ofrecen mejores posibilidades de rediseño, adaptación, reformulación, alojamiento, entre otros. El software GeoGebra, como recurso digital, exhibe estas bondades por su filosofía de programación y su funcionalidad.

En la actualidad el GeoGebra toma distintas nominaciones y aplicaciones según la finalidad de estudio, puede considerarse: software dinámico de geometría analítica, plataforma, EVA, aula virtual sincrónica, asincrónica y un conjunto de herramientas para la creación y gestión de recursos educativos (Pizzorno y Montiel, 2021; Pizzorno, 2023). Como recurso educativo a nivel mundial es utilizado para enseñar y hacer matemáticas dinámicas tanto básicas como superiores, y posee sistemas de representación del objeto geométrico y su parte analítica

algebraica que se pueden visualizar a través de plataformas y en dispositivos móviles (Ponce et al. 2018; Toto et al. 2020; Vergara, 2021; Vergara, 2022a; Vergara, 2022b).

Las bondades que ofrece GeoGebra en la práctica docente-estudiante son positivas y sorprendentes confirmadas en diferentes investigaciones referenciadas en este trabajo por lo que es necesario tratar los datos derivados de las evaluaciones en varios momentos de su utilización a través de la analítica de aprendizaje, la cual permite a los profesores implementar las mejoras, eficiencia y calidad del proceso enseñanza aprendizaje (Siemens, Dawson y Lynch, 2013; John et al. 2018; Quinn et al. 2013).

Como resultado, los profesores comprenderán mejor el entorno de aprendizaje (Siemens, Dawson y Lynch, 2013; Kickmeier, Hillemann y Albert, 2014). Esto se debe a que la AA tiene el potencial de proporcionar retroalimentación informativa a través del análisis de datos lo que permite comprender el proceso de aprendizaje para tomar medidas inmediatas y eficaces sobre estudiantes y grupos de estudiantes que necesiten ayuda. Otra utilidad de la AA es diseñar una serie de intervenciones de aprendizaje como respuesta a la predicción e interpretación de una variedad de datos generados por los estudiantes (Syahir, Mistima y Khalid, 2020; Ebner y Pronegg, 2015; Faridhan, Loch y Walker, 2013; Soler, López y Palmero, 2022).

El Ministerio de Educación, en el 2016, ha exigido en los diseños y rediseños curriculares la integración de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), en las distintas áreas del conocimiento. En el Proyecto Educativo Institucional (PEI) y en el Plan de Enseñanza Aprendizaje (PEA), esta propuesta no ha sido reflejada con la misma intencionalidad expresada por los órganos de dirección nacional.

Estas incongruencias han provocado en los docentes y estudiantes falencias en logro de las competencias digitales necesarias para enfrentar los nuevos retos y desafíos en la actual era digital educativa.

En el área de las matemáticas uno de los objetivos inmerso en el currículo actual (Ministerio de Educación, 2022) y el currículo 2016 es: analizar el empleo de los recursos didácticos digitales a la hora de realizar gráficos, cálculos, resolución de ejercicios, entre otros, y así resolver, de manera organizada y crítica, problemas de la realidad nacional.

La Educación Media en la disciplina de matemáticas el uso de las TIC como recurso educativo tiene un mayor impacto para mediar conocimientos sobre los saberes: ecuaciones, funciones, modelación, simulación, visualización plana y espacial.

El cómo diseñar las actividades de aprendizaje depende de varios factores: necesidades del alumno, grado de dificultad de la geometría, el tipo de tecnología a escoger y en sentido general la conjugación de los componentes de la didáctica (Jones, Mackrell y Stevenson, 2010).

Para dar respuesta a esta problemática en esta investigación se ha planteado como objetivo evaluar el desempeño académico mediado por el uso del software GeoGebra como recurso didáctico en la enseñanza de la geometría plana en el bachillerato, desde la perspectiva de la analítica de aprendizaje.

## Materiales y métodos

La metodología aplicada en la presente investigación se enmarca en un enfoque cuantitativo, pues en este caso se utilizan métodos estadísticos para analizar los datos registrados y obtener resultados. Este enfoque se basa en el paradigma positivista, el cual considera que la realidad es única, tangible e independiente del observador, por ello se puede medir de forma precisa.

El estudio realizado es de naturaleza observacional analítica, con un diseño de antes y después. Además, se emplean métodos teóricos como el analítico-sintético y el inductivo-deductivo. En el orden empírico, se llevó a cabo la observación para verificar que los estudiantes completaran las actividades propuestas en cada sesión. El análisis de los resultados se centró en el progreso alcanzado en el dominio del software instalado en computadoras de escritorio y dispositivos móviles, así como el aprendizaje de propiedades geométricas. Específicamente, este estudio se enfocó en el análisis detallado de la sección cónica de la hipérbola dentro del contexto de la geometría plana.

Hipótesis de investigación: Si se utiliza el recurso didáctico GeoGebra en los contenidos de la geometría plana, entonces existirá una mejor calidad de los aprendizajes que utilizando métodos tradicionales de enseñanza.

El estudio se desarrolló en el primer quimestre del periodo lectivo 2022-2023. La población objeto de estudio fue de 93 estudiantes de tres paralelos de segundo año de bachillerato en ciencias, a pesar de que el tamaño de la población no era grande, debido a diferentes factores como: escasos de laboratorio, tiempo para realizar la investigación, entre otros, se decidió realizar un muestreo no probabilístico seleccionando una muestra de 30 estudiantes.

El software GeoGebra es de código abierto y se ha convertido en una herramienta fundamental para la enseñanza de las matemáticas en Educación Media. Como respuesta a su utilidad en los procesos de enseñanza aprendizaje, el Ministerio de Educación del Ecuador ha implementado dentro de ciertas unidades curriculares, actividades que promueven su uso como: recurso didáctico, comprobación de conjeturas, la resolución de ejercicios y la solución problemas de aplicación. Esta sección, llamada conexiones con las TIC, la cual promueve el uso de GeoGebra en el aula, y responde a la destrezas e indicadores de evaluación plasmadas en el currículo nacional del Ecuador.

A pesar de este empeño existen contenidos medulares en la formación integral del alumno que no se encuentran declaradas dentro de esta indicación como es el caso de las secciones cónicas (Ministerio de Educación, 2020, pp 76-99). La utilización de los elementos exteriores didácticos que afectan el proceso de enseñanza aprendizaje tienen un impacto tanto positivo como negativo en la experiencia educativa. Por esta razón, resulta esencial comprender los

estilos de aprendizaje de los estudiantes, con el propósito de aplicar metodologías y técnicas apropiadas que promuevan un aprendizaje desarrollador el cual es una metodología que busca potenciar el desarrollo integral de los estudiantes por medio de la participación activa, la reflexión crítica y la construcción colaborativa del conocimiento, debido a que “Los procesos del aprendizaje desarrollador están concebidos como el resultado de la interacción dialéctica entre tres dimensiones básicas: la activación-regulación, la significatividad de los procesos, y la motivación para aprender” (López et al., 2012 como se citó en López et al., 2021).

Para el presente análisis, se llevaron a cabo seis actividades analítico-interactivas. De ellas, tres utilizaron GeoGebra como herramienta principal, mientras que las otras tres se realizaron sin el uso de esta plataforma. Además, se emplearon recursos adicionales, como applets dinámicos, gráficos estáticos y dinámicos y variaciones de parámetros algebraicos, diseñados específicamente con GeoGebra. También se emplearon métodos tradicionales, tales como la resolución de ejercicios a mano y el uso de tecnología, ya sea por separado o en combinación. Todas estas actividades estuvieron centradas en el tema de la hipérbola, dentro del ámbito de la geometría bidimensional.

- Tarea de control 1 (TC 1):

El objetivo de esta tarea es que los estudiantes comprendan la definición de la hipérbola como lugar geométrico y adquieran habilidades para observar, analizar y describir sus elementos mediante la representación gráfica y el cálculo manual de distancia entre puntos.

En esta actividad, los estudiantes trabajaron en grupos colaborativos. Cada grupo recibió hojas con hipérbolas previamente dibujadas, así como varios puntos ubicados en ellas. Los estudiantes conectaron estos puntos con los dos focos de la hipérbola mediante segmentos y calcularon manualmente sus distancias. Luego, se obtuvo la diferencia entre estas distancias. Posteriormente, los grupos compartieron sus resultados y se llevó a cabo una discusión para analizar las relaciones que encontraron en las distancias calculadas.

- Tarea de experimentación 1 (TE 1):

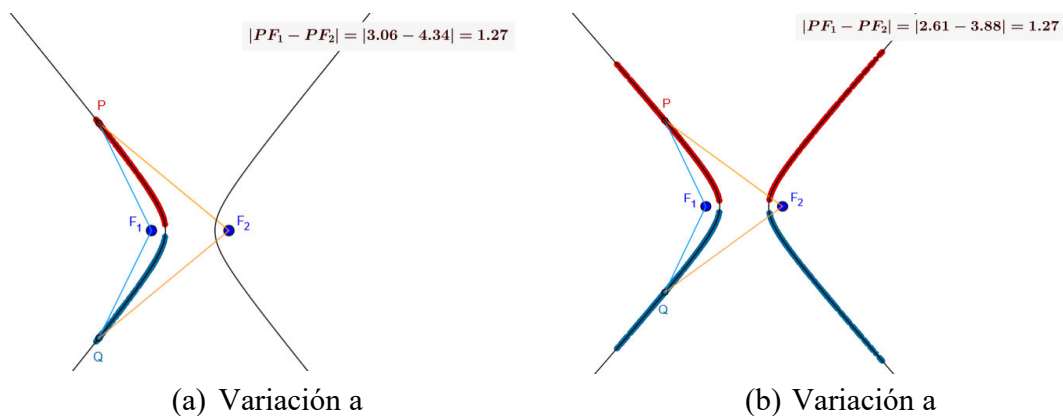
El objetivo de esta tarea es promover el desarrollo del razonamiento matemático y el pensamiento analítico-computacional de los estudiantes al involucrarlos en el cálculo manual de distancias obtenidas en GeoGebra y, simultáneamente, en la comparación de estas diferencias con las mediciones realizadas mediante cálculos algebraicos.

En esta actividad se trabajó en equipos de tres estudiantes. Cada grupo utilizó GeoGebra para graficar hipérbolas y ubicar puntos sobre ellas (aquí se pueden mover los puntos que pertenecen a la hipérbola). Los puntos fueron conectados mediante segmentos a los dos focos de la hipérbola midiendo las distancias de manera precisa

y aproximada de forma interactiva. Luego, los estudiantes calcularon manualmente las distancias obtenidas en el software y compartieron sus diferencias. Los resultados fueron compartidos entre los grupos y mediante una discusión se analizó las relaciones encontradas entre las distancias calculadas y las características de las hipérbolas. Por último, para describir la hipérbola como lugar geométrico se proporcionó un applet interactivo que muestra su desarrollo y la diferencia constante, una propiedad fundamental de las hipérbolas que resulta de la igualdad de las distancias entre los puntos y los focos en ambos lados de la curva, tal como se ilustra en las Figuras 1a y 1b.

**Figura 1**

Construcción dinámica de la hipérbola como lugar geométrico



Nota. De I. Boyadzhiev (2015), GeoGebra (<https://www.geogebra.org/m/BkNXKTDH>). CC BY SA.

- Tarea de control 2 (TC 2):

En esta actividad colaborativa, los estudiantes trabajaron en equipos para explorar las posiciones relativas de la hipérbola a partir de las variaciones algebraicas de sus parámetros. De forma paralela se complementó estos cambios con el bosquejo manual de las hipérbolas. Asimismo, con base a este análisis, los equipos con la guía del docente construyeron la ecuación general de la hipérbola (eje vertical y horizontal). El objetivo central de esta tarea fue comprender cómo las modificaciones de las constantes reales afectan la forma y posición relativa de las hipérbolas, centrándose en aquellas con ejes horizontales y verticales.

- Tarea de experimentación 2 (TE 2):

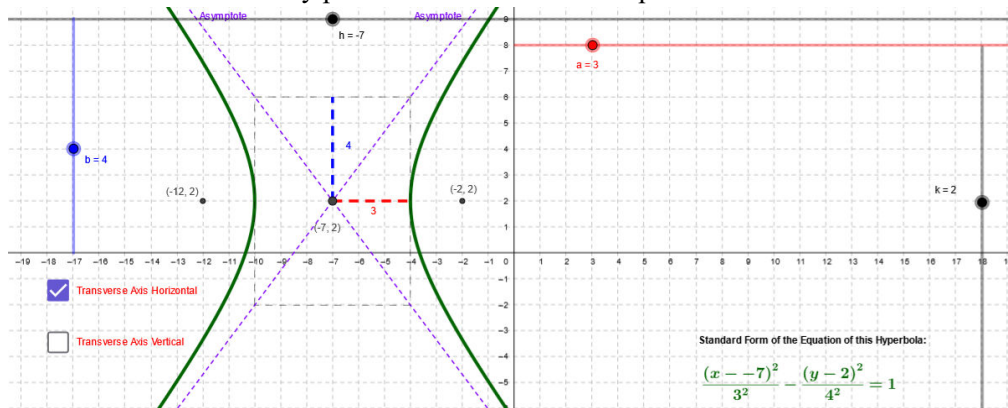
En esta actividad, se brindó a los estudiantes acceso a un applet de GeoGebra para explorar las posiciones relativas de las hipérbolas. Mediante esta herramienta interactiva, los estudiantes tuvieron la oportunidad de experimentar y confirmar de



manera instantánea sus resultados, al comparar los hallazgos obtenidos a través de cálculos algebraicos con las representaciones gráficas manuales de las hipérbolas. El applet utilizado se muestra en la Figura 2. El objetivo fue permitir que los estudiantes validaran y compararan sus hallazgos utilizando tanto cálculos algebraicos como representaciones gráficas manuales. Al interactuar con el applet, los estudiantes pudieron contrastar instantáneamente sus resultados, lo que fomentó una comprensión más profunda de las relaciones matemáticas involucradas en la construcción y deducción de la ecuación general de la hipérbola.

**Figura 2**

Formas y posiciones relativas de la hipérbola



Nota. De T. Brzezinski (2015), GeoGebra (<https://www.geogebra.org/m/FVfq4Sz3>). CC BY SA.

- Tarea de control 3 (TC 3):

En esta tarea, los estudiantes se enfrentaron al desafío de calcular los elementos de la hipérbola y encontrar su ecuación, dadas algunas de sus características. Se trabajó tanto en el cálculo de los elementos de la hipérbola como en la escritura de su ecuación en forma estándar y general, y viceversa.

- Tarea de experimentación 3 (TE 3):

Esta tarea fue implementada para grupos de dos estudiantes y se desarrolló a través de GeoGebra. Los estudiantes realizaron cálculos precisos de los elementos clave de la hipérbola, como los focos, vértices y la distancia entre ellos. También se escribió las ecuaciones en sus distintas formas (general y estándar, vertical y horizontal) conjeturando los comportamientos del gráfico con respecto al análisis algebraico. El objetivo de esta actividad fue que los estudiantes trabajaran en grupos de dos y utilizaran GeoGebra para realizar cálculos aproximados de los elementos clave de la hipérbola, incluyendo los focos, vértices, asíntotas, entre otros. A continuación, en la Figura 3 se muestra unos pasos sintéticos para obtener dichos elementos.

**Figura 3**

Representación gráfica de una hipérbola y el cálculo de sus elementos en GeoGebra

### Ingreso de la ecuación en GeoGebra

Entrada:  $4x^2 - 3y^2 - 8x - 8 = 0$

### Ecuación estándar de la hipérbola

Para obtenerla se da clic derecho sobre la ecuación de la Vista Algebraica

$$\frac{(x - 2)^2}{3^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1$$

Vista Algebraica

Capa 0

c:  $4x^2 - 3y^2 - 8x - 8 = 0$

Hipérbola c

Ecuación  $(x - m)^2 / a^2 - (y - n)^2 / b^2 = 1$

Mostrar el objeto

Mostrar etiqueta

Rastro

Renombra

Borra

Propiedades ...

Vista Algebraica

Cónica

c:  $(x - 1)^2 / 3 - y^2 / 4 = 1$

Vista Algebraica

Cónica

c:  $(x - 1)^2 / 3 - y^2 / 4 = 1$

Número

e = 1.53

### Cálculo de los vértices

Vértices[ <Cónica> ]

Vértices[ <Sistema de inecuaciones> ]

Vértices[ <Polígono> ]

Vértices[ <Polígono>, <Número de vértice> ]

Entrada: vértice

Entrada: Vértices[c]

### Cálculo de los focos

Entrada: Foco[c]

### Cálculo de las asíntotas

Entrada: Asintota[c]

### Excentricidad

Entrada: e=Excentricidad[c]

**Observación:** c es la etiqueta de la hipérbola y se ha sustituido en los argumentos de los comandos para el cálculo de elementos.

Las actividades propuestas están relacionadas entre pares (TC 1- TE 1), (TC 2- TE 2) y (TC3- TE 3). En el caso de las tareas en las que no se utilizó GeoGebra, se dieron los lineamientos para realizar las construcciones utilizando la metodología tradicional.

Para el caso de las actividades en las que se trabajó con GeoGebra, el docente guía explicó cada uno de los comandos necesarios para obtener las construcciones requeridas (cónicas).

Cada una de las actividades propuestas a los estudiantes tuvieron una ponderación de 0 a 10 puntos.

Para realizar los cálculos estadísticos se utilizó la herramienta estadística Jamovi para el análisis de datos correspondiente. Para el análisis descriptivo se calcularon las medidas de tendencia central y de dispersión; para comprobar la hipótesis planteada se utilizaron test del análisis inferencial como prueba de hipótesis, correlaciones de regresiones, entre otras.

## Resultados y Discusión

Los datos obtenidos se muestran a continuación:

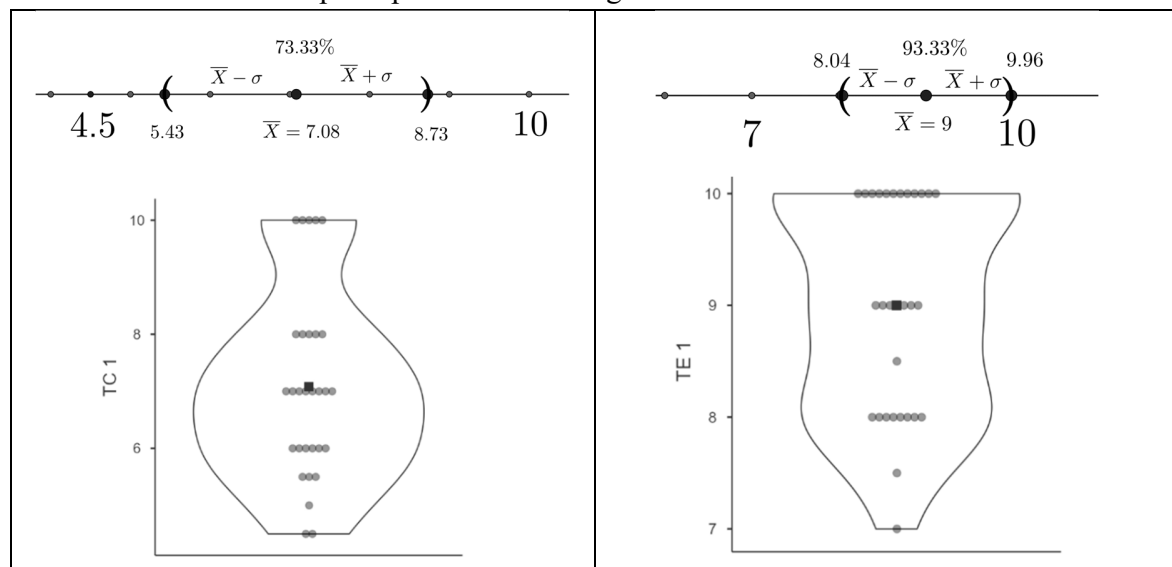
Tabla 1  
Estadística descriptiva de las Tareas: TC 1 y TE 1

	N	Media	Mediana	Moda	DE	Mínimo	Máximo
TC 1	30	7.08	7.00	7.00	1.651	4.50	10.0
TE 1	30	9.00	9.00	10.00	0.956	7.00	10.0

Nota: En la tabla se muestran las medidas de tendencia central y de dispersión de las mediciones asociadas a la tarea de control 1 y la tarea de experimentación 1.

Figura 4

Análisis Descriptivo por medio de las gráficas de violín de TC 1 Y TE 1.



Nota. En la Figura 4 se muestran las gráficas de violín correspondiente a las puntuaciones obtenidas por los estudiantes en TC 1 Y TE 1. También muestra la representación gráfica de la media y su dispersión.

A partir del análisis de Tabla 1, y la Figura 4 se puede notar que la Tarea Experimental 1 (TE1) tiene una media, mediana y moda mayores que la Tarea de Control 1 (TC1), lo que significa, desde el punto de vista descriptivo, que, en promedio, los valores de TE1 son más altos. En TC1, las dispersiones de los datos se extienden desde 4.50 hasta 10.00 y es mayor que en TE1.

### Prueba de Hipótesis 1 (TC 1 – TE 1)

Sea  $H_0$  la hipótesis nula, y  $H_1$  la hipótesis de la investigación:

$H_0 = \mu_{TC1} = \mu_{TE1}$ , la media de TC 1 es igual a la media de la TE 1.

$H_1 = \mu_{TC1} < \mu_{TE1}$ , la media de TC 1 es menor que la media de TE 1.

Los resultados de la prueba t-students para dos muestras independientes se presentan a continuación:

Estadígrafo T= -9,84

Grados de libertad= 29

Probabilidad asociada= <0.001

Con el nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ , y al ser  $p = 0.001$  (inferior a  $\alpha$ ), entonces se rechaza las hipótesis nula  $H_0$  y se acepta la hipótesis alternativa  $H_1$ , lo cual significa que existe diferencias significativas entre la Tarea de Control 1 y la Tarea de Experimentación 1 con un nivel de significación del 5%.

Es importante destacar las diferencias y beneficios de cada actividad. En TC1, los estudiantes realizaron cálculos manuales, que en muchos casos se vuelven repetitivos y se centran en resolver problemas estandarizados en donde no se utiliza el pensamiento crítico. Por otro lado, en TE2, el uso de GeoGebra facilitó la visualización y la interacción, lo que provocó que el aprendizaje sea de mayor interés, eficiente y atractivo para los estudiantes.

La posibilidad de medir las distancias de forma precisa y aproximada de manera interactiva ayuda a los estudiantes a comprender mejor la relación entre los puntos y los focos de la hipérbola. En este caso, el uso de la tecnología enriquece la experiencia educativa y facilita una mejor comprensión de este tema. Trabajar en grupos colaborativos ayudó a que los estudiantes desarrollen habilidades de comunicación y razonamiento matemático. Los resultados obtenidos coinciden con el estudio realizado por Lucas y Aray (2023), en donde los autores concluyen que con el uso de GeoGebra “los estudiantes pueden comprobar sus resultados de ecuaciones y gráficos obtenidos manualmente con los de la aplicación, lo que

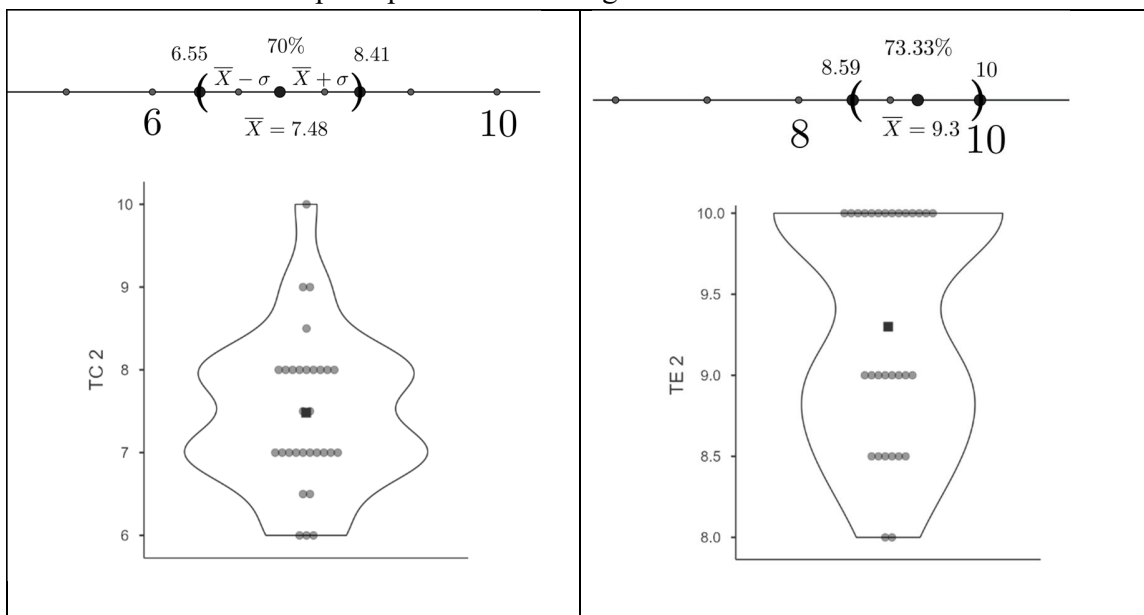
le proporciona al estudiante una retroalimentación del trabajo realizado, y pueda realizar correcciones si así lo amerita.”

Tabla 2  
Estadística descriptiva de las Tareas TC 2 y TE 2

	N	Media	Mediana	Moda	DE	Mínimo	Máximo
TC 2	30	7.48	7.25	7.00	0.933	6.00	10.0
TE 2	30	9.30	9.00	10.00	0.714	8.00	10.0

Nota: En la tabla se muestran las medidas de tendencia central y de dispersión de las mediciones asociadas a las actividades TC2 Y TE2.

Figura 5  
Análisis Descriptivo por medio de las gráficas de violín de TC 2 Y TE 2.



Nota. En la Figura 5 se muestran las gráficas de violín correspondiente a las puntuaciones obtenidas por los estudiantes en las actividades TC 2 y TE 2. También muestra la representación gráfica de la media y su dispersión.

La Figura 5 y la Tabla 2 muestran que TE2 tiene valores promedio (media y mediana) más altos y una moda más alta que TC2. Además, los datos en TE2 tienen una dispersión más estrecha en torno a la media, lo que indica una mayor consistencia en comparación con TC2, como se puede apreciar en las gráficas de violín de cada una de las observaciones.

### Prueba de Hipótesis 2 (TC 2 – TE 2)

Sea  $H_0$  la hipótesis nula, y  $H_1$  la hipótesis de la investigación:

$H_0 = \mu_{TC2} = \mu_{TE2}$ , la media de TC 2 es igual a la media de la TE 2.

$H_1 = \mu_{TC2} < \mu_{TE2}$ , la media de TC 2 es menor que la media de TE 2.

Los resultados de la prueba t-students para dos muestras independientes se presentan a continuación:

Estadígrafo T= -14.45

Grados de libertad= 29

Probabilidad asociada= <0.001

Con el nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ , y al ser  $p = 0.001$  (inferior a  $\alpha$ ), entonces se rechaza las hipótesis nula  $H_0$  y se acepta la hipótesis alternativa  $H_1$ , lo cual significa que existe diferencias significativas entre la Tarea de Control 1 y la Tarea de Experimentación 1 con un nivel de significación del 5%.

Por una parte, TC2 proporcionó una base teórica y generó una comprensión limitada en cuanto a las construcciones, además se observó que los participantes tuvieron un papel pasivo en el proceso de aprendizaje, lo que se evidenció en una menor participación y compromiso, mientras que la tarea TE2 brindó una experiencia práctica e interactiva que se evidencia en los resultados. Con el uso de la tecnología se puede enriquecer la comprensión de los estudiantes. Los resultados indican que los estudiantes se sintieron más motivados al utilizar un applet, ya que pudieron experimentar, validar y comparar sus aciertos de los cálculos algebraicos que habían obtenido previamente de forma manual. Siguiendo la misma línea García, M. (2023), menciona que: “Los estudiantes deben sentirse motivados hacia el aprendizaje, esto se logra mediante estrategias que llamen su atención, aumentando su interés por aprender el tema que se imparte en la clase”. Los resultados que obtuvieron los autores muestran una mejora significativa de la comprensión de los estudiantes luego de utilizar el software GeoGebra.

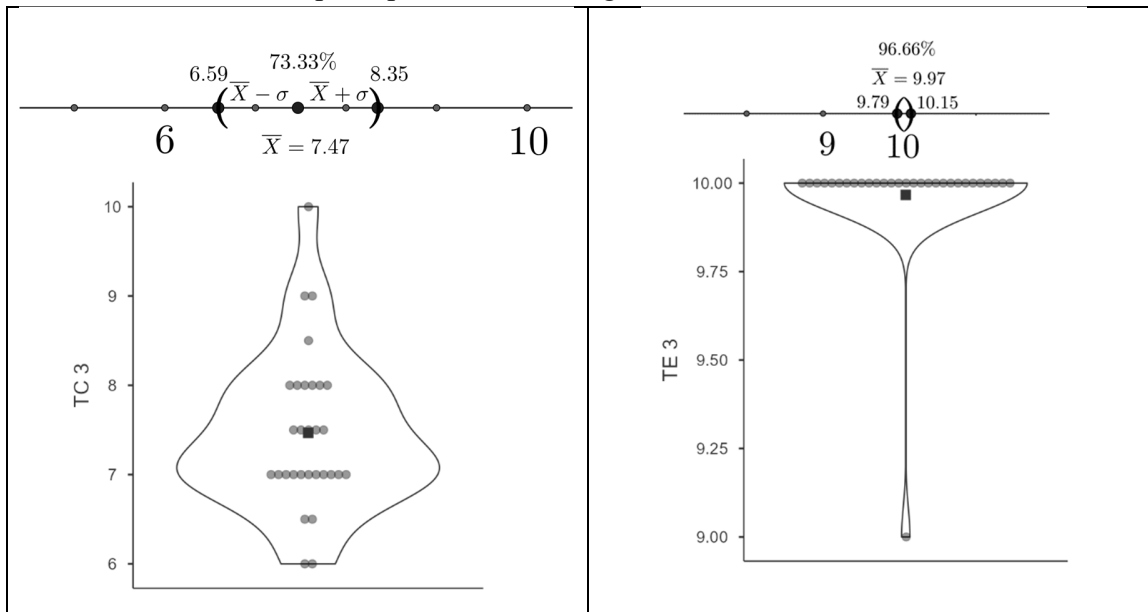
Tabla 3  
 Estadística descriptiva de las Actividades TC 3 y TE 3

	N	Media	Mediana	Moda	DE	Mínimo	Máximo
TC 3	30	7.47	7.25	7.00	0.880	6.00	10.0
TE 3	30	9.97	10.00	10.00	0.183	9.00	10.0

Nota: En la tabla se muestran las medidas de tendencia central y de dispersión de las mediciones asociadas a las tareas TC 3 y TE 3. También muestra la representación gráfica de la media y su dispersión.

**Figura 6**

Análisis Descriptivo por medio de las gráficas de violín de TC 3 Y TE 3.



Nota. En la Figura 6 se muestran las gráficas de violín correspondiente a las puntuaciones obtenidas por los estudiantes en las tareas TC 3 y TE 3.

En resumen, los resultados muestran que TE 3 tiene valores promedio (media y mediana) más altos y una moda más alta que TC3. Los datos en TE 3 tienen una dispersión mucho más estrecha en torno a la media, lo que indica una mayor consistencia y homogeneidad en comparación con TC3 como se lo puede apreciar en el gráfico de violín que se encuentra a la derecha en la Figura 6. Además, los datos en TE3 están más concentrados alrededor de la media.

### Prueba de Hipótesis 3 (TC 3 – TE 3)

Sea  $H_0$  la hipótesis nula, y  $H_1$  la hipótesis de la investigación:

$H_0 = \mu_{TC3} = \mu_{TE3}$ , la media de TC 3 es igual a la media de la TE 3.

$H_1 = \mu_{TC3} < \mu_{TE3}$ , la media de TC 3 es menor que la media de TE 3.

Los resultados de la prueba t-students para dos muestras independientes se presentan a continuación:



Estadígrafo  $T = -15.55$   
Grados de libertad = 29  
Probabilidad asociada =  $< 0.001$

Con el nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ , y al ser  $p = 0.001$  (inferior a  $\alpha$ ), entonces se rechaza las hipótesis nula  $H_0$  y se acepta la hipótesis alternativa  $H_1$ , lo cual significa que existe diferencias significativas entre la Tarea de Control 1 y la Tarea de Experimentación 1 con un nivel de significación del 5%.

El papel del docente guía es fundamental para mediar las discusiones que se generan en ambas tareas, asegurándose de que los estudiantes comprendan los conceptos fundamentales mientras aprovechan los beneficios de la tecnología. TE3 es una actividad que facilita el proceso de cálculo y visualización, esto puede hacer que la tarea sea realizada de manera más eficiente en términos de tiempo. Sin embargo, el uso de GeoGebra también puede llevar a una dependencia excesiva del software, lo que podría limitar la comprensión profunda de los conceptos matemáticos.

De manera general el análisis de las actividades experimentales TE 1, TE 2 y TE 3 arrojaron valores más altos en todas las medidas efectuadas, como la media, mediana y el máximo. También se puede apreciar que la desviación estándar es mucho menor que las tareas TC 1, TC 2 y TC 3, lo que indica que los datos en estas actividades están más agrupados y menos dispersos que en las tareas experimentales.

Los resultados globales del presente estudio indican que en las actividades donde se utilizó GeoGebra los estudiantes obtuvieron una mejor calificación en comparación con las actividades en donde no se utilizó este software. La combinación de enfoques prácticos y tecnológicos les permitió desarrollar una comprensión más profunda de la geometría de la hipérbola. Aceves y Villalpando (2018), en su investigación, concluyen que: GeoGebra permite que los estudiantes “tengan un acercamiento al uso de la tecnología en las aulas de clases para motivarlos durante el proceso de aprendizaje del tema de la hipérbola.”

## Conclusiones

La investigación ha evaluado el desempeño académico mediado por el uso del software GeoGebra como recurso didáctico en la enseñanza de la geometría plana en el bachillerato, desde la perspectiva de la analítica de aprendizaje, la cual demostró resultados significativamente superiores en las tareas experimentales versus las tareas de control, lo cual corroboró la hipótesis de investigación planteada. La incorporación de recursos educativos tecnológicos interactivos en las clases fue valiosa, debido a que los estudiantes resolvieron



ejercicios y problemas, no solo, de manera manual o analítica, sino, utilizando herramientas tecnológicas. Esto promueve la experimentación, la confirmación de resultados, el descubrimiento de patrones matemáticos y la abstracción geométrica, enriqueciendo su proceso de aprendizaje. El uso de recursos geométricos dinámicos ofrece a los estudiantes la posibilidad de indagar e interpretar el concepto de lugar geométrico, así como calcular y graficar los elementos de la hipérbola de manera ágil e intuitiva. GeoGebra potencia la creatividad y el pensamiento computacional, otorgando vida y significado a objetos geométricos y ecuaciones estáticas.

El empleo de applets GeoGebra posibilita a los estudiantes confirmar conjeturas existentes al modificar los parámetros del recurso y observar diversas transformaciones geométricas, analíticas y numéricas.

### Referencias bibliográficas

- Aceves, M. y Villalpando, J. (2018). Propuesta didáctica para el aprendizaje de la hipérbola. REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM. Vol. VI, No. 1. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México.
- Boyadzhiev, I. (17 de noviembre de 2015). [GeoGebra] How to construct Hyperbola. Recuperado el 07 de enero de 2023 de <https://www.geogebra.org/m/BkNXKTDH>
- Bravo, C. (2010). Hacia una didáctica del aula digital. Revista Iberoamericana de Educación 51(5) 1-8.
- Brzezinski, T. (16 de agosto de 2015). [GeoGebra] Hyperbola (Graph and Equation Anatomy). Recuperado el 06 de abril de 2023 de <https://www.geogebra.org/material/show/id/FVfq4Sz3>
- COLECTIVO DE AUTORES. (1983) "Pedagogía". Ministerio de Educación de Cuba. Editorial Pueblo y Educación.
- De Albornoz, A., y De León, M. (2020). Cónicas y sus elementos. Revista SUMA. Recuperado de: [https://revistasuma.es/wp-content/uploads/suma/Suma95/S95w\\_033-042.pdf](https://revistasuma.es/wp-content/uploads/suma/Suma95/S95w_033-042.pdf)
- Ebner, M. and Pronegg, M. (2015). Use of learning-analytics-applications in mathematic with elementary learners. International Journal of Academic Research in Education, 1(2):26-39.
- Faridhan, Y., Loch, B. and Walker, L. (2013). Improving retention in first-year mathematics using learning analytics. Australian Society for Computers in Learning in Tertiary Education Annual Conference, pp. 278-282.
- García, M. (2023). GeoGebra para el estudio y análisis de las figuras cónicas. Revista RIIED, 7, 1-10.
- Hernández, R. y Mendoza, C. (2018). Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta, Ciudad de México, México: Editorial Mc Graw Hill Education, Año de edición: 2018, ISBN: 978-1-4562-6096-5, 714 p.



- John, T., Badejo, J., Popoola, S., Omole, O., Odukoya, J., Ajayi, O., Aboyade, M. and Atayero A. (2018). The role of gender on academic performance in STEM-related disciplines: Data from a tertiary institution. *Data in brief*, 18:360-374.
- Jones, K., Mackrell, K., and Stevenson, I. (2010). Designing digital technologies and learning activities for different geometries. *Mathematics education and technology- Rethinking the terrain: The 17th ICMI study*, 47-60.
- Kickmeier, M., Hillemann, E. and Albert D. (2014). Gamification and smart feedback: Experiences with a primary school level math app. *International Journal of Game-Based Learning*, 4(3):35-46.
- López, M. (2013). De las TICs a las TACs: la importancia de crear contenidos educativos digitales. *DIM: Didáctica, Innovación y Multimedia*, (27):1-15.
- López, R., Nieto, L., Vera, J., & Quintana, M. (2021). Modos de aprendizaje en los contextos actuales para mejorar el proceso de enseñanza. *Revista Universidad y Sociedad*, 13(5), 542-550.
- Lucas, G. y Aray, C. (2023). Geogebra como herramienta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de secciones cónicas en bachillerato. *Revista Científica Arbitrada Multidisciplinaria PENTACIENCIAS*, 5(5), 386-400. <https://doi.org/10.59169/pentaciencias.v5i5.747>
- Ministerio de Educación. (2016). CURRÍCULO DE LOS NIVELES DE EDUCACIÓN OBLIGATORIA [educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/Curriculo1.pdf](http://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/Curriculo1.pdf)
- Ministerio de Educación. (2020). *Texto Integrado: 2.º BGU*. Quito: Don Bosco Obras Salesianas de Comunicación.
- Ministerio de Educación. (2022). CURRÍCULO PRIORIZADO CON ÉNFASIS EN COMPETENCIAS COMUNICACIONALES, MATEMÁTICAS, DIGITALES Y SOCIOEMOCIONALES <https://educacion.gob.ec/curriculo-priorizado/>
- Pepin, B. and Gueudet, G. (2020). Curriculum Resources and Textbooks in Mathematics Education. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0\\_40](https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_40)
- Pizzorno, S. [Sergio Rubio-Pizzorno] (julio 2023). Aula virtual SINCRÓNICA con GeoGebra. [Archivo de Video]. YouTube. <https://youtu.be/iYFrFQKO5S8>
- Pizzorno, S. y Montiel, G. (2021). Ambientes Virtuales de Aprendizaje construidos socialmente con Herramientas de Autor de GeoGebra. *Revista: Innovaciones Educativas*, 23(34): 213-227.
- Ponce, J., Roberts, A., Matthews, K., Wegener, M., Kenny, E. and McIntyre, T. (2018). Dynamic visualization of line integrals of vector fields: a didactic proposal. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-16. DOI: [10.1080/0020739X.2018.1510554](https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1510554)
- Quinn, D., Albrecht, A., Webby, B. and White K. (2015). Learning from experience: The realities of developing mathematics courses for an online engineering programme.

International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 46(7):991-1003.

- Siemens G, Dawson S, Lynch G. (2013) Improving the quality and productivity of the higher education sector. Policy and strategy for systems-level deployment of learning analytics. Canberra: Society for Learning Analytics Research for the Australian Office for Learning and Teaching.
- Soler, J., López, R., Palmero, D. y Ruano, Y. (2022). La analítica del aprendizaje como herramienta de cambio en el proceso de enseñanza aprendizaje. *Revista Universidad y Sociedad*, 14(6), 18- 23.
- Syahir, I., Mistima, S. and Khalid, F. (2020). The Role of Learning Analytics in Mathematics Teaching and Learning. *International Journal of Advanced Science and Technology*, 29(3):2031-2039
- Toto, M., Falconí, A., López, R. y Crespo, T. (2020). El GeoGebra un medio auxiliar heurístico para el tratamiento de operaciones de números complejos. *Conrado*, 16(73):419-425.
- Vergara, J. (2021). Dinamizando funciones trigonométricas con GeoGebra. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 109:151-160.
- Vergara, J. (2022). Área entre curvas con GeoGebra. Sección: Propuestas Áulicas. *UNIÓN*, 18(64). Recuperado a partir de <https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/423>
- Vergara, J. (2022). Sólidos de Revolución y suma de Riemann en GeoGebra. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 22(2):1-20  
<https://doi.org/10.18845/rdmei.v22i2.6134>

**Conflicto de intereses:**

Los autores declaran que no existe conflicto de interés posible.

**Financiamiento:**

No existió asistencia financiera de partes externas al presente artículo.

**Agradecimiento:**

N/A

**Nota:**

El artículo no es producto de una publicación anterior.