



ISSN: 1410 - 1866

# JURNAL PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN SAINS

JPMS, Edisi Tahun X. No.2, Nopember 2005

## DAFTAR ISI (CONTENTS) :

- Himpunan maksimal faktor-1 dengan daun tak terhubung berdefisiensi tiga. *On maximal sets of 1-factors having disconnected leaves of deficiency three.* Sugeng Mardiyono, (60-65).
- Pemodelan penentuan keasaman dan kebasaan suatu molekul menggunakan sistem Fuzzy berdasarkan data muatan H dan N yang diperoleh dari metode Semiempirik. *The modeling of determination of acidity and basicity of molecules using Fuzzy system based on the data of charges on H and N that obtained from Semiempirical method.* Agus maman Abadi & Suwardi, (66-74).
- Pendekatan konstruktif untuk optimalisasi aktivitas *hands-on* IPA melalui strategi *do-talk-do*. *Constructive approach to optimal hands-on science activity by do-talk-do strategy.* Zuhdan K. Prasetyo, Suparwoto, Slamet MT, Joko Sudomo, & Insih Wilujeng, (75-82).
- Simulasi numerik konfigurasi vorteks pada superkonduktor berlandaskan model Ginzburg-Landau. *Numerical simulation of vortex configuration of superconductor matter based on Ginzburg-Landau model.* Supardi, Fuad Anwar, Pekik Nurwantoro & Agung BSU, (83-91).
- Sintesis silikat-1 menggunakan kristal  $\text{Na}[\text{N}(\text{CH}_3)_4]_7[\text{Si}_8\text{O}_{20}] \cdot 54\text{H}_2\text{O}$  sebagai sumber silicon. *Synthesis of silicalite-1 using  $\text{Na}[\text{N}(\text{CH}_3)_4]_7[\text{Si}_8\text{O}_{20}] \cdot 54\text{H}_2\text{O}$  crystal as silicon source.* Hari Sutrisno, (92-103).
- Eksplorasi senyawa kimia yang berkhasiat sebagai antihepatotoksik dari beberapa spesies *Hopea* (*Dipterocarpaceae*) Indonesia. *The exploration of antihepatotoxic compounds from some Hopea species (Dipterocarpaceae) Indonesia.* Sri Atun, Nurfina Aznam & Retno Arianingrum, (104-114).
- Efek jarak tanam dan varietas terhadap distribusi cahaya dalam kanopi dan pertumbuhan (biomasa) kedelai. *The effect of the planting distance and varieties on the sun ray distribution in canopy and the growth (biomass) soybean.* Djukri, (115-122)
- Upaya peningkatan kualitas penilaian mengarah ke model *authentic assessment*. *The effort for improving of assessment quality referring to authentic assessment.* Bambang Subali & Paidi, (123-133).

Terakreditasi sebagai Jurnal Ilmiah berdasarkan Keputusan Ditjen DIKTI Depdiknas No. 39/DIKTI/Kep/2004

# JURNAL PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN SAINS (JPMS)

ISSN: 1410-1866

**Terakreditasi sebagai Jurnal Ilmiah**

**Berdasarkan Keputusan Ditjen DIKTI Depdiknas No. 39/DIKTI/Kep/2004**

**Visi:** Menjadi media komunikasi yang mampu secara nyata memberikan sumbangan terhadap perkembangan bidang Pendidikan MIPA di Indonesia

**Misi:** Menyebarluaskan hasil penelitian dan hasil kajian dalam bidang Pendidikan MIPA.

## **Diterbitkan oleh**

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta

## **Ketua Penyunting:**

Prof. Suryanto, Ed.D

## **Penyunting Pelaksana:**

Prof. Suryanto, Ed.D

K.H Sugiyarto, Ph.D

Paidi, M.Si.

Dr. Hari Sutrisno

Dr. Zuhdan Kun Prasetyo, M.Ed.

Sukiya, M.Si.

Fauzan, M.Sc.

Dadan Rosana, M.Si

## **Penyunting Ahli:**

Prof. Drs. Sugeng Mardiyono, MApp.Sc., Ph.D. (UNY)

Prof. Dr. Soeparno Darmawidjaja (UGM).

Prof. Dr. Ir. Djoko Marsono (UGM)

Prof. Dr. Wuryadi, M.S. (UNY)

Dr. Yateman Ariyanto (UGM)

## **Pembantu Pelaksana:**

Drs. Yudi Sutomo

Paekan

## **Lay out**

Paidi

Hari Sutrisno

## **Alamat Dewan Penyunting:**

Kampus FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta, Karangmalang, Yogyakarta, Gedung D01  
Telp. (0274) 548203, Fax. (0274) 540713

Semua artikel yang dimuat dalam Jurnal Pendidikan Matematika dan Sains sepenuhnya merupakan pendapat dan tanggung jawab penulis, bukan pendapat anggota Dewan Penyunting.

## SIMULASI NUMERIK KONFIGURASI VORTEKS PADA SUPERKONDUKTOR BERLANDASKAN MODEL GINZBURG-LANDAU

### NUMERICAL SIMULATION OF VORTEX CONFIGURATION ON SUPERCONDUCTOR MATTER BASED ON GINZBURG-LANDAU MODEL

Supardi<sup>1</sup>, Fuad Anwar<sup>2</sup>, Pekik Nurwantoro<sup>3</sup>, Agung BSU<sup>3</sup>  
<sup>1</sup>:Universitas Negeri Yogyakarta, <sup>2</sup>:Universitas Sebelas Maret Surakarta dan <sup>3</sup>:Universitas Gadjah Mada

#### ABSTRAK

Telah dilakukan penyelidikan tentang terbentuknya konfigurasi *vorteks* di dalam superkonduktor *mesoscopic* berlandaskan pada model Ginzburg-Landau. *Vorteks* adalah filamen-filamen berukuran kecil yang terbentuk akibat penerapan medan magnet luar  $H$  pada bahan superkonduktor jenis ke-II dalam ranah  $H_{c1} < H < H_{c2}$ . Akibat munculnya *vorteks* tersebut, maka terjadi terobosan parsial fluks magnet pada bahan. Untuk memperoleh konfigurasi *vortex* pada superkonduktor jenis ke-II akibat penerapan medan magnet luar  $H$ , langkah yang dilakukan adalah meminimisasi ungkapan fungsional Ginzburg-Landau yang diwakili oleh beda rapat tenaga Gibbs antara keadaan superkonduktif bahan dengan keadaan normalnya. Hasil minimisasi terhadap fungsional beda rapat tenaga Gibbs menghasilkan distribusi parameter dalam bahan superkonduktor. Distribusi parameter bahan ini menunjukkan munculnya konfigurasi *vorteks* di dalam bahan.

Kata kunci : *vorteks*, keadaan superkonduktif, minimisasi

#### ABSTRACT

*Investigation of vortex configuration forming in mesoscopic superconductor based on Ginzburg-Landau model has been conducted. Vortex is small filaments formed due to external magnetic field  $H$  applied to type-II superconductor in the domain  $H_{c1} < H < H_{c2}$ , so that magnetic flux partial penetration occurs. To obtain a vortex configuration on the type-II superconductor due to the application of external magnetic field  $H$ , we minimized Ginzburg-Landau functional expression represented by the difference of Gibbs free energy density between its superconductive and normal state. The minimization of the Gibbs free energy density functional have been obtained the distribution of the order parameter in the matter. The distribution of the order parameter indicates that the creation of vortex configuration has occurred.*

Key words : *vortex, superconducting state, minimization*

#### PENDAHULUAN

Penelitian dengan tema simulasi numerik konfigurasi *vortex* pada bahan superkonduktor *mesoscopic* menggunakan landasan model Ginzburg-Landau telah dilakukan. *Vortex* merupakan filamen-filamen berukuran kecil yang terbentuk akibat penerapan medan magnet luar  $H$  pada sampel superkonduktor jenis ke-II dalam ranah  $H_{c1} < H < H_{c2}$  sehingga terjadi terobosan parsial fluks magnet pada bahan tersebut (Cyrot dan Pavuna, 1992). Secara teori, munculnya *vorteks* pada superkonduktor jenis ke-II telah

diramalkan oleh Abrikosov. Menurut Abrikosov, pola kisi dengan bentuk bujursangkar merupakan pola kisi stabil *vorteks*. Dalam kenyataannya, pola kisi stabil pada *vorteks* adalah kisi dengan bentuk segitiga. Bentuk kisi ini selanjutnya disebut dengan *kisi Abrikosov*.

Simulasi ini didasarkan pada model Ginzburg-Landau yaitu sebuah teori yang mengungkapkan gejala fisis yang terjadi pada bahan superkonduktor berdasar pada intuisi fisis yang ada. Salah satu pencetus model ini yaitu Vitaly L. Ginzburg, pada tahun 2003 ini telah

memenangkan hadiah Nobel di bidang fisika.

Penelitian dinamika vorteks untuk setiap perubahan konfigurasi vorteks dari awal bahan dalam keadaan superkonduktif hingga berada pada keadaan normal sulit dilakukan dengan pengamatan secara langsung. Oleh sebab itu, diperlukan cara lain untuk memperolehnya, yaitu dengan simulasi numerik. Simulasi numerik mengenai dinamika vorteks biasanya dilakukan dengan menyelesaikan persamaan gayut waktu. Sedangkan simulasi numerik tentang konfigurasi vorteks pada keadaan mantap (stabil) dapat dilakukan dengan cara meminimisasi fungsional rapat tenaga Gibbs antara keadaan normal dan keadaan superkonduktifnya.

Berhubungan dengan ini, Yampolskii et.al (2002) telah memberikan penjelasan tentang vortex *giant* dalam cakram mesoscopic. Morelle et. al. (2002) juga telah menyumbangkan pemikirannya dalam penelitiannya tentang nukleasi superkonduktivitas dalam bahan segitiga mesoscopic. Simulasi numerik masalah superkonduktor ini juga telah menarik perhatian banyak peneliti pada beberapa tahun terakhir ini (Alvarez et.al, 1998; Chibotaru et.al, 2000; Crabtree, 2000).

Dugaan peneliti bahwa konfigurasi vortex yang terbentuk pada superkonduktor jenis ke-II akibat penguasaan medan magnet luar H dapat terjadi akibat ditemukannya minimum global dari sistem dapat dibuktikan. Pencarian terhadap minimum global sistem telah dilakukan dengan cara meminimisasi bentuk fungsional Ginzburg-Landau yang diwakili oleh beda rapat tenaga Gibbs keadaan superkonduktif bahan dengan keadaan normalnya. Metode yang digunakan oleh peneliti untuk melakukan minimisasi terhadap ungkapan fungsional tersebut adalah metode *simulated annealing* (Stariolo dan Tsalis, 1995).

Untuk mensimulasikan secara numerik konfigurasi vortex tersebut, langkah pertama yang telah ditempuh adalah melakukan diskretisasi terhadap ungkapan fungsional rapat tenaga Gibbs. Langkah kedua adalah mengimplementasikan suatu teknik minimisasi, yaitu metode *simulated annealing* untuk memperoleh harga minimum global fungsional tersebut.

### Tujuan Penelitian

Tujuan umum dari penelitian ini adalah menentukan secara numerik konfigurasi vortex pada superkonduktor jenis ke-II yang berada dibawah pengaruh medan magnet luar H pada ranah  $H_{c1} \leq H \leq H_{c2}$  dan tujuan khususnya adalah mencari distribusi parameter benahan  $\psi(\mathbf{r})$  pada superkonduktor mesoscopic.

### Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat disumbangkan dari hasil penelitian ini meliputi dua hal. Pertama, setelah hasil penelitian diperoleh maka selanjutnya akan dapat ditentukan karakteristik superkonduktor jenis ke-II di bawah pengaruh medan magnet luar H. Kedua, melalui hasil penelitian ini, eksperimen tentang masalah terkait dapat dipandu sehingga dapat ditekan sekecil mungkin kesalahan yang terjadi.

### METODE PENELITIAN

Sifat superkonduktivitas suatu bahan superkonduktor dapat ditentukan oleh bentuk fungsional sistem. Bentuk fungsional yang berpadanan dengan persamaan Ginzburg-Landau adalah apa yang disebut beda rapat tenaga bebas Gibbs antara keadaan superkonduktif dan keadaan normal. Analisa secara seksama terhadap beda rapat tenaga tersebut memberikan gambaran lengkap terhadap besar parameter benahan yang terdistribusi di seluruh bahan, begitu pula rapat fluks magnet di seluruh bahan. Ungkapan beda rapat tenaga Gibbs tersebut diberikan oleh (Tinkham, 1996; Cyrot dan Pavuna, 1992)

$$\Delta G(\psi, \mathbf{A}) \equiv \int_{\Omega} (g_s - f_n) = \int_{\Omega} \left[ \alpha(T) |\psi(\mathbf{r})|^2 + \frac{1}{2} \beta(T) |\psi(\mathbf{r})|^4 + \frac{1}{2m} |[-i\hbar\nabla - 2e\mathbf{A}(\mathbf{r})]\psi(\mathbf{r})|^2 + \frac{1}{2\mu_0} |\mathbf{B}(\mathbf{r}) - \mu_0 \mathbf{H}|^2 \right] \quad (1)$$

Dengan melakukan minimisasi terhadap ungkapan fungsional Ginzburg-Landau inilah, maka distribusi kedua besaran di atas akan dapat ditentukan. Setelah distribusi kedua besaran tersebut ditemukan, kemudian konfigurasi vortex di dalam bahan yang ditinjau akan dapat diperoleh. Untuk tujuan menemukan distribusi kedua besaran tersebut, maka langkah pertama yang harus dilakukan adalah menampilkan

secara eksplisit fungsional tersebut sesuai keadaan fisis yang berlaku pada bahan. Langkah berikutnya adalah menyajikan bentuk fungsional Ginzburg-Landau tersebut dalam bentuk diskretnya yang selanjutnya siap untuk dilakukan minimisasi untuk menemukan harga minimum global sistem.

**Diskretisasi Fungsional Ginzburg-Landau**

Ditinjau suatu bahan superkonduktor dengan dimensi tertentu yaitu  $L$ . Bentuk geometri bahan yang berbentuk silinder dimodelkan sebagai komposisi bentuk empat persegi panjang dengan panjang masing-masing sisi-sisinya adalah  $L$  dan arahnya sejajar sumbu  $x$  dan  $y$ . Model pendekatan seperti ini hanya berlaku untuk daerah yang jauh dari permukaan silinder. Oleh karena itu, penggunaan syarat batas di permukaan perlu dikaji secara mendalam. Dianggap bahwa bahan berada di bawah pengaruh medan magnet luar yang seragam dan arah sejajar sumbu  $z$  positif yaitu

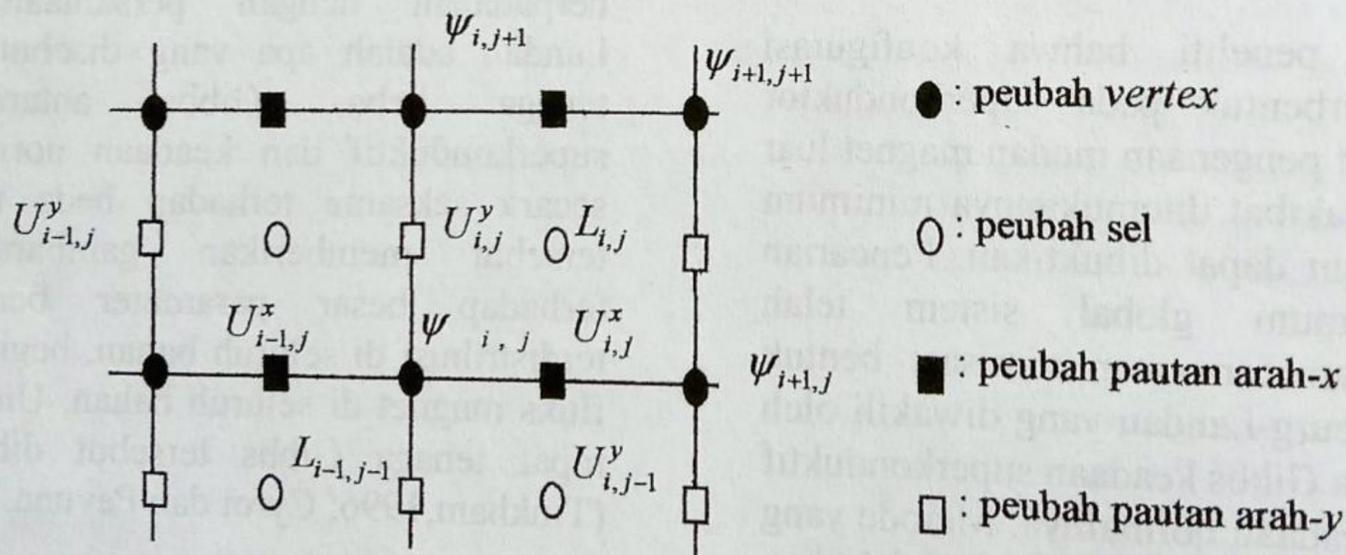
$$U^x(x, y, t) = \exp\left(-i \int_{x_0}^x A_x(\xi, y, t) d\xi\right)$$

$$U^y(x, y, t) = \exp\left(-i \int_{y_0}^y A_y(x, \eta, t) d\eta\right)$$

$\mathbf{H} = H\hat{e}_z$ , dengan  $H$  adalah tetapan dan  $\hat{e}_z$  adalah vektor satuan searah sumbu  $z$ . Dengan sistem seperti ini maka masalah komputasi dapat dibawa ke dalam bentuk dua dimensi karena semua besaran ruang yang dihitung tereduksi ke sumbu  $x$  dan  $y$  saja. Upaya diskretisasi dapat dilakukan dengan membagi bidang  $x$ - $y$  ke dalam sel-sel kecil dengan luas  $h_x h_y$  seperti disajikan pada gambar 1. Dalam hal ini  $h_x$  dan  $h_y$  masing-masing disebut ukuran kisi ke  $x$  dan  $y$  sedemikian hingga setiap posisi di  $x$  dan  $y$  memenuhi kaitan

$$x_i = x_0 + ih_x; \quad y_j = y_0 + jh_y; \quad i=0,1,2,\dots \quad j=0,1,2,\dots \quad (2)$$

Merujuk kepada metode  $\psi U$  dalam ruang dimensi dua, variabel fundamental terdiri atas parameter benahan  $\psi$  dan dua medan bantu (*auxiliary fields*) yaitu  $U^x$  dan  $U^y$  yang terkait dengan potensial vektor  $\mathbf{A}$  melalui hubungan



Gambar 1. Skema sel-sel yang menyajikan peubah-peubah diskret

Metode numerik untuk masalah ini selanjutnya dapat dibawa ke dalam tiga larik kompleks yaitu

1.  $\psi_{i,j} = \psi(x_i, y_j)$  dengan  $1 \leq i \leq N_x + 1, 1 \leq j \leq N_y + 1$  berada pada setiap sudut sel. Harga dari  $\psi_{i,j}$  adalah pendekatan pada parameter benahan pada posisi  $(x_i, y_j)$

2.  $U^x_{i,j}$  disebut peubah pautan (*link variable*) pada arah sumbu- $x$  dengan  $1 \leq i \leq N_x, 1 \leq j \leq N_y + 1$ . Peubah pautan ini menempati tiap titik tengah setiap sisi sel. Harga  $U^x_{i,j}$  mendekati nilai

$$\exp\left(-i \int_{x_i}^{x_{i+1}} A_x(\xi, y_j) d\xi\right), \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, N_x$$

dan  $j = 1, 2, \dots, N_y + 1$

3.  $U_{i,j}^y$  disebut peubah pautan pada arah sumbu-y dengan  $1 \leq i \leq N_x + 1, 1 \leq j \leq N_y$  berpadanan dengan pautan vertikal (sumbu-y) sel. Harga  $U_{i,j}^y$  mendekati harga  $\exp\left(-i \int_{y_j}^{y_{j+1}} A_y(x_i, \eta) d\eta\right)$  dengan  $i = 1, 2, \dots, N_x + 1$   
 $j = 1, 2, \dots, N_y$

Penyajian dalam bentuk deskret peubah pautan pada butir 2 dan 3 di atas memungkinkan untuk diperoleh bentuk diskret dari persamaan Ginzburg-Landau, fungsional tenaga bebas Gibbs dan syarat batas yang sesuai yaitu

$$U_{i,j}^x = \prod_{k=1}^{i-1} U_{k,j}^x; \quad U_{i,j}^y = \prod_{k=1}^{j-1} U_{i,k}^y, \quad (4)$$

• Suku ke-1

Dari kesamaan  $(\nabla - iA)^2 \psi = \bar{U}^x \frac{\partial^2}{\partial x^2} (U^x \psi) + \bar{U}^y \frac{\partial^2}{\partial y^2} (U^y \psi)$  diperoleh ungkapan

$$\begin{aligned} (\nabla - iA)^2 \psi = & \frac{U_{i,j}^x \psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \bar{U}_{i,j-1}^x \psi_{i-1,j}}{h_x^2} \\ & + \frac{U_{i,j}^y \psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \bar{U}_{i,j-1}^y \psi_{i,j-1}}{h_y^2} + O(h_x^2 + h_y^2) \end{aligned} \quad (8)$$

• Suku ke-2

Dari pernyataan  $(\tau\psi - |\psi|^2 \psi)$  diperoleh

$$(\tau\psi - |\psi|^2 \psi) = \psi_{i,j} (\tau_{i,j} - \bar{\psi}_{i,j} \psi_{i,j}) \quad (9)$$

- Dengan memperkenalkan variabel bantu pada pusat sel  $L_{i,j} = U_{i,j}^x U_{i+1,j}^y \bar{U}_{i,j+1}^x \bar{U}_{i,j}^y$  dan dengan menggunakan identitas Stokes, maka dapat dinyatakan induksi magnet pada pusat sel yaitu  $B_{i,j}^x = B_z(x_i + h_x/2, y_j + h_y/2)$  dapat dikaitkan dengan variabel  $L_{i,j}$  melalui hubungan

$$L_{i,j} = \exp(-ih_x h_y B_{i,j}^x) (1 + O(h_x^2 + h_y^2)) \quad (10)$$

- Dengan memanfaatkan kaitan pada butir ke-3 dan mengingat  $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ , maka suku ke-3 dapat dinyatakan kembali menjadi bentuk

$$\begin{aligned} (|\nabla \times \mathbf{A}|^2 - 2\mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{A}) &= (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot [(\nabla \times \mathbf{A}) - 2\mathbf{H}] \\ &= \frac{i \ln L_{i,j}}{h_x h_y} \left( \frac{i \ln L_{i,j}}{h_x h_y} - 2H \right) \end{aligned} \quad (11)$$

$$U_{i,j}^x = \bar{U}_{i,j}^x U_{i+1,j}^x \quad U_{i,j}^y = \bar{U}_{i,j}^y U_{i,j+1}^y, \quad (5)$$

dengan  $\bar{U}$  merupakan konjugat kompleks  $U$ .

Dengan menggunakan pendekatan nilai tengah dan dengan pengambilan nilai potensial vektor magnet di tengah salah satu sisi yaitu  $A_{x,i,j} = A_x(x_i + h_x/2, y_j)$  dan  $A_{y,i,j} = A_y(x_i, y_j + h_y/2)$  maka diperoleh bentuk diskret peubah pautan yaitu

$$U_{x,i,j} = \exp(-ih_x A_{x,i,j}), \quad U_{y,i,j} = \exp(-ih_y A_{y,i,j}) \quad (6)$$

Dan sebaliknya bentuk diskret potensial vektor magnet adalah

$$A_{x,i,j} = -(ih_x)^{-1} \ln U_{x,i,j}; \quad A_{y,i,j} = -(ih_y)^{-1} \ln U_{y,i,j} \quad (7)$$

Dengan menggunakan ungkapan variabel pautan seperti dinyatakan oleh persamaan (6) dan (7) dan dalam ketelitian sampai orde kedua, maka setiap suku pada fungsional Ginzburg-Landau dapat dinyatakan kembali dalam bentuk-bentuk deskrit sebagai berikut:

Dengan menggunakan ungkapan-ungkapan pada butir kesatu hingga butir keempat, maka fungsional rapat beda tenaga Gibbs dapat dinyatakan oleh

$$\begin{aligned}
 E_{i,j} = & \frac{h_x h_y}{2} \left( \frac{|U_{i,j}^x \psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}|^2}{h_x^2} + \frac{|U_{i,j+1}^x \psi_{i+1,j+1} - \psi_{i,j+1}|^2}{h_x^2} \right. \\
 & \left. + \frac{|U_{i,j}^y \psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}|^2}{h_y^2} + \frac{|U_{i+1,j}^y \psi_{i+1,j+1} - \psi_{i+1,j}|^2}{h_y^2} \right) \\
 & + \frac{h_x h_y}{4} \left( \frac{|\psi_{i,j}|^4}{2} - \tau_{i,j} |\psi_{i,j}|^2 + \frac{|\psi_{i+1,j}|^4}{2} - \tau_{i+1,j} |\psi_{i+1,j}|^2 \right. \\
 & \left. + \frac{|\psi_{i+1,j+1}|^4}{2} - \tau_{i+1,j+1} |\psi_{i+1,j+1}|^2 + \frac{|\psi_{i,j+1}|^4}{2} - \tau_{i,j+1} |\psi_{i,j+1}|^2 \right) \\
 & + i\kappa^2 \ln L_{i,j} \left( \frac{i \ln L_{i,j}}{h_x h_y} - 2H \right) \tag{12}
 \end{aligned}$$

### Syarat Batas Eksternal

1. Syarat batas yang diberikan kepada parameter benahan  $\psi$  pada permukaan bahan yaitu pada node  $i=1$  dan  $i=N_x+1$  adalah

$$\psi_{1,j} = U_{1,j}^x \psi_{2,j} \quad \psi_{N_x+1,j} = \bar{U}_{N_x,j}^x \psi_{N_x,j} \tag{13}$$

Sedangkan pada node  $j=1$  dan  $j=N_x+1$  syarat batas yang harus dipenuhi adalah

$$\psi_{i,1} = U_{i,1}^y \psi_{i,2} \quad \psi_{i,N_y+1} = \bar{U}_{i,N_y}^y \psi_{i,N_y} \tag{14}$$

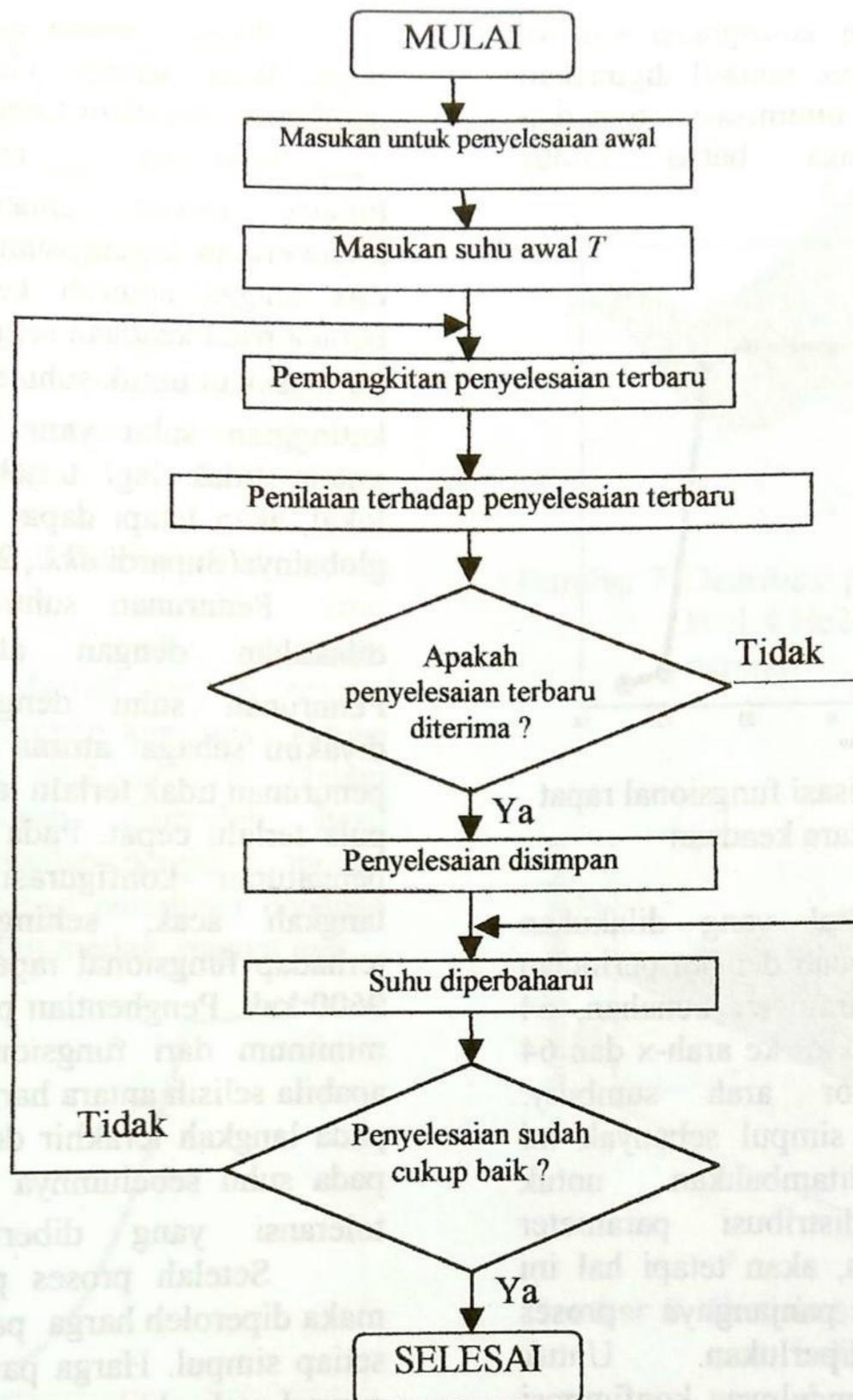
Syarat batas ini diberikan oleh kendala bahwa tidak ada arus super yang lepas pada arah tegak lurus.

2. Syarat batas yang harus dipenuhi oleh variabel pautan  $U_{i,j}^x$  dan  $U_{i,j}^y$  pada permukaan bahan adalah

$$L_{i,j} = \exp(-ih_x h_y H) \tag{15}$$

syarat batas ini diberikan oleh kendala bahwa besarnya medan magnet di permukaan bahan harus sama dengan medan magnet luar yang dikenakan pada bahan.

Setelah didefinisikan fungsional Ginzburg-Landau (12), maka langkah berikutnya adalah melakukan minimisasi terhadap fungsional tersebut. Konfigurasi vortex yang muncul pada superkonduktor jenis ke-II akibat penerapan medan magnet luar  $H$  dapat terjadi akibat ditemukannya minimum global dari sistem. Dalam penelitian ini, pencarian terhadap minimum global sistem akan dilakukan dengan menggunakan teknik minimisasi *simulated annealing*. Gambar 2 ditampilkan struktur algoritma metode *simulated annealing*.



Gambar 2. Struktur Algoritma *Simulated Annealing*

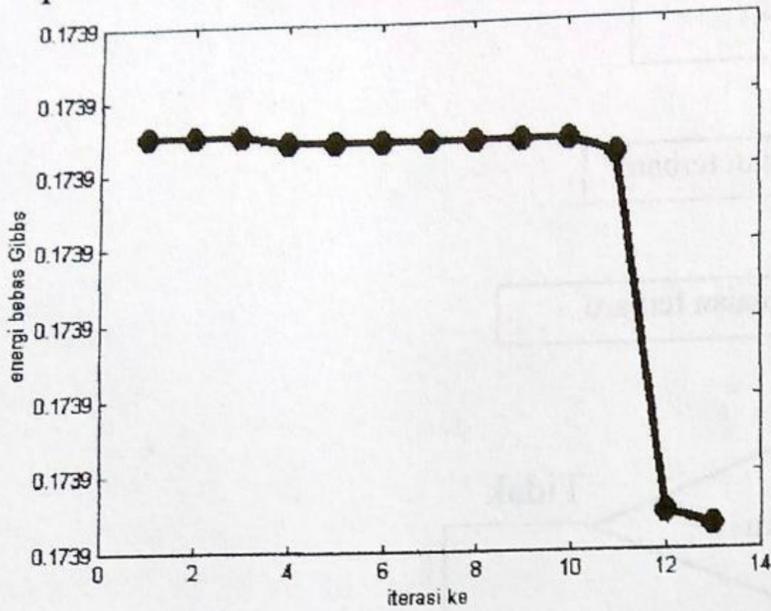
## HASIL DAN PEMBAHASAN

Melalui penelitian ini telah diperoleh hasil baik secara numerik maupun grafis konfigurasi vorteks pada superkonduktor mesoskopik jenis ke-II. Dalam penelitian ini, proses minimisasi terhadap fungsional rapat beda tenaga Gibbs dilakukan dengan metode *simulated annealing*. Disamping dilakukan minimisasi terhadap fungsional tersebut, peneliti melengkapi data riset ini dengan hasil yang diperoleh menggunakan pendekatan penyelesaian terhadap persamaan Ginzburg-

Landau terkopel atau disebut pula dengan *time dependent Ginzburg-Landau*.

Konfigurasi vorteks pada superkonduktor mesoskopik dalam keadaan mantap yaitu suatu keadaan dimana energi sistem paling minimum dapat ditunjukkan dengan distribusi parameter benahan terhadap letaknya. Harga-harga parameter benahan pada setiap titik tersebut diperoleh melalui proses minimisasi fungsional rapat tenaga bebas Gibbs. Mengingat ketangguhan metode *simulated annealing* dalam mencari harga minimum global,

maka untuk memperoleh konfigurasi vorteks superkonduktor mesoskopik jenis-II digunakan metode ini. Proses minimisasi terhadap fungsional rapat tenaga bebas Gibbs diperlihatkan pada gambar 3.



Gambar 3. Proses minimisasi fungsional rapat tenaga Gibbs antara keadaan

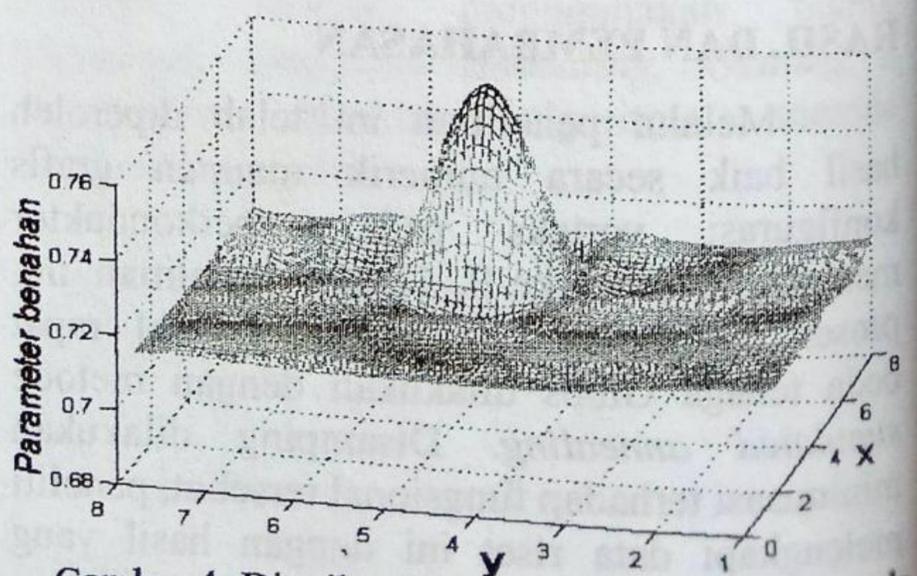
Cacah titik simpul yang dilakukan optimisasi berjumlah 192 buah dengan perincian 64 titik simpul untuk parameter benahan, 64 simpul untuk potensial vektor ke arah-x dan 64 simpul potensial vektor arah sumbu-y. Pengambilan cacah titik simpul sebanyak ini sebenarnya dapat ditambahkan untuk mendapatkan grafik distribusi parameter benahan yang lebih halus, akan tetapi hal ini akan berakibat pada panjangnya proses komputasi yang diperlukan. Untuk menunjukkan gejala munculnya konfigurasi vorteks pada superkonduktor mesoskopik ini, peneliti merasa cukup mengambil sejumlah titik simpul tersebut.

Untuk menunjukkan konfigurasi vorteks pada superkonduktor mesoskopik ini, maka telah dipilih parameter  $\epsilon=1.111$ . Parameter  $\epsilon$  didefinisikan sebagai perbandingan antara besarnya  $H_{c2}$  dengan harga medan magnet luar yang dikenakan pada bahan atau dengan kata lain  $\epsilon=H_{c2}/H$ . Oleh sebab itu, pemilihan harga  $\epsilon$  demikian dapat diartikan bahwa penguasaan medan magnet luar pada bahan sebesar  $H \approx 0.9 H_{c2}$ . Pemilihan harga ini sudah tepat, karena pada daerah medan magnet tersebut bahan masih berada di dalam keadaan superkonduktor jenis ke-II.

Proses minimisasi terhadap fungsional rapat tenaga Gibbs diawali dengan pemberian masukan terhadap suhu awal sistem  $T_{awal}$ . Suhu awal  $T_{awal}$  telah dipilih sedemikian hingga proses annealing pada bahan memberikan kesempatan sistem untuk menata diri hingga seluruh keadaan (*state*) sistem berada pada keadaan setimbang. Pada penelitian ini masukan untuk suhu awal  $T_{awal} = 10,0$ . Pada ketinggian suhu yang demikian diharapkan sistem tidak lagi terjebak kepada minimum lokal, akan tetapi dapat menemukan minimum globalnya (Supardi dkk., 2002).

Penurunan suhu dari masukan awal dilakukan dengan aturan  $T_{baru} = 0,8T_{lama}$ . Penurunan suhu dengan aturan demikian diyakini sebagai aturan yang moderat, artinya penurunan tidak terlalu lambat, akan tetapi tidak pula terlalu cepat. Pada setiap suhu dilakukan pengaturan konfigurasi sebanyak 50 kali langkah acak, sehingga jumlah evaluasi terhadap fungsional rapat tenaga Gibbs adalah 9600 kali. Penghentian pencarian terhadap nilai minimum dari fungsional tersebut dilakukan apabila selisih antara harga fungsional dari suhu pada langkah terakhir dengan harga fungsional pada suhu sebelumnya lebih kecil dari harga toleransi yang diberikan yaitu  $1 \times 10^{-6}$ .

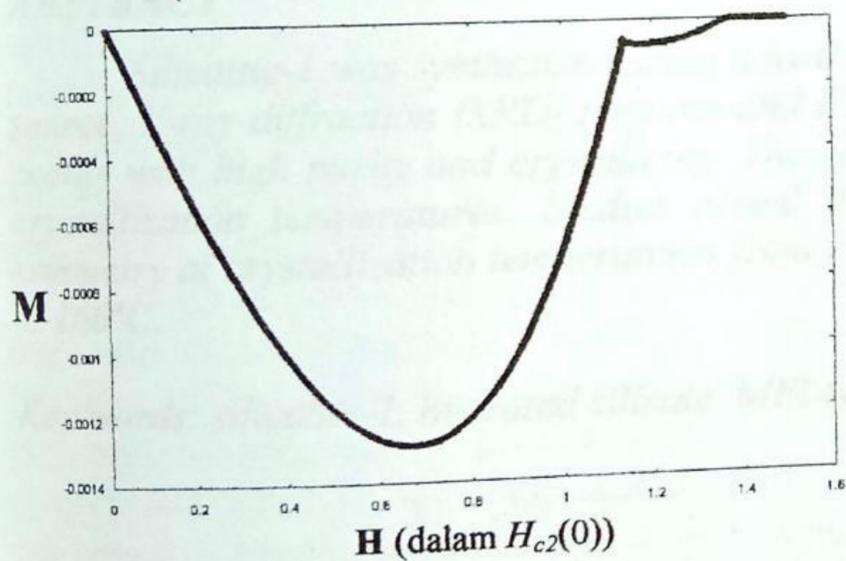
Setelah proses penghentian dilakukan, maka diperoleh harga parameter benahan untuk setiap simpul. Harga parameter benahan setiap simpul pada akhir proses minimisasi merupakan harga parameter benahan yang paling optimum. Gambar 4 disajikan grafik distribusi parameter benahan hasil minimisasi fungsional rapat tenaga Gibbs pada keadaan mantap.



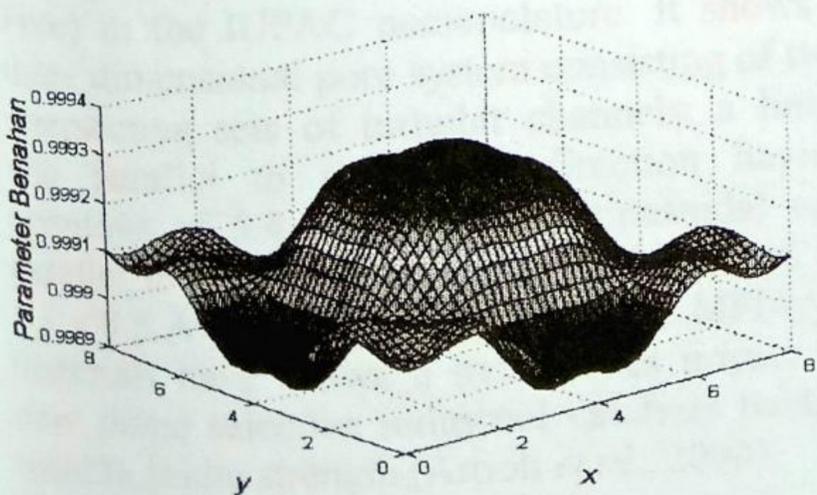
Gambar 4. Distribusi parameter benahan pada bahan superkonduktor

Jika medan magnet luar yang dikenakan pada superkonduktor mesoskopik berada diantara medan kritis  $H_{c1}$  dan  $H_{c2}$ , maka diharapkan diperoleh beberapa vorteks dengan membentuk konfigurasi tertentu. Dari running program yang dijalankan, konfigurasi vorteks tersebut dapat diperoleh. Konfigurasi vorteks yang diperoleh melalui simulasi numerik ini adalah adanya distribusi parameter benahan yang dominan di tengah bahan dan beberapa indikasi munculnya vorteks yang mengelilinginya vorteks di tengah tersebut.

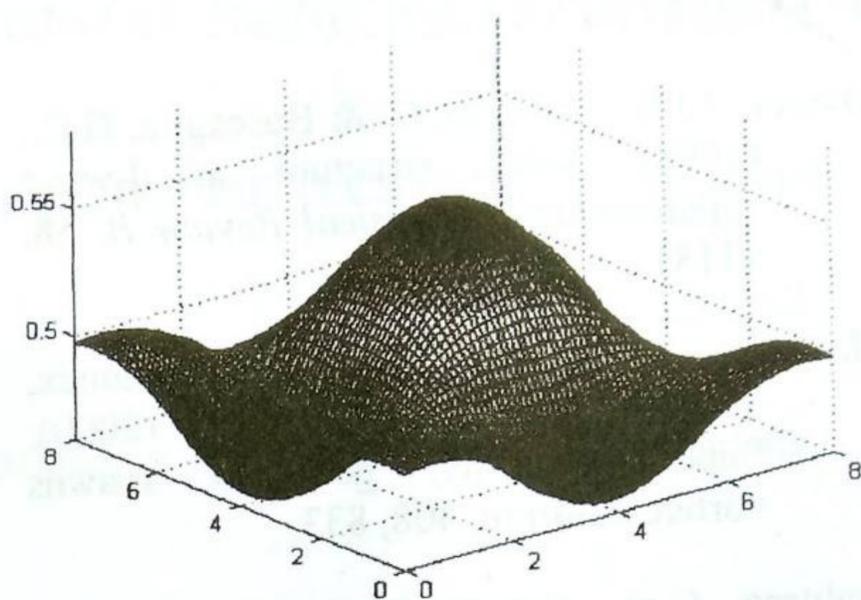
Hasil ini menunjukkan bahwa di daerah tengah bahan, bahan memiliki sifat superkonduktif yang lebih dominan dibandingkan dengan daerah lain di sekitar bahan. Hal ini sesuai dengan kenyataan bahwa bahan yang memiliki sifat simetris. Dalam keadaan tidak mantap diperoleh hasil magnetisasi bahan terhadap pengaruh medan magnet luar serta distribusi parameter benahan untuk berbagai penguasaan medan magnet luar.



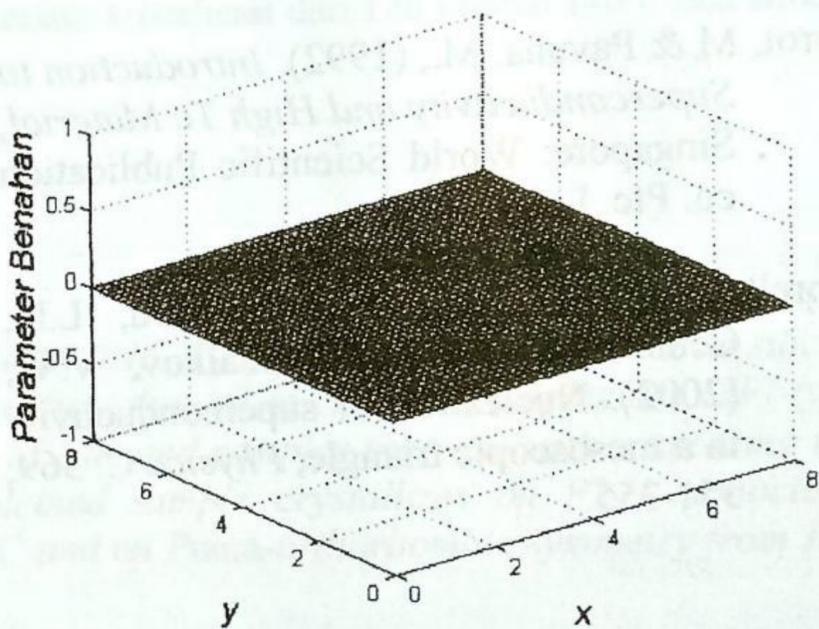
Gambar 5. Magnetisasi bahan superkonduktor mesoskopik



Gambar 6 Distribusi parameter benahan pada medan magnet luar  $H=0.05 H_{c2}$



Gambar 7. Distribusi parameter benahan untuk  $H=1.4 H_{c2}(0)$  dalam keadaan tidak mantap



Gambar 8. Distribusi parameter benahan pada saat bahan berada pada keadaan normal

**SIMPULAN**

Dari hasil pembahasan di atas, maka dapat ditarik beberapa kesimpulan antara lain :

- Distribusi parameter benahan pada superkonduktor mesoskopik dalam keadaan mantap dalam ranah  $H_{c1} < H < H_{c2}$  di dekat  $H_{c2}$  menunjukkan gejala superkonduktivitas yang dominan di daerah tengah bahan, sedangkan distribusi parameter benahan di dekat  $H_{c1}$  mendominasi di hampir semua bagian bahan.
- Distribusi parameter benahan pada baha superkonduktor dalam keadaan normal adalah nol di semua bagian bahan.

## DAFTAR PUSTAKA

- Alvarez, J.J.V., Balserio, C. & Buscaglia, G.C., (1998). Vortex structure in d-wave superconductor. *Physical Review B*. 58, 11181.
- Chibotaru, L.F., Ceulemans, A., Bruyndoncx, V. & Moshchalkov, V.V. (2000). Superconductivity: geometry spawns vortices. *Nature*. 408, 833.
- Crabtree, G.w., Gunter, D.O., Kaper, H.G., Koshelev, A.E., Leaf, G.K. & Vinokur, V.M., (2000). Numerical Simulation of Driven Vortex System, *Physical Review B*. 61, 1446
- Cyrot, M & Pavuna, M., (1992). *Introduction to Superconductivity and High Tc Material*, Singapore: World Scientific Publication co. Ptc. Ltd.
- Morelle, M., Teniers, G., Chibotaru, L.F., Ceulemans, A. & Moschalkov, V.V., (2002). Nucleation of superconductivity in a mesoscopic triangle, *Physica C*. 369, 351-355.
- Stariolo, D.A & Tsallis, C. (1995). *Optimization by Simulated Annealing : Recent Progress*. Centro Brasileiro de Pesquisas Fisicas - Michigan State University.
- Supardi, Nurwantoro, P. & Harsoyo, (in press 2004). Implementasi metode simulated annealing untuk menentukan karakteristik superkonduktor geometri bola, *Teknosains edisi Januari 2004*.
- Tinkham M., (1996). *Introduction to Superconductivity*. Singapore: McGraw-Hill Inc.
- Yampolskii, S.V. & Peeters, F.M., (2002). Giant vortices in small mesoscopic disks: an approximate description. *Physica C*. 369, 347-350.