

ESFUERZOS MECÁNICOS DE ORIGEN ELECTROMAGNÉTICO

Caracterización del cortocircuito trifásico en sistemas de barras rígidas

Frene, Horacio M., Arrojo, Carlos D., Scaramutti, José C., Dias, Ricardo, Nasta, Hernán A., Herlein, Matías E.

UIDET-LEME - Ensayos y Mediciones Eléctricas
Depto. de Electrotecnia, Facultad de Ingeniería (UNLP)
Calle 49 y 116 - (1900) La Plata, Bs. As.
leme@ing.unlp.edu.ar

Introducción

Los efectos mecánicos de las corrientes de cortocircuito han sido tratados en el informe técnico Nro. 105, CIGRE, Comisión de Estudio B3 [3]; sin embargo, desde una perspectiva académica, se puede considerar que el estudio puede ampliarse para contemplar, por un lado, los aspectos de diseño de los equipos eléctricos y, por otro, los aspectos necesarios para preparar, montar y realizar pruebas para asegurar los procedimientos de fabricación. Este trabajo hace hincapié en la caracterización más básica del esfuerzo mecánico máximo que producen las corrientes de cortocircuito trifásicas, de forma que se muestre la influencia que tienen cada una de las variables que intervienen en el proceso.

Las fuerzas electromagnéticas en un sistema conductor rígido (esfuerzos mecánicos que se producen por la interacción entre corrientes eléctricas), que aparecen cuando ocurre una falla eléctrica severa, como un cortocircuito, dan lugar a fuerzas y deflexiones dinámicas que se transfieren hasta soportes de aisladores, estructuras secundarias y las propias barras.

Los efectos de estas fuerzas dependen de varios factores eléctricos y mecánicos, que pueden evaluarse para un diseño específico aplicando la norma internacional IEC 60865-1 [2]. Según esta norma, la fuerza máxima se puede determinar utilizando el valor pico de la corriente de cortocircuito, en el caso de un circuito trifásico balanceado " i_{p3} ". Por lo tanto, este valor máximo debe determinarse. En un sistema trifásico, cada corriente i_1 , i_2 e i_3 tiene un " i_{p3} " diferente, entonces, ¿cuál se debe usar? Profundizando en el tema, ¿estará bien aplicar el mayor de los tres valores en la fórmula de cálculo? ¿tiene esto una buena coincidencia con el fenómeno físico cuya representación pretende proporcionar? Como se ha mencionado, el propósito de este artículo es estudiar las ecuaciones a través de las cuales se representan las corrientes de falla, con el fin de tener una idea de la correlación de las variables involucradas en el proceso. El análisis de esta correlación permite develar conceptos apropiados a ser aplicados al realizar el montaje y operación de circuitos en una instalación de prueba, con el fin de reflejar los valores adoptados para el diseño de equipos.

Cálculo de la Fuerza Electromagnética

Es importante aclarar que el estudio resultará paramétrico a fin de obtener resultados generales.

Se trata de analizar un sistema de simple juego de barras rígidas con las relaciones de aspecto que permiten obtener los esfuerzos mediante un modelo matemático basado en la 2da. ley de Laplace, de tal manera que las fuerzas ejercidas sobre las barras resultan proporcionales al producto de las corrientes que las atraviesan. El sentido de dichas fuerzas resultará de aplicar los productos vectoriales entre el campo magnético y la densidad de flujo resultante en el entorno de la barra en estudio. Estos cálculos se pueden encontrar

fácilmente en la bibliografía correspondiente. La expresión para calcular las fuerzas electromagnéticas en función de la corriente eléctrica se obtiene de la siguiente manera:

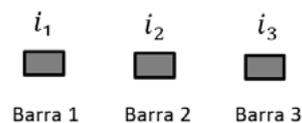
El sistema de corrientes de cortocircuito que se analiza presenta las siguientes ecuaciones

$$i_1 = \hat{I} \times \left(\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3} + \alpha - \varphi) - \text{sen}(\frac{2\pi}{3} + \alpha - \varphi) \times e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$i_2 = \hat{I} \times \left(\sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \text{sen}(\alpha - \varphi) \times e^{-t/\tau} \right)$$

$$i_3 = \hat{I} \times \left(\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \alpha - \varphi) - \text{sen}(-\frac{2\pi}{3} + \alpha - \varphi) \times e^{-t/\tau} \right)$$

Se expresan en referencia temporal a la corriente de la barra central "número 2".



Las referencias son las siguientes:

i_1, i_2, i_3 : Valores instantáneos de las corrientes por las barras 1 (lateral izquierda), 2 (central) y 3 (lateral derecha).

I''_{k3} : Valor eficaz de la corriente simétrica inicial de cortocircuito trifásico.

\hat{I} : Valor cresta de I''_{k3} , $\hat{I} = \sqrt{2} \cdot I''_{k3}$

α : Ángulo de cierre o ángulo de referencia de establecimiento del cortocircuito respecto de la fase de la fuente.

$\tau = \frac{L}{R}$: Constante de tiempo del circuito.

$\varphi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$: Ángulo de fase del circuito. Se puede expresar como $\omega \tau = \tan \varphi$. Se considerará con simetría de fase.

La fuerza neta sobre la barra central (número 2) se determina a través de la diferencia de los esfuerzos que producen la interacción de la densidad de flujo magnético generado por las corrientes de las barras laterales y el campo magnético producido por la corriente de la barra central.

La expresión se puede escribir de la siguiente manera:

$$F_2 = k \times (i_2 \times i_1 - i_2 \times i_3) = k \times i_2 \times (i_1 - i_3)$$

Donde k representa la constante geométrica del arreglo de barras.

$$F_2 = k \times \hat{I}^2 \left(\sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) \times e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \\ \times \left[\left(\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3} + \alpha - \varphi) - \sin(\frac{2\pi}{3} + \alpha - \varphi) \times e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right. \\ \left. - \left(\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \alpha - \varphi) - \sin(-\frac{2\pi}{3} + \alpha - \varphi) \times e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right]$$

Si se escriben las corrientes en términos de exponenciales complejas “fasores” se puede simplificar notablemente la expresión anterior.

Sean:

$$i_1 = \hat{I} \cdot \Im_m \left\{ (e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{\tau}}) \times e^{j(\frac{2\pi}{3} + \alpha - \varphi)} \right\} \\ i_2 = \hat{I} \cdot \Im_m \left\{ (e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{\tau}}) \times e^{j(\alpha - \varphi)} \right\} \\ i_3 = \hat{I} \cdot \Im_m \left\{ (e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{\tau}}) \times e^{j(-\frac{2\pi}{3} + \alpha - \varphi)} \right\}$$

Luego

$$i_1 - i_3 = \hat{I} \cdot \left[\Im_m \left\{ (e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{\tau}}) \cdot e^{j(\alpha - \varphi)} \cdot (e^{j(\frac{2\pi}{3})} - e^{j(-\frac{2\pi}{3})}) \right\} \right] \\ i_1 - i_3 = \sqrt{3} \times \hat{I} \cdot \Re_e \left\{ (e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{\tau}}) \times e^{j(\alpha - \varphi)} \right\}$$

Identidades utilizadas

$$(e^{j(\frac{2\pi}{3})} - e^{j(-\frac{2\pi}{3})}) = j\sqrt{3} \\ \Re_e\{z\} \times \Im_m\{z\} = \frac{1}{2} \Im_m\{z^2\}$$

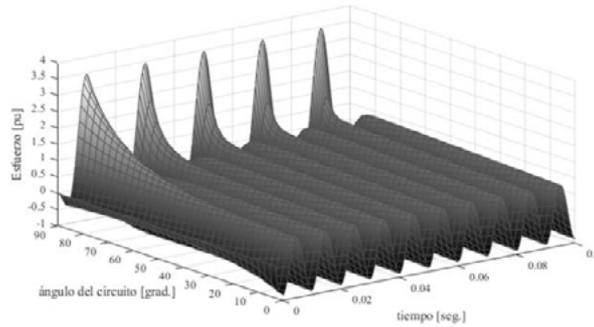
y entonces

$$F_2 = k \cdot \hat{I} \cdot \Im_m \left\{ (e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{\tau}}) \times e^{j(\alpha - \varphi)} \right\} \times \sqrt{3} \cdot \hat{I} \cdot \Re_e \left\{ (e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{\tau}}) \times e^{j(\alpha - \varphi)} \right\}$$

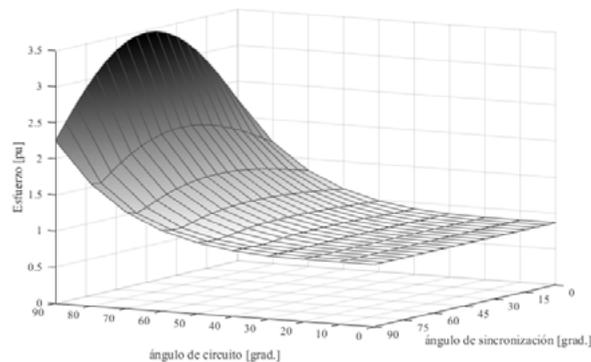
Si llamamos $f_2(t) = (e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$F_2(t, \alpha, \varphi) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times k \times \hat{I}^2 \cdot \Im_m\{f_2(t)^2 \times e^{j2(\alpha - \varphi)}\}$$

Se trata de una función real, oscilatoria y acotada, cuyo factor de amplitud resulta el producto del valor cresta de la corriente de cortocircuito simétrica al cuadrado, multiplicado por la constante geométrica “k” y por el valor algebraico $\frac{\sqrt{3}}{2}$. La representación tridimensional de “ $F_2(t, \varphi, \alpha)$ ” resulta evidencia objetiva de la existencia de un conjunto de valores de t , α y φ para los cuales se produce un valor máximo.

Figura 1. Surf $F_2(t, \varphi, \alpha)$, para α : constante.

En la figura, puede apreciarse que el origen del eje del ángulo de circuito, $\varphi = 0$, la variación del esfuerzo (o tensión mecánica) presenta una respuesta de simetría total, donde los picos se encuentran en $\hat{F}_2 = \pm 1 pu$. Sin embargo, a medida que nos desplazamos de dicho punto se empieza a manifestar cierta asimetría, alcanzando la mayor diferencia cuando el ángulo de circuito es $\varphi = 90^\circ$ donde los máximos se encuentran entre $\hat{F}_2 = +3.46/-0.50 pu$. El valor del ángulo de sincronización utilizado para obtener la respuesta de la Figura 1 es de $\alpha = \frac{\pi}{4}$. Si se grafican los valores absolutos de las crestas de " \hat{F}_2 " en todo el espectro coherente de ángulos de sincronización " α " se consigue la gráfica de la Figura 2 y de la que resulta la mejor evidencia de la existencia de un único valor de cresta máximo absoluto.

Figura 2. Máximo absoluto del esfuerzo $|\hat{F}_2|$.

El procedimiento matemático que permite encontrar analíticamente el conjunto de variables para la cual se cumple este valor se presenta a continuación.

Para F_2 el valor de cresta máximo absoluto ocurre cuando $|f_2(t)|^2$ resulta máximo y el valor de $(\alpha - \varphi)$ modifica la fase de $f_2(t)^2$ a $\frac{\pi}{2}$.

Adoptando $\beta = \omega \cdot t$ tenemos que

$$f_2(\beta) = \left(e^{j\beta} - e^{-\frac{\beta}{\omega\tau}} \right) \text{ y } |f_2(\beta)|^2 = 1 - 2 \cdot \cos \beta \cdot e^{-\frac{\beta}{\omega\tau}} + e^{-2\frac{\beta}{\omega\tau}}$$

La derivada de dicha función aportará información sobre el máximo de $|f_2(t)|^2$, operando en consecuencia e igualando a cero la derivada se encuentra que:

$$\begin{aligned} \frac{d|f_2(t)|^2}{d\beta} &= 2 \cdot \sin \beta \cdot e^{-\frac{\beta}{\omega\tau}} + 2 \cdot \cos \beta \cdot e^{-\frac{\beta}{\omega\tau}} \cdot \frac{1}{\omega\tau} - \frac{2}{\omega\tau} e^{-2\frac{\beta}{\omega\tau}} \\ &= \frac{2}{\omega\tau} \cdot e^{-\frac{\beta}{\omega\tau}} \times \left(\omega\tau \cdot \sin \beta + \cos \beta - e^{-\frac{\beta}{\omega\tau}} \right) = 0 \end{aligned}$$

El máximo de $|f_2(t)|^2$ ocurre para el valor de $t = t_0$ cuando se cumple la siguiente identidad $\omega\tau \cdot \sin \beta_0 + \cos \beta_0 = e^{-\frac{\beta_0}{\omega\tau}}$. La misma es una ecuación trascendente.

Un análisis numérico permite observar que β_0 se encuentra en el rango de $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ para el rango de variación de $\omega\tau$ ó φ $[0, \frac{\pi}{2}]$. Ver la representación gráfica de la ecuación trascendente en la Figura 3.

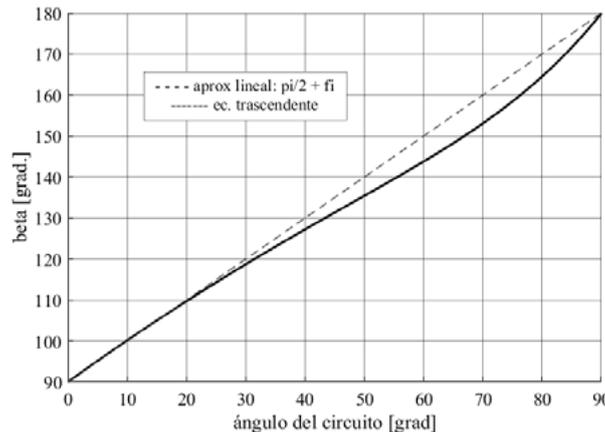


Figura 3.- β_0 Vs φ .

Una aproximación de la ecuación trascendente responde a la relación $\beta_0 \cong \frac{\pi}{2} + \varphi$, sin embargo, se presenta simplemente a título informativo.

En el máximo,

$$f_2(t_0) = \cos(\omega t_0) + j \sin(\omega t_0) - e^{-\frac{t_0}{\tau}} = \sin(\omega t_0)[1 + j\omega\tau]j$$

Entonces

$$|f_2(t_0)| = |\sin(\omega t_0)| \sqrt{1 + \omega\tau^2}$$

$$\angle f_2(t_0) = \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \omega\tau = \frac{\pi}{2} + \varphi$$

Ahora bien, la fase de $f_2^2(t_0) = \pi + 2\varphi$ y el valor de $\alpha = \alpha_0$ que modifica la fase de $f_2(t_0)$ a $\frac{\pi}{2}$ a fin de lograr el máximo se obtiene de la igualdad $e^{-j(\pi+2\varphi)} e^{-j2(\alpha_0-\varphi)} = \pm j = e^{j(\frac{\pi}{2}+n\pi)}$, $n \in \mathfrak{R}$, resultando $\alpha_0 = -\frac{\pi}{4} + n\pi$, $n \in \mathfrak{R}$. Este valor del ángulo de establecimiento corresponde a la corriente de la fase central, ya que las referencias se han tomado respecto de la misma. Si se quisiera referir este valor a las corrientes por las barras laterales deberá sumarse o restarse el valor $\pm \frac{3}{2}\pi$ según corresponda.

Sobre la representación gráfica del valor de F_2 que se produce para el ángulo $\alpha_0 = \frac{\pi}{4}$ en la sincronización de la falla con las diferentes fases, adoptando $\hat{I} = 1$ [pu] y $k = 1$ para las posibles configuraciones de impedancia del circuito de prueba se puede observar que efectivamente el valor máximo ocurre cuando $\alpha_0 = \frac{\pi}{4}$ corresponde al de la barra central. Asimismo, se evidencia la sensibilidad de dicho esfuerzo máximo con el ángulo de impedancia del circuito, cuando se sincroniza con alguna de las barras laterales a $\alpha_0 = \frac{\pi}{4}$, resultando una diferencia apreciable a partir de los 50 grados, equivalentes a una relación

$X/R = 1,2$. Asimismo, se puede apreciar que el rango de valores de F_2 resulta $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 2\sqrt{3}]$ para $\alpha_0 = \frac{\pi}{4}$ entre los posibles valores del ángulo del circuito "φ".

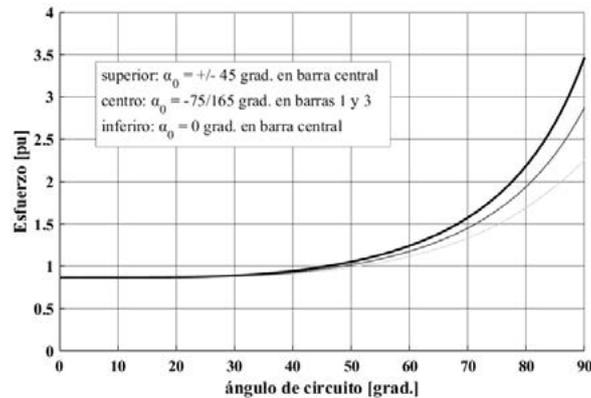


Figura 4.- Valor máximo del Esfuerzo (barra central).

Resulta interesante estudiar que sucede con la sensibilidad del esfuerzo máximo cuando el ángulo $\alpha_0 \neq \frac{\pi}{4}$. Si se representa el máximo de F_2 , adoptando $\hat{I} = 1$ [pu] y $k = 1$ para las relaciones X/R de posibles configuraciones de impedancia del circuito de prueba o en su defecto del sistema donde se produce la falla, en el rango de $\alpha_0 [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, se obtienen las familias de curvas mostradas en la figura 5.

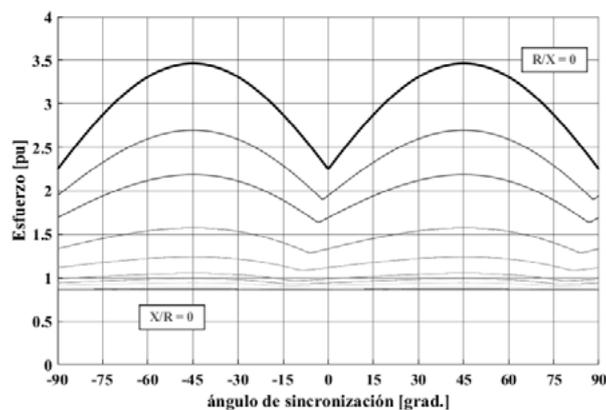


Figura 5.- $|\hat{F}_2|$ parametrizado desde $X/R=0$ hasta $R/X=0$.

Si se desea obtener con ayuda de la ecuación trascendente el valor exacto de $\omega t_0 = \beta_0$, se puede calcular el máximo esfuerzo utilizando la siguiente expresión.

$$|F_2(t_0)| = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot k \cdot \frac{|\sin(\omega t_0)|}{\cos(\varphi)}$$

Utilizando el gráfico de la figura 5 se pueden comparar los resultados que se obtendrían al realizar la sincronización de la falla con el ángulo α_0 de las barras laterales. En efecto si se sincroniza a máxima asimetría sobre la barra 1, la fase sobre la barra central resultaría de -120° . Equivalentes al valor que se obtiene por simetría a un ángulo de sincronización de 60° , inferior al valor máximo obtenido con $\alpha_0 = \pm 45^\circ$. En cambio, si se desea obtener el máximo valor, debería regularse o en su defecto ocurrir la falla en el ángulo $45 \pm 120 = +165/-75^\circ$, para la corriente/barra 1 y 3 respectivamente. Cualquier otro resultado se obtiene aplicando la simetría y el procediendo descripto.

Aplicación de IEC 60865-1

Resultaría natural regular, sobre el circuito eléctrico de ensayo, el valor de corriente de cortocircuito para el cual el equipamiento en ensayo fue diseñado y que en él se produzca el esfuerzo que resulta del valor calculado a partir de la aplicación de la fórmula de la normativa de diseño IEC 60865-1. Lo descripto en el apartado 2. permite realizar un análisis sobre los aspectos a tener en cuenta cuando se pretende realizar correctamente pruebas en laboratorio. Resulta evidente que, si no se cuenta con la información que se ha mostrado en el documento, la normativa no precisa sobre cómo obtener el valor de la corriente de pico i_{p3} y que de la misma no se desprende o no resulta obvio de interpretar u aplicar lo que a continuación se describe.

Si tomando adoptamos para el análisis los valores extremos mostrados en la figura 4, para el máximo esfuerzo $\hat{F}_2(t_0, \alpha_0, \varphi)$, evaluado en $\varphi = 0$ y $\frac{\pi}{2}$ se encuentra que dichos máximos guardan exacta relación de cálculo con los obtenidos a partir de la fórmula que corresponde aplicar por la IEC 60865-1 [$\hat{F}_2 = k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (i_{p3})^2$], donde k es la constante geométrica mencionada anteriormente. Al tenor de lo dicho, adoptando el valor de $\alpha = 0$ que produce la máxima asimetría en la corriente, resulta $i_{p3} = \sqrt{2} \kappa_{IEC} I_{k3}$. Para una relación $R/X = 0$ se obtiene utilizando el factor de multiplicación $\kappa_{IEC} = 1.02 + 0.98e^{-3\frac{R}{X}}$ adoptado por IEC 60909-1 y que resulta = 2, con lo cual la corriente de cresta $i_{p3} = \kappa \hat{I} = 2$ [pu] y el consecuente esfuerzo $\hat{F}_2 = 2\sqrt{3}$, idéntico al obtenido mediante el análisis precedente. Para el cálculo homónimo con $X/R = 0$ resultan $i_{p3} = \kappa \hat{I} = 1$ [pu] y $\hat{F}_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Sin embargo, aunque los resultados obtenidos para la magnitud sean idénticos, el valor de la corriente utilizada para el cálculo no guarda relación con ninguna de las corrientes de las fases al momento de producirse el máximo esfuerzo sobre la barra, observar las Figuras 6 y 7, arrojando evidencia de que la fórmula de cálculo, no es consecuencia de la evaluación temporal del fenómeno sino una mera expresión de cálculo que produce iguales resultados.

En contraposición, se muestra lo que sucedería si se aplicara la fórmula de la IEC 60865-1 utilizando los valores de la Figura 7. La corriente que produce el valor de cresta más elevado es $i_{p3} = -1.84$ [pu] y el esfuerzo máximo $\hat{F}_2 = k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (1.84)^2 = 2.93$ [pu] resulta el 96% del valor efectivo de \hat{F}_2 . El error se profundiza aún más si la corriente que se utiliza es la de la barra 2, es decir $i_{p3} = 1.623$ [pu] y el esfuerzo máximo $\hat{F}_2 = k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (1.62)^2 = 2.28$ [pu] resulta el 75% del valor efectivo de \hat{F}_2 .

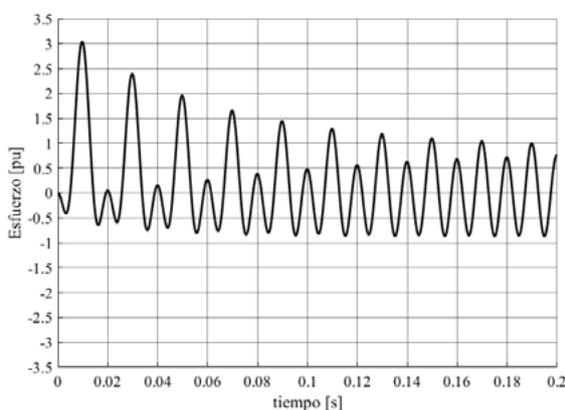


Figura 6.- Esfuerzo en barra central,
 $X/R = 22.9$, $\alpha = \pi/4$ en i_2 .

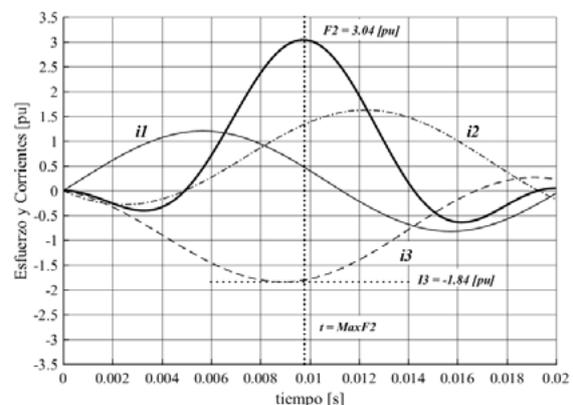


Figura 7.- Ventana de tiempo de comparación

Conclusiones

El valor del máximo esfuerzo se produce cuando la sincronización de establecimiento de las corrientes se efectúa a $\pm 45^\circ$ eléctricos equivalentes al tiempo de la aparición del valor nulo de la tensión aplicada sobre la fase de la barra central. Es decir, la *máxima asimetría* en el *esfuerzo electromagnético* ocurre cuando el ángulo de sincronización $\alpha_0 = \pm 45^\circ$ sobre la corriente que se inyecta a la *barra central*, o en su valor equivalente en las barras laterales.

Al análisis se le puede agregar que el valor máximo del esfuerzo F_2 ocurre cuando el tiempo transcurrido se encuentra en el segundo semiperiodo de la onda de esfuerzo, donde β_0 está en el rango de $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ y de $[5, 10]$ ms para una frecuencia de 50 Hz. El módulo del valor se encuentra entre $\hat{F}_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ [pu] para un circuito puramente resistivo ($X/R=0$) y $\hat{F}_2 = 2\sqrt{3}$ [pu] correspondiente a uno puramente inductivo ($R/X=0$).

Corolario

En otro aspecto, para la regulación y operación de un circuito de prueba en laboratorio, si se desea obtener el máximo esfuerzo sobre el dispositivo a ensayar, deberá sincronizarse el cierre del interruptor de establecimiento coincidiendo la fase de la tensión con $\pm 45^\circ$ eléctricos equivalentes al paso por cero de la misma, a sabiendas de que el valor de cresta de las corrientes establecidas, no coincidan en ninguna de las fases con el instante de tiempo en que se produce el valor máximo del esfuerzo. El único caso posible de producir ambas situaciones de máxima en simultáneo ocurre cuando se hace circular por dos de las barras, fases o polos del dispositivo a ensayar la misma corriente en lazo cerrado.

Si se quisiera trabajar con el valor eficaz de la corriente de cortocircuito simétrica en 1 [pu], los límites del rango de valores sobre los que se encontraría el máximo esfuerzo resultarían:

$$F_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot k \cdot (\sqrt{2} \kappa_{IEC} I_{k3}'')^2 = \sqrt{3} \text{ para } (R/X=0) \text{ y } F_2 = 4\sqrt{3} .$$

Referencias

- [1] Carlos Arrojo ; Ignacio Cardoso ; Gabriel Lazzaro ; Horacio Frene ; Andres Martinez del Pezzo. Esfuerzos electrodinámicos producidos por un cortocircuito: Determinación y medición oscilográfica de los esfuerzos en los apoyos de un juego de barras. IEEE Electronic ISBN: 978-1-5386-3397-7. Print on Demand(PoD) ISBN: 978-1-5386-3398-4. IEEE Xplore DOI: 10.1109/URUCON.2017.8171850
- [2] International Standard IEC 60865-1, Short circuit current. Calculation of effects. Part 1: Definition and calculation methods. Edition 3, 2011-10. ISBN 978-2-88912-771-9.
- [3] International Standard IEC 60909-0, Short-circuit currents in three-phase a.c. systems – Part 0: Calculation of currents. Edition 2, 2016-01. ISBN 978-2-8322-3158-6. ICS 17.220.01; 29.240.20.
- [4] International Standard IEC 60909-1, Short-circuit currents in three-phase a.c. systems – Part 1: Factors for the calculation of short-circuit currents according to IEC 60909-0. Edition 2, 2002-07.
- [5] Ioan C. Popa y Alin-Iulian Dolan. Numerical Modeling of Three-Phase Busbar Systems. Calculation of the Thermal Field and Electrodinamic Forces. IEEE - ISBN 978-1-4673-8562-6/16.