UiT Norges arktiske universitet

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Matematikk og kommunikasjon – en kraftig kombinasjon?

En kvalitativ studie av elevers kommunikasjon i et Tenkende klasserom

Runar Stefanussen og Håvard Mannsverk

Mastergradsoppgave i matematikkdidaktikk, LER-3903, mai 2023

Forord

For god veiledning, støtte og oppmuntringer sendes en hjertelig takk til vår veileder Johan Lie. Vi retter også en stor takk til Ove Gunnar Drageset for mange gode råd og innspill i forbindelse med temaet kommunikasjon.

Videre vil vi takke alle som har bidratt i studien, spesielt forskningsklassen og lærerne. Deres humør, engasjement og samarbeidsvilje gjorde virkelig feltarbeidet til en morsom og lærerik opplevelse.

Etter fem år tar vi også farvel med vår eminente klasse. Takk for samholdet, kjærligheten og ikke minst den tvilsomme humoren.

Tromsø, 15. mai 2023

Runar Stefanussen

Håvard Mannsverk

Sammendrag

Temaet for denne studien er elevers kommunikasjon under implementeringen av Tenkende klasserom, et didaktisk rammeverk for utforskende matematikkundervisning. Det har lenge vært debatt i fagfeltet omkring hvilken undervisningstilnærming skolen bør vektlegge – tradisjonell eller utforskende. Samtidig har effekten av sosial læring og matematiske samtaler i nyere tid blitt løftet frem som sentrale mål i matematikkfaget. Dette gjenspeiles i fagfornyelsen LK20, som i større grad enn tidligere vektlegger nettopp sosial læring, kommunikasjon, utforsking og problemløsning. I den forbindelse presenterer vi i denne studien følgende problemstilling: *Hvilke typer elev-elev-kommunikasjon observerer vi under vår implementering av Tenkende klasserom?* I tillegg stiller vi forskningsspørsmålet: *Er elevenes kommunikasjon preget av utforsking?* For å svare på disse spørsmålene utfører vi en kvalitativ studie på et syvendetrinn, med et forskningsdesign preget av både aksjonsforskning, designbasert forskning og casedesign. Datainnsamlingen blir gjort gjennom videoobservasjoner, semi-strukturerte intervjuer og spørreskjema.

Vi utviklet gjennom denne studien et rammeverk bestående av ti kategorier elevutsagn: *korte svar og påstander, argumenter, utfordringer, evalueringer og avklaringer, forklaringer, spørsmål, forslag, resonnementer, kommentarer* og *ikke-faglig*. Videre har vi sett på hvor ofte hver type utsagn oppsto blant tre elevgrupper i en Tenkende klasserom-undervisning, samtidig som vi har vurdert elevkommunikasjonens grad av utforsking. Våre funn tyder på at tilnærmet 40% av elevenes utsagn var av lav utforskingsgrad, 31% var av middels utforskende grad, og omtrent 21% av elevutsagnene hadde høy grad av utforsking.

Studien viser at anvendelse av Tenkende klasserom-rammeverket ser ut til å tilrettelegge for utforskende kommunikasjon blant elever. Samtidig indikerer studien også at kulturen og normene som tilhører et Tenkende klasserom ikke umiddelbart blir fullt etablert. Elevene vi observerte bar preg av lite erfaring med denne undervisningstilnærmingen, noe som ble reflektert i måten de kommuniserte med hverandre på. Dersom man allokerer tilstrekkelig med tid til en helhetlig implementering av Tenkende klasserom, er det ikke fjernt å tro at elevers potensiale for utforskende, matematiske kommunikasjon vil kunne utfolde seg ytterligere.

Innholdsfortegnelse

Tabelliste

Figurliste

1 Innledning

1.1 Bakgrunn

“Fortell meg og jeg glemmer, vis meg og jeg husker, involver meg og jeg forstår.”

- Kinesisk ordtak

Skolen som institusjon har mange ulike oppdrag - gjennom opplæringen skal elevene blant annet forberedes på fremtiden, utvikle demokratiske og medmenneskelige holdninger og verdier, tilegne seg historiske og tradisjonelle kunnskaper, og til slutt ende opp som dugelige samfunnsborgere (Kunnskapsdepartementet, 2017). Dette er et stort og komplekst mandat, men kjerneformålet med skolegangen kan løst oppsummeres nok så kort: elevene skal lære. Hva som er den mest effektive måten å lære på blir dermed et sentralt spørsmål i skolen, og her har det vært stor debatt de siste 100 årene, særlig innenfor det matematiske fagfeltet (Bruder & Prescott, 2013).

I boken *The Elephant in the Classroom* beskriver Jo Boaler (2015, s. 5) matematikk som et skolefag med et nokså uheldig rykte. Ikke bare er matematikkfaget ofte en kilde til frustrasjon, angst og frykt blant elever, men det er også et skolefag hvor mange elever opplever at de ikke er gode nok. Dermed har matematikk blitt et fag som mange har negative assosiasjoner til, noe som også gjenspeiles i populærkulturen. Som Boaler (2015, s. 6) trekker frem, blir matematikk typisk avbildet som et universelt hatet fag i filmer og TV-serier, og blir fremstilt som både vanskelig og kjedelig. Sammenhengen mellom motivasjon og mestring er godt dokumentert (Bandura, 1997; Bong & Skaalvik, 2003; Skaalvik & Skaalvik, 2015; Schunk & Mullen, 2012; Wæge & Nosrati, 2018), og da er det uheldig at barn kontinuerlig blir utsatt for negative inntrykk av faget, enten fra media eller deres egne sosiale kretser.

Dette ryktet er likevel kanskje ikke helt ufortjent. I likhet med Boaler påpeker Peter Liljedahl (2021) at matematikkundervisningen i lang tid har basert seg på ineffektive og lite engasjerende tilnærminger. Tradisjonell undervisning, som det gjerne kalles, vektlegger en lærerstyrt undervisning hvor elevene følger direkte instruksjoner for å løse store oppgavemengder. Her er det lite rom for utforsking, kreativitet og samarbeid, da elevene forventes å sitte stille på plassene sine og jobbe individuelt i bøkene sine. Ikke bare kan slik undervisning gjøre matematikkfaget tørt og kjedelig for elevene, men det er også til hinder for aktiv tenkning og læring, ifølge Boaler (2015, s. 35-36) og Liljedahl (2021, s. 5-6).

Både Boaler (2015) og Liljedahl (2021) mener derfor at denne typen undervisning er utdatert, og at det er på tide at skolen gjør en omstilling, spesielt angående matematikkfaget. Siden det kan være vanskelig å forutse både hvilken konkret matematikk, og hvilken generell kunnskap som blir relevant for fremtiden, argumenteres det for at elever med fordel bør lære å være fleksible, kreative, selvstendige og problemløsende (Abril et al., 2013; Boaler, 2015, s. 10). Matematikkfaget bør altså bli mer elevsentrert, og i større grad basere seg på utforsking, problemløsning og forståelse, heller enn på instruksjon og mengdetrening. En slik undervisningsfilosofi er ikke et nytt fenomen, men har tvert imot vært et tema for debatt i forskningsfeltet i nærmere 100 år, dog under ulike navn (Bruder & Prescott, 2013). Det er vanligvis utdanningsfilosofen John Dewey som tilskrives fremtredelsen av det han kalte en undersøkende pedagogikk (Artigue & Blomhøj, 2013; Skånstrøm & Blomhøj, 2016, s. 89). Andre begreper for denne undervisningstilnærmingen har også blitt brukt, slik som prosjektbasert, problembasert og dialogisk undervisning (Bruder & Prescott, 2013), og oppdagende, eksperimentell og spørrende læring (Kirschner et al., 2006). I nyere tid refererer forskningsfeltet, i likhet med John Dewey, gjerne til denne tilnærmingen som undersøkende eller utforskende (inquiry-based), og vi bruker i det følgende disse begrepene om hverandre.

Boaler og Liljedahl er altså ikke alene om en progressiv holdning til matematikkundervisning, og en utforskende tilnærming til matematikkfaget har fått sterk støtte helt opp på det politiske plan de siste tiårene, særlig i Europa (Artigue & Blomhøj, 2013; Rocard, 2007; Skovsmose, 2013). Dette gjenspeiles også i norsk grunnskoleopplæring, hvor det nye læreplanverket for kunnskapsløftet 2020, også kalt LK20, trådte i kraft fra høsten 2020. Denne fagfornyelsen skal gjøre opplæringen mer dagsaktuell og fremtidsrettet, og innebærer blant annet mer fokus på kritisk tenkning, dybdelæring, utforsking og problemløsning (Kunnskapsdepartementet, 2017). I overordnet del forklares det at skolen skal dyrke frem ulike måter å utforske og skape på, og at elevene skal lære å bruke faglig kompetanse i kjente og ukjente sammenhenger. Her trekkes også kritisk tenkning og utforskertrang frem som sentrale kriterier for dybdelæring og problemløsningsferdigheter (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 6-7).

Også spesifikt innenfor læreplanen i matematikk ser vi et forsterket fokus på en mer utforskende undervisningstilnærming. Dette kommer frem i beskrivelsen av fagets sentrale verdier, som konkret sier at matematikkfaget skal gi elevene kompetanse i utforsking og problemløsning. Utforsking og problemløsning er også eksplisitte kjerneelementer, hvor det står at utforsking i matematikk handler om at “elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse. Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Problemløsning blir beskrevet som at “elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før, og at elevene må analysere og omforme kjente og ukjente problemer, løse dem og vurdere om løsningene er gyldige” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2).

Andre sentrale komponenter som fremheves i LK20 er sosial læring og kommunikasjon. I overordnet del poengteres det at faglig og sosial læring utvikles i samspill, og at skolen derfor skal fremme kommunikasjon og samarbeid i fagene slik at elevene lærer å komme frem til løsninger i fellesskap (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 10). Også matematikkfaget skal vektlegge det sosiale aspektet, og skal bidra til at elevene utvikler et presist matematisk språk. Kommunikasjon er også et av kjerneelementene, og handler om at “elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnementer, og at elevene må få mulighet til å forklare og begrunne valg av representasjonsform” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3). I tillegg er resonnering og argumentasjon egne kjerneelementer, som også omfatter kommunikasjon med både medelever og lærere. Videre fremheves kommunikasjon i læreplanen for matematikkfagets grunnleggende ferdigheter. Her trekkes muntlige ferdigheter frem som en viktig bidragsyter til meningsskaping, hvor elevene skal kunne “kommunisere ideer og drøfte matematiske problemer, strategier og løsninger med andre” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 4).

Det kommer altså tydelig frem at utforsking, kommunikasjon og samarbeid er sentrale elementer i fagfornyelsen LK20, og det oppfordres til matematikkundervisning hvor disse elementene støtter og forsterker hverandre. Denne tankegangen har også hold i forskningslitteraturen, som understreker sammenhengen mellom utforsking og kommunikasjon (Abril et al., 2013; Artigue & Blomhøj, 2013; Bruder & Prescott, 2013; Skånstrøm & Blomhøj, 2016; Skovsmose, 2001; Wæge & Nosrati, 2018). Som Pedaste et al. (2015) forklarer, er kommunikasjon en fundamental faktor i utforskende undervisning fordi elevene begrunner, argumenterer for, resonnerer, reflekterer over, og deler løsninger og strategier med hverandre. Videre poengterer Boaler (2015, s. 44-45) at utforsking og kommunikasjon i matematikkundervisningen vil ha en fordelaktig synergieffekt. Hun forklarer at når elever aktivt utforsker og deler tanker og perspektiver med hverandre, så rekonstrueres elevenes tanker. Denne rekonstruksjonen av tanker leder til en dypere forståelse både hos den som snakker, og hos de som lytter, og resulterer dermed i økt læringsutbytte.

En stor del av forskningsfeltet har altså i lang tid forespurt en omstilling i matematikkundervisningen, og svartmaler den tradisjonelle undervisningstilnærmingen som utdatert og utilstrekkelig. Fokuset bes rettes mot utforsking, samarbeid og aktiv deltakelse for å motvirke at elevene forblir gjenstand for passiv, ineffektiv læring. Videre oppfordres det til at undervisningen forbereder elevene på fremtiden ved å utvikle fleksibilitet, kreativitet, samarbeidsevner og problemløsningsferdigheter. Dette perspektivet gjenspeiles i LK20s beskrivelse av matematikkfaget, som fremhever viktigheten av å forberede elevene på et samfunn i utvikling gjennom utforsking og problemløsning i en sosial kontekst. Fornyelsen av det norske læreplanverket, i tillegg til den generelle omstillingsdebatten, er dermed et sentralt bakteppe for denne masteravhandlingens tematikk og problemstilling.

1.2 Problemstilling

I tillegg til å være et høyst dagsaktuelt tema, er utforskende matematikkundervisning noe som er av personlig interesse for oss begge. Samtidig har vi gjennom studietiden blitt oppmerksomme på viktigheten av at elevene ikke bare gjør matematikk, men også prater og kommuniserer matematikk. Det matematikkdidaktiske rammeverket *Tenkende klasserom* (Liljedahl, 2021) var derfor tidlig oppe til diskusjon som tema for masterprosjektet, siden dette omhandler en utforskende undervisningstilnærming i en sosial og dialogpreget kontekst (Liljedahl, 2021). Vi hadde hørt og lest mye positivt om denne typen undervisning, og inntrykket vårt var at Tenkende klasserom tilsynelatende sammenfalt godt med fagfornyelsens vekt på utforsking og sosial læring, og ikke minst var en engasjerende undervisningsform for elevene.

Videre var et av kriteriene våre at masterprosjektet måtte være av praktisk verdi for oss som lærere. Vi ønsket å fordype oss i en tematikk som ville komme til nytte i vår lærerpraksis, og gjennom prosjektet opparbeide oss kunnskap og erfaringer vi kunne ta med oss inn i arbeidslivet. Derfor var det aktuelt med et prosjekt som tillot oss å gjennomføre en praktisk intervensjon, hvor vi fikk samlet datamateriale i rollen som lærere, og ikke bare som forskere. Igjen sto Tenkende klasserom-rammeverket frem som en sterk kandidat, og vi bestemte oss for at implementering av denne undervisningsmetoden skulle være grunnlaget for masterprosjektet vårt.

Innen implementeringen av Tenkende klasserom valgte vi å spesifikt ha fokus på matematiske samtaler. Ettersom rammeverket er svært elevsentrert, med minimal innblanding fra lærer underveis i arbeidsøkten, ble det naturlig for oss å se på kommunikasjonen som oppsto mellom elevene. Dette gjorde også at prosjektet fikk et mer særegent preg, og et større potensial til å bidra med kunnskap som er etterspurt i forskningsfeltet. Det eksisterer mye forskningslitteratur som omhandler læringseffekten av utforskende undervisning (Bruder & Prescott, 2013; Friesen & Scott, 2013; Furtak et al., 2012; Hattie, 2009; Kirschner et al., 2006; Lazonder & Harmsen, 2016), og det finnes det rikelig med litteratur tilknyttet lærer-elev-kommunikasjon (Chapin et al., 2009; da Ponte & Quaresma, 2016; Drageset, 2016; Kazemi & Hintz, 2019). Forskning på elev-elev-kommunikasjon innen et utforskende rammeverk, slik som Tenkende klasserom, er noe mer mangelfull, men heller ikke fraværende (Alrø og Skovsmose, 2002; Mercer, 1996).

Mercer og Littleton (2007, s. 59) poengterer at lærere må fornye den utdaterte klasseromskulturen for å tilrettelegge for aktiv og meningsskapende dialog mellom elever i matematikkfaget. I denne sammenheng etterspør både Bruder og Prescott (2013) og Varhol et al. (2021) mer forskning på elevinteraksjoner i utforskende og problemløsende matematikkundervisning. Liljedahl selv foreslår at videre forskning på Tenkende klasserom kan se nærmere på elev-elev-kommunikasjonen som oppstår ved å transkribere og analysere videoopptak av elevers problemløsende gruppearbeid (Pruner & Liljedahl, 2021).

Med utgangspunkt i vår personlige interesse, og etterspørselen i forskningslitteraturen, lyder vår overordnede problemstilling som følgende:

> *Hvilke typer elev-elev-kommunikasjon observerer vi under vår implementering av Tenkende klasserom?*

For å se dette i et dagsaktuelt lys av utforskende undervisningstilnærming, samt fagfornyelsen av LK20, stiller vi følgende underordnede forskningsspørsmål:

> *Er elevenes kommunikasjon preget av utforsking?*

1.3 Oppgavestruktur

Masteravhandlingen følger en tradisjonell struktur, og er i det følgende delt inn i fem hovedkapitler: teori, metode, analyse, drøfting og avslutning.

I teoridelen gjør vi rede for eksisterende litteratur tilknyttet matematisk forståelse, utforsking og kommunikasjon. Rammeverket for elevinteraksjoner som vi benytter som utgangspunkt for analysen blir presentert, i tillegg til det didaktiske rammeverket Tenkende klasserom.

I metodedelen presenterer og argumenterer vi for metodikken vi har brukt i vår studie. Dette inkluderer overordnet vitenskapssyn, forskningsdesign, forskningsutvalg, datainnsamlingsmetoder og analysemetode. I tillegg diskuterer vi ulike kvalitetskriterier og etiske betraktninger.

I analysedelen søker vi å svare på problemstillingen vår ved å kategorisere og analysere elevenes utsagn. Vi legger frem hvilke typer elev-elev-kommunikasjon vi observerte i et Tenkende klasserom, og knytter dette opp mot teori som gjelder interaksjonskategorier og samtaleformer. Her blir også prosentandelen av hver kategori presentert oppsummeringsvis. I tillegg analyseres elevintervjuene, samt spørreskjemaet elevene svarte på i forkant av Tenkende klasserom-implementeringen.

I drøftingsdelen diskuterer vi funnene fra analysedelen ytterligere, og ser både observasjonene, intervjuene, spørreskjemaresultatene og eksisterende teori i lys av hverandre. Her drøftes også funnene opp mot forskningsspørsmålet vårt, hvor vi forsøker å besvare i hvilken grad elev-elev-kommunikasjonen hadde et utforskende preg.

Avslutningsvis trekker vi konklusjoner i den grad det lar seg gjøre. Vi ser også nærmere på potensielle muligheter for videre forskning tilknyttet elev-elev-kommunikasjon i Tenkende klasserom.

2 Teori

Dette kapittelet innledes med en generell redegjørelse for matematisk forståelse, før vi beveger oss over til utforskende undervisningstilnærming. Deretter spisser vi teorien inn mot matematisk elev-elev-kommunikasjon, fortsatt i et utforskende perspektiv. Vi presenterer også et rammeverk med syv kategorier for elevinteraksjoner, som vil være utgangspunktet for vår analyse. Til slutt ser vi nærmere på det didaktiske rammeverket Tenkende klasserom, og de seks første, aktuelle stegene i implementeringen. Her belyses også Tenkende klasserom av annen relevant teori, samt hvordan denne undervisningstilnærmingen kan påvirke elevers kommunikasjon.

2.1 Matematisk forståelse

Det har lenge vært en stor debatt omkring hva matematisk forståelse faktisk er, og hvilken type matematisk forståelse som er å foretrekke. Det blir i grove trekk skilt mellom to primærformer for forståelse, som i fagfeltet har gått under en rekke ulike navn. Et av de mest etablerte og omtalte skillene på forståelse i matematisk sammenheng er trolig Skemps (1976) inndeling i *instrumentell* og *relasjonell forståelse*. Instrumentell forståelse er den typen forståelse enkelte elever, lærere og læreverk sier seg fornøyd med; å vite instrumentelt *hvordan* man gjør noe, eksempelvis hvordan man gjør en regneoperasjon. Skemp karakteriserer dette som "regler uten mening", og stiller spørsmålstegn ved hvorvidt dette i det hele tatt kan kalles forståelse. Relasjonell forståelse, på den andre siden, betegnes ved å vite både hvordan og *hvorfor* man gjør noe, og innebærer altså en dypere innsikt i det man holder på med.

For å illustrere forskjellen mellom de to typene forståelse, presenterer Skemp (1976) en passende analogi:

Se for deg at du befinner deg i en ny by. Du lærer deg tidlig hvordan du skal komme deg fra der du bor, til steder av interesse, slik som kontoret eller butikken. Selv om du ikke kjenner byen særlig godt kan du effektivt bevege deg fra punkt A til punkt B gjennom de innlærte rutene, men du blir ikke bedre kjent med byen av å gjøre dette. Dersom du en dag skulle gå feil i et veikryss, og ender opp et sted du ikke har vært før, ville du hatt problemer med å finne frem til din destinasjon. Dette sammenligner Skemp med å ha en instrumentell forståelse av byen, som i faglig sammenheng kan innebære å vite regler og prosedyrer for å løse spesifikke oppgaver.

En dag du har tid bestemmer du deg for å utforske den nye byen. Du vandrer rundt uten en spesifikk destinasjon, og utforsker byens ulike veier og steder av interesse. Både bevisst og ubevisst begynner du å danne deg et mentalt kart over byen, som gjør deg i stand til å kunne finne frem stort sett over alt. Dersom du en dag går deg vill, vil du sannsynligvis klare å komme deg dit du skal likevel, siden du har en viss oversikt over byen. Du finner kanskje ikke de optimale rutene i starten, men du klarer å bevege deg rundt omkring ganske fritt. Denne oversikten over byen sammenligner Skemp med å ha en relasjonell forståelse i matematikk. En slik forståelse opparbeides gjennom utforsking og oppdagelser av matematiske sammenhenger, og gjør at man er i stand til å produsere en rekke løsningsstrategier i møte med nye utfordringer.

Skemp ser enkelte styrker ved en instrumentell tilnærming til matematikkundervisning, men mener at fordelene ved en relasjonell tilnærming overveier disse. For det første argumenterer han, som illustrert over, for at relasjonell forståelse gjør en mer fleksibel og tilpasningsdyktig. For det andre mener Skemp at det er lettere å huske noe som gir mening, heller enn å memorere “regler uten mening”, selv om relasjonell forståelse paradoksalt nok er vanskeligere å lære. Videre poengterer Skemp at relasjonell forståelse er av organisk kvalitet, som er en type forståelse som kan fostre nysgjerrighet og ønske om videre utforsking av matematiske fenomener og sammenhenger.

Ikke alle har en like polarisert holdning til forståelsesbegrepet som Skemp. Hiebert og Lefevre (2013) introduserer begrepene *prosedyrekunnskap* og *begrepsmessig kunnskap*, som kan anses som paralleller til instrumentell og relasjonell forståelse. Heller enn å argumentere for hvilken av disse typene kunnskap som er å foretrekke, argumenterer Hiebert og Lefevre for at matematisk kunnskap betinger en nær relasjon mellom prosedyrekunnskap og begrepsmessig kunnskap. Elever trenger begrepsmessig kunnskap for å angripe nye problemer ved å forstå når, hvorfor og hvordan anvende prosedyriske ferdigheter. Også nyere forskning peker mot at en balanse av disse to formene for matematisk kunnskap kan være fordelaktig (Bergem et al., 2005; NCTM, 2014; Rittle-Johnson & Schneider, 2015, alle referert i Nosrati & Wæge, 2015, s. 4).

2.2 Undervisningstilnærminger

Dualismen instrumentell/relasjonell forståelse kan trekkes videre fra forståelses- og kunnskapsbegrepene, til hele undervisningsfilosofien hvor det foregår en lignende debatt. I Rocard-rapporten (2007) omtales motpolene som *deduktiv* og *induktiv* undervisning, hvor den deduktive tilnærmingen er mer lærerstyrt i motsetning til elevfokuset i den induktive tilnærmingen. Boaler (2015, s. 7) bruker mindre nøytrale skildringer og beskriver de to typene matematikkundervisning som kjedelig klasseromsmatematikk og spennende virkelighetsmatematikk. Dette kan ses i sammenheng med det Polya (1973, s. v) allerede i 1944 omtalte som et skille mellom rutinebasert oppgaveløsning og utfordrende problemløsning. I store trekk dreier dette skillet seg om tradisjonell undervisning på den ene siden, og en mer progressiv undervisning på den andre siden (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 46).

Også i denne debatten, i likhet med forståelsesbegrepet, kan det argumenteres for at ideell undervisning innebærer en balanse mellom disse tilnærmingene, heller enn en enten-eller-praksis. Eksempelvis poengterer Skovsmose (2001) at han ikke vil trekke frem én undervisningsform som det ultimate målet å sikte etter, men at en optimal undervisningsstil må finne riktig balanse mellom oppgaveløsning og utforsking. Dette synet gjenspeiles i Bruder og Prescotts (2013) redegjørelse for tradisjonell, lærersentrert undervisning og progressiv, elevsentrert undervisning. Her forklarer de at realiteten er mindre svart-hvitt enn hva litteraturen ofte angir, og at tilnærmingene, i stedet for å være gjensidig utelukkende, eksisterer som ytterpunkter på et spektrum. Vi argumenterer ikke i denne oppgaven for hvor på spekteret matematikkundervisningen bør plasseres. Utforskende undervisning blir her satt i kontekst med den mer tradisjonelle undervisningstilnærmingen for å gi et bedre bilde av hva som kjennetegner utforskende undervisning, og hva den springer ut ifra.

2.2.1 Tradisjonell undervisning

Tradisjonell matematikkundervisning kan være vanskelig å definere, da begrepet “tradisjon” vil variere sterkt avhengig av både tid og sted (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 45). I denne oppgaven karakteriserer vi tradisjonell matematikkundervisning av å være en type undervisning som mange har personlig erfaring med, hvor læreren introduserer et tema på tavlen, etterfulgt av at elevene individuelt løser tilsvarende oppgaver i bøkene (Nosrati & Wæge, 2015). Denne undervisningsstilen faller inn under det Mellin-Olsen (1996) beskriver som oppgavediskurs, og som Skovsmose (2001) kaller oppgaveparadigme, hvor fokuset er å løse oppgaver ved hjelp av en gitt løsningsstrategi. Tradisjonell undervisning vektlegger gjerne en instrumentell tilnærming, som ofte innebærer én korrekt løsningsstrategi som leder til ett korrekt svar (Skovsmose, 2001). Elevene får sjeldent muligheten til å utforske eller oppdage alternative strategier, siden undervisningen er sterkt lærerstyrt med fokus på konkrete strategier og løsninger (Bruder & Prescott, 2013). Dermed er tradisjonell undervisning, slik vi karakteriserer den, preget av mengdetrening i anvendelse av innlærte strategier for å løse oppgaver, heller enn utforsking og meningsskaping av logikken bak strategiene.

Mye av kritikken rettet mot en slik undervisningstilnærming er at elevene ikke blir utfordret til å tenke *hvordan* de skal løse problemer og *hvorfor* løsningsstrategiene fungerer. I stedet handler matematikken om memorering av regler og prosedyrer, og reproduksjon av disse (Boaler, 2015, s. 2). På denne måten blir elevene utsatt for passiv læring, en læringsform som, ifølge Boaler (2015, s. 35-42), ikke inviterer til meningsskaping, forståelse, engasjement eller intellektuell tenkning. Å prioritere memorering av regler og prosedyrer som læringsstrategi kan ha uheldige konsekvenser for elevenes læring. Boaler (2015, s. 132) refererer blant annet til PISA-undersøkelser som indikerer at elever som anvender denne læringsstrategien skårer desidert dårligst på prøver.

2.2.2 Utforskende undervisning

På motsatt side av spekteret finner man den mer progressive undervisningsstilen. Denne stilen legger mindre vekt på instrumentell prosedyrekunnskap, og mer vekt på å løse problemer, oppdage sammenhenger, skape ideer, og å utforske den matematiske verden gjennom samhandling og dialog (Boaler, 2015, s. 2; Bruder & Prescott, 2013). På denne måten vil elevene være bedre rustet til å håndtere en rekke ulike utfordringer, ved at de får utviklet fleksible, kreative og problemløsende evner. Det er dette perspektivet som ligger til grunn for LK20s beskrivelser av matematikkfaget, hvor utforsking, problemløsning og sosial læring er sentrale nøkkelord (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Som nevnt innledningsvis har utforskende undervisning vært omtalt i forskningslitteraturen i nærmere 100 år, og har gått under mange ulike navn, eksempelvis problembasert undervisning, dialogisk undervisning, oppdagende læring og spørrende læring. Utforskende undervisning kan altså inkludere en rekke ulike aktiviteter, slik som problemløsning, modellering og representasjon, undring, kommunikasjon og samarbeid (Abril et al., 2013; Artigue & Blomhøj, 2013). Et treffende nøkkelord Skovsmose (2001) trekker frem er *mathemacy*, et begrep som omhandler ikke bare matematiske ferdigheter, men også evnen til å tolke og agere i en sosiomatematisk kontekst. Sammenfallende oppsummerer Bruder og Prescott (2013) essensen av utforskende undervisning gjennom tre sentrale karakteristikker: mulighet for elevene til å skape ulike løsningsforslag, mulighet for elevene til å diskutere sammen, og mulighet for elevene til å ta og å begrunne egne avgjørelser. Her fremheves altså betydningen av en elevsentrert undervisning hvor selvstendighet, kommunikasjon, resonnering og argumentasjon står sentralt. Også Skånstrøm og Blomhøj (2016) understreker de samme poengene, og legger til at lærerens oppgave i utforskende undervisning i hovedsak handler om å tilrettelegge for dialog, inspirere og støtte elevenes arbeid, og å holde elevene på riktig spor.

Den utforskende undervisningstilnærmingen har altså mange forskjellige definisjoner og nyanseringer. Dette, i tillegg til å være et svært omfattende tema, gjør det vanskelig for forskningsfeltet å generalisere effekten av denne undervisningstilnærmingen (Bruder & Prescott, 2013). I en analyse av en rekke metastudier konkluderer Hattie (2009) likevel at utforskende undervisning ser ut til å være best egnet for elever som mangler erfaring med kritisk tenkning fra før. Kirschner et al. (2006) speiler denne konklusjonen, og argumenterer for at høy grad av utforsking kan skape kognitiv overbelastning hos elever som ikke er vant til å prosessere store mengder ny informasjon. Annen forskning indikerer at en utforskende tilnærming kan ha dårlig effekt på elever som har svak forståelse for det aktuelle temaet, eller som mangler problemløsningsferdigheter (Ergan & Greeno, 1981; Hermann, 1981, begge referert i Bruder & Prescott, 2013). Bruder og Prescott (2013) påpeker dog at ferdigheter innen problemløsning likevel er noe som kan læres eksplisitt.

Ikke uventet har den utforskende tilnærmingen til undervisning, i likhet med den tradisjonelle tilnærmingen, vært utsatt for kritikk og skepsis. Som påpekt antyder enkelte studier at utforsking ikke er en velegnet tilnærming for visse elevgrupper. Særlig Kirschner et al. (2006) stiller spørsmålstegn ved læringseffekten av en slik elevsentrert undervisningsform, og hevder at forskningseksperimenter støtter opp under at en eksplisitt undervisning hvor læreren gir tydelige, direkte instrukser vil gi best resultater. Kirschner et al. trekker blant annet frem forskning på naturfagundervisning hvor læreren har vært minimalt instruerende, hvor elevene ender opp i frustrasjon og tapt læring. Dette poenget nevner også Bruder og Prescott (2013), som forklarer at elevenes læringsutbytte er minst når læreren blander seg lite inn, og i liten grad er støttende i elevenes utforsking. Dette betyr likevel ikke at en bør unngå å gi elevene autonomi i undervisningen, men heller at man som lærer bør være bevisst på hvordan man involverer seg og bistår elevene i deres arbeid.

Et sentralt spørsmål innen utforskende undervisning blir dermed i hvilken grad læreren skal være innblandet i elevenes arbeid, og hvor mye undervisningen skal være preget av lærerstyrte instruksjoner. Likevel, uavhengig av hvilken grad av instruksjon som er fordelaktig for læring av et spesifikt matematikktema, så er mye av hensikten med LK20s fokus på utforsking at elevene skal lære å lære. Elevene skal få øvelse i nettopp å løse problemer på en selvstendig, kreativ og fleksibel måte for å forberede dem på en fremtid i konstant endring (Kunnskapsdepartementet, 2019), et mål som kan ses i sammenheng med Skemps analogi for å finne frem i en ny by. Denne tankegangen er også et poeng Artigue og Blomhøj (2013) fremhever som en styrke ved utforskende undervisning: det er en undervisningsform som kan bidra til å utvikle generelle holdninger og vaner hos elevene på kryss av fagdisipliner. Det bør fortsatt påpekes at utforsking og følging av instruksjoner ikke nødvendigvis er gjensidig utelukkende, og at det er fullt mulig, om ikke fordelaktig, å besitte begge evnene. Som nevnt tidligere kan det tenkes at skolen bør satse på den gylne middelvei mellom disse ytterpunktene.

2.3 Kommunikasjon i utforskende undervisning

Den utforskende undervisningstilnærmingen er som vist sterkt preget av samarbeid og dialog mellom elever. Dermed blir kommunikasjon et sentralt aspekt i denne typen undervisning, noe som særlig blir tydelig når en ser på effektene av matematisk kommunikasjon. Flere studier fremhever en positiv læringseffekt i tilfeller hvor elever får muligheten til å diskutere matematiske ideer med hverandre (Barnes et al., 1990; Candela, 1999; King, 1995, alle referert i Rojas-Drummond & Zapata, 2004). I tillegg antyder forskning at matematiske diskusjoner kan hjelpe elever med å oppnå en dypere forståelse for faget, samtidig som det kan styrke elevers evne til logisk tenkning (Chapin et al., 2009, s. 7; Nosrati & Wæge, 2015). Her ser man altså hvordan kommunikasjon kan legge til rette for den type læring som kan anses som kjernen i utforskende undervisning.

Likevel er det ikke tilstrekkelig med hvilken som helst muntlig aktivitet i klasserommet. Kommunikasjonen i seg selv må også være utforskende, og slike fruktbare diskusjoner er ikke noe som oppstår av seg selv. Mercer og Littleton (2007, s. 50) påpeker eksempelvis at selv om elever ofte arbeider *i* grupper, så arbeider de ikke nødvendigvis *som* grupper. Videre forklarer de at elever sjeldent kommuniserer utforskende i skolesammenheng, enten fordi de ikke blir opplært til dette, eller ikke blir gjort klar over at det er forventet av dem (Mercer & Littleton, 2007, s. 58). Et annet potensielt hinder for utforskende kommunikasjon kan være lærerens tilstedeværelse. Flere forskere trekker frem at elever gjerne snakker og samarbeider mer utforskende når læreren ikke er i nærheten, fordi lærerens tilstedeværelse gjør at elevene i større grad fokuserer på riktige svar, heller enn matematisk diskusjon (Barnes, 1976, s. 78; Mercer, 1996; Mercer & Littleton, 2007, s. 58; Mercer & Wegerif, 1999, s. 89). Dette er normer elevene ubevisst følger, som kan være vanskelige og tidkrevende både å identifisere og å endre. Derfor foreslår Rojas-Drummond og Zapata (2004) at det kan være lurt å tydeliggjøre forventningene til elevenes matematiske samtaler, eksempelvis gjennom å implementere og bevisstgjøre elevene på et sett med grunnregler for utforskende kommunikasjon.

2.3.1 Typologier for elevsamtaler

I sammenheng med utforskende kommunikasjon har Mercer (1996) inndelt elevkommunikasjon i tre ulike samtaletyper, henholdsvis *stridende samtale*, *kumulativ samtale* og *utforskende samtale*, som hver reflekterer ulik grad av utforsking. Stridende samtale er den samtaletypen som kan anses som minst utforskende, og er preget av uenigheter, kritikk og individuelle avgjørelser. Her forekommer gjerne korte svar og utsagn, og det er lite vekt på å skape en felles forståelse, eller å oppsøke alternative perspektiver. Kumulativ samtale er i motsetning karakterisert av samtaler hvor elevene konverserer ukritisk, sier seg enige med hverandre, og slik skaper en felles forståelse. Heller enn å utfordre hverandre, stoler elevene ofte blindt på hverandres utsagn. Denne samtaletypen kan være positivt ladet, og består av mye repetisjon og konfirmering av hva som blir sagt.

Den siste samtaleformen er utforskende samtale, hvor elevene kommuniserer kritisk, men konstruktivt. Det forsøkes å bygge en felles forståelse basert på argumentasjon og resonnering, hvor påstander, forslag og alternative perspektiver blir hørt og vurdert. Elevenes tankerekker bygger gjerne på hverandre, og ideer blir åpent delt og sammenlignet. Utfordringer er ikke uvanlige, og skjer respektfullt med mål om å komme til enighet gjennom felles, kritisk undersøkelse (Mercer, 1996; Mercer & Littleton, 2007, s. 54). Forskning indikerer at denne samtaletypen kan være velegnet for å forbedre elevers problemløsningsferdigheter, samtidig som den kan legge til rette for elevers resonneringsevne (Mercer & Wegerif, 1999, s. 97). Utforskende samtale har dermed mange likhetstrekk med en utforskende tilnærming til undervisning, og hvilke læringseffekter undervisningen kan stimulere til. Blant annet vektlegges både konstruktivt samarbeid, begrunnelse for synspunkter, felles undring, og utvikling av problemløsningsferdigheter både i utforskende undervisning, og det Mercer kaller utforskende samtale.

Disse tre samtaletypene kan altså anvendes for å vurdere hvorvidt elevsamtaler er av utforskende karakter eller ikke. Mercer og Wegerif (1999, s. 97) påpeker likevel at dette ikke er et ferdigstilt og endelig rammeverk, men heller et tentativt hjelpeverktøy for å få en bedre innsikt i samtalenes natur. Videre understreker Mercer (1996) at den tredelte typologien ikke har som hensikt å redusere hvert individuelle samtaleutsagn til deskriptive kategorier, men at samtaletypene er analytiske kategorier avhengig av kontekst. Dersom man ønsker å kode elevsamtaler til isolerte og kategoriserte enkeltutsagn finnes det andre modeller som er bedre egnet, slik som Alrø og Skovsmoses (2002) IC-modell.

2.3.2 IC-modellen

Med hensikt å kunne identifisere og kategorisere utforskende kommunikasjon har Alrø og Skovsmose (2002) utviklet det de kaller *IC-modellen* (Inquiry Co-operation Model). Modellen ble i utgangspunktet utviklet i forbindelse med lærer-elev-kommunikasjon, men Alrø og Skovsmose fant tidlig ut at den også fungerer i elev-elev-basert kommunikasjon, slik som i gruppearbeid. I motsetning til Mercers tredelte typologi for samtaler, består IC-modellen av åtte kategorier for ulike samtaleelementer, som i større grad legger til rette for deskriptiv koding av enkeltutsagn. Likevel, som Mercer og Wegerif (1999, s. 85) påpeker, er samtaler et komplekst tema som kan være svært vanskelig å få til å passe med en klar, tydelig kategorisering. Dette poenget adresserer også Alrø og Skovsmose (2002, s. 101), og understreker at samtaleelementene i IC-modellen ikke alltid kan anses som veldefinerte, separate enheter, men gjerne kan forekomme i ulike samtaleklynger eller kombinasjoner. Videre forklarer Alrø og Skovsmose (2002, s. 54) at begrepet "modell" ikke refererer til et ideelt eller anbefalt kommunikasjonsmønster. Det er også verdt å merke seg at IC-modellen bare omfatter samtaleelementer som kan regnes som utforskende. Samtaleelementer som ikke er å betrakte som utforskende blir dermed ikke tatt hensyn til i modellens åtte kategorier.

Kort oppsummert er IC-modellens åtte kategorier: *ta kontakt, lokalisere, identifisere, advokere, tenke høyt, omformulere, utfordre* og *evaluere* (Alrø & Skovsmose, 2002). Å *ta kontakt* innebærer å klargjøre seg for samarbeid med hverandre gjennom aktiv lytting, vise respekt, være støttende og gjensidig bekreftende, og å stille spørsmål. *Lokalisere* betyr å oppdage eller finne ut noe nytt. Dette kan eksempelvis gjøres gjennom å stille undrende eller hypotetiske spørsmål, eller gjennom avklaringer og presiseringer. Her utforsker man gjerne alternative muligheter, og prøver ut ulike forslag. Å *identifisere* er å forklare eller å sette ord på matematiske ideer, hvor man gjør sine perspektiver og antakelser kjente for hverandre. Å *advokere* handler også om å uttrykke perspektiver og tankerekker, men vektlegger i større grad å etablere en felles forståelse eller sannhet gjennom åpen og kritisk argumentasjon. Å *tenke høyt* skjer når elever uttrykker sine tanker, ideer og følelser, uten å nødvendigvis ha et planlagt, spesifikt poeng de forsøker å formidle. *Omformulering* forekommer når utsagn blir gjentatt eller sagt på en annen måte, med hensikt om å forsikre seg om at man forstår hverandre riktig. Å *utfordre* innebærer å stille spørsmålstegn ved det som blir gjort eller diskutert. Her bryter man arbeidets retning, og inviterer til utforsking av nye perspektiver og muligheter. *Evaluering* finner sted når elevene korrigerer hverandre, gir kritikk, ros eller andre tilbakemeldinger, og kan gi en pekepinn på om elevene er på samme bølgelengde.

2.3.3 Syv hovedtyper elevinteraksjoner

Dersom man ønsker et rammeverk som omfatter alle typer elevutsagn, og ikke bare utforskende utsagn, kan man anvende Rødsseland et al. (2022) sin inndeling av syv hovedtyper elevinteraksjoner. Dette rammeverket ble utviklet med hensikt om å kunne beskrive interaksjonene som oppstår mellom elever i gruppearbeid, og har tatt utgangspunkt i både Alrø og Skovsmoses IC-modell, Mercers tredelte samtaletypologi, og Drageset et al. (2020) sin fireinndeling av elevutsagn. På generell basis, uten hensyn til grad av utforsking, skiller Røsseland et al. mellom kategoriene *svar og påstander, argumentasjon, utfordringer, evaluering og avklaring, forklaring, spørsmål* og *forslag*.

Kategorien *svar og påstander* beskrives som typiske responser innen et IRE-mønster (Initiativ, Respons, Evaluering), og inneholder ingen ytterligere informasjon om tankegangen, prosessen eller logikken bak svaret eller påstanden (Drageset et al., 2020). Disse utsagnene er ofte en del av samtaleflyten, som også er typisk for kumulativ samtale (Mercer, 1996). Ettersom denne typen elevinteraksjon ikke anses som særlig utforskende, har den heller ingen korresponderende kategorier i Alrø og Skovsmoses IC-modell.

Elevinteraksjonen *argumentasjon* er derimot mer utfyllende, og har likhetstrekk med IC-modellens advokere- og tenke høyt-kategori. I tillegg til et svar eller en påstand, blir det i disse utsagnene argumentert for hvorfor svaret eller påstanden er korrekt eller logisk gyldig (Røsseland et al., 2022). Kategorien *forklaring* kan ligne på argumentasjonskategorien, men fokuserer i større grad på å forklare hva som har blitt gjort eller hva som må gjøres for å komme frem til en løsning. Dette er gjerne forklaringer av prosesser eller ideer uten begrunnelse for logikk eller gyldighet (Drageset et al., 2020; Røsseland et al., 2022).

Utfordringer er elevutsagn som bryter med arbeids- og samtaleflyten ved at de foreslår en ny ide eller retning, og sammenfaller i stor grad med IC-modellens utfordre-kategori. Denne typen elevutsagn kan være høyst utforskende dersom den leder til argumenter og forklaringer, men den kan også være av mer stridende natur dersom oppfølgende argumenter og forklaringer utelates (Røsseland et al., 2022).

Interaksjonskategorien *evaluering og avklaring* er vurderinger av tidligere elevutsagn, ofte relatert til utsagnets logikk og gyldighet gjennom kritikk, støtte, korreksjoner eller råd (Røsseland et al., 2022). Denne kategorien kan også omfatte avklaringer, eksempelvis gjennom omformuleringer, og er utviklet på bakgrunn av både IC-modellens evaluering-kategori og omformulering-kategori, samt Mercers (1996) utforskende samtale.

Spørsmål er en type elevinteraksjon som etterspør hva, hvordan eller hvorfor. Slike utsagn er initiativer som forespør informasjon, og er en naturlig del av utforskende prat. I likhet med spørsmål er kategorien *forslag* også initiativer til fremgangsmåter for å løse oppgaver. Røsseland et al. (2022) forklarer at denne typen utsagn ofte blir fulgt opp av forklaringer eller argumenter, og typisk kan ses i sammenheng med IC-modellens tenke høyt-kategori.

Kategoriene oppsummeres i tabell 1. Denne kategoriseringen av elevinteraksjoner vil være vårt utgangspunkt når vi gjennomfører analysen av elev-elev-kommunikasjonen i implementeringen av Tenkende klasserom.

Kategori	Beskrivelse
Svar og påstander	Svar som kan være korrekt, feil eller delvis korrekt. Ingen begrunnelse. Typisk kumulativt.
Argumentasjon	Fokus på hvorfor noe er korrekt eller logisk.
Utfordringer	Bryter flyten, presenterer en ny ide eller motsier en presentert ide. Kan være både utforskende og stridende.
Evaluering og avklaring	Vurderinger av andre utsagn, gjerne tilknyttet logikk og gyldighet. Kan også være omformuleringer.
Forklaring	Fokus på hva som blir gjort, eller må bli gjort, for å komme frem til en løsning.
Spørsmål	Spør om hva, hvordan eller hvorfor.
Forslag	Initiativer til å løse oppgaver, gjerne i form av å tenke høyt. Kan følges opp av forklaringer.

Tabell 1: Syv hovedtyper elevinteraksjoner (Rösseland et al., 2022)

2.3.4 Resonnering og argumentasjon

Resonnering og argumentasjon er sentrale elementer innen utforskende kommunikasjon, noe læreplanen påpeker eksplisitt. Kunnskapsdepartementet (2019, s. 3) fremhever resonnering og argumentasjon som egne kjerneelementer i matematikkfaget, og understreker dermed begrepenes relevans i fagfornyelsens mer utforskende fokus. Begrepene er nært beslektet, og kan derfor være vanskelige å skille fra hverandre. Eksempelvis anser Conner et al. (2014) disse som overlappende matematiske prosesser, fordi når man konstruerer et argument, så resonnerer man, og når man resonnerer, så konstruerer man et argument.

Kunnskapsdepartementet (2019, s. 3) beskriver matematisk resonnering som evnen til å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. NCTM (2009, s. 4) har en lignende formulering, og definerer resonnering som “prosessen med å trekke konklusjoner basert på beviser og konstaterte antakelser” (egen oversettelse). I matematikkfaglig kontekst handler det om å undersøke mønstre og sammenhenger, oppdage og formulere generaliseringer, og å bygge opp argumenter på bakgrunn av logiske slutninger (Chapin et al., 2009, s. 109). Resonnering kan altså forstås som den utforskende, kognitive prosessen hvor matematisk mening og forståelse skapes.

Matematisk argumentasjon blir av Kunnskapsdepartementet (2019, s. 3) forklart som begrunnelser og bevis på gyldigheten av fremgangsmåter, resonnementer og løsninger. I likhet definerer Billing (1987, s. 2) argumentasjon som "en sosial kommunikasjonsprosess hvor to eller flere deltakere utveksler synspunkter og resonnementer i et forsøk på å overbevise hverandre om påstandenes validitet" (egen oversettelse). Et argument, i sammenheng med argumentasjon, kan videre forstås som en understøttet påstand (Toulmin, 1958, s. 8). Toulmin forklarer videre at argumenter i uansett fagfelt består av tre komponenter: en påstand, belegg som underbygger påstanden, og hjemmel som påviser koblingen mellom belegg og påstand. Dersom flere personer i fellesskap utarbeider en slik understøttet påstand, så skapes det Conner et al. (2014) kaller *kollektiv argumentasjon*. Slik argumentasjon kan bestå av *betydelige argumenter*, argumenter som deltakerne anser som akseptable, og som i motsetning til *logiske argumenter* ikke nødvendigvis er matematisk valide (Yackel, 2001).

I forbindelse med matematisk gruppearbeid på barneskolenivå kan en ikke forvente at elevene alltid presenterer logisk og matematisk valide argumenter. For å skille ulike nivåer av argumentasjon har Rojas-Drummond og Zapata (2004) delt argumenter inn i fire kategorier: *rudimentære*, *implisitte*, *semi-eksplisitte* og *eksplisitte argumenter*. De to første kategoriene består av argumenter som er svært kontekstavhengige, og svært ufullstendige. Elevene begrunner i stor grad påstander ved hjelp av deiktiske uttrykk som "den der" og "sånn her", og kan være vanskelig å tolke grunnet liten klarhet og svak formidlingsevne. De to siste kategoriene baserer seg på tilnærmet fullstendige argumenter, i den forstand at utenforstående også vil kunne følge argumentenes logikk. Disse argumentene kan også ha innslag av deiktiske uttrykk, men vil være tydelige og forståelige i argumentenes kontekst.

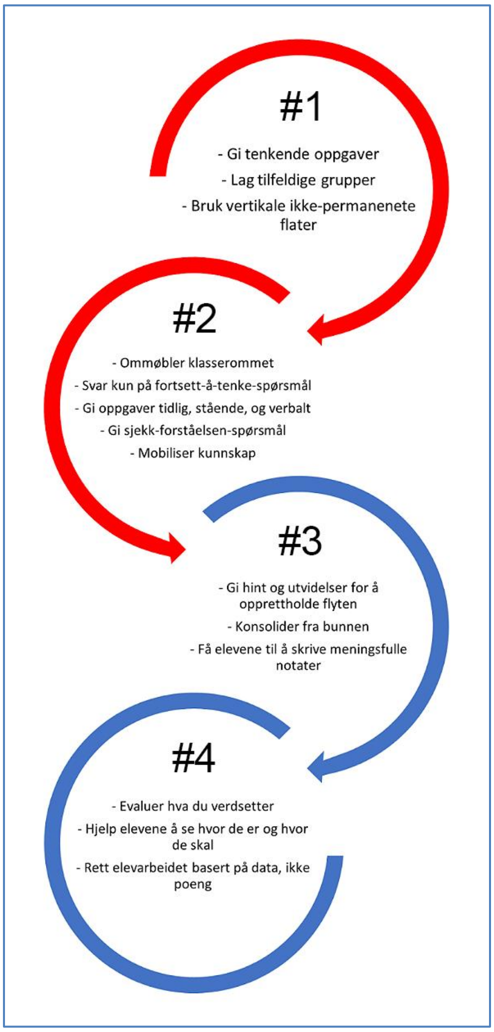
2.4 Tenkende klasserom

Tenkende klasserom er et didaktisk rammeverk for matematikkundervisning, utviklet av Peter Liljedahl. Rammeverket kom som et svar på det Liljedahl beskriver som en rekke uheldige institusjonaliserte normer i skolen som omhandler matematikk bygget på ikke-tenkende aktiviteter. For å tydeliggjøre problemene beskriver Liljedahl (2021, s. 11) et undervisningsmønster som går igjen i mange klasserom. Dette mønsteret handler om at lærerne begynner timene ved å gi elever bestemte strategier for å løse problemene i matematikkbøkene sine. Deretter forsøker elevene å løse problemene selv ved å bruke strategiene lærerne demonstrerer. Liljedahl beskriver altså her en tradisjonell, lærerstyrt undervisningstilnærming i tråd med det Mellin-Olsen (1996) kaller oppgavediskurs, og Skovsmose (2001) kaller oppgaveparadigme. I likhet med Boaler (2015) reflekterer Liljedahl og Allern (2013) rundt problemstillingen om at denne undervisningsformen i stor grad leder til at elevene kopierer og følger regler, heller enn å utvide sin matematiske forståelse. Denne undervisningsformen fostrer ikke selvstendig tenkning hos elevene, men kan i verste fall gjøre at elevene utvikler strategier for å slippe å tenke, og dermed mister potensielt læringsutbytte (Liljedahl, 2021, s. 5 og 10). Her kan man se sterke paralleller til tidligere omtalte begreper som eksempelvis passiv læring og instrumentell forståelse, som Boaler (2015) advarer mot.

Ifølge Liljedahl (2021, s. 12) er det, til tross for ny forskning rundt vurdering, teknologi og pedagogikk, svært vanskelig å endre de grunnleggende strukturene som har blitt befestet i undervisningen i skolen. Rammeverket Tenkende klasserom ble dermed utviklet med formål om å drastisk endre de institusjonaliserte klasseromsnormene som Liljedahl (2021, s. 6), og også Boaler (2015), mener er et systematisk problem i matematikkundervisningen i skolen.

Tenkende klasserom er konseptualisert gjennom totalt 14 steg som individuelt og kollektivt kan skape gunstige forhold for tenkning. Stegene bør innføres gradvis, ettersom elevene trenger tid til å tilpasse seg endringene i klasserommet. Liljedahl (2021, s. 281) utviklet i denne sammenheng en implementeringsmal som består av alle stegene, fordelt i fire *verktøysett* (toolkits). Verktøysettene er viktige ettersom de forklarer hvordan rammeverket bør implementeres. I verktøysett #1 må alle tiltakene implementeres samtidig. I verktøysett #2 er det ingen gitt rekkefølge, mens det i verktøysett #3 anbefales at tiltakene iverksettes individuelt, og i rekkefølgen som presenteres i figuren. I verktøysett #4 påpekes det at vurderingene basert på data iverksettes etter steg 13, *hjelp elevene å se hvor de er og hvor de skal*. Der verktøysett #1 i all hovedsak handler om elevpraksis og arbeidsmåter, handler verktøysett #2 om lærer- og undervisningspraksis.

Videre i teorikapittelet tar vi utgangspunkt i de første seks stegene i Liljedahls Tenkende klasserom. De to første stegene, som omhandler *oppgavetyper* og *gruppearbeid*, vil presenteres individuelt, mens de påfølgende fire stegene vil presenteres i kapittelet om *kultur og normer*. Her vil vi forsøke å belyse hovedaspektene ved Tenkende klasserom i sammenheng med annen relevant forskningslitteratur.



Figur 1: Implementeringsmal for Tenkende klasserom (Liljedahl, 2021, s. 281)

2.4.1 Oppgavetyper

Det første steget i Tenkende klasserom, *gi tenkende oppgaver*, handler om hvilke typer oppgaver som bør brukes i matematikkundervisningen. Liljedahl (2021, s. 20) påpeker at det som i stor grad avgjør om en oppgave er god eller ikke, handler om hvordan oppgaven utfordrer elevene den er ment for. Dette synet støttes av Smith og Stein (1998) som forklarer at det er ulike faktorer man må ta hensyn til når man skal vurdere hva som er en god matematikkoppgave. Dette gjelder blant annet elevenes alder, forkunnskaper og erfaringer, samt klassens normer og forventninger til matematikk. Derfor trenger eksempelvis ikke en god oppgave for elever på tredjetrinn være en god oppgave for elever på syvendetrinn. Liljedahl (2021, s. 19) understreker videre at gode oppgaver må få elevene til å tenke, og viser til problemløsningsoppgaver som det beste stedet å starte. Wæge og Nosrati (2018, s. 79) poengterer på sin side at en kognitivt krevende oppgave ikke nødvendigvis skal være vanskelig, men må by på en genuin utfordring for elevene. Boaler (2015, s. 25) peker videre på muligheten til å utvikle elevers utholdenhet som et viktig aspekt ved gode oppgaver.

Grunntanken med kognitivt krevende oppgaver kan ses i lys av en utforskende tilnærming hvor aktiv læring gjennom refleksjon, oppdagelser og samhandling står sentralt. Slik sammenfaller problemløsningsoppgaver godt med LK20, som vektlegger kritisk tenkning, utforskingskompetanse og samarbeidsevner (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2-3). I møte med slike problemløsningsoppgaver vil elever ofte stå fast, og i denne prosessen vil de kunne lære om matematikk, seg selv og hvordan å tenke. Liljedahl (2021, s. 19) viser til en universell enighet i forskningsfeltet om at problemløsning handler om hva vi gjør når vi ikke vet hva vi skal gjøre. Med andre ord finnes det ingen bestemt fremgangsmåte for elevene, og de må dermed ta i bruk forkunnskaper og lage egne strategier for å løse problemene.

Liljedahl (2021, s. 20) beskriver gode problemløsningsoppgaver som rike, på den måten at de krever et bredt spekter av matematisk kunnskap, og evnen til å bruke denne kunnskapen på ulike måter for å løse problemene. I Tenkende klasserom-rammeverket blir to forskjellige typer problemløsningsoppgaver fremhevet. Den første er høyt engasjerende oppgaver som legger til rette for diskusjon, men som ikke nødvendigvis er rettet mot å dekke spesifikke kompetansemål. Disse oppgavene bør benyttes i en implementeringsfase, hvor målet er at elevene skal bli kjent med arbeidsmåten. Den andre oppgavetypen, pensumbaserte oppgaver, har mange likhetstrekk med den første, men er spesifikt rettet mot å dekke kompetansemål i læreplanen (Liljedahl, 2021, s. 28). I sammenheng med det Liljedahl kaller høyt engasjerende oppgaver snakker Wæge og Nosrati (2018, s. 83) om rike oppgaver gjennom *LIST-oppgaver* (Lav Inngangsterskel, Stor Takhøyde). Disse oppgavene kjennetegnes ved både å være kognitivt krevende, men også oppnåelig på den måten at elever med ulik kompetanse kan finne et passende startpunkt i oppgaven, men fortsatt møter på konkrete utfordringer også underveis i oppgaven. Nosrati og Wæge (2015) viser her til en form for tilpasset opplæring gjennom *berikelse*, som på mange plan kan minne om Tenkende klasserom, og som baserer seg på arbeid med nettopp rike oppgaver. Berikelse går ut på at elevene jobber i heterogene grupper med fokus på rike oppgaver, slik at det er mulig for elevene å arbeide på ulike nivåer.

da Ponte og Quaresma (2016) forklarer på sin side hvordan utfordrende oppgaver gir rom for å sammenligne og evaluere ulike strategier, og forklarer videre hvordan de kan fungere som utgangspunkt for interessante diskusjoner. Elever kan, med riktig bruk av slike oppgaver, bygge på og utvikle sin forståelse for matematikk, samt utvikle sine evner innenfor argumentasjon og resonnering. Gode oppgaver skal være matematisk utfordrende, men samtidig gi elever mulighet til å diskutere og utforske oppgaven sammen, gjennom ulike tilnærminger. Valg av oppgave kan dermed gi elever flere muligheter til å diskutere matematikk med medelever, fremfor å jobbe alene i bøkene, noe eksempelvis Boaler (2015, s. 45) etterlyser. I forskningen til Liljedahl (2021, s. 26) viste det seg at arbeid med høyt engasjerende oppgaver ga positive resultater. Elevene brukte mer tid på å tenke matematisk og viste også større engasjement og selvtillit i arbeidet. Det utforskende aspektet ved slike oppgaver kan betraktes som et viktig utgangspunkt for kommunikasjon og samarbeid, og understreker dermed betydningen av et produktivt og velfungerende gruppearbeid.

2.4.2 Gruppearbeid

Gruppearbeid regnes som et viktig virkemiddel i klasserommet, ettersom det kan ha positive effekter på elevens læring (Hattie, 2009; Slavin, 1996). Boaler (2015, s. 109) forklarer hvordan elever som jobber sammen støtter opp om hverandres læring, fungerer som en ressurs for hverandre, maksimerer læringsmulighetene og på samme tid lærer viktige prinsipper innenfor kommunikasjon og støtte. I et Tenkende klasserom anbefaler Liljedahl (2021, s. 44) en tilfeldig gruppeinndeling, og at denne tilfeldigheten synliggjøres for elevene. Synlig gruppeinndeling er nødvendig for at elevene skal ha tillit til at inndelingen skjer tilfeldig, og ikke mistenke at læreren har forhåndsbestemt hvilke grupper de blir plassert i. Videre argumenterer Liljedahl (2021, s. 45) for en ideell gruppestørrelse på tre medlemmer. På denne måten vil det være en god balanse mellom ulike ideer og innspill, samtidig som det minimerer sjansen for at enkelte elever blir overflødige i arbeidet. Inndelingen kan eksempelvis gjøres ved at elevene fordeles ved korttrekking hvor kortet de trekker bestemmer hvilken gruppe de tilhører. Poenget med synlige tilfeldige grupper er å endre det sosiale samspillet i klasserommet og fjerne eventuelle sosiale barrierer blant elevene. Som et resultat av dette vil elever ifølge Liljedahl (2021, s. 48) i større grad være villige til å dele ideer og strategier med hverandre.

I sammenheng med gruppearbeid kan *den proksimale utviklingssonen* ses på som en viktig faktor for å skape maksimalt læringsutbytte. Den proksimale utviklingssonen er en nøkkelfaktor innen Vygotskys teori om kognitiv utvikling, og beskrives av Vygotsky og Cole (1978, s. 86) som gapet mellom det en elev kan klare på egen hånd og det som kan oppnås med hjelp fra andre som har mer erfaring og kunnskap. Dersom elever skal kunne hjelpe hverandre å jobbe innenfor den proksimale utviklingssonen er det likevel avgjørende at de med mer erfaring og kunnskap er i stand til å sette seg inn i andres tanker, og å kommunisere på en passende måte. Wood et al. (1976, s. 90) beskriver prosessen for å hjelpe elever innenfor den proksimale utviklingssonen som *stillasbygging*. Støtten kan komme fra både lærer og elev, men flere studier tyder likevel på at *medelevundervisning* (peer tutoring) kan ha god innvirkning på elevers læring (Brown & Palincsar, 1989; Topping, 2005, s. 635). Bedre samarbeid mellom elever kan også resultere i at læreren ikke er den eneste som bidrar med ny kunnskap til hver enkelt gruppe, og slik sett øke elevers autonomi og læring (Kazemi & Hintz, 2019, s. 32). Her kan det knyttes fellestrekk til Bandura (1969) som snakker om atferdsendring gjennom modellæring. Med dette menes det at elevene kan lære gjennom å observere hverandre, noe som gjerne fordrer at elevene kan bidra med forskjellige innslag til samarbeidet. Ifølge Hatties (2009) metastudie viser forskning at arbeid i små grupper har en positiv innvirkning på elevenes læring. Å plassere elevene i små grupper er likevel ikke nok, og derfor poengteres viktigheten av tilpasset veiledning og utfordringer til hver enkelt gruppe for maksimalt læringsutbytte.

I likhet med Liljedahl peker også Boaler (2015, s. 95-114) på hvordan heterogene grupper, bestående av elever på ulike nivåer, gir økt læringseffekt. Tilpasset opplæring understrekes som en viktig faktor, og kan forklares ved at lavtpresterende elever vil kunne få nødvendig støtte i arbeidet, mens høytpresterende elever vil kunne dra nytte av å forklare hva de tenker, noe som vil forsterke deres forståelse for matematikk (Boaler, 2015, s. 105; Webb & Farivar, 1999, s. 119). Dersom en heterogen gruppeinndeling skal fungere er det likevel ifølge Boaler (2015, s. 111) to viktige kriterier som må ligge til grunn. For det første må elevene få muligheten til å jobbe med LIST-oppgaver. For det andre må elevene lære å jobbe sammen på en respektfull måte. Dette betyr blant annet at elevene må lære å lytte til hverandre og bidra i arbeidet. Wæge og Nosrati (2018, s. 112) og Skaalvik og Skaalvik (2013, s. 229) snakker i denne forbindelse om hvordan gruppearbeid må struktureres og veiledes for å etablere bestemte normer og regler, og på denne måten etablere en samarbeidskultur i klasserommet. Dette synet støttes av Boaler (2015, s. 112), som forklarer hvordan klasser uten etablerte rammer for hvordan gruppearbeidet skal foregå, vil kunne resultere i at bare noen få elever gjør arbeidet. Videre vil dette kunne føre til at enkelte, særlig lavtpresterende elever, blir ignorert i gruppearbeidet.

En teori som kan brukes til å undersøke hvordan elever posisjonerer seg selv og andre i gruppearbeid, og hvordan disse posisjonene påvirker interaksjonen mellom dem, er *posisjoneringsteori* (positioning theory). I Barnes (2004) og Mercer og Littleton (2007, s. 51) blir det drøftet hvordan elever posisjonerer seg selv og andre på ulike måter i grupper, og hvordan dette kan påvirke deres deltakelse og bidrag. Eksempelvis posisjonerer noen seg selv som ledere i arbeidet, og tar derfor på seg ansvar for blant annet organisering og koordinering av arbeidet. En mer passiv rolle beskrives i Barnes (2005, s. 43) som en *outsider*, og kan kjennetegnes ved at elevene ikke deltar for fullt i gruppearbeid. Elever som inntar, eller blir gitt en slik rolle av sine medelever, vil kunne ha vanskelig for å innlemme seg i samarbeidet og kan ofte bli oversett eller utestengt fra gruppen. Dette kan ha negative effekter tilknyttet deres motivasjon, interesse og læring, sammenlignet med de andre elevene (Barnes, 2005, s. 50). Avslutningsvis poengterer Barnes (2005, s. 50) viktigheten av å etablere en klasseromskultur som støtter opp om samarbeid, med normer som legger føring for et fruktbart gruppearbeid.

2.4.3 Kultur og normer

I dette kapittelet slår vi sammen steg 3-6 i et Tenkende klasserom, som omhandler vertikale flater, møblering og lærerrollen. Disse stegene har vi valgt å gjøre rede for innen samme underkapittel, ettersom de etter vårt syn er spesielt viktige for å endre de sosiomatematiske normene i klasserommet. Som diskutert tidligere i oppgaven er rammeverket Tenkende klasserom utviklet for å endre klasseromsnormene i skolen, slik at elevene kan utfolde seg i et læringsmiljø der tanker og ideer, prøving og feiling, samt diskusjoner og tenkning er en naturlig del av undervisningen. Normer eksisterer i alle klasserom, og beskrives av Makar og Wells (2017) som både en eksplisitt og implisitt forståelse som blant annet styrer oppførsel og handlinger, samt hvilke verdier lærere og elever verdsetter. Normer i klasserommet kan ses på som en avgjørende faktor i utviklingen og etableringen av samspillet mellom lærer og elever, og hvordan det utspiller seg. Dette samspillet beskrives av Wood (1998, s. 170) som kulturen i klasserommet. Yackel og Cobb (1996, s. 460-461) skiller her mellom sosiale normer og sosiomatematiske normer. Kort oppsummert eksisterer sosiale normer i alle fag, mens sosiomatematiske normer bare hører til i matematikkfaget. Der sosiale normer eksempelvis handler om en forventning til at elevene skal forklare sine tanker og ideer i alle fag, omhandler sosiomatematiske normer en forventning innenfor matematikk, eksempelvis hva som regnes som en akseptabel matematisk forklaring (Yackel, 2001).

Fremtredende i Liljedahls (2021, s. 60) forskning er at elevene skal fjerne seg fra tradisjonelt passive, ikke-tenkende og anonyme læringssituasjoner, til stående arbeid ved ikke-permanente vertikale flater som eksempelvis krittavle, whiteboard, vindu eller lignende. Det faktum at flatene er ikke-permanente vil kunne redusere terskelen mange elever har for å skrive feil, mens det å jobbe vertikalt og stående kan bidra til å redusere følelsen av anonymitet som mange elever ofte opplever i tradisjonelt passive læringssituasjoner. Anonymiteten reduseres ved å fjerne elevene fra pultene sine, et sted hvor mange føler seg trygge, gjemmer seg bort og blir anonyme, til stående diskusjoner i grupper hvor det er vanskeligere å gjemme seg bort. Flatene til hver enkelt gruppe vil også være visuelt tilgjengelig, og kan på den måten fungere som et viktig verktøy for diskusjon i og mellom gruppene (Liljedahl, 2021, s. 61). Også læreren kan bruke flatene som et viktig verktøy, i form av et utgangspunkt for formativ vurdering. Stående arbeid på ikke-permanente vertikale flater, i kombinasjon med tilfeldige grupper og problemløsningsoppgaver, vil kunne transformere et passivt læringsmiljø til et miljø som ikke bare støtter opp om tenkning, men også krever det (Liljedahl 2021, s. 63).

Møbleringen av klasserommet kan også fungere som en viktig faktor for å påvirke normene i klasserommet. I Liljedahls (2021, s. 72) forskning påpekes det hvordan tradisjonelle klasserom, der alle møblene står "riktig" og vendt mot fronten av klasserommet, ikke er den mest effektive måten å få elevene til å tenke på. Med formål om å "sjokke systemet" og å bryte med klasseromsnormene foreslås mer dynamiske plasseringer av møblene. Dette kan ses i sammenheng med Gump (1987) som argumenterer for at lærere må være mer kreative i hvordan de møblerer klasserommet for å støtte opp om klasserommets undervisningsstil og læringsaktiviteter.

Videre forklarer Liljedahl (2021, s. 83) hvordan læreres tradisjonelle måter å svare på spørsmål, som ofte innebærer ferdige svar eller ledende spørsmål, kan hindre matematisk tenkning og dermed også elevers læring. Hvordan lærere svarer på spørsmål er derfor et viktig aspekt ved Tenkende klasserom, og Liljedahl (2021, s. 88) anbefaler her at læreren er selektiv når det kommer til hvilke spørsmål de velger å svare på. Spørsmålene Liljedahl (2021, s. 87) anbefaler å svare på, *fortsett-å-tenke spørsmål* (keep-thinking-questions), kan gjenkjennes ved at de ikke gir elevene en endelig løsning, men oppmuntrer elevene til å undersøke egne løsningsforslag og å arbeide selvstendig. Dette kan ses i sammenheng med hvordan NCTM (2014) viser til at en effektiv lærer gir elevene passende utfordringer, oppmuntrer til utholdenhet i problemløsning og støtter produktiv anstrengelse.

Måten oppgaver blir presentert på i Tenkende klasserom kan også ha store innvirkninger på elevers engasjement og læring. Liljedahl (2021, s. 101) foreslår å introdusere oppgaven i et tidlig stadium av undervisningen, nærmere bestemt de første 3-5 minuttene. På dette stadiet har elevene mer energi, er i større grad mottakelige for utfordringer og i stand til å tenke mer. Videre foreslår Liljedahl (2021, s. 103-105) at elevene mottar oppgaven i en aktiv, stående posisjon, samt at oppgaven presenteres muntlig. Slik vil elevene gå i gang med oppgaven raskere, stille færre spørsmål og tenke mer matematisk (Liljedahl, 2021, s. 110). Denne fasen av undervisningen kan ses i lys av hva Skånstrøm og Blomhøj (2016) snakker om som iscenesettelsesfasen, som er en av tre hovedfaser innenfor et undersøkende undervisningsforløp. Iscenesettelsesfasen utfordrer den tradisjonelle lærerrollen ettersom formidlerrollen på mange måter erstattes med tilretteleggelsesrollen.

Kort oppsummert handler steg 3-6 i Tenkende klasserom om å skape toleranse for prøving og feiling, så vel som utforsking og undring. Slik kan det vokse frem en læringskultur der elever oppmuntres til å eksperimentere og lære av sine feil, og hvor det er rom for nysgjerrighet og utforsking av ulike perspektiver og ideer i matematikken.

3 Metode

I dette kapittelet vil vi argumentere for forskningsmetodiske valg vi har gjort i vårt prosjekt. Innledningsvis tar vi for oss prosjektets vitenskapelige ståsted, og valg knyttet til forskningsdesign. Deretter diskuterer vi utvalget for studien, før vi kommer med en beskrivelse av datainnsamlings- og analysemetode. Avslutningsvis drøfter vi studiens kvalitetskriterier, etterfulgt av en redegjørelse for etiske betraktninger.

3.1 Vitenskapssyn

Studien har som mål å kunne svare på problemstillingen: *Hvilke typer elev-elev-kommunikasjon observerer vi under vår implementering av Tenkende klasserom?* For å svare på problemstillingen behøvdes et datamateriale som gjorde det mulig å analysere elevenes samtaler i en slik setting. Derfor har prosjektet blitt gjennomført med en kvalitativ tilnærming, noe Postholm og Jacobsen (2018, s. 113) betegner som egnet til å beskrive og forstå menneskers handlinger og meningsskaping i deres naturlige kontekst. Vi anså en kvalitativ tilnærming som egnet, da en slik tilnærmings styrker er åpenhet og tilpasningsdyktighet (Gleiss & Sæther, 2021, s. 30-31). Valg av metode kan begrunnes videre med at vi ønsket å utforske elevenes kommunikasjonsmønstre på en fleksibel måte, og med relativt lav grad av forhåndsstrukturering. En konsekvens av dette er at virkeligheten, både data som blir samlet inn og kunnskap som blir produsert, vil kunne oppfattes og vektlegges på ulike måter av ulike forskere (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 51). Vårt prosjekt kan innenfor den epistemologiske debatten ses i lys av en konstruktivistisk tilnærming og forklares med at vi ikke nødvendigvis ser virkeligheten slik den faktisk er, men at vi konstruerer en gjengivelse av den (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 49). Våre oppfatninger er ikke nødvendigvis en eksakt gjengivelse, og vil kunne endres når ny kunnskap kommer til. Derfor vil våre egne erfaringer stå sentralt i tolkningen av datamaterialet, og forskningen kan verken ses på som fullstendig nøytral eller objektiv. Postholm og Jacobsen (2018, s. 51) forklarer at vi innenfor konstruktivismen i beste fall kan snakke om intersubjektivitet, hvor sannhet oppstår når flere forskere har samme oppfatning av virkeligheten.

Studien kan nærmere bestemt plasseres innenfor en sosialkonstruktivistisk tilnærming (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 50). Den tar utgangspunkt i at forståelsen av virkeligheten vil skje i en kontinuerlig dialog mellom forsker og forskningsobjekt. I vår undersøkelse av kommunikasjonen mellom elevene har vi gjennom våre roller i undervisningen deltatt i mange interaksjoner med og mellom elevene. Postholm og Jacobsen (2018, s. 50) forklarer i denne sammenheng hvordan virkeligheten konstrueres sammen med andre mennesker. Dersom vi virkelig skal forstå de sosiale fenomenene som oppstår må vi undersøke hvordan elevene tolker den sosiale virkeligheten. Derfor har vi observert hva elevene gjør, og hva de sier. Åpne tilnærminger gjennom observasjon og intervju har blitt trukket frem som idealer for å forstå sosiale fenomener (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 99). Kort oppsummert kan en argumentere for at studiets metodiske valg kan ha ført til at vi har påvirket omgivelsene, mens omgivelsene også kan ha blitt påvirket av oss. Våre egne erfaringer og virkelighetsoppfatninger kan altså ha spilt en betydelig rolle i tolkning av datamaterialet.

3.2 Forskningsdesign

Denne studien er ikke basert på ett enkelt forskningsdesign, men kan heller anses som en blanding med elementer fra både aksjonsforskning, designbasert forskning og casedesign. I prosessen med å velge tema og problemstilling ble vi tidlig enige om at vi ønsket å gjøre forskning som også ville gagne vår egen lærerpraksis. I tillegg til å gi oss innsikt og dypere forståelse for en tematikk vi anså som interessant og relevant, var det viktig for oss at forskningsprosjektet også tilrettela for tilegnelse av personlig, praktisk erfaring. Vi ønsket å være "hands on", heller enn å være passive observatører, og dermed bærer prosjektet preg av aksjonsforskning, hvor hensikten er nettopp å forbedre egen praksis (Cohen et al., 2018, s. 440). Samtidig innebærer aksjonsforskning ofte en intervensjon hvor forskerne, i rollen som praktikanter, gjennomfører et endringstiltak (Bakker & van Eerde, 2015, s. 435). Slike intervensjoner kan ifølge Cohen et al. (2018, s. 443-444) gjennomgå kontinuerlige sykluser av planlegging, implementering, observasjon og refleksjon. Dette gjenspeiles i vårt forskningsprosjekt hvor vi planla implementeringen av Tenkende klasserom til hver undervisningsøkt med utgangspunkt i erfaringene og refleksjonene fra foregående undervisningsøkter. Slik ble forskningen en iterativ prosess hvor vi forsøkte å justere og forbedre intervensjonen fra gang til gang.

Forskningsprosjektet var likevel ikke en ren aksjonsforskning; det var også karakterisert av designbasert forskning. Disse to forskningsdesignene er nært beslektet, og kjennetegnet ved at en intervensjon blir gjennomført i en syklisk prosess bestående av planlegging, implementering og refleksjon (Bakker & van Eerde, 2015, s. 435). Skillet mellom disse to forskningsdesignene er at designbasert forskning i større grad vektlegger utvikling av teori. Der aksjonsforskning i hovedsak fokuserer på forbedring av personlig praksis, søker designbasert forskning å generere praktisk og anvendbar teori på bakgrunn av forskerens erfaringer og observasjoner (Gravemeijer & Prediger, 2019, s. 34-35). Med andre ord er det gjerne forskeren selv som drar nytte av aksjonsforskning, mens designbasert forskning forsøker å bidra i forskningsfeltet. I vårt tilfelle ønsker vi å både se nærmere på, samt potensielt videreutvikle forskning tilknyttet Tenkende klasserom. Våre erfaringer vil bli analysert, drøftet og offentlig publisert, og på den måten fungere som et bidrag i feltet.

Samtidig kan det argumenteres for at studien er en variant av casestudie. Casestudier utelukker ikke andre forskningsdesign, men kan tvert imot gå hånd i hånd med eksempelvis aksjonsforskning (Cohen et al., 2018, s. 375). Nøyaktig hva som defineres som casestudie er noe flytende, da det ikke er noen felles konsensus på dette i forskningsfeltet (Cohen et al., 2018, s. 375). Likevel er det bred enighet om at en casestudie innebærer forskning på en begrenset enhet, eksempelvis et individ, en gruppe personer, en organisasjon eller et samfunn, innenfor en tydelig definert kontekst (Creswell, 1994, s. 12; Postholm & Jacobsen, 2018, s. 63; Pring, 2015, s. 55; Punch, 2005, s. 144; Robson, 2002, s. 181-182). I vårt tilfelle var den aktuelle enheten en syvendeklasse, og konteksten var matematikkundervisning gjennom det didaktiske rammeverket Tenkende klasserom. I tillegg trekker Postholm og Jacobsens (2018, s. 63) frem at casestudier er avgrenset i tid, som her var et tidsrom på tre uker og omfattet seks undervisningsøkter.

Ettersom vi selv ønsket å gjøre en praktisk intervensjon ble det naturlig for oss å velge ut en forskningsklasse, som ble vår case. Vi diskuterte også hvorvidt det var muligheter for eksempelvis en sammenlignende studie for å sammenligne en forskningsklasse med en kontrollklasse. Dette la vi likevel fra oss da vi anså en slik studie som for tidkrevende i forhold til forskningsprosjektets omfang. Dermed endte vi opp med en enkeltcasestudie, som tillot oss å gå litt mer i dybden på casen (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 86). Det bør påpekes at intervensjonen innebar at klassen ikke ble observert i en setting som var kjent og naturlig for elevene. I stedet ble klassen plassert i en setting som var sterkt påvirket og konstruert av oss forskere, noe som er atypisk for casestudier (Cohen et al., 2018, s. 376).

3.3 Utvalg

I selekteringen av forskningsutvalg fant vi det naturlig å benytte oss av tidligere bekjentskap, i form av skoler vi kjente til gjennom praksis- og vikararbeid. Dette viste seg gunstig, ettersom skolene og lærerne vi kontaktet stilte seg positive til både prosjektet og et samarbeid med oss. Utvalget ble videre valgt ut fra det Gleiss & Sæther (2021, s. 39) beskriver som et strategisk utvalg. Med dette menes det at vi hadde sett oss ut bestemte kriterier på forhånd som omhandlet ulike egenskaper eller kvalifikasjoner hos informantene.

Vårt første kriterium var at deltakerne ikke hadde arbeidet med Tenkende klasserom tidligere. På denne måten ville utvalget tillate oss å undersøke hvordan kommunikasjonen mellom elevene kunne utspille seg i implementeringsfasen av undervisningsmetoden. Vårt andre kriterium var at elevene tilhørte syvendetrinn. Dette skyldes at vi anså det som mer sannsynlig at elever tilhørende det høyeste trinnet på barneskolen ville komme med et bredere spekter av løsningsforslag og tenkemåter, samt mer reflekterte svar i samtalesituasjoner. Lærerne på det aktuelle trinnet var også villige til å la oss ta full kontroll over matematikkundervisningene, slik at vi kunne gjennomføre implementeringen selv, akkurat slik vi ønsket. Motivasjonen vår lå blant annet i erfaringene vi ble å sitte igjen med etter å ha planlagt og ledet disse undervisningsøktene, men også å kunne sikre at implementeringen ble gjennomført slik vi ønsket.

Ettersom vår erfaring med Tenkende klasserom var begrenset, anså vi det som nyttig å kunne gjøre en pilotstudie. Dette var mulig ved en av skolene, der det aktuelle trinnet hadde to parallelle klasser. Forskningsklassen ble valgt ut på bakgrunn av samtykkeskjemaer, hvor klassen med flest samtykker ble foretrukket. Grunnen til dette var at vi i utgangspunktet ikke ønsket å flytte elevene fra den ene klassen til den andre. Likevel var dette nødvendig, da noen elever fra forskningsklassen ikke samtykket til å være en del av prosjektet. Derfor flyttet vi elever fra pilotklassen til forskningsklassen. Utvelgelsen ble valgt med formål om å bevare kjønnsbalansen i klassen, og vi flyttet derfor eksempelvis en jente fra forskningsklassen i bytte mot en jente fra pilotklassen. Forskningsklassen bestod etter hvert av 24 elever, hvor majoriteten var jenter. Vi vurderte størrelsen på klassen til å ikke være ideell, ettersom det kan være utfordrende å gi tilstrekkelig veiledning og arbeidsro til så mange elever samtidig. På den andre siden er realiteten i norsk skole i dag at klassene ofte kan være opp mot 20-25 elever, og slik sett var utvalget mer representativt i den sammenheng. I tillegg var det gunstig at vi fikk benytte et av skolens ekstrarom, som var betydelig større enn det opprinnelige klasserommet, slik at gruppene fikk bedre plass.

3.4 Datainnsamlingsmetoder

Vi har benyttet tre ulike metoder for datainnsamling i dette prosjektet. Først og fremst har vi observert elevenes gruppearbeid i en undervisningsøkt ved bruk av kameraer. I tillegg har vi intervjuet tre elever for å få innsikt i deres perspektiv vedrørende matematikkfaget generelt, og kommunikasjon og gruppearbeid i Tenkende klasserom. I forkant av implementeringen av Tenkende klasserom delte vi også ut et spørreskjema til elevene for å danne oss et inntrykk av elevenes daværende holdninger og erfaringer med matematikkfaget. Datainnsamlingsmetodene blir i det følgende beskrevet ytterligere.

3.4.1 Observasjon

For å kunne svare på problemstillingen fant vi det mest hensiktsmessig å bruke observasjon som primærkilde for datamaterialet. Årsaken til dette er at observasjon vil kunne egne seg dersom man ønsker kunnskap om samhandling mellom mennesker, og i vårt tilfelle kommunikasjonen mellom elever i et klasserom (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 62; Gleiss & Sæther, 2021, s. 113). På den andre siden kan observasjon være svært krevende, særlig i klasserom som ofte utspilles av mange komplekse undervisningssituasjoner. Med et formål om å senere analysere kommunikasjonen mellom elevene, anså vi derfor observasjon gjennom video som nødvendig for å sikre gode og autentiske data (Cohen et al., 2018, s. 543). I tillegg gjorde videoopptak det mulig å observere samme situasjon flere ganger ved å spole frem og tilbake i opptaket.

I forkant av undervisningsøktene gjorde vi oss kjent med kameraene, noe Postholm og Jacobsen (2018, s. 132) understreker viktigheten av, ettersom oppmerksomheten bør rettes mot aktiviteten og ikke mot utstyret. Dette innebar å undersøke lydkvaliteten og hvordan lyden ble påvirket av bakgrunnsstøy, samt bildekvalitet. Ved testing i forskjellige settinger på campus fant vi ut at både lydkvalitet og bildekvalitet var tilstrekkelig til vårt formål. Ved bruk av kameraer som til enhver tid var fokusert på elevenes gruppearbeid, var det mulig å kartlegge kommunikasjonen som oppsto i arbeidet. Ulempen ved å bruke kameraene som linse, og som poengteres av Blikstad-Balas og Klette (2021, s. 161), er at alt som havnet utenfor linsens rekkevidde ikke kom med. Derfor var vi avhengige at elevene med kameraene holdt seg tett til gruppen, slik at kameraene og mikrofonene fanget kommunikasjonen som oppsto.

Vi filmet til sammen tre undervisningsøkter, hvor hver økt varte omtrent 60 minutter. Tre kameraer ble plassert på hodet, eller ved brystet, til tre tilfeldig valgte elever. Disse elevene ble så fordelt på hver sine grupper. Dette tilsvarte omtrent ni timer med videomateriale. I utgangspunktet hadde vi kun planlagt å filme to undervisningsøkter, hvor den første var ment som en prøverunde for å sjekke at alt fungerte som det skulle. Grunnen til at vi filmet en tredje undervisning var at elevene, særlig i de to første undervisningsøktene med kameraer, vandret mer, og var noe opptatte og fokuserte på kameraene. Distraksjonene rundt kameraene avtok underveis og elevene klarte tilsynelatende å fokusere på oppgaven i den siste undervisningen. På grunn av distraksjonene som oppsto, valgte vi å begrense videomaterialet vårt til kun å inkludere videomaterialet fra den siste undervisningsøkten med kameraer.

Våre observasjonsroller i undervisningen kan beskrives som todelt. Vi ønsket å erfare det å lede undervisningen, og planla dermed en lærerrolle og en observatørrolle i hver undervisning. Her ønsket vi også å bruke pilotklassen aktivt, på en slik måte at observatøren i samarbeid med læreren kunne endre eller tilpasse undervisningen med mål om å forbedre neste undervisning. Den av oss som ledet undervisningen kunne derfor klassifiseres som fullstendig deltaker, mens den andre inntok en rolle som kan minne mer om deltakende observatør (Cohen et al., 2018, s. 543; Gleiss & Sæther, 2021, s. 103; Postholm & Jacobsen, 2018, s. 116). Som poengtert tidligere, kan vår rolle i datainnsamlingen ha påvirket forskningen. Likevel kan videoobservasjoner ha egnet seg godt i sammenheng med denne forutinntattheten (biasen), fordi det tillot oss som forskere å holde avstand i elevenes arbeid, uten at viktig data falt bort. Dette poengteres av Cohen et al. (2018, s. 545) som forklarer at forskerne kan virke forstyrrende dersom de oppholder seg for nært situasjonene som oppstår. Selv om vi hadde en deltakende rolle, så ble undervisningen godt dokumentert gjennom videoene, slik at vi i ettertid kunne peke på steder der vi eventuelt påvirket situasjonen i klasserommet. Slik kan valget om videoobservasjon ha ivaretatt en betydelig grad av den naturlige settingen.

3.4.2 Intervju

I tillegg til observasjon gjennomførte vi individuelle intervjuer med tre elever i etterkant av undervisningene, noe som kan være en egnet metode for å få innsyn i elevenes egne tanker og erfaringer (Gleiss & Sæther, 2021, s. 78). Elevene fikk her uttrykt hvordan de opplevde undervisningsøktene, og ga oss et ekstra, alternativt perspektiv på kommunikasjonen som fant sted. Elevperspektivet fungerte i tillegg som et korreksjonsgrunnlag for tolkningene vi gjorde gjennom observasjonen (Postholm & Moen, 2018, s. 60). Gleiss og Sæther (2021, s. 102) påpeker også at intervjuer i etterkant av observasjon kan være fordelaktig fordi det tillater samtalen å knyttes til konkrete situasjoner. Dermed ga intervjuene oss en bedre forståelse for elevkommunikasjonen som foregikk i læringsarbeidet, samtidig som de styrket studiens gyldighet gjennom det Gleiss og Sæther (2021, s. 205) kaller respondentvalidering.

Ettersom studien vår hadde en abduktiv tilnærming, valgte vi en semi-strukturert intervjuform hvor temaer, spørsmål og rekkefølge på spørsmål til en viss grad ble planlagt på forhånd (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 121). Dette tillot oss å anvende en intervjuguide, med muligheter for å endre spørsmålsrekkefølgen etter behov, eller å følge opp uventede eller interessante svar med oppfølgingsspørsmål. Intervjuguiden ble utformet i forkant av intervjuene, og fungerte som en mal for samtalene. Her forsøkte vi å bruke et simpelt språk, med klare og tydelige spørsmål for å unngå misforståelser hos elevene. Vi fulgte en struktur anbefalt av Gleiss og Sæther (2021, s. 91) hvor vi begynte med enkle spørsmål vedrørende elevenes generelle holdninger og erfaringer tilknyttet matematikkfaget. Etter hvert beveget vi oss over til litt mer krevende spørsmål tilknyttet kommunikasjonen og gruppearbeidet i våre undervisningsøkter, før vi avsluttet med en invitasjon til deltakerne om å tilføye noe mer eller spørre om noe dersom ønskelig. Allerede etter første intervju merket vi at enkelte av spørsmålsformuleringene ble litt vanskelige for elevene å forstå, og forenklet disse til de neste intervjuene. Vi oppdaget også at hvorvidt arbeidsgruppene besto av gode venner eller ikke kunne være en interessant faktor for kommunikasjonen som oppstod, og inkluderte dette som et spørsmål i de videre intervjuene. Slike tilpasninger var noe vi hadde forventet å måtte gjøre, og var en av grunnene til at vi valgte en semi-strukturert intervjuform.

Kandidatene til intervjuet ble selektert gjennom det Gleiss og Sæther (2021, s. 39) beskriver som et strategisk utvalg, hvor deltakerne blir valgt på bakgrunn av forhåndsbestemte kriterier. Det var i vårt tilfelle hovedsakelig tre kriterier som styrte valgprosessen. For det første måtte deltakerne være elever vi følte vi hadde gode relasjoner med, slik at de følte seg bekvemme med oss i en intervjukontekst. Dette var viktig både av forskningsetiske grunner, men også fordi elevene kan være mer tilbøyelig til å svare ærlig og utfyllende i en trygg setting. For det andre ønsket vi både elever som vi oppfattet som aktive, og elever vi oppfattet som mer passive under gruppearbeidet, for å få større variasjon i elevperspektivene. For det tredje prøvde vi å velge ut elever som hadde vært på arbeidsgrupper med kamera samme dag, slik at vi enklere kunne kryssjekke og referere intervjusvarene med videoopptakene. Dette kriteriet ble dog noe svekket, da to av elevene som oppfylte alle tre kriteriene ombestemte seg i siste liten, og takket nei til å bli intervjuet. For å følge god forskningsetikk sa vi at det var helt greit, uten å spørre dem hvorfor de trakk seg, og valgte heller en elev som ikke oppfylte det siste kriteriet.

Som nevnt var det viktig for oss at deltakerne følte seg trygge og komfortable under intervjuene. Derfor fulgte vi Gleiss og Sæthers (2021, s. 89-90) råd om å gjennomføre intervjuene i klasserommet slik at elevene var i kjente omgivelser. Intervjuene ble også gjort i skoletiden, mens resten av klassen hadde undervisning, slik at elevene ikke følte at de gikk glipp av eksempelvis mattid eller friminutt, og dermed stresset med å fullføre intervjuene. Samtidig holdt vi varigheten på intervjuene til 10-15 minutter for å unngå at elevene ble leie eller trette. Gleiss og Sæther (2021, s. 88) foreslår videre å innlede intervjuene med småprat for å bli mer kjent med deltakerne. Ettersom vi allerede hadde kjent klassen i to-tre uker, anså vi ikke denne småpraten som nødvendig i vårt tilfelle. I stedet hadde vi fokus på å være vennlige og uformelle, og innledet intervjuene med å understreke at dette ikke var en test eller prøve, at de ville bli anonymisert, og at de kunne avstå fra å svare på spørsmål dersom ønskelig.

Intervjuene ble lagret på lydopptak, noe Christoffersen og Johannessen (2012, s. 84) anbefaler for å ivareta deltakersvarene så presist som mulig. Samtidig påpeker Gleiss og Sæther (2021, s. 97) at lydopptak tillater oss å benytte direktesitat der det er hensiktsmessig i studiens analyse. En annen fordel med lydopptak var at vi slapp å notere svar og stikkord underveis i intervjuene, noe Postholm og Jacobsen (2018, s. 133) forklarer kan være forstyrrende for samtalene. Dermed kunne vi vie vårt fulle fokus til intervjudeltakerne og deres svar. Likevel må man være bevisst på at mye informasjon kan gå tapt i behandlingsprosessen fra intervju, til lydopptak, til transkribering, og ikke minst til vår tolkning (Cohen et al., 2018, s. 523). Dette kan være detaljer som eksempelvis ligger i toneleie og kroppsspråk. Vi har derfor forsøkt å være oppmerksomme på slik informasjon gjennom hele databehandlingsprosessen.

3.4.3 Spørreskjema

For å danne oss et bedre bilde av forskningsklassen, delte vi ut et lite spørreskjema i papirform til samtlige elever. Spørreskjemaets hensikt var altså ikke å gi oss data på forskningsspørsmålet knyttet til utforskende kommunikasjon i Tenkende klasserom. I stedet ble den brukt til å kartlegge klassens utgangspunkt, slik at vi fikk en bedre forståelse for dens generelle holdning til matematikk, muntlig deltakelse og klassemiljø.

Spørreskjemaet bestod av 16 lukkede spørsmål som var formulert som påstander. Her skulle elevene avgi svar på en 5-punkts Likert-skala, enten fra "Svært uenig" til "Svært enig", eller "Svært sjeldent" til "Svært ofte". På denne måten hadde elevene alltid et nøytralt svaralternativ tilgjengelig, noe som er viktig, særlig for barn, for å unngå å tvinge frem upresise svar (Cohen et al., 2018, s. 490; Gleiss & Sæther, 2021, s. 154). Vi valgte å anvende lukkede spørsmål både fordi disse er enklere og raskere å kode og analysere i etterkant, og fordi de er enklere for deltakerne å svare på (Cohen et al., 2018, s. 476). Åpne spørsmål med mulighet for kommentarer kunne vært aktuelle i et mindre spørreskjema som dette (Cohen et al., 2018, s. 475), men ettersom vi bare var ute etter å danne oss et inntrykk av klassen, anså vi lukkede spørsmål som tilstrekkelige. I tillegg ønsket vi å gjøre en univariat analyse av resultatene hvor vi så på hvordan elevsvarene fordelte seg på én variabel (Gleiss & Sæther, 2021, s. 160), og da ble det mest ryddig med kun bruk av Likert-skala.

Ved utformingen av spørreskjemaet forsøkte vi å lage påstandene så kortfattet og enkelt forståelig som mulig. Potensielt vanskelige begreper ble utelatt for å unngå misforståelser og usikkerhet, som anbefalt av Cohen et al. (2018, s. 490). Vi hentet også inspirasjon fra tidligere spørreskjemaer, eksempelvis fra SUM-prosjektet ved Universitetet i Tromsø, noe som kan styrke spørreskjemaets kvalitet (Gleiss & Sæther, 2021, s. 155). For at skjemaet skulle se mindre overveldende ut, delte vi de 16 spørsmålene inn i tre bolker, slik at det virket mer overkommelig.

Siden spørreskjemaet ikke omhandlet Tenkende klasserom, skulle det ideelt sett vært gjennomført i forkant av vår undervisningsovertakelse. Grunnet mangel på tid og noen forsinkede samtykkeskjemaer ble det heller gjennomført på starten av dagen før vår tredje undervisningsøkt. Vi ledet gjennomføringen ved å lese opp ett og ett spørsmål, og påpekte innledende at alle spørsmålene var rettet mot deres ordinære matematikkundervisning, og ikke vår Tenkende klasserom-undervisning. Vår tilstedeværelse kan ha resultert i at flere elever svarte seriøst på spørreskjemaet (Cohen et al., 2018, s. 502), samtidig som de ga elevene mulighet til å be om oppklaringer dersom nødvendig. Ved å høyt lese opp ett og ett spørsmål tilrettela vi også for elever med eventuelle språkvansker (Gleiss & Sæther, 2021, s. 157), og dette styrte også tempoet slik at elevene ikke raste gjennom skjemaet uten å lese spørsmålene nøye.

3.5 Gjennomføring av undervisning

Problemløsningsoppgavene til undervisningsøktene ble nøye utvalgt for å best mulig passe til et Tenkende klasserom. Oppgaven som ble brukt i undervisningsøkten for datainnsamlingen er hentet fra Liljedahl (2021, s. 185). Den beskrives som ideell for å gi elevene muligheter til å utforske og presentere ulike løsningsforslag og strategier, samtidig som elever på ulike nivåer kan finne et passende startpunkt i oppgaven. Disse forutsetningene gir derfor flere elever mulighet til å delta aktivt i diskusjoner, og sammenfaller derfor godt med vår problemstilling. De andre oppgavene vi brukte i de tidligere undervisningene kan finnes i vedlegg 6. Oppgaven for den aktuelle undervisningen var som følger:

> En 3x3x3 Rubiks-kube, satt sammen av 27 1x1x1 småkuber, dyppes i en bøtte med maling. Etter at malingen har tørket, demonteres Rubiks-kuben til sine 27 individuelle småkuber. Hvor mange av disse individuelle småkubene har maling på tre flater, to flater, én flate, og ingen flater?

Undervisningen ble gjennomført i tråd med hvordan Liljedahl (2021) anbefaler. Elevene ble samlet stående i midten av klasserommet, rundt et lite bord foran læreren hvor vi hadde relevant rekvisita. I et forsøk på å skape mer interesse og engasjement i elevgruppen gjorde vi noen teatralske endringer i presentasjonen av oppgaven. Vi introduserte en historie om at vi hadde funnet en radioaktiv Rubiks-kube, og for å nøytralisere radioaktiviteten sprayet vi Rubiks-kuben med en vannflaske som fungerte som desinfiseringsmiddel. Oppgaven til elevene ble dermed å finne ut hvor mange flater av Rubiks-kubens småkuber som var blitt nøytralisert. Presentasjonen av oppgaven ble gitt i løpet av øktens første fem minutter, og de neste to-tre minuttene ble brukt på å dele elevene i tilfeldige grupper på tre, ved hjelp av synlig korttrekking. Under gruppeinndelingen festet vi også kameraene på de aktuelle elevene som var bestemt på forhånd. Dermed var elevene i gang med gruppearbeidet i løpet av de første ti minuttene etter undervisningsstart.

I undervisningen jobbet elevene i de åtte tildelte gruppene, der hver gruppe hadde sin tildelte ikke-permanente flate. Klasserommet elevene jobbet i var også blitt ommøblert på forhånd for å gi bedre plass til gruppene, og for å bryte de tradisjonelle normene, slik Liljedahl (2021) beskriver. I rollen som lærere gikk rundt og lyttet og observerte, og forsøkte å kun svare på fortsett-å-tenke-spørsmål når elevene ba om hjelp. Når elevene hadde løst oppgaven, utvidet vi den ved å stille elevene det samme spørsmålet med en 4x4x4 Rubiks-kube, en 5x5x5 Rubiks-kube, og så videre. Elevene jobbet i omtrent 40 minutter, før vi brukte de siste ti minuttene av undervisningen til å gjennomgå gruppenes løsninger i fellesskap. Det var kun de 40 minuttene med gruppearbeid som ble filmet og brukt som datamateriale til analysen av elevutsagn.

3.6 Analysemetode

I dette delkapittelet vil vi redegjøre for hvordan analysen av datamaterialet ble gjennomført. Overordnet er analysen vår todelt, men har blitt gjennomført i parallelle løp, som en helhet. Først og fremst har vi analysert videoobservasjoner fra undervisningen, hvor fokuset har vært på hvert enkelt elevutsagn og kategorisering av disse. I tillegg har vi analysert intervjuer vi gjorde med tre elever, som ble gjennomført med hensikt om å belyse funnene våre fra elevenes perspektiv.

Forskningsprosjektet har som formål å beskrive og å forstå interaksjoner som oppstår mellom elever i implementeringsfasen av Tenkende klasserom. For å kunne skape et meningsinnhold av interaksjonene valgte vi å gjøre en innholdsanalyse av datamaterialet fra videoopptakene. I Cohen et al. (2018, s. 674) beskrives innholdsanalyser som strenge og systematiske prosedyrer for å gjøre grundige analyser av et datamateriale, og slik Bakken og Andersson-Bakken (2021, s. 305) forklarer er målet med innholdsanalysen å sette søkelyset på meningsinnholdet i teksten, ikke på struktur eller språklige uttrykksformer. Weber (1990, s. 11) anser innholdsanalyse som egnet til å undersøke interaksjoner som oppstår i sosiale gruppekontekster. Gjennom sortering og kategorisering var målet med analyseprosessen å skape mening og å se mønster i datamaterialet vårt (Gleiss & Sæther, 2021, s. 170). I forbindelse med intervjuene anvendte vi en analysemetode med litt mer tematisk preg, ettersom vi ikke kodet elevsvarene inn i de forhåndsbestemte kategoriene, men heller sorterte de etter tema.

Utgangspunktet for analyseprosessen var Mayrings (2014) modell for kategorisering av kvalitativ data. Det er viktig å poengtere at vi ikke har fulgt stegene i modellen slavisk, men heller som et utgangspunkt for å kunne gjøre analysen grundigere og mer oversiktlig. Analyseprosessen i modellen er deduktiv ettersom den tar utgangspunkt i at analysekategoriene etableres før kodingen, og med forankring i tidligere forskning. Man kan argumentere for at vi har brukt en mer pragmatisk tilnærming til analysen, basert på både forhåndsbestemte koder (deduktivt) og egendefinerte koder og kategorier (induktivt). Ifølge Gleiss og Sæther (2021, s. 171) bruker forskere ofte en kombinasjon av induktive og deduktive analysemetoder. Dette innebærer å identifisere kategorier i datamaterialet samtidig som man bruker kategorier som er utviklet fra teori og forskningslitteratur. Denne tilnærmingen regnes som abduktiv, og beskrives av Postholm og Jacobsen (2018, s. 102) som en kontinuerlig problemløsende prosess, der det foregår en pendling mellom teorier, datamaterialet og forskerens perspektiver. Videre bruker vi stegene i Mayrings (2014, s. 96) prosessmodell for deduktiv kategorisering for å beskrive vår analyseprosess nærmere.

Figur 2: Prosessmodell for deduktiv analyse (Mayring, 2014)

I forarbeidet (steg 1) av analyseprosessen satt vi oss inn i eksisterende teori og forskning rundt tema utforsking og kommunikasjon i matematikk. Vi forberedte og utdelte også et spørreskjema til elevene for å kartlegge utvalgsklassen, og for å danne oss et bilde av klassens faglige, sosiale og kommunikative utgangspunkt. Av eksisterende litteratur i fagfeltet vurderte vi eksempelvis Røsseland et al. (2022) sine syv hovedtyper elevinteraksjoner og Alrø og Skovsmoses (2002) IC-modell. Vi anså disse som velegnet til å få et innblikk i mange elementer av elevenes utsagn i matematikk, mens Mercers (1996) tre samtaletyper egnet seg til å gi et innblikk i mer utvidede samtalekontekster blant elevene. Vi valgte å analysere hvert utsagn individuelt, fremfor lengre interaksjonssegmenter. Dette ble gjort av praktiske årsaker, da vi fant det mer oversiktlig og enklere å analysere på denne måten. I tillegg ønsket vi å bruke rammeverket til Røsseland et al. (2022), som også tar utgangspunkt i individuelle utsagn i deres analyse. Et utsagn i vår analyse har vi definert som når et individ starter å uttrykke seg til det utsagnet på naturlig vis slutter eller blir avbrutt.

Videre i analyseprosessen (steg 2) utviklet vi et analyseverktøy for intervjuene, samt et for videoobservasjonene. I forbindelse med intervjuene hadde vi på forhånd utviklet en intervjuguide som var delt inn i ulike tematiske områder: holdning og erfaringer med matematikk, opplevelse av Tenkende klasserom, og gruppearbeid i Tenkende klasserom. Disse temaene fungerte som et utgangspunkt for kategoriseringen vi gjorde av intervjuene senere i analyseprosessen. Analyseverktøyet for videoobservasjonene var en oversikt over kategorier for elevutsagn, med en tilhørende definisjon som fortløpende ble utviklet og justert. Dette verktøyet, og dens kategorier, tok som nevnt sterkt utgangspunkt i Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk for elevinteraksjoner. Selv om målet her var å definere kategoriene med utspring i teori, understreker Mayring (2014) at ikke alle kategoriene må stamme direkte fra teori, men kan være forankret med teoretiske argumenter. Vi lagde en definisjonstabell (steg 3) med fire kolonner bestående av kategorier, kategoribeskrivelser, nøkkeleksempler og teoretisk forankring, basert på Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk, men med justeringer og endringer underveis i analysen.

I neste steg av analyseprosessen (steg 4) gjennomgikk vi datamaterialet, med utgangspunkt i definisjonstabellen. Transkripsjonene fra både videoobservasjonene og intervjuene ble lastet opp i forskningsprogramvaren NVivo, noe som hjalp oss å holde oversikt, endre og tilpasse materialet underveis i arbeidet på en fleksibel måte. Deretter begynte vi med koding av datamaterialet, noe Cohen et al. (2018, s. 669) beskriver som en velegnet metode for kunne oppdage mønster i datamaterialet. I koding av videoobservasjonene viste det seg likevel utfordrende å vurdere utsagn uten å se dem i sammenheng med eksempelvis kroppsspråk, tonefall og lignende. Derfor brukte vi de originale videoene aktivt i samråd med transkripsjonene av kommunikasjonen for å kunne plassere utsagnene innenfor riktig kategori. I kodingen av intervjutranskripsjonene kategoriserte vi elevsvarene etter de overordnede temaene intervjuene tok opp.

Vi så underveis at inndeling av våre planlagte temaer og kategorier ikke alltid var like egnet, og vi var slik sett i gang med steg 5 i Mayrings (2014) analysemodell hvor justeringer av kategorier og temaer ble gjort i en kontinuerlig prosess. I forbindelse med analysen av videoobservasjonene møtte vi på ulike elevutsagn som ikke passet innenfor noen av de forhåndsbestemte kategoriene. Derfor ble nye kategorier med egne definisjoner utviklet fortløpende, slik at vi kunne plassere alle utsagn innenfor en definert kategori. Eksempelvis så vi det nødvendig å lage de egendefinerte kategoriene *resonnementer, kommentarer* og *ikke-faglig*, som kan ses på som en videreutvikling av Røsseland et al. (2022) sine syv typer elevinteraksjoner. Det ble også behov for justeringer av temakodene i analysen av intervjuene, hvor vi oppdaget mer egnede temainndelinger underveis, heller enn de tre forhåndstenkte temaene. Vi så at en mer naturlig temainndeling liknet på hvordan vi hadde strukturert teorikapittelet tilknyttet Tenkende klasserom, og endte blant annet opp med temaene oppgavetyper, gruppearbeid, og kultur og normer. Alle endringer og justeringer i løpet av analyseprosessen ble gjort på bakgrunn av teoretiske betraktninger, og gjennom diskusjoner mellom oss forskere.

Etter hvert som alle utsagnene fra videoobservasjonene falt inn under kategoriene i definisjonstabellen, gikk vi gjennom datamaterialet på nytt, som en finsortering av materialet (steg 6). Her ble alle utsagnene plassert innenfor en endelig kategori. Dette tillot oss å se hvilke ulike typer utsagn som oppsto innenfor de forskjellige kategoriene, og at vi videre kunne peke på likheter og forskjeller mellom dem. Innenfor forslag-kategorien oppdaget vi eksempelvis hvordan utsagnene kunne opptre spørrende, men også som rene kommandoer. De ulike temaene for intervjuene ble også ferdigstilte i dette analysesteget.

I den påfølgende drøftingen (steg 7) av analysen benyttet vi eksisterende teori for å kunne tolke elevutsagnene og samtalekontekstene. I tillegg ble drøftingen av funnene belyst av elevsvarene fra intervjuene, samt resultatene fra spørreskjemaet. Eksisterende litteratur, særlig

Mercers (1996) typologier for elevsamtaler, gjorde det mulig for oss å vurdere kategoriene, og de tilhørende utsagnene, innenfor enten høy, middels eller lav grad av utforskende kommunikasjon. Annen litteratur, særlig Liljedahl (2021), lot oss se våre funn i sammenheng med de didaktiske tiltakene som Tenkende klasserom legger føring for, og hvordan disse tiltakene kan ha påvirket kommunikasjonen blant elevene.

3.7 Kvalitetskriterier

En vanlig måte å vurdere forskningskvalitet på er å ta utgangspunkt i forksningens *validitet* og *reliabilitet.* Innenfor en sosialkonstruktivistisk tradisjon snakker man med andre ord om samsvaret mellom virkeligheten som studeres, begrepene og teoriene vi bruker for å beskrive den (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 229), og vurderinger knyttet til forskningens *refleksivitet* og *transparens* (Gleiss & Sæther, 2022, s. 205-206). Videre i dette kapittelet vil vi, i likhet med Postholm og Jacobsen (2018, s. 223), forholde oss til begrepene *gyldighet* (validitet) og *pålitelighet* (reliabilitet), og bruke disse begrepene for å drøfte studiens samlede troverdighet.

Studiens gyldighet kan deles inn i en indre og ytre komponent. Slik som Postholm og Jacobsen (2018, s. 230) beskriver det, kan studiens indre gyldighet bedømmes ved at leserne kan "se virkeligheten slik den fremsto for forskeren". For å sikre studiens indre gyldighet har vi derfor tatt utgangspunkt i å gi "tykke beskrivelser" av datamaterialet, slik at det er mulig å vurdere grunnlaget og sammenhengen for analysen og tolkningene vi har gjort (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 230). Ved en grundig redegjørelse for vår forskningsprosess er målet å gjøre studien mest mulig transparent (Gleiss & Sæther, 2021, s. 204), noe som kan styrke studiens ytre gyldighet. Forskningsprosjektet baserer seg i større grad på en analytisk generalisering heller enn en statistisk generalisering (Cohen et al., 2018, s. 380), noe som gjør at våre beskrivelser av både feltet, metode og funn kan betegnes som avgjørende for studiens overføringsverdi. Derfor har vi eksempelvis valgt å presentere deler av datamaterialet i form av utdrag av dialogene mellom elevene, og deretter beskrevet våre tolkninger av de aktuelle utsagnene sammen med deres kontekst.

Studiens pålitelighet kan ifølge Postholm og Jacobsen (2018, s. 224) vurderes med utgangspunkt i egen påvirkning i studien, og hvordan forskningsprosessen gjøres synlig slik at andre kan reflektere over den. En svakhet med studien kan knyttes til analysen og tolkningen av datamaterialet. Slik Cohen et al. (2018, s. 247) forklarer er det forskerne, ikke forskningsverktøyene, som er nøkkelinstrumentet i kvalitativ forskning, og derfor vil våre subjektive perspektiver og tolkninger påvirke resultatene i oppgaven. På den andre siden kan man argumentere for at forskningsprosjektets pålitelighet og gyldighet styrkes ved at vi er to forskere som har samarbeidet gjennom hele forskningsprosessen, og bidratt med ulike synspunkt rundt viktige beslutninger (Cohen et al., 2018, s. 266; Postholm & Jacobsen, 2018, s. 236). Videre kan en styrke med denne oppgaven knyttes til bruken av flere metoder. Postholm og Jacobsen (2018, s. 236) forklarer hvordan en metodetriangulering kan gi et mer helhetlig bilde av en kompleks og sammensatt virkelighet. Ved bruk av både intervju og spørreskjema var målet vårt å kartlegge ulike perspektiver som kunne diskuteres opp mot observasjonen, heller enn å gjøre resultatene mer objektive (Gleiss & Sæther, 2021, s. 203).

Vår rolle som deltakende observatør kan betegnes som en forutinntatthet i studien (Verschuren, 2003, s. 122) ettersom vi kan ha påvirket elevene før, under og etter undervisningene. Her kan det stilles spørsmålstegn til hvorvidt vår mangel på kompetanse innenfor Tenkende klasserom-praksisen kan ha påvirket kommunikasjonen som oppsto. Vi opplevde eksempelvis at elevene til tider slet med å forstå hva de skulle gjøre, muligens som følge av manglende kompetanse fra vår side. Her kan likevel bruk av pilotklasse ses på som en styrke for studiens pålitelighet, ettersom den tillot oss å justere og endre på eventuelle feil ved den opprinnelige planen. Videre ble elevenes ordinære undervisning erstattet med en undervisningsstil som var tilnærmet ukjent for dem, samtidig som de ble plassert i et rom med videokameraer. Alle disse faktorene fungerte som ukjente elementer, noe som kan ha påvirket det innhentede datamaterialet.

3.8 Forskningsetiske hensyn

I vårt forskningsprosjekt har vi tatt utgangspunkt i retningslinjene til Den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH). Formålet med NESH er å understreke og avklare fundamentale normer i forskningsetikk (NESH, 2021, s. 4). Disse retningslinjene har vi forholdt oss til gjennom hele prosjektet, fra planlegging til publisering og formidling.

Forskningsprosjekt inneholder sensitive personopplysninger i form av videoopptak og intervjuer med barn, og ble derfor meldt inn til NSD (Norsk senter for forskningsdata). Her ble prosjektets behandling av personopplysninger vurdert slik at det var i tråd med lovverket.

Videre i dette kapittelet presenteres og drøftes tre forskningsetiske utfordringer: informert samtykke, konfidensialitet og anonymisering, og å unngå negative konsekvenser for deltakerne (Gleiss & Sæther, 2021, s. 43). Disse forskningsetiske utfordringene ser vi også i sammenheng med anvendte datainnsamlingsmetoder.

Informert samtykke skal være frivillig, utvetydig og dokumenterbart, og beskrives av Gleiss og Sæther (2021, s. 44) som et grunnprinsipp i all forskning. En uke før prosjektstart delte vi i den sammenheng ut et samtykkeskjema til elevene. Samtykkeskjemaet inneholdt blant annet informasjon om prosjektet og hva det ville innebære å delta, noe forskningsdeltakere har krav på (NESH, 2021, s. 18). Vi informerte, både muntlig og skriftlig, om at vi skulle undersøke hvordan elevene kommuniserte med hverandre i undervisningen. Nøyaktig hva vi ønsket å undersøke ville vi derimot ikke å gjøre elevene bevisste på, da dette kunne ha påvirket måten de kommuniserte på. Ettersom elevene var under 15 år var det nødvendig å innhente samtykke fra foresatte. Dette understrekes i retningslinjene til NESH (2021, s. 20) med at forskeren må ha samtykke fra både barnet og dets foresatte. Det er viktig å poengtere at elevene kan velge å ikke delta, til tross for samtykke fra foresatte. Dette gjorde vi elevene bevisste på, samt at de når som helst kunne velge å trekke seg fra prosjektet. Vi forsøkte hele tiden å gjennomføre prosjektet med tanke på barnas beste, slik NESH (2021, s. 21) understreker viktigheten av.

En utfordring i forskningsprosjektet var å sikre at elevene som ikke samtykket ikke kom med i videoopptakene (Gleiss & Sæther, 2021, s. 115). Vi ivaretok elevens personvern ved å justere på klassene, slik at elevene som ikke samtykket ble byttet med elever fra den andre parallellklassen som samtykket. Det ble også poengtert for elevene at de ville få tilsvarende undervisning, uavhengig om de samtykket til prosjektet eller ikke. Vi vurderte også andre løsninger, eksempelvis å plassere kameraer ved bestemte tavler, og at bare elevene som samtykket jobbet ved disse plassene. Likevel konkluderte vi med at denne løsningen ville føre til dårlig forskningsetikk ettersom vi ville hatt begrenset kontroll over hvilke elever som ble filmet.

Det andre forskningsetiske prinsippet, konfidensialitet og anonymisering, handler om å ikke avsløre personlig informasjon som forskningsdeltakerne har gitt (Gleiss & Sæther, 2021, s. 45). Ettersom fullstendig konfidensialitet ikke er mulig i forskning, har vår oppgave vært å begrense hvem som har tilgang til datamaterialet og å anonymisere deltakerne i forskningsprosjektet. Ettersom vi har behandlet sensitive personopplysninger måtte vi ta ekstra forholdsregler for å sikre at datamaterialet ble lagret trygt. Derfor laget vi en datahåndteringsplan som også ble vurdert av NSD. Datamaterialet ble beskyttet av en to-faktors autentisering, noe som anbefales av både Universitetet i Tromsø og NSD. Videre sørget vi for at alle deltakerne ble anonymisert i prosjektet gjennom pseudonymer, slik at opplysninger ikke kan spores tilbake til deltakerne i forskningsprosjektet (NESH, 2021, s. 23).

Det tredje forskningsetiske prinsippet handler om at ingen skal ta skade av å delta i forskningen (Gleiss & Sæther, 2021, s. 45). Vi har derfor forsøkt å planlegge hele prosjektet med dette prinsippet i tankene. Formålet med prosjektet har vært å undersøke kommunikasjon i et Tenkende klasserom, og i dette har vi også samlet inn data omkring elevenes matematiske holdninger og undervisningspraksis gjennom intervju og spørreskjema. Vi har forsøkt å følge rådene til Gleiss og Sæther (2021, s. 46) om å unngå å stille forskningsdeltakerne i et negativt lys og å tydeliggjøre at våre fortolkninger presenteres som subjektive tolkninger, og ikke som en absolutt sannhet.

4 Analyse

I følgende kapittel legger vi frem funn og analyse av vårt datamateriale. Analysekapittelet er tredelt, hvor vi først presenterer hovedanalysen av elevutsagnene, og hvordan vi har kategorisert disse. Deretter følger en analyse av intervjuene vi gjennomførte med tre av elevene. Den siste delen viser resultatene fra spørreskjemaet elevene svarte på i forkant av vår implementering av Tenkende klasserom.

4.1 Analyse av elevutsagn

I dette delkapitlet svarer vi på problemstillingen: *Hvilke typer elev-elev-kommunikasjon oppstår under vår implementering av Tenkende klasserom?* Vi presenterer her de ti kategoriene for elevutsagn som vi observerte i den siste Tenkende klasserom-undervisningen. Syv av kategoriene er basert på Røsseland et al. (2022) sine kategorier for elevinteraksjoner, og presenteres her i Røsseland et al. sin originale rekkefølge. Det var likevel ikke alle elevutsagnene som passet inn i dette rammeverket, og vi har derfor utviklet tre tilleggskategorier underveis i analysen, som presenteres til slutt. Hver kategori starter med en kort redegjørelse. Deretter følger eksempelutdrag av samtaler hvor utsagn innen den gitte kategorien oppsto. De aktuelle utsagnene er uthevet i fet skrift, og blir beskrevet og analysert. Til slutt, innen hver kategori, tolkes elevutsagnene, og kobles opp mot teori om kommunikasjon. Her analyserer vi også kategoriene i lys av Mercers (1996) utforskende, kumulative, eller stridende samtaler. Oppsummeringsvis presenterer vi en tabell hvor vi ser hvor stor prosentandel hver kategori representerte i elevsamtalene.

4.1.1 Korte svar og påstander

Utsagn innen kategorien for korte svar og påstander kan være kjappe responser på spørsmål, små bekreftende eller avkreftende utsagn, eller påstander tilknyttet løsninger og løsningsstrategier. Fellestrekkene til disse utsagnene er at de er kortfattet, og ofte en naturlig del av samtaleflyten uten å nødvendigvis ta arbeidet i en ny retning. Utsagnene mangler også begrunnelser, forklaringer og argumentasjon, og blir dermed presentert for gruppen uten belegg eller ytterligere utdyping. Denne typen utsagn kan være korte svar og påstander som både er korrekte, ukorrekte eller ikke relatert til matematiske løsninger i det hele tatt.

Under presenteres tre eksempler på korte svar-utsagn:

<u>Eksempel A:</u>

Amanda: Ka e 3x3x3?

Kurt: 27.

<u>Eksempel B:</u>

Annika: Så vi skal gjøre alle de her oppgavan med at det e 4x4x4?

Mette: Ja.

<u>Eksempel C:</u>

Kurt: Ey, ka e det der?

Amanda: Prøvde å tegne en kube.

Alle tre eksemplene var typiske varianter av korte svar, med litt ulike distinksjoner, som oppsto omtrent like ofte. Felles for disse eksemplene er at de er korte responser på direkte spørsmål fra en annen elev, og blir ikke utdypet eller begrunnet ytterligere. I eksempel A stiller Amanda et rent matematisk spørsmål, og Kurt responderer med et kort og korrekt matematisk svar. Gruppen stoler på Kurts svar, og går videre med arbeidet. I eksempel B lurer Annika på om gruppen skal anvende samme løsningsstrategi i deres nye oppgave (en 4x4x4 Rubiks-kube) som de brukte i den forrige oppgaven (en 3x3x3 Rubiks-kube). Her svarer Mette et bekreftende “Ja”, uten å argumentere for hvorfor samme løsningsstrategi skal brukes, eller forklare strategien ytterligere. Korte svar behøver ikke alltid være knyttet til rene matematiske spørsmål, som vist i eksempel C. Her har Amanda tegnet noe på tavlen, og Kurt spør henne hva det skal være, hvor Amanda enkelt svarer at hun prøvde å tegne en kube. Dette er altså ikke et matematisk svar som i eksempel A og B, men en type svar som likevel oppsto ofte i gruppene vi observerte.

Vi observerte også følgende typer utsagn:

<u>Eksempel D:</u>

Kurt: Sånn, her e svaret.

Mathias: Okei.

Amanda: Okei.

Eksempel E:

Ida: Se her, altså, hvis man skal telle alle… Se, det e jo 1, 2, 3, 4... 4x4 e 16, ikke sant?

Thea: Ja, da har du 16.

Ida: 4+4+4… Det blir 48.

Thea: Ja.

Ida: 48+48… Det blir 96.

Disse eksemplene viser utsagn som fungerte som korte, bekreftende responser, og som ikke nødvendigvis var svar på direkte spørsmål. I eksempel D ser vi at Kurt kommer med en påstand, og både Mathias og Amanda svarer bekreftende og ukritisk “Okei”. Thea har to lignende utsagn i eksempel E, hvor hun responderer bekreftende på Idas stegvise fremgangsmåte. Utsagnene i disse tilfellene bidrar ikke med noen ny informasjon, men signaliserer til medelevene at man henger med på det som blir sagt, og sier seg enige. Slike typer enkle svar forekom svært ofte innen denne kategorien, og var også en stor andel av alle elevutsagn vi observerte.

Vi observerte også enkle påstander, som eksemplifisert i de to neste utdragene:

Eksempel F:

Kristine: Også e det 4 inni.

Annika: Sikker?

Kristine: Ja, æ trur det.

Annika: Okei, ka e det der, det blir 48+8 fordi 8+8 blir 16… 56.

Eksempel G:

Thea: Det e 24, det der.

Bjørn: Hæ? Kordan..?

Thea: Du kan jo telle med den her heller, det e mye lettere. Se her, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Da har du telt hele bunnen, da, 4, 5, 6. Nei, det e 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24.

Eksempel F og G viser korte elevutsagn uten belegg eller utdyping som oppsto i form av enkle påstander. Samtaleutdraget i eksempel F viser at Kristine kommer med en enkel påstand om at en 4x4x4 Rubiks-kube må ha 4 småkuber på innsiden. Annika spør om Kristine er sikker, men ingen på gruppen undersøker Kristines påstand nærmere etter at Kristine svarer "Ja, æ trur det". Påstanden blir akseptert, og vi ser at Annika fortsetter å jobbe videre med oppgaven. I eksempel G kommer Thea med et lignende utsagn, og påstår at gruppen har gjort rede for 24 småkuber i Rubiks-kuben. Bjørn godtar ikke påstanden ukritisk, og stiller seg undrende til Theas utsagn. Dette leder Thea til å begrunne hennes originale påstand med et mer utfyllende utsagn, som Bjørn forstår og aksepterer. Slike korte påstander forekom ofte i elevenes gruppearbeid.

Eksempel A-G viser altså korte responser som ikke inneholder ytterligere informasjon om elevens tankegang, og mangler forklaring eller belegg for utsagnets logiske gyldighet. Utsagnene kan sammenlignes med typiske responser innen et IRE-mønster, og plasseres derfor i kategorien for korte svar og påstander i tråd med Rødseland et al. (2022) sitt rammeverk for elevinteraksjoner. Det var her majoriteten av elevutsagnene vi observerte ble plassert. Denne kategorien har ikke en naturlig sammenfallende kategori i IC-modellen ettersom korte svar og påstander kan sies å mangle et utforskende aspekt uten begrunnelser og utdyping. Likevel finner vi likhetstrekk med IC-modellens ta kontakt-kategori i noen av elevenes svar og påstander. Denne typen utsagn bidrar ofte til å opprettholde flyten i samtalen, og kan også signalisere at man aktivt lytter til det som blir sagt. Dermed kan utsagnene fungere som bekreftende og støttende, slik som i eksempel D og E, noe som er typisk innenfor IC-modellens ta kontakt-kategori.

Slike bekreftende utsagn er en vanlig type respons i det Mercer (1996) kaller kumulativ samtale. Under gruppearbeidet observerte vi mange slike utsagn hvor elevene ikke bidro med ny informasjon, men ukritisk sa seg enige med hverandre. Disse interaksjonene var gjerne positivt ladet, og bestod ofte av repetisjon og konfirmering som i eksempel E, og blind tillit til hverandres utsagn som i eksempel D og F. Selv om vi observerte lite krangling blant gruppene, var det også mange svar og påstander som var karakterisert av mer stridende samtale (Mercer, 1996). Stridende samtale er blant annet preget av individuelle avgjørelser, og forekommer gjerne som korte svar og påstander som i eksempel A, B, og F. Her ser vi at det ikke vektlegges å skape en felles forståelse innad i gruppen, og elevene viser ikke nysgjerrighet eller interesse for å oppsøke alternative perspektiver. Det bør likevel påpekes at også enkelte utsagn innenfor korte svar og påstand-kategorien så ut til å fostre en viss grad av utforskende samtale. I eksempel G så vi blant annet en kort påstand som ble møtt med en undrende skepsis, og dermed ledet til en mer utfyllende forklaring som så ut til å skape felles forståelse og enighet.

4.1.2 Argumenter

Argumenter er utsagn som begrunner en påstand, løsning, tanke eller fremgangsmåte. I disse utsagnene har elevene en "ferdigtenkt" begrunnelse som de presenterer til gruppemedlemmene. Hensikt er altså å overbevise andre om en påstands gyldighet. Argumentene kan være både logisk forsvarlige og logisk ugyldige, som i de to følgende eksemplene:

Eksempel A:

Thea: E det 96?

Ida: Det e 96. Altså, de her 3 e jo 48 i lag. 48+48 det blir jo 96.

Bjørn: Ja.

Eksempel B:

Bjørn: Okei, så det e ikke 96, da.

Thea: Nei. Nei, det e ikke det. Du skal gange 3x4. Se, 4x4x4 for da lengde… Gange du bredden, lengden og høyden. Og ka skal det siste være? Kan ikke være to høyda, ikke to bredde, ikke to lengda.

Bjørn: Ja, men det gir ikke så mye mening da… Skal ikke… Ja, det gir mening hvis han sir det e riktig.

Utdraget i eksempel A viser en situasjon hvor gruppen forsøker å finne ut hvor mange småkuber en 4x4x4 Rubiks-kube består av. Gruppen har diskutert litt, og Thea spør etter en bekreftelse på om det er 96 småkuber. Ida kommer med påstanden om at det er 96, og følger opp med en begrunnelse som ikke er matematisk gyldig. Argumentet hennes er at hver flate på Rubiks-kuben har 16 småkuber, og at de tre flatene som er synlig på tegningen deres da må ha 48 småkuber sammenlagt. I tillegg er det tre flater som ikke er synlig på tegningen, men som også må ha 48 småkuber, og dermed har Rubiks-kuben totalt 96 småkuber. Deler av begrunnelsen til Ida er gyldig, eksempelvis at det er tre synlige flater og tre skjulte flater som må tas hensyn til. Likevel har hun glemt å ta i betraktning de småkubene som ikke er på yttersiden av Rubiks-kuben, men som er på innsiden. Ingen på gruppen legger merke til denne feilen, og de aksepterer Idas argument, som resulterer i mye stagnasjon i deres videre arbeid.

Mange av argumentene vi observerte fulgte denne strukturen hvor en påstand først ble presentert, og en begrunnelse rett etterpå. Det var også vanlig innen kategorien for argumenter at argumentene ikke var logisk holdbare, men likevel ble godtatt av gruppen.

Eksempel B er hentet senere i undervisningen fra samme elevgruppe, og viser et av de mer presise og fullstendige argumentene vi observerte. Ida og Thea mistenker at det ikke er 96 småkuber i en 4x4x4 Rubiks-kube likevel, men Bjørn er ikke helt overbevist. Han har foreslått at siden de fant ut antall småkuber i en 3x3x3 Rubiks-kube ved å multiplisere 3x3x3, så kan de finne antall småkuber i en 4x4x4 Rubiks-kube ved å multiplisere 4x4x4x4. I tillegg til ugyldig logikk bak forslaget, har Bjørn feilaktig regnet seg frem til at 4x4x4x4 er 96, og blir møtt med motstand fra gruppen. Bjørn spør avklarende "...så det er ikke 96, da?", og Thea responderer med en påstand om at Bjørn tar feil, og at de må multiplisere 4x4x4. Dette forsvarer hun ved å argumentere for at Rubiks-kuben fortsatt bare har tre dimensjoner (bredde, lengde, høyde), og at de ikke kan inkludere en av dimensjonene to ganger.

Når vi observerte argumentutsagnene i eksempel A og B på video, var det ikke vanskelig å forstå elevenes argumenter, selv om de ikke nødvendigvis var matematisk valide. Dette var ikke alltid tilfellet, som vist i det neste eksempelet:

Eksempel C:

> *Annika: Så det e 24, men kor mange e det inni? Men for å få det her, alt dette rett…*
> *Kristine: Det e 8 inni.*
> ***Annika: Ja, men alt dette e rett, og hvis du plusse på alt det, vi mangle bare 8 og det må være inni.***
> *Kristine: Ja.*

Her ser vi et argument som er svært kontekstavhengig og lite presist med tanke på formidling, noe vi regelmessig observerte i forbindelse med argumentasjon. I eksempel C forsøker gruppen å finne ut hvor mange småkuber som er inni en 4x4x4 Rubiks-kube. Annika argumenterer for at det er 8 småkuber på innsiden, men vi opplevde det som vanskelig å forstå hennes argumentasjon fullt ut. For det første er argumentutsagnet i motsatt rekkefølge enn de typiske argumentene vi observerte. Annika kommer med påstanden til slutt i utsagnet, "...vi mangle bare 8 og det må være inni", og belegget for påstanden kommer først, "...men alt dette e rett, og hvis du plusse på alt det, vi mangle bare 8…". Det er ikke noe galt i en slik oppbygging, men det kan gjøre argumentets struktur noe rotete. Videre er Annika lite presis når hun sier "alt dette" og "alt det", noe som svekker tydeligheten i argumentet.

Vi observerte også utsagn som var på grensen til hva vi definerte som argumenter:

Eksempel D:

Ida: Det e 27 klossa.

Thea: Koffer, kordan e det…

Ida: Fordi det e jo 3, 6… Det e jo én side e 9…

Thea: Jaaa, det e 27 klossa, ja.

Eksempel E:

Amanda: Ahh, vi har telt feil.

Amanda: Se, 2, 4, 6, 8… Nei…

Mathias: Okei, ahh…

Amanda: Det e bare 18, nei…

Dette er eksempler på argumenter som var svært ufullstendige. De oppsto ikke ofte, men ofte nok til at vi fant flere slike tilfeller. I eksempel D begynner Ida på et argument for hvorfor en 3x3x3 Rubiks-kube består av 27 småkuber. Før hun får fullført argumentet avbryter Thea henne med å uttrykke at hun forstår, og sier seg enig. I eksempel E blir argumentet til Amanda heller ikke fullført. Amanda uttrykker først at de må ha telt feil. Noen sekunder senere følger hun dette opp med begynnelsen på et argument for hvorfor de har telt feil, men stopper opp midt i utsagnet. Både eksempel D og E viser utsagn som ikke blir fullført, men som likevel blir påbegynt med hensikt om å begrunne en påstand. Dermed har også slike utsagn blitt kategorisert som argumenter.

I likhet med Røsseland et al. (2022) sin kategori for argumentasjon har alle argumentutsagnene vi har kodet til felles at de begrunner hvorfor noe er korrekt, logisk eller gyldig. Det kan altså være belegg for en påstand, ide, fremgangsmåte eller løsning. Dette er også slik Kunnskapsdepartementet (2019) beskriver argumentasjon, som forklart under kjerneelementene "resonnering og argumentasjon". Videre har vår argumentkategori sterke paralleller til IC-modellens advokere-kategori (Alrø & Skovsmose, 2002), som omfatter kommunikasjon hvor elevene uttrykker ulike perspektiver og tankerekker, og i fellesskap argumenterer åpent og kritisk for disse. Argumentkategorien vår sammenfaller også med Toulmins (1958) definisjon av argumenter, hvor elevene har en påstand de underbygger med belegg, og forsøker å påvise koblingen mellom belegg og påstand. Vi observerte at påstand og belegg kunne bli presentert i samme utsagn, som i eksempel A og B, men påstand og belegg kunne også presenteres i forskjellige utsagn, som i eksempel D og E.

Vår kategori for argumenter har likevel en litt smalere definisjon enn både Røsseland et al. (2022) sin argumentasjonskategori, og IC-modellens advokere-kategori (Alrø & Skovsmose, 2002). Under kodingen av elevutsagn benyttet vi oss også av Billings (1987) definisjon av argumentasjon, som beskriver at et argument er et forsøk på å overbevise andre om en påstands validitet. Dermed var et av kriteriene for vår argumentkategori at argumenterende elevutsagn hadde som hensikt å overbevise medelevene, hvor en "ferdigtenkt" begrunnelse ble lagt frem. Utsagn hvor elevene skapte mening og begrunnelser underveis ble dermed ikke regnet som argumenter, men ble heller plassert i kategorien for resonnementer. Sagt med andre ord: når elevene på forhånd hadde tenkt ut en begrunnelse for en påstand, og presenterte dette med hensikt om å overbevise de andre, anså vi det som et argument.

Som eksemplene viser, var det stor variasjon i gyldigheten til elevenes argumenterende utsagn. Vi observerte mange logiske argumenter, som ifølge Yackel (2001) er argumenter som er matematisk valide, eksempelvis fra Thea i eksempel B. Det forekom også det Yackel (2001) kaller betydelige argumenter, som ikke nødvendigvis er matematisk valide, men som gruppedeltakerne likevel anser som akseptable og holdbare argumenter, som illustrert av Ida i eksempel A. Elevenes argumenter varierte også i grad av fullstendighet, avhengig av argumentenes validitet. Eksempel A og B viser argumenterende utsagn som er komplette, tydelige og forståelige, og dermed innenfor det Rojas-Drummond og Zapata (2004) definerer som mer eksplisitte argumenter. Vi observerte også mer implisitte argumenter, som Rojas-Drummond og Zapata (2004) beskriver som mindre fullstendige, svært kontekstavhengige argumenter. Denne typen argumenter inneholder ofte mange deiktiske uttrykk som vi ser i eksempel C når Annika upresist refererer til "alt dette" og "alt det".

Dersom vi ser elevenes argumentutsagn i litt utvidet samtalekontekst, ser vi at denne typen utsagn i stor grad var tilknyttet kumulativ og utforskende samtale (Mercer, 1996). Alle eksemplene viser elevutsagn som forsøker å skape en felles forståelse innad i gruppen, basert på logisk argumentasjon. Elevenes perspektiver og ideer blir delt i det åpne på en konstruktiv måte, som er typiske kjennetegn på utforskende samtale (Mercer, 1996). Samtidig var det ikke alltid at argumentene ble møtt med den kritiske undersøkelsen de kanskje burde vært møtt med. Vi så flere situasjoner hvor elevene presenterte logisk ugyldige argumenter, som i eksempel A, eller lite presise argumenter, som i eksempel C, hvor resten av gruppen ukritisk godtok argumentene uten videre undersøkelse. Dermed kan flere av argumentutsagnene også karakteriseres som av mer kumulativ art. Videre kan det nevnes at selv om argumentene per definisjon hadde som hensikt å overbevise medelevene, ledet dette sjeldent til krangling eller uenigheter, og denne typen elevutsagn var unntaksvis preget av stridende samtale.

4.1.3 Utfordringer

Utfordringer er utsagn som har til hensikt å utfordre eller stille spørsmålstegn ved strategier eller løsningsforslag. Disse utsagnene kjennetegnes ved at de bryter med flyten i arbeidet, og kan eksempelvis uttrykkes ved å foreslå en ny ide eller stille seg uenig til en allerede presentert ide. Å utfordre innebærer altså et forsøk på å flytte diskusjonen til en annen måte å løse eller se problemet på. Under presenterer vi et eksempel der en elev utfordrer løsningsforslaget til en annen elev:

Eksempel A:

> *Amanda: Det e jo 4+16… Det er 20… 20+20… Det e 48.*
>
> ***Kurt: Nei, nei, nei… Se, hvis det e 4 sider, ikke sant… Og det e 6 sider… Så 4x6 e 24, ikke sant. Så vi bytte det til 24… Og da har vi fått riktig svar.***
>
> *Mathias: Vent, vent, vent… La oss prøve på nytt.*

I dette eksempelet ytrer Kurt sin uenighet gjentatte ganger med å si “nei”. Deretter følger han opp med en forklaring på hvorfor det presenterte løsningsforslaget er feil, og avslutter med en alternativ måte å løse problemet. Som eksempelet viser blir også utfordringen tatt til følge av gruppen ved at Mathias responderer med “La oss prøve på nytt”. Dermed blir utfordringen et vendepunkt i arbeidet, ettersom elevene blir enige om å undersøke en annen måte å løse problemet på. Oppfølgende forklaringer fra personen som kom med utfordringen var sjeldne, og kan betraktes som unntaket heller enn regelen.

Under presenteres andre eksempler på utfordringer:

Eksempel B

Bjørn: Men no må vi ha 4 med sia det e 4x4-kube. Vi må ha 4.

Thea: E det… Kor e det da? Det e jo ikke det…

Bjørn: Jammen… Hæ?

Thea: Da har vi telt feil.

Eksempel C

Bjørn: Det e 6. Det e 6.

Thea: E ikke det også, e ikke det bare 8?

Bjørn: Vent, 1… 2.

Ida: Det e jo…

Bjørn: Ja, det e 8, e det…

Ida: Ja, det e det.

I disse to eksemplene tas det også utgangspunkt i noe som allerede er funnet ut, men utfordringene blir her fremstilt som spørsmål. Når elevene stiller spørsmålene, etterspør de en nærmere forklaring fra gruppemedlemmene, mens de samtidig stiller seg kritiske eller uenige til den løsningen som gruppen diskuterer. Et fellestrekk i disse utsagnene er at elevene ikke presenterer et alternativt løsningsforslag som en oppfølging til utfordringen, men i stedet inviterer elevene på gruppen til å forklare eller vise deres tenkemåte. Spørsmålene ble ikke nødvendigvis umiddelbart møtt med et godt svar, men begge eksemplene viser likevel hvordan samtalen i begge gruppene endrer karakter. Særlig eksempel C illustrerer hvordan utfordringen setter inn en tankeprosess hos hele gruppen, hvor de til slutt blir enige om at det riktige svaret må være åtte. Utfordringer i form av spørsmål oppsto noe sporadisk, men førte som regel til en utvikling i elevenes arbeid.

I de neste eksemplene presenteres andre måter elevene utfordret på:

Eksempel D:

Annika; Vent litt, se… 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28… Nei 32, det e 32.

Kristine: Ja, vi sir at det e 28, så blir det riktig.

Kristine: Det e ikke 32.

Annika: Jo, men se.

Kristine: Ja, men da blir resten feil.

Annika: Åja, blir det ikke til sammen… Da e det mindre inni… Men se.

Kristine: Hvis det e 28, da blir det…

Annika: La mæ vise, okei, la oss se… Okei så se… Ikke sant, det e 2 her på hver side også… Så 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32… Det må være det. Det må være 32.

Eksempel E:

Thea: Der har vi 16, da.

Bjørn: 16x6 e…

Thea: Nei, 16x4.

Bjørn: Det e 96, så vi har 96 kuba.

Disse utsagnene utfordrer også andre medelevers løsninger, men er i større grad rettet mot å korrigere medelevene fremfor å invitere til en annen tenkemåte. I begge eksemplene henvendes det direkte til en annen person på gruppen, med formål om å poengtere en feil i svaret eller tankeprosessen. Utsagnene kan beskrives som korte, men slik eksemplene illustrerer fører de til at elevene som mottar utfordringen stopper opp, og må rettferdiggjøre sin tankegang (som i eksempel D) eller endre sin tankegang (som i eksempel E). Den mest vanlige måten elevene utfordret hverandre på var ved å korrigere hverandre på en slik måte.

Som en kan se ut ifra eksemplene er det flere måter utfordringer kom til uttrykk i dialogene mellom elevene. Felles for alle er at de bryter med samtaleflyten i arbeidet, og stiller spørsmålstegn ved arbeidet som har blitt gjort eller skal gjøres, noe Rørseland et al. (2022) beskriver som kjennetegn på utfordringer. Utfordringene oppfordrer, og fører ofte til, at elevene må argumentere eller forklare sin egen tankegang. I dette ser vi også klare paralleller til IC-modellens kategori for å utfordre, som også baserer seg på å bryte opp den eksisterende retningen og å skape muligheter for å utforske nye perspektiver (Alrø & Skovsmose, 2002).

Kommunikasjonen som oppsto i eksempelutragene var kritisk og undersøkende, men samtidig konstruktiv, noe gjør at den kan minne om utforskende samtale (Mercer, 1996). Samtidig er det, slik Alrø og Skovsmose (2002) poengterer, avgjørende at noen på gruppen tar utfordringen. Slik det kommer frem i eksemplene ble utfordringene akseptert, enten ved at elevene endret løsningen, undersøkte den nåværende løsningen eller forsøkte å sette seg inn i hverandres tankesett. Det kan se ut til at elevene er opptatte av å skape en felles forståelse, noe som kan være årsaken til at de påfølgende samtalene ikke er preget av uenigheter, kritikk og individuelle avgjørelser som er typisk innenfor stridende samtale (Mercer, 1996). Elevenes utfordringer fungerte heller som et vendepunkt i deres utforskende arbeid, og kan ha vært med på å utvikle deres tankesett samtidig som de hjalp dem å gjøre nye oppdagelser i arbeidet.

4.1.4 Evalueringer og avklaringer

Evalueringer og avklaringer er ytringer som evaluerer gruppens arbeid eller foregående utsagn. Slike utsagn kan også komme i form av avklaringer, hvor elevene sjekker at de forstår hverandre riktig. De tre neste eksemplene viser evalueringer:

Eksempel A:

Amanda: Det der ser bare ut som en krusedull.

Eksempel B:

Annika: Pluss 8. 14.

Mette: 22.

Annika: Ja, så det e ikke nok, så... Det e feil.

Eksempel C:

Amanda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24.

Kurt: Du telle sidan, ikke klossan.

Disse eksemplene var den typiske formen for evaluering vi observerte. I eksempel A har noen på gruppen tegnet en tredimensjonal kube på tavlen som visuell støtte. Amanda påpeker at det ser ut som en krusedull, og evaluerer dermed kube-tegningen. I eksempel B ser vi en evaluering som er mer rettet mot gruppens matematiske arbeid. Gruppen forsøker å finne ut av hvor mange småkuber som er eksponert på en 3x3x3 Rubiks-kube, og regner seg frem til

22. De har tidligere konkludert med at Rubiks-kuben totalt består av 27 småkuber, med én småkube i midten som ikke er eksponert, så Annika evaluerer dermed at svaret deres må være feil. Evalueringene vi observerte kunne også være rettet mot hverandres utsagn, som i eksempel C. Her prøver Amanda å telle antall småkuber hun finner på Rubiks-kuben, og Kurt påpeker at hun nå feilaktig teller flatene, og ikke de individuelle småkubene. Kurts utsagn fungerer dermed både som en vurdering av Amandas utsagn, og som en indirekte korrigering.

De fleste av utsagnene i denne kategorien var slike evalueringer, men vi observerte også utsagn som fungerte som avklaringer og presiseringer, som i eksempel D og E:

<u>Eksempel D:</u>

Thea: Vi kan si at det e 27 kuba, da.
Bjørn: Så vi har 27.

<u>Eksempel E:</u>

Amanda: Men du sa en sånn her side teltes som én.
Mathias: En kube.
Amanda: Ja. 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Kurt: Sider, ikke kuba. Vi teller sider, ikke kuba.

Eksempel D viser en avklaring hvor Bjørn tydeliggjør at gruppen har gjort rede for 27 småkuber gjennom en gjentakelse av Theas utsagn. Samtaleutdraget i eksempel E viser fire utsagn på rad som er av ulike typer avklaringer. Amanda starter med å repetere noe Mathias hadde sagt tidligere, for å forsikre seg om at hun har forstått Mathias' utsagn riktig. Mathias svarer med å presisere at han mente én kube. Amanda tar ordet videre, og teller opp til seks mens hun peker på tegningen på tavlen, og tydeliggjør for gruppen hvordan de har kommet frem til seks sider på en Rubiks-kube. Kurt presiserer så at de nå teller antall sider, og ikke individuelle småkuber.

Utsagn som her illustrert i eksempel A-E var altså typiske vurderinger, presiseringer og omformuleringer som oppsto i samtalene til elevgruppene. Disse utsagnene stemmer godt overens med Røsseland et al. (2022) sin evaluering- og avklaringskategori for elevinteraksjoner, og kunne angå både gruppens arbeid eller elevenes foregående utsagn. Vi så at evalueringene og avklaringene oppsto relativt frekvent i elevsamtalene, ofte var relatert til logikk og gyldighet, og kunne omfatte både kritikk som i eksempel A, korrigeringer som i eksempel C, eller støtte som i eksempel D og E. Dermed kan man også se likhetstrekk med IC-modellens omformulering- og evaluering-kategori (Alrø & Skovsmose, 2002), som jo Røsseland et al. (2022) sin evaluering- og avklaringskategori bygger på.

Videre observerte vi at evalueringer og avklaringer kunne være relatert til ulike grader av utforsking innen Mercers (1996) tredelte samtaletypologier. Enkelte evalueringer, i likhet med eksempel A, var lite konstruktive, og fungerte bare som ren kritikk, og kan sammenlignes med Mercers (1996) stridende samtale. Andre evalueringer og utsagn var mer preget av kumulativ samtale, som i eksempel D og E hvor elevene repeterte og omformulerte hverandres utsagn. Slik repetisjon og omformulering ble likevel ikke alltid gjort på en ukritisk og tillitsfull måte, men så i større grad ut til å ha som hensikt å forsikre seg om at man hadde gjort seg forstått, eller forsto hverandre korrekt. I disse tilfellene var utsagnene mer rettet mot utforskende samtale, hvor tanker og ideer blir konstruktivt vurdert i fellesskap, som vi så antydning til i eksempel E.

4.1.5 Forklaringer

Forklaringsutsagn oppstår når elevene forklarer hverandre stegvise prosedyrer i oppgaveløsningen, eller matematiske fenomener og ideer. Forklaringer kan ha likhetstrekk med argumenter, men skiller seg ved utsagnets hensikt; der argumenter forsøker å overbevise andre om hvorfor noe er riktig, er målet med forklaringer å få medelevene til å forstå en fremgangsmåte eller matematisk ide. Dette skjer gjennom utsagn som informerer eller beskriver, og kan også være ledsaget av visuell støtte som tegning eller peking. Følgende kommer to eksempler på forklaringsutsagn fra to forskjellige grupper:

<u>Eksempel A:</u>

Amanda: 4… Det e 4.

Kurt: 4 i midten?

Amanda: Ja… fordi du går ned, så går du dit, så går du inn, så går du sånn 1, 2, 3, 4.

Mathias: Æ ser ikke korsn som e i midten.

Kurt: Okei, æ "truste" dæ.

Eksempel B:

> *Thea: *Tegner kube på tavlen**
>
> *Thea: Det e fremme, da. Men så e det jo en helt likens sånn på baksida.*
>
> ***Bjørn: Ja, så vi må doble svaret vi får på denne sida.***
>
> *Ida: Ja.*

I eksempel A forsøker gruppen å finne ut hvor mange småkuber en 4x4x4 Rubiks-kube har inni seg. Amanda foreslår fire, og Kurt spør avklarende om hun mener fire i midten (av Rubiks-kuben). Amanda bekrefter dette, og følger opp med en forklaring på hvordan hun kom frem til fire småkuber. Mathias skyter inn at han ikke ser småkubene i midten, mens Kurt svarer at han stoler på Amanda. Det er usikkert hvorvidt Mathias og Kurt forsto Amandas forklaring eller ikke, men de aksepterer forklaringen uten nærmere undersøkelse, og går videre med arbeidet. I eksempel B ser vi en lignende situasjon, hvor gruppen er midt i en prosess av å finne ut hvor mange småkuber en 4x4x4 Rubiks-kube består av totalt. Thea tegner Rubiks-kuben på tavlen for å visualisere den, og påpeker at flatene på fremsiden og baksiden av kuben må være identiske. Bjørn forklarer deretter at de må doble antall småkuber de har telt på fremsiden, hvilket Ida sier seg enig i. Både eksempel A og B viser utsagn som forklarer noe som har blitt gjort, eller som må gjøres, for å komme videre i oppgaven. Dette var den mest vanlige typen forklaringer vi observerte. Utsagnene beskriver elevens tankeprosess, men begrunner ikke logikken bak tankerekkene, eller hvorfor de er korrekte. I begge tilfellene sier gruppene seg fornøyde med forklaringene, og aksepterer de uten nærmere undersøkelse av forklaringenes gyldighet.

Her er en annen type forklaring vi observerte:

Eksempel C:

> ***Kurt: Okei, de som har én side e de som e i midten. Som for eksempel den her. 1, 2, 3, 4, 5, 6.***
>
> *Amanda: Okei.*
>
> *Mathias: Ja, okei.*

I dette utsagnet ser vi at Kurt forklarer et matematisk fenomen eller ide, som var en sjeldnere forekomst enn de tidligere nevnte typene forklaringer. Han forteller at hver flate på en Rubiks-kube har én liten kube i midten som igjen kun har én flate som er eksponert (flaten som peker “ut”). Denne forklaringen kan være vanskelig å tyde uten utsagnets kontekst, men illustrerer en matematisk ide som blir forklart til Kurts medelever, slik at de skal forstå hans videre fremgangsmåte for å løse oppgaven. I likhet med eksempel A og B ser vi at Kurts forklaring i eksempel C ikke inneholder begrunnelse for hvorfor forklaringen er korrekt, og både Amanda og Mathias godtar forklaringen, og lar Kurt ta styringen videre.

Under elevenes gruppearbeid oppsto det også flere forklarende utsagn etter hverandre, som i følgende utdrag:

<u>Eksempel D:</u>

> *Kristine: Det blir 12, det blir 12.*
> *Annika: Kan du forklare for oss?*
> ***Kristine: Fordi at, det blir jo, der også der, altså bak på andre sia, liksom.***
> *Annika: Nede også?*
> ***Kristine: Ja, også der også der, også der også der. Men, ja, kem som bryr sæ.***
> ***Kristine: Også blir det jo også…***
> *Annika: Ja?*
> ***Kristine: Der, også den.***
> *Annika: Åja, det e jo i midten der.*
> *Kristine: Ja, så blir det jo…*
> ***Annika: Og her nede, og her nede. På grunn av en Rubiks-kube e side også e det 3 den veien også fordi du forstår ka vi mene med det der? Det e jo en på andre sia og der men det har vi telt. Det e også en i midten av de sidan.***
> *Kristine: 27… Ja, det blir 27.*

I dette eksempelutdraget etterspør Annika en forklaring på hvordan Kristine har kommet frem til at en 3x3x3 Rubiks-kube må bestå av tolv småkuber. Annika godtar ikke bare den første forklaringen uten videre, og ber Kristine utdype om hun mener “Nede også?”. Kristine responderer med å fortsette på forklaringen sin i et nytt utsagn, og her ser det ut som hun innser at det må være flere småkuber enn hun først hadde antatt. Etter en kort tenkepause legger hun til “Også blir det jo også…” som signaliserer til gruppen at hun tenker det er mer som må tas i betraktning. Kristine forsøker nølende å forklare de videre stegene, men Annika overtar, og fullfører forklaringen til gruppens tredje elev, Mette. Til slutt konkluderer Kristine med at antall kuber må være 27, og ikke 12 som først antatt. Her ser vi altså et samtaleutdrag som inneholder flere forklarende utsagn som beskriver en tankeprosess eller fremgangsmåte, som ikke bare blir akseptert uten videre av gruppen, og dermed ser ut til å lede til ny felles forståelse. I likhet med eksempel C ble situasjoner som dette ikke observert ofte, men av og til.

Felles for utsagnene som er uthevet i eksempelutdragene A, B, C og D er at de forklarer en tankerekke, prosess eller matematisk ide, med hensikt om å få medelevene til å forstå noe. Denne typen utsagn kan, som vist, både forklare noe som har blitt gjort, eller noe som må gjøres for å komme videre i oppgaveløsningen. Derfor har vi plassert disse innen forklaringskategorien i Røsselands et al. (2022) sitt analytiske rammeverk for elevinteraksjoner. Forklaringene har også likhetstrekk med IC-modellens advokere-kategori, hvor elevene uttrykker sine tanker og perspektiver for hverandre (Alrø & Skovsmose, 2002). Likevel mangler forklaringsutsagnene begrunnelser for hvorfor de er korrekte eller logisk gyldige, og vi anser de derfor ikke som argumenter.

I de tre første eksempelutdragene kan vi også trekke paralleller til Mercers (1996) kumulative samtale. Her presenteres forklaringer, og gruppene godtar disse uten nærmere granskning. Utsagnene blir mottatt ukritisk, og vi ser blant annet i eksempel A at Kurt uttrykker at han stoler blindt på Amandas forklaring. Både i eksempel A, B, og C sier elevene seg enige med hverandres forklaringer, som er et typisk karaktertrekk i kumulativ samtale. I eksempel D ser vi forklaringsutsagn som oppstår i en litt mer utforskende kontekst. Som Mercer (1996) beskriver er utforskende samtale preget av at elevenes tankerekker bygger på hverandre, og ideer blir delt i det åpne for å komme frem til ny felles forståelse. Dette kjenner vi igjen i Kristine og Annikas forklaringer som bygger på hverandre på en konstruktiv og respektfull måte, hvor Kristines første forklaring ikke bare blir godtatt ukritisk av Annika.

4.1.6 Spørsmål

Utsagnene innenfor spørsmålskategorien kan beskrives som ikke-utfordrende spørsmål, som typisk begynner med “hva”, “hvordan” eller “hvorfor”, og som har som mål å innhente informasjon. Under følger to eksempler på spørsmål fra elevene:

Eksempel A:

Kurt: Okei, da e det riktig, fordi det der plussa e 55.

Annika: Ka e 3x3x3?

Kurt: 27.

Kurt: Ferdig.

Eksempel B:

Bjørn: Men 16.

Thea: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7… E du sikker på at det e 16, da?

Bjørn: Ja, for at se her. 1, 2, 3, 4, 5, 6… Og så har vi 7, 8 på andre sida… Så e det 1, 2, 3, 4, 5, 6…. På andre sida.

Thea: Så på 2 så e det 16 i stedet for 14.

Bjørn: Ja.

Ida: Ja.

I eksempel A er gruppen på sluttstadiet i første del av oppgaven hvor Annika, etter å ha undersøkt svarene deres på tavlen, forsøker å sjekke om svaret deres stemmer ved å stille et spørsmål til gruppen. I eksempel B ser vi hvordan Thea etterspør en forklaring fra Bjørn, som hevder at svaret er 16. Måten Thea stiller spørsmålet på kan beskrives som ikke-utfordrende, ettersom hun ikke nødvendigvis stiller seg kritisk til hvorvidt svaret er riktig eller galt, men stiller seg undrende og ber om en forklaring fra Bjørn. Begge spørsmålene kan ses på som initiativer i elevenes arbeid, men skiller seg noe ved at Annika i eksempel A ber om et matematisk svar, mens Thea i eksempel B ønsker en matematisk forklaring. Lignende utsagn var vanlige innenfor spørsmålskategorien, hvor elevenes spørsmål primært etterspurte informasjon, og ikke var spesielt utfordrende.

Under følger andre eksempler på spørsmål:

Eksempel C:

Annika: Pluss 8. 14.

Mette: 22.

Annika: Ja, så det e ikke nok, så… Det e feil.

Annika: Kor mange har 0 side? Det må jo være… E det liksom en inni?

Eksempel D:

Annika: 4x6… 24, så det e 24 som har én side. Sorry, æ bare gjorde det fort.

Annika: Ikke sant, det e fortsatt 6 side på den?

Kristine: Ja.

Mette: Ja.

I eksempel C prøver Annika og Mette å avgjøre om svaret deres er riktig, noe Annika ender opp med å konkludere at det er feil. Annika forsøker videre å rette fokuset tilbake til første del av oppgaven med spørsmålet "Kor mange har 0 side", noe som på mange måter kan ligne på høyttenkning. Slik det fremstilles i eksempelet har Annika et svar på sitt eget spørsmål, men søker respons fra resten av gruppen gjennom å presentere sine egne tanker i et oppfølgende, undrende spørsmål. Selv om det er uklart hvor mye Annika forstår eller bevisst tenker gjennom sitt forslag, fungerer det likevel som et initiativ for videre utforsking og samtale innad i gruppen. I eksempel D forsøker Annika å resonnere seg fremover i oppgaven, men oppdager at hun har gjort en feil. Hun stiller deretter et spørsmål til gruppen for å avklare at Rubiks-kuben fortsatt har seks flater, noe Kristine og Mette bekrefter. Undrende spørsmål som i eksempel C, og avklarende spørsmål som i eksempel D, forespør begge informasjon, og oppsto ofte innenfor spørsmålskategorien.

Det hendte også at elevene rettet spørsmålene til andre grupper:

Eksempel E:

Bjørn: Men de vi har, det e jo bare de som e tatt. Det går jo ikke an å ha nåkka mer.

Thea: Men da e det feil med kuben, da?

Bjørn: Vet dåkker svaret på den her? *Spør en annen gruppe*

I denne situasjonen ser vi hvordan gruppen har resonnert seg frem til at svaret de har fått må være feil. Thea stiller her spørsmål til om det kan være noe feil med Rubiks-kuben de har tegnet på tavlen. Etter at gruppen har brukt litt tid på å betrakte tegningen, vender Bjørn seg til en annen gruppe med en forespørsel om deres svar på tilsvarende oppgave. Dersom gruppene hadde vanskeligheter med oppgaven, eller ønsket å kontrollere svaret sitt, var spørsmål rettet til andre grupper vanlige.

Alle utsagnene som er presentert passer godt med Røsseland et al. (2022) sin spørsmålskategori. En felles karakteristikk ved utsagnene er hvordan de representerer initiativ fra elevene, og etterspør informasjon. Spørsmålene blir iblant fulgt opp av forklaringer eller argumenter, slik som i eksempel A og B, men kan også minne mer om høyttenkning som i eksempel C. Her kan vi trekke paralleller til IC-modellens kategori for å lokalisere (Alrø & Skovsmose, 2002), som baserer seg på å oppdage eller å finne ut noe nytt. Eksempelvis kan et spørsmål som viser nysgjerrighet som i eksempel C, eller et spørsmål som søker å klargjøre noe som i eksempel D, føre til at gruppen undersøker flere muligheter eller avdekker nye aspekter ved oppgaven. På lignende vis kan spørsmålene også ha fellestrekk med kategoriene for å ta kontakt og å tenke høyt i IC-modellen. Eksempelvis kan Annikas spørsmål i eksempel D være et forsøk på å involvere og engasjere de andre gruppemedlemmene, mens spørsmålet i eksempel C kan være stilt hypotetisk som en invitasjon til utforsking og idemyldring.

Spørsmål kan ses på som en viktig del av elevenes utforskende arbeid. Ved å stille spørsmål til gruppemedlemmene, inviterer elevene hverandre til å forklare og rettferdiggjøre, så vel som å avklare og bekrefte. Eksempel B viser kanskje særlig hvordan Bjørn må gjøre rede for påstanden sin som følge av Theas spørsmål. Ved å bygge på hverandres spørsmål og forklaringer kommer de frem til en felles forståelse, som sammenfaller med Mercers (1996) utforskende samtale. Spørsmål kan også i noen tilfeller dra samtalen inn i en mer kumulativ samtale, som i eksempel A og D. Dette kan skyldes at spørsmålene i begge eksemplene er nokså spesifikke og lukkede, og i stor grad leder motparten til å gi et kort og konsist svar.

4.1.7 Forslag

Utsagnene innenfor forslagskategorien fremstår som initiativer fra elevene blant annet i form av mulige løsninger, og forslag til videre utprøving. Under følger to eksempler på forslag:

<u>Eksempel A:</u>

> *Bjørn: Så e det toeran.*
> ***Thea: Vi kan ta treeran først, for dem e lett.***
> *Thea: Det e jo 8.*
> *Bjørn: Okei.*

Eksempel B:

Annika: Bare glem det, æ tenkte feil. 4, 8, 12, 16… 18, 20… Ka med den sida der bake, nei, bare glem det. Æ vet ikke lenger…

Kristine: Vi kan lage en kube av papir.

Annika: Nei… Ja, lag en av papir.

Som en respons på Bjørns utsagn i eksempelutrag A presenterer Thea en mulig løsning for å ta tak i problemet videre. Hun begrunner forslaget med å påpeke at det vil være gunstig å starte med denne delen av problemet, før hun også følger opp med påstanden "Det e jo 8", for å underbygge forslaget. I eksempel B introduserer Kristine en ny tilnærming til å undersøke problemet ved å lage en kube av papir. Dette forslaget kommer som en respons på at Annika uttrykker uvisshet til fortsettelsen på oppgaven. Felles for begge eksemplene er at elevene gjennom sine forslag viser initiativ, og er interessert i å finne løsningsstrategier som kan hjelpe dem videre i oppgaven.

Videre følger andre eksempler på forslag:

Eksempel C:

Kurt: Okei, ja, se.

Amanda: E det ikke bare å gange alt med 2?

Kurt: Æ vet ikke, kanskje.

Kurt: Men, ka e 27+27? Det e 54.

Kurt: Nei, det kan vi ikke gjøre.

Eksempel D:

Kristine: Det blir bare 60…

Kristine: Ka vi har gjort feil?!

Annika: Kanskje det e flere inni? Det må jo være flere inni.

Kristine: Må det være flere inni?

Annika: Mette, vi e stuck… Kor mange e det inni, se, okei… Ikke bry dokker om alle strekan.

Slik det kommer frem i eksempel C presenterer Amanda et løsningsforslag for oppgaven gjennom spørsmålet hun stiller. Forslaget hennes inviterer gruppemedlemmene til å teste det som kan minne om en hypotese, og overlater ansvaret til gruppemedlemmene om å komme med et svar ettersom hun selv ikke kommer med et oppfølgende svar på spørsmålet sitt. I likhet med eksempel C er også forslaget i eksempel D av undersøkende, spørrende form, men skiller seg noe fra eksempel C ved at der ikke presenteres et løsningsforslag. Forslaget til Annika kan fortsatt beskrives som undrende, og inviterer gruppemedlemmene til å undersøke forslaget. Dialogen videre viser derimot at Annika er ikke i stand til å svare på Kristines oppfølgingsspørsmål, og henviser seg senere til Mette med at de er "stuck". Forslag i form av spørsmål dukket opp nokså hyppig, og deler visse likheter med utsagnene i spørsmålskategorien, men de skiller seg noe fra disse. Der spørsmål ofte søker informasjon, har forslag i form av spørsmål ikke nødvendigvis samme målsetting, men inviterer medlemmene i gruppen til å prøve noe nytt eller finne nye løsninger.

Enkelte forslag fremsto også som kommandoer, slik som i eksempel E:

<u>Eksempel E:</u>

Kurt: Det der e ikke i nærheten av et perspektiv.

Annika: Jo.

Kurt: Nei, la mæ gjøre det.

Annika: Mitt perspektiv.

Kurt: La mæ gjøre det. Du må ha en linjal.

Annika: Nei, Kurt!

I dette eksempelutdraget uttrykker Kurt misnøye overfor Annikas perspektivtegning av Rubiks-kuben. I Annikas bastante "Jo" understreker hun derimot at tegningen er god nok. Fra denne situasjonen kommer Kurt med to kommandoer hvor han presser på for å få gjøre det på sin måte. Slik det kommer frem i eksempelet viser ingen elevene særlig interesse for å lytte til hverandres perspektiver. Situasjoner som dette forekom ikke særlig ofte.

Underveis i arbeidet oppsto det også forslag som ikke var matematisk forankret, men i større grad handlet om gruppedynamikk. Eksemplene under kan illustrere dette:

<u>Eksempel F:</u>

Amanda: Tok du bare 12 fordi det e halvparten av 24?

Mathias: Okei, Amanda, kanskje nån andre burde skrive.

Eksempel G:

Kurt: Æ skjønne ikke, du tegne så stygt.

Amanda: Takk.

Mathias: Ja, okei… Skal vi fortsette?

*Kurt: Ahhhh. *Visker bort igjen**

Amanda: Mmm, okei.

I eksempel D henvender Mathias seg til Amanda med et forslag om å rullere på tusjen. På samme måte er det Mathias, i eksempel E, som foreslår at gruppen vender fokuset tilbake på oppgaven, fremfor å diskutere hvordan det tegnes på tavlen. Som begge eksempelutragene viser er ikke de aktuelle forslagene spesifikt rettet mot det matematiske problemet gruppen jobber med, men retter seg inn mot hvordan gruppen skal jobbe sammen videre i arbeidet. Slike typer forslag oppsto ofte, og var betydningsfulle for å opprettholde flyten i arbeidet.

Alle utsagnene som nå er presentert, har vi kategorisert som forslag. Felles for utsagnene er at de kan ses på som et initiativ for hvordan oppgaver kan løses. Slik sammenfaller utsagnene med Røsseland et al. (2022) sin beskrivelse av forslag. Eksempel E, F og G skiller seg likevel noe fra resten av utdragene, da forslagene er praktiske og grupperelaterte forslag, fremfor matematiske forslag. Vi finner også likhetstrekk innenfor IC-modellens kategori for å tenke høyt og å lokalisere (Alrø & Skovsmose, 2002), og særlig beskrivelsen av hypotetiske spørsmål som en invitasjon til utforsking. I eksempel C kommer dette godt frem, der Amandas forslag i form av et hypotetisk spørsmål fungerer som en invitasjon til videre utforsking for resten av gruppen.

Innenfor Mercers (1996) tre samtaletypologier kan vi i eksempelutdrag A kan trekke paralleller til kumulativ samtale. Theas forslag blir ikke møtt med noen form for utfordring eller utforsking av gruppen, men de godtar den uten videre betraktning. Dette står i kontrast med eksempel C og D, der forslagene i større grad blir møtt kritisk, i form av utprøvelse og oppfølgingsspørsmål. Eksempel C og D kan derfor minne om utforskende samtale. I eksempel G fremstår Kurt sine forslag som kommandoer, og dialogen mellom elevene preges av uenighet, krangling og individuelle beslutninger. Dette resulterer i lite konstruktivt arbeid, som kjennetegnes i stridende samtale (Mercer, 1996).

4.1.8 Resonnementer

Under kodingen av elevutsagnene var det flere tilfeller hvor vi følte at utsagnene ikke passet inn Røsseland et al. (2022) sine interaksjonskategorier. Vi vurderte det derfor som hensiktsmessig å opprette egne kategorier for disse utsagnstypene. Resonnementer, slik vi definerer det med utgangspunkt i litteraturen og LK20, beskrives som en form for muntlig refleksjon, hvor elevene forsøker å skape mening og forståelse av matematikken. Resonneringsutsagn kan videre beskrives som prosessen frem mot ferdige argumenter, hvor elevene konstruerer argumenter på bakgrunn av logiske slutninger gjort gjennom resonnementene. Under følger et eksempel der en elev forsøker å resonnere seg frem til et svar:

<u>Eksempel A:</u>

> ***Annika: De… Når vi så sist på dem, æ skreiv 8 allerede… Må æ skrive kor mange som har 3 side? Og det e alle hjørnan, kor mange hjørna, lat som vi har en Rubiks-kube, okei… Så vi har 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8… Nei det e de som e 8… 6+8 da har vi… 14.***
>
> *Mette: Ja.*
>
> ***Annika: Pluss 8. 14.***
>
> *Mette: 22.*
>
> *Annika: Ja, så det e ikke nok, så… Det e feil.*

I dette eksempelutdraget ser vi to vanlige resonneringsutsagn. Innledningsvis forsøker Annika å finne ut hvor mange småkuber som har tre sider eksponert i en 3x3x3 Rubiks-kube. Hun forklarer tidlig i resonneringsprosessen at det vil gjelde småkubene som er plassert i hjørnene, før hun snur seg til Mette og begynner å telle alle hjørnene. I eksemplet ser vi også at Mette involveres i resonneringsprosessen, da hun skyter inn korte svar til Annikas resonneringer. Videre prøver Annika å addere svarene basert på det tidligere funnet om at Rubiks-kuben består av totalt 27 småkuber. Det er på dette tidspunktet hun innser at de har gjort noe feil.

Nedenfor presenteres et annet eksempelutdrag med resonnering:

Eksempel B:

Thea: Okei. 5x25.

Bjørn: Da e det 50.

Thea: x5.

Bjørn: Det e 125.

Thea: Okei. Okei, ja. Så vi gange 125, da? Eller… Da har vi 125 kuba.

Thea: Men vi burde først finne ut kor mange som e inni.

Bjørn: Det e det æ skal finne ut. Det e 3. Det e 3x… Nei, hæ… 3 og…

Thea: 2… 3… 4…

Thea: Det e sånn der…

Bjørn: Det e plass til en vanlig Rubiks-kube inni en 5x5x5… Det e, det e…

Thea: Det e 27 inni? Okei.

I denne dialogen mellom elevene har de akkurat startet med en utvidelse av den opprinnelige oppgaven, en Rubiks-kube av 5x5x5-dimensjon. Innledningsvis forsøker Thea og Bjørn å skape en felles forståelse for hvor mange småkuber det er snakk om totalt, i dette tilfellet 125. Thea foreslår å begynne med å finne ut hvor mange småkuber som befinner seg inni Rubiks-kuben. Som eksempelet viser, er de påfølgende uttalelsene fra både Bjørn og Thea ganske oppstykkede og innholdsmessig lite utfyllende. Likevel leder prosessen til at Bjørn resonnerer seg frem til at en vanlig Rubiks-kube med 3x3x3-dimensjon vil passe inni en 5x5x5 Rubiks-kube.

Under følger to ytterligere eksempelutdrag på resonnementer:

Eksempel C:

Kristine: Det blir…

Annika: Æ vet, hvis det e 1.

Kristine: 1 rute inni... Nei, det gir ikke mening. Nei.

Annika: Nei, fordi liksom, nei.

Kristine: Det gir heller ikke mening.

Annika: Det e bare 1 inni. 1 i midten. 1 stor en i midten, og resten på utsida. Nei, eeem. Æ trur det e lag. Det e jo 3 lag inni, nei… Hvis det er 3 utpå, lat som dåkker bygge nåkka. Ååå, æ klare ikke dette. Kan vi ikke få liksom han Kurt på gruppa?

Eksempel D:

Kristine: Æ trur det e 4 inni.

Annika: Hysj. 8, 12, 16. Ka kommer etter 16? Og det e her borte og her borte.

Kristine: Ja.

Annika: 16, nokka anna, nei, hjelp mæ. 16, ka kommer etter 16, 16, 18, 20.

Kristine: Det blir 24.

Annika: 4, 8, 12, 16, også kommer 18, ikke sant? Og så kommer 20... Og så kommer 22. Og så 24… Ja…

Kristine: Og så e det 4 inni.

I eksempel C ser vi Kristine og Annika som forsøker å danne seg et bilde av hvordan Rubiks-kuben er oppbygd. Kristine foreslår en småkube inni, men følger raskt opp med at dette ikke gir mening. Annika forsøker å bygge på Kristines forslag, og er i gang med en slags resonneringsprosess, men ender opp i frustrasjon da hun tilsynelatende ikke klarer å formulere hva hun tenker eller å se for seg hvordan kuben ser ut. I eksempel D foregår dialogen også mellom Kristine og Annika. Innledningsvis kommer Kristine med et forslag som Annika raskt avfeier med "Hysj". Deretter forsøker Annika å resonnere seg frem i oppgaven mens hun stiller enkelte spørsmål til gruppen, samtidig som hun peker og gestikulerer mot tavlen. Kristine skyter inn enkelte svar, før hun igjen foreslår at det er fire småkuber inni Rubiks-kuben. Det var ikke uvanlig å se elever som i eksempel C og D sitte fast i en resonneringsprosess uten å bevege seg videre i oppgaven.

Under følger andre eksempler vi har kategorisert innenfor resonnering:

Eksempel E:

Bjørn: Nederst e det 12.

Thea: 12 pluss… Eeem 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36.

Bjørn: Ja.

Thea: Vi sir 36.

Bjørn: Ja.

Eksempel F:

Kurt: Så innerst…

Amalie: Så det eee…

I eksempel E ser vi hvordan resonneringen til Thea består nesten utelukkende av høyttelling, noe som var svært vanlig i denne kategorien. Årsaken til såpass mange høyttellingsutsagn kan være selve oppgaven elevene jobbet med, ettersom den på mange måter la opp til at elevene måtte telle mye. I eksempel F ser vi også typiske utsagn innenfor resonnering hvor elevene gir korte, spontane kommentarer mens de tenker høyt.

Alle utsagnene vi har kategorisert innenfor resonnering har til felles at de representerer elevens tanker. I resonneringsutsagnene har ikke elevene nødvendigvis et planlagt, spesifikt poeng de er ute etter å formidle, men slik som eksempel A og B illustrerer ser det ut til at elevene skaper ny forståelse i en prosess hvor de deler tankene sine. I eksempel A oppdager Annika at det har blitt gjort en feil. I eksempel B ser vi derimot hvordan Thea og Bjørn resonnerer sammen i en utforskende prosess. På denne måten harmonerer resonneringseksemplene godt med Kunnskapsdepartementets (2019, s. 2-3) beskrivelse av resonnering og argumentasjon som kjerneelementer, som inkluderer evnen til å følge, evaluere og forstå matematiske tankeprosesser.

Vi ser klare likhetstrekk med IC-modellens kategori for å tenke høyt (Alrø & Skovsmose, 2002), som også vektlegger hvordan det utforskende aspektet ved å gjøre tankene sine tilgjengelig for andre, kan fungere som et utgangspunkt for videre undersøkelse. På samme måte finner vi lignende trekk i lokalisere-kategorien, som vektlegger å oppdage og finne ut nye ting, og kategorien for å identifisere, som handler om å gjøre sine perspektiver og antakelser kjente for hverandre. Vi kan også trekke paralleller til advokere-kategorien, som handler om å etablere en felles forståelse eller sannhet. Selv om resonneringene ofte kan bidra til å generere ny informasjon og utforsking, så kan de også være små innspill som viser at man er aktivt med i diskusjonen, som i eksempel E. I slike utsagn ser vi fellestrekk med kategorien for å ta kontakt i IC-modellen.

Et likhetstrekk for elevenes resonnementer er at de ofte bygger på hverandres tanker, og lytter til hverandres forslag og perspektiver. Dette kommer godt frem i eksempel B, hvor Thea og Bjørn deltar i samme resonneringsprosess, men fortsatt fremstår som villige til å høre på hverandres forslag og perspektiver, og deretter endre eller tilpasse seg. En slik prosess kan minne om det Conner et al. (2014) beskriver som kollektiv argumentasjon, men vil i dette tilfellet heller kunne omtales som kollektiv resonnering. Målet til elevene er ikke å skape en felles forståelse for påstandenes validitet, men heller å skape en felles forståelse for hverandres tanker for igjen å kunne skape forståelse for oppgaven. Slik vil vi med utgangspunkt i Mercers (1996) typologier tolke det slik at vår kategori for resonnementer ofte kan ligne på utforskende samtale.

På den andre siden er ikke nødvendigvis resonnering alltid veldig produktivt, noe eksempel D kan illustrere. Her kommer Kristine med et forslag, som kan ses på som en invitasjon til en utforskende prosess, men Annika avfeier forslaget noe respektløst ved å si "Hysj", før hun fortsetter på sin egen tankegang. Slik vi tolker det ser det ut til at Kristine og Annika er mer opptatte av sine egne tanker og perspektiver enn å lytte til hverandre og å prøve å forstå hverandres synspunkter. De ser ut til å ha problemer med å samarbeide og å kommunisere på en effektiv måte, og dette kan hindre gruppen i å oppnå en felles forståelse eller løsning på oppgaven de jobber med. Elevenes individuelle fokus gjør at denne situasjonen kan minne om stridende samtale (Mercer, 1996). Den kumulative samtalen blir også tydelig gjennom resonneringsutsagnene, slik som i eksempel E. Thea tar utgangspunkt i Bjørns forslag og starter en resonnering som leder til et svar som hele gruppen aksepterer ukritisk.

4.1.9 Kommentarer

Kommentarer var en annen type elevutsagn vi observerte regelmessig, og som vi ikke syntes passet inn i verken Røsseland et al. (2022) sine interaksjonskategorier, eller IC-modellens kategorier (Alrø & Skovsmose, 2002). Vi endte dermed opp med å lage en egen kategori også til denne typen utsagn. Kommentarer i denne sammenheng er innspill som ikke alltid er direkte faglige, men heller ikke direkte ufaglige. De er en naturlig del av samtalene, og vi har kalt denne kategorien "kommentarer". Følgende er et typisk eksempel på en kommentar:

<u>Eksempel A:</u>

> *Thea: E det 96 kuba?*
>
> *Bjørn: Ja.*
>
> *Ida: Æ trur det.*
>
> ***Thea: Vi får håpe det…*** **Skriver "96" på tavlen**

I denne situasjonen spør Thea resten av gruppen om det er 96 småkuber i en 4x4x4 Rubiks-kube, og begge medelevene responderer bekreftende (men feilaktig). Mens Thea skriver svaret på tavlen, kommenterer hun "Vi får håpe det…". Dette er en kommentar som ikke tilføyer noe nytt til samtalen, og kunne vært utelatt. Likevel er det ikke et unaturlig utsagn å komme med i denne situasjonen, og det bidrar til en viss grad med å holde samtalen gående. Utsagn som dette, hvor kommentaren var rettet mot det matematiske aspektet i gruppearbeidet, var vanlige typer kommentarer vi observerte.

Her er to eksempler på andre typer kommentarer elevene kom med:

<u>Eksempel B:</u>

> *Kurt: La mæ gjøre det. La mæ tegne en kube.*
> ***Amanda: Æ skal bare viske ut.***
> *Kurt: Koffer viske du bort det?*
> *Amanda: Æ vet ikke.*

<u>Eksempel C:</u>

> ***Thea: Det var en dårlig tusj.***
> ***Bjørn: Æ spør om en ny.***

I begge disse eksempelutdragene ser vi kommentarer som ikke omhandler matematikk direkte, men som heller ikke er direkte ufaglige. Amanda og Bjørn kommenterer egen aktivitet i arbeidet, mens Thea kommenterer hjelpemidlene de anvender. Samtaleutdraget i eksempel B viser at Amanda opplyser gruppen om at hun "bare skal viske ut". Med dette gjør hun gruppen oppmerksom på hva som blir gjort, og inviterer, enten bevisst eller ubevisst, til eventuelle innspill. I eksempel C ser vi en lignende kommentar fra Bjørn. Her opplyser han gruppen om at han skal spørre om en ny tusj, som en respons på Theas kommentar om at tusjen var dårlig. Eksempel B og C er, i likhet med eksempel A, utsagn som godt kunne vært utelatt, men som vi likevel observerte jevnlig som en naturlig del av samtalene i gruppene.

Kommentarer, som i eksemplene over, var altså utsagn vi observerte som verken var direkte faglige eller ufaglige, og som i stor grad omhandlet gruppedynamikken eller rammene rundt det matematiske arbeidet. Noen ganger kunne kommentarene ligne en form for høyttenkning, mens andre ganger fungerte de mer som en måte å opplyse eller påpeke hva man gjorde ovenfor medelevene. Kommentarene var altså ikke essensielle for selve oppgaveløsningen, men likevel helt naturlige innspill i et langvarig gruppearbeid som hjalp å opprettholde samtaleflyten. Dersom en anser de andre utsagnskategoriene som individuelle gulvfliser, kan man se på kommentarene som fugen mellom flisene; de oppsto ofte i samtalene, men passet ikke helt inn i de andre kategoriene.

Disse utsagnene hadde, som nevnt, ikke noen korresponderende kategori i Røsselands et al. (2022) sitt rammeverk eller IC-modellen (Alrø & Skovsmose, 2002). Det kan likevel argumenteres for at det var enkelte likhetstrekk med IC-modellens ta kontakt-kategori, ettersom kommentarene gjerne bidro til å opprettholde kontakten og samtaleflyten i gruppen, og viste at man var koblet på og delaktig i arbeidet. Det er også vanskelig, og kanskje ikke hensiktsmessig, å se kommentarene i lys av Mercers (1996) typologier for elevsamtaler. Kommentarene vi observerte var verken preget av uenigheter og kritikk som i stridende samtale, eller undring og argumentasjon som i utforskende samtale. De var heller ikke særlig tilknyttet ukritisk tillit og repetisjon som i kumulativ samtale, og var dermed verken et hinder eller katalysator for utforskende kommunikasjon.

4.1.10 Ikke-faglig

Selv om majoriteten av elevutsagnene som oppsto i gruppearbeidet var faglig rettet, forekom det også utsagn som ikke angikk det faglige i det hele tatt. Slike utsagn har vi valgt å ikke kategorisere innenfor de øvrige kategoriene, da vi ønsket at disse kategoriene skulle bestå av faglige utsagn. I stedet har vi plassert alle utsagn som ikke omhandlet matematikk eller gruppearbeidet i en egen kategori for ikke-faglige utsagn. Dette var den tredje og siste kategorien vi utviklet selv, da Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk ikke dekket denne typen elevutsagn. Følgende er to eksempelutdrag med ikke-faglige utsagn:

<u>Eksempel A:</u>

> *Annika: Bra jobba. *High five**
>
> ***Annika: Æ føle liksom at vi e i et videospill.***
>
> *Kristine: Vi e ferdig.*

<u>Eksempel B:</u>

> ***Kurt: *Ser på stjernekart på veggen* Se, der e Pegasus. Kor e Orion?***
>
> ***Mathias: Der e Karlsvogna.***
>
> ***Kurt: Der e Karlsvogna, der e Pegasus.***
>
> ***Mathias: Kor e Pegasus.***
>
> ***Mathias: Bro, det her e Karlsvogna.***

Ikke-faglige utsagn oppsto ofte alene, som i eksempel A. Her har gruppen gjort ferdig den første utdelte oppgaven, og Annika sier “Bra jobba” og high-fiver Kristine og Mette. Litt etterpå skyter hun inn at hun “føler liksom at vi e i et videospill”, sannsynligvis i forbindelse med videokameraet på brystet. Ingen andre på gruppen lar seg distrahere av denne ufaglige kommentaren, og utsagnet blir stående isolert i samtalen. Andre ganger så vi at ikke-faglige utsagn resulterte i at gruppens arbeid sporet av, som i eksempel B. Mens Amanda skriver på tavlen, lar Kurt seg distrahere av et stjernekart på veggen ved siden av dem, og trekker oppmerksomheten til Mathias med å si “Se, der e Pegasus. Kor e Orion?”. Dette leder til en hel samtale av ufaglig art mellom Kurt og Mathias, som Amanda senere avslutter, og henter guttene inn i arbeidet igjen.

Ikke-faglige utsagn forekom relativt sjeldent, og i én av gruppene var det kun ett slikt utsagn i løpet av hele arbeidsøkten. Vi ser det ikke som hensiktsmessig å forsøke å plassere denne typen utsagn innenfor noen av Mercers (1996) typologier for elevsamtaler. Utsagnene er ikke-faglige, og det er dermed irrelevant for vår del å vurdere om de er karakterisert av stridende, kumulativ eller utforskende samtale.

4.1.11 Oppsummering

De ti kategoriene av elevutsagn vi observerte, samt deres prosentvise forekomst, oppsummeres i tabell 2. Merk at prosentandelene er rundet av til nærmeste hele prosent.

Kategori:	Beskrivelse:	Andel:
Korte svar og påstander	Korte svar uten videre utfylling eller begrunnelse. Ofte respons på spørsmål. Kan også være påstander uten belegg.	24%
Argumenter	Ferdigtenkte resonnementer som presenteres med hensikt om å overbevise. Begrunnelser på fremgangsmåters, resonnementers og løsningers gyldighet. Understøttede påstander.	3%
Utfordringer	Bryter retningen i arbeidet eller samtalen. Utfordrer eksisterende ideer eller presenterer nye ideer.	2%
Evalueringer og avklaringer	Vurderinger av arbeidet eller av andre utsagn. Kan også være avklaringer for å sjekke at man forstår hverandre riktig. Omfatter også omformuleringer.	10%
Forklaringer	Forklarer prosesser eller ideer. Forklarer hva som må gjøres, hvordan noe gjøres eller hva som har blitt gjort.	4%
Spørsmål	Forespør informasjon, eksempelvis hva, hvordan, eller hvorfor. Ikke utfordrende.	11%
Forslag	Initiativer til hva som kan/må gjøres, eller hvordan man kan gå videre i arbeidet. Kan være formulert som spørsmål eller kommandoer.	6%
Resonnementer	Prosessen frem mot ferdige argumenter. Konstruksjonen av argumenter på bakgrunn av logiske slutninger. Meningsskaping underveis.	16%
Kommentarer	Utsagn som ikke passer inn i de andre kategoriene, og som verken er direkte faglig eller ikke-faglig. Naturlig del av samtalen, ofte i form av opplysninger.	16%
Ikke-faglig	Utsagn uten relevans til det faglige arbeidet.	7%

Tabell 2: Ti kategorier elevutsagn

4.2 Analyse av intervju

Vi intervjuet tre av elevene i avslutningsfasen av implementeringen for å få et mer helhetlig bilde av kommunikasjonen som oppsto i undervisningen. Intervjuene var ment til å fungere som et korreksjonsgrunnlag for våre tolkninger av observasjonene, og for å kunne hjelpe oss med å forstå kommunikasjonen bedre fra elevenes perspektiv. Vi vil videre i dette kapittelet presentere, beskrive og tolke segmenter fra intervjuene, som vi har plassert innenfor temaene *erfart matematikk*, *gruppearbeid i Tenkende klasserom*, og *kommunikasjon i Tenkende klasserom.* Disse temaene vil drøftes i kapittel 5, i samråd med analysen som ble gjort av elevutsagnene i kapittel 4.1. Intervjuguiden, med de konkrete spørsmålene for intervjuet, er tilgjengelig i vedleggseksjonen.

4.2.1 Erfart matematikk

For å skape et mer helhetlig bilde av klassen ba vi informantene om å beskrive en typisk matematikkøkt i deres klasse. Under følger to eksempelutdrag fra informantenes svar tilknyttet temaet:

> *Fiona: Vi tar opp Multi, matteboka, og så får vi beskjed om korsn side vi skal gjøre. Om vi skal samarbeide, eller ikke, kordan oppgave vi skal gjøre og kordan oppgave vi ikke skal gjøre. Og om vi blir ferdig så får vi ekstraoppgava.*

> *Robert: Eee. Man kan jobbe to og to hvis man vil. Man kan også, det e også i nån tima at dem sitt i gruppe.*

Slik det kom frem i intervjuene var informantene nokså samstemte i sin beskrivelse av tidligere matematikkøkter. Som Fiona påpeker, starter ofte økten ved at læreren gir dem oppgaver fra matematikkboka (Multi), og ber dem deretter jobbe så langt de kommer eller tildeler dem ekstraoppgaver. Robert påpeker på sin side at de normalt sett arbeidet alene eller sammen med læringspartner, men også iblant arbeider i større grupper. Basert på informantenes beskrivelse tolker vi det slik at elevene er vant til tradisjonell undervisning i matematikk, som innebærer mye bruk av tavleundervisning og lærebøker, med lite fokus på problemløsning i større grupper. Gitt dette, forstår vi det som at elevene har begrenset erfaring omkring utforskende tilnærminger til matematikkfaget, og derfor har lite erfaring med argumentasjon, resonnering og deling av ideer og strategier.

4.2.2 Gruppearbeid i et Tenkende klasserom

Elevenes samarbeid i grupper var en vesentlig forutsetning for kommunikasjonen som oppsto. Derfor ønsket vi å undersøke informantenes tanker om gruppearbeid, og da spesielt deres erfaringer omkring gruppearbeidet i implementeringen av Tenkende klasserom. Videre presenteres to utdrag fra informantenes svar. Det første utdraget handler om Fionas synspunkter vedrørende gruppearbeid i matematikkundervisningen.

> *Fiona: Æ synes det blir lettere, fordi da har man en til person som tenke kanskje litt annerledes og som får frem forskjellige svar og så må man diskutere litt mer. Og da blir det på en måte lettere å tenke sæ kordan den personen tenke. Kanskje finn man ting man ikke så før. Før man tenkte som den personen.*

I utdraget beskriver Fiona hvordan medlemmene i en gruppe ofte tenker forskjellig, noe som kan føre til ulike svar og påfølgende diskusjoner rundt svarene. Hun forklarer videre at disse diskusjonene igjen kan føre til nye oppdagelser og muligheter i oppgaven. Alle informantene hadde en lignende beskrivelse av gruppearbeidet.

I det andre utdraget svarer Robert på spørsmål omkring hvem han opplever å samarbeide best med:

> *Robert: Dem æ e venn med, men ikke bestevenn med.*

Her understreker Robert at gruppearbeidet fungerer best i arbeid med venner, ikke bestevenner. Dette synspunktet stemte overens med de andre informantenes synspunkter, som også påpekte at det å jobbe med venner kan gjøre oppgaven morsommere, men at det ikke nødvendigvis fører til like effektivt arbeid.

4.2.3 Kommunikasjon i et Tenkende klasserom

For å få et alternativt perspektiv på kommunikasjonen som fant sted mellom elevene i klassen, var det viktig for oss å spørre informantene om deres erfaringer med hvordan samhandlingen og kommunikasjonen utspilte seg. Vi observerte at elevene av og til ble distraherte og begynte å snakke om ikke-faglige temaer i løpet av matematikkundervisningene. Derfor inkluderte vi spørsmål om hvorfor disse pusterommene oppsto, og de to følgende utdragene som presenteres er informantenes svar på dette spørsmålet:

Robert: Hvis man står fast så e det fort å bare… Ikke orke å gjøre det, og heller snakke.

Simen: Jammen, fordi man… Man må bare gjøre det samme, liksom. Det e morsomt, men man gjør jo nesten den samme oppgaven for sånn fjerde gang. Man tenke… Gjør nåkka anna. Men det var fortsatt bra, da.

Robert forklarer i det første utdraget at når de står fast, så mister de raskt motivasjonen, noe som ofte fører til ikke-faglige samtaler. Simen på sin side påpeker at oppgavetypen og mangelen på variasjon kan være årsaker til avsporing. Felles for informantenes uttalelser er at de opplever oppgaven, enten i form av vanskelighetsgrad eller mangel på variasjon, som en direkte årsak til avsporing eller svekket motivasjon. Basert på elevenes uttalelser tolker vi det slik at ikke-faglige samtaler kan skyldes manglende utholdenhet i arbeid med problemløsningsoppgaver. Det kan også tenkes at denne måten å arbeide med oppgaver på, med lav inngangsterskel og stor takhøyde, fører til at elevene opplever liten variasjon som følge av arbeid med samme oppgavetype, noe som igjen fører til ikke-faglige samtaler og avsporing.

Et viktig poeng med Tenkende klasserom er at elevene i møte med utfordringer opplever å stå fast i arbeidet. Vi observerte flere tilfeller der dette skjedde, men vi ønsket å få mer innsikt i elevenes opplevelse av slike situasjoner. Derfor stilte vi spørsmål om hva som skjedde når gruppene sto fast, noe informanten under har svart på:

Fiona: Ja, vi sto fast flere ganga i dag. Det… Eller i hvert fall i mattetimen. Det e fordi æ forstår ikke helt, æ klarte ikke å komme helt inn på kordan Henning, kordan han tenkte, så æ syns det var så vanskelig å følge med og ta opp det vi gjorde. Så det var nesten bare han som gjorde oppgaven, æ forsto nesten ikke. Fordi han forklarte ikke. Æ spurte kordan han tenkte, men han forklarte det nesten ikke, så æ forsto ikke helt.

Slik det kommer frem i Fionas beskrivelse, hendte det gjentatte ganger at de sto fast i arbeidet. Hun beskriver videre utfordringer med å forstå Hennings forklaringer, dette til tross for at hun etterspurte nærmere forklaringer rundt hans tenkemåte. Som en konsekvens av dette endte arbeidet opp med å bli mer individualisert, til tross for at oppgaven var ment som et gruppearbeid. De resterende informantene ga lignende beskrivelser i møte med slike utfordringer. De forklarte at selv om gruppearbeidet stort sett fungerte fint, var et gjentakende problem at samarbeidet i gruppen ikke fungerte like godt dersom elevene sto fast i oppgaven.

Vi var også interesserte i å finne ut hvordan elevene håndterte situasjoner der de var uenige eller utfordret hverandres forslag. I eksemplet under beskriver en informant hvordan de håndterte slike situasjoner:

> *Robert: Høre på hverandre sine forklaringe, og se om nån av dem blir riktig, og hvis en av dem blir riktig, så gir man sæ. Så man forklare sin mening, begge to, og så tar man det…*

Det Robert beskriver kan ses som en demokratisk prosess der gruppen tar hensyn til hverandres synspunkter. Dersom det oppstår uenigheter i gruppen, beskriver Robert at de først lytter til hverandres forklaringer, og deretter blir enige om å gå for det forslaget som gir mest mening eller som de felles anser som riktig. Vi ser altså at elevene løser uenigheter ved å dele tanker og synspunkter, før gruppen felles vurderer hvilke forklaringer som gir mest mening.

4.3 Analyse av spørreskjemaet

Spørreskjemaet vi ga til forskningsklassen angikk, som nevnt tidligere, ikke implementeringen av Tenkende klasserom, og var heller ikke rettet mot undervisningene vi som forskere ledet. Alle spørsmål i spørreskjemaet var rettet mot elevenes typiske matematikkundervisning, og hadde som hensikt å kartlegge klassens utgangspunkt. På denne måten fungerer resultatene fra spørreskjemaet kun som et middel for å få innsikt i hvilke erfaringer elevene hadde til matematikkfaget, samt hvordan de opplevde faget på generell basis. Vi understreker at dette ble gjort i forkant av videoobservasjonen vår. Klassen besto av 24 elever som alle deltok på utfyllingen av spørreskjemaet. I skjemaet tok elevene stilling til 16 ulike påstander, og skulle enten krysse av grad av enighet, eller grad av forekomst.

Temaene i skjemaet omhandlet *holdning og mestring i matematikkfaget*, *trivsel og trygghet i klassen*, og *muntlig deltakelse i matematikkfaget*, som presentert under. Vi har her også til en viss grad uttrykt vår tolkning av resultatene. Selve spørreskjemaet, samt grafisk fremstilling av de konkrete elevsvarene, kan finnes i seksjonen for vedlegg.

4.3.1 Holdning og mestring i matematikkfaget

Påstand nummer én og to omhandlet elevenes holdning til matematikkfaget. Den første påstanden elevene skulle ta stilling til var "Jeg liker matematikk". Av de 24 elevene var det 15 som sa seg "Litt enig". De resterende ni elevene var fordelt relativt jevnt på de andre svaralternativene, med én på "Svært uenig" og tre på "Svært enig". Påstand nummer to, "Jeg synes matematikk er gøy", hadde en litt annen svarfordeling. Her svarte ni elever "Litt enig", mens ti elever sa seg "Verken enig eller uenig". Også her var det én elev som var "Svært uenig" og tre elever som var "Svært enig".

Den tredje og fjerde påstanden var mer rettet mot generell mestring i matematikkfaget, hvor påstand nummer tre låt "Jeg får vanligvis til oppgavene vi jobber med i matematikk". Majoriteten, tolv elever, svarte at det var "Litt enig", og ti elever svarte "Svært enig". Her var det ingen elever som sa seg "Svært uenig" eller "Litt uenig". Påstand nummer fire var "Jeg er god i matematikk", og både alternativ "Litt enig" og "Svært enig" fikk ni svar hver, mens fem elever var "Verken enig eller uenig" med påstanden.

De to første påstandene kan indikere at klassen hadde en relativt positiv holdning til matematikkfaget. Hele 18 av 24 elever var enten litt enig eller svært enig i at de likte matematikk. Det var ikke like mange som mente at matematikk var et gøy fag. Tolv elever sa seg litt enig eller svært enig med dette, men flesteparten forholdt seg nøytral til denne påstanden. Likevel tyder påstand nummer to på at bare to elever hadde en formening om at matematikk ikke var gøy, som fortsatt kan anses som en helhetlig positiv holdning til faget.

Videre virket det som klassen hadde en generelt god opplevelse av mestring i matematikkfaget. Det var ingen elever som følte at de ikke vanligvis fikk til oppgavene de jobbet med, og bare én elev som var litt uenig i at han eller hun var god i matematikk. De aller fleste elevene svarte både at de vanligvis behersket oppgavene, og at de var gode i matematikk. Elevsvarene kan dermed indikere at elevene gjerne går i møte med matematikkfaget med en viss grad av motivasjon og engasjement, og at de fleste elevene kanskje har en forventning om å klare å løse de matematiske utfordringene de vil møte på. Det er uvisst, og heller ikke dette forskningsprosjektets hensikt, å si om det er noen direkte sammenheng mellom den høye opplevde mestringen og den positive holdningen til faget, men likhetstrekkene er likevel interessante å merke seg.

4.3.2 Trivsel og trygghet i klassen

Påstand nummer ni, ti, elleve og tolv angikk elevenes trivsel og trygghet i klassemiljøet. På påstand nummer ni, "Jeg trives i klassen", sa alle elevene seg enten "Svært enig" (19) eller "Litt enig" (5). Neste påstand elevene skulle ta stilling til var "Jeg synes det er trygt å snakke høyt om matematikk i klassen". Her var det 13 elever som var "Litt enig", mens de resterende 11 elevene fordelte seg tilnærmet likt på de andre svaralternativene. Påstand nummer elleve, "Jeg tør å si at andre tar feil i matematikktimene", hadde en litt mer balansert fordeling. Elleve elever var "Litt enig" og "Svært enig", mens ni elever var "Litt uenig" og "Svært uenig". Kun fire elever forholdt seg "Verken enig eller uenig". Den tolvte påstanden var igjen litt mer positivt vektet, hvor hele 20 av elevene var "Litt enig" og "Svært enig" i at "Jeg tør å spørre medelever om hjelp når det er noe jeg ikke forstår i matematikktimene". Her var det bare én elev som var "Litt uenig", og de tre siste svarte "Verken enig eller uenig". Påstand nummer 16 var formulert som "Jeg spør medelever dersom det er noe jeg ikke forstår", men mottok ikke identiske svar som påstand nummer tolv. Av de 24 elevene svarte 15 "Ofte" og "Svært ofte", 6 svarte "Av og til", mens 3 elever svarte "Sjeldent".

Basert på elevsvarene ser det ut til at alle trivdes i klassen, og at flesteparten trivdes svært godt, noe som er et godt grunnlag for samarbeid og kommunikasjon. De fleste elevene opplevde det også som trygt å snakke høyt i matematikktimene, men ikke alle. Det var likevel bare én elev som var litt uenig i at de turte å spørre medelever om hjelp når det var noe de ikke forstod i matematikkundervisningen. Dette kan bety at elevene generelt var mer komfortable med å snakke matematikk med enkeltelever, heller enn foran hele klassen. På en mer direkte påstand om at elevene spurte medelever om hjelp, var svarene litt mindre fremoverlent. Dette kan tyde på at elevene er trygge på å spørre hverandre om hjelp, men at de likevel ikke gjør det veldig ofte. Det er uvisst om dette er fordi de ikke får regelmessige anledninger til å spørre hverandre om hjelp i matematikkundervisningene, eller om det er andre grunner som spiller inn. I tillegg indikerte spørreskjemaet at det var stor variasjon i hvorvidt elevene turte å si at andre tar feil i matematikkundervisningene. Dette var kanskje ikke uventet, og kan ha mange ulike årsaker. Å si at andre tar feil kan kanskje føles utfordrende og tidvis frekt, så dersom elevene ikke har trening og erfaring med å være åpne og konstruktivt kritiske til hverandre, så er det forståelig at mange unngår å poengtere feil hos medelevene.

4.3.3 Muntlig deltakelse i matematikkfaget

Spørreskjemaet tok også for seg elevenes muntlige aktivitet i matematikkundervisningene. Påstand nummer syv ba elevene ta stilling til "Det er viktig å kunne forklare/begrunne hvordan man løser oppgaver i matematikk". Her svarte 19 elever at de var "Litt enig" og "Svært enig", og bare 2 sa seg "Litt uenig". Elevene skulle også svare på påstanden "Det er viktig å diskutere matematikk med andre elever", hvor svarene i likhet med forrige påstand var veldig vektet mot "Litt enig" og "Svært enig". Påstand nummer 13 tok for seg hvor ofte elevene deltok muntlig i matematikkundervisningene. Elleve svarte "Ofte", og ni svarte "Av og til", mens ingen mente de "Svært sjeldent" deltok muntlig. Den 14. påstanden viste at hele 19 elever enten "Ofte" eller "Svært ofte" følte de måtte forklare hvordan de tenker i matematikkundervisningene. På påstanden om "Jeg rekker opp hånden i matematikktimene" var det litt annerledes respons, hvor flesteparten, tolv, svarte "Av og til", og bare to elever svarte "Svært ofte".

Ut ifra spørreskjemaet kan det altså se ut til at klassen hadde en generell holdning om at det er viktig å både diskutere matematikk med medelevene, og at matematikkfaget fordrer forklaringer og begrunnelser for matematiske valg og ideer. Samtidig mente majoriteten at de ofte måtte forklare hvordan de tenker i matematikkundervisningen, som kan indikere at elevene i alle fall til en viss grad har erfaring med matematiske begrunnelser og forklaringer. På påstandene om hvor ofte eleven faktisk var muntlig aktive, var resultatene noe annerledes. De fleste mente de ofte var muntlig aktive i matematikkundervisningene, men nesten like mange var bare aktive av og til. Flesteparten av elevene svarte også at de bare rakk opp hånden av og til i matematikkundervisningene, så vi ser en viss forskjell i elevenes holdning til muntlig aktivitet og faktiske muntlige aktivitet. Igjen er det uvisst om dette er fordi elevene ikke får tilstrekkelig med muligheter til å delta muntlig, eller om det er andre årsaker som ligger bak. Analyse og drøfting av slik årsakssammenheng er uansett ikke målet med denne studien, da vi kun er interessert i å se på hvilke typer kommunikasjon som oppstår i utforskende undervisning.

5 Drøfting

Vi vil her diskutere funnene vi gjorde i analysen, og samtidig drøfte de opp mot forskningsspørsmålet: *Er elevenes kommunikasjon preget av utforsking?* Hver utsagnskategori blir klassifisert som av enten høy, middels eller lav grad av utforsking, men vi understreker at dette må forstås som et gradvis spekter, heller enn faste, tydelige båser. Vi legger også frem prosentandelen hver klassifisering, og kategoriene innad, representerer. Utsagnskategoriene innenfor hver klassifisering blir drøftet og diskutert, før vi avslutningsvis har en mer generell diskusjon rundt elevkommunikasjonen vi observerte i Tenkende klasserom-implementeringen. Her presenteres også en oppsummerende figur av elevenes kommunikasjon. Drøftingen blir gjort på bakgrunn av forskningslitteraturen vi tidligere har redegjort for, samt egne tanker og refleksjoner.

5.1 Høy grad av utforskende kommunikasjon

Mange av kategoriene for de ulike typene elevutsagn hadde et utforskende preg, men det var tre kategorier som sto frem som særlig utforskende. *Utfordringer*, *argumenter* og *resonnementer* var utsagn som ofte både var av utforskende art isolert sett, og som så ut til å oppstå eller lede mot utforskende kommunikasjon i en litt mer utvidet samtalekontekst. Som vist i tabell 2 var utfordringer omtrent 2% av elevutsagnene, argumenter 3% og resonnementer 16%. Sammenlagt kan vi altså si at kommunikasjon av høy utforskende grad sto for om lag 21% av gruppesamtalene. Vi poengterer her at ikke alle utsagnene innen disse tre kategoriene var å regne som høyt utforskende, men resultatene gir en pekepinn på elevkommunikasjonens natur. Det er også verdt å ta i betraktning at en stor andel av resonnementene var fragmenterte tenke-høyt-utsagn som bidro til en såpass høy prosentandel. Mange av elevenes utsagn hørte til ett og samme resonnement, men ble "splittet" til flere resonnement-forekomster fordi andre elever kom med innspill underveis. Dette gjaldt naturligvis også alle andre kategorier, men kategorien for resonnementer var særlig utsatt for dette.

Som vist i analysen sammenfalt kategoriene for utfordringer, argumenter og resonnementer med Mercers (1996) utforskende samtale. Utfordringene elevene kom med ble som regel presentert på en respektfull måte, og ble i de fleste tilfellene tatt til vurdering av resten av gruppen på en konstruktiv måte. Slik bidro utfordringene til å utforske alternative løsninger og strategier, samtidig som de fremprovoserte gruppen til å komme til en felles forståelse.

Vi har i denne studien skilt mellom argumenter og resonnementer, men begge disse kategoriene, i likhet med utfordringer, så ut til å ha sterke paralleller til utforskende samtale. Slike utsagn var ofte utforskende i seg selv ved at de konstruktivt la frem tanker og perspektiver til felles vurdering for gruppen, samtidig som disse utsagnene også ledet til, eller var en del av, en mer utforskende og helhetlig samtale mellom elevene. Likevel var verken argumenter eller resonnementer alltid å regne som utforskende i de sammenhengene vi observerte. Vi så eksempelvis flere tilfeller hvor argumenter feilaktig ble godtatt av gruppen, som dermed ikke ledet til særlig høy grad av utforskende kommunikasjon. Vi observerte også at resonnementer ikke alltid var av utforskende art, men kunne også forekomme som mer individuelle meninger som ikke nødvendigvis var rettet mot å dele ens perspektiver, eller skape felles forståelse. Mange av resonnementene var også korte høyt-tenkning-utsagn, som ikke alltid kunne anses som særlig utforskende.

I sammenheng med LK20 ser vi også at kjerneelementene "utforsking og problemløsning" ble reflektert i elevenes utfordringer, argumenter og resonnementer. Alle tre kategoriene var midler for å diskutere seg frem til en felles forståelse, hvor fokuset i hovedsak var på strategier og fremgangsmåter, heller enn endelige løsninger. Utfordringer antydet at det kunne være andre strategier eller løsninger som var mer egnet, og argumenter vektla å begrunne tanker og ideer med hensikt om å skape felles forståelse i gruppen. Gjennom resonneringer skapte elevene i fellesskap matematisk mening underveis i prosessen, som regel med en undrende og utforskende holdning.

I forbindelse med utfordringer, argumenter og resonnementer så vi også tendenser til at gruppene jobbet *som* grupper, og ikke bare *i* grupper. Elevene bygget til tider, men ikke alltid, på hverandres tanker, og utnyttet hverandre som produktive samtalepartnere gjennom aktiv lytting og diskusjon, noe Mercer og Littleton (2007) trekker frem som indikatorer på utforskende kommunikasjon. Det var også i kontekst av disse tre utsagnkategoriene at vi så flest tilfeller hvor elevene tok og begrunnet avgjørelser, og gjennom felles diskusjon produserte og reflekterte rundt ulike løsningsstrategier. Dette kan regnes som sentrale karakteristikker innen en utforskende undervisningstilnærming (Bruder & Prescott, 2013).

I elevenes argumentasjon så vi likevel eksempler på at de sosiomatematiske normene kanskje ikke hadde etablert seg helt enda. Mange av argumentene var av typen betydelige argumenter, som ikke nødvendigvis var matematiske valide, men som likevel ble godtatt og akseptert av gruppen uten videre undersøkelse (Yackel, 2001). Vi så at elevene til en viss grad hadde forventninger til hverandre *om* å komme med argumenter, men ikke like sterke forventninger til *logikken* i argumentene. Det virket for oss som om at ikke alle elevene hadde trening i å uttrykke argumentene sine på en presis og forståelig måte.

Videre var mange av argumentene av typen som Rojas-Drummond og Zapata (2004) kaller rudimentære eller implisitte. Disse argumentene var svært kontekstavhengige, og tidvis vanskelige å følge. Også dette kan skyldes at elevene hadde et veldig tradisjonelt utgangspunkt angående matematikkundervisning, og ikke hadde etablert sosiomatematiske normer for komplette, eksplisitte argumenter. Gitt mer tid med Tenkende klasserom er det ikke utenkelig at elevenes argumenter ville blitt løftet til et høyere nivå. Det bør samtidig påpekes at de didaktiske grepene som Tenkende klasserom omfatter kan ha vært en sterk bidragsyter til å øke omfanget av utforskende kommunikasjon. Selv om mange elever kanskje falt tilbake på gamle normer og strategier, observerte vi at de også prøvde seg frem i ukjent terreng med tanke på felles argumentasjon, resonnering og utfordringer. Basert på våre observasjoner, i tillegg til analysen i etterkant, vurderer vi dermed kategoriene utfordringer, argumenter og resonnementer som utsagn karakterisert av høy grad av utforsking.

5.2 Middels grad av utforskende kommunikasjon

Utsagnene i kategoriene *spørsmål, forklaringer, forslag* og *evalueringer og avklaringer* har vi plassert innenfor middels grad av utforskende kommunikasjon. Som vist i tabell 2 utgjorde spørsmål 11% av elevutsagnene, forklaringer rundt 4%, forslag 6%, mens evalueringer og avklaringer cirka 10%. Sammenlagt utgjorde kategoriene innenfor middels grad av utforskende kommunikasjon 31% av utsagnene til elevene.

Vi betrakter utsagnene innenfor spørsmål og forklaringer av mer utforskende art, sammenlignet med forslag og evalueringer og avklaringer. Som vist i analysen ble disse utsagnene observert i flere utforskende samtaler, men også i en betydelig andel kumulative samtaler (Mercer, 1996). Elevenes spørsmål etterspurte informasjon, og fungerte i noen tilfeller som utgangspunktet for utforskende samtaler. Likevel var spørsmålene ofte lukket hvor det tilsynelatende ble naturlig for motparten å gi korte svar, og førte til at samtalene i større grad beveget seg i en kumulativ retning. På samme måte ble elevenes forklaringer ofte godtatt ukritisk av gruppen, men kunne også i noen tilfeller se ut til å fungere som utgangspunktet for konstruktive og kritiske diskusjoner mellom elevene. Forslag fra elevene fungerte som initiativer for videre arbeid og ble ofte presentert i en spørrende form som gruppen enten godtok ukritisk, eller møtte med undring. I noen tilfeller observerte vi hvordan forslagene lignet kommandoer, noe som så ut til å føre til uenigheter og individuelle avgjørelser slik en ser i stridende samtale (Mercer, 1996). Utsagnene innenfor evalueringer og avklaringer kunne komme som kritikk, repetisjon og omformuleringer, eller som vurderinger gjort i fellesskap for å skape en ny forståelse for oppgaven. Dermed kunne utsagnene i kategoriene forslag og evalueringer og avklaringer lede til, eller være en del av, både utforskende, kumulativ og stridende samtale.

I tråd med LK20 ser vi også her sammenhenger mellom kategoriene og kjerneelementene "utforsking og problemløsning". Både individuelt, og som en del av lengre samtaler, så alle utsagnene ut til å fungere som et utgangspunkt for felles diskusjoner der elevene samarbeidet om å evaluere løsningene og bestemme deres gyldighet. Likevel så vi at elevenes spørsmål og forslag ikke nødvendigvis utfordret gruppemedlemmene, og derfor ikke krevde samme type respons som eksempelvis utfordringer gjorde. Dette kan være en årsak til at kommunikasjonen ble mer undrende, heller enn kritisk og undersøkende. Videre så vi hvordan elevene ga innsikt i tankeprosesser gjennom sine forklaringer, men ikke begrunnet logikken bak svarene eller hvorfor de var korrekte. Dette kan betraktes som en tapt mulighet for utforsking, ettersom elevene ideelt sett burde ha forklart hvordan og *hvorfor* løsningsstrategiene fungerte. Her kan det stilles spørsmål om hvorvidt de sosiomatematiske normene spilte en betydelig rolle i å hindre mange forklaringer fra å bli til argumenter (Yackel, 2001). Det kan tenkes at elevene ikke er vant til, eller ikke ser på det som en forventning i matematikk, at de også skal gjøre rede for *hvorfor* noe er riktig. Både spørreskjemaet og intervjuene tydet likevel på at de fleste elevene verdsatte viktigheten av både å forklare tankeprosesser og å begrunne dem. Selv om det er viktig å forstå betydningen av å begrunne svar i matematikk, er dette alene ikke tilstrekkelig. En mulig årsak til at elevene ga få begrunnelser i forklaringsutsagnene kan ha vært deres begrensede erfaring med utforskende arbeidsmåter.

Gjennom utsagnene innenfor evalueringer og avklaringer jobbet elevene i fellesskap for å konstruere en felles forståelse. Likevel så disse utsagnene sjeldent ut til å være utforskende, da de ofte ble godtatt ukritisk av gruppemedlemmene. På den andre siden var utsagnene innenfor denne kategorien ofte relatert til logikk og gyldighet, noe Kunnskapsdepartementet (2019) eksplisitt beskriver som kjennetegn innenfor problemløsning. Videre påpeker Kunnskapsdepartementet at elevene skal kommunisere og drøfte løsninger med andre, noe utsagnene innenfor evalueringer og avklaringer til dels la til rette for. Basert på våre observasjoner, og analysen i etterkant, vurderer vi utsagnene innenfor kategoriene spørsmål, forklaringer, forslag og evalueringer og avklaringer som utsagn av middels utforskingsgrad.

5.3 Lav grad av utforskende kommunikasjon

Av lav utforskende grad har vi plasser utsagnskategoriene *korte svar og påstander* og *kommentarer*. Som vist i tabell 2 utgjorde korte svar og påstander omtrent 24%, mens kommentarer sto for 16% av elevutsagnene. Dette betyr at omtrent 40% av elevutsagnene kan kategoriseres som kommunikasjon med lav grad av utforsking. Det er viktig å understreke at en stor del av utsagnene i disse kategoriene kan betraktes som naturlige og nødvendige i enhver form for gruppearbeid, og bør derfor ikke nødvendigvis anses som uønsket. Likevel kan prosentandelene gi oss en indikasjon på hvordan en betydelig andel av kommunikasjonen hadde en lav grad av utforsking.

Disse utsagnskategoriene var isolert sett lite utforskende, og så heller ikke ut til å lede mot utforskende kommunikasjon i samtaler mellom elevene. Korte svar og påstander fremsto som utsagn av kortfattet preg, uten begrunnelser eller forklaringer. De manglet argumentasjon, og var ofte uten belegg eller ytterligere utdyping. Svarene kunne være korrekte, delvis korrekte eller feil, noe som i kombinasjon med mangelfull redegjørelse ikke sammenfaller godt med utforsking. Slik det kommer frem i analysen ledet slike utsagn ofte til kumulativ samtale (Mercer, 1996) der elevene bygget ukritisk på hverandres spørsmål og svar, men utsagnene kunne også lede til samtaler som minnet om stridende eller utforskende samtale. Felles for de mer undersøkende samtalene var at elevenes korte svar og påstander ikke ble akseptert uten videre. De andre medlemmene på gruppen stilte spørsmål og ba om en nærmere forklaring rundt logikk og gyldighet. Slike undersøkende samtaler var dog sjeldne innenfor denne kategorien, og kan muligens ses på som et uutnyttet potensial for mer utforskende kommunikasjon. Ved eksempelvis å innføre grunnregler for utforskende kommunikasjon der elevene må rettferdiggjøre og forklare sine påstander, kunne man potensielt gitt flere muligheter for elevene til å diskutere og begrunne egne avgjørelser (Bruder & Prescott, 2013; Rojas-Drummond & Zapata, 2004).

Kommentarer var på sin side utsagn som verken var ikke-faglig eller direkte faglig relatert. Utsagnene kunne handle om grupperelaterte temaer, det kunne være en type høyttenkning, eller en måte å vise gruppemedlemmene at man var med på. Slik det kom frem i analysen var kommentarer verken et hinder eller en tilrettelegger for utforskende kommunikasjon, men utsagnene fungerte i likhet med korte svar og påstander som en naturlig del av kommunikasjonen.

Dersom en knytter korte svar og påstander og kommentarer mot LK20, kan en argumentere for at utsagnene ikke samsvarer med kjerneelementene "utforsking og problemløsning". De fleste utsagnene innenfor disse kategoriene synes å resultere i manglende vilje til å utforske andre perspektiver, samt mangel på situasjoner hvor elevene drøfter matematiske problemer. Ofte legger utsagnene større vekt på løsninger fremfor strategier og fremgangsmåter. Korte svar og påstander manglet begrunnelser og forklaringer, og la sjeldent til rette for utforskende prosesser. Elevene bygget bare av og til på hverandres tanker gjennom utsagnene (Mercer & Littleton, 2007), og i stedet for å ha felles diskusjoner bar samtalene preg av gjentakelser og kontrollspørsmål. Kommentarene bidro ikke direkte til løsningen av problemet, men var heller en type kommunikasjon som bekreftet tilstedeværelse og deltakelse for de andre i gruppen. Gjennom våre observasjoner og analyse vurderer vi utsagnene innenfor kategoriene korte svar og påstander og kommentarer som utsagn av lav grad av utforsking.

5.4 Ikke-faglige utsagn

Ifølge tabell 2 utgjorde ikke-faglige utsagn omtrent 7% av elevenes kommunikasjon. Denne typen kommunikasjon ble mer fremtredende i de siste 10-15 minuttene av undervisningsøkten. Det er også verdt å merke seg at én gruppe hadde en markant høyere forekomst av ikke-faglige utsagn, en annen gruppe hadde noen slike utsagn, mens den siste gruppen bare hadde ett slikt utsagn.

Forekomsten av ikke-faglige utsagn kan ha ulike årsaker. For det første kan kravene som stilles ved gode problemløsningsoppgaver være en sentral faktor. Slike oppgaver skal by på utfordringer, og krever utholdenhet (Boaler, 2015; Liljedahl, 2021), noe som kan føre til at enkelte elever mister motivasjonen og blir lei. Dette blir tydelig reflektert i intervjuene, hvor både Robert og Simen forklarte hvordan det å stå fast i oppgaven, samt mangel på variasjon, kan føre til at de mister motivasjon og fokus.

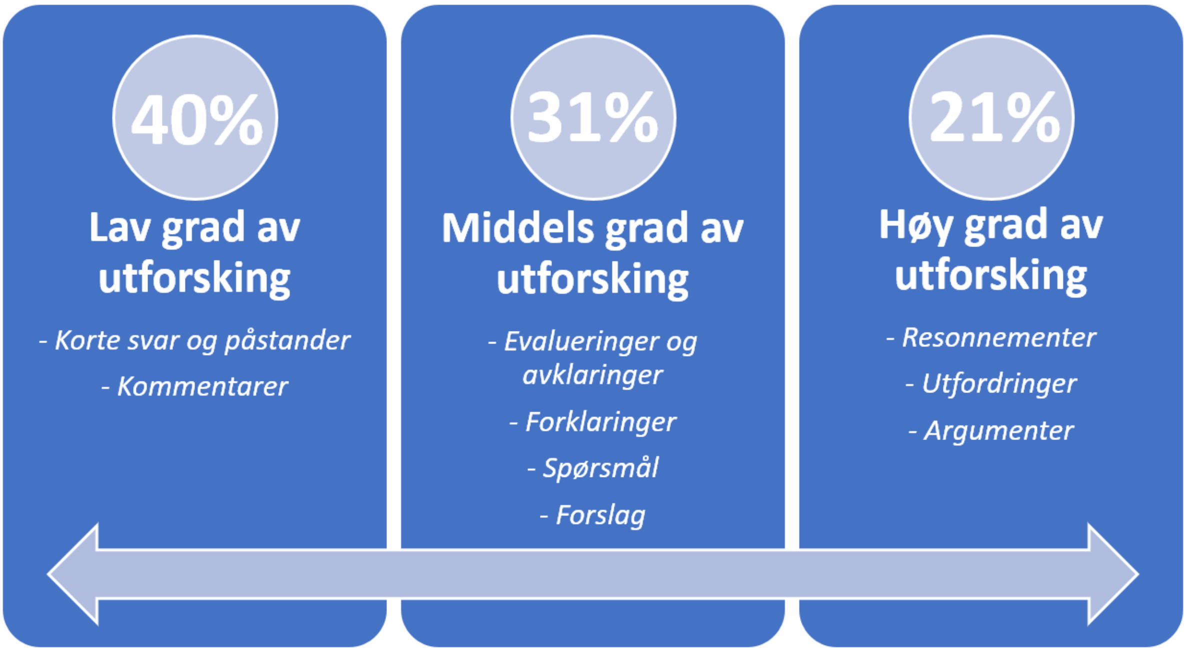
For det andre kan tidsaspektet også ha påvirket elevenes ikke-faglige snakk. Vi observerte en gjennomgående tendens til at elevenes ikke-faglige snakk økte drastisk mot slutten av undervisningen. Det er mulig at elevene opplevde en form for kognitiv overbelastning (Kirschner et al., 2006) underveis i undervisningen på grunn av mangelfull trening og erfaring med denne undervisningsformen. Basert på disse observasjonene kan vi se hvordan Liljedahls (2021) femte steg, som går ut på å introdusere oppgaven tidlig i undervisningen, kan være en hensiktsmessig tilnærming. I våre observasjoner så det ut til at elevene var mer åpne for utfordringer på et tidlig stadium av undervisningen, og en tidlig og rask introduksjon av oppgaven kan ha bidratt til å opprettholde motivasjon og fokus.

En tredje årsak til ikke-faglig snakk kan knyttes til den høye graden av autonomi elevene fikk, i kombinasjon med lærerens rolle som fasilitator i stedet for instruktør, som er typisk for Tenkende klasserom (Liljedahl, 2021). Dette kan ha ført til at enkelte elever ble fristet til å gjøre andre ting enn å fokusere på oppgaven. Det kan tenkes at mye ikke-faglig snakk og fokus vil forsvinne etter hvert som implementeringsfasen går over til å bli et etablert undervisningsopplegg.

Avslutningsvis vil vi poengtere at det ikke nødvendigvis alltid er negativt med innslag av ikke-faglige samtaler. Med dette mener vi at elevene må få muligheter til å lære hvordan de selvstendig kan tilegne seg kunnskap. Som forklart av Artigue og Blomhøj (2013) kan utforskende undervisning bidra til å utvikle generelle holdninger hos elevene på tvers av fagdisipliner. Derfor vil vi hevde at det er viktig for elevene å erfare hvordan for mye fokus på ikke-faglige aspekter kan hindre dem i å fullføre oppgavene sine, og at de må ta ansvar for egen læring. En viss grad av ikke-faglig prat er heller ikke nødvendigvis galt, så lenge det ikke påvirker arbeidsprosessen negativt eller blir til overdrevet tull og tøys.

5.5 Generell diskusjon

De tre klassifiseringene av utforskingsgrad oppsummeres i figur 3. Her illustreres også den prosentvise forekomsten av hver klassifisering. Vi har valgt å ikke inkludere kategorien for ikke-faglige utsagn i denne figuren, da vi ønsket at figuren kun skulle omfatte elevenes faglige kommunikasjon. Prosentene vil derfor ikke utgjøre 100% sammenlagt. Figuren gir et inntrykk av elevkommunikasjonens natur, og hvor ofte de ulike gradene av utforskende kommunikasjon oppsto i forhold til hverandre. Vi understreker at prosentandelene i seg selv blir drøftet i svært begrenset omfang, da vi ikke har noe teoretisk grunnlag for å evaluere eller bedømme elevutsagnenes forekomst. I det følgende diskuteres funnene rundt elevkommunikasjonen mer helhetlig, hvor vi henholdsvis drøfter de kommunikasjonsrelaterte virkningene av oppgavetyper, gruppearbeid, og kultur og normer i et Tenkende klasserom.



Figur 3: Grader av utforskende elevkommunikasjon

Mye av grunnen til at elevene skal arbeide med høyt engasjerende problemløsningsoppgaver i Tenkende klasserom er for å tilrettelegge for aktiv læring gjennom tenkning, utforsking og diskusjon (Liljedahl, 2021). At elevene ikke på forhånd vet hvordan problemene skal løses gjør at elevene må finne løsningsstrategier selv, eksempelvis gjennom resonnering, og deretter overbevise gruppen om strategiens gyldighet gjennom argumentasjon. Slike problemløsningsoppgaver legger altså til rette for kommunikasjon av høy utforskende grad, og spilte nok en viktig faktor for kommunikasjonen vi observerte (da Ponte & Quaresma, 2016). Som vi observerte oppsto de fleste av elevenes forklaringer, argumenter og resonnementer nettopp i forbindelse med utvikling og forsvaring av mulige løsningsstrategier og fremgangsmåter.

Selv om vi forsøkte å bruke oppgaver som hadde lav inngangsterskel, så vi at gruppene til tider sto fast i arbeidet. Blant annet påpeker Liljedahl (2021) og Smith og Stein (1998) at gode oppgaver er kognitivt krevende, men som Wæge og Nosrati (2018) poengterer betyr ikke dette nødvendigvis at oppgavene må være vanskelige. At flere grupper tidvis møtte veggen kan indikere at oppgavene av og til ble for vanskelige for gruppen. Dette kan ha vært til hinder for utforskende kommunikasjon, og var kanskje en årsak til mange av de ikke-faglige og lavt utforskende utsagnene vi observerte. Som informantene fortalte i intervjuene var et gjentakende problem for samarbeidet og samtaleflyten i gruppen at de opplevde å stå fast. Noen ganger var det i disse tilfellene at vi så elevene gradvis resonnere seg kollektivt frem til fremgangsmåter, mens andre ganger stoppet arbeidet helt opp, og samtalene skled ut mot mindre utforskende samtaler eller ikke-faglig prat.

Det kan spekuleres i om vi hadde sett mer utforskende kommunikasjon dersom oppgavene hadde vært noe enklere. Som forskningen indikerer kan elevstyrt utforsking i enkelte tilfeller føre til kognitiv overbelastning hos elever som ikke er vant til å arbeide på denne måten, eller som har svak forståelse for det aktuelle matematiske temaet (Bruder & Prescott, 2013; Kirschner et al., 2006). Det kan altså hende at svak grunnleggende forståelse, eller elevenes manglende erfaring med å møte på kognitivt krevende utfordringer i en gruppekontekst, var det største hinderet for utforskende kommunikasjon. Kanskje med litt mer trening i Tenkende klasserom-tilnærmingen ville elevene ha lært å håndtere denne typen motgang, og slik resultert i samtaler preget av enda høyere utforskingsgrad.

I sammenheng med gruppestørrelser argumenterer Liljedahl (2021) for en ideell gruppestørrelse på tre elever, da dette fører til en passende mengde innspill og ideer. Våre observasjoner kan støtte opp om dette, da vi observerte hvordan elevenes forslag ble fulgt opp, og sjeldent ignorert i gruppearbeidet. Vi så også at gruppearbeidet skapte gode muligheter for medelevundervisning, som kan ses i sammenheng med den proksimale utviklingssonen (Vygotsky & Coles, 1978) og stillasbygging (Wood et al., 1976). Vi observerte eksempelvis at elevene stilte mange undrende og avklarende spørsmål, som igjen førte til at medelevene forsøkte å komme med forklaringer og begrunnelser (Boaler, 2015:

Webb og Farivar, 1999). Både Liljedahl (2021) og Boaler (2015) argumenterer for at heterogene gruppesammensetninger kan lede til økt læringsutbytte nettopp av denne grunn. Videre observerte vi også hvordan spørsmål av og til ble rettet mot andre grupper for å avklare eller undersøke deres løsninger. Dette kan knyttes direkte til det Liljedahl (2021) omtaler som en gunstig konsekvens av arbeid med vertikale flater, som dermed fungerer som en støtte for diskusjon både i og mellom gruppene.

Vi la også merke til at enkelte grupper sto for en mye større andel av utforskende kommunikasjon enn andre grupper. Siden alle gruppene hadde lik oppgave og like undervisningsrammer, var den største forskjellen mellom gruppene selve gruppesammensetningen. Dermed ser vi at gruppesammensetningen hadde mye å si for hvilken kommunikasjon som oppsto. Vi så en tendens til at heterogene grupper med elever på ulike nivåer, og elever som ikke var tett vennskapelig sammenknyttet, hadde mest kommunikasjon av høy utforskende grad. Derimot så vi at grupper hvor alle tre elevene var nære venner fra før av i større grad konverserte mindre utforskende og mindre faglig. Dette ble også understøttet gjennom intervjuene, hvor alle tre intervjuobjektene fortalte at de kanskje ikke jobbet optimalt i lag med sine bestevenner fordi dette blant annet kunne lede til mye tull. Samtidig kan det hende det var en fordel at elevene likevel hadde relativt nære relasjoner. Ifølge spørreskjemaet var det høy sosial trivsel i klassen, og på spørsmål om elevene var komfortable med å si at andre tok feil i matematikkundervisningen så vi en balansert fordeling av elevsvarene. Dette kan ha bidratt til at elevene turte å komme med de utfordringene vi observerte, selv om det ikke var særlig mange av dem.

Videre observerte vi at det ofte var én elev i gruppene som meldte seg litt ut av både samtalene og arbeidet. Det kan være flere grunner til dette, og Boaler (2015) forteller eksempelvis at dette kan skje dersom det ikke er tydelige etablerte rammer og forventninger for hvordan gruppearbeidet skal foregå. Ofte hender det at enkelte på gruppen påtar seg hovedansvar for arbeidet, og at noen elever, gjerne lavtpresterende elever, dermed blir ignorert i gruppearbeidet, eller selv melder seg ut. Dette ble eksempelvis beskrevet i intervjuet med Fiona, hvor hun fortalte at gruppearbeidet ble dominert av Henning fordi hun ikke forsto hans forklaringer og tankerekker. Barnes (2005) omtaler elever som melder seg ut av gruppen som “outsidere”, og advarer at disse eleven vil ha vanskelig for å integrere seg i gruppesamarbeidet igjen dersom de påtar seg eller blir gitt denne rollen.

Siden vi så flere tilfeller av slike "outsidere", kan det tenkes at elevene ikke hadde forstått de forventningene som ble stilt til dem i forbindelse med at alle skulle ta del i gruppearbeidet. Det er også mulig at dette skjedde fordi vi var i implementeringsstadiet av Tenkende klasserom, og at disse rammene og forventningene er noe som trenger litt tid på å feste seg hos elevene. En av grunnene til at elevene skal stå i Tenkende klasserom, er nettopp for å motvirke at enkelte elever anonymiserer seg på denne måten (Liljedahl, 2021). Som det fremkom i både intervjuene og spørreskjemaet var problembasert gruppearbeid i matematikkfaget en arbeidsform elevene ikke var særlig vant til, og klassen hadde dermed sannsynligvis ikke etablert slike normer for gruppearbeid fra før. Kanskje hadde flere av elevene en vane med å anonymisere seg i gruppearbeid, og derfor forsøkte å anvende denne strategien også i Tenkende klasserom på ren automatikk. I forbindelse med elev-elev-kommunikasjonen kan det tenkes at slike "outsidere" hindret en større grad av utforskende kommunikasjon. Dersom gruppene besto av tre elever som alle tok aktiv del i samtalene og arbeidet, hadde vi kanskje observert en enda større andel av utsagn med utforskende preg.

Et mer uheldig aspekt av gruppearbeidet var tilfeller hvor vi observerte at elevenes kommunikasjon var preget av stridende samtale gjennom krangling, uenigheter og individuelle avgjørelser (Mercer, 1996). Vi så at noen elevers forslag ble tvunget gjennom som kommandoer, noe som ikke alltid ble godt mottatt av gruppemedlemmene. Vi observerte også at de lavtpresterende elevene, samt de som ofte var "outsidere" i gruppearbeidet, iblant ble oversett og ignorert. I disse situasjonene hvor gruppene var uenige, så vi en tendens til at de to høytpresterende elevene tok kontrollen, mens den tredje eleven ble ignorert. Dette kan kanskje skyldes mangel på tydelige normer og regler for gruppearbeidet (Skaalvik & Skaalvik, 2013; Wæge & Nosrati, 2018), og slik Boaler (2015) beskriver kan mangelfulle rammer rundt gruppearbeid ha vært en årsak til at bare noen få elever tok ansvar i arbeidet. På den andre siden kan man argumentere for at en helt ny undervisningsstil, samt ukjente rammer for undervisningen, har vært en direkte årsak til at samarbeidet ikke alltid fungerte optimalt, da dette kan ha skapt en konflikt mellom to ulike sett kultur og normer.

I samtalene til elevgruppene så vi antydninger til at det var etablert sosiale normer, men kanskje ikke i like sterk grad sosiomatematiske normer. Vi observerte at elevene hadde en viss forventning til hverandre om når og hvordan de skulle komme med eksempelvis forklaringer, argumenter og utfordringer. Dette er generelle forventninger i sammenheng med gruppearbeid og diskusjon, og dermed noe Yackel (2001) bare omtaler som sosiale normer.

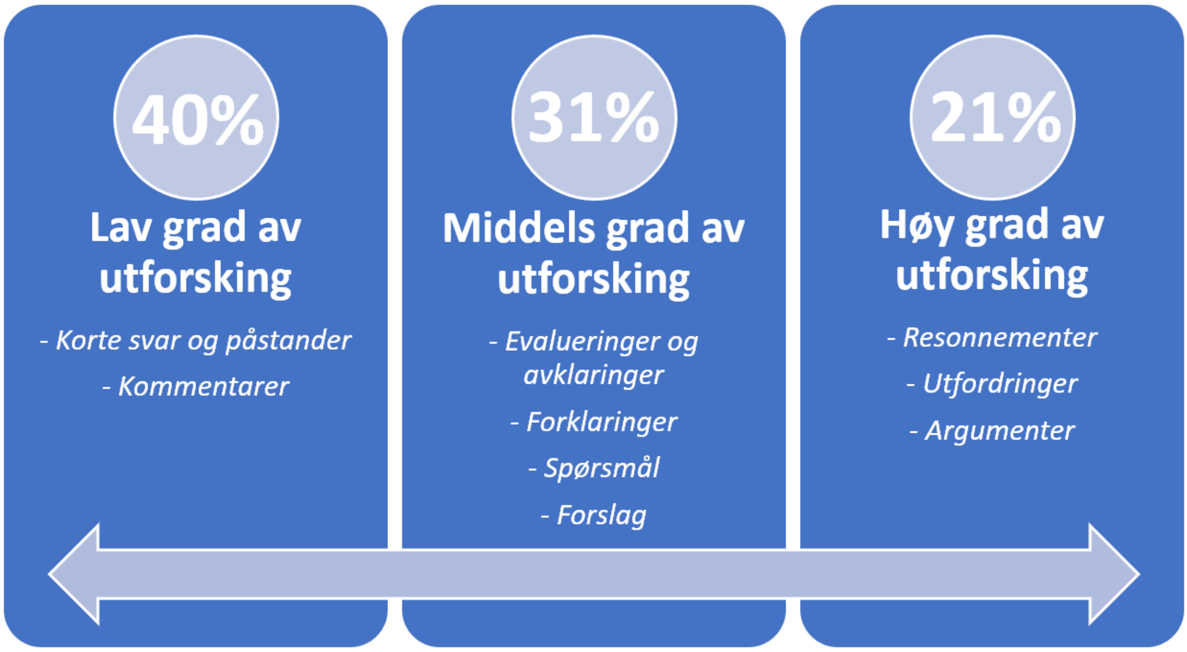
Konkrete normer og forventninger innenfor matematikkfaget kaller Yackel derimot sosiomatematiske normer, og er noe Tenkende klasserom forsøker å etablere, samtidig som det forsøker å erodere vekk de gamle, eksisterende normene. Selv om dette var sjette gang klassen hadde en Tenkende klasserom-undervisning, var rammeverket fortsatt å regne som i implementeringsfasen. Å endre kultur og normer er tidkrevende, så det er kanskje naturlig at ikke alle ønskede sosiomatematiske normer var blitt etablert på dette stadiet av implementeringen. Felles enighet om at alle gruppemedlemmer må delta, at samtalene må være faglig rettet, og at forklaringer og argumenter må bli kritisk vurdert, er forventninger som bør være på plass i et Tenkende klasserom. Kanskje blir disse normene og forventingene integrert i elevene i større grad jo mer erfaring de opparbeider seg i Tenkende klasserom-tilnærmingen.

6 Avslutning

Denne masteravhandlingen har hatt som mål å svare på to spørsmål. For det første har vi svart på problemstillingen: *Hvilke typer elev-elev-kommunikasjon observerer vi under vår implementering av Tenkende klasserom?* I denne forbindelsen gjorde vi videoopptak av ulike elevgrupper i et Tenkende klasserom. Hvert elevutsagn ble transkribert og kodet ved hjelp av et egenutviklet analyseverktøy som var basert på Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk for elevinteraksjoner. Vi gjennomførte i tillegg tre elevintervjuer for å få innsikt i konteksten rundt elevkommunikasjonen, slik som når og hvorfor de ulike typene kommunikasjon oppsto. For det andre har vi svart på forskningsspørsmålet *er elevenes kommunikasjon preget av utforsking?*, hvor vi har brukt eksisterende forskningslitteratur, samt LK20, til å vurdere kommunikasjonens utforskingsgrad.

Gjennom gruppearbeidet i en Tenkende klasserom-undervisning observerte vi ti typer utsagn hos elevene: *korte svar og påstander, argumenter, utfordringer, evalueringer og avklaringer, forklaringer, spørsmål, forslag, resonnementer, kommentarer* og *ikke-faglig*. De syv første kategoriene var inspirert av Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk for syv elevinteraksjoner, men gjennomgikk noen små definisjonsjusteringer underveis i analysen vår. De tre siste kategoriene var typer elevutsagn vi ikke følte Røsseland et al. sitt rammeverk omfattet, men som likevel var såpass frekvente og distinkte at de fikk egne definisjoner. Resonnementer har sterke likhetstrekk til argumenter, men skiller seg ved å være veien mot meningsskaping heller enn å ha en overbevisende hensikt. Kommentarer var elevutsagn som ikke nødvendigvis var direkte matematisk rettet, men som likevel var naturlige innspill i samtalene, og som ikke passet inn i de øvrige kategoriene. Ikke-faglige utsagn ble en samlekategori for alle utsagn som ikke angikk det matematiske gruppearbeidet overhodet.

De ulike kategoriene for elevutsagn ble videre vurdert opp mot teori tilknyttet kommunikasjon i utforskende matematikkundervisning. Med særlig vekt på Mercers (1996) tre typologier for elevsamtaler, samt overordnet del og kjerneelementer fra LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2017; 2019), har vi diskutert og drøftet i hvilken grad elevkommunikasjonen hadde et utforskende preg. Utsagnkategoriene ble klassifisert etter høy, middels og lav grad av utforsking, men vi understreker at dette ikke er faste, tydelig definerte båser, men heller må ses på som et spekter med uklare, flytende grenser. Innen høy grad av utforskende kommunikasjon plasserte vi kategoriene *utfordringer, argumenter* og *resonnementer*, som til sammen utgjorde 21% av elevutsagnene. Middels grad av utforsking sto for 31% av elevenes utsagn, og besto av *evalueringer og avklaringer, forklaringer, spørsmål* og *forslag*. På lav grad av utforskende kommunikasjon plasserte vi *korte svar og påstander* og *kommentarer*, som utgjorde 36% av utsagnene. Kategorien for *ikke-faglige* utsagn valgte vi å ikke plassere på spekteret i det hele tatt, da disse ikke angikk elevenes matematiske arbeid, og representerte 7% av elevenes utsagn.



Figur 4: Grader av utforskende elevkommunikasjon (fra kapittel 5.5)

Prosentandelene ble regnet og presentert kun for kuriositetens del. Vi har ingen grunnlag for å vurdere hvorvidt prosentandelen for eksempelvis høy grad av utforskende kommunikasjon er høy eller lav, eller om den er akseptabel eller som forventet for en utforskende matematikkundervisning. Likevel gir dette oss noe å reflektere rundt - er det slik at vi ønsker mer enn 21% elevkommunikasjon som er preget av høy utforskingsgrad? Eller er 21% en tilfredsstillende prosentandel, tatt i betraktning at naturlige samtaler ikke *bare* kan bestå av utforskende utsagn? Det er også verdt å poengtere at selv om vi eksempelvis har vurdert resonnement-kategorien til høy utforskende grad, så betyr ikke det at alle individuelle resonnement-utsagn var av høy utforskende grad. Dette understreker utfordringen med forskning og analyse av språk, særlig kategorisering av enkeltutsagn som egentlig er en dynamisk del av en større kontekst, noe blant annet Mercer og Wegerif (1999) også påpeker.

Kommunikasjonen blant elevene kan ha blitt påvirket av en rekke faktorer. Vi har diskutert hvordan både oppgavetype, gruppesammensetninger, kultur og normer kan ha hatt innvirkning på hvordan elevene samhandlet og kommuniserte med hverandre. Forskningsprosjektet foregikk under implementeringen av Tenkende klasserom, og det var tydelig at mange av de sosiomatematiske normene som Tenkende klasserom skal etablere ikke enda var helt på plass. Eksempelvis ble ikke alle forklaringer og argumenter møtt med det kritiske blikket de kanskje burde, og korte svar og påstander ble ikke alltid fulgt opp av nødvendige begrunnelser. Likevel så vi hvordan Tenkende klasserom inviterte til, og ofte krevde, en utforskende tilnærming til kommunikasjon innad i gruppene. Elevene måtte ofte argumentere for sine synspunkter, forklare strategier, evaluere løsninger og resonnere seg frem til en felles forståelse. Dersom Tenkende klasserom-rammeverket hadde fått tid til å bli fullt implementert, er det mulig vi hadde sett enda større grad av utforsking i elevenes kommunikasjon. Vi tør derfor påstå at i sammenheng med den nye læreplanens fokus på utforskende, sosial læring, så er Tenkende klasserom en undervisningstilnærming som matematikklærere med fordel bør merke seg.

6.1 Veien videre

Arbeidet med masterprosjektet har gitt oss erfaring med undervisningspraksisen Tenkende klasserom, og har økt bevisstheten vår rundt viktigheten av matematisk kommunikasjon for elevers læringsutbytte. Vi mener studien kan bidra til å synliggjøre elevers matematiske tanker og ideer, utforskings- og problemløsningsatferd, og hvordan meningsskaping kan formes mellom elever i gruppearbeid. Videre håper vi vårt arbeid kan bidra til å fremme betydningen av matematisk kommunikasjon. Kanskje kan dette inspirerer andre lærere til å skape en klasseromskultur der utforskende og problemløsende matematikkundervisning tilrettelegger for aktive og meningsskapende dialoger mellom elever i matematikkfaget.

I masteravhandlingen har vi forsøkt å belyse hvordan elevers kommunikasjon sammenfaller med utforskende og problemløsende aspekter som blant annet vektlegges i LK20. I forbindelse med videre forskning på området kan lignende studier med andre elever, oppgaver og trinn, samt større utvalg eller lengre tidsperioder være aktuelle for å avdekke nye aspekter ved elevkommunikasjonen. Det kan være interessant å undersøke om andre faktorer, eksempelvis klasser med allerede etablerte sosiomatematiske normer i tråd med Tenkende klasserom, kan legge til rette for flere utsagn og samtaler med utforskende preg. I vår studie så vi også tendenser til at elevene inntok ulike roller i gruppearbeidet. Denne typen posisjonering kan også være et interessant fenomen å undersøke nærmere i en Tenkende klasserom-kontekst.

Avslutningsvis ønsker vi å etterlyse mer forskning på sammenhengen mellom grad av utforskende kommunikasjon, og elevers faktiske læringsutbytte i et fullt etablert Tenkende klasserom. Her kunne eksempelvis sammenligningsstudier blitt gjennomført hvor man sammenligner en forskningsklasse med en kontrollklasse over en lengre periode. Dette kunne fungert som sentralt og viktig bidrag i forskningsfeltets overordnede debatt tilknyttet tradisjonell kontra utforskende matematikkundervisning.

Referanseliste

Abril, A. M., Aguirre, D., Aldorf, A.-M., András, S., Antal, E., Ariza, M. R. & . . .Tamási, C. (2013). *PRIMAS - Promoting Inquiry In Mathematics And Science education across*. Hentet fra https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/11/primas_final_publication.pdf.

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Kluwer Academic Publishers.

Anderson, J. R. (1983). *The Architecture of Cognition*. Harvard University Press.

Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, *45*, 797-810.

Bakken, J. & Andersson-Bakken, E. (2021). Innholdsanalyse. I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 305-322). Universitetsforlaget.

Bakker, A. & Van Eerde, H. A. A. (2015). An Introduction to Design-Based Research with an Example From Statistics Education. I A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping, & N. Presmeg (Red.), *Doing Qualitative Research: Methodology and Methods in Mathematics Education* (s. 429-467). Springer.

Bandura, A. (1969). Social-learning theory of identificatory processes. *Handbook of socialization theory and research*, *213*, 262.

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. W.H. Freeman and Company.

Barnes, D. (1976). *From Communication to Curriculum*. Penguin Books.

Barnes, M. (2004). The use of positioning theory in studying student participation in collaborative learning activities. *Social Positioning Theory as an Analytical Tool, 1-18*. Hentet fra https://www.aare.edu.au/data/publications/2004/bar04684.pdf

Barnes, M. (2005). " Outsiders" In a Collaborative Learning Classroom. *Mathematics education and society*, 41.

Billing, M. (1987). *Arguing and thinking: A rhetorical approach to psychology*. Cambridge University Press.

Blikstad-Balas, M. & Klette, K. (2021). Video i klasseromsforskning. I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 153-163). Universitetsforlaget.

Boaler, J. (2015). *The elephant in the classroom: Helping children learn and love maths*. Souvenir Press.

Bong, M. & Skaalvik, E. M. (2003). Academic self-concept and self-efficacy: How different are they really? *Educational Psychology Review, 15*(1), 1–40.

Brown, A. L., & Palincsar, A. S. (1989). Guided, cooperative learning and individual knowledge acquisition. I L. B. Resnick (Red.), *Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser* (s. 393–451). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Bruder, R. & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM, 45,* 811-822.

Chapin, S. H., O'Connor, M. C. & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, Grades K-6*. Math Solutions.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8. utg.). Routledge.

Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A. & Francisco, R. T. (2014). Identifying kinds of reasoning in collective argumentation. *Mathematical Thinking and Learning*, *16*(3), 181-200.

Creswell, J. W. (1994). *Research Design: Qualitative and Quantitative Approaches*. Sage.

da Ponte, J. P. & Quaresma, M. (2016). Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. *Educational Studies in mathematics*, *93*, 51-66.

Drageset, O. G. (2016). Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines (Red.). *Matematikksamtaler-undervisning og læring-analytiske perspektiv*, 169-180.

Drageset, O. G., Allern, T. H., Røsseland, M., Bertolini, M. & Cangemi, E. (2020). *A drama approach to mathematics teaching*.

Friesen, S. & Scott, D. (2013). Inquiry-based learning: A review of the research literature. *Alberta Ministry of Education*, 32, 1-32.

Furtak, E. M., Seidel, T., Iverson, H. & Briggs, D. C. (2012). Experimental and quasi-experimental studies of inquiry-based science teaching: A meta-analysis. *Review of educational research, 82*(3), 300-329.

Gleiss, M. S. & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter. Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Cappelen Damm akademisk.

Gravemeijer, K. & Prediger, S. (2019). Topic-Specific Design Research: An Introduction. I G. Kaiser & N. Presmeg (Red.), *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education* (s. 33-57). Springer Nature.

Gump, P. (1987). School and classroom environments. I D. Stokols & I. Altman (Red.), *Handbook of environmental psychology* (s. 691-732). John Wiley.

Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Routledge.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (2013). Conceptual and procedural knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27). Routledge.

Kazemi, E. & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale: hvordan strukturere og lede gode matematiske diskusjoner.* Cappelen Damm AS.

Kirschner, P. A., Sweller, J. & Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational psychologist*, *41*(2), 75-86.

Kunnskapsdepartementet (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan imatematikk 1.-10. (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Lazonder, A. W. & Harmsen, R. (2016). Meta-analysis of inquiry-based learning: Effects of guidance. *Review of educational research*, *86*(3), 681-718.

Liljedahl, P. (2021). *Building Thinking Classrooms in Mathematics, Grades K-12 : 14 Teaching Practices for Enhancing Learning*. Corwin.

Liljedahl, P. & Allan, D. (2013). Studenting: The case of "now you try one". I *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (3. utg.)., (s. 257-264). PME.

Makar, K. & Fielding-Wells, J. (2018). Shifting more than the goal posts: Developing classroom norms of inquiry-based learning in mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, *30*, 53-63.

Mayring, P. (2014). *Qualitative content analysis: theoretical foundation, basic procedures and software solution*.

Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen i matematikk - Rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten*(2), s. 2-4.

Mercer, N. (1996). The Quality of Talk in Children's Collaborative Activity in the Classroom. *Learning and Instruction, 6*(4), 359-377.

Mercer, N. & Littleton, K. (2007). *Dialogue and the development of children's thinking: A sociocultural approach*. Routledge.

Mercer, N. & Wegerif, R. (1999). Is 'exploratory talk' productive talk?. I K. Littleton & P. Light (Red.), *Learning with Computers: Analysing productive interaction* (s. 79-101). Routledge.

National Council of Teachers of Mathematics. (2009). *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*. NTCM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. NCTM.

NESH. (2021). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora. Hentet fra https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-sompdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora.pdf

Nosrati, M. & Wæge, K. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Matematikksenteret. Hentet fra https://www.matematikksenteret.no/nettbutikk/sentrale-kjennetegn-p%C3%A5-god-l%C3%A6ring-og-undervisning-i-matematikk

Pedaste, M., Mäeots, M., Siiman, L. A., de Jong, T., van Riesen, S. A. N., Kamp, E. T., Manoli, C. C., Zacharia, Z. C. & Tsourlidaki, E. (2015). Phases of inquiry-based learning: Definitions and the inquiry cycle. *Educational research review*, *14*, 47-61.

Polya, G. (1973). *How to solve it* (2. utg.). Princeton University Press.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen Damm Akademisk.

Postholm, M. B. & Moen, T. (2018). *Forsknings- og utviklingsarbeid i skolen*. Universitetsforlaget.

Pring, R. (2015). *Philosophy of Educational Research* (3. utg.). Bloomsbury Academic.

Pruner, M. & Liljedahl, P. (2021). Collaborative problem solving in a choice-affluent environment. *ZDM–Mathematics Education*, *53*, 753-770.

Punch, K. F. (2005). *Introduction to Social Research: Qualitative and Quantitative Approaches* (2. utg.). Sage.

Robson, C. (2002). *Real World Reasearch*. Blackwell.

Rocard, M. (2007). EUR22845—*Science education now: A renewed pedagogy for the future of Europe*. European Commission. Hentet fra https://www.eesc.europa.eu/sites/default/files/resources/docs/rapportrocardfinal.pdf

Rojas-Drummond, S. & Zapata, M. P. (2004). Exploratory talk, argumentation and reasoning in Mexican primary school children. *Language and Education*, *18*(6), 539-557.

Røsseland, M., Drageset, O. G., Sjåstad, S., Cangemi, E. & Bertolini, M. (2022). Using roles and positions to foster explorative talk in mathematics. *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)*.

Schunk, D. H. & Mullen, C. A. (2012). Self-efficacy as an engaged learner. *Handbook of research on student engagement*, 219-235.

Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2015). *Motivasjon for læring: teori og praksis.* Universitetsforlaget.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, *77*(1), 20-26.

Skovsmose, O. (2001). Landscapes of investigation. *ZDM*, 33(4), 123-132.

Skovsmose, O. (2013). *Towards a philosophy of critical mathematics education* (Vol. 15). Springer Science & Business Media.

Skånstrøm, M. & Blomhøj, M. (2016). Det kommer an på…. I T. E. Rangnes & H. Alrø (Red.), *Matematikklæring for framtida: festskrift til Marit Johnsen-Høines*. Caspar forlag.

Slavin, R. E. (1996). Research on cooperative learning and achievement: What we know, what we need to know. *Contemporary educational psychology*, *21*(1), 43-69.

Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998). Reflections on practice: Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, *3*(5), 344-350.

Topping, K. J. (2005). Trends in peer learning. *Educational psychology*, *25*(6), 631-645.

Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*. Cambridge University Press.

Varhol, A., Drageset, O. G. & Hansen, M. N. (2021). Discovering key interactions. How student interactions relate to progress in mathematical generalization. *Mathematics Education Research Journal*, *33*, 365-382.

Verschuren, P. (2003). Case study as a research strategy: Some ambiguities and opportunities. *International journal of social research methodology*, *6*(2), 121-139.

Vygotsky, L. S. & Cole, M. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard university press.

Webb, N. M. & Farivar, S. (1999). Developing productive group interaction in middle school mathematics. *Cognitive perspectives on peer learning*, *24*(1), 117-149.

Weber, R.P. (1990) *Basic Content Analysis* (2. utg.). Sage.

Wood, D., Bruner, J. S. & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Child Psychology & Psychiatry & Allied Disciplines*.

Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classroom: Funneling or focusing? I H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi, & A. Sierpinska (Red.), *Language and communication in the mathematics classroom* (s. 167-178). National Council of Teachers of Mathematics.

Wæge, K. & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk.* Universitetsforlaget.

Yackel, E. (2001). Explanation, Justification and Argumentation in Mathematics Classrooms.

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for research in mathematics education*, *27*(4), 458-477.

Vedlegg 1: NSD - Vurdering

Meldeskjema for behandling av personopplysninger https://meldeskjema.sikt.no/633ebed7-4440-4299-8b0d-881cc66a5aff/vurdering

Sikt

Meldeskjema / Masteroppgave matematikkdidaktikk / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
996636	Standard	15.11.2022

Prosjekttittel
Masteroppgave matematikkdidaktikk

Behandlingsansvarlig institusjon
UiT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig
Jan Nyquist Roksvold

Student
Runar Stefanussen

Prosjektperiode
18.08.2022 - 31.08.2023

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 31.08.2023.

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.08.2023.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

1 of 2 5/11/2023, 1:52 PM

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Simon Gogl
Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 2: Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet «Kommunikasjon i utforskende matematikkundervisning»?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å *undersøke hvordan elever kommuniserer med hverandre i utforskende matematikkundervisning*. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
I denne masteroppgaven ønsker vi å undersøke hvordan elever kommuniserer i utforskende matematikkundervisning. I den forbindelse ønsker vi å overta alle seks matematikkundervisningene i uke 47-49 hvor vi vil observere kommunikasjonen som oppstår blant elevene. To av disse undervisningene vil vi også filme. I tillegg vil vi dele ut et spørreskjema i forkant av undervisningene, samt intervjue 2-4 elever i etterkant av undervisningene.

All data vil anonymiseres, og kun brukes til masteroppgaven.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved Universitetet i Tromsø er ansvarlig for prosjektet. Veileder for prosjektet er Johan Lie ved Universitetet i Bergen.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Du blir spurt om å delta fordi du er en elev i 7. klasse ved [redacted]

Hva innebærer det for deg å delta?
Hvis du velger å delta i prosjektet innebærer det at du deltar i matematikkundervisningen, blir observert og filmet. I tillegg kan du svare på et kort spørreskjema og eventuelt bli plukket ut til et intervju dersom du samtykker til det. Spørsmålene vil i hovedsak omhandle kommunikasjon i matematikk.

Det er mulig å delta i prosjektets undervisning uten å fylle ut spørreskjema eller delta i intervju.

Dersom foresatte ønsker å se spørreskjema og/eller intervjuguide i forkant kan dere kontakte oss.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Vi blir kun å forske på én av parallellklassene, altså enten [redacted] Dersom du ikke samtykker til å delta vil du få matematikkundervisningen i den parallellklassen som ikke er en del av prosjektet. Det er også vi studenter som styrer denne undervisningen, og den vil være identisk med «prosjektklassens» undervisning, men uten noen form for datainnsamling.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

- Vi vil bare bruke informasjonen om deg til å kartlegge kommunikasjon som oppstår i undersøkende matematikkundervisning.
- Vi vil ikke dele din informasjon med andre. Det er bare studentene Runar Stefanussen og Håvard Mannsverk som har tilgang til informasjonen.
- Vi passer på at ingen får tilgang til informasjonen som vi samler inn om deg.
- Vi lagrer all informasjon på en sikker ekstern tjeneste.
- Vi sletter svarene fra spørreskjemaet når masteroppgaven er ferdigstilt.
- Vi sletter lydopptak fra intervjuet når masteroppgaven er ferdigstilt.
- Vi sletter videoopptak når masteroppgaven er ferdigstilt.
- Vi passer på at ingen kan kjenne deg igjen når vi skriver masteroppgaven. Vi vil for eksempel finne opp et annet navn dersom vi skriver om deg.
- Vi følger loven om personvern.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Masterprosjektet vil etter planen avsluttes 15.mai 2023. Etter prosjektslutt vil datamaterialet med dine personopplysninger slettes.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *Universitetet i Tromsø* har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Masterstudentene *Håvard Mannsverk* (hma069@uit.no) eller *Runar Stefanussen* (rst038@uit.no)
- *Universitetet i Tromsø*, prosjektansvarlig *Jan Nyquist Roksvold* (jan.n.roksvold@uit.no)
- *Universitetet i Tromsø,* ekstern veileder *Johan Lie* (johan.lie@uib.no)
- Vårt personvernombud: *Joakim Bakkevold* (joakim.bakkevold@uit.no – 97 69 15 78)

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Håvard Mannsverk, Runar Stefanussen og Johan Lie (veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Kommunikasjon i utforskende matematikkundervisning*, og har fått anledning til å stille spørsmål.

Jeg samtykker til:

☐ å delta i undervisning med lyd- og videoopptak
☐ å delta i intervju med lydopptak
☐ å delta i spørreskjema

Jeg samtykker på vegne av mitt barn ______________________________ til at dets opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----
(Signert av prosjektdeltakers foresatt, dato)

Vedlegg 3: Intervjuguide

INTERVJU

Introduksjon

Hvorfor/hva vi skriver ned notater
At dette ikke er en test/prøve
At du vil anonymiseres
At du ikke trenger å svare på spørsmål du ikke ønsker å svare på

Generelt om matematikk:

Hva tenker du om matematikkfaget?

Kan du beskrive en vanlig matematikktime i din klasse?
- Hva gjør dere? Hvordan jobber dere?

Jobber dere ofte i grupper i matematikktimene?
- Hvordan synes du det er å jobbe i små grupper?

Vår utforskende matematikkundervisning:

Hvordan synes du det var å jobbe med matematikk på den måten vi brukte?

Føler du at du får til det vi jobber med? (I Thinking classroom)

Føler du at du fikk delta/bidra i gruppearbeidet?
- På hvilken måte?

Gruppearbeid:

Hvordan fungerte gruppearbeidet på din gruppe?

Hvordan startet dere med oppgaven?

Forteller dere bare svarene til hverandre, eller prøver dere å forklare hvordan dere har tenkt?
- Hvordan gjør dere det?
- Forsto alle på gruppa det som ble gjort? Ble løsninger/forslag forklart?

Sto dere noen gang litt fast?
- Hva gjorde dere da? Hva skjedde?

Var dere noen gang uenige?
- Hva gjorde dere da? Hva skjedde?

Tror du det hadde vært enklere eller vanskeligere å løse oppgaven om dere jobbet hver for dere?
- Hvorfor? Har du et eksempel?

Ble det snakk som ikke handlet om matematikk?
- Hvorfor sporet dere av?

Noe du ønsker å legge til? Spørre om?

Vedlegg 4: Spørreskjema

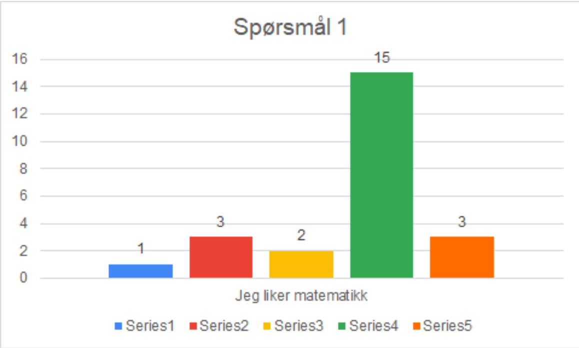
SPØRRESKJEMA – MATEMATIKK

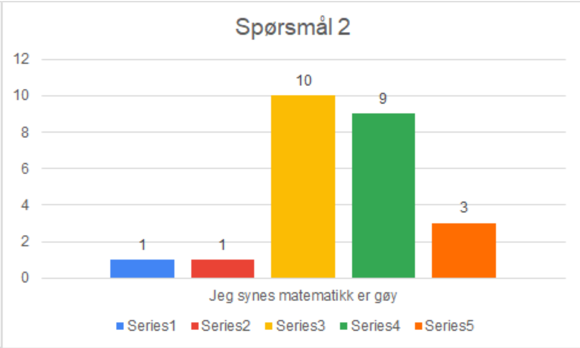
		Svært uenig	Litt uenig	Verken enig eller uenig	Litt enig	Svært enig
1	Jeg liker matematikk	○	○	○	○	○
2	Jeg synes matematikk er gøy	○	○	○	○	○
3	Jeg får vanligvis til oppgavene vi jobber med i matematikk	○	○	○	○	○
4	Jeg er god i matematikk	○	○	○	○	○
5	Det er viktig å prøve og feile i matematikk	○	○	○	○	○
6	I matematikk er det vanligvis kun én riktig måte å løse oppgaver på	○	○	○	○	○
7	Det er viktig å kunne forklare/begrunne hvordan man løser oppgaver i matematikk	○	○	○	○	○
8	Det er viktig å diskutere matematikk med andre elever	○	○	○	○	○

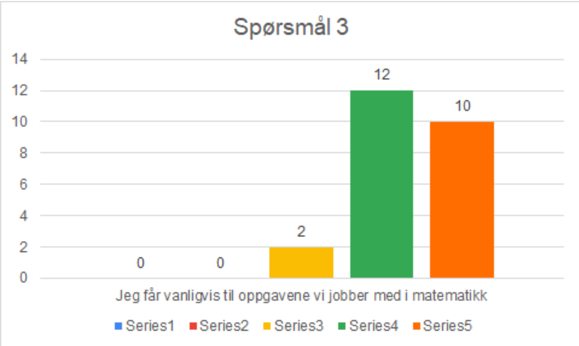
		Svært uenig	Litt uenig	Verken enig eller uenig	Litt enig	Svært enig
9	Jeg trives i klassen	○	○	○	○	○
10	Jeg synes det er trygt å snakke høyt om matematikk i klassen	○	○	○	○	○
11	Jeg tør å si at andre tar feil i matematikktimene	○	○	○	○	○
12	Jeg tør å spørre medelever om hjelp når det er noe jeg ikke forstår i matematikktimene	○	○	○	○	○

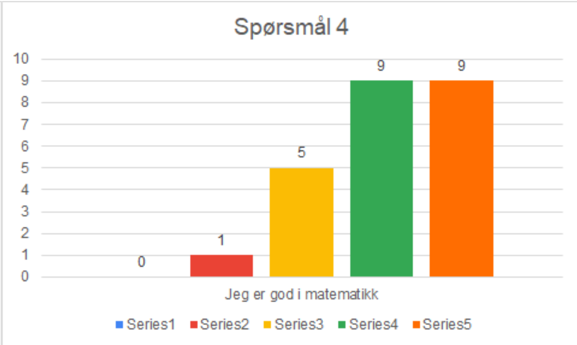
		Svært sjeldent	Sjeldent	Av og til	Ofte	Svært ofte
13	I matematikktimene deltar jeg muntlig	○	○	○	○	○
14	I matematikktimene må jeg forklare hvordan jeg tenker	○	○	○	○	○
15	Jeg rekker opp hånden i matematikktimene	○	○	○	○	○
16	Jeg spør medelever dersom det er noe jeg ikke forstår	○	○	○	○	○

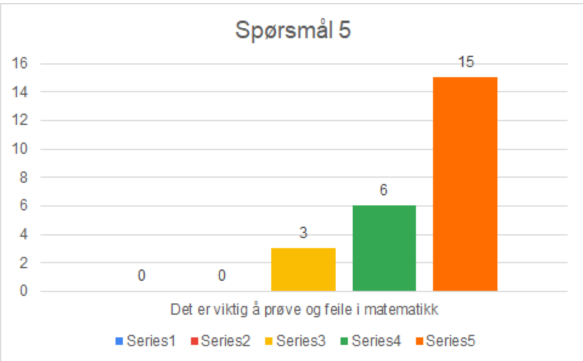
Vedlegg 5: Svar på spørreskjema

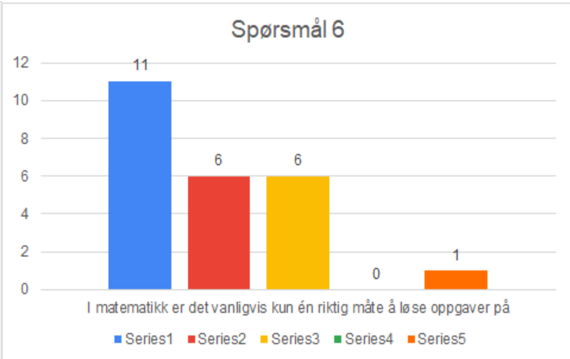


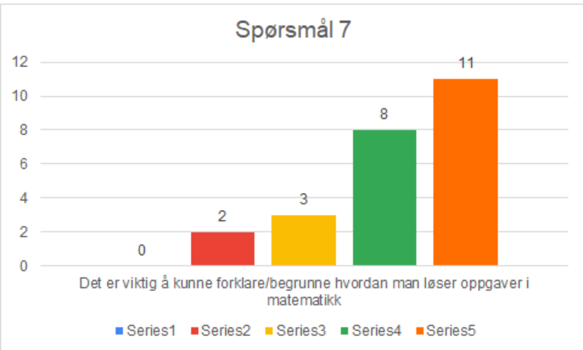


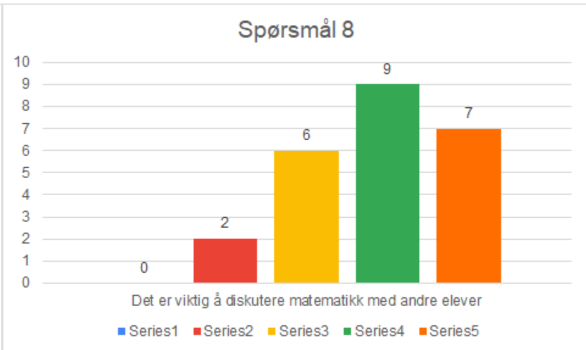


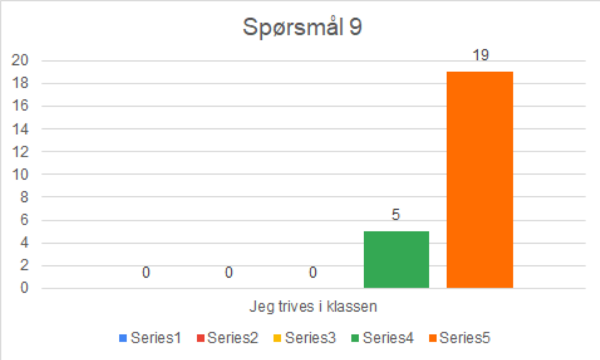


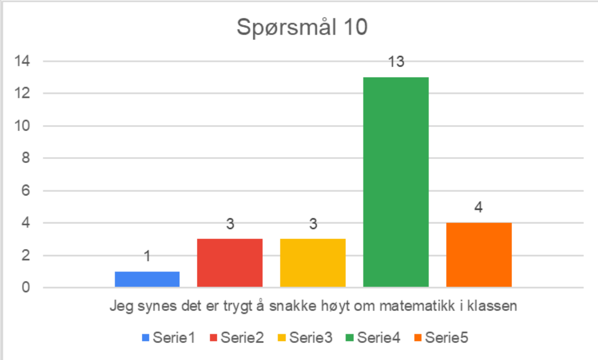


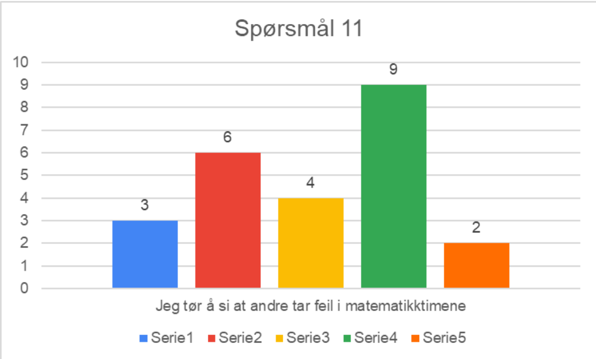


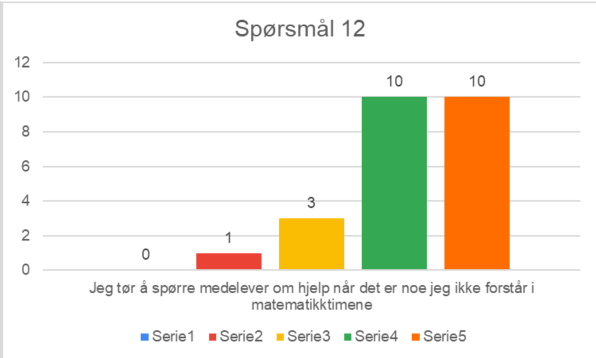


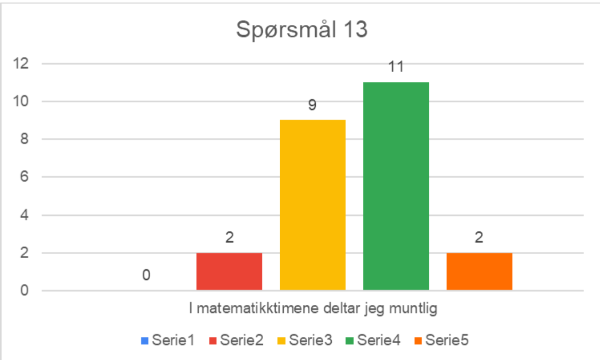


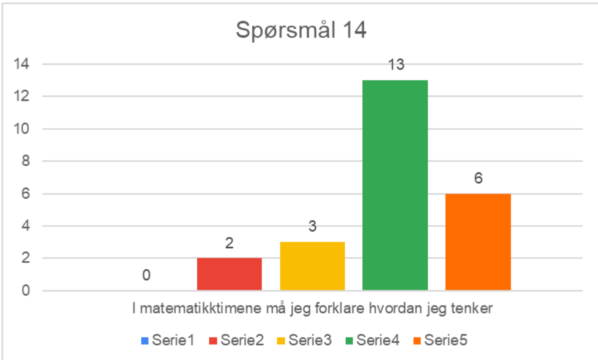

Spørsmål 9
20 18 16 14 12 10 8 6 4 2 0
0 0 0 5 19
Jeg trives i klassen
Series1 Series2 Series3 Series4 Series5

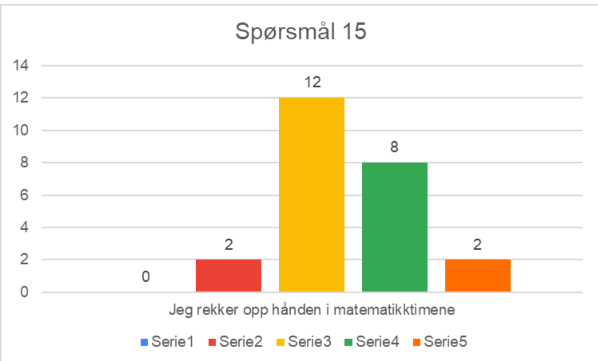

Spørsmål 10
14 12 10 8 6 4 2 0
1 3 3 13 4
Jeg synes det er trygt å snakke høyt om matematikk i klassen
Serie1 Serie2 Serie3 Serie4 Serie5

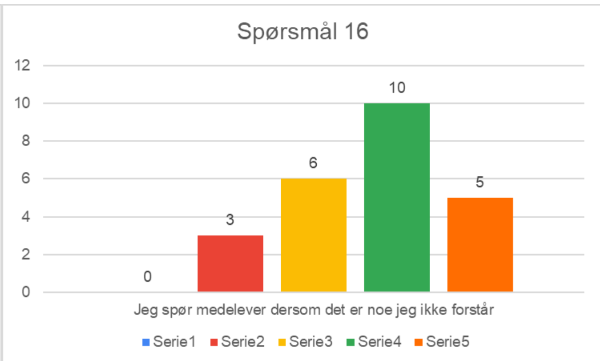

Spørsmål 11
10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
3 6 4 9 2
Jeg tør å si at andre tar feil i matematikktimene
Serie1 Serie2 Serie3 Serie4 Serie5


Spørsmål 12
12 10 8 6 4 2 0
0 1 3 10 10
Jeg tør å spørre medelever om hjelp når det er noe jeg ikke forstår i matematikktimene
Serie1 Serie2 Serie3 Serie4 Serie5


Spørsmål 13
12 10 8 6 4 2 0
0 2 9 11 2
I matematikktimene deltar jeg muntlig
Serie1 Serie2 Serie3 Serie4 Serie5


Spørsmål 14
14 12 10 8 6 4 2 0
0 2 3 13 6
I matematikktimene må jeg forklare hvordan jeg tenker
Serie1 Serie2 Serie3 Serie4 Serie5


Spørsmål 15
14 12 10 8 6 4 2 0
0 2 12 8 2
Jeg rekker opp hånden i matematikktimene
Serie1 Serie2 Serie3 Serie4 Serie5


Spørsmål 16
12 10 8 6 4 2 0
0 3 6 10 5
Jeg spør medelever dersom det er noe jeg ikke forstår
Serie1 Serie2 Serie3 Serie4 Serie5

Vedlegg 6: Problemløsningsoppgaver

Mandag 21. november

Tax Collector:
Start with a collection of paychecks, from $1 to $12. You can choose any paycheck to keep. Once you choose, the tax collector gets all paychecks remaining that are factors of the number you chose. The tax collector must receive payment after every move. If you have no moves that give the tax collector a paycheck, then the game is over and the tax collector gets all the remaining paychecks. The goal is to beat the tax collector.

Example:
Turn 1: Take $8. The tax collector gets $1, $2 and $4.
Turn 2: Take $12. The tax collector gets $3 and $6 (the other factors have already been taken).
Turn 3: Take $10. The tax collector gets $5.
You have no more legal moves, so the game is over, and the tax collector gets $7, $9 and $11, the remaining paychecks.

Total Scores:
You: $8 + $12 + $10 = $30.
Tax Collector: $1 + $2 + $3 + $4 + $5 + $6 + $7 + $9 + $11 = $48.

Questions:
Is it possible to beat the tax collector in this $12 game? If so, how? What is the maximum score you can get? Bonus: What if you played the game with paychecks from $1 to $24? How about $1 to $48?

Hentet fra: https://www.peterliljedahl.com/teachers/good-problem

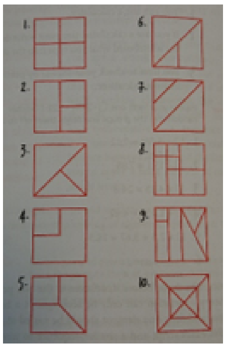
Torsdag 24. november

Fantastic Four:
Make the numbers from 1 to 30 using four 4's and any operations.

Hentet fra: https://www.peterliljedahl.com/teachers/good-problem

Mandag 28. november

The unusual baker:
Hvor stor brøkdel representerer hver bit?



Hentet fra: *Thinking Classrooms in Mathematics* (2021), av Peter Liljedahl (side 154)

Torsdag 1. desember

Fractions folds:
Start with a strip of paper (for example, 2cm x 30 cm). Label one and of the strip A and the other end B. Now fold A to B and then unfold it again. The crease that is created by this fold gets labelled as C. Now fold with A or B to C to create a new crease (D). Keep doing this, always folding A or B to an existing crease to create a new crease, until you have 7-10 labelled creases. As they do this, they have to record their folds and creases on a VNPS. Now, we are going to declare that A = 0 and B = 1 on a number line. Calculate the position of every crease on the number line. Give them a new strip of paper and ask them to fold until they get 7/32 (or something they don't yet have). Etc.

Hentet fra: Peter Liljedahl, over e-post.

Mandag 5. desember

Sjokoladefordeling:
Denne aktiviteten handler om sjokolade. Du må forestille deg (om nødvendig!) at alle som deltar, liker sjokolade og vil ha så mye som mulig.

Et rom på skolen din har tre bord med god plass til mange stoler rundt. På bord 1 ligger det en sjokoladeplate, på bord 2 ligger det to sjokoladeplater, og på bord 3 ligger det tre sjokoladeplater.

Alle elevene i en klasse med 30 elever vil inn i rommet og spise sjokolade. De kan komme inn en om gangen, og den neste kan komme inn når eleven før har satt seg. Når en elev kommer inn i rommet, stiller han eller hun seg selv dette spørsmålet: «Hvis sjokoladen på bordet jeg sitter ved, skal deles likt når jeg setter meg ned, hvilket bord vil det være smartest å sitte ved?»

Sjokoladen deles imidlertid ikke ut før alle elevene er i rommet, så hver gang en elev kommer inn, må han eller hun stille seg selv det samme spørsmålet. Det er ganske enkelt for de første elevene å bestemme hvor de skal sitte, men spørsmålet blir vanskeligere å svare på etter hvert.

Eksempel:
Det kan hende at elev nr. 9 kommer inn i rommet og ser
2 elever ved bord 1
3 elever ved bord 2
3 elever ved bord 3
Elev nr. 9 tenker kanskje: «Hvis jeg går til bord 1, vil vi til sammen være 3 elever, så en sjokoladeplate må deles på tre, og jeg får en tredel. bord 2, vil vi til sammen være 4 elever, så to sjokoladeplater må deles på fire, og jeg får en halv sjokoladeplate. bord 3, vil vi til sammen være 4 elever, så tre sjokoladeplater må deles på fire, og jeg får tre firedeler. Tre firedeler er størst, så jeg vil gå til bord 3.»

Sett i gang med aktiviteten, og finn ut hvor mye hver elev får når de går til det beste bordet for dem. Ta vare på alle notatene og tegningene deres, selv om dere endrer løsninger underveis.

Hentet fra: https://mattelist.no/587

Torsdag 8. desember

Rubiks-kuben:
En 3x3x3 Rubiks-kube, satt sammen av 27 1x1x1 småkuber, dyppes i en bøtte med maling. Etter at malingen har tørket, demonteres Rubiks-kuben til sine 27 individuelle småkuber. Hvor mange av disse individuelle småkubene har maling på tre flater, to flater, én flate, og ingen flater?

Hentet fra: *Thinking Classrooms in Mathematics* (2021), av Peter Liljedahl (side 185)