مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (40) العدد (5) 2018
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (40) No. (5) 2018

إيجاد حلول تامة لمعادلة Burger's-Huxley المعممة ذات الأمثال الثابتة بطريقة منشور (G'/G) المعدلة.

د. رامز كروم*[1]
د. سامي انجرو**
كلوديا سميع جندي***

(تاريخ الإيداع 2 / 7 / 2018. قُبِل للنشر في 2 / 10 /2018)

□ ملخّص □

يهدف هذا البحث إلى إيجاد حلول تامة ذات موجة منعزلة لمعادلة Burger's-Huxley المعممة ذات الأمثال الثابتة، باستخدام طريقة منشور (G'/G) المعدلة. حيث اننا نحصل بتطبيق خطوات طريقة منشور (G'/G) المعدلة على جملة تسع معادلات بتسع مجاهيل نحلها بمساعدة برامج الحسابات الرياضية مثل Maple و Mathematica.

الكلمات المفتاحية: معادلة Burger's-Huxley المعممة – الحل التام– طريقة منشور (G'/G) المعدلة–معادلة تفاضلية جزئية غير خطية.

[1] *أستاذ مساعد– قسم الرياضيات– كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية .
**أستاذ مساعد – قسم الرياضيات– كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية .
*** طالبة دراسات عليا (ماجستير)– قسم الرياضيات – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (40) العدد (5) 2018
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (40) No. (5) 2018

Finding Exact Solution For Generalized Burgers-Huxley Equation With Constant Coefficients by the modified (G'/G) expansion method.

Dr. Ramez Karoum*[2]
Dr. Sami Injrou**
Klodia Jendy***

(Received 2 / 7 / 2018. Accepted 2 / 10 /2018)

ABSTRACT

The aim of this work is finding exact solutions to generalized Burger's-Huxley equation with constant coefficients, by using the modified (G'/G)-expansion method, Where we get the application of the steps of the modified (G'/G)-expansion method on the statement of nine equations with nine variables .we solve it with aid of symbolic programs as Maple and Mathematica

Keywords: Burger's Huxley equation- exact solution- modified (G'/G) expansion- nonlinear partial differential equations.

[2] ***Associate Professor , Departement of Mathematics , Faculty of Sciences , Tishreen University , Lattakia , Syria.**
**** Associate Professor , Departement of Mathematics , Faculty of Sciences , Tishreen University , Lattakia , Syria.**
***** Master's Student, Departement of Mathematics, Faculty of Sciences, Tishreen University, Lattakia, Syria.**

مقدمة:

قدم الباحثان Hodgkin و Huxley قبل نصف قرن من الزمن نموذجا جديداً يبحث في تدفق التيار الكهربائي من خلال غشاء سطح الألياف العصبية للحبار العملاق وذلك في سلسلة من التجارب الكهربائية والتي نشرت عام 1952 [1]. يتمثلهذا النموذج في معادلة Huxley التفاضلية الجزئية غير الخطية من المرتبة الثانية ذات الشكل :

$$u_t = u_{xx} + u(\mathrm{p}-\mathrm{u})(\mathrm{u}-1) \qquad (1)$$

في عام 1969قام الباحثان Fitzhuogh و Nagumo [2] بتطوير معادلة Huxley لتصبح بالشكل:

$$u_t - u_{xx} + \beta u(\mathrm{p}-\mathrm{u}^n)(1-\mathrm{u}^n) = 0 \qquad (2)$$

حيث أن $u = u(x,t), p \in (0,1)$ و $\beta, \mathrm{n} \ge 0$ ثوابت حقيقية، تعرف هذه المعادلة بمعادلة هاكسلي المعممة أو معادلةNagumo–Fitzhuogh. إذ تصف توليد النبض في الألياف العصبية وحركة الجدار في البللورات السائلة. لاحقا في العام 1986 قدمSatsuma الشكل الأكثر عمومية لمعادلة Huxley والمعروف بمعادلة -Burger's Huxley المعممة [3,4]. وهذه المعادلة هي نموذج للتفاعل بين آليات رد الفعل وآثار الحمل الحراري ولها الصيغة الآتية:

$$u_t + \alpha u^n u_x - u_{xx} = \beta u(\mathrm{u}^n - p)(1-\mathrm{u}^n) \qquad (3)$$

حيث أن $u = u(x,t), p \in (0,1)$ و $\mathrm{n} \ge 0$ و α, β ثابتان حقيقيان. من الجدير بالذكر أن كل من معادلةHuxley و معادلة Huxley العامة (Nagumo–Fitzhuogh)، ومعادلة Burger's تعد حالات خاصة من معادلة -Burger's Huxley المعممة[5].فمن أجل$\alpha = 0, \beta = n = 1$نحصل على (1)، وعندما $\alpha = 0$ نحصل على (2)، ومن أجل $\alpha = 0, \mathrm{n} = 1$ تنتج معادلة Burger's ذات الشكل الآتي:

$$u_t - u_{xx} = \beta(1-u)(u-p) \qquad (4)$$

حيث$u = u(x,t)$ في كل ما سبق دالة تمثل الجهد الكهربائي عبر غشاء الخلية.

تطرق الكثير من الباحثين لحل معادلة Burger's-Huxley المعممة بالاعتماد على العديد من الطرق المستخدمة لحل المعادلات التفاضلية الجزئية. كان أولهم Wang عام 1990 [6]، وقام Hassan N.A. Ismail بحلها باستخدام طريقة أدوميان التحليلية عام 2004 في[7]، وكذلك I.Hashim بطريقة أدوميان التحليلية عام 2006 في [4]، وفي عام 2012 قام Moke Krisnangkura بحلها بطريقةhyperbolic tangent في [8]، كما حلهاHua Goo بطريقة الدالة الأسية عام 2010 في[9]، وكذلك Yali Duan بطريقة lattic Boltzmann model عام 2012 في [10]،وحلهاRongpei Zhang بطريقة غاليركين المتقطعة في 2012 في المرجع [11]، كما حلها Gang-wei Wangبطريقة منشور (G'/G)عام 2013 في [18]، وحلها A. Sami Bataineh بطريقة Homotopy Analysis عام 2009 في [19].

سنقوم في هذا البحث بإيجاد حلول تامة لمعادلة Burger's-Huxley المعممة ذات الأمثال الثابتة باستخدام طريقة منشور (G'/G)المعدلة.

ترجع طريقة منشور (G'/G) إلى الباحث Wang عام 2008 [12]. وتستند هذه الطريقة إلى أن حلول الموجة المنتشرة يمكن التعبير عنها بشكل كثيرة حدود لـ (G'/G)حيث$G = G(\xi)$ هو حل لمعادلة تفاضلية عادية من المرتبة الثانية [14] .عُدِّلت هذه الطريقة من قبل Zhou Yu-Bin عام 2009 في [15]، واستخدمها Taghizadeh للحصول على حلول تامة لمعادلة Huxley في[13]، كما استخدمها Shehath لحل معادلتي Schrodinge

اللاخطية و Ginzburg Landau من الدرجة الثانية والخامسة في[14].واستخدمها Zhou Yu-Bin للحصول على حلول للمعادلات WHitham-Broer-Kaup- Like في [15]، كذلك استخدمها أيضاً Reza Abazarif للحصول على حلول تامة لمعادلة Jimbo-Miwa في [16]،واستخدمها M.Ali.Akbar لحل معادلة d-Sokolov-'Drinfel Wilson في [17].

أهمية البحث وأهدافه:

يملك هذا البحث اهمية نظرية وتطبيقية من كونه_ يسلط الضوء على إيجاد حلول تامة جديدة لمعادلة-Burger's Huxley المعممة ذات الأمثال الثابتة اعتماداً على طريقة منشور (G'/G) المعدلة، لما لها من أهمية في حل مشاكل لدى الباحثين الفيزيائيين والكيميائيين وغيرهم .

طرائق البحث ومواره:

يندرج هذا البحث تحت اختصاص الرياضيات النظرية وبشكل خاص في مجال المعادلات التفاضلية، لذلك فإن التقنيات الرياضية المستخدمة هنا تعتمد بشكل أساسي على طرائق حل المعادلات التفاضلية الجزئية غير الخطية.

خطوات طريقة منشور (G'/G) المعدلة [14,15]:

إذا كانت لدينا المعادلة التفاضلية الجزئية غير الخطية الآتية:

$$q\left(u, u_t, u_x, u_{tt}, u_{xx}, u_{xt}, \ldots\right)=0 \tag{5}$$

حيث أن $u=u(x,t)$، فإننا نلخص طريقة منشور (G'/G) المعدلة بالخطوات الآتية:

الخطوة الأولي: تتم بإجراء تغيير بالمتحول u المسمى متحول الموجة المنتشرة وفق ما يلي:

$$\xi=x-vt \quad , \quad u(x,t)=u(\xi) \quad , \quad v: const \tag{6}$$

مما يسمح لنا بإرجاع المعادلة (5) إلى معادلة تفاضلية عادية بـ $u=u(\xi)$ بالشكل الآتي:

$$Q_1\left(u,-vu',u',v^2u'',-vu'',u'',\ldots\right)=0 \tag{7}$$

الخطوة الثانية : تتضمن الفرض أن للمعادلة (5) حلا يمكن التعبير عنه بكثيرة حدود لـ (G'/G) وهذا الحل له الشكل الآتي:

$$u(\xi)=\sum_{i=0}^{m} a_i\,(G'/G)^i+\sum_{i=1}^{m} b_i\,(G'/G)^{-i} \tag{8}$$

مع العلم أن $G=G(\xi)$يحقق المعادلة التفاضلية العادية الخطية الآتية:

$$G''+\lambda G'+\mu G=0 \tag{9}$$

وحيث أن $\mu,\lambda,\mathrm{a}_0,\ldots,\mathrm{a}_m,\mathrm{b}_1,\ldots,\mathrm{b}_m$ ثوابت عددية تحدد لاحقاً، و $a_m\neq 0,\mathrm{b}_m\neq 0$، و m عدد صحيح موجب يمكننا حسابه بإجراء موازنة بين المشتقات من مراتب عليا ودرجة الحدود غير الخطية الظاهرة في المعادلة (7).

الخطوة الثالثة: بتعويض الحل المفروض (8) في المعادلة التفاضلية العادية(7) وباستخدام المعادلة(9) يصبح الطرف الأيسر للمعادلة (8) عبارة عن كثيرة حدود لِ (G'/G)، وبمساواة معاملاتها بالصفر نحصل على جملة معادلات جبرية بالمجاهيل: $\lambda,\mu,\mathrm{a}_0,\ldots,\mathrm{a}_m,\mathrm{b}_1,\ldots,\mathrm{b}_m$ والتي يتم حلها باستخدام برامج رياضية مثل Maple أو Mathematica.

الخطوة الرابعة: باعتبار أن حل المعادلة التفاضلية العادية الخطية من المرتبة الثانية(9) معلوم بالنسبة لنا، نعوض حل المعادلة (9) في(8)،فنحصل على حل المعادلة التفاضلية العادية (7)، وبالعودة إلى المتحولات الأصلية نحصل على حل المعادلة التفاضلية الجزئية(5).

النتائج والمناقشة:

إيجاد حلول تامة لمعادلةBurger's-Huxley المعممة ذات الأمثال الثابتة:

سنطبق الآن طريقة منشور (G'/G) المعدلة لحل معادلة Burger's-Huxley التفاضلية الجزئية اللاخطية المعممة (3) ، وبفك الجداءات نحصل على:

$$u_t + \alpha u^n u_x - u_{xx} + \beta p u - \beta(1+p)u^{n+1} + \beta u^{2n+1} = 0 \tag{10}$$

والآن لنطبق خطوات الطريقة على المعادلة (10) كما يلي:

أولا: نجري التغيير الآتي بالمتحول، إذ نفرض أن :

$$\xi = x - ct \Rightarrow u(\xi) = u(x,t) \Rightarrow u_t = -cu', u_x = u', u_{xx} = u''$$

نعوض في (10)، فتصبح المعادلة بالشكل الآتي:

$$-cu' + \alpha u^n u' - u'' + \beta p u - \beta(1+p)u^{n+1} + \beta u^{2n+1} = 0 \tag{11}$$

لنفرض أن: $v = u^n$، وبالتالي بالتعويض في (11) وتصحيح شكل المعادلة نحصل على:

$$-cnvv' + \alpha n v^2 v' - nvv'' - (1-n)v'^2 + \beta p n^2 v^2 - \beta(p+1)n^2 v^3 + \beta n^2 v^4 = 0 \tag{12}$$

يساعدنا إجراء التحويل(6) في تحويل المعادلة التفاضلية الجزئية غير الخطية(3) إلى معادلة تفاضلية عادية غير خطية (11).

ثانياً: بفرض أن للمعادلة (3) حلاً من الشكل:

$$v(x) = \sum_{i=0}^{m} a_i (G'/G)^i + \sum_{i=1}^{m} b_i (G'/G)^{-i} \tag{13}$$

حيث أن $G = G(\xi)$ يحقق المعادلة التفاضلية العادية الخطية من المرتبة الثانية.

$$G'' + \lambda G' + \mu G = 0 \tag{9}$$

وحيث أن $\mu, \lambda, a_0, ..., a_m, b_1, ..., b_m$ ثوابت تحدد لاحقاً، و $a_m \neq 0, b_m \neq 0$،والعدد الصحيح الموجب m يمكن تعيينه من المعادلة(12) وذلك بإجراء مطابقة بين أعلى درجة لحد غير خطي وبين درجة الحد الذي يحوي المشتق بأعلى مرتبة أي بين درجتي الحدين v^4 و vv''، فإذا رمزنا لدرجة v بالرمز $D[v(\xi)]$، فإن:

$$D[v(\xi)] = n \Rightarrow D[v^4] = 4n \quad , \quad D[vv''] = 2n+2 \quad \Rightarrow 4n = 2n+2 \quad \Rightarrow n = 1$$

وبالتعويض في (12) و(13) ينتج لدينا:

$$-cvv' + \alpha v^2 v' - vv'' + \beta p v^2 - \beta(p+1)v^3 + \beta v^4 = 0 \tag{14}$$

$$v(\xi) = a_1\left(\frac{G'}{G}\right) + a_0 + b_1\left(\frac{G'}{G}\right)^{-1} \tag{15}$$

ثالثاً: انطلاقاً من(15) نوجد المشتقات من المراتب المختلفة والقوى المختلفة للتابع v، ثم نحسب الحدود: $v^2, v^3, v^4, vv', vv'', v^2v'$ وبالتعويض في (14) نحصل على كثيرة حدود بقوى (G'/G)، وبجعل معاملات هذه القوى مساوية للصفر نحصل على جملة من المعادلات الجبرية غير الخطية الآتية:

$$\left(\frac{G'}{G}\right)^0 : \begin{cases} -6\beta(1+p)a_0a_1b_1 - \beta(1+p)a_0^3 + \beta a_0^4 + 12\beta a_0^2 a_1 b_1 - \alpha a_0^2 a_1\mu - a_0a_1\lambda\mu + a_0ca_1\mu + 2\beta pa_1b_1 \\ -\alpha a_1^2 b_1\mu - a_0cb_1 + \alpha a_0^2 b_1 + \beta pa_0^2 - a_0b_1\lambda + \alpha a_1b_1^2 + 6\beta a_1^2 b_1^2 - 4a_1b_1\mu - 2a_1b_1\lambda^2 = 0 \end{cases} \tag{16}$$

$$\left(\frac{G'}{G}\right)^1 : \begin{cases} -3\beta(1+P)a_0^2a_1 + 2\beta pa_0a_1 + 12\beta a_0a_1^2b_1 - \alpha a_0^2a_1\lambda + a_0ca_1\lambda - 2\alpha a_0a_1^2\mu - 3\beta(1+p)a_1^2b_1 \\ -\alpha a_1^2b_1\lambda + 4\beta a_1a_0^3 - 2a_0a_1\mu - a_0a_1\lambda^2 - 4\alpha b_1\lambda - a_1^2\lambda\mu + a_1^2c\mu = 0 \end{cases} \tag{17}$$

$$\left(\frac{G'}{G}\right)^2 : \begin{cases} -3\beta(1+p)a_0a_1^2 - 2\alpha a_0a_1^2\lambda - 2a_1^2\mu - a_1^2\lambda^2 - 2a_1b_1 + a_0ca_1 - \alpha a_0^2a_1 + 6\beta a_0^2a_1^2 - 3a_0a_1\lambda + \beta pa_1^2 \\ +4\beta a_1^3b_1 + a_1^2c\lambda - \alpha a_1^3\mu - \alpha a_1^1b_1 = 0 \end{cases} \tag{18}$$

$$\left(\frac{G'}{G}\right)^3 : \left\{ -2a_0a_1 + ca_1^2 - \beta(1+p)a_1^3 - 3a_1^2\lambda + 4a_0a_1^3\beta - 2\alpha a_0a_1^2 + \alpha a_1^3\lambda = 0 \right. \tag{19}$$

$$\left(\frac{G'}{G}\right)^4 : \left\{ \beta a_1^4 - \alpha a_1^3 - 2a_1^2 = 0 \right. \tag{20}$$

$$\left(\frac{G'}{G}\right)^{-1} : \begin{cases} -cb_1^2 - b_1^2\lambda - 3\beta(1+p)a_1^2b_1 + 2\beta pa_0b_1 + 12\beta a_0a_1b_1^2 + \alpha a_0^2b_1\lambda - ca_0b_1\lambda - 3\beta(1+p)a_1b_1^2 \\ +\alpha a_1b_1^2\lambda - 4a_1b_1\lambda\mu + 2\alpha a_0b_1^2 + 4\beta a_0^3b_1 - 2a_0b_1\mu - a_0b_1\lambda^2 = 0 \end{cases} \tag{21}$$

$$\left(\frac{G'}{G}\right)^{-2} : \begin{cases} \alpha b_1^3 - 2b_1^2\mu - b_1^2\lambda^2 - 3\beta(1+p)a_0b_1^2 + \alpha a_0^2b_1\mu + 2\alpha a_0b_1^2\lambda - 3a_0b_1\lambda\mu - a_0cb_1\mu + \alpha a_1b_1^2\mu \\ -2a_1b_1\mu^2 + 4\beta a_1b_1^3 + \beta pb_1^2 - b_1^2c\lambda + 6\beta a_0^2b_1^2 = 0 \end{cases} \tag{22}$$

$$\left(\frac{G'}{G}\right)^{-3} : \left\{ 2\alpha a_0b_1^2\mu - 2a_0b_1\mu^2 - \beta(1+p)b_1^3 + 4\beta a_0b_1^3 + \alpha b_1^3\lambda - 3b_1^2\lambda\mu - b_1^2c\mu = 0 \right. \tag{23}$$

$$\left(\frac{G'}{G}\right)^{-4} : \left\{ -2b_1^2\mu^2 - \beta b_1^4 - \alpha b_1^3\mu = 0 \right. \tag{24}$$

وبسبب كون هذه الجملة غير خطية وتحوي الكثير من المتحولات فلم يستطع برنامج Maple حلها لذلك اضطررنا إلى إعطاء $\alpha, \beta, \mathrm{p}$ قيم عددية كما في المقالات [21],[20] .

وبوضع أن $\alpha = 1, \beta = 1, \mathrm{p} = 1$، وبحل جملة المعادلات الجبرية السابقة باستخدام الـ Maple نحصل على الحلول الآتية:

$$\left\{ c = 2, \mu = \frac{1}{4}\lambda^2, a_0 = 1 - \frac{1}{2}\lambda, a_1 = -1, b_1 = 0 \right\} \tag{25}$$

$$\left\{ c = 0, \mu = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\lambda^2, a_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\lambda, a_1 = -1, b_1 = 0 \right\} \tag{26}$$

$$\left\{ c = -1, \mu = \frac{1}{4}\lambda^2, a_0 = \lambda + 1, a_1 = 2, b_1 = 0 \right\} \tag{27}$$

$$\left\{ c = \frac{3}{2}, \mu = -\frac{1}{16} + \frac{1}{4}\lambda^2, a_0 = \frac{1}{2} + \lambda, a_1 = 2, b_1 = 0 \right\} \tag{28}$$

$$\left\{ c = \frac{3}{2}, \mu = -\frac{1}{16} + \frac{1}{4}\lambda^2, a_0 = -\lambda + \frac{1}{2}, a_1 = 0, b_1 = -\frac{1}{8}(1+2\lambda)(2\lambda - 1) \right\} \tag{29}$$

$$\left\{ c = -1, \mu = \frac{1}{4}\lambda^2, a_0 = 1 - \lambda, a_1 = 0, b_1 = -\frac{1}{2}\lambda^2 \right\} \tag{30}$$

$$\left\{ c = 0, \mu = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\lambda^2, a_0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\lambda, a_1 = 0, b_1 = \frac{1}{4}(-1+\lambda)(\lambda + 1) \right\} \tag{31}$$

$$\left\{c=2,\mu=\frac{1}{4}\lambda^2,a_0=1+\frac{1}{2}\lambda,a_1=0,b_1=\frac{1}{4}\lambda^2\right\} \tag{32}$$

بملاحظة ان حل المعادلة التفاضلية(9) يعطى بالشكل الآتي:

$$G(\xi)=k_1.e^{\left(-\frac{1}{2}\lambda+\frac{1}{2}\sqrt{(\lambda^2-4\mu)}\right)\xi}+k_2.e^{\left(-\frac{1}{2}\lambda-\frac{1}{2}\sqrt{(\lambda^2-4\mu)}\right)\xi} \tag{33}$$

فإن:

$$G'(x)=k_1\left(-\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right).e^{\left(-\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right)x}+k_2\left(-\frac{1}{2}l-\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right).e^{\left(-\frac{1}{2}l-\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right)x} \tag{34}$$

وبالعودة إلى الترميز الأصلي حيث أن $u(x,t)=u(\xi)\ ;\ \xi=x-vt\ ;v:const$ وبالتعويض في (15) نجد أن:

$$v(x)=v(x,t)=a_0+a_1\frac{\left(k_1\left(-\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right).e^{\left(-\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right)(x-ct)}+k_2\left(-\frac{1}{2}l-\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right).e^{\left(-\frac{1}{2}l-\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right)(x-ct)}\right)}{k_1e^{\left(-\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right)(x-ct)}+k_2e^{\left(-\frac{1}{2}l-\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right)(x-ct)}}$$

$$+b_1\frac{\left(k_1e^{\left(-\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right)(x-ct)}+k_2e^{\left(-\frac{1}{2}l-\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right)(x-ct)}\right)}{k_1\left(-\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right).e^{\left(-\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right)(x-ct)}+k_2\left(-\frac{1}{2}l-\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right).e^{\left(-\frac{1}{2}l-\frac{1}{2}\sqrt{(l^2-4m)}\right)(x-ct)}} \tag{35}$$

ثم بأخذ أحد الحلول التي حصلنا عليها من حل جملة المعادلات الجبرية وليكن الحل (29) مثلاً ثم بتعويضه في(35):

$$v(x,t)=-\lambda+\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\frac{(1+2\lambda)(2\lambda-1)\left(k_1e^{(-\frac{1}{2}\lambda+\frac{1}{8}\sqrt{4})(x-\frac{3}{2}t)}+k_2e^{(-\frac{1}{2}\lambda-\frac{1}{8}\sqrt{4})(x-\frac{3}{2}t)}\right)}{k_1(-\frac{1}{2}\lambda+\frac{1}{8}\sqrt{4})e^{(-\frac{1}{2}\lambda+\frac{1}{8}\sqrt{4})(x-\frac{3}{2}t)}+k_2(-\frac{1}{2}\lambda-\frac{1}{8}\sqrt{4})e^{(-\frac{1}{2}\lambda-\frac{1}{8}\sqrt{4})(x-\frac{3}{2}t)}} \tag{36}$$

وباستبدال $u=v^{\frac{1}{n}}$ في (36) نحصل على حل المعادلة (3):

$$u(x,t)=\left(-\lambda+\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\frac{(1+2\lambda)(2\lambda-1)\left(k_1e^{(-\frac{1}{2}\lambda+\frac{1}{8}\sqrt{4})(x-\frac{3}{2}t)}+k_2e^{(-\frac{1}{2}\lambda-\frac{1}{8}\sqrt{4})(x-\frac{3}{2}t)}\right)}{k_1(-\frac{1}{2}\lambda+\frac{1}{8}\sqrt{4})e^{(-\frac{1}{2}\lambda+\frac{1}{8}\sqrt{4})(x-\frac{3}{2}t)}+k_2(-\frac{1}{2}\lambda-\frac{1}{8}\sqrt{4})e^{(-\frac{1}{2}\lambda-\frac{1}{8}\sqrt{4})(x-\frac{3}{2}t)}}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{37}$$

الاستنتاجات والتوصيات:

من خلال طريقة منشور (G'/G) المعدلة نجد أننا حصلنا على مجموعة كبيرة من الحلول التامة الصريحة ذات موجة منتشرة لمعادلة Burger's-Huxley التفاضلية الجزئية غير الخطية المعممة ذات الأمثال الثابتة، وهذا إذ يدل على أن طريقة منشور (G'/G) المعدلة بسيطة ومباشرة وفعالة لحل مثل هذا النوع من المعادلات التفاضلية الجزئية، ولا تتطلب معرفة رياضية متقدمة، ولذلك فهي مناسبة للباحثين العلميين والمهندسين،كما نلاحظ بأن حل المعادلة التفاضلية الجزئية قد ورث طبيعة حل المعادلة التفاضلية العادية (9).

المراجع:

[1]A. L. HODGKIN and A. F. HUXLEY, "*A quantitative description off on currents and Its applications toconduction and excitationin nerve*," The Journal of Physiology, vol. 117, no. 4, pp. 500–544,1952.
[2]D.G. ARONSON, H.F. WEINBERGER, *Multidimensional nonlinear diffusion arising in population genetics,* AdvMath 30 (1978) 33–76.
[3]J. SATSUMA,M. ABLOWITZ, B. FUCHSSTEINER, and M. KRUSKAL, *Topics in Soliton Theory and Exactly Solvable Nonlinear Equations*, World Scientific, Singapore, 1987.
[4] I. HASHIM, M.S.M. NOORANI, M.R. Said Al-HADIDI. *Solving the generalized Burgers–Huxleyequation using the Adomian decomposition method*. Mathematical and Computer Modelling43 (2006) 1404–1411. Malaysia.
[5]IBRAHIM CELIK. *Haar wavelet method for solvinggeneralized Burgers–Huxley equation.* Arab Journal of Mathematical Sciences(2012) 18, 25–37.Turkey.
[6]X. Y.WANG, Z. S. ZHU, and Y. K. LU, "*Solitary wave solutions ofthe generalized Burgers-Huxley equation*," Journal of Physics A,vol. 23, no. 3, pp. 271–274, 1990.China.
[7]HASSAN N.A. ISMAIL , KAMAL RASLAN ,AZIZA A. ABD RABBOH . *Adomiandecomposition method for Burger's–Huxley and Burger's–Fisher equations*. Applied Mathematics and Computation 159 (2004) 291–301. Iran.
[8] MOKE KRISNANGKURA, *Analytic study of the generalized Burger's–Huxley equationby hyperbolic tangent method*,2012.King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangkok, Thailand.
[9]HUA GAO ,RONG-XIA ZHAO. *New exact solutions to the generalized Burgers–Huxley equation.* Applied Mathematics and Computation 217 (2010) 1598–1603. PR China.
[10]YALI DUAN , LINGHUA KONG, RUI ZHANG.*A lattice Boltzmann model for the generalized Burgers–Huxley equation*. Physica A 391 (2012) 625–632. PR China.
[11]RONGPEI ZHANG , XIJUN YU , GUOZHONG ZHAO .*The local discontinuous Galerkin method for Burger's–Huxleyand Burger's–Fisher equations*. Applied Mathematics and Computation 218 (2012) 8773–8778. China.
[12]ML.WANG,X Z LI and JL. ZHANG,*the (G'/G) expansion method and travelling wave solutions of nonlinear evolution equations in mathematical physics, phys lett a 2008.*
[13] N.TAGHIZADEH, N.AZADIAN, M.NAJAND, *Exact soliton solutions of the Huxley equation by the modified (G'/G) expansion method*. MathematicaAeterna, Vol. 2, 2012, no. 5, 473 – 482. Iran.
[14]A.R. SHEHATA , *The traveling wave solutions of the perturbed nonlinear Schrodingerequation and the cubic–quantic Ginzburg Landau equation using themodified(G'/G)-expansion method*, Applied Mathematics and Computation 217 (2010) 1–10, El-Minia, Egypt.
[15]ZHOU YU-BIN† and LI CHAO, *Application of Modified G'/G-Expansion Method to Traveling Wave Solutions for WhithamBroerKaup-Like Equations*. Chinese Physical Society and IOP Publishing Ltd Vol. 51, No. 4, April 15, 2009. China.
[16] REZA ABAZARI, *The Modified (G'/G)-Expansion Method for ExactSolutions of the (3+1)-Dimensional Jimbo-MiwaEquation,* University Journal of Science and EngineeringVolume 9 (2012), No. 1, 59-67, Iran.

[17] M ALI AKBAR ,NORHASHIDAH HJMOHD ALI, and SYED TAUSEEFMOHYUD-DIN, *The modified alternative(G ′/G)-expansion methodto nonlinear evolution equation: application tothe (1+1)-dimensional Drinfel'd-Sokolov-Wilsonequation*, Akbar et al. SpringerPlus 2013,Bangladesh.
[18] GANG-WEI WANG , *New Explicit Solutions of the Generalized Burgers–Huxley Equation*,2013, Vietnam.
[19]A. SAMI BATAINEH , *Analytical Treatment of Generalized Burgers-HuxleyEquation by Homotopy Analysis Method* , 2009 , Malaysia**.**
[20] LI YAO,LIN WANG AND XIN-WEI ZHOU,*application of exp-function method to a Huxley equation with variable coefficient*,2009, China.
[21]MURAT SARI AND GURUHAN GURARSLAN,*numerical solution of the generalized Burgers-huxley equation by a differential quadrature method.2009,Turkee.*