

DEFLEKSI VERTIKAL POROS TURBIN ANGIN MULTI BLADE DI DAERAH PEDESAAN JENEPOINTO - BAGIAN I: KAJI TEORITIK

Viktus Kolo Koten¹, Stevy Thioritz²

Jurusan Teknik Mesin¹, Jurusan Teknik Sipil²

Fakultas Teknik, Universitas Atma Jaya Makassar

Jl. Tanjung Alang, No. 23, Makassar. Tlp. (0411) 871038. Fax. (0411) 870294

Email:viktus.koten@gmail.com

Abstract. The multi-blade wind turbine is a type of wind turbine that has been used by salt farmers in Paccelang Village, Jeneponto Regency, South Sulawesi Province. In operation, turbines often experience damage due to excessive vertical deflection of the shaft. This article examines and identifies the parameters that cause the vertical deflection of the shaft. The research was carried out theoretically and numerically. Theoretically, the research was carried out by entering the corresponding parameters into the described shaft vertical deflection equation. Numerically, the research was conducted using software inventor. In part I of this article only shows the results of theoretical studies. The parameters that cause excessive vertical deflection of the shaft and sorted by the magnitude of the contribution are reduction in shaft diameter, shaft elongation, and enlargement of external loads.

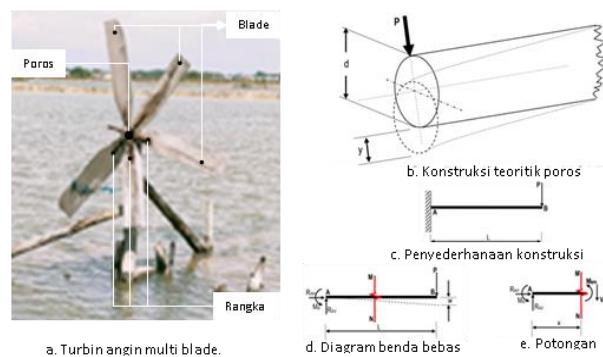
Keywords: Turbin angin; poros; defleksi vertikal.

1. PENDAHULUAN

Gambar 1a memperlihatkan turbin angin multi blade yang telah digunakan oleh para petani garam di Desa Paccelang, Kecamatan Bangkala, Kabupaten Jeneponto, Propinsi Sulawesi Selatan. Meskipun telah direncanakan dan diaplikasikan secara baik pada awalnya, para petani tidak memiliki teknisi khusus untuk memperbaiki dan menjaga keberlanjutan kinerja turbin. Ketidaktersediaan teknisi menyebabkan para petani sering memperbaiki dan mengganti elemen-elemen turbin yang megalami kerusakan secara swadaya. Perbaikan dan pergantian elemen turbin yang tidak sesuai menyebabkan perubahan parameter-parameter yang telah ditentukan dan diijinkan dalam perencanaan turbin. Perubahan parameter tersebut menyebabkan penurunan kinerja turbin karena resonansi yang berlebihan saat operasi turbin.

Resonansi pada turbin disebabkan oleh beberapa hal. Selain disebabkan oleh kerusakan pada bantalan, spie, blade, dan ketidakseimbangan konstruksi. Penyebab lain resonansi pada turbin adalah defleksi vertikal poros yang melebihi syarat batas

minimal. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji dan mengidentifikasi parameter-parameter penyebab defleksi vertikal poros turbin angin multi blade pada pabrik garam di Desa Paccelang, Kecamatan Bangkala, Kabupaten Jeneponto, Propinsi Sulawesi Selatan.



Gambar 1. Turbin angin multi blade, konstruksi teoritik poros, penyederhanaan konstruksi poros, diagram benda bebas poros, dan potongan poros.

Defleksi poros vertikal dalam kajian ini termasuk dalam defleksi kecil (*small deflection*). Kajian tentang small deflection telah dilakukan oleh Viktus K. Koten dkk [1]

- [26], tapi mereka melakukan pada parameter penelitian seperti diameter, bahan, profil dan parameter lainnya yang berbeda dengan kajian ini. Selain itu, defleksi besar (*large deflection*) juga telah di telah diteliti oleh M. Batista dkk [27]–[41]

Meskipun poros turbin sering diperlakukan sebagai spindle dalam perencanaan konstruksi-konstruksi mekanik, variasi parameter-parameter yang dilakukan menyebabkan perubahan fungsi poros sebagai spindle menjadi poros transmisi. Variasi parameter-parameter tersebut perlu dilakukan untuk mengetahui parameter yang menyebabkan defleksi vertikal poros turbin.

Gambar 1b memperlihatkan konstruksi teoritik suatu poros yang dibebani dengan sistem cantilever beam. Sistem pembebangan cantilever beam seperti ini juga telah dilakukan oleh M. R. M. Asyraf dkk [20], [29], [32]–[34], [36], [42]. Konstruksi teoritik seperti ini yang digunakan dalam kajian karena sesuai dengan konstruksi poros turbin yang ada di Desa Paccelang. Dalam penyelesaian persoalan defleksi vertikal poros, poros digambarkan lebih sederhana (gambar 1c) untuk keperluan penempatan beban dan kondisi tumpuan secara teoritik. Gambar 1d memperlihatkan diagram benda bebas yang digunakan untuk menghitung reaksi pada tumpuan. Kesetimbangan gaya dan momen menghasilkan $R_{AV} = P$, $R_{AH} = 0$, dan $M_A = PL$. Untuk mengetahui momen pada sembarang titik di sepanjang bentangan poros, poros dipotong dan diperlihatkan pada gambar 1e. Kesetimbangan momen pada potongan MN menghasilkan $-PL + Px - M = 0$ sehingga $M = -PL + Px$. Nilai dari M ini kemudian dimasukan ke persamaan (1) yang telah diturunkan oleh Andrew Pytel dkk [43] sehingga menghasilkan persamaan (2).

$$M = EI \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (1)$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = PL - Px \quad (2)$$

Integral pertama dan ke dua dari persamaan (2) menghasilkan persamaan (3) dan (4) secara berturut-turut,

$$EI \frac{dy}{dx} = PLx - \frac{Px^2}{2} + C_1 \quad (3)$$

$$EIy = \frac{PLx^2}{2} - \frac{Px^3}{6} + C_1x + C_2 \quad (4)$$

Dengan memasukan beberapa kondisi batas ke persamaan (3) dan (4) dapat menghasilkan persamaan baru. Pada $x = 0$ maka $dy/dx = 0$ sehingga persamaan (3) sama dengan nol; diperoleh $C_1 = 0$. Pada $x = 0$ maka $y = 0$ sehingga persamaan (4) sama dengan nol; diperoleh $C_2 = 0$. Dengan memasukan nilai C_1 dan C_2 ke dalam persamaan (4), ini menghasilkan persamaan umum defleksi vertikal seperti persamaan (5). Dengan memasukan $x = L$ pada persamaan (5) dapat menghasilkan persamaan defleksi vertikal poros seperti diperlihatkan pada persamaan (6).

$$y = \frac{1}{EI} \left[\frac{PLx^2}{2} - \frac{Px^3}{6} \right] \quad (5)$$

$$y = \frac{1}{EI} \left[\frac{PL^3}{3} \right] \quad (6)$$

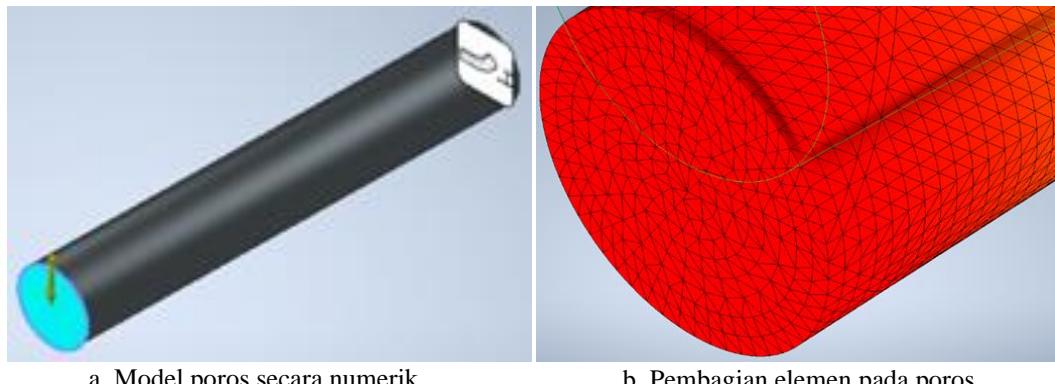
I, E, L, P, dan y berturut-turut adalah momen tahanan lentur; $I = \pi d^4/64$, modulus elastis, panjang, dan defleksi vertikal poros.

2. METODE

Secara teoritik, penelitian dilakukan dengan memasukan parameter penelitian seperti beban eksternal, panjang poros, diameter poros, modulus elatis bahan poros dengan urutan tertentu ke dalam persamaan (6) untuk memperoleh defleksi vertikal (y). Parameter beban eksternal (P) dalam kajian ini terdiri dari 5.000, 10.000, 15.000, 20.000, dan 25.000 gram. Parameter panjang poros (L) terdiri dari 100, 150, dan 200 mm. Parameter diameter poros terdiri dari 16, 18, dan 20 mm. Modulus elastis bahan besi cor sebesar 12.844.036, gram/mm^2 . Secara numerik, penelitian dilakukan dengan softwere Autodesk Inventor. Parameter penelitian pada cara numerik sama dengan cara teoritik. Penelitian secara numerik diawali dengan pembentukan model poros yang sesuai dengan ukuran poros, pemilihan bahan poros, penentuan jenis tumpuan, penentuan jenis beban dan posisi

pembebanan, pembagian elemen, analisis dan simulasi, pengecekan hasil, dan penyimpanan dokumen. Gambar 2a memperlihatkan model poros terbebani hasil pemodelan secara numerik dan Gambar 2b memperlihatkan poros yang dibagi dalam

sejumlah elemen. Model poros yang ditampilkan adalah poros dengan diameter 20 mm, panjang poros 200 mm, dengan beban 25000 gram. Perlakuan Terhadap parameter penelitian lainnya secara numerik, dilakukan dengan cara yang sama.



a. Model poros secara numerik

b. Pembagian elemen pada poros

Gambar 2. Model poros secara numerik dan pembagian elemen

2. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil yang diperlihatkan dalam artikel ini adalah hasil yang diperoleh secara teoritik. Hasil yang diperoleh secara numerik diperlihatkan pada artikel yang lain. Berdasarkan persamaan (6), defleksi vertikal poros merupakan fungsi dari parameter beban eksternal (P), panjang poros (L), momen tahanan lentur poros (I), dan modulus elastis bahan poros (E); $y = f(P, L, I, E)$. Beban eksternal (P) adalah beban rangka dan blade yang terpasang pada ujung poros. Hasil penelitian memperlihatkan defleksi vertical yang disebabkan oleh variasi dari tiap parameter tersebut kecuali modulus elastis. Modulus elastis bahan dianggap konstan. Meskipun demikian, dalam aplikasi persamaan (6) pada tiap perubahan parameter penyebab defleksi vertikal, parameter-parameter lainnya juga dianggap konstan.

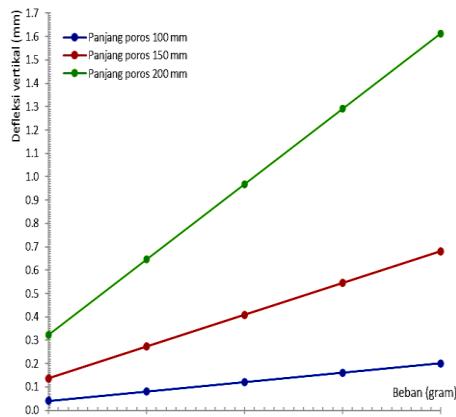
Defleksi vertikal poros secara teoritik dibagi dalam empat fungsi parameter; defleksi vertikal sebagai fungsi dari beban pada berbagai diameter poros, fungsi dari beban pada berbagai panjang poros, fungsi dari diameter pada berbagai panjang poros, dan fungsi dari panjang pada berbagai diameter poros. Defleksi vertikal yang disebabkan oleh tiap fungsi parameter tersebut diuraikan sebagai berikut.

Defleksi Vertikal Poros sebagai Fungsi dari Beban pada Berbagai Diameter Poros secara Teoritik. Gambar 3a sampai 3c memperlihatkan perubahan defleksi vertikal poros sebagai fungsi dari perubahan beban pada berbagai diameter poros. Berdasarkan persamaan (6), tiap garis grafik yang terbentuk dapat didefinisikan sebagai $y = K_1 \times P$. parameter-parameter yang menghasilkan K_1 adalah $L^3/3EI$. Dengan demikian hubungan antara defleksi vertikal pada sumbu vertical dengan beban pada sumbu horizontal menghasilkan kurva garis lurus atau kurva derajat pertama atau linier.

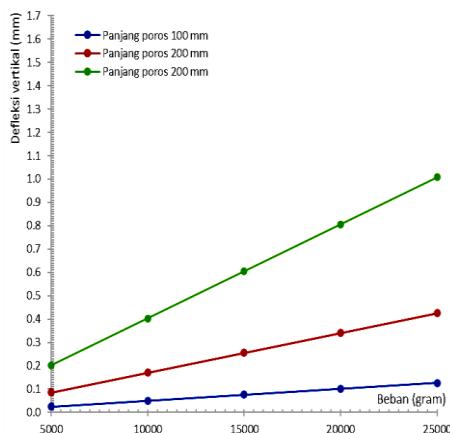
Karena skala defleksi vertikal poros pada sumbu vertical dibagi dengan ukuran yang sama; maksimum 1,7 mm dan minimum 0,0 mm pada tiap gambar maka perubahan kemiringan kurva garis yang menunjukkan perubahan defleksi vertikal poros pada tiap diameter poros dapat dibedakan dengan mudah. Defleksi maksimum terjadi pada diameter poros 16 mm (Gambar 3a) dan defleksi minimum terjadi pada diameter 20 mm (Gambar 3c). Kemiringan kurva garis pada diameter poros 16 mm lebih besar dari pada kemiringan kurva garis pada diameter poros 20 mm. Selain itu, jarak antara kurva garis pada tiap mili meter skala sumbu vertikal memperlihatkan kerapatan yang berbeda.

Jarak antara kurva garis pada diameter poros 16 mm lebih besar dari pada jarak

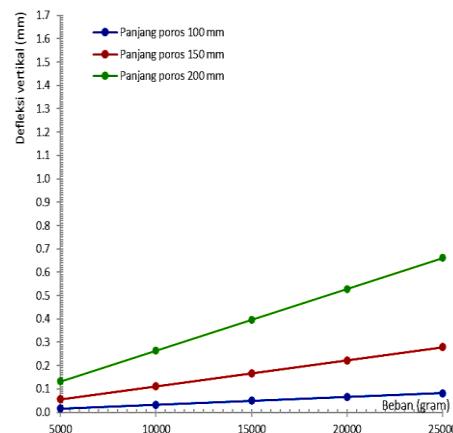
antara kurva garis pada diameter poros 20 mm.



a. Diameter poros 16 mm



b. Diameter poros 18 mm

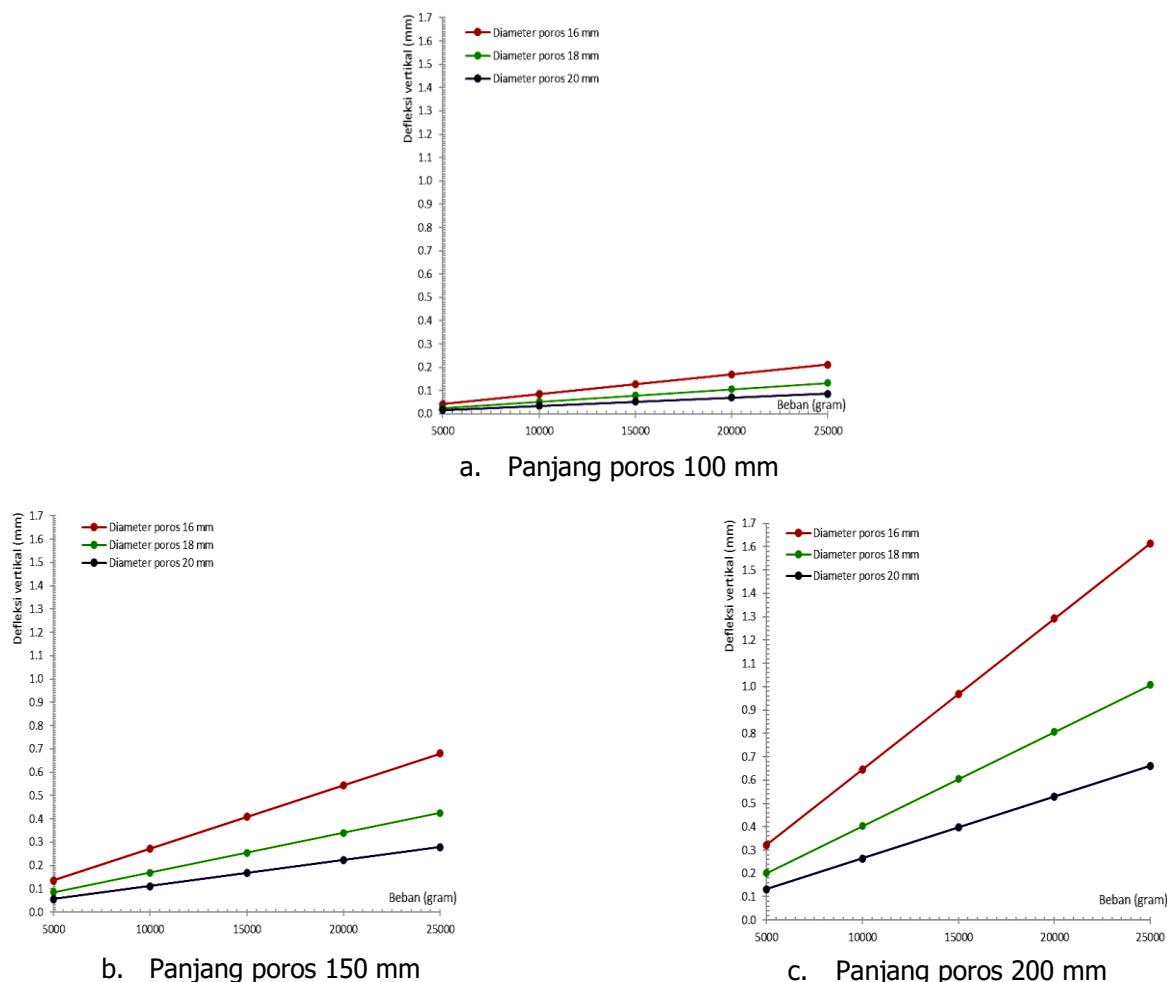


c. Diameter poros 20 mm

Gambar 3. Defleksi vertikal akibat perubahan beban pada berbagai diameter poros secara teoritik.

Perubahan defleksi vertikal poros akibat perubahan beban pada tiap diameter poros yang konstan terdapat beberapa panjang poros yang berbeda. Pada diameter poros 16 mm (Gambar 3a) memperlihatkan defleksi vertikal yang lebih besar terjadi pada panjang poros 200 mm dari pada yang terjadi pada panjang poros 150 mm dan 100 mm. Hal yang sama juga terjadi pada diameter poros 18 mm (Gambar 3b) dan 20 mm (Gambar 3c).

Defleksi Vertikal Poros sebagai Fungsi dari Beban pada Berbagai Panjang Poros secara Teoritik. Gambar 4a sampai 4c memperlihatkan perubahan defleksi vertikal poros sebagai fungsi dari perubahan beban pada berbagai panjang poros. Defleksi maksimum terjadi pada panjang poros 200 mm (Gambar 4a) dan defleksi minimum terjadi pada panjang poros 100 mm (Gambar 4c).



Gambar 4. Defleksi vertikal akibat perubahan beban pada berbagai panjang poros secara teoritik.

Kemiringan kurva garis pada panjang poros 100 mm lebih kecil dari pada kemiringan kurva garis pada panjang poros 200 mm. Jarak antara kurva garis pada panjang poros 100 mm (Gambar 4a) lebih kecil dari pada jarak antara kurva garis pada panjang poros 150 mm (Gambar 4b) dan 200 mm (Gambar 4c). Hal ini menunjukkan bahwa defleksi poros lebih besar terjadi pada poros yang lebih panjang.

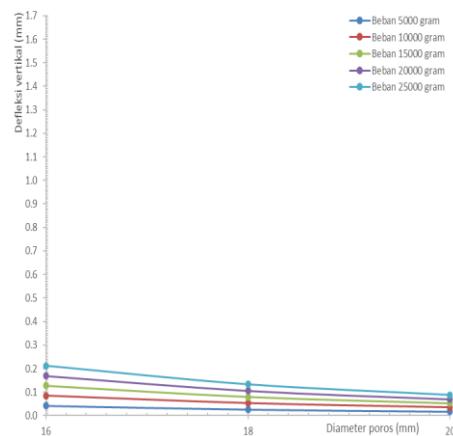
Perubahan defleksi vertikal poros akibat perubahan beban pada tiap panjang poros yang konstan terdapat beberapa diameter poros yang berbeda. Pada panjang poros 100 mm (Gambar 4a) memperlihatkan defleksi vertikal yang lebih besar terjadi pada diameter poros 16 mm dari pada defleksi vertikal pada diameter poros 18 mm dan 20 mm. Hal yang sama juga terjadi pada panjang poros 150 mm (Gambar 4b) dan panjang poros 200 mm (Gambar 4c).

Defleksi Vertikal Sebagai Fungsi dari Diameter pada Berbagai Panjang Poros secara Teoritik. Gambar 5a sampai 5c memperlihatkan perubahan defleksi vertikal yang disebabkan oleh perubahan diameter poros pada berbagai panjang poros. Berdasarkan persamaan (6), hubungan tiap garis grafik yang terbentuk dapat didefinisikan sebagai $y = K_2/d^4$. Variable-variabel yang menghasilkan K_2 adalah $0,05PL^3/3E$. Dengan demikian defleksi vertikal yang terjadi akibat perubahan diameter poros menghasilkan kurva derajat ke-4. Setiap perubahan diameter poros dapat menurunkan defleksi vertikal poros sebesar y^4 .

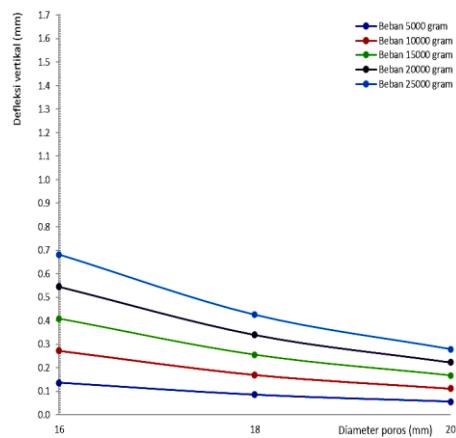
Defleksi maksimum terjadi pada panjang poros 200 mm dan defleksi minimum terjadi pada panjang poros 100 mm. Kemiringan kurva derajat ke-4 pada panjang poros 100 mm lebih kecil dari pada

kemirigan kurva derajat ke-4 pada panjang poros 150 mm dan 200 mm. Jarak antara tiap kurva derajat ke-4 pada panjang poros 100 mm lebih kecil dari pada jarak antara

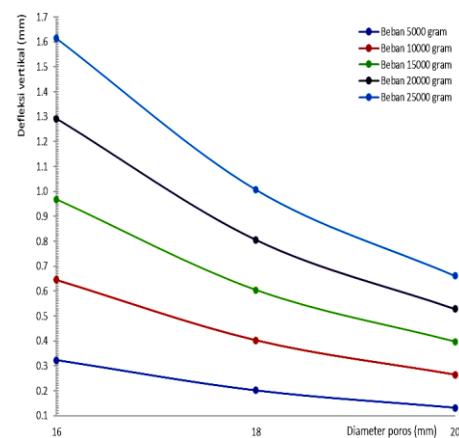
kurva derajat ke-4 pada panjang poros 150 mm dan 200 mm. Hal ini menunjukkan bahwa defleksi minimal terjadi pada diameter poros yang lebih besar.



a. Panjang poros 100 mm



b. Panjang poros 150 mm



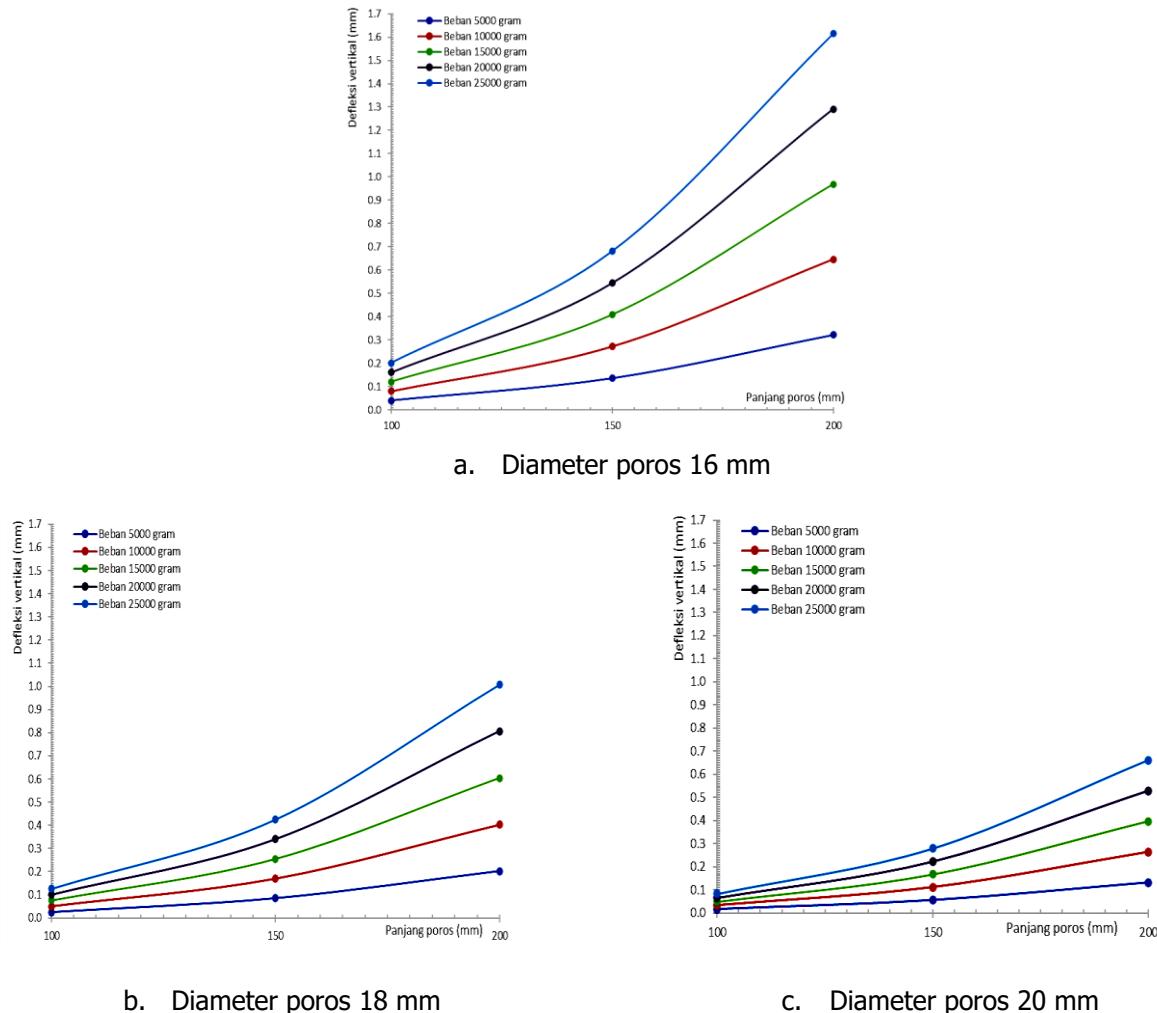
c. Panjang poros 200 mm

Gambar 5. Defleksi vertikal akibat perubahan diameter pada berbagai panjang poros secara teoritik.

Perubahan defleksi vertikal poros akibat perubahan diameter pada tiap panjang poros yang konstan terdapat beberapa beban eksternal yang berbeda. Pada panjang poros 100 mm memperlihatkan defleksi vertikal yang lebih kecil terjadi pada beban 5.000 gram dari pada defleksi vertikal pada beban 10.000, 15.000, 20.000, dan 25.000 gram secara berturut-turut. Hal yang sama juga terjadi pada panjang poros 150 mm dan 200 mm.

Defleksi Vertikal sebagai Fungsi dari Panjang pada Berbagai Diameter

Poros Secara Teoritik. Gambar 6a sampai 6c memperlihatkan perubahan defleksi vertikal yang disebabkan oleh perubahan panjang poros pada berbagai diameter poros. Berdasarkan persamaan (6), hubungan antara defleksi vertikal dengan panjang poros didefinisikan sebagai $y = K_3 \times L^3$. Variabel-variabel yang menghasilkan K_3 adalah $P/3EI$. Dengan demikian defleksi vertikal yang terjadi akibat variabel diameter poros menghasilkan kurva derajat ke-3. Setiap perubahan panjang poros dapat meningkatkan defleksi vertikal poros sebesar y^3 .



Gambar 6. Defleksi vertikal akibat panjang pada berbagai diameter poros secara teoritik.

Defleksi maksimum terjadi pada diameter poros 16 mm dan minimum pada diameter poros 20 mm. Kemiringan kurva derajat ke-3 pada diameter poros 16 mm lebih besar dari pada kemiringan kurva derajat ke-3 pada diameter poros 18 mm dan 20 mm. Jarak antara kurva derajat ke-3 pada diameter 16 mm lebih besar dari pada jarak antara kurva derajat ke-3 pada diameter poros 18 mm dan 20 mm.

Perubahan defleksi vertikal yang diakibatkan oleh perubahan panjang pada tiap diameter poros yang konstan terdapat beberapa beban eksternal yang berbeda. Pada diameter poros 16 mm memperlihatkan defleksi vertikal yang lebih kecil terjadi pada beban 5.000 gram dari pada defleksi vertikal pada beban 10.000, 15.000, 20.000, dan 25.000 gram secara berturut-turut. Hal yang sama juga terjadi pada diameter poros 18 mm dan 20 mm.

4. KESIMPULAN

Parameter-parameter yang menyebabkan defleksi vertikal poros secara berlebihan dan diurut berdasarkan besarnya kontribusinya adalah pengecilan diameter poros, perpanjangan poros, dan pembesaran beban eksternal.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] V. Koten and D. Hasan, "Penentuan Hubungan Antara Defleksi Lateral dan Radial Poros Baja Pada Berbagai Jenis Tumpuan Secara Teoritik," *J. Ilm. Tek. Mesin Cylind.*, vol. 2, no. 1, pp. 57–63, 2014.
- [2] S. Kim and D. Han, "Evaluation of Shear Effect on Deflection of RC Beams," *Appl. Sci.*, 2021.
- [3] Y. Chen, "Effect of Residual Shaft Bow On The Dynamic Analysis of A Double-Stage Geared Rotor-Bearing System

- [With Translational Motion Due to Shaft Deformation," *Adv. Mech. Eng.*, vol. 11, no. 5, pp. 1–13, 2019, doi: 10.1177/1687814019847401.]
- [4] J. J. B. Patricia Donnadieu, Souad Benrhaiem, Gilles Renou, Chunyang Zhang, Catherine Tassin, "Deformation of Mg- γ Mg17Al12 in Situ Composites, Room Temperature Mechanical Behaviour, Microstructures And Mechanisms," *Intermetallics*, vol. 132, pp. 107-127, 2021.
- [5] B. Equations, "Deflections of Beams With Varying Rectangular Cross Section," 1993.
- [6] Y. Zhou, Y. Xia, and Y. Fujino, "Analytical Formulas of Beam Deflection Due to Vertical Temperature Difference," *Eng. Struct.*, vol. 240, no. March, p. 112366, 2021, doi: 10.1016/j.engstruct.2021.112366.
- [7] T. Markiewicz and J. Turner, "Observation of Deflection of a Beam of Multi-GeV Electrons by a Thin Crystal," *Phys. Rev. Lett.*, no. May, 2015, doi: 10.1103/PhysRevLett.114.074801.
- [8] J. Park, "An Experimental and Analytical Study on the Deflection Behavior of Precast Concrete Beams with Joints," *Appl. Sci.*, doi: 10.3390/app7111198.
- [9] J. Sun, C. Gui, Z. Li, and Z. Li, "Influence of Journal Misalignment Caused by Shaft Deformation Under Rotational Load on Performance of Journal Bearing," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 219, no. 4, pp. 275–283, 2005, doi: 10.1243/135065005X33937.
- [10] J. Sun and G. Changlin, "Hydrodynamic Lubrication Analysis of Journal Bearing Considering Misalignment Caused by Shaft Deformation," *Tribol. Int.*, vol. 37, no. 10, pp. 841–848, 2004, doi: 10.1016/j.triboint.2004.05.007.
- [11] G. Zhao, S. Meng, C. Guan, and Y. Yang, "Test Study on the Stress And Deformation Behaviors of A Shaft Supported By A Prefabricated Prestressed Structure," *Appl. Sci.*, vol. 9, no. 4, 2019, doi: 10.3390/app9040629.
- [12] Y. C. Chen, "Time-Varying Dynamic Analysis of A Helical-Geared Rotor-Bearing System with Three-Dimensional Motion Due to Shaft Deformation," *Appl. Sci.*, vol. 10, no. 4, 2020, doi: 10.3390/app10041542.
- [13] W. Sumelka, T. Blaszczyk, and C. Liebold, "Fractional Euler-Bernoulli Beams: Theory, Numerical Study and Experimental Validation," *Eur. J. Mech. / A Solids*, 2015, doi: 10.1016/j.euromechsol.2015.07.002.
- [14] S. Ichikawa, Y. Mihara, and T. Someya, "Study on Main Bearing Load and Deformation of Multi-Cylinder Internal Combustion Engine: Relative Inclination between Main Shaft and Bearing," *JSAE Rev.*, vol. 16, pp. 383–386, 1995, doi: 10.1016/0389-4304(95)00036-7.
- [15] S. L. Shafer, "Numerical Analysis and Experimental Research of Deformation of Gear Shaft in Laser Cladding on Teeth Surfaces," in *Anesthesia and Analgesia*, 2010, vol. 111, no. 6, p. 1561, doi: 10.1213/ANE.0b013e3182009a22.
- [16] C. Sivakumar, "Natural Frequency and Deformation Analysis of Drive Shaft for An Automobiles," *Mater. Today Proc.*, vol. 45, pp. 7031–7042, 2020, doi: 10.1016/j.matpr.2021.01.640.
- [17] T. He, D. Zou, X. Lu, Y. Guo, Z. Wang, and W. Li, "Mixed-Lubrication Analysis of Marine Stern Tube Bearing Considering Bending Deformation of Stern Shaft and Cavitation," *Tribol. Int.*, vol. 73, pp. 108–116, 2014, doi: 10.1016/j.triboint.2014.01.013.
- [18] S. K. Bharti, A. Sinha, A. K. Samantaray, and R. Bhattacharyya, "Dynamics of A Rotor Shaft Driven by A non-Ideal Source Through A Universal Joint," *J. Sound Vib.*, vol. 499, p. 115992, 2021, doi: 10.1016/j.jsv.2021.115992.
- [19] J. Sun, C. Gui, and Z. Li, "An Experimental Study of Journal Bearing Lubrication Effected by Journal Misalignment as A Result of Shaft Deformation Under Load," *J. Tribol.*, vol. 127, no. 4, pp. 813–819, 2005, doi: 10.1115/1.2033007.
- [20] M. R. M. Asyraf, M. R. Ishak, S. M.

- Sapuan, N. Yidris, and R. A. Ilyas, "Woods and Composites Cantilever Beam: A Comprehensive Review of Experimental," *J materres technol.*, vol. 9, no. 3, pp. 6759–6776, 2020, doi: 10.1016/j.jmrt.2020.01.013.
- [21] C. Faella, E. Martinelli, and E. Nigro, "Shear Connection Nonlinearity and Deflections of Steel – Concrete Composite Beams: A Simplified Method," *J. Struct. Eng.*, no. January, pp. 12–20, 2003.
- [22] E. Ali, "A Simplified Stress Analysis of Functionally Graded Beams and Influence of Material Function on Deflection," *Appl. Sci.*, 2021.
- [23] S. Kim and K. Kim, "Prediction of Deflection of Reinforced Concrete Beams Considering Shear Effect," *Materials (Basel)*, 2021.
- [24] V. K. R. Kodur and M. Dwaikat, "A Numerical Model for Predicting the Fire Resistance of Reinforced Concrete Beams," *Cem. Concr. Compos.*, vol. 30, pp. 431–443, 2008, doi: 10.1016/j.cemconcomp.2007.08.012.
- [25] Y. Chen, "Effect of Residual Shaft Bow on the Dynamic Analysis of A Double-Stage Geared Rotor-Bearing System with Translational Motion Due to Shaft Deformation," *Adv. Intell. Mechatron. Syst. Precis. Eng.*, vol. 11, no. 5, pp. 1–13, 2019, doi: 10.1177/1687814019847401.
- [26] Y. Chen and C. Kuo, "Dynamic Analysis of A Geared Rotor-Bearing System with Translational Motion Due to Shaft Deformation Under Residual Shaft Bow Effect," in *MATEC Web of Conferences 119*, 2017, vol. 01014.
- [27] M. Batista, "Large Deflections of A Beam Subject to Three-Point Bending," *Int. J. Non. Linear. Mech.*, pp. 1–9, 2014, doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2014.11.024.
- [28] T. Huang, Y. Yuan, J. L. Zheng, E. Avital, and P. H. Wen, "Large Deformations of Tapered Beam with Finite Integration Method," *Eng. Anal. Bound. Elem.*, vol. 107, no. June, pp. 115–123, 2019, doi: 10.1016/j.enganabound.2019.06.017.
- [29] W. Wei and L. Teck-seng, "On The Estimation of the Large Deflection of A Cantilever Beam"
- [30] D. Karagiozova, T. X. Yu, S. Y. Shi, and L. Zhu, "On the Influence of Elasticity on the Large Deflections Response of Circular Plates to Uniform Quasi-Static Pressure," *Int. J. Mech. Sci. Receiv.*, 2017, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2017.07.032.
- [31] A. Pagani and E. Carrera, "Large-Deflection and Post-Buckling Analyses of Laminated Composite Beams by Carrera Unified Formulation," *Compos. Struct.*, 2017, doi: 10.1016/j.compstruct.2017.03.008.
- [32] A. Banerjee, B. Bhattacharya, and A. K. Mallik, "Large Deflection of Cantilever Beams with Geometric non-Linearities: Analytical and Numerical Approaches," *Int. J. Non. Linear. Mech.*, no. June, 2008, doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2007.12.020.
- [33] H. Tari, "On the Parametric Large Deflection Study of Euler – Bernoulli Cantilever Beams Subjected to Combined Tip Point Loading," *Int. J. Non. Linear. Mech.*, vol. 49, pp. 90–99, 2013, doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2012.09.004.
- [34] T. Beléndez, C. Neipp, and A. Beléndez, "Large and Small Deflections of A Cantilever Beam," vol. 23, no. 3, pp. 371–379, 2002, doi: 10.1088/0143-0807/23/3/317.
- [35] Y. Z. Yin and Y. C. Wang, "A Numerical Study of Large Deflection Behaviour of Restrained Steel Beams at Elevated Temperatures," *J. Constr. Steel Res.*, vol. 60, pp. 1029–1047, 2004, doi: 10.1016/j.jcsr.2003.09.005.
- [36] H. Wei, Q. X. Pan, O. B. Adetoro, E. Avital, Y. Yuan, and P. H. Wen, "Dynamic Large Deformation Analysis of A Cantilever Beam," *Math. Comput. Simul.*, vol. 174, pp. 183–204, 2020, doi: 10.1016/j.matcom.2020.02.022.
- [37] Y. Yu, S. Zhu, Q. Xu, and P. Zhou, "A Novel Model of Large Deflection Beams with Combined End Loads in Compliant Mechanisms," *Precis. Eng.*, 2015, doi: 10.1016/j.precisioneng.2015.09.003.
- [38] D. Li, Y. Shen, and J. Xu, "Zr 61 Ti 2 Cu 25 Al 12 Bulk Metallic Glass Under

- [38] *Three-Point Bending: Characteristic of Large-Deflection Deformation," Intermetallics*, vol. 132, no. February, p. 107156, 2021, doi: 10.1016/j.intermet.2021.107156.
- [39] S. L. L. and O. C. Z. T. M. WANO, "A Numerical Analysis of Large Deflections of Beams," *Int. J. Mech. Sci. Pergamon Press Ltd*, vol. 3, pp. 219–228, 1961.
- [40] B. Y. V. V Nishawala, "A Study of Large Deflection of Beams and Plates," 2011.
- [41] P. Huang, C. Chen, and G. Xiao, "Feasibility Analysis on Using Shaft in the Region with Large Deformation," *Procedia Eng.*, vol. 26, pp. 1726–1730, 2011, doi: 10.1016/j.proeng.2011.11.2360.
- [42] M. Luo, D. Liu, and H. Luo, "Real-Time Deflection Monitoring for Milling of A Thin-Walled Workpiece by Using PVDF Thin-Film Sensors with A Cantilevered Beam as A Case Study," *sensors Artic.*, 2016, doi: 10.3390/s16091470.
- [43] A. Pytel, *Mechanics of Materials*. 2012.