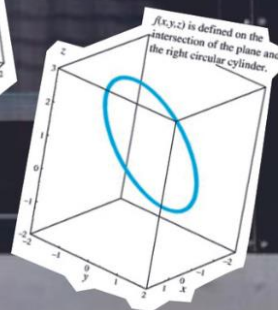
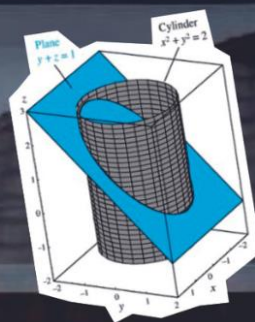


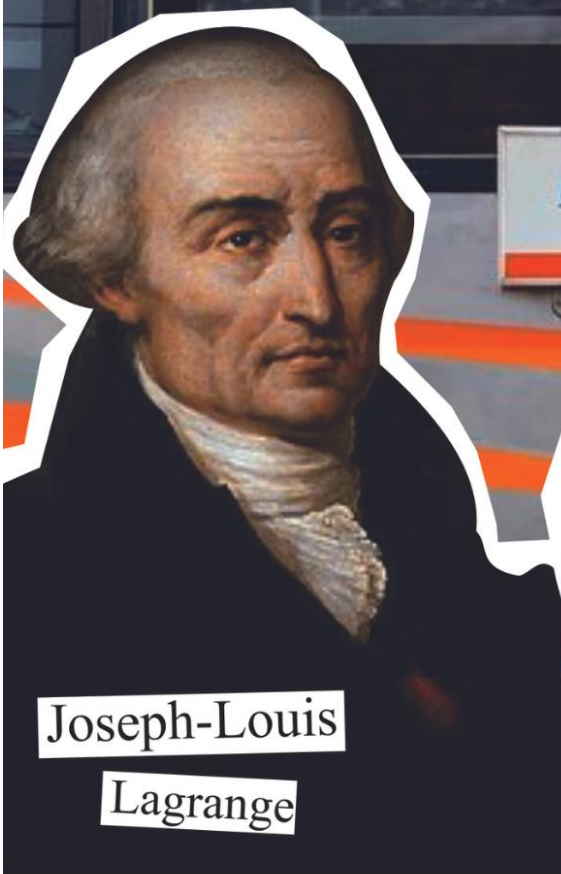


OPTIMASI DIMENSI HINGGA MENGUNAKAN PENGALI LAGRANGE UNTUK KONTROL EFISIENSI ENERGI PADA KERETA API TAKSAKA

Pengali
Lagrange

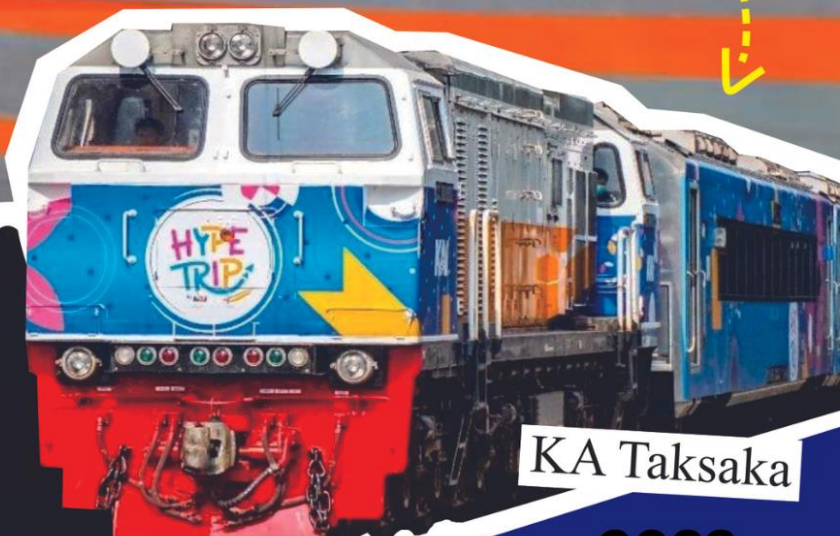


KA TAKSAKA
YOGYAKARTA - GAMBIR PP



Joseph-Louis

Lagrange



KA Taksaka

**SKRIPSI
OPTIMASI DIMENSI HINGGA
MENGUNAKAN PENGALI LAGRANGE
UNTUK KONTROL EFISIENSI ENERGI
PADA KERETA API TAKSAKA**



**RIVANA NUR HAMIDAH
19106010036**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA
2023**

***DIMENSIONAL OPTIMIZATION USING LAGRANGE
MULTIPLIER FOR ENERGY EFFICIENCY CONTROL
IN TAKSAKA TRAIN***

Skripsi

Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai derajat sarjana S-1
Program Studi Matematika



diajukan oleh

RIVANA NUR HAMIDAH

19106010036

Kepada

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA

2023



SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR

Hal : Persetujuan Skripsi / Tugas Akhir

Lamp :

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga
Yogyakarta di Yogyakarta

Assalamu'alaikum wr. wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan seperlunya, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi Saudara:

Nama : Rivana Nur Hamidah

NIM : 19106010036

Judul Skripsi : Optimasi Dimensi Hingga Menggunakan
Pengali Lagrange Untuk Kontrol Efisiensi
Energi Pada Kereta Api Taksaka

sudah dapat diajukan kembali kepada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu dalam Program Studi Matematika.

Dengan ini kami berharap agar skripsi/tugas akhir Saudara tersebut di atas dapat segera dimunaqasyahkan. Atas perhatiannya kami ucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Yogyakarta, 07 Agustus 2023

Pembimbing

Dr. M. Wakhid Musthofa, M.Si

NIP. 19800402 200501 1 003



**KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Marsda Adisucipto Telp. (0274) 540971 Fax. (0274) 519739 Yogyakarta 55281

PENGESAHAN TUGAS AKHIR
Nomor : B-2250/Un.02/DST/PP.00.9/08/2023

Tugas Akhir dengan judul : OPTIMASI DIMENSI HINGGA
MENGUNAKAN PENGALI
LAGRANGE UNTUK KONTROL
EFISIENSI ENERGI PADA
KERETA API TAKSAKA

yang dipersiapkan dan disusun oleh :

Nama : RIVANA NUR HAMIDAH
Nomor Induk Mahasiswa : 19106010036
Telah diujikan pada : Senin, 14 Agustus 2023
Nilai ujian Tugas Akhir : A

dinyatakan telah diterima oleh Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga
Yogyakarta

TIM UJIAN TUGAS AKHIR



Valid ID: 64e42cb4d901f

Ketua Sidang

**Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si.,
M.Si.
SIGNED**

Penguji I



Penguji II

**Malahayati, S.Si., M.Sc
Riyanto, S.Si., M.Sc.
SIGNED**



**Muhamad Zaki
SIGNED**

Valid ID: 64e56c83d471c

Valid ID: 64e432f4155dc



Valid ID: 64e581941769f

Yogyakarta, 14 Agustus 2023
UIN Sunan Kalijaga
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Prof. Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si.
SIGNED

1/1

23/08/2023

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Rivana Nur Hamidah
NIM : 19106010036
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

Dengan ini menyatakan bahwa isi skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi dan sesungguhnya skripsi ini merupakan hasil pekerjaan penulis sendiri sepanjang pengetahuan penulis, bukan duplikasi atau saduran dari karya orang lain kecuali bagian tertentu yang penulis ambil sebagai bahan acuan. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab penulis.

Yogyakarta, 08 Agustus 2023



METERAI
TEMPEL
B6E43AKX549154907

Rivana Nur Hamidah

HALAMAN PERSEMBAHAN

Karya ilmiah ini saya persembahkan kepada:

Kedua orang tua dan adik tercinta,

Guru dan Dosen, Almamater tercinta,

Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi,

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta, serta

Matematikawan di mana pun berada.

HALAMAN MOTTO

“Tiap keping yang dijalani, dalam kehidupan layaknya potongan puzzle. Pada akhirnya, semua pengalaman, semua pemikiran, semua perenungan, semua hikmah kehidupan yang didapat, meski pada awalnya hanya berupa potongan puzzle yang belum jelas bentuknya, akan dapat terangkai menjadi sebuah gambar besar di akhir kehidupan .”

(Sensei Dr. Edi Sukur, M.Eng.)

PRAKATA

Alhamdulillahilladzi bi ni'matihi tatimush sholihaat.

Segala puji hanya milik Allah yang dengan segala nikmatnya segala kebaikan menjadi sempurna, sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan tugas akhir ini yang berjudul “Optimasi Dimensi Hingga menggunakan Pengali Lagrange untuk Kontrol Efisiensi Energi pada Kereta Api Taksaka” guna memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta. Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah limpah kepada nabi Muhammad SAW beserta keluarganya, yang telah menjadi teladan dan rahmat bagi seluruh alam.

Selama proses penyusunan tugas akhir ini, penulis mendapat berbagai bimbingan, motivasi, bantuan, diskusi, dan arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Allah SWT yang senantiasa memberikan arahan, bimbingan, petunjuk, dan ketenangan jiwa serta ketenangan pikiran.
2. Rasulullah SAW yang telah memberikan spirit semangatnya melalui kajian-kajian shirah nabawiyah.
3. Ibu Dr. Dra. Hj. Khurul Wardati, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

4. Bapak Muchammad Abrori, S.Si., M.Kom., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta..
5. Ibu Malahayati, S.Si., M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan terkait masalah akademik kepada penulis selama menempuh studi di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta..
6. Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Skripsi yang telah membimbing, mengarahkan, memotivasi, dan memberikan nasihat serta saran kepada penulis dalam menyusun tugas akhir ini sampai terselesaikan dengan baik.
7. M. Zaki Riyanto, M.Sc., selaku dosen mentor yang telah membantu berdiskusi tentang kereta api kepada penulis.
8. Bapak/ Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat, pengetahuan, pengalaman, dan keteladanan selama penulis menempuh masa studi.
9. Kedua orang tua saya, untuk Ibu Sri Wahyuni dan Bapak Hariyanto yang telah memberikan dukungan baik secara moril maupun materiil dan senantiasa memberikan do'a terbaik kepada penulis.
10. Adik tercinta, Reihan Afifuddin yang telah memberikan semangat, semoga kita menjadi anak yang berbakti kepada orang tua dan bermanfaat untuk agama.

11. Guru tercinta, Ibu Fika yang telah memberikan pendidikan dan dukungan spiritual kepada penulis.
12. Mas Ari, PT KAI, yang telah memberikan *brainstorming* dan memberikan semangat kepada penulis.
13. Bapak Rahmat Ramadhan dan Bapak Andi, Depo Lokomotif Yogyakarta yang telah berkenan diwawancarai dan memberikan instrumen data penelitian kepada penulis.
14. Bapak Suwandi dan Bapak Supriyanto, Balai Yasa Pengok Yogyakarta, yang telah memberikan izin penelitian kepada penulis.
15. Pusat Keterbukaan Informasi Publik, PT Kereta Api Indonesia (Persero), yang telah memberikan data – data dan informasi kepada penulis.
16. Bapak Ichsan, S.T., dan Ibu Suratmi, S.T., yang telah memberikan bantuan dalam banyak hal dan memberikan dukungan kepada penulis.
17. Keluarga besar Masyarakat Ilmuwan dan Teknolog Indonesia (MITI), Sensei Edi, Kak Elmo, Miss Iin, Pak Fawzy, Kak Eqwar, Mbak Lulu, dll., yang telah memberikan motivasi dan semangat kepada penulis.
18. Mentorku, Kak Dony Candra Wijaya Putra, S.Si., yang telah memberikan bimbingan konseling dan mentransfer semangat kepada penulis.
19. Kak Kholish, Kak Azin, dan Mas Fatah, yang telah membantu diskusi dalam pengolahan data penelitian.
20. Kak Zii, Kak Azin, Mbak Intan, Mbak Firda, Mbak Aci, dan Febri, Tim Beasiswa Inovator Muda Nusantara, BMKA

Salman ITB, yang telah memberikan dukungan kepada penulis.

21. Keluarga Besar Beasiswa Aktivis Salman 2022/2023, yang telah memberikan pembinaan dan dukungan kepada penulis.
22. Sahabat-sahabatku *sisterhoodtodeen*, yang memberikan motivasi untuk selalu ambis dan berprestasi, serta berlomba-lomba dalam kebaikan.
23. Keluarga Besar Forum Kajian Islam dan Sains Teknologi (FKIST), tempat berproses yang selalu memberikan dukungan atas pilihan-pilihan penulis.
24. Seluruh teman – teman Program Studi Matematika angkatan 2019 yang telah memberikan dukungan satu sama lain.
25. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat banyak kesalahan dan kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan segala bentuk kritik dan saran yang membangun bagi pembaca skripsi ini untuk disempurnakan kemudian hari. Semoga penulisan skripsi ini memberikan manfaat dan menambah wawasan bagi penulis pribadi maupun pihak lain.

Yogyakarta, 06 Agustus 2023

Penulis

DAFTAR ISI

JUDUL SKRIPSI	i
SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI/TUGAS AKHIR	iii
PENGESAHAN TUGAS AKHIR	iv
SURAT PERNYATAAN KEASLIAN.....	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
HALAMAN MOTTO	viii
PRAKATA.....	ix
DAFTAR TABEL.....	xvi
DAFTAR GAMBAR	xvii
INTISARI.....	xxi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1. Latar Belakang Masalah.....	1
1.2. Rumusan Masalah	10
1.3. Tujuan Penelitian.....	11
1.4. Manfaat Penelitian.....	11
1.5. Batasan Masalah.....	12
1.6. Tinjauan Pustaka	13
1.7. Metodologi Penelitian	20
1.8. Sistematika Penulisan.....	24
BAB II LANDASAN TEORI.....	26
2.1. Kereta Api	26
2.2. Kereta Api Taksaka	28
2.3. Pemodelan Matematika	30
2.4. Persamaan Differensial.....	34
2.5. Klasifikasi Persamaan Diferensial Orde Pertama.....	37
2.6. Metode Optimasi Analitis	41
2.6.1. Optimasi Nonlinear Satu Variabel tanpa Kendala	41
2.6.2. Optimasi Nonlinear Multivariabel tanpa Kendala	44

2.7.	Optimasi Numerik	46
2.8.	Solusi dengan Metode Pengali Lagrange	48
2.8.1.	Optimasi Multivariabel dengan Kendala Kesamaan 48	
2.8.2.	Optimasi Multivariabel dengan Kendala Pertidaksamaan	53
2.8.3.	Metode Pengali Lagrange dengan Dua Kendala...	57
2.9.	Kondisi Karush-Kuhn-Tucker	60
2.10.	<i>Extrema of Functional</i> dengan Beberapa Fungsi Independen	72
2.11.	Pontryagin's Minimum Principle (PMP).....	76
2.12.	Teori Kontrol Optimal	88
2.12.1.	Kondisi Perlu untuk Kontrol Optimal.....	89
2.12.2.	Kondisi Perlu untuk Masalah Umum.....	92
2.13.	Kontrol Energi Minimal.....	95
2.14.	Energi yang Bekerja pada Kereta Api	97
2.14.1.	Daya (<i>Power</i>)	97
2.14.2.	Konservasi Energi	97
2.15.	Efisiensi Energi.....	98
2.16.	Metromiser.....	100
2.17.	Sistem Propulsi pada Kereta Api	101
2.18.	Sistem Traksi	103
2.19.	Sistem Pengereman.....	105
BAB III PEMBAHASAN.....		110
3.1.	Pemodelan Kereta Api.....	110
3.1.1.	Model energi mekanik.....	113
3.1.2.	Model konsumsi bahan bakar.....	117
3.1.3.	Kereta api dengan massa terdistribusi.....	119
3.2.	Strategi mengemudi yang optimal.....	123
3.2.1.	Analisis Pontryagin dari model energi mekanik pada jalur yang rata.....	123

3.2.2.	Analisis Lagrange dari model konsumsi bahan bakar pada jalur yang rata.....	126
3.3.	Strategi mengemudi yang optimal dalam praktik.....	134
3.3.1.	Kecepatan penahanan (<i>speedholding</i>).....	134
3.3.2.	Kecepatan awal dan akhir bukan nol	140
3.3.3.	Perjalanan tipe optimal dengan batasan kecepatan	141
3.3.4.	Perjalanan tipe optimal di trek <i>non-level</i>	146
3.4.	Pengaplikasian.....	150
BAB IV HASIL PENELITIAN DAN ANALIS DATA.....		152
4.1.	Profil lokasi penelitian.....	152
4.2.	Presentasi Hasil	156
4.3.	Hasil Eksperimen	166
4.4.	Profil Mengemudi yang Optimal KA Taksaka.....	167
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....		183
5.1.	Kesimpulan.....	183
5.2.	Saran	185
DAFTAR PUSTAKA		186
LAMPIRAN.....		192
CURRICULUM VITAE		215

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1. Data Teknis KA Taksaka	157
Tabel 4.2. Profil lengkap ketinggian stasiun relasi Yogyakarta-Gambir.....	160
Tabel 4.3. Skema fase mengemudi relasi Yogyakarta – Gambir	167
Tabel 4.4. Ilustrasi Kecepatan KA Taksaka dengan Metode Kuadratik.....	171
Tabel 4.5. Waktu kedatangan dan keberangkatan tiap stasiun berdasarkan GAPEKA 2023	174
Tabel 4.6. Ilustrasi Konsumsi Energi dan Konsumsi Bahan Bakar KA Taksaka.....	177
Tabel 4.7. Ilustrasi nilai-nilai efisiensi energi KA Taksaka.	179

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Diagram Alir Metodologi Penelitian.....	23
Gambar 2.1. Pembagian kereta api dengan masa terdistribusi	28
Gambar 2.2. Kereta Api Taksaka.....	29
Gambar 2.3. Tingkat abstraksi dalam pengembangan model	31
Gambar 2.4. Alur tahapan penyusunan model matematik	33
Gambar 2.5. Representasi bergambar kerangka optimisasi numerik.	47
Gambar 2.6	57
Gambar 2.7. Himpunan Convex dengan solusi optimal untuk (v)	70
Gambar 2.8. Ilustrasi fungsi x^* dan variasinya.....	78
Gambar 2.9 Diesel Elektrik dengan Transmisi DC-DC.....	102
Gambar 2.10 Diesel Elektrik dengan Sistem Transmisi AC-DC	103
Gambar 2.11 Skema Sistem Pengereman	106
Gambar 2.12 Skema pengereman udara otomatis.....	107
Gambar 2.13 Diagram electric digital command air brake	108
Gambar 2.14 Diagram pengereman dinamik	109
Gambar 3.1. Skema Aliran Energi pada kereta.....	112

Gambar 3.2 skema titik masa kereta dengan diasumsikan kereta berjalan pada jalur yang rata dengan kemiringan gradien 0°	115
Gambar 3.3 Skema percepatan gradien dalam jalur datar. ..	116
Gambar 3.4 Profil kecepatan optimal untuk perjalanan sederhana.	130
Gambar 3.5 Profil perjalanan optimal dengan kecepatan penahanan (<i>speedholding</i>).....	132
Gambar 3.6 Konstruksi perjalanan dengan batasan kecepatan.	145
Gambar 4.1 Lokasi Balai Yasa Pengok, Yogyakarta.....	152
Gambar 4.2 Kantor Balai Yasa Pengok, Yogyakarta	153
Gambar 4.3. Lokasi Depo Lokomotif Yogyakarta.....	155
Gambar 4.4. Konstruksi Perjalanan KA Taksaka berdasarkan kecepatan setiap fase-nya.....	169
Gambar 4.5. Profil Perjalanan Optimal dengan Fase <i>Speedholding</i>	176
Gambar 4.6 Profil Mengemudi Optimal dengan Fase Kombinasi	177
Gambar 4.7. Ilustrasi Konsumsi Bahan Bakar pada KA Taksaka	179
Gambar 4.8. Ilustrasi Efisiensi Energi pada KA Taksaka....	181

DAFTAR LAMBANG

Simbol – simbol yang digunakan dalam skripsi ini memiliki makna masing – masing sebagai berikut,

Notasi	Keterangan
$v = \dot{v}(x)$: Kecepatan kereta
$u = \dot{u}(x)$: Percepatan terkendali
$r(v)$: Percepatan resistif
$g(x)$: Percepatan gradien
$j = \dot{j}(x)$: Pengaturan kontrol
$f(j)$: Tingkat pasokan bahan bakar untuk pengaturan kontrol
H	: Konstanta proporsionalitas
$K(j)$: Akselerasi pengereman untuk pengaturan kontrol
$\varphi_j(v)$: Akselerasi kereta yang terkontrol untuk pengaturan (j) dan kecepatan kontrol (v)
M	: Massa kereta api

- $\rho(s)$: Massa per satuan panjang pada jarak (s)
dari depan kereta
- S : Panjang kereta api.
- $\xi_{k+1} = x_{k+1} - x_k$: Panjang interval (x_k, x_{k+1})
- $j(k+1)$: Pengaturan kontrol pada interval
 (x_k, x_{k+1})
- τ_{k+1} : Waktu yang diperlukan untuk melintasi
interval (x_k, x_{k+1})
- T : Waktu yang diperbolehkan untuk
perjalanan
- λ, μ : Pengali Lagrange (bernilai non-negatif)

INTISARI
OPTIMASI DIMENSI HINGGA MENGGUNAKAN
PENGALI LAGRANGE UNTUK KONTROL EFISIENSI
ENERGI PADA KERETA API TAKSAKA

Oleh
RIVANA NUR HAMIDAH
19106010036

Kereta api merupakan salah satu moda transportasi yang cukup digemari oleh penduduk Indonesia dalam kaitannya mobilisasi. Penelitian dengan topik kereta api sudah dilakukan sejak tahun 1800 di Benua Eropa. Sejarah perkeretaapian di Indonesia sendiri dilatarbelakangi oleh Belanda yang pernah berkuasa selama lebih kurang 350 tahun. Kereta api sebagai moda transportasi memberikan kemudahan dalam mobilisasi antar kota dan memberikan kemudahan dalam langsir logistik. Ketepatan waktu, keterjangkauan harga tiket, dan efektivitas moda transportasi kereta api menjadikannya unggul daripada moda transportasi lainnya. Kereta api sebagai benda bergerak tentu memiliki dinamika yang cepat berubah setiap waktunya, oleh karenanya penelitian tugas akhir ini mengambil objek kereta api. Penelitian ini berfokus untuk menemukan nilai efisiensi energi dengan studi kasus KA Taksaka dengan memodifikasi mode mengemudinya sehingga ditemukan mode mengemudi optimal. Penelitian ini melibatkan metode pengali Lagrange untuk menganalisis dinamika yang terjadi pada kereta api dan melibatkan simulasi numerik untuk perhitungannya. Melalui pemodelan matematika dan analisis fungsi – fungsi kompleks yang menyangkut kereta api, di akhir penelitian dapat mencapai nilai – nilai efisiensi energi sebagai bentuk pertimbangan untuk mengoptimalkan dinamika kereta api. Hubungan antara strategi mengemudi yang optimal dan tercapainya efisiensi energi menjadi fokus dalam penelitian tugas akhir ini, di mana fase – fase yang diterapkan saat mengemudi sangat mempengaruhi dinamika energi yang bekerja pada sistem perkeretaapian.

Kata kunci: Optimasi, Pengali Lagrange, Teori Kontrol, Pemodelan, Efisiensi

ABSTRACT

DIMENSIONAL OPTIMIZATION USING LAGRANGE MULTIPLIER FOR ENERGY EFFICIENCY CONTROL IN TAKSAKA TRAIN

By

RIVANA NUR HAMIDAH

19106010036

The train is one of the transportation modes favored by the Indonesian population for mobility. Research on the topic of trains has been conducted since the 1800s in Europe. The history of railways in Indonesia is rooted in the Dutch colonial period, which lasted for approximately 350 years. Trains, as a mode of transportation, provide convenience for intercity mobility and facilitate the movement of logistics. Punctuality, ticket affordability, and the effectiveness of train transportation make it superior to other modes of transportation. As a moving entity, trains undergo rapid dynamics that change over time; hence, this final project focuses on trains as the subject of study. The research aims to identify energy efficiency values using the case study of the Taksaka Train, modifying its driving mode to find the optimal driving mode. The study employs the Lagrange multiplier method to analyze the dynamics occurring within the train and involves numerical simulations for calculations. Through mathematical modeling and analysis of complex functions related to trains, the research concludes by obtaining energy efficiency values as considerations for optimizing train dynamics. The relationship between optimal driving strategies and achieving energy efficiency is the focus of this final project, where the applied driving phases significantly influence the energy dynamics that operate within the railway system.

Keywords: Optimization, Lagrange Multiplier, Control, Modeling, Efficiency

BAB I

PENDAHULUAN

1.1.Latar Belakang Masalah

Pertumbuhan penduduk di Indonesia dalam kurun waktu 1961-2020 mengalami kenaikan sebesar 3 (tiga) kali lipat dari sensus yang dilakukan pada tahun 1961 (Tusianti, 2020). Penambahan persentase kenaikan jumlah penduduk mendorong semakin kompleksnya permasalahan yang dihadapi oleh bangsa Indonesia. Proses demografi penduduk dalam hal urbanisasi sangat terpengaruh oleh kebijakan politik yang sedang berlaku. Secara politik pemerintah pusat memberikan kewenangan terhadap pemerintah daerah berupa otonomi daerah (Katherina, 2023). Pemerintah daerah memiliki kewenangan untuk menentukan besarnya upah minimal kerja (UMK). Akibatnya, proses migrasi penduduk tidak terhindarkan, di mana mereka bertujuan mengadu nasib ke wilayah yang memberikan kesempatan kerja lebih besar dengan gaji yang relatif tinggi, di mana dalam wilayah/ kota tersebut industrinya mengarah ke industri sekunder dan tersier.

Urbanisasi memiliki arti yaitu proses terjadinya perpindahan penduduk dari pedesaan menuju ke perkotaan (Tjiptoherijanto, 1999). Permasalahan yang semakin kompleks setiap periode waktunya, ketidakstabilan politik, dan perubahan perekonomian menjadi hal-hal yang cukup berpengaruh terhadap kegiatan urbanisasi. Oleh karenanya, fenomena urbanisasi di Indonesia sendiri menjadi sebuah topik yang sangat menarik untuk diteliti secara berkelanjutan karena sifatnya yang sangat dinamis.

Proses urbanisasi tersebut tidak lepas dari peran teknologi transportasi yang memudahkan mobilitas berpindahnya dari satu kota ke kota lainnya. Moda transportasi di Indonesia sendiri sudah lengkap, mulai dari transportasi jalan, transportasi udara, transportasi kereta api, dan transportasi air (Setijadi, 2023). Beragamnya moda transportasi tersebut tentu memiliki karakteristik, kelebihan, dan kelemahan masing-masing. Namun, secara keterjangkauan seluruh lapisan masyarakat, jenis moda transportasi yang digunakan adalah transportasi jalan dan transportasi kereta api, untuk mobilitas di dalam pulau. Moda transportasi kereta api dan transportasi jalan memiliki aksesibilitas

yang tinggi baik untuk pekerja, perantau, maupun pelajar. Biaya perjalanan yang relatif murah dan terjangkau menyebabkan kedua moda tersebut cukup digemari beberapa tahun terakhir, utamanya moda transportasi kereta api (Irpan, 2016).

Berdasarkan data yang dirilis oleh Badan Pusat Statistik tentang jumlah penumpang kereta api, dalam rentang 4 (empat) tahun terakhir (dari 2018 ke 2022) menunjukkan peningkatan, yaitu sebesar 116,53% (BPS, 2022). Kenaikan jumlah peminat pengguna kereta api ekuivalen dengan meningkatnya Pendapatan Domestik Bruto (PDB) dari sektor transportasi. Meskipun demikian, dalam penggunaan kereta api sebagai moda transportasi umum yang terjangkau oleh masyarakat, memerlukan efisiensi secara ketat agar tidak mengalami kerugian baik dari sisi perawatan, operasional maupun sisi biaya perjalanan.

Penelitian tentang kereta api sendiri sudah dilakukan dari tahun 1800 di Benua Eropa. Penelitian pertama dilakukan oleh Stephenson yang mengamati tentang perilaku kinematik kereta api, di mana profil roda berbentuk silinder diganti menjadi profil roda berbentuk kerucut (Knothe, 2017). Penelitian selanjutnya

dilakukan oleh Ferdinand Redtenbacher yang mencoba menjelaskan perilaku rangkaian roda pada lintasan dan diskemakan dalam kurva negosiasi. Pada abad ke-19, Johann Klingel menerbitkan karya ilmiah tentang “*Über den Lauf von Eisenbahnfahrzeugen auf gerader Bahn*” tentang menjalankan kereta pada lintasan lurus. Teori Stephenson dapat dijelaskan secara analitis oleh Klingel, dengan menjelaskan mengenai panjang gelombang gerak atau gerak sinusoidal (*hunting motion*), tetapi terkait stabilitas dari gerak ini belum mampu terselesaikan. Kemudian Christoph Boedecker memperkenalkan hubungan kinematik dalam kontak roda-roda, serta memperkenalkan hubungan fisik dalam bentuk Hukum Coloumb dalam formulasi lokal, dengan kesimpulan kendaraan rel selalu berjalan dalam keadaan tidak stabil, hanya flensa roda yang memastikan tidak terjadi pergelinciran (Knothe, 2017). Selanjutnya, terkait perlakuan yang benar atas gerak sinusoidal mampu dijelaskan oleh Frederick William Carter (1915) dengan menggunakan hukum intuitif dan diperjelas kembali dalam disertasi Hans Fromm (1927) terkait prinsip-prinsip masalah kontak bergulir tangensial.

Selama perang dunia kedua, penelitian terkait stabilitas kendaraan rel mengalami stagnasi. Setelah perang dunia berakhir, Jerman mulai mengembangkan kendaraan rel berkecepatan tinggi. Sedangkan, Jepang di tahun 1946 mengirimkan 120 ilmuwan untuk memajukan penelitian mendasar tentang transportasi kereta api berkecepatan tinggi. Hal serupa juga dilakukan oleh perusahaan SNCF (*French National Railway Company*) yang berasal dari Perancis untuk mengembangkan kereta api berkecepatan cepat di tahun 1955. Penelitian interdisipliner untuk memecahkan masalah dinamika kereta secara berkelanjutan dilakukan oleh berbagai negara, hingga Carl Theodor Muller (1969) mampu menjelaskan terkait *hunting problem*. Dalam presentasi ilmiahnya, Muller dengan jelas membedakan antara vibrasi paksa dan vibrasi bebas, serta *self-excited* yang terjadi saat kecepatan dinaikkan. Setelahnnya, Jerman giat meneliti, tiga fokus area yang dirisetkan yaitu jalur area, kendaraan area, dan interaksi area kendaraan dan trek. Ketika Jepang dan Perancis sudah mengoperasikan kereta cepat, Jerman lebih memperhatikan terkait dasar-dasar stabilitas berjalan dan mekanika kontak. Industri

federal Jerman dengan investigasinya menghasilkan fakta bahwa industri memperoleh alat untuk merancang kendaraan rel, sebuah rig uji untuk seluruh kendaraan rel (terletak di München Freimann), sebuah kendaraan uji *Intercity-Experimental* (ICE), dan tentang konsep mekanika kontak dasar dan investigasi stabilitas linier dan nonlinier (Knothe, 2017).

Penelitian bertopik kendaraan rel tidak berhenti begitu saja, sampai saat ini masih dilakukan riset, salah satunya terkait optimalisasi penggunaan energi untuk menggerakkan kereta agar lebih efisien. Oleh karena itu, akan dilakukan penelitian secara lebih jauh untuk menemukan formula yang tepat dengan pemodelan, agar industri kereta api di Indonesia lebih optimal, hemat energi, dan inovatif.

Indonesia sebagai salah satu negara anggota PBB memiliki kewajiban untuk mewujudkan SDGs (*Sustainable Development Goals*) 2030. Tujuan secara umum dari adanya SDGs 2030 adalah pembangunan yang menjaga peningkatan kesejahteraan ekonomi masyarakat secara berkelanjutan, pembangunan yang menjaga keberlanjutan kehidupan sosial masyarakat,

pembangunan yang menjaga kualitas lingkungan hidup, serta pembangunan yang menjamin keadilan dan terlaksananya tata kelola yang mampu menjaga peningkatan kualitas hidup dari satu generasi ke generasi berikutnya (Bappenas, 2023). Secara khusus yang menjadi landasan dalam pengerjaan tugas akhir ini pada tujuan ketujuh yaitu, energi bersih dan terjangkau (*Affordable and Clean Energy*).

Selain terkait tujuan SDGs, Indonesia memiliki visi logistik 2025 yang berusaha untuk mengoptimalkan sektor logistik yang secara domestik terintegrasi antar pulau dan secara Internasional terhubung dengan ekonomi utama dunia dengan efisien dan efektif. Sehingga akan meningkatkan daya saing nasional untuk sukses dalam era persaingan rantai suplai dunia (Irpriana, 2016). Sedangkan strategi untuk mencapai visi logistik tersebut salah satunya yaitu, peningkatan transportasi multimoda berupa transportasi jalan, kereta api, transportasi laut, dan transportasi udara yang perlu ditingkatkan dan dioptimalkan (Sony, 2016).

Berdasarkan dua skema nasional di atas, penelitian dalam skripsi ini memiliki tujuan yang berkelanjutan untuk mencapai

point ke tujuh SDGs dan mencapai visi logistik transportasi multimoda kereta api. Transportasi sebagai topik yang sangat dinamis memberikan ruang penelitian yang sangat luas. Salah satunya moda transportasi kereta api, dimana untuk mewujudkan energi yang bersih maka diperlukan efisiensi penggunaan kendaraan pribadi menjadi menggunakan kendaraan umum. Melalui transportasi umum, emisi karbon, polusi udara, dan penggunaan bahan bakar fosil dapat diminimalkan.

Penelitian tugas akhir ini memilih menggunakan teori optimasi dimensi hingga karena memiliki tujuan untuk mencapai efisiensi energi yang optimal. Teknik optimasi klasik dipilih untuk menyelesaikan pemodelan matematika untuk dinamika kereta api karena cenderung lebih mudah untuk dipahami dan diterapkan baik secara perhitungan biasa maupun perhitungan numerik. Metode pengali Lagrange sebagai salah satu bagian dari teknik optimasi klasik dipilih sebagai metode utama dalam penelitian tugas akhir ini karena metode Lagrange memberikan batasan atau kelas kontrol tertentu untuk menyelesaikan permasalahan yang

kompleks, serta lebih mudah diaplikasikan untuk menyelesaikan data – data penelitian.

Kereta Api Taksaka dipilih sebagai objek penelitian karena okupansinya yang cukup tinggi dan mejadi kereta yang digemari banyak kalangan, khusunya kalangan milenial. Berdasarkan data yang dirilis oleh PT Kereta Api Indonesia (Persero), pada periode Januari s.d. Juni 2022 pelanggan KA Taksaka 58% -nya di dominasi oleh pelanggan berusia 12-41 tahun (KAI, Sambut HUT Ke-77, KAI Hadirkan Hype Trip KA Taksaka Bagi Kaum Milenial, 2022). Selain itu, dipilihnya KA Taksaka karena kereta api ini memiliki relasi stasiun dari stasiun Yogyakarta dengan pemberhentian akhir di stasiun Gambir. Kedua stasiun tersebut termasuk menjadi stasiun keberangkatan dan stasiun kedatangan favorit pelanggan KAI baik pelanggan lokal maupun turis dan atau wisatawan. Berdasarkan relasi antar kedua stasiun tersebut memberikan ruang penelitian yang menarik baik dari sisi dinamika sosial dan ekonomi maupun dari sisi dinamika teknik perjalanannya. KA Taksaka sebagai salah satu ikonik yang menjadi penambah daya jual PT KAI memiliki jam operasional di

pukul 08:45-15:09 (untuk KA Taksaka 67), 20:55-03:18 (untuk KA Taksaka 69). Penentuan jam operasional tersebut tentu sangat strategis bagi wisatawan domestik ataupun wisatawan luar dan juga untuk di bidang profesional. KA Taksaka untuk setiap keretanya memiliki 50 tempat duduk, dengan jumlah kereta untuk setiap perjalanan yaitu \pm delapan rangkaian kereta ditambah dengan *sleeper train*. Berdasarkan pertimbangan – pertimbangan tersebut menjadi latar belakang dalam penyelesaian tugas akhir ini, karena dalam pemodelan matematika yang digunakan dan teknik optimasi yang digunakan sangat memperhitungkan batasan waktu dan batasan jarak untuk mengetahui keefektifan energi pada kereta dan validasi model dinamika kereta, untuk kemudian dapat dirumuskan secara umum dan memberikan manfaat secara lebih luas.

1.2.Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang telah diuraikan di atas, kemudian dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana penerapan konsep metode pengali Lagrange dapat mencapai efisiensi energi yang optimal pada kereta api?
2. Bagaimana pengaruh fase strategi mengemudi yang diterapkan dalam perjalanan kereta api terhadap efisiensi energi yang optimal pada kereta api

1.3.Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan tugas sarjana ini adalah sebagai berikut:

1. Membuat pemodelan matematika tentang efisiensi energi pada kereta api.
2. Melakukan validasi pemodelan efisiensi energi kereta api dengan simulasi numerik.
3. Mengetahui optimasi formulasi untuk memperoleh efisiensi energi pada kereta api.

1.4.Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian dan penulisan tugas sarjana ini adalah sebagai berikut:

1. Menghasilkan pemodelan matematis untuk efisiensi energi pada kereta api.

2. Memberikan pengetahuan kepada pembaca mengenai analisis dinamika pemodelan untuk efisiensi energi pada kereta api.
3. Menghasilkan bahan pertimbangan untuk PT. Kereta Api Indonesia dalam mengefisiensikan penggunaan energi baik energi diesel maupun energi listrik beserta kaitannya dengan sistem juga dinamika kereta agar mampu memaksimalkan pasokan bahan bakar yang tersisa dalam sekali perjalanan pengoperasian kereta api. Sehingga memberikan ruang dukungan dari pihak PT KAI untuk turut serta dalam upaya mencapai poin ke tujuh SDGs.

1.5.Batasan Masalah

1. Pemodelan kereta api mempertimbangkan energi yang terjadi pada sistem traksi (*traction system*) dan saat pengereman dilakukan.
2. Pemodelan kereta api mempertimbangkan kontrol perilaku kereta yang dinamis.
3. Fungsi input dalam pemodelan ini adalah energi diesel dan fungsi outputnya adalah perubahan posisi kereta.

4. Analisis implementasi dari konsep teori kontrol dalam pemodelan ini menggunakan konsep metode Pengali Lagrange.
5. Variabel keadaan yang dikenakan dalam persamaan sistem berupa variabel waktu dan variabel kecepatan, sedangkan variabel bebasnya berupa variabel jarak.

1.6.Tinjauan Pustaka

Phil Howleet (1990), mempublikasikan penelitiannya tentang Strategi Optimal Untuk Mengendalikan Kereta Api. Bersama rekannya, Milroy, mereka memperkenalkan formula untuk meminimalkan konsumsi energi untuk perpindahan kereta dari satu lokasi ke lokasi lainnya. Formula tersebut memiliki batasan berupa kecepatan, waktu perjalanan, dan jarak antar stasiun. Asumsi yang digunakan dalam artikel ini yaitu, bahwa akselerasi maksimum yang di terapkan ditentukan dan hanya akselerasi positif yang menghabiskan energi $(u_+(t) = \frac{[u(t) + |u(t)|]}{2})$.

Kemudian Prinsip Minimum Pontryagin digunakan dalam artikel ini untuk memperoleh profil kecepatan dasar yang disarankan

sebagai strategi optimal, yaitu strategi yang memungkinkan ditentukan oleh satu parameter bilangan real. Langkah awalnya yaitu menuliskan persamaan untuk meminimalkan fungsi biaya, menentukan strategi optimal alami dengan menetapkan fungsi turunan adjoint dan fungsi Hamilton, sehingga percepatan optimal dikondisikan semakin menurun dengan berlalunya waktu.

Kesimpulannya, strategi optimal melibatkan tingkat percepatan konstan yang diterapkan berturut-turut dengan setiap tingkat berikutnya kurang dari yang sebelumnya dan dengan tingkat yang diperbolehkan terbatas pada titik di mana kemiringan fungsi linear berubah. Jika diberikan kecepatan maksimum perjalanan optimal, maka dalam artikel ini menunjukkan bahwa parameter bilangan real tunggal menentukan perjalanan keseluruhan. Nilai yang sesuai dari parameter ini dapat ditentukan dengan memenuhi persyaratan jarak dan perjalanan akan dianggap layak jika batasan waktu tidak dilanggar. Tidak ada metode khusus yang disarankan untuk penentuan parameter dan penelitian lebih lanjut dapat dilakukan untuk mengembangkan prosedur numerik yang efisien. Dalam kasus masalah yang lebih umum di mana

fungsi tidak linier satu per satu, maka dapat mengasumsikan bahwa perkiraan perjalanan optimal dapat diperoleh dengan menggunakan pendekatan linier satu per satu terhadap fungsi.

Penerapan Kecepatan Kritis untuk Meminimalkan Konsumsi Bahan Bakar dalam Pengendalian Kereta Api merupakan publikasi penelitian Phil Howlett (1992). Artikel ini membahas mengenai pengaturan strategi tipe optimal untuk meminimalkan konsumsi energi menggunakan pengaturan Diskrit Thorttle tertentu yang memungkinkan dan bahwa setiap pengaturan menentukan tingkat pasokan bahan bakar yang konstan. Menggunakan pengaturan Diskrit Thorttle tertentu, konsumsi bahan bakar mampu diminimalkan saat kecepatan mencapai salah satu nilai kritis. Artikel ini menguatkan pendapat Milroy sebelumnya yang berkaitan dengan Prinsip Maksimum Pontryagin. Howlett berpendapat bahwa strategi optimal dapat diterapkan dengan kondisi tambahan yang diterapkan pada profil kecepatan dan biaya fungsional dapat digeneralisirkan.

Selain itu, dalam artikel ini dikenalkan mengenai Metromiser yaitu, komputer yang mampu memberikan saran kepada masinis

terkait strategi mengemudi agar bahan bakar yang digunakan efisien. Metromiser dibuat berdasarkan pengaturan Diskrit Thorttle yang dapat diubah dari waktu ke waktu selama perjalanan. Asumsi yang digunakan dalam artikel ini yaitu, bahwa daya yang dikembangkan oleh kereta api berbanding lurus dengan laju suplai bahan bakar. Konsumsi bahan bakar dapat diminimalkan untuk setiap urutan Diskrit Thorttle tertentu jika pengaturan diubah hanya ketika kecepatan mencapai salah satu nilai kritis. Pengendalian kereta dilakukan dengan mengubah laju pasokan bahan bakar dari waktu ke waktu dan dengan melakukan pengereman. Secara lebih jauh artikel ini ingin menentukan waktu peralihan (*switching*) yang optimal sehingga semua kendala terpenuhi dan strategi biaya perjalanan dapat diminimalkan.

Kesimpulannya strategi tipe optimal bergantung pada dua parameter yang menentukan tiga nilai kritis dari kecepatan. Dengan menyesuaikan nilai kecepatan kritis dapat dipastikan bahwa strategi tersebut layak. Dalam publikasi ini memang mungkin untuk menduga bahwa strategi dengan fase *speedholding* dapat memberikan solusi akhir.

Tahun (1994), Phil Howlett mempublikasikan penelitiannya tentang Strategi Mengemudi Optimal untuk Perjalanan Kereta dengan Batas Kecepatan. Dalam makalah ini memuat tentang kondisi ideal kendaraan dapat meminimalkan penggunaan bahan bakar. Diasumsikan kereta berjalan dalam trek yang lurus dan rata dengan menerapkan batas kecepatan di beberapa jalur, serta perjalanan harus diselesaikan dalam waktu tertentu. Strategi yang optimal memerlukan daya penuh (*full power*), kecepatan menahan (*speed-holding*), meluncur (*coasting*), dan pengereman penuh (*full braking*). Efisiensi bahan bakar dengan sistem perhitungan mengemudi yang optimal dapat diterapkan untuk perjalanan kereta api di pinggiran kota dan perjalanan kereta jarak jauh yang telah dijadwalkan. Dalam artikel ini, penghematan bahan bakar sebesar 20% mampu dilakukan apabila jalur perjalanannya merupakan jalur datar dan cukup berdampak juga pada efisiensi ketepatan waktu. Pendekatan Kontrol Diskrit digunakan untuk mempertimbangan sisi kendaraan agar diperoleh perjalanan optimal.

Dalam artikel ini Milroy menggunakan aplikasi heuristik Prinsip Minimum Pontryagin untuk mendapatkan kondisi perjalanan yang meminimalkan energi mekanik yang diberikan selama gaya traksi. Selanjutnya dengan menetapkan fase lurus, fase tenaga, dan fase pengereman sebagai kontrol maka profil kecepatan dimungkinkan untuk menemui perjalan tipe optimal dengan meminimalkan bahan bakar yang dihitung menggunakan fungsi Lagrange.

Tahun (1995), Phil Howlett mempublikasikan penelitiannya tentang Kontrol Kereta Hemat Energi. Dalam artikelnya mendeskripsikan dan mendiskusikan hasil dari program penelitian dan pengembangan sistem kontrol oleh *Scheduling and Control Group, University of South Australia*. Tujuan penelitian artikel ini yaitu untuk mengeksplorasi penerapan teori kontrol optimal pada kontrol waktu nyata kendaraan kereta api dalam layanan operasional normal, serta untuk memodelkan kinerja kereta api dan kemudian mengendalikannya untuk meminimalkan biaya energi atau bahan bakar, sesuai dengan berbagai kendala operasional yang realistis. Kesimpulan dari artikel ini yaitu metode kontrol

yang optimal berhasil diterapkan pada kontrol kendaraan kereta api secara *real-time*, dimana Metromiser telah menunjukkan penghematan energi yang signifikan dan ketepatan waktu yang lebih baik.

Berdasarkan penelitian dan publikasi yang dilakukan oleh Profesor Phil Howlett, utamanya dari publikasi ‘Kontrol kereta hemat energi’ menjadi latar belakang untuk riset dan pengembangan yang disesuaikan dengan kondisi perkeretaapian di Indonesia. Penelitian ini berfokus dalam memahami karakteristik perkeretaapian di Indonesia, baik dari sisi sarana berupa jalur, kondisi geografis, maupun dari sisi dinamika kereta api beserta jenis lokomotif yang digunakan, untuk selanjutnya dilakukan optimasi kontrol dalam upaya mencapai efisiensi energi terhadap dinamika yang terjadi pada kereta api. Studi kasus yang menjadi objek penelitian tugas akhir ini yaitu Kereta Api Taksaka 67.

Pemilihan KA Taksaka 67 sebagai objek penelitian tugas akhir ini karena KA Taksaka 67 termasuk kereta kelas eksekutif (K1) yang memiliki peluang besar untuk diteliti terkait efisiensi energi yang memungkinkan. Selain itu, KA Taksaka merupakan

bagian dari DAOP 6 Yogyakarta, sehingga data – data penelitian akan mudah didapatkan. KA Taksaka 67 bukan termasuk kereta PSO (Non – PSO), di mana bahan bakar yang digunakan selama perjalanan tidak mendapatkan bahan bakar bersubsidi dari pemerintah. Pertimbangan lain, jumlah pemberhentian stasiun untuk KA Taksaka 67 sekadar berelasi untuk delapan stasiun, dengan demikian dalam penelitian ini akan lebih mudah untuk mencari efisiensi energi yang optimal, mencari model mengemudi yang optimal, dan mencai nilai konsumsi bahan bakar dapat terilustrasi dengan jelas.

1.7. Metodologi Penelitian

Penelitian tugas sarjana ini merupakan penelitian kuantitatif. Metode penelitian kuantitatif ini merupakan penelitian yang menggunakan data-data berupa angka, kemudian dianalisis sehingga diperoleh hubungan antara variabel-variabel yang diteliti secara sistematis. Adapun data yang digunakan berupa data sekunder yang diperoleh dari sumber yang sudah ada. Dalam tugas sarjana ini, data diperoleh dari inventarisasi dokumen dan wawancara dengan pihak PT KAI, dalam hal ini Balai Yasa

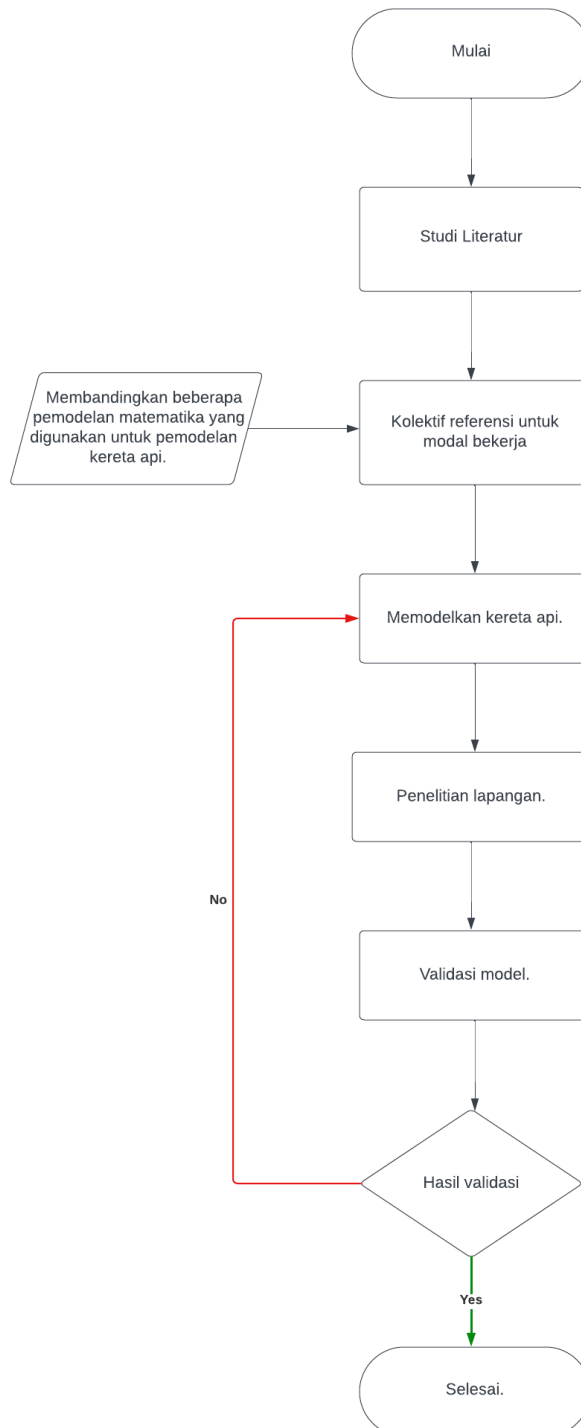
Pengok Yogyakarta dan Depo Lokomotif Yogyakarta, sebagai pihak yang mengoperasikan kereta api. Data tersebut digunakan dalam penelitian tugas sarjana ini untuk dimasukkan ke dalam persamaan pemodelan, serta sebagai bahan untuk dilakukan simulasi secara numerik menggunakan perangkat Python.

Dalam pengerjaan tugas sarjana ini, metodologi penelitian disusun dalam suatu tahapan untuk memperoleh hasil yang diinginkan. Secara garis besar, pengerjaan tugas sarjana ini mencakup studi pustaka, pemodelan matematika, penelitian lapangan, wawancara, dan simulasi numerik. Tahapan-tahapan metodologi penelitian yang digunakan dalam pengerjaan tugas sarjana ini dijelaskan sebagai berikut:

1. Melakukan studi literatur terkait sarana perkeretaapian dan penelitian pemodelan matematika terkait kereta api.
2. Mempelajari referensi-referensi yang telah didapatkan untuk kemudian menjadi modal untuk mengerjakan tugas sarjana ini.
3. Memodelkan kereta api dengan menggunakan model kereta api dari jurnal utama yang dijadikan patokan dalam pengerjaan tugas sarjana ini.

4. Melakukan penelitian lapangan dan validasi model kereta api dengan mempertimbangkan fase luncur (*coasting*), fase kecepatan penahanan (*speedholding*), dan fase pengereman (*braking*).
5. Melakukan simulasi numerik data-data lapangan dengan patokan pemodelan kereta api yang digunakan dengan menggunakan perangkat lunak Python.
6. Mengolah data dan menganalisis hasil simulasi numerik dari pemodelan kereta api dengan berbagai variasi parameter.
7. Menarik simpulan dan merumuskan saran.

Penjelasan di atas dapat disajikan dengan diagram alir (*flowchart*) sebagai berikut:



Gambar 1.1 Diagram Alir Metodologi Penelitian

1.8.Sistematika Penulisan

BAB I : Bab ini membahas mengenai latar belakang masalah, rumusan masalah penelitian, batasan masalah agar penulisan tugas sarjana lebih terfokus, tujuan dan manfaat penelitian, metodologi penelitian dalam menuliskan tugas sarjana ini, tinjauan pustaka yang digunakan dalam melakukan penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II : Bab ini membahas tentang dasar teori yang digunakan dalam penelitian. Dasar teori yang digunakan adalah pemodelan matematika, persamaan diferensial, kontrol optimal, kontrol energi minimal, *extrema of functional* dengan beberapa fungsi independen, *Pontryagin Maximum Principle*, kondisi Karush-Kuhn-Tucker, dan Metromiser.

BAB III : Bab ini membahas mengenai pembentukan pemodelan kereta api dan strategi mengemudi yang optimal.

BAB IV : Bab ini membahas mengenai simulasi numerik dari pemodelan dan pengaplikasian strategi mengemudi yang paling optimal.

BAB V : Bab ini memuat simpulan dan merumuskan saran sebagai bekal untuk penelitian di masa yang akan datang.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dan hasil penelitian sebelumnya tentang optimasi dimensi hingga menggunakan pengali Lagrange dengan objek penelitian KA Taksaka, dapat disimpulkan hal-hal sebagai berikut:

1. Konsep pengali Lagrange merupakan metode optimasi kontrol yang efektif dalam perhitungan pemodelan matematika untuk mencapai efisiensi energi pada kereta api. Meskipun dapat digunakan metode *Pontryagin's Maximum Principle*, tetapi metode pengali Lagrange mampu memecahkan persoalan kompleks dengan memberikan kelas batasan, dalam hal ini batasan jarak dan batasan waktu.
2. Pemodelan matematika untuk memodelkan permasalahan kompleks dalam hal ini kereta api, perlu secara detail untuk memiripkan dengan masalah nyata, sehingga pemodelan yang dibuat tervalidasi dan dapat digunakan secara umum.

Pemodelan matematika dalam penelitian tugas akhir ini didukung dengan konsep – konsep hukum fisika untuk mengisi kekosongan data – data penelitian agar dapat dibuat semirip mungkin dengan kondisi riil.

3. Konsep teori kontrol dan optimasi mampu diaplikasikan untuk mencapai nilai efisiensi energi, meskipun perhitungannya tidak dilakukan secara eksplisit dengan menunjukkan proses matematisnya, tetapi hal itu dilengkapi dengan digunakannya metode numerik agar perhitungannya lebih mudah.
4. Metode pengali Lagrange terbukti mampu mencapai fungsi tujuan untuk mencari nilai efisiensi energi pada kereta api dalam hal ini KA Taksaka, di mana fase mengemudi yang paling optimal untuk mencapai efisiensi energi yang optimal yaitu fase kecepatan penahanan (*speedholding*). sPemodelan matematika dengan objek kereta api perlu dilakukan penelitian secara lebih jauh dengan melibatkan banyak pihak, agar dihasilkan tulisan yang bermanfaat untuk peningkatan kendaraan rel yang mendukung visi – misi Indonesia dan visi – misi global SDGs 2030.

5.2.Saran

Penelitian ini memiliki kekurangan yang perlu disempurnakan dikemudian hari dengan data – data penelitian yang lebih detail dan lengkap, serta dibersamai oleh pihak – pihak terkait yang memiliki ketertarikan yang sama dalam bidang pengoptimasian kereta api. Simulasi – simulasi yang terlampir dalam pembahasan skripsi ini bersifat asumsi, sehingga perlu disesuaikan dengan keadaan riil dilapangan.

DAFTAR PUSTAKA

- Aji, H. N. (2017). *Analisis Performa Traksi dan Perancangan Sistem Pengereman Metro Kapsul*. Bandung: Perpustakaan Digital ITB.
- Asnis, I. A. (1985). SOLUTION OF THE PROBLEM OF THE ENERGETICALLY OPTIMAL CONTROL OF THE MOTION OF A TRAIN BY THE MAXIMUM PRINCIPLE. *Pergamon Journals Ltd.*, 37.
- Bappenas. (2023, 05 17). *Sekretariat Nasional SDGs*. Diambil kembali dari [bappenas.go.id: sdgs.bappenas.go.id](https://bappenas.go.id/sdgs)
- Benjamin, B. R. (1987). Control of railway vehicles for energy conservation and improved timekeeping. *Conference on Railway Engineering* (hal. 41-47). Perth, Western Australia: Proceedings IEA.
- Bidgoli, R. O. (2002). *How To Design Optimization Algorithm By Applying Natural Behavioral Patterns*. Singapore: Bentham Science Publishers Pte. Ltd. Singapore.
- Boyce, R. C. (2000). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. Singapore: John Wiley & Sons, Inc.
- BPS. (2022, November Wednesday, 30th 2022). *Badan Pusat Statistik.html*. Diambil kembali dari <https://www.bps.go.id/>: <https://www.bps.go.id/indicator/17/72/2/jumlah-penumpang-kereta-api.html>
- Bronson, R. (1997). *Operations Research*. New York: Mc-Graw Hill.
- DPRRI. (2023, 02 12). *Undang Undang No 23 tahun 2007*. Diambil kembali dari Google: https://www.dpr.go.id/dokjdi/document/uu/UU_2007_23.pdf

- Earth, G. (2023, 07 19). *Depo Lokomotif Yogyakarta*. Diambil kembali dari google earth: <https://earth.google.com/web/search/dipo+lokomotif+yogyakarta/@-7.78814735,110.36151205,113.3779584a,323.00212075d,35y,88.39891822h,44.99540525t,0r/data=CoQBGloSVAoIMHgyZTdhNTgyNDhmMDU3OTRiOjB4M2Y1YWYzOWNjN2I4YTU2NhkJufcVECcfwCGUo1sKI5dbQCoZZGlwbyBsb2tvbW>
- Earth, G. (2023, 07 19). *Djam Koeno Balai Yasa Pengok*. Diambil kembali dari google earth: <https://earth.google.com/web/search/balai+yasa+pengok+yogyakarta/@-7.78758508,110.38307994,117.22598085a,701.26881671d,35y,0h,0t,0r/data=CocBGl0SVwolMHgyZTdhNTk3Njg0ZjMlYmMzOjB4YzhIZDMxMzcwNDUzMzE2OBkbNRWYBCYfwCH8ubJVk5hbQCocRGphbSBLb2VubyBCYWxhaSBZYXNhIF>
- Electronics, W. D. (2022, December 8th). *Wabtec*. Diambil kembali dari LOCOTROL Distributed Power: <https://www.wabteccorp.com/digital-electronics/train-performance-and-automation/locotrol/locotrol-distributed-power>
- Hamali, A. (2023, 06 16). *academia.edu*. Diambil kembali dari academia.edu: https://www.academia.edu/4867563/traksi_dan_transportasi_listrik
- Handoko, Y. A. (2020). Introduction to Railway Vehicle. Dalam S. P. Yunendar Aryo Handoko, *Introduction to Railway Vehicle* (hal. 4-33). Bandung: -.
- Howlett, C. J. (1993). A note on the Calculation of Optimal Strategies for the Minimisation o Fuel Consumption in the Control of Trains. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1732-1733.

- Howlett, e. a. (1993). Determination of Optimal Driving Strategies for the Control of a Train. *Proceedings CTAC* (hal. 241-248). New York City: Springer Link.
- Howlett, P. (1990). An optimal strategy for the control of a train. *Journal of the Australian Mathematical Society, Series B*, 31, 454-471.
- Howlett, P. (2005). Energy-Efficient Train Control. *Pergamon: Control Engineering*, 4.
- Indonesia, P. K. (2022). *Sambut HUT Ke-77, KAI Hadirkan Hype Trip KA Taksaka bagi Kaum Milenial*. Jakarta: <https://www.kai.id/>.
- INKA, P. (2023, 07 19). *INKA*. Diambil kembali dari <https://www.inka.co.id/product/list/>
- Irpan, T. (2016). Kajian Peningkatan Peranan Transportasi Multimoda dalam Mewujudkan Visi Logistik Indonesia 2025. *Jurnal Manajemen Bisnis Transportasi Dan Logistik*, 70.
- Jiaxin, C. (1992). Application of Critical Velocities to the Minimisation of Fuel Consumption in the Control of Trains. *Automatica*, 165-169.
- KAI, P. (2022). *Sambut HUT Ke-77, KAI Hadirkan Hype Trip KA Taksaka Bagi Kaum Milenial*. Jakarta: kai.id.
- KAI, P. (2023, 07 19). *Balai Yasa Pengok Yogyakarta*. Diambil kembali dari Heritage KAI: <https://heritage.kai.id/page/Balai%20Yasa%20Pengok%20Yogyakarta>
- KAI, P. (2023, 07 20). *Heritage of KAI*. Diambil kembali dari [heritage.kai.id:](https://heritage.kai.id/) <https://heritage.kai.id/page/Balai%20Yasa%20Pengok%20Yogyakarta>

- Katherina, L. K. (2023, 01 30). *Pusat Riset Kependudukan*. Diambil kembali dari [brin.go.id: https://kependudukan.brin.go.id/](https://kependudukan.brin.go.id/)
- Knothe, K. (2017). *Rail Vehicle Dynamics*. Germany: Springer International Publishing.
- Kopp, R. E. (1962). Pontryagin Maximum Principle. *Grumman Aircraft ENGINEERING Corporation*, 256.
- Kurniawan, M. (2023, 02 13). *Model Matematika*. Diambil kembali dari [Lecture UB: http://www.miftakhurrizal.lecture.ub.ac.id/files/2017/03/Model-matematika.pdf](http://www.miftakhurrizal.lecture.ub.ac.id/files/2017/03/Model-matematika.pdf)
- Lauritzen, N. (2013). Undergraduate Convexity. Dalam N. Lauritzen, *Undergraduate Convexity From Fourier and Motzkin to Kuhn and Tucker* (hal. 226-228). United States of America: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Lawrence, D. A. (2007). *Linear State-Space Control Systems*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Luknanto, D. (2000). *Pengantar Optimasi Non Linear*. Yogyakarta: Laboratorium Teknik Sipil UGM.
- Maspupah, S. (2020). Permanenan Energi Listrik dari Energi Mekanik . *e-Proceeding of Applied Science* (hal. 3334). Bandung: Telkom University.
- Milroy, I. P. (1980). *Apect of Automatic Train Control*. UK: Loughborough University PhD Thesis.
- Milroy, T. B. (2000). Metromiser: A System for Conserving Energy and Regulating Punctuality In Urban Rail Services. *IFAC Control in Transportation Systems*, 343.
- Musthofa, M. W. (2021). Pengantar Model Matematika. Dalam M. Dr. Muhammad Wakhid Musthofa, *Handout Pengantar Model Matematika* (hal. 7). Yogyakarta.

- Ndii, M. Z. (2022). Pemodelan Matematika. Dalam M. Z. Ndii, *Pemodelan Matematika* (hal. 17). Pekalongan: PT. Nasya Expanding Management.
- Perkeretaapian, D. J. (2023, 01 30). *Sejarah Perkeretaapian Indonesia*. Diambil kembali dari Kementerian Perhubungan Direktorat Jenderal Perkeretaapian: <https://djka.dephub.go.id/>
- Purwanto. (2006). Sistem Transmisi Lokomotif Diesel. *Momentum*, 9.
- Putra, S. W. (2023, Juny 16). Simulasi Perpindahan Panas Pada Pengereman Kereta Api Menggunakan CFD. Bandung, Jawa Barat, Bandung.
- Ramadhan, R. (2023, 05 30). Penelitian lapangan dan pengambilan data. (R. N. Hamidah, Pewawancara)
- Rao, S. (2009). *Engineering Optimization Theory and Practice*. Canada: John Wiley & Sons, inc.
- Richard Bronson, P. (2006). *Differential Equations*. United States of America: The McGraw- Hill Companies.
- Santoso, A. (2015). Naskah Sumber Arsip Perkeretaapian di Indonesia. Dalam K. A. RI, *Naskah Sumber Arsip Perkeretaapian di Indonesia* (hal. 66). Jakarta: Arsip Nasional RI.
- Setijadi. (2023, 01 30). *Supply Chain Indonesia*. Diambil kembali dari Supply Chain Indonesia: <https://supplychainindonesia.com/>
- Sony, I. (2016). Kajian Peningkatan Peranan Transportasi Multimoda dalam Mewujudkan Visi Logistik Indonesia 2025. *Jurnal Manajemen Bisnis Transportasi Dan Logistik*, 78.
- Steiglitz, C. H. (1998). *Combinatorial Optimization: Algorithm and Complexity*. New York, America: Dover Publications, Inc.

- Stewart, J. (2012). *Multivariable Calculus*. Belmont Canada, USA: Brooks/Cole.
- Taha, H. A. (2017). *Operations Research An Introduction*. London, United Kingdom: Pearson Education Limited.
- Tipler, P. A. (2008). *Physics for Scientist and Engineers*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Tjiptoherijanto, P. (1999). Urbanisasi dan Pengembangan Kota di Indonesia. *Populasi*, 57.
- Tusianti, E. (2020). *Analisis Profil Penduduk Indonesia*. Jakarta, Indonesia: BPS Republik Indonesia.
- Wickens, A. (2003). Fundamental of Rail Vehicle Dynamics. Dalam A. Wickens, *Fundamental of Rail Vehicle Dynamics: Guidance & Stability* (hal. 4). Netherland: Swets & Zeitlinger B.V., Lisse, The Netherlands.
- Wickens, A. H. (2003). Fundamental of Rail Vehicle Dynamics. Dalam *Fundamental of Rail Vehicle Dynamics: Guidance and Stability* (hal. 2). Netherlands: Swets & Zeitlinger B.V., Lisse, The Netherlands.
- Widowati, S. (2003). *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Semarang: UPT Perpustakaan UNDIP.
- Yanuar, R. (2022, December Friday, 9th). *Universitas Pasundan: Institutional repositories & scientific journal*. Diambil kembali dari repository.unpas.ac.id: http://repository.unpas.ac.id/46341/1/Rizki%20Yanuar_143030025_Teknik%20Mesin.pdf
- Zou, Z. M. (2021). *Optimal Control Theory The Variational Method*. Singapore: Springer Nature Singapore Pte, Ltd.
- Yunendar Aryo Handoko, S. P. (2020). Introduction to Railway Vehicle. Dalam S. P. Yunendar Aryo Handoko, *Introduction to Railway Vehicle* (hal. 4-33). Bandung: -.

LAMPIRAN

Lampiran 1

LEMBAR PENELITIAN

Judul Penelitian : Optimasi Dimensi Hingga Menggunakan Pengali Lagrange untuk Kontrol Efisiensi Energi pada Kereta Api Taksaka

Peneliti : Rivana Nur Hamidah

Institusi : Balai Yasa Yogyakarta, DAOP 6 Yogyakarta (dalam hal ini Depo Lokomotif Yogyakarta)

Tanggal Pengumpulan Data : Senin-Selasa, 29-30 Mei 2023

1. Informasi instansi :

Nama Instansi : Balai Yasa Yogyakarta

Alamat : Jl. Kusbini No.1, Demangan,
Kec. Gondokusuman, Kota

Yogyakarta, Daerah Istimewa

Yogyakarta 55221

Kontak :

Nama Instansi : Depo Lokomotif Yogyakarta

Alamat : Jl. Wolter Monginsidi No. 49,
001, Bumijo, Kec. Jetis, Kota
Yogyakarta, Daerah Istimewa
Yogyakarta 55241

Kontak :

2. Informasi Responden :

a. Nama Responden : Rahmat Ramadhan

Jabatan : KR LOSD (Kepala Ruas LOSD)

Bag./Unit Kerja : KUPT Depo Lok Yogyakarta

b. Nama Responden :

Jabatan :

Bag./Unit Kerja :

3. Pertanyaan:

a. Pemodelan yang bagaimana dalam sistem kerja traksi
kereta api?

- b. Bagaimana hubungan keterkaitan antara fase pengereman dan sistem traksi dalam kontrol sistem daya terdistribusi?
- c. Kondisi yang bagaimana, yang harus terpenuhi agar mencapai waktu perjalanan kereta api yang tepat?
- d. Apakah karakteristik sistem traksi pada setiap lokomotif itu sama?
Ya/ jika berbeda, letak perbedaanya dimana dan akan berpengaruh terhadap apa?
- e. Konstanta proporsionalitas yang biasanya digunakan selama pengaturan kontrol kereta api agar biaya operasional dapat optimal, apakah terdapat syarat khususnya?
- f. Dalam sekali perjalanan, bahan bakar yang disiapkan berapa?, jika terdapat momen isi ulang bahan bakar, apakah hal tersebut mempengaruhi pengaturan kontrol yang telah ditetapkan sebelumnya?

- g. Apakah profil ketinggian sarana perkeretaapian (jalur kereta) mempengaruhi titik massa kereta api dan mempengaruhi energi mekanik selama fase luncur?
- h. Dalam perjalanan kereta api, terdapat fase *power*, *speedholding*, *coasting*, dan *braking*, apa hubungan keterkaitan antara fase-fase tersebut terhadap dinamika kereta api?
- i. Titik peralihan *switching point* di antara fase-fase tersebut, diperlukan urutan kontrol yang bagaimana agar diperoleh perjalanan yang optimal?
- j. Pada umumnya, berapa jumlah fase yang digunakan untuk memperoleh perjalanan kereta api yang optimal?
- k. Apa hubungan keterkaitan antara jumlah fase yang digunakan untuk perjalanan optimal dengan konsumsi bahan bakar selama perjalanan?
- l. Apa hubungan keterkaitan hal tersebut di atas dengan fase *speedholding*?
- m. Adakah hubungan khusus antara fase *speedholding* dan fase saat pengereman di mulai?

n. Peran digunakannya Metromiser dalam lokomotif?

Seberapa berpengaruh?

o. Studi kasus pada Kereta Api Taksaka

i. Awal keberangkatan kereta

ii. Akhir kedatangan kereta :

iii. Waktu total perjalanan :

iv. Jarak total perjalanan :

v. Waktu tempuh antar stasiun :

vi. Jarak tempuh antar stasiun :

vii. Percepatan normal yang digunakan :

viii. Percepatan saat pengereman :

ix. Percepatan gesekan :

x. Trayek perjalanan :

xi. Kecepatan awal yang digunakan :

xii. Kecepatan saat berjalan :

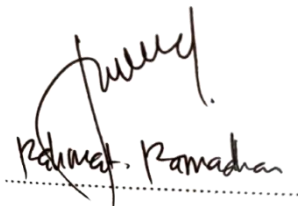
xiii. Kecepatan saat pengereman :

xiv. Berapa kali melakukan fase pengereman :

xv. Total konsumsi bahan bakar :

- xvi. Jenis bahan bakar yang digunakan :
 - xvii. Massa KA Taksaka
 - xviii. Panjang kereta (berapa ggerbong)
 - xix. Panjang lokomotif :
 - xx. Jenis lokomotif yang digunakan :
 - xxi. Muatan/ kapasitas penumpang :
 - xxii. Kecepatan traksi :
4. Catatan Tambahan :
5. Tanda tangan responden :

Responden 1


.....

Responden 2

(.....)

Terima kasih atas kerja sama dan waktu yang diberikan.
Semua informasi yang diberikan akan dijaga kerahasiaannya dan
digunakan untuk penelitian ini.

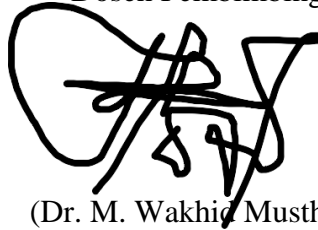
Hormat kami,

Peneliti



(Rivana Nur Hamidah)

Dosen Pembimbing Skripsi



(Dr. M. Wakhid Musthofa, M.Si.)

Lampiran 2

Pembuktian formulasi biaya perjalanan yang didefinisikan oleh Persamaan (2) dan Persamaan (4).

Diketahui :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^x (u + |u|) dx \quad (2)$$

$$J = \int_0^x \frac{f(j)}{v} dx \quad (4)$$

Akan dibuktikan $J = \frac{1}{2} \int_0^x (u + |u|) dx \Leftrightarrow J = \int_0^x \frac{f(j)}{v} dx$

Bukti:

Dari persamaan (1) yaitu $v \frac{dv}{dx} = u(x) - r(v) + g(x)$ diperoleh

$$u(x) = v \frac{dv}{dx} + r(v) - g(x),$$

sehingga Persamaan (2) menjadi

$$J = \frac{1}{2} \int_0^x \left[\left(v \frac{dv}{dx} + r(v) - g(x) \right) + \left| v \frac{dv}{dx} + r(v) - g(x) \right| \right] dx \dots (*) .$$

Kemudian dari Persamaan (3) bagian atas yaitu $\frac{Hf^{(j)}}{v} - r(v) + g(x)$

diperoleh $f^{(j)} = \frac{v^2 \frac{dv}{dx} + r(v) - g(x)}{H}$,

sehingga Persamaan (4) menjadi

$$J = \int_0^x \frac{v \frac{dv}{dx} + r(v) - g(x)}{H} dx \dots (**).$$

Dari Persamaan (*) dan Persamaan (**) akan ditunjukkan bahwa

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_0^x \left[\left(v \frac{dv}{dx} + r(v) - g(x) \right) + \left| v \frac{dv}{dx} + r(v) - g(x) \right| \right] dx \\ &= \int_0^x \frac{v \frac{dv}{dx} + r(v) - g(x)}{H} dx \end{aligned}$$

(\Rightarrow) misalkan $v \frac{dv}{dx} + r(v) - g(x) = q$ dan dipilih $H = \frac{2q}{q + |q|}$ maka

diperoleh:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(q+|q|) &= \left[\frac{1}{2}(q+|q|)\right] \bullet q \\ &= \frac{q(q+|q|)}{2q} \\ &= \frac{q}{\frac{2q}{(q+|q|)}} \\ &= \frac{q}{H} \quad \square\end{aligned}$$

Lampiran 3

1. Mencari nilai pengali Lagrange menggunakan Metode

Bisecant

```

▶ # Fungsi untuk menghitung nilai f(j)
def fungsi_f(j):
    # Definisikan fungsi f(j) sesuai dengan permasalahan
    # Misalnya, f(j) = j^2 + 1
    return j**2 + 1

# Fungsi untuk menghitung fungsi lagrange J(Zeta)
def fungsi_lagrange(Zeta, λ, μ, H, T):
    n = len(Zeta)
    result = 0.0
    for k in range(n):
        result += H * (fungsi_f(j(k+1)) * phi(k+1)) + λ * (X - sum(Zeta))
        + μ * (sum(phi) - T)
    return result

# Fungsi untuk menghitung turunan fungsi lagrange
def turunan_fungsi_lagrange(Zeta, λ, μ, H):
    n = len(Zeta)
    result = 0.0
    for k in range(n):
        result += H * fungsi_f(j(k+1)) + λ

# Metode Bisection untuk mencari nilai akar persamaan
def bisection_method(f, a, b, tolerance, max_iterations, *args):
    for i in range(max_iterations):
        c = (a + b) / 2.0
        if f(c, *args) == 0 or (b - a) / 2.0 < tolerance:
            break
        if f(a, *args) * f(c, *args) < 0:
            b = c
        else:
            a = c
    return c

```

```

    return c

# Fungsi untuk menghitung kondisi KKT
def kondisi_KKT( $\lambda$ ,  $\mu$ , Zeta, r):
    n = len(Zeta)
    persamaan = []

    # Persamaan 1:  $\lambda = \mu / \text{Zeta}[n-1]$ 
    persamaan.append( $\lambda - (\mu / \text{Zeta}[n-1])$ )

    # Persamaan 2:  $\lambda = (\mu / \text{Zeta}[k]) + r$  untuk  $k = 1, \dots, n-2$ 
    for k in range(1, n-1):
        persamaan.append( $\lambda - (\mu / \text{Zeta}[k]) - r$ )

    # Mengembalikan nilai terkecil dari persamaan-persamaan KKT
    return min(persamaan)

# Definisi Zeta,  $\phi$ , X, dan j sesuai dengan permasalahan
Zeta = [45.643, 28.808, 48.032, 52.831, 130.777, 207.418, 6.21]
# Gantilah nilai1, nilai2, dan seterusnya dengan nilai-nilai sesuai permasalahan
phi = [0.71, 0.31, 0.53, 0.36, 1.7, 2.28, 0.25]
# Gantilah phi1, phi2, dan seterusnya dengan waktu yang diperlukan
# untuk setiap interval
X = 536.954
# Gantilah nilai_X dengan nilai sesuai permasalahan

# Nilai awal tebakan untuk  $\lambda$  dan  $\mu$ 
 $\lambda_{\text{initial}} = 1.0$ 
 $\mu_{\text{initial}} = 1.0$ 

# Konstanta Proporsionalitas H
H = 1.5 # Gantilah nilai_H dengan nilai sesuai permasalahan

# Waktu yang diperbolehkan untuk perjalanan T
T = 6.4 # Gantilah nilai_T dengan nilai sesuai permasalahan

```

```

# Waktu yang diperbolehkan untuk perjalanan T
T = 6.4 # Gantilah nilai_T dengan nilai sesuai permasalahan

# Nilai r
r = 0.105 # Gantilah nilai_r dengan nilai sesuai permasalahan

# Toleransi dan jumlah maksimum iterasi
tolerance = 1e-6
max_iterations = 100

# Panggil metode biseksi untuk mencari nilai pengali Lagrange λ
hasil_λ = bisection_method(kondisi_KKT, 0, 10, tolerance, max_iterations,
                           μ_initial, Zeta, r)

# Hitung nilai μ menggunakan persamaan μ = λ * Zeta[n-1]
hasil_μ = hasil_λ / Zeta[-1]

# Batasi hasil λ dan μ menjadi 6 angka di belakang koma
hasil_λ = round(hasil_λ, 6)
hasil_μ = round(hasil_μ, 6)

# Cek apakah hasil λ dan μ bukan 0.000
if hasil_λ == 0.0:
    hasil_λ = 0.000001
if hasil_μ == 0.0:
    hasil_μ = 0.000001

# Cetak hasil
print("Nilai pengali Lagrange λ:", hasil_λ)
print("Nilai pengali Lagrange μ:", hasil_μ)

```

```

□ Nilai pengali Lagrange λ: 0.161031
  Nilai pengali Lagrange μ: 0.025931

```

Lampiran 4

Menentukan kecepatan kereta dari stasiun Yogyakarta – stasiun Gambir)

1. St. Yogyakarta – St. Kutoarjo

```

✓
0s
import numpy as np
x = [0, 0.71, 0.31, 0.53, 0.36, 1.7, 2.28, 0.25]
y = [0, 64.643, 92.93, 90.63, 146.75, 76.927, 90.97, 24.84]

coefficients = np.polyfit(x, y, 2)
def fungsi_kuadratit(t):
    return coefficients[0] * t**2 + coefficients[1] * t + coefficients[2]

t = 0.71

if t >= min(x) and t <= max(x):
    kecepatan_t = fungsi_kuadratit(t)
else:
    kecepatan_t = 0

print("Kecepatan pada t =", t, "adalah", kecepatan_t)

```

Kecepatan pada t = 0.71 adalah 92.99707643774153

2. St. Kutoarjo – St. Kebumen

```

✓ [7] import numpy as np
0s x = [0, 0.71, 0.31, 0.53, 0.36, 1.7, 2.28, 0.25]
y = [0, 64.643, 92.93, 90.63, 146.75, 76.927, 90.97, 24.84]

coefficients = np.polyfit(x, y, 2)
def fungsi_kuadratik(t):
    return coefficients[0] * t**2 + coefficients[1] * t + coefficients[2]

t = 0.31

if t >= min(x) and t <= max(x):
    kecepatan_t = fungsi_kuadratik(t)

else:
    kecepatan_t = 0

print("Kecepatan pada t =", t, "adalah", kecepatan_t)

Kecepatan pada t = 0.31 adalah 65.83580033682195

```

3. St. Kebumen – St. Kroya

```

✓ [8] import numpy as np
0s x = [0, 0.71, 0.31, 0.53, 0.36, 1.7, 2.28, 0.25]
y = [0, 64.643, 92.93, 90.63, 146.75, 76.927, 90.97, 24.84]

coefficients = np.polyfit(x, y, 2)
def fungsi_kuadratik(t):
    return coefficients[0] * t**2 + coefficients[1] * t + coefficients[2]

t = 0.53

if t >= min(x) and t <= max(x):
    kecepatan_t = fungsi_kuadratik(t)

else:
    kecepatan_t = 0

print("Kecepatan pada t =", t, "adalah", kecepatan_t)

Kecepatan pada t = 0.53 adalah 82.36817425197069

```

4. St. Kroya – St. Purwokerto


```

✓ [9] import numpy as np
0s x = [0, 0.71, 0.31, 0.53, 0.36, 1.7, 2.28, 0.25]
y = [0, 64.643, 92.93, 90.63, 146.75, 76.927, 90.97, 24.84]

coefficients = np.polyfit(x, y, 2)
def fungsi_kuadratit(t):
    return coefficients[0] * t**2 + coefficients[1] * t + coefficients[2]

t = 0.36

if t >= min(x) and t <= max(x):
    kecepatan_t = fungsi_kuadratit(t)

else:
    kecepatan_t = 0

print("Kecepatan pada t =", t, "adalah", kecepatan_t)

```

Kecepatan pada t = 0.36 adalah 69.93523411821852

5. St. Purwokerto – St. Cirebon

```

✓ [9] import numpy as np
0s x = [0, 0.71, 0.31, 0.53, 0.36, 1.7, 2.28, 0.25]
y = [0, 64.643, 92.93, 90.63, 146.75, 76.927, 90.97, 24.84]

coefficients = np.polyfit(x, y, 2)
def fungsi_kuadratit(t):
    return coefficients[0] * t**2 + coefficients[1] * t + coefficients[2]

t = 1.7

if t >= min(x) and t <= max(x):
    kecepatan_t = fungsi_kuadratit(t)

else:
    kecepatan_t = 0

print("Kecepatan pada t =", t, "adalah", kecepatan_t)

```

Kecepatan pada t = 1.7 adalah 104.8411307149243

6. St. Cirebon – St. Jatinegara

```

✓ [11] import numpy as np
Os
x = [0, 0.71, 0.31, 0.53, 0.36, 1.7, 2.28, 0.25]
y = [0, 64.643, 92.93, 90.63, 146.75, 76.927, 90.97, 24.84]

coefficients = np.polyfit(x, y, 2)
def fungsi_kuadratit(t):
    return coefficients[0] * t**2 + coefficients[1] * t + coefficients[2]

t = 2.28

if t >= min(x) and t <= max(x):
    kecepatan_t = fungsi_kuadratit(t)

else:
    kecepatan_t = 0

print("Kecepatan pada t =", t, "adalah", kecepatan_t)

Kecepatan pada t = 2.28 adalah 75.13366308158471

```

7. St. Jatinegara – St. Gambir

```

✓ [12] import numpy as np
Os
x = [0, 0.71, 0.31, 0.53, 0.36, 1.7, 2.28, 0.25]
y = [0, 64.643, 92.93, 90.63, 146.75, 76.927, 90.97, 24.84]

coefficients = np.polyfit(x, y, 2)
def fungsi_kuadratit(t):
    return coefficients[0] * t**2 + coefficients[1] * t + coefficients[2]

t = 0.25

if t >= min(x) and t <= max(x):
    kecepatan_t = fungsi_kuadratit(t)

else:
    kecepatan_t = 0

print("Kecepatan pada t =", t, "adalah", kecepatan_t)

Kecepatan pada t = 0.25 adalah 60.65086778920558

```

Menentukan nilai – nilai kecepatan kritis

```
import numpy as np
x1 = 2556
y1 = 92.99

x2 = 1116
y2 = 65.83

x3 = 1908
y3 = 82.36

A = np.array([[x1**2, x1, 1],
              [x2**2, x2, 1],
              [x3**2, x3, 1]])

B = np.array([y1, y2, y3])

coefficients = np.linalg.solve(A, B)

a = coefficients[0]
b = coefficients[1]
c = coefficients[2]

print("Nilai a =", a)
print("Nilai b =", b)
print("Nilai c =", c)

Nilai a = -3.10200773163737e-06
Nilai b = 0.030251683501683533
Nilai c = 35.93253535353533
```

```
[ ] x1 = 2556
    y1 = 92.99

    x2 = 6128
    y2 = 184.84

    x3 = 8288
    y3 = 75.13

A = np.array([[x1**2, x1, 1],
              [x2**2, x2, 1],
              [x3**2, x3, 1]])

B = np.array([y1, y2, y3])

coefficients = np.linalg.solve(A, B)

a = coefficients[0]
b = coefficients[1]
c = coefficients[2]

print("Nilai a =", a)
print("Nilai b =", b)
print("Nilai c =", c)

Nilai a = -3.1057754826576366e-06
Nilai b = 8.838278623912453477
Nilai c = 35.98873889343689
```

```
[ ] V_U = -0.003102 * (0.16 * 0.16) + 0.030 * 0.16 + 35.932
V_V = -0.003102 * (0.214 * 0.214 ) + 0.030 * 0.214 + 35.932
V_W = -0.003102 * (1.75 * 1.75) + 0.030 * 1.75 + 35.932

printf("V(U) = ", V_U)
printf("V(V) = ", V_V)
printf("V(W) = ", V_W)
```

```
V(U) = 35.9367205888
V(V) = 35.938277940000
V(W) = 35.975000125
```

```
[ ] V_U = -0.003102 * (0.5 * 0.5) + 0.030 * 0.5 + 35.932
V_V = -0.003102 * (1.5 * 1.5) + 0.030 * 1.5 + 35.932
V_W = -0.003102 * (3 * 3) + 0.030 * 3 + 35.932

printf("V(U) = ", V_U)
printf("V(V) = ", V_V)
printf("V(W) = ", V_W)
```

```
V(U) = 35.9462245
V(V) = 35.9700205000000004
V(W) = 35.994002
```

```
[ ] V_U = 3.102 * (0.5 * 0.5) + 0.030 * 0.5 + 35.932
V_V = 3.102 * (1.5 * 1.5) + 0.030 * 1.5 + 35.932
V_W = 3.102 * (3 * 3) + 0.030 * 3 + 35.932

printf("V(U) = ", V_U)
printf("V(V) = ", V_V)
printf("V(W) = ", V_W)
```

```
V(U) = 36.7225000000000004
V(V) = 42.9565000000000005
V(W) = 63.94
```

Lampiran 5

Profil Kecepatan, konsumsi bahan bakar, dan efisiensi energi KA Taksaka

```

import matplotlib.pyplot as plt

# Data kecepatan pada setiap fase dan kecepatan braking
kecepatan_power = [36.519, 36.519, 36.519, 36.519, 36.519, 36.519, 36.519, 36.519]
kecepatan_braking = [60.65, 60.65, 60.65, 60.65, 60.65, 60.65, 60.65, 60.65]
kecepatan_speedholding = [105, 105, 105, 105, 105, 105, 105, 105]

# Data stasiun yang dilewati
stasiun = ['Yogyakarta', 'Kutoarjo', 'Kebumen', 'Kroya', 'Purwokerto',
           'Cirebon', 'Jatinegara', 'Gambir']

V_U = 36.72
V_V = 63.94
V_W = 105

# Menggabungkan data kecepatan dari fase-fase tertentu
kecepatan_combined = [kecepatan_power[0]]

for i in range(1, len(stasiun)):
    # Menambahkan kecepatan power pada stasiun ke-1 setelah perhentian
    if kecepatan_combined[-1] == 0:
        kecepatan_combined[-1] = kecepatan_power[1]

# Visualisasi grafik kecepatan pada setiap fase mengemudi
plt.figure(figsize=(12, 6))
plt.plot(stasiun, kecepatan_power, label='Power', marker='o',
         linestyle='dashed')
plt.plot(stasiun, kecepatan_braking, label='Braking', marker='o',
         linestyle='dashdot')
plt.plot(stasiun, kecepatan_speedholding, label='Speed Holding',
         marker='o', linestyle='dotted')

# Plot garis yang menghubungkan titik-titik kecepatan
plt.plot(stasiun[:len(kecepatan_combined)], kecepatan_combined, marker='',
         linestyle='-', color='gray')

# Tambahkan garis horizontal untuk kecepatan kritis V(U), V(V), dan V(W)
plt.axhline(y=V_U, color='r', linestyle='--', label='V(U)')
plt.axhline(y=V_V, color='g', linestyle='--', label='V(V)')
plt.axhline(y=V_W, color='b', linestyle='--', label='V(W)')

plt.xlabel('Stasiun')
plt.ylabel('Kecepatan (km/h)')
plt.title('Profil Kecepatan Perjalanan KA Taksaka Yogyakarta - Gambir')
plt.legend()
plt.show()

```

```

import matplotlib.pyplot as plt

# Data kecepatan pada setiap fase dan kecepatan coasting
kecepatan_power = [36.519, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
kecepatan_coasting = [0, 92.99, 0, 0, 69.93, 0, 75.13, 0]
kecepatan_braking = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 68.65]
kecepatan_speedholding = [0, 0, 105, 105, 0, 105, 0, 0]

# Data stasiun yang dilewati
stasiun = ['Yogyakarta', 'Kutoarjo', 'Kebumen', 'Kroya', 'Purwokerto', 'Cirebon',
           'Jatinegara', 'Gambir']

# Menggabungkan data kecepatan dari fase-fase tertentu
kecepatan_combined = [kecepatan_power[0]]

for i in range(1, len(stasiun)):
    # Menambahkan kecepatan coasting pada stasiun ke-i
    kecepatan_combined.append(min(kecepatan_coasting[i-1], 97))

    # Menambahkan kecepatan power pada stasiun ke-i setelah perhentian
    if kecepatan_combined[-1] == 0:
        kecepatan_combined[-1] = kecepatan_power[i]

# Visualisasi grafik kecepatan pada setiap fase mengemudi
plt.figure(figsize=(12, 6))
plt.plot(stasiun, kecepatan_power, label='Power', marker='o',
         linestyle='dashed')
plt.plot(stasiun, kecepatan_coasting, label='Coasting', marker='o',
         linestyle='dotted')
plt.plot(stasiun, kecepatan_braking, label='Braking', marker='o',
         linestyle='dashdot')
plt.plot(stasiun, kecepatan_speedholding, label='Speed Holding',
         marker='o', linestyle='dotted')

# Plot garis yang menghubungkan titik-titik kecepatan
plt.plot(stasiun[1:len(kecepatan_combined)], kecepatan_combined, marker='',
         linestyle='-', color='gray')

# Tambahkan garis horizontal untuk kecepatan kritis V(U), V(V), dan V(W)
plt.axhline(y=V_U, color='r', linestyle='--', label='V(U)')
plt.axhline(y=V_V, color='g', linestyle='--', label='V(V)')
plt.axhline(y=V_W, color='b', linestyle='--', label='V(W)')

plt.xlabel('Stasiun')
plt.ylabel('Kecepatan (km/h)')
plt.title('Profil Kecepatan Perjalanan KA Taksaka Yogyakarta - Gambir')
plt.legend()
plt.show()

```

```

[6] import matplotlib.pyplot as plt

# Data konsumsi bahan bakar pada setiap stasiun yang dilewati
konsumsi_bahan_bakar = [130.28, 80.47, 134.16, 147.57, 365.29, 579.37, 17.34]

# Data stasiun yang dilewati
stasiun = ['Yogyakarta', 'Kutoarjo', 'Kebumen', 'Kroya', 'Purwokerto',
           'Cirebon', 'Jatinegara']

# Visualisasi grafik konsumsi bahan bakar
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(stasiun, konsumsi_bahan_bakar, label='Konsumsi Bahan Bakar',
         marker='o', color='r')

plt.xlabel('Stasiun')
plt.ylabel('Konsumsi Bahan Bakar (liter)')
plt.title('Grafik Konsumsi Bahan Bakar Perjalanan KA Taksaka')
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()

```

```

import matplotlib.pyplot as plt

# Data stasiun
stasiun = ['Yogyakarta', 'Kutoarjo', 'Kebumen', 'Kroya', 'Purwokerto',
           'Cirebon', 'Jatinegara', 'Gambir']

# Data efisiensi kecepatan 1 dan kecepatan 2
efisiensi_kecepatan1 = [0, 0.80, 1.30, 0.78, 0.71, 0.28, 0.18, 6.05]
efisiensi_kecepatan2 = [0, 0.71, 0.81, 0.61, 0.47, 0.28, 0.13, 3.5]

# Plot grafik efisiensi untuk kedua kecepatan
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(stasiun, efisiensi_kecepatan1, marker='o', linestyle='-', color='b',
         label='Kecepatan 1')
plt.plot(stasiun, efisiensi_kecepatan2, marker='o', linestyle='-', color='r',
         label='Kecepatan 2')

plt.xlabel('Stasiun')
plt.ylabel('Efisiensi')
plt.title('Efisiensi Energi pada Berbagai Stasiun')
plt.legend()
plt.grid()
plt.xticks(rotation=45)
# Membuat label stasiun lebih mudah dibaca dengan rotasi 45 derajat
plt.tight_layout()
# Menyesuaikan tata letak agar tidak ada elemen yang terpotong
plt.show()

```


CURRICULUM VITAE

A. Biodata Pribadi

Nama Lengkap : Rivana Nur Hamidah
 Jenis Kelamin : Perempuan
 Tempat, Tanggal Lahir : Wonogiri,
 17
 November
 2000
 Alamat : Ds.
 Manjung, Kecamatan Wonogiri,
 Kabupaten Wonogiri, Jawa
 Tengah.
 Email : rivananurhamidah88@gmail.com
 No. HP : 081298754670



B. Latar Belakang Pendidikan Formal

Jenjang	Nama Sekolah	Tahun
TK	TK Manjung III	2005-2006
SD	SDN Wonomulyo	2006-2012
SMP	SMPN 2 Wonogiri	2012-2015
SMA	SMAN 1 Wonogiri	2015-2018
S1	UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta	2019-2023



**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN KALIJAGA
YOGYAKARTA**