

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
Departamento de Física del Aire y Geofísica



TESIS DOCTORAL

**Modelos estocásticos para la predicción de contaminantes y
variables meteorológicas**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR

Ricardo García Herrera

Madrid, 2015

TF
1985
033

Ricardo García Herrera



x-33-30935-2

MODELOS ESTOCÁSTICOS PARA LA PREDICCIÓN DE CONTAMINANTES
Y VARIABLES METEOROLÓGICAS

Departamento de Física del Aire y Geofísica
Facultad de Ciencias Físicas
Universidad Complutense de Madrid
1985



LIBROTECA

Colección Tesis Doctorales. Nº 33/85

© Ricardo García Herrera
Edita e imprime la Editorial de la Universidad
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía
Noviciado, 3 28015 Madrid
Madrid, 1985
Xerox 9400 X 721
Depósito Legal: M-6305-1985

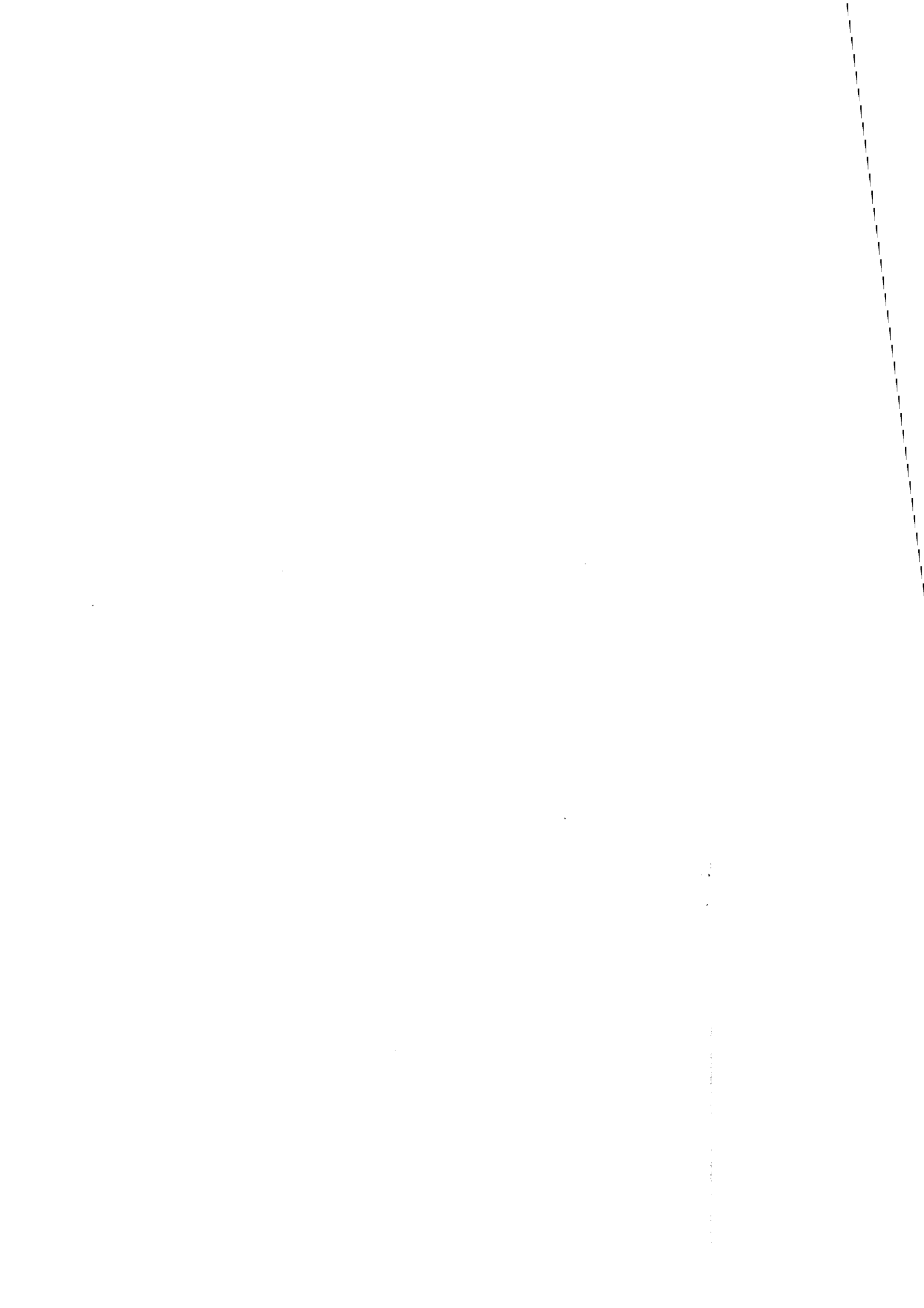
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS

MODELOS ESTOCASTICOS PARA LA PREDICION DE CONTAMINANTES
Y VARIABLES METEOROLOGICAS.

Memoria que, para optar al grado de Doctor en Ciencias
Físicas, presenta el licenciado Ricardo García Herrera.

Madrid, Septiembre de 1982.

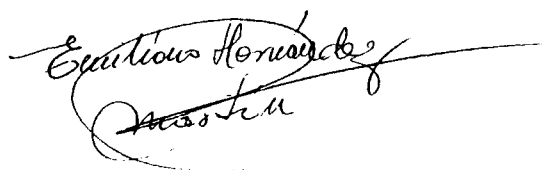


EMILIANO HERNANDEZ MARTIN, PROFESOR ADJUNTO DE METEOROLOGIA
DINAMICA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS DE
LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID,

CERTIFICO:

Que la presente memoria "MODELOS ESTOCASTICOS PARA LA PREDICION DE CONTAMINANTES Y VARIABLES METEOROLOGICAS", ha sido realizada bajo mi dirección en el Departamento de Física del Aire y Geofísica de la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad Complutense de Madrid por D. Ricardo García Herrera y que constiuye su Tesis para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas.

Y, para que conste, firmo la presente certificación en Madrid a trece de Septiembre de mil novecientos ochenta y dos.

A handwritten signature in cursive script, reading "Emiliano Hernández Martín", with a long horizontal line extending to the right.



Quiero expresar mi gratitud:

Al Departamento de Física del Aire y Geofísica de la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad Complutense de Madrid por las facilidades prestadas en la realización de esta memoria.

A mi Profesor y Director de esta Tesis Doctoral Dr. D. Emiliano Hernández Martín que, con su constante apoyo y colaboración, me dió los suficientes estímulos para llevarla a buen término.

Al Profesor Dr. D. Joaquín Catalá de Alemany por la orientación de él obtenida. Así mismo, y, de un modo especial al Profesor Dr. D. Francisco Valero Rodríguez por haberme iniciado en este campo.

A la Profesora Dra. Giovana Finzi por los útiles consejos recibidos durante mi estancia en su Departamento del Politécnico de Milán.

Al Departamento de Medio Ambiente y Contaminación Atmosférica del Excmo. Ayuntamiento de Madrid por las facilidades dadas en la obtención de los datos Al Profesor Dr. D. José M. García-Santesmases por la ayuda prestada en el tratamiento informático de este trabajo.

También, muy especialmente, a mis compañeros y amigos Bernardino Maroto y Profesor Dr. D. Pedro Sancho y a todos aquellos que, de una forma u otra hicieron posible la realización de esta memoria.

A mis padres

INDICE

	<u>pág.</u>
I - Introducción	1
I.1 Influencia de diversos factores meteorológicos en la predicción de niveles de contaminación.	1
I.2 La modelización de contaminantes en el medio ambiente atmosférico.	7
I.3 Objetivos	17
II - Datos básicos	21
II.1 Introducción	21
II.2 Análisis preliminar de las concentraciones de SO ₂	23
II.3 Análisis espectral.	39
II.3.1 Introducción	39
II.3.2 Espectros de las series temporales	39
II.3.3 Filtros	51
II.3.4 Espectros de las series filtradas	54
II.3.5 Trazado de los continuos en los espec- tros filtrados	58
II.3.6 Consideraciones sobre el posible ori- gen de la periodicidad	62
III - Índice de contaminación en un área	69
III.1 Introducción	69
III.2 El PDS	70
III.2.1 Definición del PDS	70
III.2.2 Elección de sectores	72
III.2.3 Recinto urbano de Madrid y áreas de influencia	75

	<u>pág.</u>
III.3 Resultados	82
III.3.1 Sectores	82
III.3.2 Análisis de los valores del PDS	84
III.3.3 Espectros	90
III.4 Característica meteorológicas que determinan la presentación de valores máximos de PDS.	93
IV - Un modelo sencillo de predicción	98
IV.1 Introducción.	98
IV.2 Bases teóricas de los modelos.	99
IV.2.1 Procesos estacionarios.	99
IV.2.2 Procesos no estacionarios	103
IV.3 La modelización univariante	106
IV.3.1 Técnicas de identificación	106
IV.3.2 Resultados univariantes	107
IV.3.3 Verificación de los resultados	110
V - Funciones de transferencia construídas a partir de variables meteorológicas.	114
V.1 Introducción	114
V.2 Bases teóricas	115
V.2.1 Fundamentos	115
V.2.2 Transformaciones previas	120
V.3 Variables rectoras: su elección y evaluación.	120
V.4 Funciones de transferencia.	131
V.4.1 Su estimación	131
V.4.2 Resultados en tiempo real	135
V.4.3 La inclusión del PDSI	136
V.4.4 El PDSI	139
V.5 Criterios sobre la bondad de los modelos	140

	<u>pág.</u>
VI - Modelos discretos para los patrones meteorológicos	143
VI.1 Introducción	143
VI.2 Fundamento teórico	144
VI.3 Modelización ARMAX del PDS	145
VI.3.1 Los parámetros según las condiciones me- teorológicas.	145
VI.3.2 Funciones que se consideran e influencias introducidas	147
VI.3.3 Expresiones alcanzadas	150
VI.3.4 Bondad de los modelos ARMAX	157
VII - Predicción de variables meteorológicas: tempera- tura y velocidad.	159
VII.1 Introducción	159
VII.2 Ajuste autorregresivo del viento	160
VII.3 Predicción de temperaturas mínimas	161
VII.3.1 Modelos previos de diferentes autores.	161
VII.3.2 Discriminación de variables.	164
VII.3.3 Modelos de función de transferencia de la temperatura mínima.	169
VII.4 Aplicación de los modelos meteorológicos	178
VIII - Resumen y conclusiones	180
IX - Bibliografía.	185
X - Apéndice	210



I. INTRODUCCION

I.1 Influencia de diversos factores meteorológicos en la predicción de niveles de contaminación.

Aunque la contaminación del medio ambiente es un problema antiguo para el hombre, el interés que actualmente se está presentando a dicha cuestión ha surgido, en cambio, recientemente. Fue a partir de la revolución industrial cuando en los principales centros fabriles se produjeron las primeras incidencias serias sobre el hábitat humano, pero sólo en las últimas décadas, debido al aumento desmesurado de las ciudades e industrias, se ha comenzado a considerar científicamente.

Centrando la atención sobre el medio ambiente atmosférico, está claro que los principales factores determinantes de la situación contaminante son: la emisión de elementos extraños en el seno de la atmósfera y su poder difusor. Este último está condicionado por el conjunto de variables meteorológicas que determinan el estado de la atmósfera en cada instante y que, una vez delimitada la influencia de cada una de ellas, se convertirán en los parámetros rectores de tipo meteorológico que rigen el comportamiento de tales sustancias ajenas a la composición del aire y cuya emisión depende de cada configuración.

La delimitación de la acción que cada uno de los parámetros meteorológicos ejerce sobre los agentes contaminadores ha sido abor

dada de las más diversas maneras por los diferentes autores que se han ocupado de este tema.

Al considerar la difusión de las diferentes sustancias en el seno de la capa límite planetaria, que es la región donde mayor interés presenta su conocimiento, se deberá tener en cuenta que el comportamiento de los contaminantes en la capa límite atmosférica satisface la conocida ecuación de advección-difusión

(1) que se puede expresar:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uc) + \frac{\partial}{\partial y}(vc) + \frac{\partial}{\partial z}(wc) = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) + R_i(c, T) + S \quad (1.1)$$

siendo:

c: concentración del contaminante.

u, v, w: componentes de la velocidad.

D: coeficiente de difusión molecular.

T: temperatura.

R_i: ritmo de formación de los contaminantes debido a reacciones químicas en el seno de la atmósfera.

S_i: intensidad de emisión de las fuentes.

Por otra parte, en muchos problemas de dinámica de fluidos en los que intervienen reacciones químicas, esta ecuación se debe resolver necesariamente de manera simultánea con las ecuaciones de balance de masa, cantidad de movimiento y energía para describir apropiadamente tanto los cambios que tienen lugar en la concentración, la velocidad y la temperatura, como las interrelaciones que se producen entre estas variables.

El sistema que se origina está formado por ecuaciones diferenciales no lineales y sus soluciones analíticas no se conocen en la actualidad, lo que obliga a recurrir a métodos numéricos de integración, extremadamente complejos y laboriosos, de dudosa aplicación práctica.

Sin embargo, en el problema de la contaminación urbana, salvo cuando están presentes aspectos fotoquímicos, las concentraciones no afectan a los parámetros meteorológicos, con lo que la ecuación de continuidad se puede resolver independientemente de las Navier-Stokes y de energía. De esta manera será suficiente resolver la primera para conocer el comportamiento de los contaminantes y los factores que lo determinan. Inspeccionando la expresión (I.1) podría parecer a primera vista, que las variables que rigen la evolución de la concentración comprenden únicamente la temperatura y la velocidad del viento por una parte y, por otra, el tipo, naturaleza y localización relativa de las fuentes, así como de las reacciones químicas que experimenta el contaminante. Ahora bien, si se tiene en cuenta que los flujos atmosféricos son turbulentos y que, por tanto, las variables se pueden representar como suma de dos componentes, una determinística y otro estocástica, equivalentes al valor medio y a la perturbación de cada variable, la ecuación (I.1) se podrá escribir:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}\bar{c}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{v}\bar{c}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{w}\bar{c}) + \frac{\partial}{\partial x}\overline{u'c'} + \frac{\partial}{\partial y}\overline{v'c'} + \frac{\partial}{\partial z}\overline{w'c'} = \bar{R} + S$$

donde $c = \bar{c} + c'$ siendo $\bar{c}' = 0$

Su resolución está complicada por la aparición de los términos que contienen perturbaciones pero se pueden obtener soluciones analíticas del sistema lineal resultante y es precisamente a través de los términos perturbados donde se pone de manifiesto la influencia de variables meteorológicas distintas de la velocidad del viento y la temperatura ya mencionadas. En efecto, si se considera la representación de los términos perturbados mediante la teoría K (2,3,4,5), entonces se tiene que

$$\overline{u'c'} = -K_{xx} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \quad \overline{v'c'} = -K_{yy} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \quad \overline{w'c'} = -K_{zz} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}$$

siendo K_{xx} , K_{yy} y K_{zz} las componentes diagonales de un tensor de segundo orden (denominador tensor de K o de difusividad) que representan los coeficientes de difusividad cuyo conocimiento será imprescindible para resolver la ecuación que aquí se trata. Los valores de K dependen de las condiciones meteorológicas reinantes y será necesario determinarlos empíricamente en cada caso, de acuerdo con el contaminante estudiado y las características físicas del terreno y del flujo del aire.

Generalmente es factible y lícito suponer que la velocidad media es paralela al suelo con componentes $u \neq 0$, $v \neq 0$ y $w=0$, consiguientemente, la única forma válida de la teoría K consiste en suponer $K_{xx} = K_{yy} = K_M$ y $K_{zz} = K_V$, siendo solamente dos de los coeficientes de difusividad a evaluar, uno horizontal y otro vertical. Estos son difíciles de conocer a través de medidas directas y generalmente se calculan a partir de los datos observados, aunque se ha podido saber que K es una función de la velocidad local y del campo de cizalladura, es decir, de la estratificación térmica y

del gradiente de temperaturas. La relación funcional entre la difusividad vertical y estas variables es desconocida.

Se observa, por tanto, una dependencia entre el comportamiento de la concentración de los contaminantes y la meteorología a través de los siguientes términos u , v , w , T , K_M y K_V . Pero, no son estas las únicas relaciones que se pueden poner de manifiesto. En efecto, la resolución de la ecuación de continuidad necesita ineludiblemente la imposición de ciertas condiciones de contorno. Cabe mencionar la delimitación de la región en la cual se estudia el problema, siendo fundamental el conocimiento de la altura hasta la cual se extiende la zona particular. Dicho valor viene limitado por una nueva variable meteorológica: la altura de la inversión, cuyo conocimiento resulta de esta manera vital para la resolución del problema.

Aunque, como se acaba de exponer, se conocen las magnitudes que teóricamente influyen en la presentación de dichos niveles de concentración dados, su aplicación práctica no es inmediata debido al gran número de agentes locales existentes que influyen de formas muy diferentes entre sí. De esta manera, las expresiones generales se deben aplicar con gran precaución, pues cada situación es un universo con facetas muy específicas, las cuales se deben incorporar mediante el procedimiento más conveniente.

A causa de todo ello habrá que proceder a una valoración cualitativa y cuantitativa de cada variable concreta junto con los

demás factores que afectan a los procesos de difusión atmosféricos. Dentro de estos, Monin distingue cuatro grupos (6).

El primero de ellos se refiere a la manera en que los diferentes compuestos son emitidos y quedan inmersos en las capas bajas del aire (fuentes antropogénicas o naturales, puntuales o extensas, continuas o instantáneas, etc.). El segundo incluye el de los factores responsables del transporte de la materia; en él se englobarán todas las variables necesarias para describir hidrodinámicamente los procesos cinemáticos y turbulentos que tienen lugar en el seno de la atmósfera. Para este autor el conocimiento del campo de vientos tanto horizontal como vertical así como de la estratificación térmica reinante permiten dar cuenta satisfactoriamente de este grupo. El tercero trata de todos aquellos aspectos referentes a la naturaleza del propio contaminante, prestando especial interés a las interacciones que se producen entre el compuesto estudiado y todos los demás presentes en el medio ambiente atmosférico. En el último apartado, el autor engloba todos los factores relativos a la interacción del producto contaminante con la superficie de la tierra o del mar, y en general, en todas aquellas superficies de interfase o separación entre dos medios o dos zonas de un mismo medio, poseedoras de características diferentes entre sí. Todos estos conjuntos de factores señalados por Monin se reflejan en la expresión (1). Así, el término S_i representa la emisión debida a las fuentes y, por tanto, la inyección de materiales en el seno del aire atmosférico. R_i da cuenta de las reacciones de todo tipo que, teniendo lugar en el medio ambiente afectan al compuesto considerado. Los factores meteorológicos ya se han tratado

con detalle y, en cuanto a los efectos límites, éstos se pueden reflejar mediante las condiciones iniciales y de contorno.

Con todo lo anterior se ha obtenido una detallada perspectiva de las influencias meteorológicas en los procesos de transporte y difusión de material contaminante y de parte de las dificultades de tipo práctico que su determinación acarrea. En cuanto a los términos representativos de las reacciones químicas y de las fuentes de emisión del contaminante, el primero de ellos es de gran importancia en los casos de contaminación fotoquímica, pero, si esto no ocurre así, se puede depreciar. Por otra parte, el término S_i de las fuentes emisoras es relativamente simple en casos de focos poco numerosos y localizados (por ejemplo en zonas industriales), pero no así en zonas urbanas, en las cuales el carácter es múltiple y existen en gran número y no se encuentran regularmente distribuidas. Esta clase de cosas hace que, en muchas ocasiones, los intentos de resolución directa se vean condenados al fracaso desde el inicio y no se puedan abordar, por lo que se deberá recurrir a procesos indirectos.

1.2 La modelización de contaminantes en el medio ambiente atmosférico.

Toda esta problemática ha llevado a la realización de una gran cantidad de trabajos; los puntos de vista de los autores varían desde aquellos que se limitan a realizar un estudio empírico de las correlaciones obtenidas experimentalmente, hasta los que formulan un modelo capaz de describir, con mayor o menor exactitud,

el comportamiento de la concentración de contaminante registrada en un cierto lugar. Así, se pueden distinguir tres grandes clases de modelos: puramente empíricos, estructurales y estocásticos.

Por lo que respecta a los empíricos, entre ellos se encuentra el de Turner (7) que relaciona las concentraciones medias diarias de SO_2 en Nashville con la temperatura, la estabilidad y la velocidad del viento, encontrando la mejor correlación con la temperatura. Baulch (8) estudió también el SO_2 en Nashville en relación con la clasificación Brookhaven (9) de rafagosidad del viento. Newall y Feves (10) encontraron una dependencia inversa entre las concentraciones medias diarias de SO_2 y la velocidad del viento en Londres, pero no así con la precipitación. Breuer y Winkler (11) constataron la correlación existente entre los altos niveles de SO_2 y las bajas velocidades del viento en el área Colonia-Leverkusen. Marsh y Foster (12), en un trabajo ya clásico, encontraron que las concentraciones de SO_2 en Reading estaban mejor correlacionadas con la temperatura que con la velocidad o la dirección del viento; iguales conclusiones fueron alcanzadas por Petersen (13) y Mac. Lauglin et al. (14) en el área de St. Louis y en el valle de Ohio. Así mismo, Schmidt y Velds (15) pusieron de manifiesto la relación que se verificaba entre el descenso de SO_2 registrado en Rotterdam y el aumento en la velocidad del viento, la temperatura y la precipitación, así como un descenso en los tipos de circulación sinóptica desfavorables. Halliday y Kenney (16) estudiaron también los efectos de la salida y la puesta de sol sobre la concentración de diversos contaminantes. Gorr et al. (17) han es

tudiado, por otra parte, la influencia de las condiciones de calma en la acumulación de ciertos productos nocivos.

La técnica más sencilla empleada en este tipo de estudios consiste en analizar las correlaciones entre los niveles de concentración de un cierto agente contaminante y los diversos factores meteorológicos. De este tipo es el trabajo realizado por Zanetti et al (18) para el SO_2 en la ciudad de Venecia. En él se estudian mediante correlaciones y rosas de contaminante los efectos de: la dirección del viento, el módulo de la velocidad del viento, la temperatura, la precipitación, la humedad, la niebla y la clase de estabilidad. La contribución más importante viene dada por los tres primeros parámetros, siendo la más importante la de la velocidad del viento. Las demás variables casi no afectan a los niveles de SO_2 registrados y, si lo hacen, es debido a que están íntimamente relacionados con la velocidad o la dirección del vector viento que resulta el parámetro fundamental a tener en cuenta.

Raynor et al. (19 y 20) han realizado dentro de esta misma línea un examen exhaustivo, aunque no demasiado original, sobre los efectos de varias variables meteorológicas en los ciclos diarios y estacional que presenta el SO_2 y especialmente en las situaciones episódicas durante las cuales se registran una gran acumulación de contaminantes. Las magnitudes introducidas han sido: dirección y velocidad del viento, rafagosidad del mismo, temperatura y precipitación. Como en casi todos estos estudios, son aquellos parámetros relacionados con el vector viento los que más contribuyen a

explicar la variabilidad de los niveles de concentración. La contribución de la meteorología a los aspectos típicos que presentan los contaminantes fotoquímicos en diversos núcleos urbanos ha sido también estudiada por Brunz et al. (21), Cleveland et al. (22), Elkus y Wilson (23) y Karl (24), prestando todos ellos una especial atención a la radiación y la temperatura. Es particularmente atractiva la relación puesta de manifiesto por Harrison et al. (25) entre el descenso experimentado por la concentración de contaminantes fotoquímicos y la estabilidad en la capa límite planetaria en una zona no urbana. Estos mismos autores (26) han analizado la calidad del aire en un medio rural estudiando los niveles de concentración de SO_2 , NO_x y NO . Debido a las peculiares características del lugar, prestan gran atención al tipo de masa de aire y a la dirección del viento reinante, lo que les permite profundizar en interesantes consideraciones sobre el origen de los compuestos citados y el transporte regional.

Haagenson (27) y Riehl (28) se han preocupado tanto de los factores climatológicos como meteorológicos que afectan a la calidad del medio ambiente atmosférico en la ciudad de Denver. Los meteorológicos considerados fueron: la velocidad del viento promediada verticalmente entre 0 y 200 m., la altura de la capa de mezcla y el grado de estabilidad por encima de dicha capa. Como en trabajos anteriores, el mejor indicador del transporte que tiene lugar en la zona está constituido por el promedio de la velocidad considerada. Dado que el módulo de la velocidad del viento se comporta como la variable rectora más influyente en la determinación de los niveles de concentración, varios autores (29 y 30) han

considerado un factor de dispersión (producto de la velocidad del viento y la altura de la capa de mezcla) y evaluado sus efectos sobre la concentración de partículas totales suspendidas, resultando este parámetro un buen indicador del comportamiento del contaminante.

Una vez conocidas las variables meteorológicas que afectan la evolución de los niveles de concentración, se debe proceder a la evaluación y cuantificación de los efectos que tiene lugar por causa de éstas. La manera más simple de abordarlo consiste en aplicar técnicas de regresión múltiple entre la concentración y los diversos factores para así elaborar una expresión que las ligue de una manera puramente empírica. En este campo destacan los primeros estudios de Marsh (31) para el área de Reading que formuló un modelo que relacionaba la concentración de SO_2 con cinco parámetros: intensidad horizontal y vertical de la turbulencia, temperatura, nubosidad y velocidad del viento. Las relaciones encontradas eran de tipo potencial positivo para los tres mencionados en primer lugar y potencial negativo para los dos últimos. La misma metodología ha sido seguida por Elson y Chandler (32) que estudian tanto los humos como el SO_2 en dos áreas urbanas de Gran Bretaña. Las variables por ellos consideradas son: velocidad del viento, temperatura, humedad relativa, nubosidad, precipitación (duración, cantidad e intensidad) y estabilidad (a través de la altura de la capa de mezcla). Nuevamente aparece el viento como la variable que más variabilidad explica, siendo, por tanto, la más significativa en el estudio de estos dos contaminantes. Este trabajo ha sido posteriormente continuado por Anmady Hudson (33) para la ciudad de Manchester, examinándose las influencias de la velocidad

del viento (que juega un papel preponderante entre las variables meteorológicas nuevamente), la temperatura, la altura de la mezcla, la precipitación y la dirección del viento. Cabe resaltar que, en ciertas estaciones, la altura de la capa de mezcla resultó no significativa; así mismo, los efectos de la precipitación, la insolación y la dirección del viento pudieron despreciarse frente a los de los demás parámetros.

Técnicas similares de regresión múltiple han sido aplicadas por Bringfetl (34 y 35) en Estocolmo, prestando especial interés a los períodos de estancamiento (aquellas situaciones en que la altura de mezcla alcanza un valor inferior a 350 m.). La variables utilizadas además de la propia altura de mezcla, son la temperatura y la velocidad del viento, correspondiéndole a esta última el papel preponderante.

Tiao et al. (36, 37) se han preocupado, como colofón a sus interesantes y pioneros trabajos sobre el tratamiento de series temporales, del CO en los Angeles en función de la altura de la base de la inversión y de la velocidad del viento. El mismo contaminante, junto con los oxidantes, ha sido estudiado en un contexto más amplio por Chock et al. (38) que elaboraron un modelo experimental en función de la radiación, la temperatura y la velocidad del viento que resulta la más significativa.

Un enfoque de mayor complejidad y por ello menos abordado, consiste en intentar resolver las ecuaciones de continuidad mediante

procedimientos numéricos que conduzcan a un algoritmo de cálculo que incluya los parámetros meteorológicos determinantes de los niveles registrados (39, 40, 41). Cabe destacar en este campo la aportación de Desalu (42) y, sobre todo, la fundamental de Bankoff y Hanzavack (43) basada en los datos registrados en ocho estaciones ubicadas en el centro de Chicago. Los parámetros incluidos en este estudio son: velocidad y dirección del viento, altura de la inversión y difusividad turbulenta vertical, Como ya se ha indicado repetidamente, de nuevo resulta el módulo de la velocidad como el parámetro que mejor ha explicado el comportamiento del contaminante estudiado (SO_2).

Una importante aplicación de estos métodos consistió en la modelización del transporte a meso-escala de los agentes contaminantes llevada a cabo entre otros por Draxler y Fay (44, 45). Según este último autor, los factores que deben ser tenidos en cuenta son: la advección horizontal del viento, la dispersión causada por la turbulencia atmosférica, la transformación de contaminantes primarios en secundarios y la deposición tanto seca como húmeda de los contaminantes.

La línea señalada por Bankoff y Hanzavack se ha visto seguida con entusiasmo por Fronza et al. (47, 48, 49) en sus estudios sobre contaminación procedentes de fuentes industriales localizadas. Los parámetros estudiados son: velocidad y dirección del viento, clase de estabilidad y radiación solar. Los autores hacen especial hincapié en la importancia que tiene la previsión meteorológica de to-

dos aquellos parámetros relacionados con el viento, principal agente difusor en el medio ambiente atmosférico. Todo ello viene a resaltar uno de los puntos fundamentales de estos trabajos de investigación: la preponderancia de la meteorología en los diversos procesos determinantes del comportamiento de los distintos agentes contaminadores.

Otros intentos de elaboración de modelos basados en la integración numérica de las ecuaciones de advección-difusión o en la hipótesis gaussiana en zonas urbanas son los llevados a cabo por Goussmans y Glarenburg (50), Middleton (51), Anfoss (52), Mehta et al (53) y por Shir y Shieh (54, 55, 56, 57). En estos casos, además de introducir términos correspondientes a la fuerza de emisión de las fuentes tenidas en cuenta en cada caso, se consideran parámetros de velocidad del viento, estabilidad y altura de la inversión que ya han sido ampliamente comentados.

Hasta aquí se han reseñado dos clases de modelos: los empíricos y aquellos obtenidos mediante la integración más o menos directa de las ecuaciones de advección-difusión o de continuidad. Sus parámetros tendrán, por tanto, una interpretación natural o estructural y darán una explicación del proceso que genere los datos, de este modo entran dentro de lo que Parzen (58) denomina modelos estructurales. Aquellos que, sin ser de este tipo, suministran información útil para simulación, predicción y reconocimiento de patrones son denominados por este mismo autor modelos sintéticos y en ellos se incluye los modelos empíricos comentados anteriormente.

Parece, por tanto, lógico admitir que el modelo ideal para cualquier situación física en estudio ha de ser estructural. Sin embargo, en el momento de llevar a la práctica la construcción de un modelo hay que tener en cuenta dos aspectos: la complejidad de realización y los fines perseguidos con dicho modelo. Concretamente, al abordar la influencia de los factores meteorológicos en la predicción de niveles de concentración en zonas urbanas, se debe considerar que: a) las fuentes de contaminante no son fijas (automóviles) o están muy dispersas (calefacciones domésticas principalmente) y normalmente se carece de inventario de focos, b) no es posible conocer con el detalle necesario las condiciones micrometeorológicas a que están sometidos los diversos contaminantes, c) no se conocen de manera pormenorizada las reacciones químicas que tienen lugar entre unos y otros elementos, d) el área considerada es bastante extensa y en absoluto tiene características uniformes. Además, el interés no está tanto en determinar la naturaleza última de este tipo de procesos como en la acción de las variables meteorológicas sobre el comportamiento global de los distintos contaminantes.

Consecuentemente con todo ello, se ha dirigido la mayor atención a la construcción, no de un modelo estructural (difícilmente conseguible en este momento), sino a uno sintético de tipo estocástico. La elección de modelos estocásticos es debida a que, aunque no tienen una base física, sí poseen, en cambio, una estructura "razonable" y se pueden interpretar de manera inmediata y relacionarlos con los modelos estructurales subyacentes. Por otra parte,

la información requerida en su elaboración es fácilmente accesible, pues proviene, en su mayor parte, de las características de las series temporales estudiadas. En este apartado se puede incluir el trabajo ya reseñado de Chock et al (38) en el que, después de un análisis univariante de las series temporales de concentración de los diversos productos contaminantes, se procede a introducir variables meteorológicas según los denominados modelos de función de transferencia (59). Dichos modelos expresan la concentración como función lineal de sus propios valores anteriores, de los diversos parámetros meteorológicos y de términos aleatorios. Más adelante se prestará una mayor atención a este tipo de modelización que raramente se encuentra en la bibliografía.

Dentro de la metodología cabe resaltar también los trabajos de Carbone y Gorr (60) donde se estudia un modelo que presenta una similitud con el anterior, pero en el cual la velocidad del viento, la precipitación y la temperatura se dividen en clases a la hora de estimar los parámetros del modelo. Sin embargo, la innovación más original que presentan es la introducción de un algoritmo de tipo recursivo capaz de apreciar variaciones temporales en las estimaciones de los parámetros. Los resultados así obtenidos alcanzan los objetivos propuestos, aunque el cálculo es tedioso.

Una contribución fundamental a este campo es la aportada por G. Finzi (61, 62, 63) que ha estudiado el problema de la contaminación urbana de SO_2 en núcleos urbanos (Milán y Venecia, especialmente). Sus trabajos evolucionan desde la modelización univariante (sin va-

riables) mediante modelos ARMA (61, 63) hasta aquellos en los que intervienen la dirección, velocidad del viento y temperatura media diaria.

Aunque los modelos multivariantes que consigue elaborar expresan también la concentración como combinación de sus valores anteriores y de ciertos parámetros externos, los medios empleados son radicalmente distintos a las funciones de transferencia. En efecto, se usan modelos ARMAX con un tratamiento menos sistemático y quizás más subjetivo en el que los criterios de introducción de variables exógenas se basan, únicamente, en los resultados a posteriori del modelo ya elaborado. Los valores de los parámetros no tienen una variabilidad temporal, sino que dependen de la categoría sinóptica o de la dirección del viento, siendo su estimación relativamente sencilla. Por otra parte, y debido a la necesidad de conocer con anticipación los valores de ciertos parámetros meteorológicos, elabora predictores estocásticos o probabilísticos del módulo de la velocidad media del viento, que es el parámetro difusor de mayor influencia en modelos elaborados.

II.3 OBJETIVOS

Para una adopción de medidas a tomar acerca de los problemas de contaminación en una gran urbe como Madrid, es necesario poseer una amplia cobertura de medidas de los contaminantes fundamentales. En los últimos tres años se ha realizado un gran esfuerzo para establecer una red lo más amplia y extensa posible, tratando de que ésta sea representativa de todas las zonas de la ciudad. La información suministrada por esta red al ordenador central hace que el

tratamiento del volumen de datos resulte prácticamente inasequible a la hora de poder interpretar o analizar las medidas. Frente a este problema se deben adoptar unos índices que, con base científica, hagan posible la utilización de la información en un tiempo real. Con este objetivo se introducirá un índice global denominado producto de dosificación superficial (P.D.S.) y se comprobará su representatividad real con respecto a las dieciseis estaciones que constituyen la red de control automáticos de la contaminación del Ayuntamiento de Madrid. Reducidas de este modo las dimensiones del vector de concentraciones se procederá a una modelización del mismo para obtener una predicción acorde con la realidad.

De entre las múltiples clases de modelos existentes, en esta ocasión y, debido a las características intrínsecas de la naturaleza del problema, se recurrió a la aplicación de diversas metodologías en el campo estocástico. Puesto que gran número de ellos requieren del conocimiento previo de los mecanismos temporales encargados de su regulación, se modelizará la serie constituida por los valores de las componentes del PDS desde su aspecto univariante, es decir, teniendo en cuenta únicamente la información que aporta la propia serie temporal. Conocidos los modelos adecuados en cada caso, se deberá determinar cuáles son las magnitudes que, en la práctica, influyen en las series modelizadas. Para ello se someterá a un proceso de "screening" y preblanqueo a un conjunto de variables meteorológicas que se consideran susceptibles de ejercer una cierta influencia en los niveles alcanzados. Una vez conocidas las significativas se elaborarán diversos modelos estocásticos que

de este modo evaluarán, al mismo tiempo, cuantitativamente el efecto de cada una de ellas. Asimismo, se obtendrán modelos univariantes que permitan la predicción de los valores del PDS.

Los modelos univariantes se construyen a partir de la historia de la propia serie, siendo útiles para realizar una primera aproximación en el campo de la predicción. Como extensión natural de éstos, surgen los multivariantes en forma de funciones de transferencia, que incorporan las variables meteorológicas a la predicción del contaminante, sin romper la continuidad de las series temporales. La mayor complejidad inherente en su elaboración, se espera compensar con unos mejores resultados en la predicción reduciendo de esta manera la variabilidad de los residuos.

Con el doble objeto de contrastar los resultados de las funciones de transferencia e introducir variables no cuantitativas en las expresiones de predicción, se prestará atención a los modelos ARMAX. Estos, basan parte de su estructura en los univariantes, pero permiten una mayor flexibilidad en la introducción de variables externas al no tener que ceñirse rigurosamente a estructuras de serie temporal. Aunque desde el punto de vista teórico presenten mayores ventajas, resultará interesante cotejar sus resultados con los de las funciones de transferencia, ya que pueden presentar mayores dificultades de índole práctico.

Dado que la aplicación a tiempo real de las expresiones así obtenidas precisa conocer anticipadamente el valor de las variables meteorológicas, se construirán modelos para el módulo de la velocidad del viento y la temperatura mínima. Para ello se recurrirá nue

vamente al campo estocástico, limitándose, el referente al viento, al tipo univariante y adaptándose las funciones de transferencia para la temperatura mínima.

Finalmente, se englobarán sus predicciones en los modelos referentes a la concentración de contaminante, para obtener una visión general de la aproximación que estas modelizaciones suponen.

II. DATOS BASICOS

II.1 INTRODUCCION.

En el momento de evaluar las influencias meteorológicas sobre los procesos de difusión atmosférica experimentados por las diferentes sustancias que se encuentran en el seno del aire, hay que tener presente, como repetidamente se ha señalado en el capítulo anterior, la dependencia de éstas con la naturaleza del compuesto considerado. Esto hace que los estudios que se realizan se refieren bien a un único agente contaminante o a un índice global de ellos, por lo que habrá que optar por uno u otro.

En el área urbana de Madrid se instaló en el año 1978 una red automática de control de contaminación por parte del Ayuntamiento. Consta de 17 estaciones señaladas en la figura II-1, todas ellas registran continuamente concentraciones de SO_2 y particular materiales y sólo cinco (las números 1, 2, 4, 15 y 17) monóxido de carbono. Al no disponerse de medidas continuas y sistemáticas de los demás contaminantes principales (NO_x y oxidantes) en el área considerada, el cálculo de índice globales, como por ejemplo el ORAQUI, se verá sesgado al carecer de esta información. Ello hizo que se decidiera escoger uno de los tres compuestos antes mencionados y proceder a su correspondiente tratamiento y modelización para la determinación de las variables significativas.

Se desechó el CO porque solamente se registra en cinco esta-

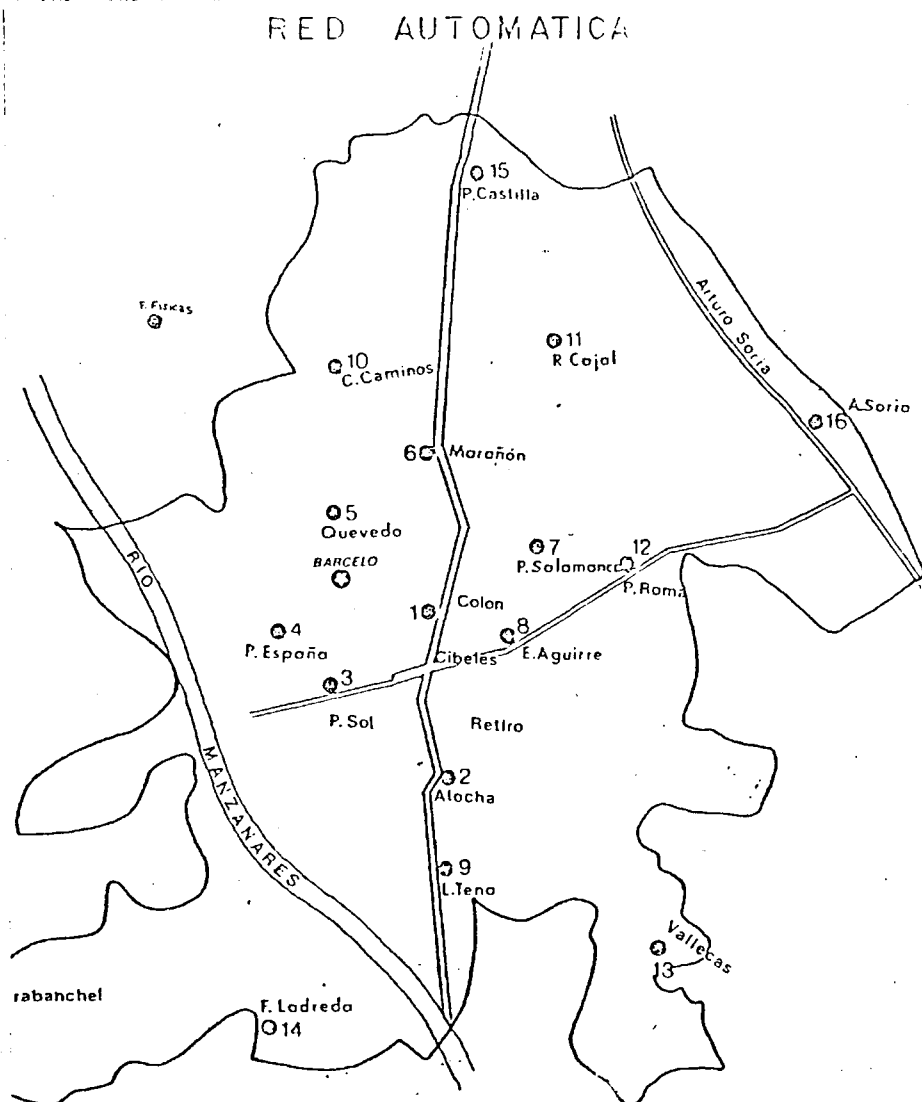


Fig. II-1 Localización de las estaciones de medida de la red de control de contaminación.

ciones y se pretende obtener resultados lo más globales posibles. Además, es conocida su intensa interacción con el ozono y demás oxidantes (64) y, al no existir medidas comparables de estos últimos, este hecho no se podría tener en cuenta.

Finalmente se eligió el SO_2 por poseer una mayor incidencia sobre la población ciudadana (65), y ser un buen índice global de los niveles de concentración que alcanzan los otros agentes, además, las partículas materiales comprenden un gran número de diferentes sustancias de diversas procedencias, lo que hace que los resultados obtenidos no siempre sean comparables con los existentes para otros lugares y la identificación de agentes rectores se vea muy dificultada.

El intervalo de tiempo base adoptado fue de un día y se tomó como valor representativo de dicho período el promedio de cada estación obtenido a partir de los valores semihorarios suministrados por el ordenador central de la red. En todo el trabajo se consideran únicamente las estaciones numeradas del uno al dieciseis por ser los que se encontraban en funcionamiento en el período Octubre 1978-Marzo 1981 se sirve de base para la realización del mismo. Con un registro de esta longitud se han considerado tres períodos invernales (es en estas épocas cuando se alcanzan los niveles más altos) y es suficientemente extenso y además adecuado a los fines propuestos.

II.2 ANÁLISIS PRELIMINAR DE LAS CONCENTRACIONES DE SO_2

Puesto que la base experimental de este estudio la constituyen los valores de concentración de SO_2 , será necesario obtener un conocimiento profundo de todas sus características, especialmente de aquellas que posteriormente sean aprovechables en una modeliza-

ción. A tal fin se construyeron los histogramas incluidos en las figuras II.2 - II.17 que son representativos de cada una de las distribuciones de las poblaciones correspondientes a los dieciseis puntos de medida. En todas ellas se puede observar una fuerte asimetría hacia los valores más bajos, característica de distribuciones logarítmico-normales o próximos a ellos, típicas de este contaminante (66 y 67).

La tabla II-1 contiene los principales estadísticos de las muestras.

TABLA II-1 Estadísticos de las estaciones de SO₂. Los valores se expresan en $\mu\text{g.}/\text{m}^3$.

ESTACION	\bar{c}	σ_c	MODA	σ_c/\bar{c}
1	108.2	88.3	80	0.82
2	103.3	74.0	90	0.68
3	105.4	63.8	80	0.61
4	48.5	53.8	20	1.11
5	130.3	99.0	60	0.76
6	108.4	92.9	50	0.86
7	87.9	86.3	25	0.98
8	59.7	58.7	25	0.98
9	76.2	64.7	50	0.85
10	59.9	63.8	36	1.06
11	62.0	62.5	36	1.06
12	78.7	94.0	25	1.19
13	51.4	47.4	45	0.92
14	50.2	47.2	60	0.94
15	111.9	51.9	90	0.46
16	43.8	34.5	36	0.79

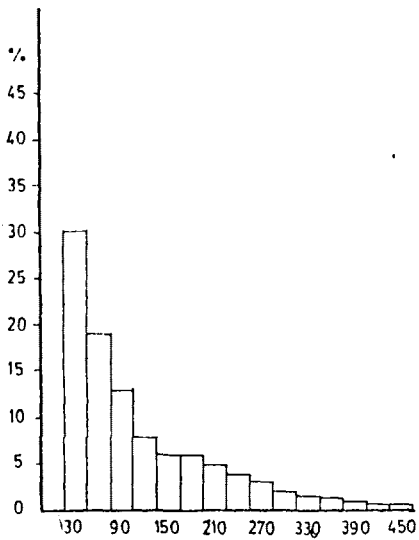


Figura II-2 Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 1

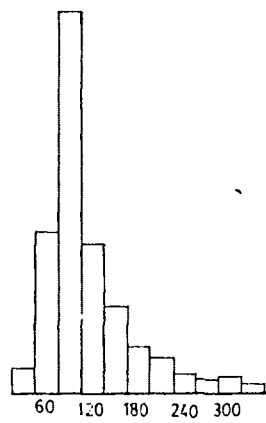


Figura II-3. Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 2.

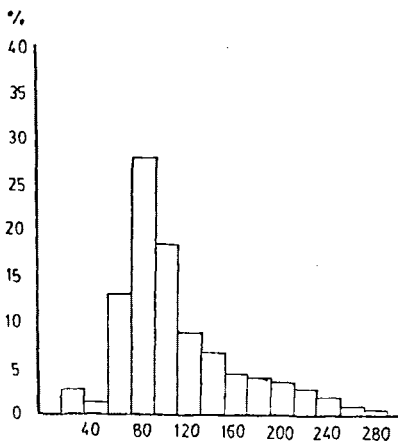


Figura II-4. Histogramas de concentraciones de SO₂. Estación 3.

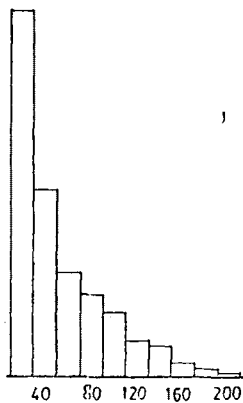


Figura II-5. Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 4.

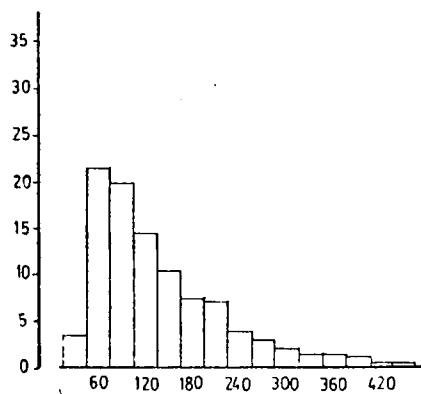


Figura II-6. Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 5.

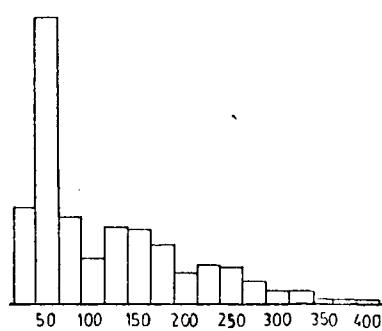


Figura II-7. Histogramas de concentraciones de SO₂. Estación 6.

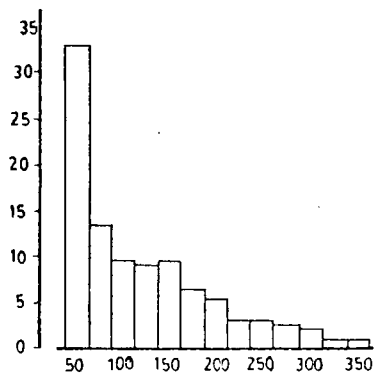


Figura II-8. Histogramas de concentraciones de SO₂. Estación 7

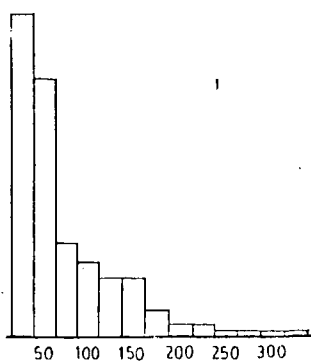


Figura II-9. Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 8.

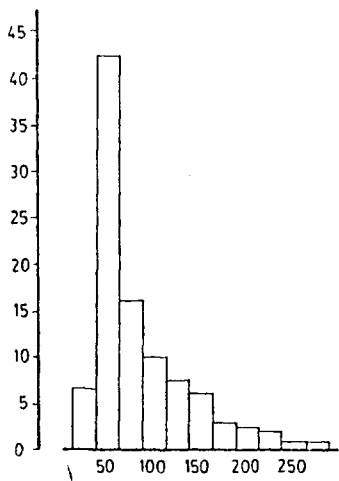


Figura II-10. Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 9.

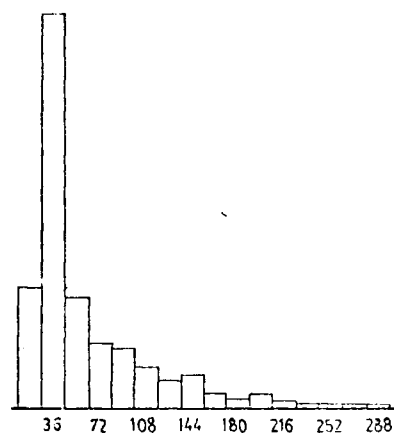


Figura II-11. Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 10.

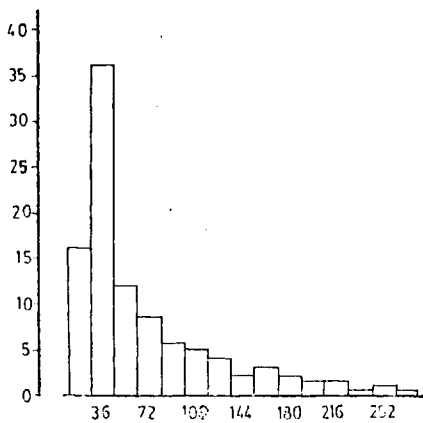


Figura II-12. Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 11.

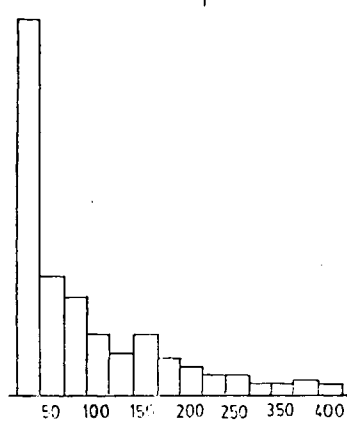


Figura II-13. Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 12.

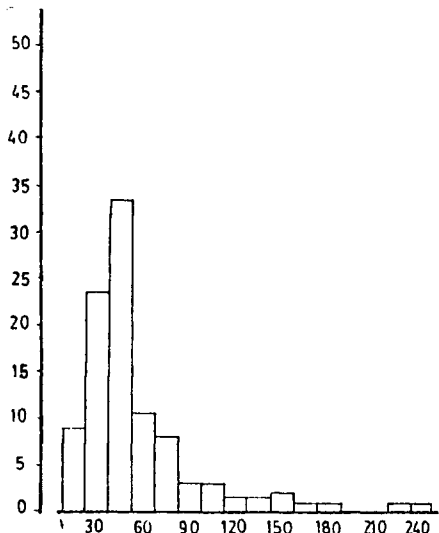


Figura II-14. Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 13.

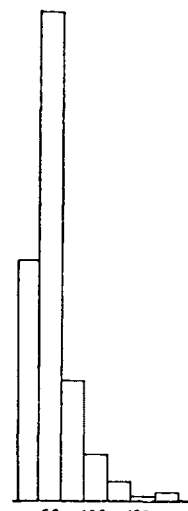


Figura II-15. Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 14.

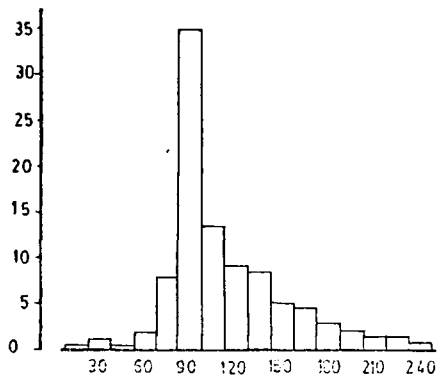


Figura II-16. Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 15.

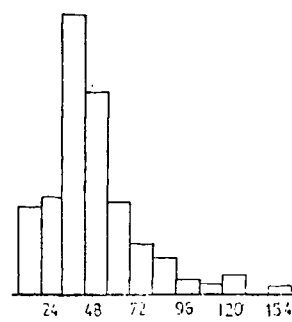


Figura II-17. Histograma de concentraciones de SO₂. Estación 16.

En ella se puede observar que, a primera vista, hay una correspondencia entre los valores más altos y la proximidad al centro de la ciudad, lo que permite, en cierta manera, establecer un criterio discriminador entre las diferentes estaciones. Esta cuestión se abordará con mayor detalle y profundidad en el capítulo III.

El máximo de los valores medios ($130.3 \mu\text{g}/\text{m}^3$) se registra en la estación ubicada en la plaza de Quevedo que corresponde a una zona de intenso tráfico rodeada por una gran densidad de edificios dedicados tanto a viviendas como a usos comerciales y oficinas. El valor más bajo ($43.8 \mu\text{g}/\text{m}^3$) se alcanza en Arturo Soria que se halla situado en un barrio periférico de reciente creación y una densidad de edificación, de carácter predominantemente residencial, baja.

En cuanto a las desviaciones standard, en la figura II.18 se ha representado su valor frente al de la media de la concentración de cada estación, dicho diagrama pone de manifiesto una clara relación directa entre ambas magnitudes. Esta interdependencia se puede explicar si se tiene en cuenta que los puntos de valor medio más elevado presentan una diferencia entre los valores invernales y los estivales muy superior a las estaciones menos contaminadas, lo que justificaría una menor dispersión en el conjunto de los valores correspondientes a estas últimas.

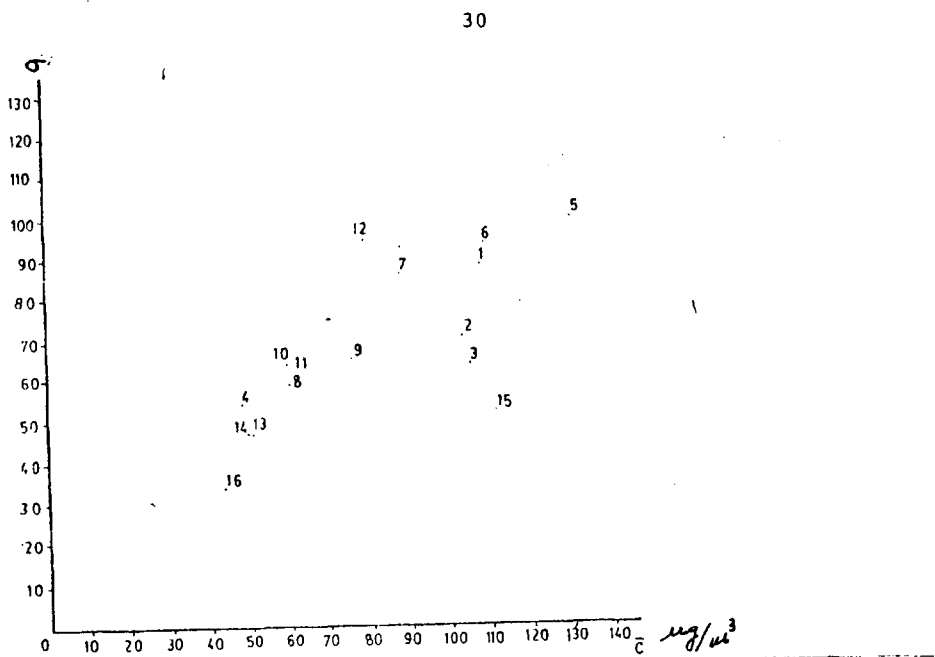


FIGURA II-18. Valores de la desviación standard frente a la media de cada estación.

Este mismo hecho se refleja al comparar las evoluciones correspondientes al período total de muestreo (figuras II.19 - II.34), pues se puede comprobar que en los meses de verano la diferencia entre los valores de las estaciones es mucho menor que durante los invernales. Todas las figuras son muy similares y muestran claramente al estacionalidad anual típica del SO_2 , mucho más acentuada cuanto más inmerso está el punto de muestreo en el núcleo urbano y puesta de manifiesto por los contrastados máximos invernales. El origen de este ciclo anual parece radicar en la naturaleza de las fuentes, constituídas principalmente por calefacciones domésticas que entran en funcionamiento a primeros de Noviembre y permanecen en actividad hasta finales de Marzo. Dada la composición de los combustibles que se emplean mayoritariamente, ello

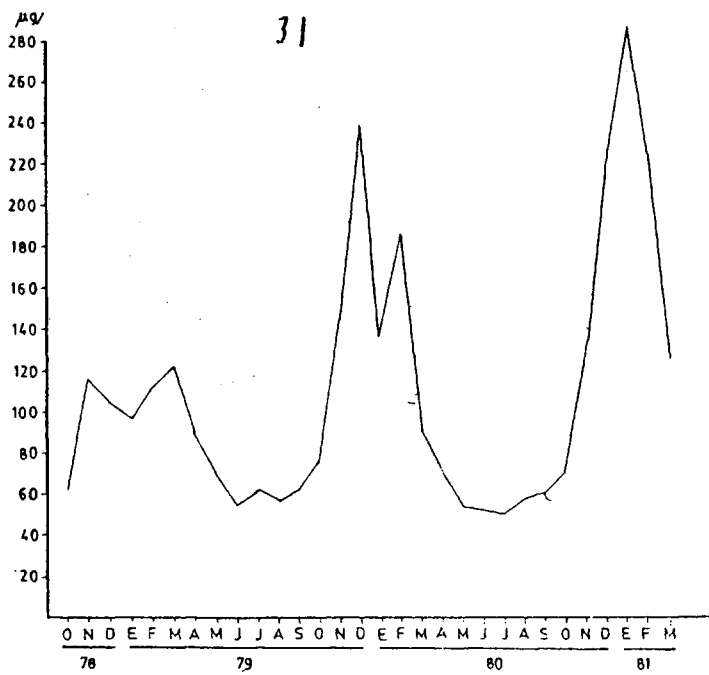


Fig. II-19 Evolución de las concentraciones medias mensuales de SO₂ Estación 1.

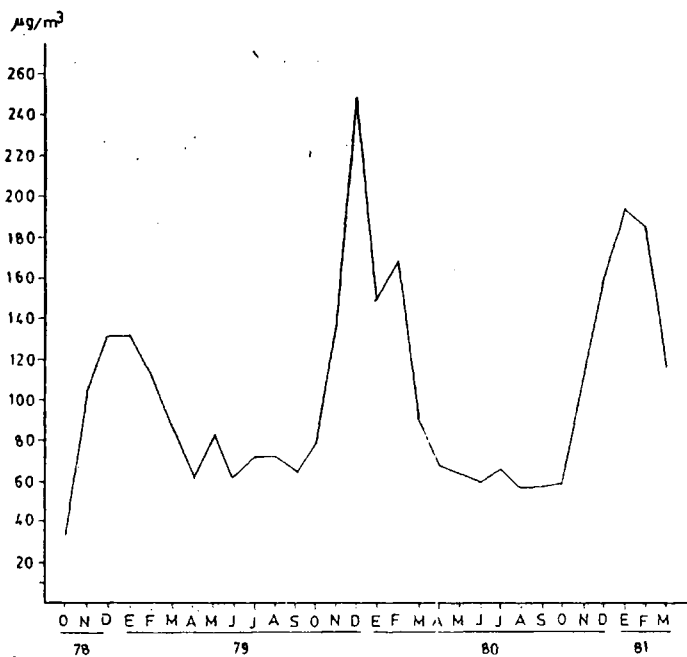


Fig. II-20 Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 2

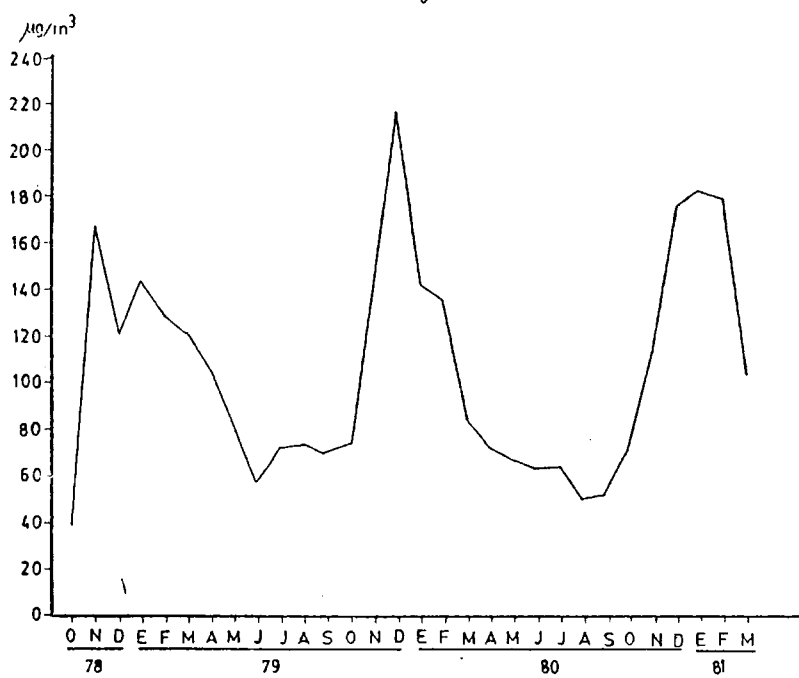


FIGURA II-21. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 3.

FIGURA II-22. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 4.



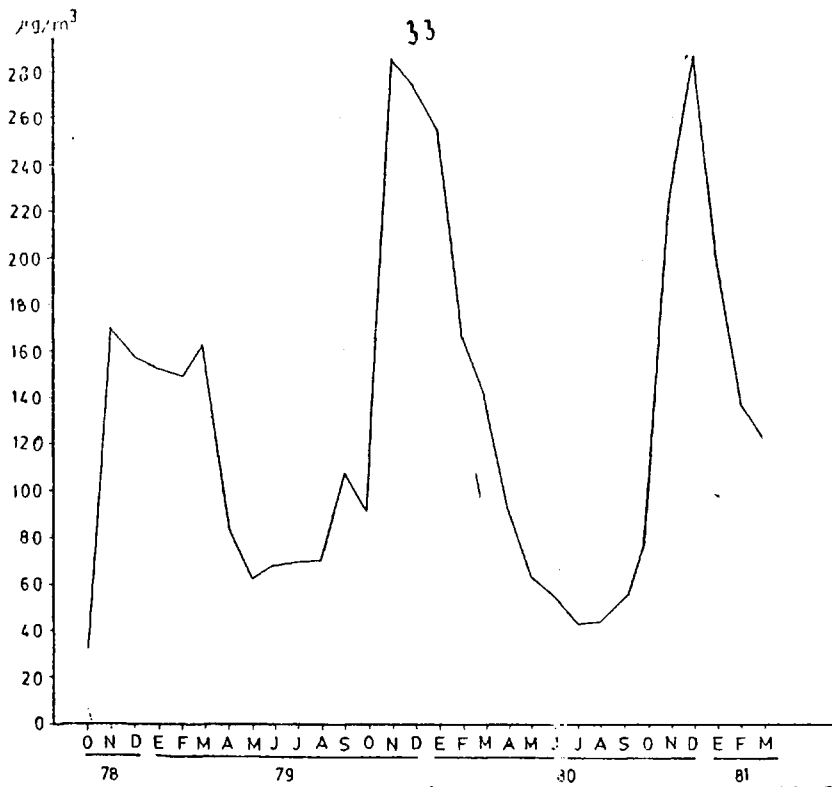


FIGURA II-23. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 5.

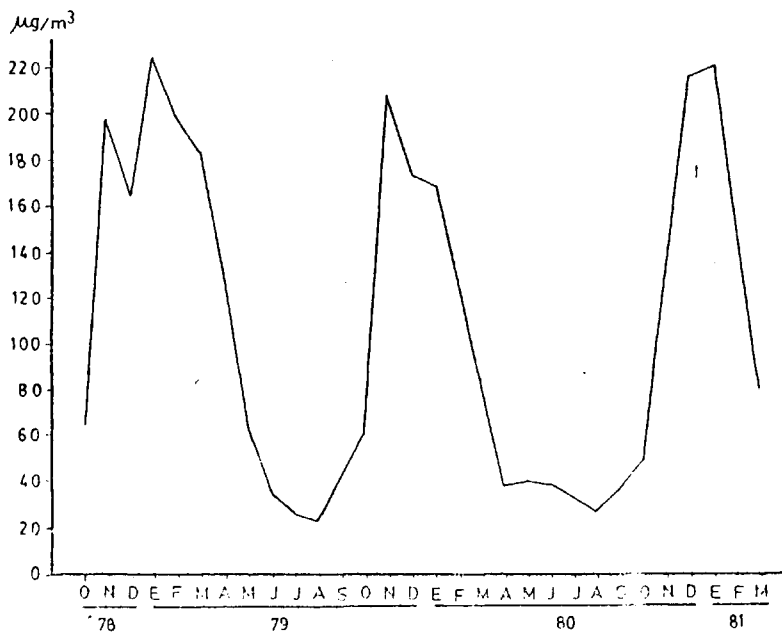


FIGURA II-24. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 6

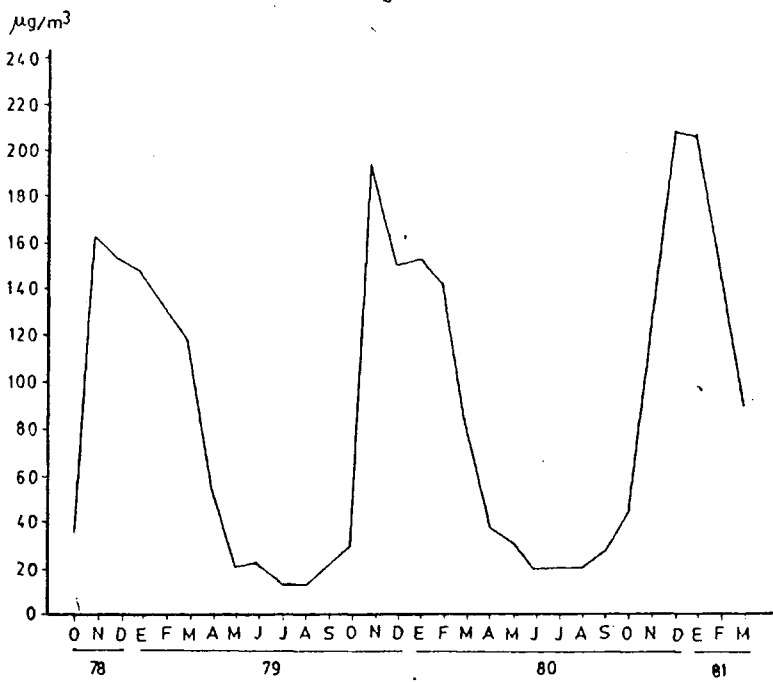
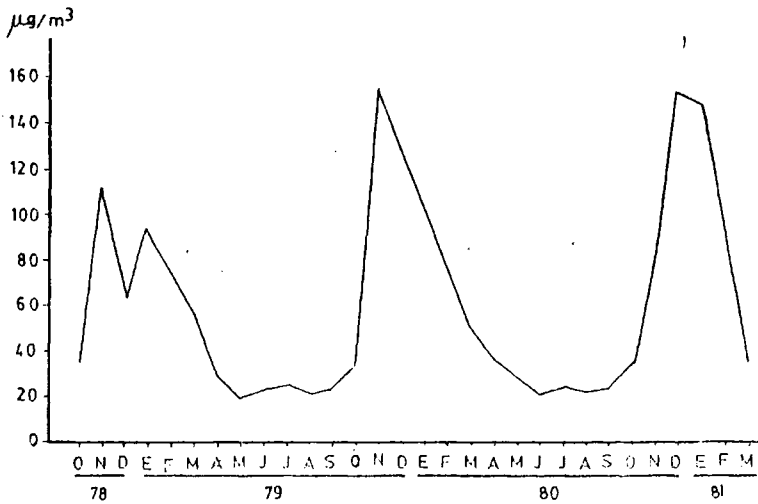


FIGURA II-25. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 7.

FIGURA II-26. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación, 8.



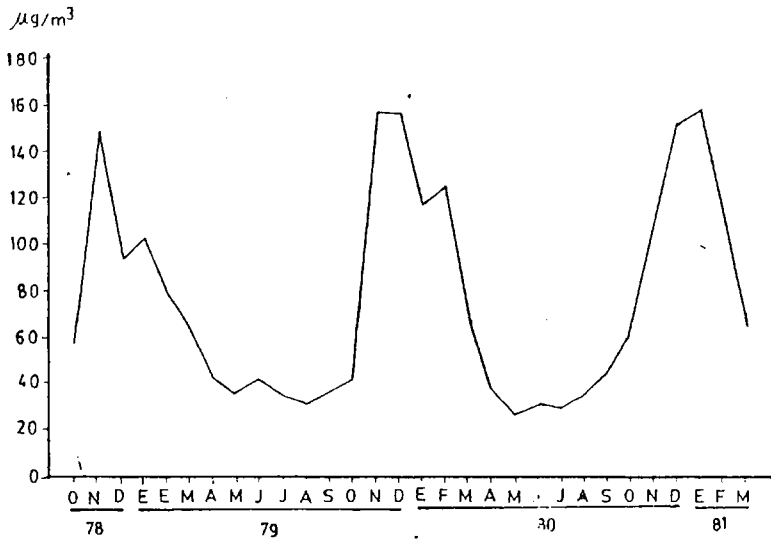


FIGURA II-27. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 9

FIGURA II-28. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 10.

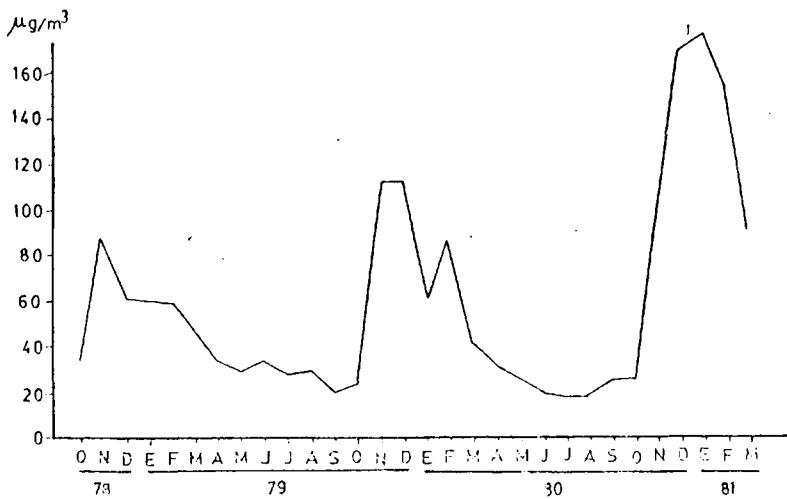


FIGURA II-29. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 11.

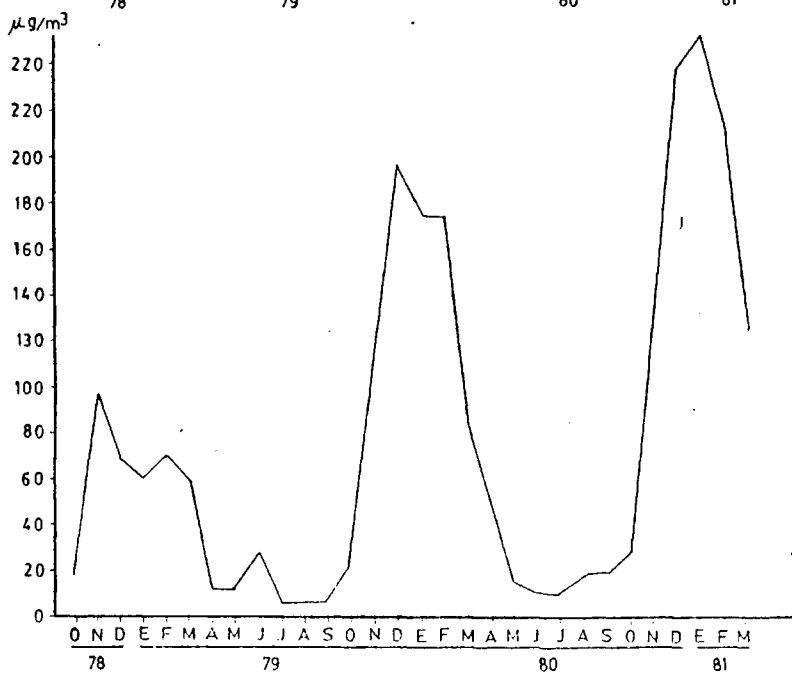
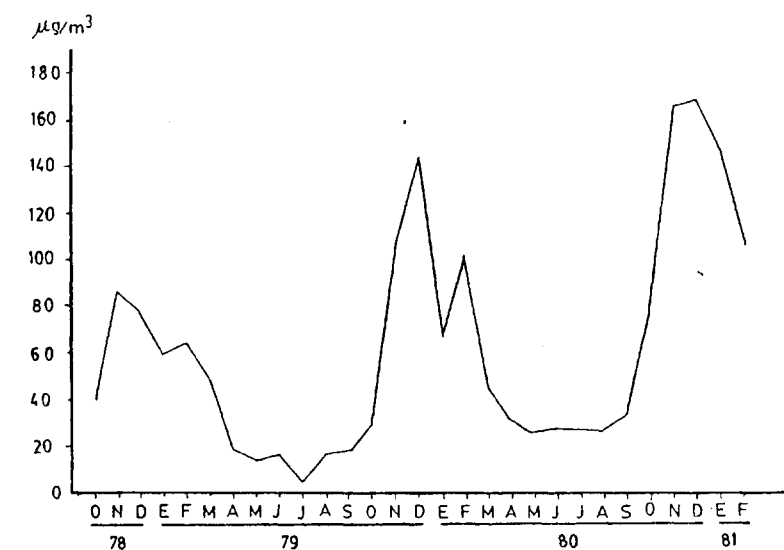


FIGURA II-30. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 12.

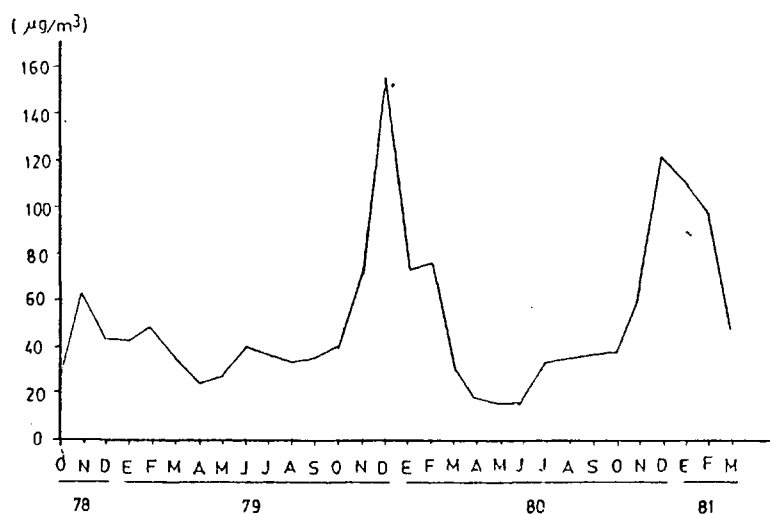


FIGURA II-31. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 13.

FIGURA II-32. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 14

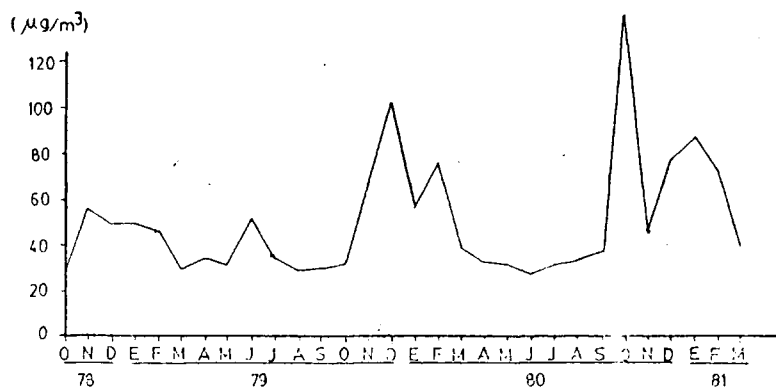
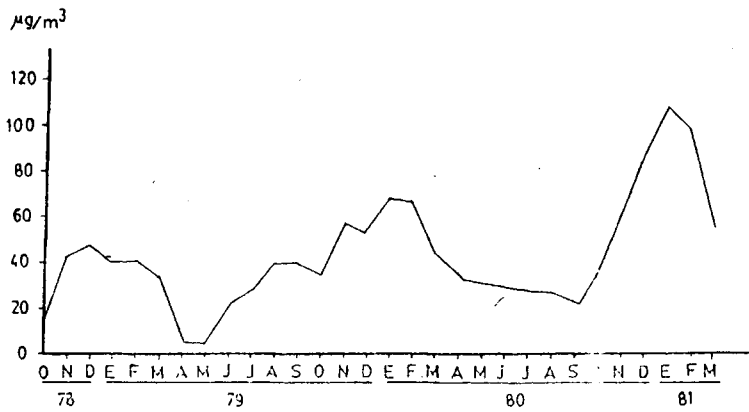




FIGURA II-33. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 15.

FIGURA II-34. Evolución de las medias mensuales de SO₂. Estación 16.



supone un gran incremento en la cantidad de azufre vertida a la atmósfera en dicha época, que origina la subsiguiente elevación de los niveles de concentración. Cuanto mayor sea la concentración de focos (mayor densidad de edificaciones) mayor será el aumento, lo que explicaría la diferencia entre unas estaciones y otras.

II.3 Análisis espectral

II.3 Introducción

Una vez conocidos los parámetros descriptivos que caracterizan las series temporales de SO₂ registrados en cada una de las dieciseis estaciones de la red urbana, se puso de manifiesto la necesidad de un análisis que revelara aspectos del comportamiento de las series, tales como tendencias, periodicidades, etc., que serán de especial interés a la hora de elaborar modelos de predicción. Para alcanzar estos objetivos se hizo uso del análisis espectral, considerado como un medio auxiliar que proporciona una información complementaria de valiosa utilidad, especialmente en el diseño de funciones de autocorrelación, siendo estas las fundamentales en el momento de identificar algunos de los modelos de predicción que se aplicarán.

II.3.2 Espectros de las series temporales

De acuerdo con lo expresado en el párrafo anterior se procedió a calcular los respectivos espectros de las diferentes series según la idea desarrollada por Jenkins y Watts (68) y siguiendo

el algoritmo de Blackman-Tukey (69) mediante el programa BMD-02T de la biblioteca de programas del Centro de Cálculo de la Universidad Complutense de Madrid, el cual se aplicó a las series temporales anteriormente estudiadas. Debido a las características del registro se puede detectar cualquier posible periodicidad de período superior a dos días y, si existiese, se podrá identificar la anual. El interés en la capacidad de detección de la periodicidad anual estriba en que las características de este contaminante hacen que su presentación sea muy probable, como se señaló en el apartado II.2. Los espectros obtenidos se representan, una vez normalizados, en las figuras II.35—II.50, tanto la longitud de los registros como el número de grados de libertad fueron iguales en cada uno de ellos. La ventana espectral utilizada fue la de Hanning (68) y su anchura viene representada en las figuras, este espaciado proporciona una gran estabilidad en las estimaciones espectrales conjugada con una excelente resolubilidad del espectro.

Las características espectrales más destacables para el conjunto de estaciones se resumen en la tabla II.2.

TABLA II-2 Características de los espectros sin filtrar.

Estación	r_1	Varianza total ($\mu\text{g}/\text{m}^3$) ²	Ruido rojo
1	0.78	7791.3	Sí
2	0.73	5482.3	No
3	0.84	4060.6	Sí
4	0.74	2890.4	No
5	0.83	9790.4	Sí
6	0.80	8688.3	Sí
7	0.84	7446.8	Sí
8	0.83	3437.8	Sí
9	0.84	4177.3	Sí
10	0.78	4073.0	Sí
11	0.78	3905.2	Sí
12	0.82	8834.8	Sí
13	0.78	2243.8	Sí
14	0.56	2231.9	No
15	0.74	2773.3	No
16	0.67	1192.3	No

Como puede observarse de la primera columna de la tabla, todas las series presentan un alto grado de persistencia (puesto de manifiesto por r_1) siendo mínimo en la 14, además en doce de ellas se puede asimilar a un ruido rojo de Markov. También cabe resaltar que la mayoría de las estaciones periféricas tienen un valor de r_1 inferior al correspondiente a aquellas de ubicación más típicamente urbana, lo que se puede atribuir a la diferente distribución de los focos, cada vez más escasa al alejarse del centro de la ciudad. En efecto, puesto que la densidad de focos es máxima en el centro, las estaciones de medida allí ubicadas estarán completamente inmersas en el foco y ello hará que las observaciones

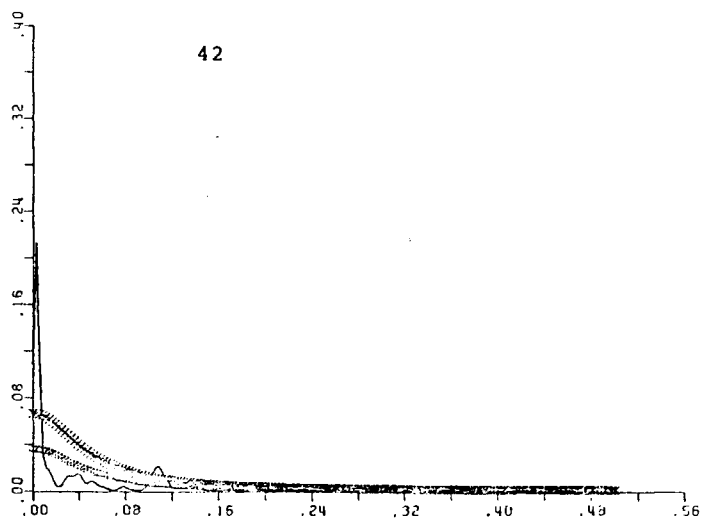


FIGURA II-35. Espectro de potencia. Estación 1. La línea discontinua superior representa el nivel del 95% y la inferior el continuo nulo (En abcisas se da la frecuencia a ciclos/día).

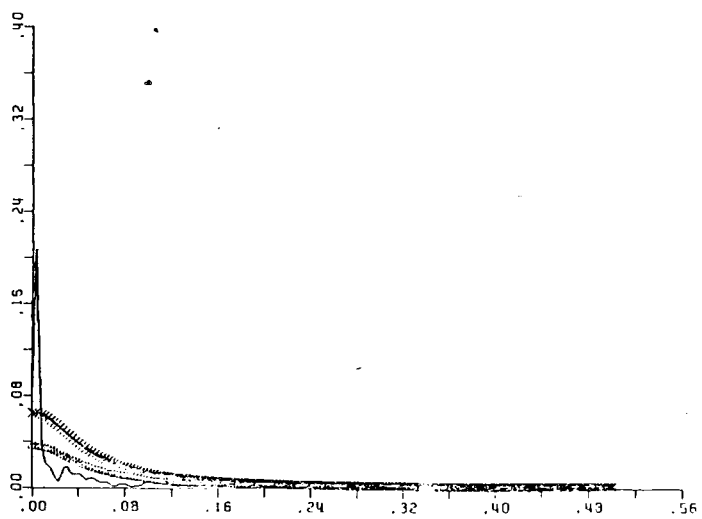


FIGURA II-36. Espectro de potencia. Estación 2.

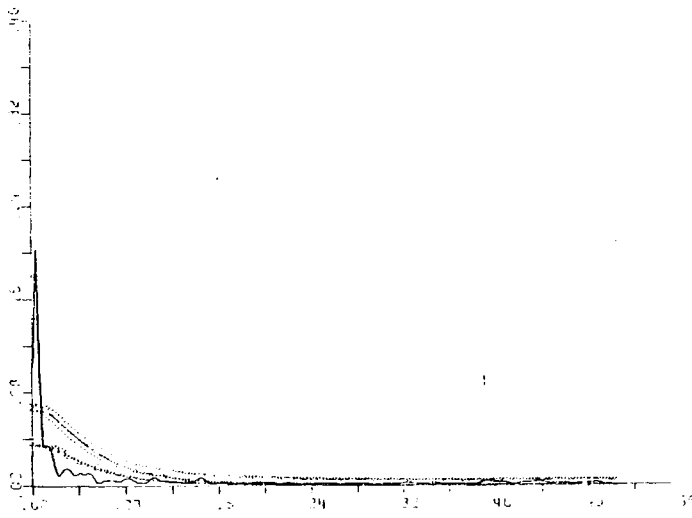


FIGURA II-37. Espectro de potencia. Estación 3.

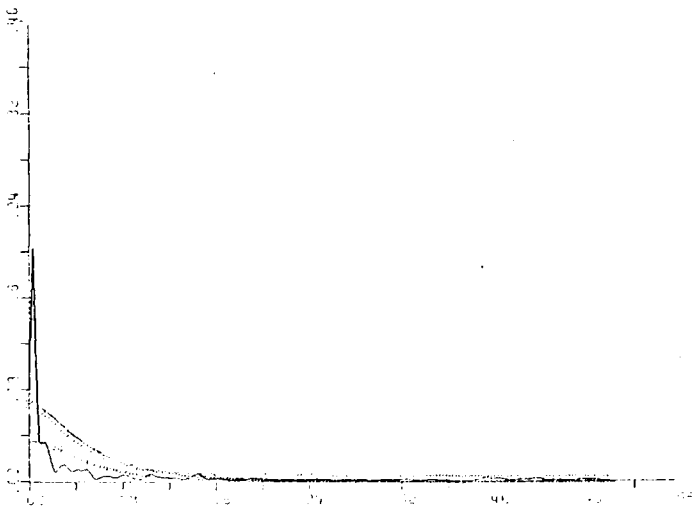


FIGURA II-38. Espectro de potencia. Estación 4.

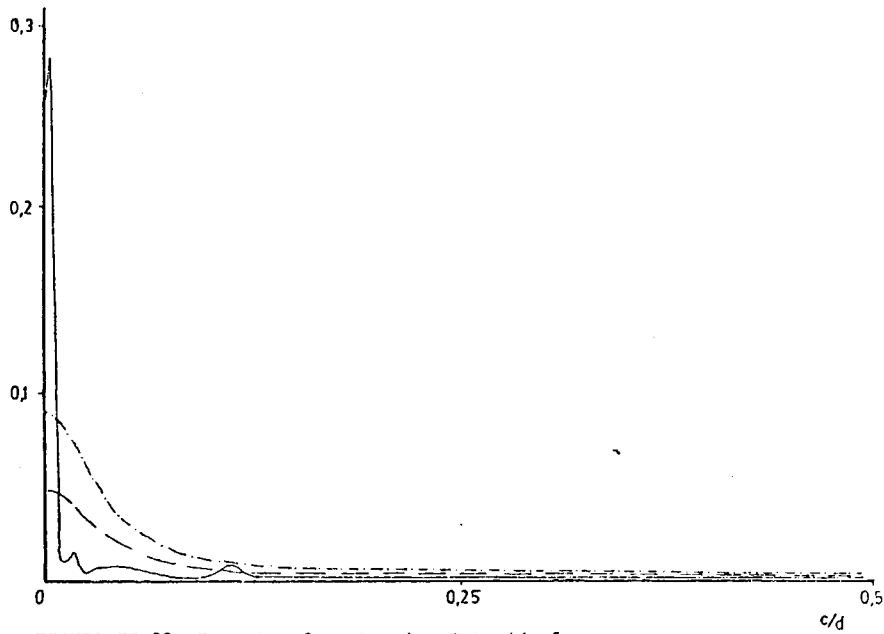


FIGURA II-39. Espectro de potencia. Estación 5.

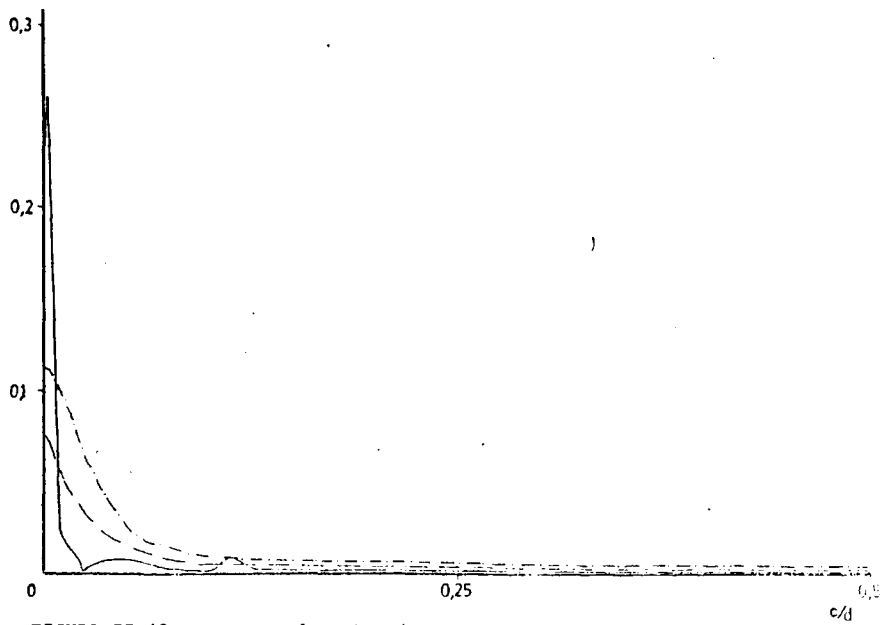


FIGURA II-40. Espectro de potencia. Estación 6.

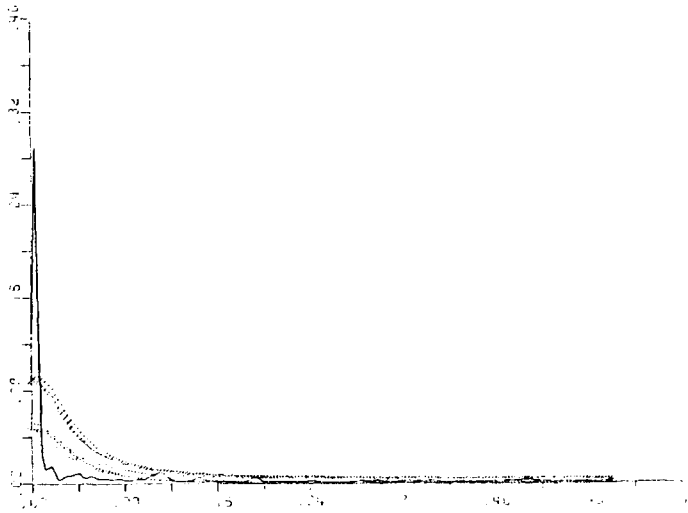


FIGURA II-41. Espectro de potencia. Estación 7.

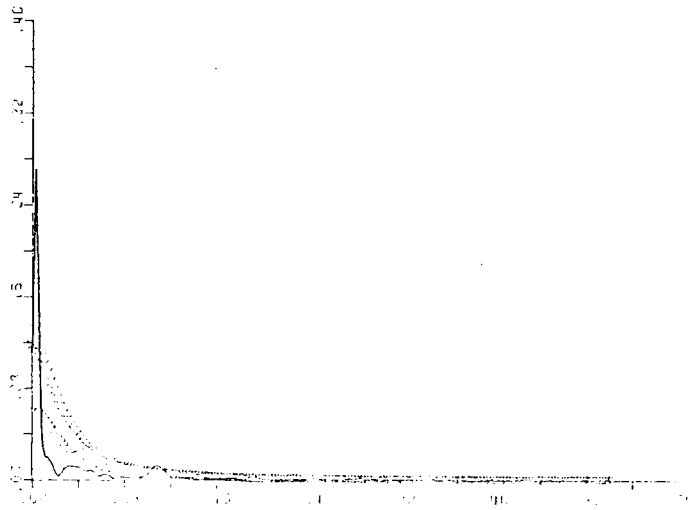


FIGURA II-42. Espectro de potencia. Estación 8.

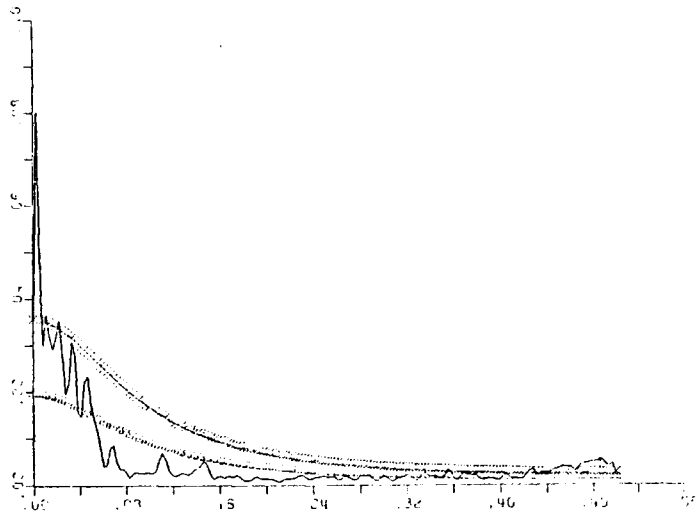


FIGURA II-43. Espectro de potencia. Estación 9.

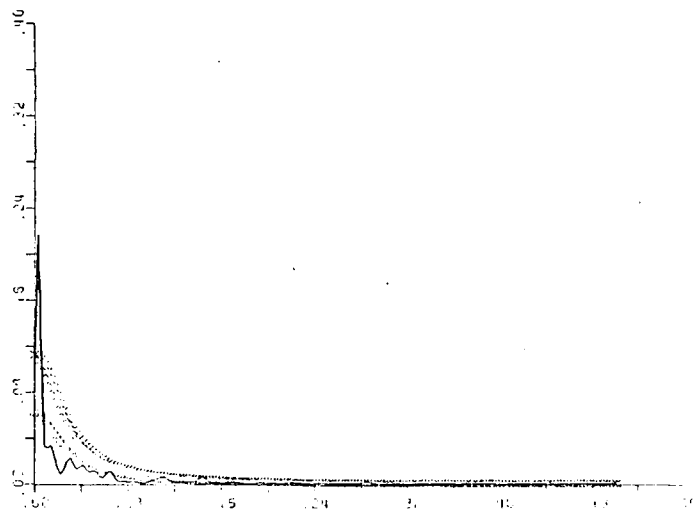


FIGURA II-44. Espectro de potencia. Estación 10.

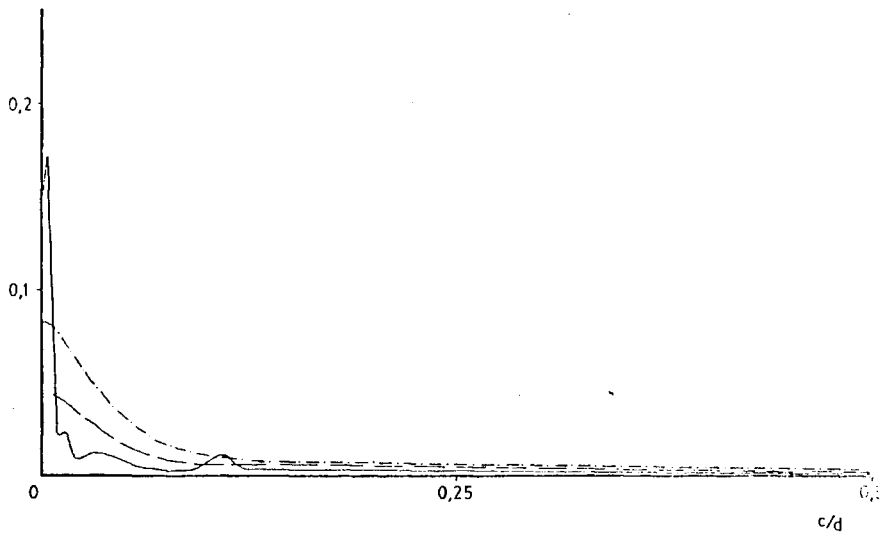


FIGURA II-45. Espectro de potencia. Estación 11.

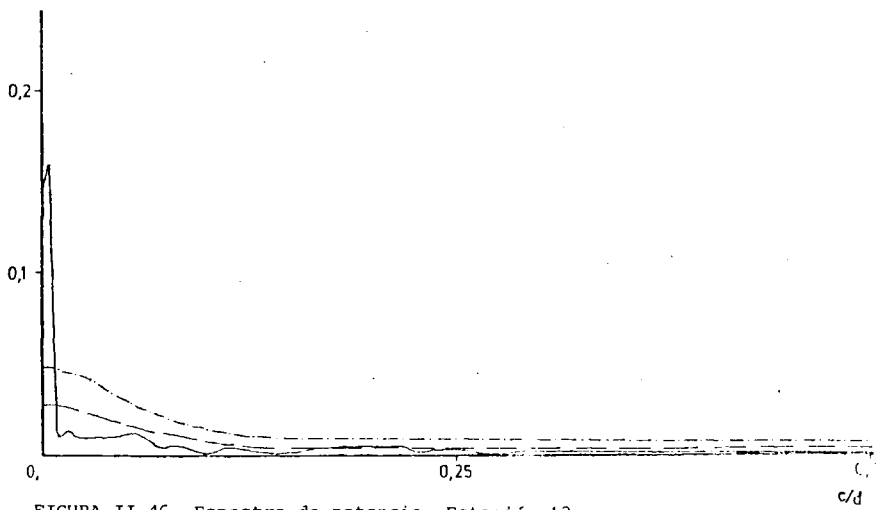


FIGURA II-46. Espectro de potencia. Estación 12.

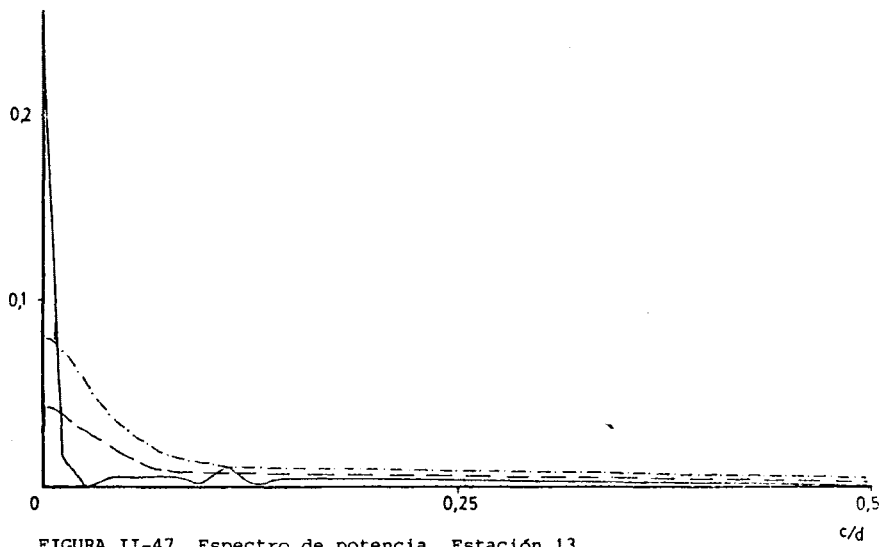


FIGURA II-47. Espectro de potencia. Estación 13.

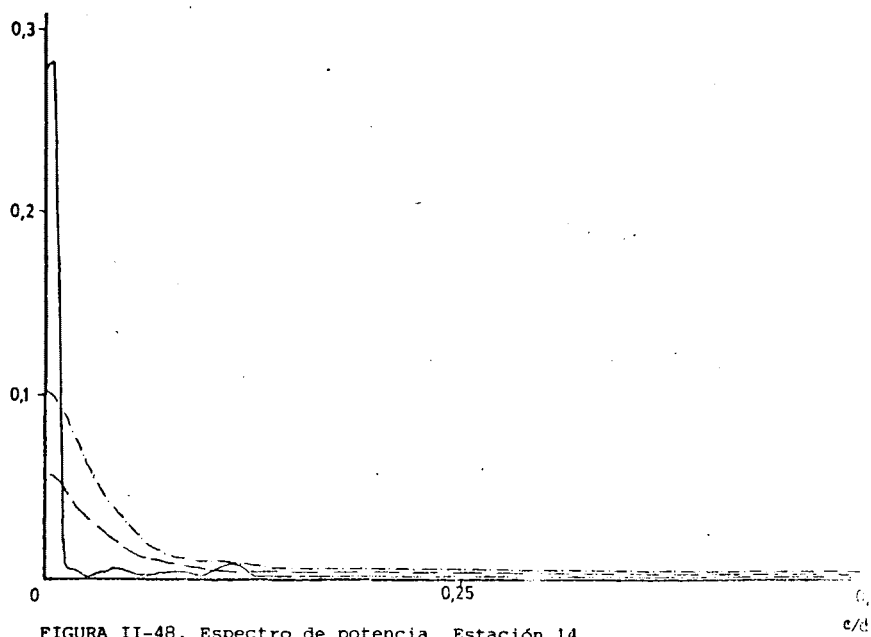


FIGURA II-48. Espectro de potencia. Estación 14.

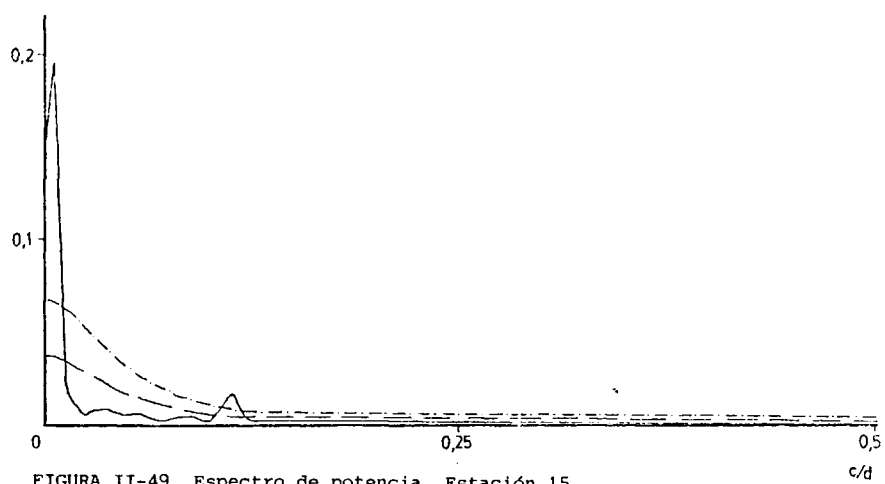
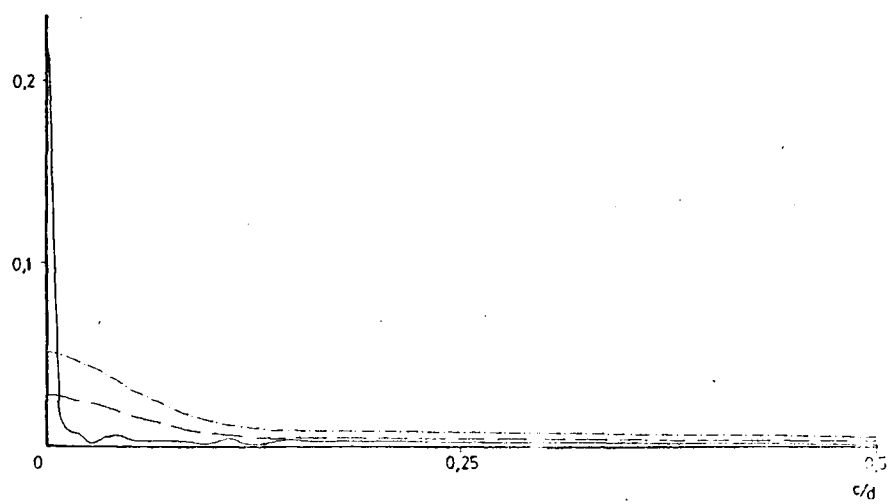


FIGURA II-49. Espectro de potencia. Estación 15.

FIGURA II-50. Espectro de potencia. Estación 16.



dependan más de las inmisiones en la zona central que en la periférica. Puesto que el comportamiento de los focos de emisión posee características más regulares que el de los agentes meteorológicos, parece lógico que las estaciones más influidas por los primeros presenten un comportamiento más persistente que las demás. En cuanto a la varianza total de cada una de las series, varía entre $1192.3 (\mu\text{g}/\text{m}^3)^2$ y $9790.4 (\mu\text{g}/\text{m}^3)^2$. La distribución según los puntos de muestreo no presenta un patrón diferenciador tan claro como el caso de los coeficientes de autocorrelación, debido quizás a la conjunción de los factores estacionales, especialmente intensos en la zona central de observación, y de aquellos otros cuyos efectos se manifiestan a escalas temporales de unos pocos días.

En la zona de bajas frecuencias se pone de manifiesto en todos los espectros la existencia de un pico que emerge claramente por encima de los continuos nulo y del nivel 95% de confianza en valor correspondiente a un período centrado en 333 días. Este se encuentra comprendido en una banda que incluye la periodicidad anual, y por tanto, es atribuible al mecanismo de funcionamiento de los focos emisores, así como, en menor grado, al comportamiento de los fenómenos atmosféricos a gran escala. Su importancia relativa varía ligeramente de unas estaciones a otras, aunque siempre se mantiene entre una contribución que supone un 8% de la varianza total en la estación 14 y un 21% en las 1 y 2.

En las frecuencias y medias el comportamiento espectral varía según la localización de las estaciones de observación. Así,

los espectros para las series 1, 5 y 15 presentan un ritmo de pe-riodicidad en torno a los nueve días cuya contribución a la varianza total es de 2%. En los restantes, o bien no se presenta indicio alguno de tal periodicidad, o aparece una ligera tendencia a poderse presentar pero siempre manteniéndose por debajo de los niveles de confianza.

Debido a que esta acumulación de varianza no se presentó en todos los espectros realizados, se procedió a elevar los niveles de significación de acuerdo con los criterios propuestos en (70), que permiten diferenciar si un valor significativo a un cierto nivel se puede atribuir a fenómenos físicos reales, o bien a las fluctuaciones propias del muestreo. Para los tres espectros que presentaban esta periodicidad el nivel resultante fue del 99'9% y, a pesar de ello se mantiene la significación de los picos, con lo cual se excluye la posibilidad de que tales periodicidades sean debidas a las fluctuaciones del muestreo.

II.3.3 Filtros

Para poner de manifiesto si la existencia de la periodicidad de los nueve días era realmente significativa y exclusiva de aquellos espectros ya señalados, se procedió a la aplicación de un filtro que limitara la influencia que otras zonas del espectro pudieran tener sobre las frecuencias próximas a la identificada. De esta forma se intenta garantizar que la varianza asignada a cada una de las frecuencias corresponde únicamente a fenómenos incluidos dende

tro de la banda delimitada por el filtro y se evitan influencias de otras zonas que pueden enmascarar la varianza de ciertas bandas de frecuencia.

A tal fin se diseñó un filtro que resaltará la zona del espectro comprendida entre 0.025 d^{-1} (40 días) y 0.25 d^{-1} (4 días) y elimine la influencia de los valores situados fuera de la zona así acotada. Con ello se intentaba eliminar tres efectos que pudieran distorsionar las estimaciones del poder espectral; la persistencia, la tendencia y la periodicidad anual, puesto que ambos se manifiestan en la zona de frecuencia muy bajas y, por tanto, muy inferior a 0.025 d^{-1} .

El procedimiento de filtrado que se empleó fue digital (68), paso-banda entre 40 y 4 días y simétrico. El efecto paso-banda no se logró directamente sino que se obtuvo como diferencia entre dos filtros paso alta, uno correspondiente a 40 y otro a 4 días. La expresión final obtenida consta de 33 pesos y se puede formular como

$$y_t = \sum_{\ell=-16}^{16} h_{\ell} x_{t-\ell}$$

siendo y_t los valores filtrados, x_t los originales y h_{ℓ} los pesos que se dan en la tabla II-3

TABLA II-3 Peso del filtro aplicado.

1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
h_1	.6357	.1368	-.0580	-.0548	-.0506	-.0458	-.0404	-.0349	-.0295
1	9	10	11	12	13	14	16	16	
h_1	-.0244	-.0197	-.0155	-.0120	-.0091	-.0069	-.0048	-.0034	

La función de respuesta del filtro se ha representado en la figura II-51.

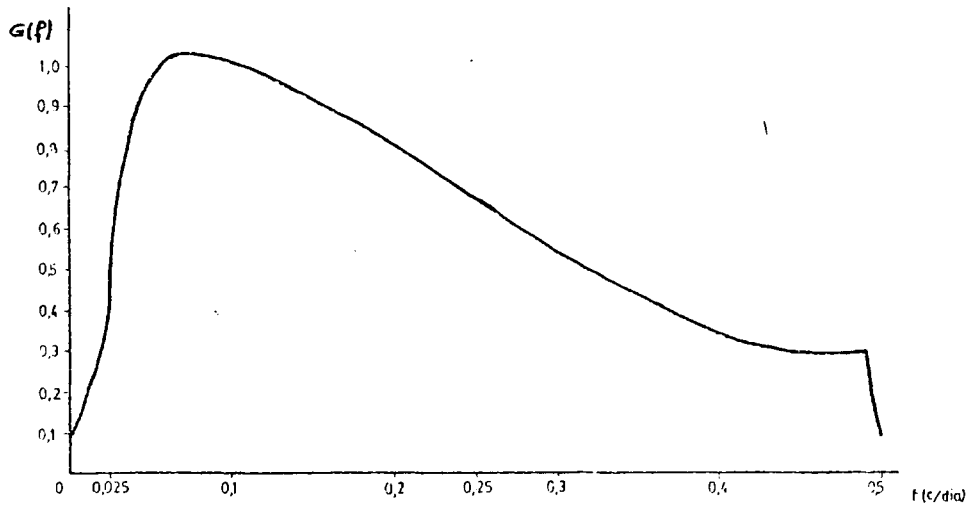


FIGURA II-51. Ganancia del filtro digital aplicado.

En ella puede observarse que la función aumenta rápida y uniformemente hasta alcanzar un valor máximo 1'03 cuando f vale 0'75, a partir de este punto se inicia un descenso con menor pendiente que el tramo anterior hasta valer 0'3 para $f = 0'48$ y a continuación de ese punto cae bruscamente hasta un valor 0 en la frecuencia límite. En la zona que se pretendía filtrar, la función se comporta satisfactoriamente, pues, en ella varía entre 0'57 para $f = 0'025$ y 0'67 para $f = 0'25$ siendo para la periodicidad de 9 días el valor de la función igual a uno.

Por todo lo anterior se comprueba que el filtro digital empleado cumple satisfactoriamente las condiciones que se impusieron

al diseñarlo y se puede aplicar a cada una de las series.

II.3.4 Espectros de las series filtradas

Consecuentemente, se aplicó el filtro cuyas características y efectos se acaban de describir a la totalidad de los valores. Como ejemplo ilustrativo, en la figura II-5 se ha representado la serie original y la filtrada correspondiente a la estación 14. El filtrado, como puede observarse, supone la aparición de valores negativos en la serie temporal como consecuencia del predominio de pesos de valor menor que cero en los coeficientes de la media móvil aplicada. La diferencia más clara a primera vista (ver la figura como ejemplo ilustrativo) estriba en el hecho de que la evolución de los datos filtrados es más suavizada que la de los originales, pero no se ha introducido un gran cambio en el aspecto cualitativo, puesto que ambas presentan evoluciones muy similares.

Al conjunto de las nuevas series filtradas se le aplicó, del mismo modo que se hizo a las originales, el procedimiento de Blackman y Tukey para el cálculo de los correspondientes espectros de potencia. De nuevo el número de puntos y el de grados de libertad fue el mismo en cada uno de los espectros. Las principales características de los espectros filtrados se han resumido en la tabla II-4.

Estación	r_1	r_2/r_1	varianza ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	Reducción %
1	.69	.32	2701.5	65
2	.71	.40	1535.0	72
3	.75	.48	1211.9	70
4	.69	.41	891.4	69
5	.73	.42	2603.6	73
6	.68	.30	2323.2	73
7	.72	.38	2030.6	73
8	.74	.47	1087.9	68
9	.76	.52	1322.9	68
10	.70	.36	1430.6	65
11	.67	.27	1195.5	69
12	.67	.25	2105.4	76
13	.71	.36	800.9	64
14	.69	.42	878.5	60
15	.66	.17	949.2	66
16	.58	.02	393.6	67

TABLA II-4 Características de los espectros filtrados.

En ella se puede observar que existe una reducción del valor del coeficiente de autocorrelación del primer lag y, por tanto, de la persistencia, excepto en el espectro correspondiente a la estación 14, que experimenta un ligero aumento de 0'13. Sin embargo, se mantiene la diferencia entre los sectores, aunque ésta se presenta de manera menos acentuada. Cabe resaltar que la persistencia no es en ningún espectro de tipo markoviano. Por otra parte, la varianza experimenta una sensible reducción que está comprendida entre un 75% en la estación 12 y un 60% en la 14. La razón de este descenso hay que buscarla lógicamente en el efecto que produce el filtro, elimiinando la varianza asociada tanto en las periodicidades de frecuencia inferior a $0'025 \text{ d}^{-1}$ como a los superiores a $0'25$.

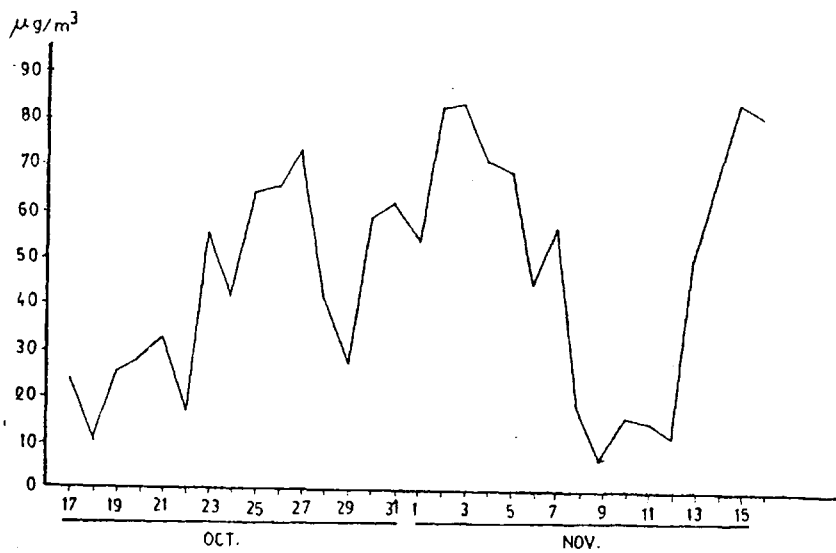


FIGURA II-52 a). Evolución diaria de SO_2 sin filtrar.

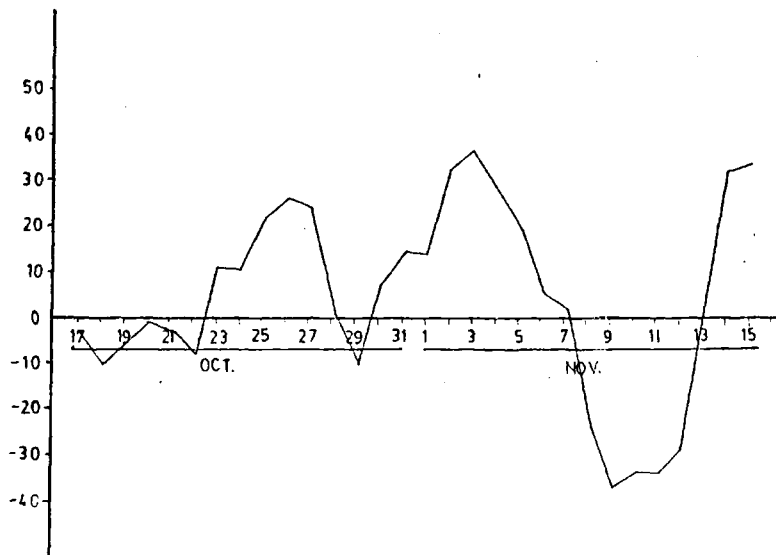
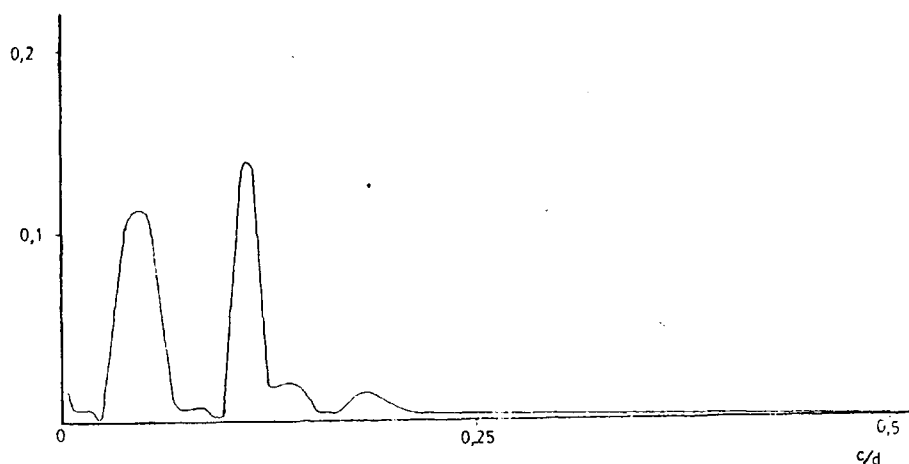


FIGURA II-52 b). Evolución diaria de SO_2 filtrada.

En todo caso, tiene mayor importancia la reducción debida a la zona inferior a $0'025$, pues en ella están incluidos, como se indicó anteriormente, los efectos de la persistencia markoviana, la tendencia y la periodicidad anual. Un ejemplo de los espectros de los datos filtrados de cada estación (de aquí en adelante denominados espectros filtrados) se han representado en las figuras II-53 aunque sin incluirse el continuo nulo. El aspecto general es muy similar para todos ellos y se caracteriza porque el máximo de varianza no se halla en las frecuencias más bajas, sino en dos zonas: una amplia correspondiente a una periodicidad entre 30 y 15 días y un pico muy claramente definido centrado alrededor de los nueve días. La ausencia de valores altos en las zonas más próximas al origen se explican en razón del proceso de filtrado, puesto que como se ha señalado repetidamente elimina todos los efectos de esta parte del espectro.

FIGURA II-53. Espectro filtrado de la estación 1.



II.3.5 Trazado de los continuos en los espectro filtrados.

El trazado de los continuos nulos en los espectros de potencia present6 inicialmente serias dificultades. En efecto, ninguno de ellos, a pesar de los altos valores de r_1 registrados, se puede asi milar a un ruido rojo de Markov de valor r_1 , tal y como se puede apreciar al compararlo en la figura II-54 con el aspecto de las curvas correspondientes a dicho tipo de persistencia, por este motivo debe rechazarse este 6ltimo como representativo del espectro estudiado. Con objeto de buscar un continuo que realmente reflejara el comportamiento del espectro, se calcularon los diferentes va lores de los cocientes entre el coeficiente de autocorrelaci6n en el segunda "lag" y el del primero (valores de r_2/r_1 de la segunda columna de la tabla anterior). Ello se hizo siguiendo una idea su gerida en (70) y se pens6 que, al ser dichos cocientes muy inferior es a los de r_1 , el ruido ser6a menos persistente y, en consecuencia, la acumulaci6n de varianza en las frecuencias inferiores no se r6a tan grande y se conseguir6a una mejor aproximaci6n. Sin embargo, la representatividad obtenida no se puede considerar ni mucho menos satisfactoria, tal y como se ilustra en la figura II-55. Por otra parte, asimilar los continuos a aquellos de ruido blanco cuyo valor correspondiente fuera, en cada caso, el de la potencia media espectral, tampoco cumpli6 los requerimientos exigidos (ver figura II-56).

Puesto que no se pudieron hallar en la bibliograf6a m6todos alternativos a los ya empleados, result6 clara la necesidad de di-

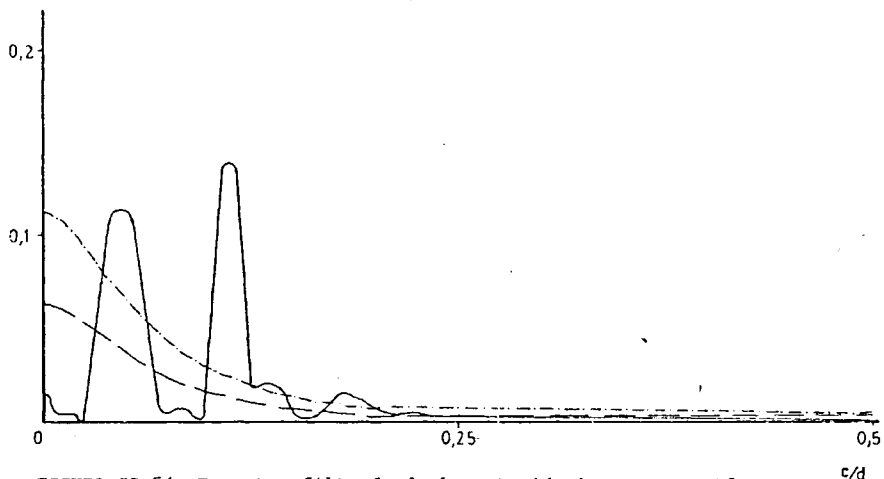


FIGURA II-54. Espectro filtrado de la estación 1 con un continuo de Markov.

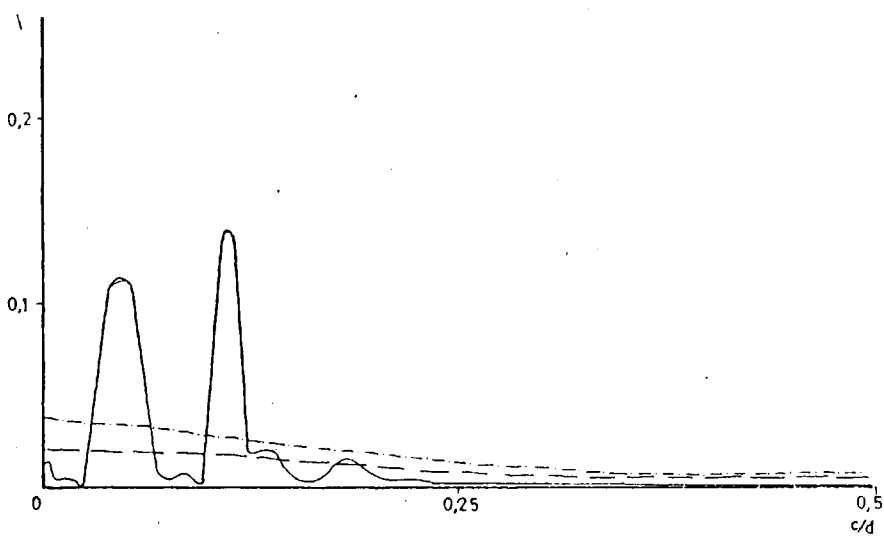


FIGURA II-55. Espectro filtrado de la estación 1 con un continuo de Markov caracterizado por r_2/E_1 .

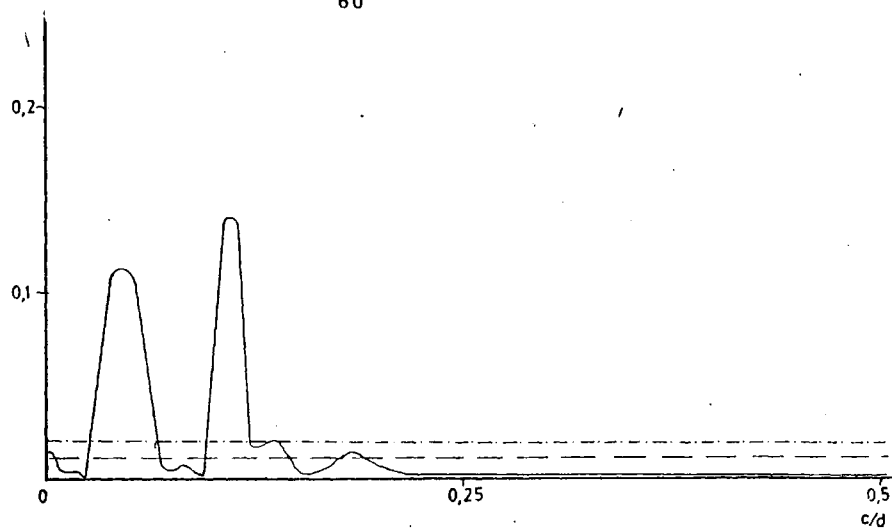
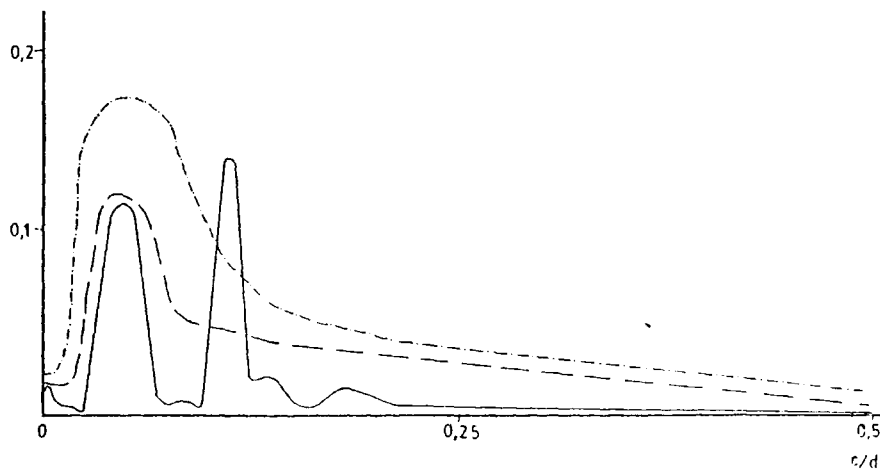


FIGURA II-56. Espectro filtrado de la estación 1 con un continuo igual al valor medio.

FIGURA II-57. Espectro filtrado de la estación 1 con un continuo filtrado.



señar un criterio que permitiera un trazado correcto de los contí
nuos representativos de estos espectros. Finalmente se pensó que
el procedimiento más realista sería proceder a un filtrado de los
contínuos nulos obtenidos para cada serie mediante la aplicación
de la función de respuesta considerada. Un ejemplo de los resulta-
dos se representan en la figura II-57 y se puede observar que el pico
de 9 días emerge claramente por encima del contínuo y del nivel de
confianza del 95% (calculado según el procedimiento usual a partir
del contínuo) en la práctica totalidad de las estaciones.

Las razones que llevaron a la elección de este tipo de contí
nuo son de origen tanto teórico como práctico. Por una parte, se
sabe que el efecto que un filtro ejerce sobre el espectro de una
serie temporal determinada se caracteriza tanto por la ganancia
como por la fase de su función de respuesta. Para el aquí aplicado,
dadas sus características, la fase toma un valor nulo y la ganancia
es la representada anteriormente en la figura II-51. Ello hace que
su aplicación práctica sea inmediata y no presente dificultades,
puesto que en cada caso se determinó el contínuo nulo representati
vo de cada espectro, parece lógico pensar que el nuevo contínuo a-
signado de los datos filtrados sea el obtenido al filtrar el nulo
original. Como quiera que los resultados confirmaron la representa-
tividad de estos últimos el método ideado se consideró aceptable
para los fines propuestos, aunque no se descartó la validez de apro
ximación por otro tipo de procedimientos.

II.3.6 Consideraciones sobre el posible origen de la periodicidad.

Debido a que la característica común de los espectros era la presencia, mucho más nítida que en cualquier espectro anterior y también verificada mediante criterios a posteriori, de la periodicidad de nueve días, se pensó que quizás fuera significativa. Sin embargo no se le pudo encontrar una interpretación física, ya que, por un lado no se ha localizado ninguna referencia sobre la aparición de dicha periodicidad en las variables meteorológicas en las latitudes medias, puesto que las manifestaciones del ciclo de índice registrados se encuentra en torno a los 15 días y siempre son de período superior a los 10 días (71, 72, 73), y, por otra parte, las ondas de presión suelen estar en torno a los 5 días, es decir, se aprecia un vacío precisamente alrededor de los 9 días. Tampoco parece claro asignar dicha periodicidad a la frecuencia de presentación de diferentes situaciones meteorológicas; asimismo, estudios anteriores sobre el recorrido del viento (74) en la misma zona no ponen de manifiesto dicha existencia. Por todo ello, se descartó en principio el origen puramente meteorológico de tal periodicidad.

La posibilidad de que fuera un fenómeno antropogénico, basado en la existencia de algún ciclo de emisión en la ciudad, el que diera origen a la aparición del mencionado ritmo en las concentraciones de SO_2 , no se pudo comprobar directamente dada la carencia, como ya se mencionó al comienzo de esta memoria, de un inventario detallado de emisiones. A pesar de todo, y como se disponía de los

valores de la concentración de partículas materiales y de monóxido de carbono registrados en las estaciones de la misma red de medida, se realizó un estudio paralelo para dichos contaminantes con objeto de conocer si tal periodicidad era exclusiva del SO_2 o no. Los espectros obtenidos son similares para el caso de las partículas (en la figura II-58 se ha representado el correspondiente a la estación 1) lo cual se podría explicar si se tiene en cuenta sus orígenes (75).

Para el monóxido de carbono, en cambio, el espectro (fig. II-59) presenta un aspecto diferente y en él no se registra ningún pico significativo que supere el nivel del 95% en la banda centrada en 9 días, aún más, en la propia frecuencia correspondiente a 9 días el valor de la varianza no presenta siquiera un máximo relativo en las estaciones.

Todo lo anterior parecería indicar que el fenómeno causante de la periodicidad es exclusivo del SO_2 y de las partículas, lo cual haría pensar que pudiera consistir en un ciclo de emisión que afectara únicamente a las fuentes comunes de ambos agentes contaminantes. Además, es de señalar que para el CO la reducción porcentual de la varianza es de un 40% mientras que se vió que para los anteriores, éste era superior a un 60%. Ello indicaría que, para el CO los fenómenos cuya escala de tiempo se halla incluida en las zonas filtradas tienen menor importancia en la determinación de su comportamiento que para el SO_2 y las partículas materiales lo que supondría una clara diferencia entre los contaminante.

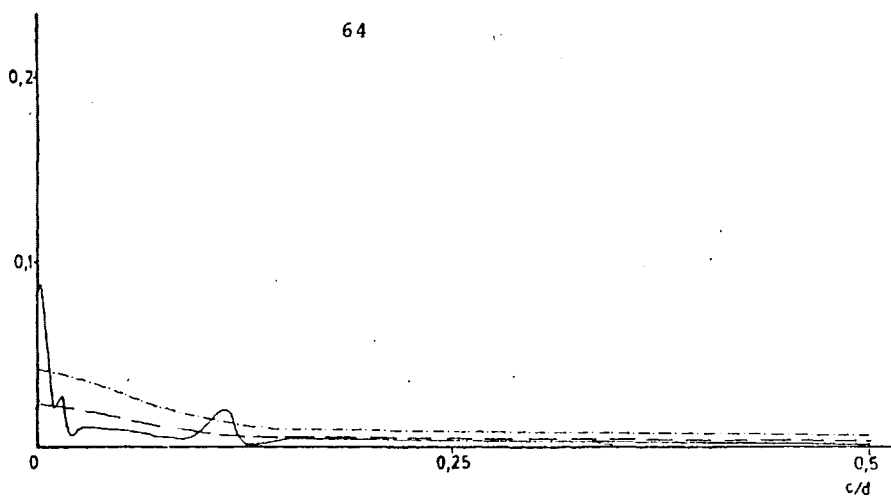


FIGURA II-58. Espectro de la serie de partículas de la estación 1.

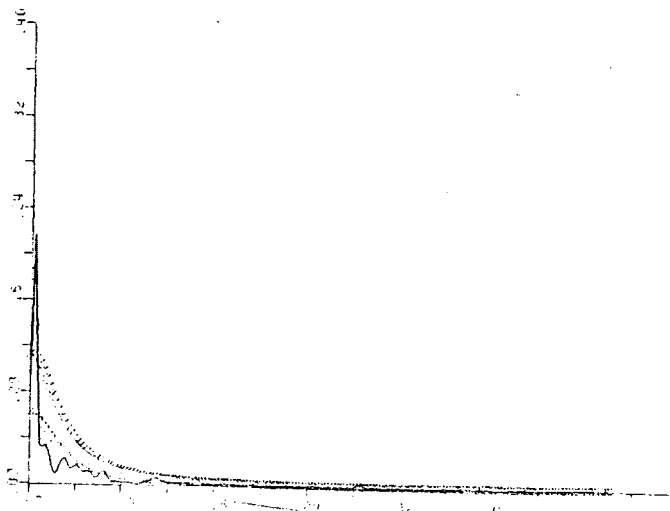


FIGURA II-59. Espectro de potencias de la serie de CO de la estación 2.

Para completar el estudio sobre el origen de la periodicidad se sometió al mismo tratamiento a los datos de SO_2 diarios medidos en la cátedra de Física del Aire de la Ciudad Universitaria de Madrid. Los registros comprenden el período Abril 75-Octubre 77 puesto que no se dispone de medidas simultáneas a las de la red municipal. En el espectro final obtenido se puede apreciar claramente la presencia de un pico definido centrado en torno a una periodicidad de 7 días que resulta significativo con respecto a los continuos; así como la desaparición del máximo de varianza en el punto correspondiente a 9 días. Este hecho implicaría que el fenómeno origen de esta última periodicidad se vería circunscrito a la zona más típicamente urbana y no se verificaría en las zonas de carácter semiurbano como la Ciudad Universitaria.

Sin embargo, esta conclusión no se puede tomar sino como una referencia, ya que, al no ser los registros simultáneos en el tiempo, pudiera haber existido un cambio en el comportamiento del SO_2 de uno al otro período. No obstante, la verificación de este cambio es prácticamente imposible y, por otra parte, parece muy dudoso el que haya tenido lugar.

Dado que no se ha encontrado una explicación física que justifique la existencia de la periodicidad de 9 días, se consideró que el probable origen de tal periodicidad se podía atribuir a una fuga espectral de varianza procedente de la periodicidad de un año a través de los lóbulos laterales de la ventana de Hanning. Este hecho se suele presentar con cierta asiduidad si se aplican técnicas

espectrales clásicas como la de Blackman y Tuckey a registros de poca longitud. En el análisis del SO_2 se han empleado datos de 2 años y medio, lo que representa un valor insuficiente para alcanzar un régimen estacionario con respecto a la periodicidad anual. Así el régimen transitorio adquiere una gran importancia y se puede producir el fenómeno de fuga (76, 77, 78) anteriormente mencionado que, en los espectros aquí considerados tomaría la forma de 9 días.

Puesto que el filtro anteriormente aplicado no eliminó la periodicidad de 9 días, se recurrió a otra alternativa que confirmara si el origen de la acumulación de varianza en la banda de frecuencia de 0.111 día^{-1} se halla en un goteo o fuga espectral procedente de la acumulación de varianza en la frecuencia anual, y consistirá en eliminar los efectos de dicho ritmo de periodicidad de la serie temporal (79); en otras palabras, se trata del método de periodicidades escondidas. Para ello, bastará tener en cuenta que la contribución de una determinada banda de frecuencia al valor final de la serie es.

$$y_t = A \cos(2\pi n f t + \phi)$$

donde A es la amplitud de la frecuencia y ϕ la fase con la cual actúa ésta. Si a cada valor de las series x_t se le resta el correspondiente y_t , se podrá analizar los residuos r_t y comprobar si se presenta la periodicidad de 9 días o no. En caso afirmativo se deberá descartar su origen espúreo, puesto que la serie residual ha sido sometido a un blanqueo en las frecuencias correspondientes a la periodicidad anual, por lo que la contribución de ésta es clara

mente nula en la nueva serie. Por el contrario, si el pico de 9 días ha desaparecido, no habrá ninguna duda en atribuir su origen a fugas espectrales procedentes de la banda anual.

Esta sospecha se ve confirmada por el hecho de que al dividir las series de SO_2 en períodos de invierno-verano, los espectros no presentan indicio alguno sobre tal máximo relativo en 9 días. Si el origen fuera real, la periodicidad se debería presentar claramente, puesto que un registro de 160 días (longitud aproximada de cada uno de los períodos en que dividió la serie) es suficientemente largo con respecto al posible ciclo de 9 días, como para que el régimen estacionario se haya alcanzado y no se presenten problemas transitorios.

Para poder eliminar el tono anual es preciso calcular previamente los valores de su amplitud y de su fase, esto se consiguió mediante la aplicación de un programa propuesto por Bloomfield en (79), a pesar de todo, el análisis espectral de los residuos muestra todavía la periodicidad que se pretendía eliminar.

En consecuencia, se investigó el posible origen del pico no como consecuencia de fugas, sino de efecto espúreo causado por la ventana empleada, en este caso la de Hanning (68), o bien inducido por el propio algoritmo de cálculo. Por ello se calculó el periodograma correspondiente sin aplicación de ninguna ventana e introduciendo la rectangular. Pudo observarse en éstas que no aparece el menor rastro de la existencia de máximo relativo centrado en 9

días, por lo que se rechazó que tal periodicidad fuera significativa.

Todo lo anterior resalta el gran cuidado que se debe poner al analizar periodicidades sin significado físico, que se obtengan en la zona de bajas frecuencias al analizar espectralmente mediante técnicas clásicas una serie temporal. Puede ocurrir que, ni aún los test a posteriori más contrastados tengan la habilidad de detectar su origen espúreo, como es aquí el caso, lo que originaría la obtención de conclusiones erróneas y sin sentido físico que condujeron a resultados totalmente absurdos.

En definitiva, los rasgos más sobresalientes del SO_2 en el centro urbano de Madrid son su procedencia de distribuciones logarítmico-normales, una clara periodicidad anual con máximos en los meses de Noviembre y Diciembre y la presencia de una persistencia bien caracterizada.

III. INDICE DE CONTAMINACION EN UN AREA.

III.1. Introducción.

En la actualidad existen disciplinas en las cuales se dispone de una gran cantidad de información sobre un problema concreto englobado en su campo de acción. La excesiva proliferación de fuentes informativas puede hacer que, paradójicamente, el acceso al conocimiento de tales cuestiones sea demasiado laborioso o inalcanzable si no se puede tratar el caudal de datos concentrándolo y reduciéndolo a dimensiones acordes con la capacidad de cálculo que se dispone. Todo ello ha conducido a que, en las últimas décadas, se haya procedido a la elaboración de diferentes sistematizaciones capaces de, sin reducir ninguna información, reducir el volumen de datos que se debe tratar, facilitando así su análisis y comprensión. En este punto se presentan, entre otras varias, dos alternativas, así, la utilización de cualquier tipo de análisis discriminante permite distinguir la información que resulta significativa, y eliminar el resto, que será, por lo tanto superfluo. Sin embargo, se puede optar por la no eliminación de parte alguna del contenido total, englobando o aunando varios sectores diferentes en índices significativos de un hecho más general.

Dentro del contexto meteorológico y sus aplicaciones al campo de la contaminación ambiental este aspecto ha sido tratado por diversos autores (80, 81), destacando especialmente la con

tribución de Van Egmond et al (82, 83, 84, 85) en su estudio acerca del transporte de contaminantes en Holanda.

De entre los distintos indicadores globales (86, 87), en este trabajo se centrará la atención en el denominado P.D.S., índice inicialmente indicativo de los efectos de una emisión, por las razones que se expondrán a continuación.

III.2. El P.D.S.

III.2.1. Definición del P.D.S.

Este índice surge al intentar combinar los varios aspectos determinantes de la acción que puede ejercer un cierto nivel de concentración de un contaminante sobre cualquier ente a él expuesto. En concreto, se tienen en cuenta el valor medido de la concentración, su duración y el área afectada. Puesto que los efectos de un agente nocivo para la salud dependen tanto de la concentración a la que se encuentran expuestos los organismos, como del tiempo de duración de dicha exposición, es lógico expresar mediante el producto de estas dos variables el efecto global de ambas. Dicho producto se conoce como la dosificación del contaminante (88) que afectará a una determinada área, el producto de este área por su dosificación será representativo de la contaminación global originada por una cierta emisión. Así, pues, el producto de dosificación superficial se define como:

$$P. D. S. = \int_S \int_{t_1}^{t_2} c \, dt \, dS$$

donde S es el área sobre la cual se calcula el producto (P.D.S.), t_1 y t_2 los límites del intervalo de tiempo considerado y C la concentración registrada durante el mismo. Esta idea fue introducida por Duckwoth et al. (87), y como se acaba de indicar, de esta manera se caracteriza una emisión superficial y temporalmente. Ampliando este concepto Finzi (89) et al. modificaron la expresión del P.D.S. con objeto de hacerlo representativo de la concentración registrada en un área global, para lo cual introdujo una ponderación espacial y otra temporal. De esta manera el P.D.S. queda transformado como sigue:

$$P.D.S. = \frac{1}{\Delta t \Delta S} \int_{t_1}^{t_2} \int_S C dt dS \quad (III-1)$$

que será esta la forma definitiva que aquí se aplicará.

Con esta forma de filtrado se podrán sustituir las diferentes concentraciones registradas en un área por un único valor, disminuyendo volúmen de datos a tratar. En definitiva, se reduce el número de componentes del vector de concentraciones, lo que equivale a trasladarse desde un espacio de n -dimensiones a otro cuyas coordenadas son, normalmente, inferiores a cinco. Puede observarse una cierta analogía formal con métodos como el análisis discriminante o el de componentes principales, y, al igual que ellos deberá estar garantizado que la transformación mantiene las principales propiedades y no supone pérdida de facetas o aspectos fundamentales existentes en el vector original y llevan implícita la caracterización total y correcta. Con el fin de que este procedimiento sea representativo de la realidad

y no suponga una pérdida de la información total, se deberá utilizar un criterio objetivo en la elección de los recintos S, que garantice la homogeneidad dentro de ellos.

Para satisfacer esta necesidad se realizó un análisis previo de los datos disponibles procedentes de las dieciseis estaciones registradoras de SO₂ que estaban en funcionamiento en el período de estudio. De este modo, se pretendía obtener algún indicio sobre la posible existencia en el núcleo urbano de Madrid de zonas de distinto carácter desde el punto de vista contaminante. Esta suposición, apriorística, se basaba en la propia naturaleza de las fuentes emisoras de SO₂, lógicamente más numerosas en el centro de la ciudad. Por otra parte, los valores medios obtenidos para cada estación, que se señalan en el apartado II-2, también hacían sospechar tal discriminación.

III.2.2. Elección de sectores.

El planteamiento anterior es, desde un cierto punto de vista, típico de un análisis de conglomerados puesto que se desea agrupar las estaciones (que ~~en~~ el lenguaje de los conglomerados serían los objetos) según un número de categorías lo más reducido posible antes de proceder a un tratamiento capaz de descubrir y desentrañar normas de comportamiento. Para poder definir dichas categorías habrá que señalar las características que según sean comunes, o no, determinarán la pertenencia de un elemento o una clase a la proximidad de un ob

jeto a otro. Debido a que el interés se centra en los niveles de contaminación que alcanza cada estación, no se presentó ninguna duda al elegir como características las concentraciones diarias que registraba cada una de ellas, teniendo definida de esta manera la matriz básica se realizó un análisis de conglomerados de los valores del período comprendido entre Noviembre y Marzo, ya que corresponden a la época del año en que la concentración alcanza valores más altos y coincide con el funcionamiento de las calefacciones. El algoritmo empleado hace uso de "distancias" euclídeas (90 y 91) y se encuentra incluido en el paquete de programas ADDAD (del Centro de Cálculo de la Universidad Complutense de Madrid). Los resultados obtenidos para la primera época analizada (Noviembre 78 - Marzo 79) dan lugar a la tabla III-1, donde están reflejadas las clases de la jerarquía proporcionadas por el método de cálculo, asimismo, en la figura III-1 viene indicado el diagrama de los índices del nivel de jerarquía.

Ver a continuación Tabla III-1.

Tabla III-1. Clases de las jerarquías del análisis cluster.

Conglomerado		Estaciones que comprende
Final	Inicial	
17	13 y 14	13, 14
18	4 y 10	4, 10
19	11 y 13	11, 13
20	1 y 9	1, 9
21	17 y 16	13, 14, 16
22	7 y 15	7, 15
23	5 y 12	5, 7, 15
24	18 y 8	4, 10, 8
25	20 y 2	1, 9, 2
26	3 y 23	3, 5, 7, 15
27	21 y 19	13, 14, 16, 11
28	27 y 24	13, 14, 16, 11, 4, 10, 8
29	25 y 26	1, 9, 2, 3, 5, 7, 15
30	29 y 6	1, 9, 2, 3, 5, 7, 15, 12, 6
31	30 y 28	1, 9, 2, 3, 5, 7, 15, 12, 6, 13, 14, 16, 11, 4, 10, 8

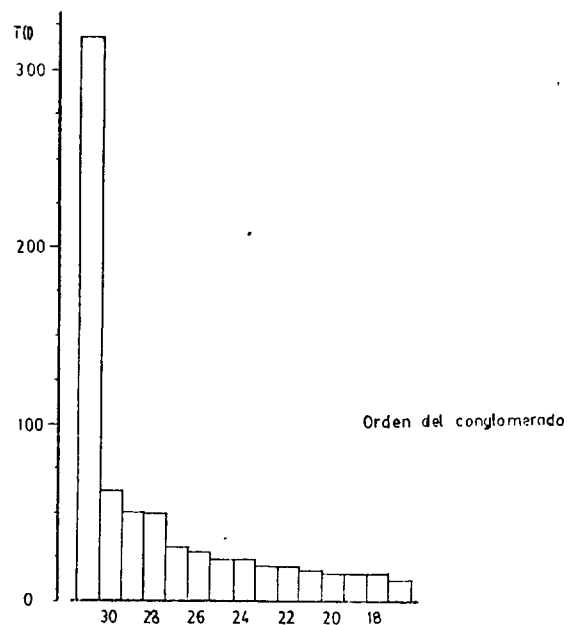


FIGURA III-1 Diagrama de las clases de jerarquía del análisis de conglomerados.

En esta última se puede observar que la variabilidad dentro de cada conglomerado va aumentando gradual y progresivamente en las 14 primeras y experimenta un brusco aumento en la última (T_j índice de la variabilidad dentro del conjunto es 3.7 veces superior al del anterior). Todo ello indica que este conglomerado no se puede considerar como homogéneo y se deben diferenciar sus dos componentes (28 y 30). El hecho de que la inercia de estas últimas ($T_j = 73$ y 86 respectivamente) esté dentro del mismo orden que las de los demás conglomerados, condujo a que no se distinguieran nuevos agrupamientos. De esta manera, se pone de manifiesto la existencia de dos conglomerados. El primero consta de las siguientes estaciones: 4, 8, 11, 13, 14, 15 y 10. Los resultados obtenidos en los inviernos sucesivos confirmaron plenamente los anteriores, por lo que se consideró como definitiva dicha diferenciación. De esta manera, y puesto que, además, las estaciones del segundo conglomerado están agrupadas geográficamente en el centro del casco urbano y las del primero se distribuyen de manera regular en la periferia del mismo, se distinguieron dos sectores: el sector periférico I que comprende el área de influencia de las estaciones que forman el conglomerado 28 y el central II, cuya superficie se extiende a la determinada por las estaciones del treinta.

III.2.3. Recinto urbano de Madrid y áreas de influencia

Para poder calcular el P.D.S. se procedió a delimitar el recinto urbano de Madrid en el cual se determinaría dicho

Índice. La superficie base que se ha tomado es la representada en la figura III-2, de esta manera se engloba la zona de mayor densidad de población, así como aquéllas periféricas donde existen ubicadas estaciones de medida. Si se considera que el eje central de la ciudad lo constituye el Paseo de la Castellana, se puede observar que el espacio de este recinto se extiende más hacia el este, debido a la existencia en la zona oeste de la Casa de Campo y Ciudad Universitaria, que han limitado el crecimiento de la ciudad en esta dirección. Se adoptó un contorno rectangular puesto que esta figura plana es la que mejor parece aproximarse a la estructura superficial de la ciudad.

Una vez definido el ámbito en el cual se va a calcular el P.D.S. se debería proceder al cálculo de la integral III.1. Sin embargo, ello no resulta factible debido a que no se dispone en cada punto del recinto de un registro de la concentración del contaminante. Puesto que sólomente hay 16 estaciones de muestreo se procedería a reconstruir el campo de concentraciones para así poder llegar a evaluar el índice P.D.S. Teniendo en cuenta que la expresión III-1 está dada en forma continua, tanto en el tiempo como en el espacio, se procederá a discretizarla en sus variables es decir, que

$$P.D.S. = \frac{1}{\Delta t S} \sum c_i \Delta t s_i \quad (III-2)$$

o, lo que es lo mismo

$$P.D.S. = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^n c_i s_i \quad (III-3)$$

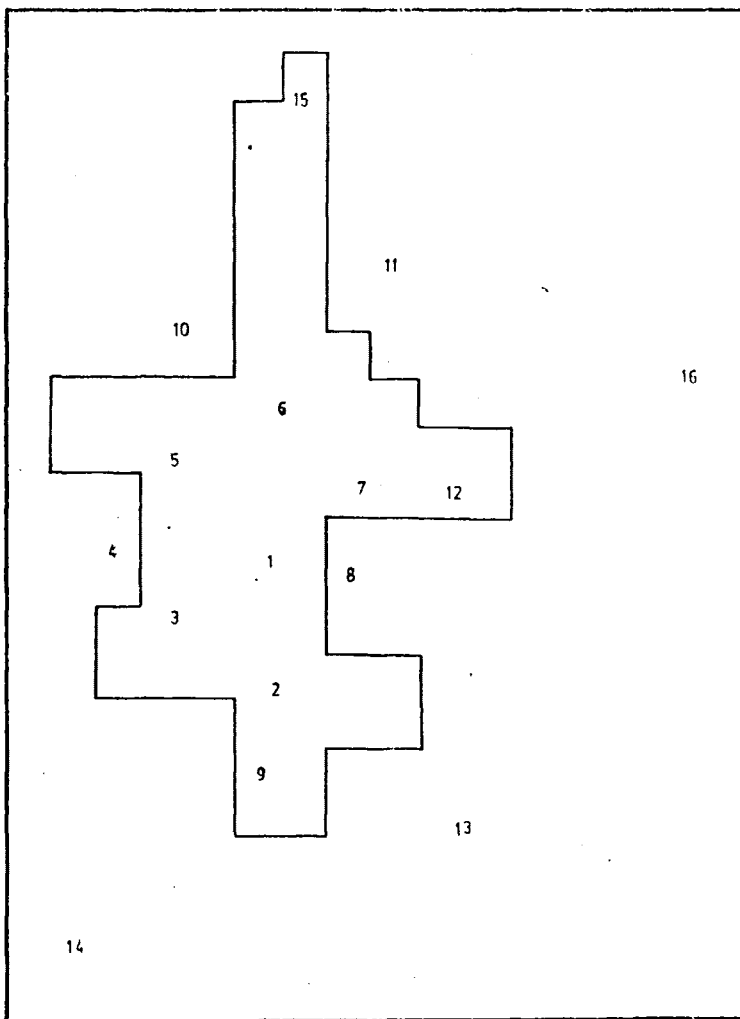


FIGURA III-2 Límites del recinto urbano de Madrid. El área poligonal contiene el sector II y el resto, hasta completar el rectángulo, el I.

donde C_i son las concentraciones registradas en la estación i , si el "area de influencia" de dicha estación y S la superficie total considerada.

De esta manera se evita la integración con respecto a la variable temporal, lo que conduce a una gran simplificación en el cálculo inherente a la aplicación práctica de este índice.

Con objeto de determinar las superficies, S_i , se aplicó el denominado método de los polígonos; para ello se divide el recinto por medio de un retículo de brazo de red, d , que proporcione una densidad de celdilla unitaria suficientemente amplia para asegurar la representatividad de las áreas. La zona de influencia de la estación i , comprenderá todas aquellas celdillas unitarias tales que la distancia entre el centro de la celdilla y la estación, i , sea menor que la distancia entre dicho centro y cualquiera otra de las estaciones. El valor del área será la suma de las superficies unitarias, que delimitarán un contorno poligonal alrededor de cada una de las estaciones. Así queda determinada el área, S_i , y se puede proceder al cálculo de P.D.S. y conocer la superficie de cada uno de los sectores que anteriormente se han mencionado y se representan en la figura III-3. De esta manera se han descrito mediante criterios geométricos los distintos valores de S_i . Para verificar estos resultados se aplicó un método alternativo consistente en el uso de esquemas y algoritmos de interpolación que hagan factible el trazado de isolíneas de concentración en la superficie considerada. Con

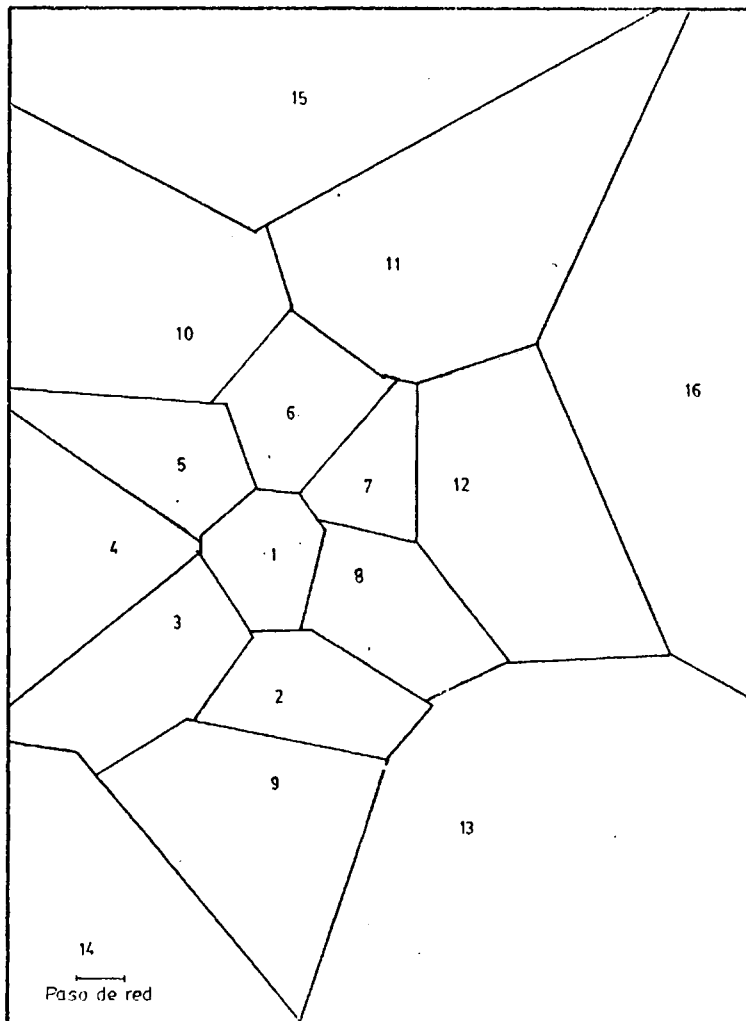


FIGURA III-3 Áreas de influencia de las estaciones determinadas según el método de los polígonos.

objeto de comprobar si este procedimiento más complejo y laborioso conducía a resultados similares a aquéllos logrados con el método poligonal se realizó una interpolación según el método de la función de ponderación de distancia y densidad (82) equivalente a otros intrincados como el de interpolación óptima (92) o de interpolación de autovectores (82).

Así se pudo obtener la gráfica de la figura III-4, en ella las zonas sombreadas indican las áreas a las cuales se manifiesta las influencias de más de una estaciones. Las partes sin rayar muestran los recintos de influencia de un único punto de muestreo. Las líneas continuas son las fronteras impuestas por el método de los polígonos. Los resultados consecuentes a este proceso (ver fig. III-4) ponen de manifiesto la pertinencia de las suposiciones hechas al considerar los polígonos y marcan claramente unas zonas de influencia de cada una de las estaciones totalmente concordantes con las anteriores, por lo que se puede considerar ambas aproximaciones como equivalentes. Dado que el expuesto primeramente posee una mayor sencillez de cálculo, será el que subsiguientemente se aplicará. Es especialmente interesante la constatación de una de las hipótesis que, en un principio, puede parecer más conflictiva: la constancia de C_i en el interior de S_i . Efectivamente, el ser las zonas límites muy estrechas, se puede suponer a efectos de la integración posterior que, en todos los recintos, C_i es constante e igual al valor registrado en la estación i . En cambio, no se puede mantener esta suposición a efectos de limitación de sectores como más adelan-

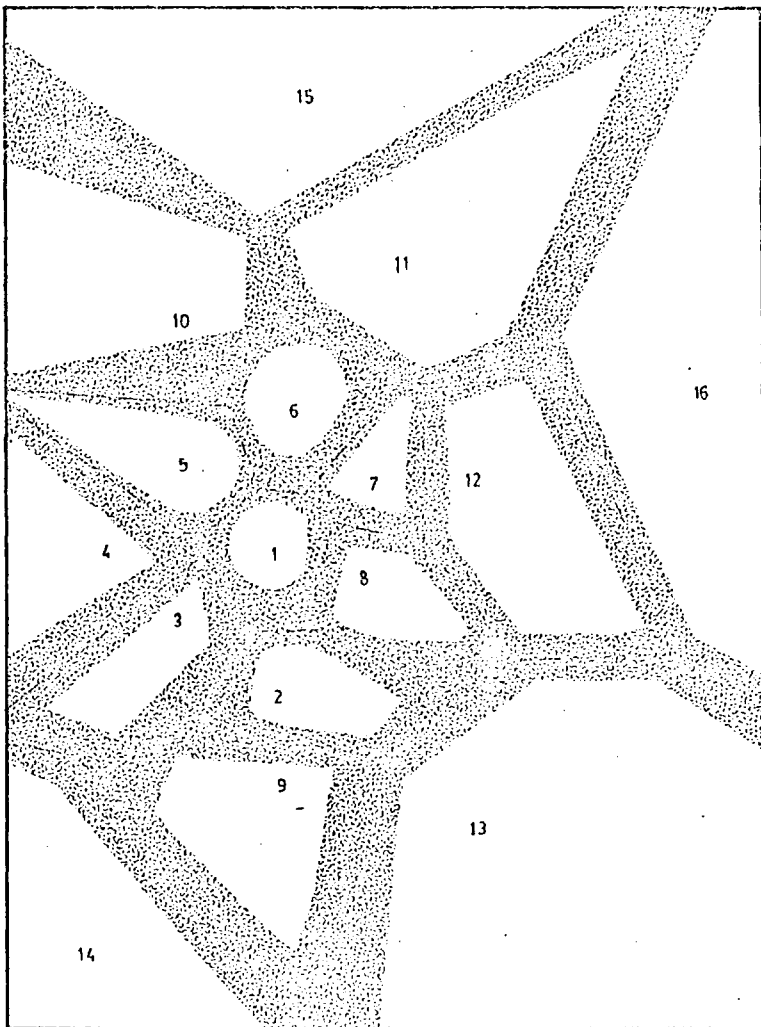


FIGURA III-4 Áreas de influencia de las estaciones y zonas de interacción de una o más de ellas.

te se verá y, en general, a estudios a escala global. Sin embargo para el cálculo total en el rectángulo elegido, si que es está permitido.

III-3. Resultados.

III.3.1. Sectores.

Siguiendo el procedimiento descrito en el apartado anterior, se procedió al cálculo de los valores diarios del P.D.S. a partir de las concentraciones medias diarias registradas en cada una de las estaciones de la red. Una de las dificultades que conllevó dicho proceso fue la elección del brazo de red. Para ello, se deben tener en cuenta tres factores fundamentales y buscar una solución intermedia entre ellos: en primer lugar debe de diferenciar las estaciones de tal manera que no coincidan dos o más en una misma célula individual, esto implicaría elegir un brazo de red "lo suficientemente corto". Además, los polígonos resultantes en la construcción y determinación de éste índice tendrán que reflejar de la mejor forma posible la realidad, lo que nuevamente obliga a la elección de un brazo de red corto. Por último, se debe considerar que un excesivo número de celdillas elementales dificulta sobremanera el cálculo, aumentando el tiempo de procesamiento y haciéndolo demasiado prolijo. Puesto que la toma en consideración de este último hecho supondría la elección del "brazo de red largo" será necesario lograr un

compromiso entre las exigencias de este requerimiento y los anteriores. La consideración de un brazo de red corto o largo depende de la escala concreta en que se trabaja, así, para una zona urbana como la ciudad de Madrid, la cual está limitada por un rectángulo de $8 \times 11 \text{ Km}^2$, se probaron los siguientes brazos de red: 1 Km, 750 m, 500 m, 300 m y 200 m. De entre todos ellos se optó por elegir como más adecuado el de 500 m, de acuerdo con las razones previamente expuestas.

En la figura III-3 se representaron la malla de red obtenida con dicho brazo, así como los polígonos que determinan cada una de las áreas, S_i , se puede observar que las dos zonas discriminadas por el análisis de conglomerados presentan características diferentes, por cuanto a los de la agrupación I se les asocian áreas mayores que a los de la II, debido a que la densidad de estaciones de observación es mayor en la zona central de la ciudad que en la periferia. Por tanto, si se determina un P.D.S. conjunto para la totalidad del área urbana, su valor estaría muy influenciado por las áreas periféricas que, como ya se destacó, en general, presentan los valores de concentración registrados más bajos y no sería capaz de reflejar de una manera adecuada las situaciones episódicas en el centro, siendo éstas las de mayor interés. Queda así puesto de manifiesto la necesidad de distinguir los diversos sectores dentro del área considerada.

En los procesos de cálculo se eligió el día como unidad

temporal, ello es debido a que en una etapa posterior se modelizaron las series temporales de los P.D.S. con objeto de realizar una predicción de éstos índices. Dado que algunos de los fenómenos meteorológicos reguladores de los niveles de concentraciones registradas y que las mismas emisiones presentan una periodicidad diaria, se tomó esta unidad para evitar la consideración de este ciclo, lo cual dificultaría la predicción que se pretende llevar a cabo. Además este intervalo de tiempo es suficientemente largo como para permitir la adopción de medidas de control si estas fueran necesarias y resultara posible su adopción. Para la separación final del área global considerada, se ha tenido en cuenta, además del criterio anteriormente descrito, las características de cada una de las regiones referentes a densidad de tráfico, emisión de calefacciones o demográfica y la estructura viaria de la ciudad especialmente de sus grandes arterias. Todas estas consideraciones conducen a la figura III-2. Cabe de destacar la modificación que se ha realizado sobre el área de influencia de la estación, 15, correspondiente a la Plaza de Castilla. Por estar ubicada sobre el eje del Paseo de la Castellana su carácter contaminante es plenamente urbano aunque su localización sea periférica, ello implica que parte de su área de influencia se deba asignar al sector (I) y no al sector, II, como en un principio se podía pensar. Consideraciones análogas se pueden consignar para las estaciones, 9, (Fernández Ladreda), 3 (Puerta del Sol) y 12 (Plaza de Manuel Becerra).

III.3.2. Análisis de los valores del P.D.S.

Aplicando la expresión (II.2) y todas las consideraciones expuestas en los puntos anteriores, se procedió al cálculo de las series diarias al P.D.S., para el período comprendido entre el 1 de Octubre de 1978 y 28 de Marzo de 1981, que se encuentran tabuladas en el apéndice I.

Para intentar un primer conocimiento descriptivo de cada una de las series se construyeron los histogramas de las mismas, representados en la figura III-5 y se calcularon las estadísticas reflejados en la tabla III-2.

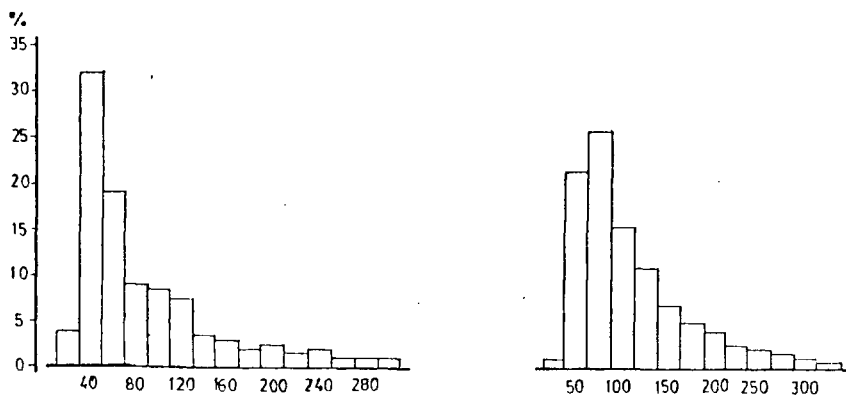


FIGURA III-5 a) Histograma de los valores del PDSI
b) Histograma de los valores del PDSII

TABLA III-2 RESUMEN DE LAS CARACTERISTICAS DE LAS DISTRIBUCIONES DEL PSD.

	PDS I	PDS II
\bar{c}	62.4	101.1
σ	46.8	70.42
Moda	36	75
Coef. Vár.	1.33	1.44

Al observar la figura cabe resaltar que ésta presenta una clara asimetría hacia los valores más bajos. La distribución a la cual tienden estos histogramas, después de aplicar la transformación logarítmica, resultan normales al nivel del 0.1 según el test de Kolmogorov-Smirnov. (93).

Este tipo de distribuciones está en concordancia con los previstos por Larsen (66), para este agente contaminante. Asimismo, son análogos a los encontrados para casi todas las estaciones de la red bajo estudio.

En la tabla se puede ver que el valor medio del P.S.D. en el sector, II es mayor en 60% que, I, como era lógico esperar debido al diferente carácter contaminador de ambos sectores que ya se ha puesto de manifiesto anteriormente por otros métodos. Los coeficientes variacionales son del mismo orden aunque ligeramente superior el del sector, I.

Las evoluciones del PDS se han representado en las figuras III-6 y III-7. Los valores de la gráfica son los promedios mensuales a la larga de todo el período de registro. Como era de esperar, la evolución cualitativa ha sido la misma en ambos sectores, presentándose las máximas en los meses de Noviembre y Diciembre, y decreciendo a valores mínimos en los meses de Julio y Agosto. Las máximas absolutas son alcanzadas tanto para uno como para otro sector en el año 1979. En un apartado posterior de este capítulo se prestará especial atención a las condiciones meteorológicas que originan la obtención de tales niveles. En todo caso, la forma de las curvas de los dos índices tiene un aspecto similar a las de las observaciones de las que proceden, por lo que es aplicable todo lo allí indicado referente a la evaluación.

Debido a las facetas diferenciadoras de las zonas que se representan a través de cada una de las componentes del PDS, el II deberá tener siempre un valor superior al del I. Este hecho se ve reflejado claramente en las figuras anteriormente mencionadas, donde puede observarse que la curva II está siempre por encima de la I. Además la diferencia es máxima en valor absoluto y en relativo (figura II-8) en los meses de mayor intensidad de emisión, ello es lógico por la mayor acumulación de fuentes existentes en el sector II que elevan las niveles en los períodos de estancamiento. El cociente entre el valor del sector II y el del I varía entre 1.07 (Octubre 1981) y 2.82 (Abril 1979), su promedio es de 1.69 y no presenta un valor de evolución cla-

FIGURA III-6 Evolución de las medias mensuales del PDSI

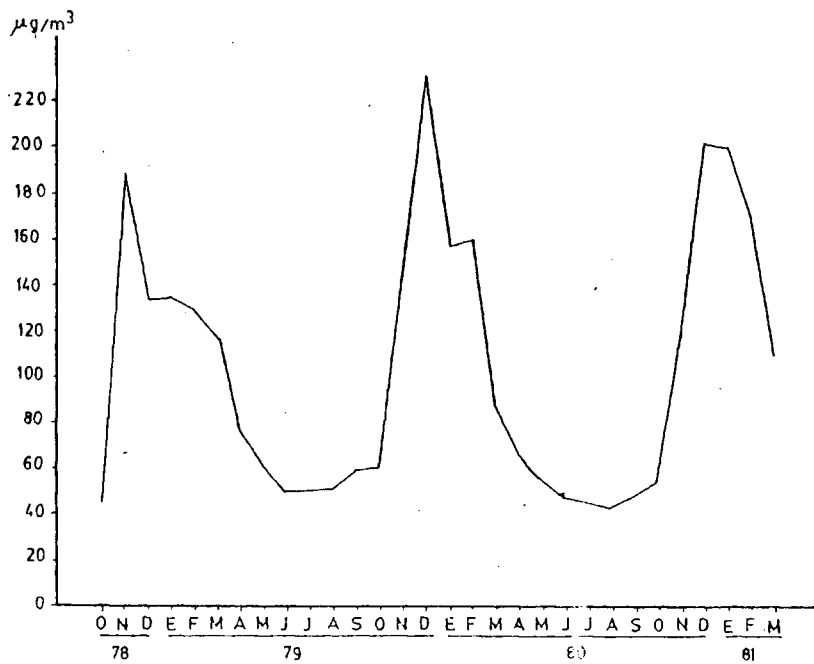
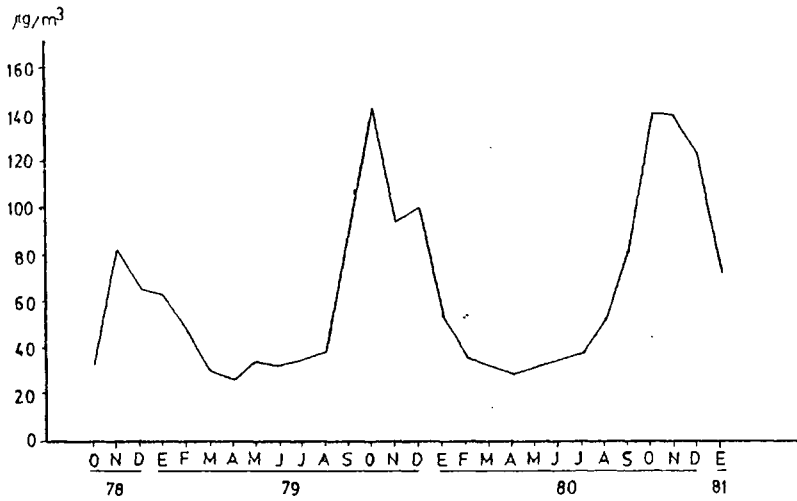


FIGURA III-7 Evolución de las medias mensuales del PDSII

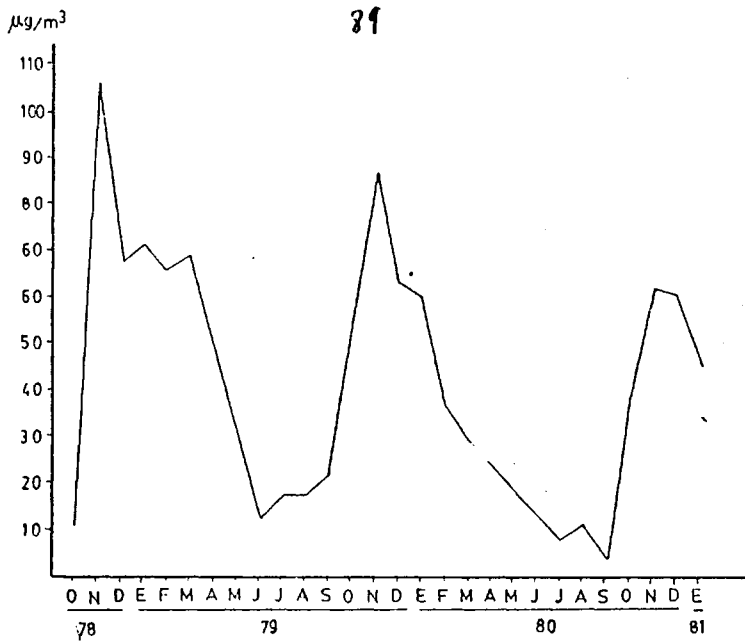


FIGURA III-8 a) Evolución de las diferencias absolutas entre las medias mensuales del PDSII y el PDSI.

FIGURA III-8 b) Evolución de las diferencias relativas entre los medios mensuales del PDSII y el PDSI.



ro, por lo que se puede considerar que la proporción entre los índices varía de manera aleatoria alrededor de su media (siempre sobre bases mensuales).

III.3.3. Espectros.

Con objeto de completar el conocimiento sobre la serie temporal constituida por el PDS, se realizó, siempre para aprovechar posteriormente la información obtenida de cara a una posterior parametrización y uso cuantitativo, un tratamiento espectral de las series I y II. En las figuras III.9 y III.10 se han representado los espectros de los datos originales y en ellas se puede observar, a parte de la periodicidad anual, la presencia de un máximo relativa en la banda de frecuencia centrada en 0.111 días^{-1} , correspondiente a la periodicidad de nueve días que se manifestaba en los espectros de los datos de varias estaciones de la red. Como en el capítulo II se ha evidenciado claramente el origen espúreo de este ritmo, se sometió a las dos series a un tratamiento paralelo al desarrollado en el apartado II.3 y se obtuvieron las mismas conclusiones que allí se alcanzaron, como era de esperar, pues si las series originales no tenían esta característica, por la propia definición del PDS, éste difícilmente la poseerá, si es un fiel representante de las mismas. Sus características más representativas se dan en la tabla III-4.

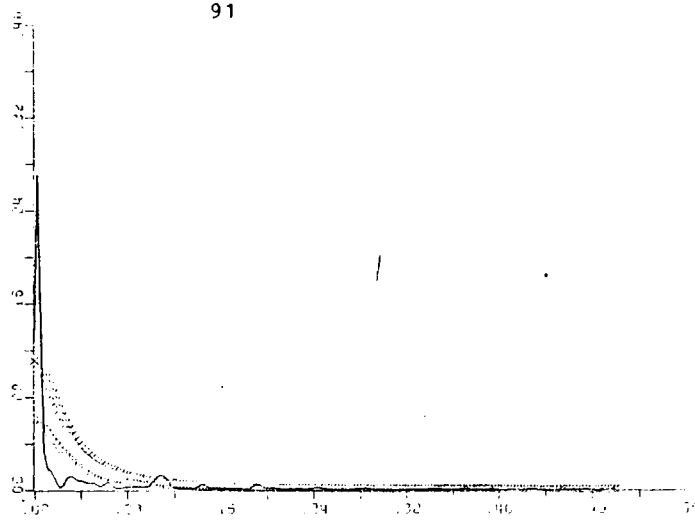


FIGURA III-9 Espectro de potencia del PDSI

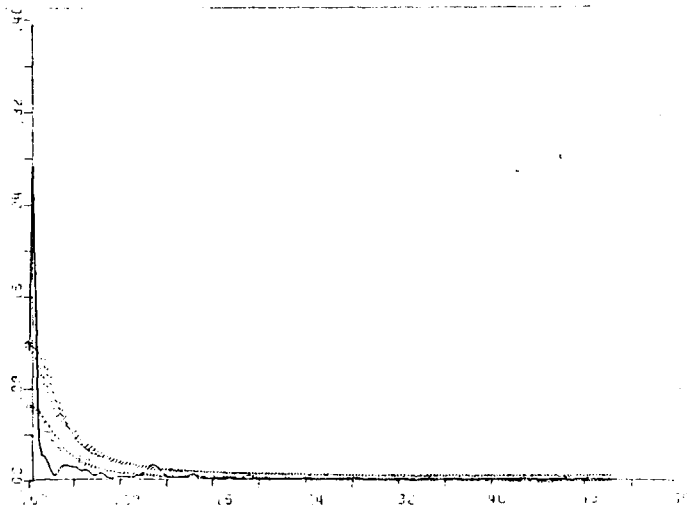


FIGURA III-10 Espectro de potencia del PDSII

TABLA III-4 Características espectrales del PDS.

	r_1	Varianza	Reducción %
PDS I	0.71	630.4	71.3
PDS II	0.73	1370.6	72.3

Todo ello pone de manifiesto la representatividad del PDS con respecto a la situación real de partida que se ha considerado. Por tanto la aplicación del índice ha cubierto los objetivos planteados con su introducción, puesto que ha sido capaz de agrupar los valores de dieciseis estaciones en dos sectores. Dicha agrupación se ha realizado de manera tal que se han preservado todas las características importantes de cada una de las estaciones y, por tanto, no ha supuesto pérdida de información significativa. Si a esto se le añade la simplificación que supone modelizar un vector de dos componentes frente a uno de dieciseis, queda patentizado en definitiva que el PDS aquí aplicado se comporta como un índice adecuado para la caracterización de agrupaciones de datos como los pertinentemente considerados.

III.4. Características meteorológicas que determinan la presentación de valores máximos PDS.

Durante la época bajo estudio y para la cual se calcularon los valores del PDS se registraron varios períodos episódicos. Cronológicamente el primero de ellos es el comprendido entre el 25 de Noviembre de 1979 y el 7 de Diciembre del mismo año. En la tabla III.5 se han indicado las características meteorológicas más relevantes que influyen en la aparición de estos valores máximos.

TABLA III-3 CARACTERÍSTICAS METEOROLÓGICAS DURANTE EL PERIODO DE MAYOR ACUMULACION DE SO₂.

Situación	ESTABILIDAD			PDS II	Temperatura		Recorrido Viento	Frec. Viento				Racha max.		
	7h.	13h.	18h.		Reciro mín.	max.		19	29	39	49	Cal.	Dir.	Km/h.
24-XI-79	7	7	2	7	183.3	-3	10	111	20			220	ENE	14
25-XI-79	7	7	1	7	205.0	-3	12	109				240	NE	4
26-XI-79	8	7	1	6	454.7	-3	14	88				240	NE	
27-XI-79	8	7	1	7	537.0	-2	16	83				240	calma	
28-XI-79	8	7	1	7	498.0	-2	19	120	40			200	NE	16
29-XI-79	8	7	1	7	457.0	-1	18	136	75			265	NE	1
30-XI-79	8	7	1	7	440.0	0	16	116	20			220	NE	11
1-XII-79	8	7	1	7	273.0	1	20	143	40			200	NE	1
2-XII-79	8	7	1	7	301.0	3	19	143	90			250	NE	1
3-XII-79	8	7	1	6	317.0	2	18	134	40			200	NE	1
4-XII-79	8	6	1	7	245.0	2	15	139	60			190	NE	1
5-XII-79	8	7	1	7	155.0	-1	16	141	40			200	NE	1
6-XII-79	8	7	1	7	256.0	0	14	102	10			230	NE	
7-XII-79	7	7	1	6	264.0	-2	11	12				240	Calma	

En primer lugar, se comenzó observando el tipo de situación meteorológica que se presentaba en cada uno de los días según la clasificación de (94), que se representa en la segunda columna. Los dos primeros corresponden a una situación anticiclónica de poco espesor, 7, para posteriormente transformarse en una de tipo, 8, a anticiclón de gran espesor. Al final de este período dicho anticiclón se debilita para pasar, otra vez, a la situación 7. En la tercera columna se indican las diferentes clases de estabilidad, según Turner (95) para las horas 7, 13 y 18 de cada uno de los días. A las horas matutina y vespertina se registra siempre una gran estabilidad. Sin embargo, durante las centrales del día se registra inestabilidad, que indudablemente tiene su origen en la gran insolación que acompaña a este tipo de patrones sinópticos. Todo ello hace que en el centro del día se produzca turbulencia originada por la mayor intensidad de la radiación solar recibida. Sin embargo, ello no implica que se favorezca la difusividad, ya que prevalece el efecto del anticiclón manifestado a través de una inversión de subsidencia que impide la consiguiente dilución de los contaminantes atmosféricos. Las demás columnas son, en consecuencia, reflejos de las situaciones invernales típicas sobre la Península, presentando bajas temperaturas y recorridos de viento muy pequeños, siendo considerados como una situación de calma.

Con vistas a intentar una posible evaluación de la influencia de las fuentes externas a la propia ciudad, se procedió al trazado de las trayectorias de las partículas en la superficie

de 1.000 mb, puesto que este serían representativos del transporte hacia la urbe. Debido a que las situaciones sinópticas son de gran estabilidad y las velocidades registradas son muy pequeñas, estando próximas a las de los límites de detección de los aparatos de medida, se procedió al trazado de los mapas de 6 horas en 6 horas y trazando las isobaras a intervalos de 1mb. A pesar de todo ello las trayectorias así obtenidas no dejan de ser de dudosa fiabilidad y la única conclusión que se pudo extraer de su análisis es que el incremento del nivel del PDS es debido a los focos emisores en la propia ciudad y su entorno más inmediato. Las razones que llevaron a tales consideraciones están basadas en el hecho de que las trayectorias son de muy corta longitud y de direcciones muy irregulares, como era de esperar observando las correspondientes mapas sinópticos.

Con intención de confirmar los resultados anteriores y no sólo para las situaciones episódicas, sino para todos los días en los cuales se superó el valor de $200 \mu\text{g}/\text{m}^3$ (nivel standard de la mayoría de las legislaciones internacionales) se realizó un recuento exhaustivo de los días en que esto ocurría y un estudio pormenorizado de los mismos. Se construyeron las rosas de PDS, de esta manera se obtuvo que para el primer sector había un total de 22 días que superaron dicho valor, de ellos 15 correspondían a clamas, 5 al primer cuadrante y 2 al segundo. En el segundo sector el número total fue de 58, de los cuales los días de calma fueron 53 y sólo 5 correspondían al primer cuadrante. Todo ello refuerza la hipótesis anterior, de

que el aumento es debido a focos locales y el transporte a mesoescala que se pueden despreciar.

En estas condiciones los sondeos aerológicos del observatorio de Barajas, así como los realizados con el globo cautivo en alguno de los días de estos períodos por Catalá et al. (96) mostraban fuertes inversiones en tierra, así como las de subsidencia propias de este tipo de situaciones y principales responsables de la acumulación de contaminantes en la capa límite planetaria.

Las características del resto de los períodos vienen en la tabla III-6. En ella se pone de manifiesto que éstas son análogas a las de la tabla III-5, correspondiente al período para el cual se alcanzaron niveles más altos. Ello fue debido a que en este primer período la situación 8 persistió durante un mayor número de días que en los demás, por otra parte las temperaturas mínimas alcanzadas fueron inferiores a cualquier otra de las registradas, lo que pudo inducir un mayor funcionamiento de las calefacciones. Puesto que éstas son las condiciones características que dan lugar a unos niveles de contaminación más elevados, se pone de manifiesto que el índice PDS responde adecuadamente y en el mismo sentido que las concentraciones de SO_2 a las acciones de los agentes atmosféricos. Por todo ello, se puede concluir que la presentación de niveles preocupantes es debida fundamentalmente a las propias fuentes de la ciudad y siempre se presenta en las situaciones 7 y 8, pero cuando estas aparecen aisladamente, sino después de un cierto período de persistencia de las mismas.

IV. UN MODELO SENCILLO DE PREDICCIÓN.

IV.1. Introducción.

Al plantear el estudio de la influencia meteorológica sobre la contaminación urbana, se delimita considerablemente el campo de los modelos susceptibles de aplicación, puesto que, al tratar con valores registrados en localizaciones plenamente inmersas en el foco, no se podrá aplicar la simplificación inherente a considerar un foco superficial de una cierta extensión. Todo ello obligaría a resolver la ecuación básica de advección-difusión tantas veces como focos individuales existieran, labor inabordable dada la multiplicidad y dispersión de las fuentes de SO_2 . En consecuencia, la única manera de atacar el problema con probabilidades de obtener resultados contrastables satisfactoriamente con la realidad, será recurrir a metodologías que tengan en cuenta los fenómenos subyacentes mediante consideraciones estadísticas que, a su vez, se puedan aplicar a variables macroscópicas (fundamentalmente meteorológicas). De entre los diversos métodos existentes en este campo se ha optado por recurrir a aquellos cuya base está constituida por el tratamiento de series temporales, ya que han dado resultados satisfactorios en otras circunstancias (36, 37, 38, 61, 62, 63). En particular, se centró la atención sobre los modelos autorregresivos de media móvil (58, 59, 67) debido a que el análisis espectral había revelado la existencia, como una de las características predominantes, de persistencia en las series de P.D.S. En ellos interviene exclusivamente la información contenida en

la propia serie temporal, es decir, son univariantes, lo que supone una gran cortapisa, pues se desperdician las aportaciones que pueda proporcionar el conocimiento de variables relacionadas con la dependiente. Sin embargo, su conocimiento es imprescindible para la construcción de modelos más complejos que se discutirán en el capítulo V (59), además, la determinación del orden autorregresivo de los procesos pondrá de manifiesto interesantes aspectos cualitativos y cuantitativos sobre la estructura de la persistencia que se había detectado previamente.

Aunque su base es ciertamente empírica, poseen una estructura prefijada que se debe identificar y unos parámetros a cuya estimación hay que proceder. Consecuentemente, esto permite considerarlos intermedios entre los determinísticos, cuya inaplicabilidad se ha reseñado repetidamente y los puramente empíricos, los cuales carecen de bases teóricas que justifiquen las relaciones entre las distintas variables que intervienen en los diversos fenómenos. Se han aplicado tanto a la predicción y el ajuste de series temporales como a la evaluación de tendencias y la adopción de medidas de control (98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 61, 62, 63, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111).

IV.2 Bases teóricas de los modelos.

IV.2.1. Procesos estacionarios.

El fundamento en que se basan es el hecho, constatado por Youle (112), de que las series temporales con un cierto gra-

do de persistencia se pueden generar a partir de la señal con que un filtro responde a una secuencia temporal aleatoria conocida como ruido. Puesto que las series a estudiar presentan todas un gran componente persistente, se procederá a una modelización univariante basándose en el hecho anteriormente reseñado. Dentro de los filtros que se pueden aplicar a este tipo de series, se centrará la atención en los lineales, cuya respuesta en un cierto instante, t , viene determinada por la suma ponderada de los valores que ha tomado previamente el ruido, es decir, que

$$z_t = \mu + \Psi(B)a_t \quad (\text{IV-1})$$

donde:

z_t es la serie temporal observada,

a_t el ruido.

$\Psi(B)$ es un polinomio representativo del filtro que transforma a_t en z_t , siendo la variable B el operador denominado de desplazamiento regresivo, es decir, que transforma cada valor de la serie en el inmediato anterior y, finalmente, μ es el parámetro que en ciertos casos coincide con la media y, en general, representa el nivel de la serie.

Una gran mayoría de las variables que aparecen en la realidad se presentan a través de series estacionarias, por lo que será interesante conocer las condiciones que debe cumplir $\Psi(B)$ para que la serie generada sea estacionaria. En efecto, si se tiene en cuenta que $\Psi(B)$ se puede considerar como la función

generatriz de los coeficientes ψ_j tomando B como una variable falsa cuya potencia jésima es el coeficiente de ψ_j , la condición de estacionariedad es (13) que la serie $\psi(B)$ converja cuando $|B| < 1$.

Asimismo, si en la expresión (IV-1) el valor de la media es cero se tiene que, para determinar los valores de a_t en función de z_t se deberá poder escribir

$$a_t = \psi(B)^{-1} z_t \quad (\text{IV-2})$$

o lo que es equivalente (59)

$$a_t = -\psi z_{t-1} - \psi^2 z_{t-2} - \dots - \psi^k z_{t-k} + a_t - \psi^{k+1} a_{t-k-1}$$

Está claro que si z_t toma un valor finito, la serie deberá converger, y será preciso que esté asegurada la invertibilidad para que se garantice la aceptabilidad de los valores de z_t obtenidos.

A partir de la expresión (2) se obtiene, cuando existe $\psi(B)^{-1}$,

$$\pi(B) z_t = a_t \quad (\text{IV-3})$$

es decir, que el polinomio $\pi(B) = \psi^{-1}(B)$ deberá converger para que (IV-3) tenga sentido. La condición analítica de la estacionariedad viene expresada por la convergencia de los coeficientes del polinomio $\pi(B)$ tanto en el interior como en la periferia del círculo unidad. Es de destacar que en los modelos en los cuales el número de términos del polinomio $\pi(B)$ es finito, el proceso de identificación y elaboración se ve muy facilitado.

Por otra parte, las condiciones de invertibilidad se cumplen de una manera inmediata, ya que al ser un número finito de términos la serie converge sin imponer restricción alguna. La estacionariedad viene garantizada cuando las raíces de la ecuación característica $\pi(B)=0$ se encuentran fuera del círculo unidad (59). Si el número de términos del polinomio es p , este será autoregresivo de orden p , con lo cual los valores de Z_t se pueden expresar como combinación lineal de los p valores previos de la propia serie temporal más un término de ruido, es decir, cada valor se autoregresiona sobre valores anteriores de sí mismo.

Cuando el polinomio $\psi(B)$ posee un número finito de términos, q , el modelo es de media móvil de orden q , es decir, Z_t se puede expresar como una combinación lineal de un número finito de impulsos, a_t , del ruido. Por su propia naturaleza, estas series son siempre estacionarias, al tener $\psi(B)$ un número finito de términos. De una manera análoga a las consideraciones anteriores, las series de este tipo son invertibles cuando las raíces de la ecuación característica $\psi(B)=0$ están contenidas dentro del círculo unidad, en la circunferencia que lo limita.

Combinando los modelos anteriores de manera que el valor de la serie se pueda expresar como función lineal de, p , valores previos de sí mismo y, q , del ruido se obtienen los modelos autoregresivos de media móvil de orden (p,q) . Las condiciones de invertibilidad y estacionariedad para estos modelos vienen expresadas por la restricción de que las soluciones de las correspondien

tes ecuaciones característica sean exteriores al círculo unidad.

IV.2.2. Procesos no estacionarios.

Hasta ahora se han considerado los modelos generadores de series temporales estacionarias debidas a las respuestas de diferentes filtros lineales a unos ciertos procesos de ruido. Sin embargo, muchas de las series resultantes de las observaciones reales presentan diversas formas de no estacionariedad que son tratables mediante una modelización similar a las precedentes. Obviamente, la manera de abordar este problema consistirá en hacer menos restrictiva la condición de estacionariedad impuesta anteriormente. Ya se vió que si las raíces de la ecuación $\phi(B)=0$ estaban dentro del círculo unidad, la serie era estacionaria. Además, se puede demostrar (59) que si las mismas se encuentran dentro de este círculo, la serie presenta un carácter netamente explosivo, es decir, el crecimiento es desmesurado y no se adapta a unos patrones de comportamiento fáciles de identificar, si existen. Por todo ello, un tratamiento más adecuado será el considerar que a una o varias raíces estan sobre el círculo unidad. En consecuencia, el polinomio $\phi(B)$ se podrá expresar como producto de dos nuevos polinomios: uno de ellos estacionario, que vendrá indicado por $\phi'(B)$, y el otro estará constituido por la potencia d-ésima del binomio, $(1-B)$. Si se aplica esta potencia d-ésima a la serie observada, Z_t , se obtendrá una nueva serie, W_t , con d términos menos que la serie primitiva y, su comportamiento se verá regido por un polinomio estacionario.

De esta manera se podrá conocer la evolución de la serie, w_t , bastará entonces deshacer la transformación realizada para encontrar la de z_t . Así se construyen los conocidos modelos autorregresivos integrados de media móvil. Son integrados porque con la parte autorregresiva y la media móvil se logra modelizar el comportamiento de, w_t , y para hallar, z_t , se debe sumar e integrar el proceso estacionario, d , veces, es decir, deshacer la transformación w_t .

Como ya se ha señalado, no todas las series no estacionarias se engloban en estos modelos, sin embargo, la amplitud de estos es suficiente para tratar la inmensa mayoría de las que se presentan en la práctica.

La expresión general de estos modelos se puede escribir por todo lo ya considerado.

$$\phi(B) \cdot (1-B)^d z_t = \theta(B) a_t \quad (\text{IV-4})$$

Existe la posibilidad de generalizarla para aquellos casos en que la serie tiene una tendencia determinista, agregando un término, θ_0 , constante, siendo entonces

$$\phi(B) (1-B)^d z_t = \theta(B) a_t + \theta_0 \quad (\text{IV-5})$$

Si θ_0 no se introduce el modelo es capaz de tener en cuenta solamente las tendencias estocásticas presentes en las series.

realizará se limitará únicamente a los meses invernales. Ya se señaló al analizar el comportamiento del PSD que éste presentaba una clara estacionalidad anual, mucho más contrastada en el sector II. El origen de dicho ciclo estacional se atribuyó a la conjunción de situaciones meteorológicas estables y grandes emisiones. Debido a que el SO_2 contenido en la atmósfera proviene en más de un 90% de las calefacciones domésticas y, puesto que éstas se encuentran en funcionamiento por regla general desde Noviembre hasta Marzo se tomó este período para realizar la modelización pues, previsiblemente, durante estos meses la concentración de SO_2 alcanzará valores altos y, por tanto, de interés para la predicción. En el período base para los procesos de identificación y estimación fue el 79-80 puesto que en el anterior los aparatos de la red no estaban instalados de una manera definitiva y no ofrecían todas las garantías. El período 80-81 se adoptó como referente para comprobar la calidad del modelo.

Considerando que el análisis espectral que se realizó en el capítulo anterior lo fue para todo el período de muestreo, y puesto que la modelización univariante se va a limitar al período anteriormente señalado, se calcularon los espectros correspondientes a los valores que tomó el PDS en los dos sectores durante el mismo período. Las características de ambos se han señalado en la tabla IV-1.

Las características de ambos son similares a, las de los espectros tales, se presenta una alta persistencia y una periodicidad de alto período inducida por la anual. No aparecieron ritmos de periodicidad espúreos.

IV.3 LA MODELIZACION UNIVARIANTE

IV.3.1 Técnicas de identificación.

Tal y como se ha expuesto en la introducción teórica, el principal problema que se presenta en la construcción de cualquier tipo de modelización univariante es la identificación del filtro dinámico que, en cada situación particular, hace que los valores constituyentes del ruido generen la serie temporal considerada. En particular, para las dos series del PDS, se considerará que el ruido engloba y contiene toda la información referente a emisiones de contaminante, situación meteorológica y, en general, cualquier otro factor que afecte a los niveles de concentración que se alcanzan en la atmósfera urbana de Madrid.

El medio que se va a aplicar para discernir la estructura interna de dichos filtros es doble: por una parte la función de autocorrelación y, por otra, la función de autocorrelación parcial. Puesto que la series se conocen a intervalos discretos de tiempo, la función de autocorrelación es aquella en la cual se representa la correlación existente entre los valores de la serie (expresada mediante el coeficiente de correlación) cuando éstos están separados entre sí k intervalos de tiempo. De su propia definición se deduce que es simétrica con respecto a $k = 0$, por tanto, sólo se estudia su parte positiva entre 0 y un valor máximo que se fijará según las necesidades que cada serie plantea. Para la identificación es de máxima importancia conocer no sólo los valores de la función de autocorrelación sino también las interrelaciones entre ellos y la propia función (114, 115, 116).

De hecho, la estructura cualitativa determina el tipo de modelo que rige la serie y los valores cuantitativos el valor de los parámetros identificados. Mientras que la función de autocorrelación da cuenta del carácter de media móvil, la de autocorrelación parcial lo hace del autorregresivo (59). La autocorrelación parcial del desfase k de una serie temporal se calcula a partir de los polinomios (59).

$$\rho_j = \phi_{k1} \rho_{j-1} + \phi_{k2} \rho_{j-2} + \dots + \phi_{k(k-1)} \rho_{j-k+1} + \phi_{kk} \rho_{j-k}$$

y coincide, para cada valor incremental con el de ϕ_{kk} . De este modo, la función de autocorrelación parcial está constituida por los distintos valores que ϕ_{kk} tome al variar el desfase k . Por tanto, también es simétrica alrededor de cero y sus límites están determinados por las mismas restricciones que la función de autocorrelación.

Se puede demostrar (117) que debe cumplirse que el proceso sea homocedástico, es decir, el ruido mantenga su varianza constante, para obtener una modelización correcta. El cumplimiento de esta hipótesis supone que el proceso aleatorio base y generador de la serie se conserve invariante en el tiempo y resulte legítimo y justificable enunciar una predicción sobre su futuro comportamiento. También en (117) se sugieren las transformaciones que suelen inducir esta propiedad en las variables que no la poseen, siendo normalmente logarítmicas o potenciales. Para identificarlas se construye una representación rango-media de los datos, la apropiada será aquella para la cual la distribución de puntos en el gráfico tenga carácter aleatorio (118)

IV.3.2 Resultados univariantes.

Dado que se procede a estudiar el SO_2 , la modelización que se

Antes de proceder a la determinación de las funciones de autocorrelación simple y parcial del PSD, se construyeron los diagramas rango-media (figura IV-1). Del análisis de los mismos se concluyó que la mejor transformación era la logarítmica para ambos componentes. De ahora en adelante se trabajará con la variable transformada únicamente.

Para el cálculo de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial, así como de las etapas posteriores que lleva consigo un proceso de modelización se ha empleado el paquete de programas "A computer program for the Analysis of time series Models using the Box-Jenkins Philosophy" de David Pack. De esta manera se obtuvieron las funciones que se han representado en las figuras IV-2 (PDS I) y IV-3 (PDS II) correspondientes al invierno 79-80. Los modelos identificados para ambos sectores adoptan la forma

$$(1-\Theta B) X_t = \alpha_t \quad (\text{IV-6})$$

y para el sector 1

$$(1-0.73B) \log PDSI_t = \alpha_t \quad (\text{IV-7})$$

que también se puede escribir

$$\log PDSI_t = 0.73 \log PDSI_{t-1} + \alpha_t \quad (\text{IV-8})$$

Análogamente para el sector 2

$$(1-0.78B) \log PDSII_t = \alpha_t \quad (\text{IV-9})$$

o bien

$$\log PDSII_t = +0.78 \log PDSII_{t-1} + \alpha_t \quad (\text{IV-10})$$

El parámetro está limitado, como ya se señaló, tanto superior como inferiormente por las restricciones que imponen las condiciones

de estacionariedad y que se traduce en que $|\Theta| \leq 1$. El hecho de que el modelo sea autorregresivo de orden uno indica que la memoria o la inercia del proceso se limita únicamente al valor inmediatamente anterior; es decir, todas las influencias se pueden considerar englobadas en dicho término de tal manera que contiene toda la información aprovechable para la modelización.

El valor que toma Θ , indica que el nivel que se alcanza cada día es casi un 30% inferior al del anterior, siempre y cuando la situación sea normal y no se produzcan residuos excesivamente altos. Es decir, en la mayoría de las situaciones el modelo implica que no se han producido efectos acumulativos en la atmósfera con respecto al SO_2 y, por tanto, prevalece la dilución sobre la acumulación producida por los factores de emisión. En general, siempre que $|\Theta| \leq 1$ el modelo indicará que el valor que se obtenga al día siguiente será inferior al del día actual, mientras los residuos se mantengan en niveles próximos al valor más probable. Debido a que éste es el comportamiento dominante en la atmósfera, se pone de manifiesto el significado físico de la condición de estacionariedad que inicialmente se impuso como restricción necesaria para la resolubilidad del modelo sobre unas bases puramente analíticas. Puesto que las situaciones cuya predicción tiene mayor interés son los períodos episódicos de acumulación de contaminante, hay que resaltar que se reflejarán en el modelo a través de valores muy altos de a_t los cuales se deben sumar a los términos autorregresivos.

Debido a la propia naturaleza del PDS, la aplicabilidad de

este modelo univariante se tiene que ver reducida necesariamente al ajuste y modelización de la serie. Así, por ejemplo, el modelo supone una reducción porcentual en la suma de los cuadrados muy pequeña, lo que hace que sea muy limitada su capacidad para realizar una predicción. Más adelante se pondrá claramente de manifiesto la utilidad real de este procedimiento en el tratamiento multivalente. A pesar de ello, la correlación entre los valores predicho y observado que se obtiene con el tratamiento univariante son $r = 0.73$ (sector 3) y $r = 0.78$ (sector 2) explicando en ambos casos más del 50% de la varianza total

TABLA IV-1 Características espectrales del PDS con 150 días.

	r	varianza	Ruido rojo
PDS I	0.74	1741.3	SÍ
PDS II	0.74	2706.5	SÍ

IV.3.3 Verificación de los resultados.

Para cerciorarse de la bondad de los modelos se aplicarán los correspondientes tests a los respectivos grupos de residuos. Todos ellos sirven para poner de manifiesto la existencia de una desviación significativa con respecto a la aleatoriedad por parte de los residuos, puesto que cuando se verifica este hecho el modelo es totalmente inaceptable. Efectivamente, si se presenta un comportamiento diferente del determinado por el azar, ello indicaría que no se ha extraído toda la información contenida en la serie y, por tanto, no se ha logrado alcanzar el límite determinado por

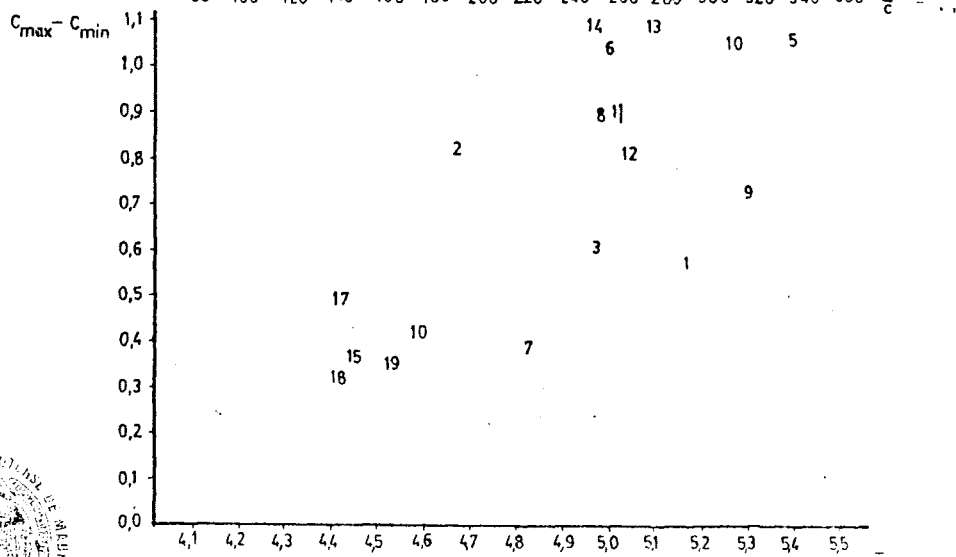
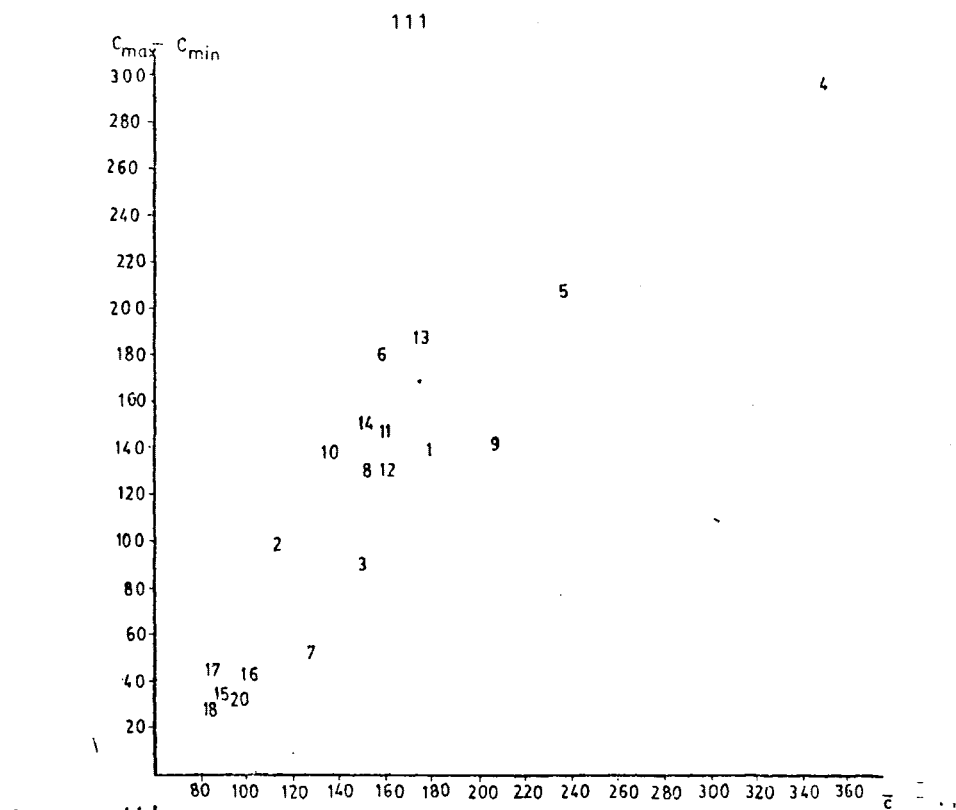


FIGURA IV-1 a) Diagrama rango-media del PDSI (invierno 79-80) \bar{C}
 b) Diagrama rango-media del PDSII (invierno 79-80)



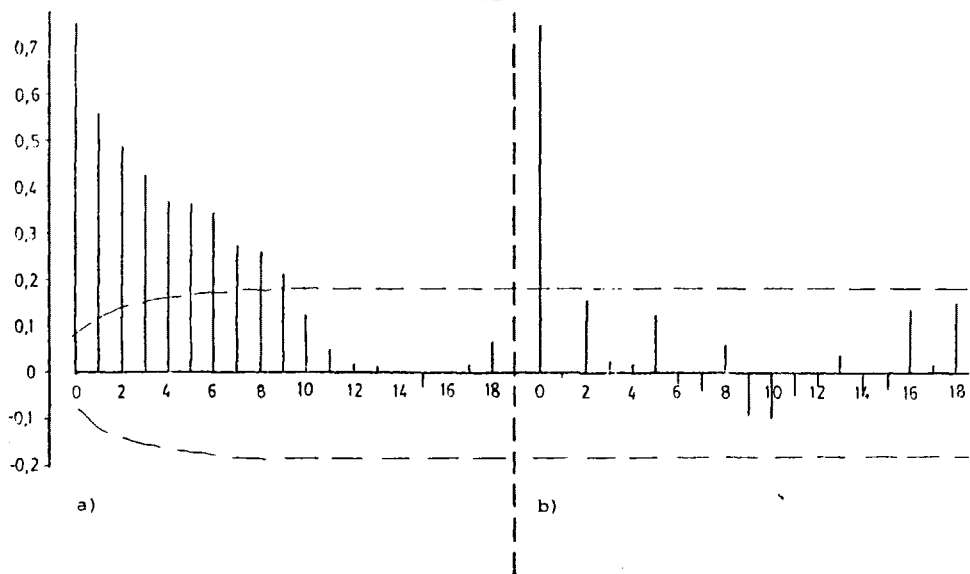


FIGURA IV-2 a) Función de autocorrelación del PDSI (log)
 b) Función de autocorrelación parcial del PDSI (log)

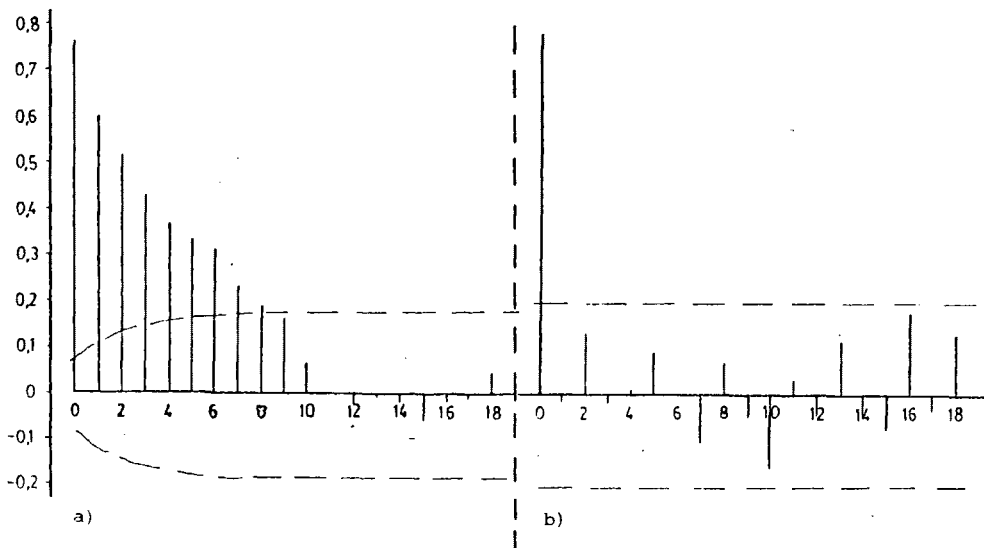


FIGURA IV-3 a) Función de autocorrelación del PDSII (log)
 b) Función de autocorrelación parcial del PDSII (log)

la estructura real subyacente en cada una de las series consideradas. En definitiva, si no se logra obtener una secuencia residual totalmente blanqueada (con un carácter completamente aleatorio) habrá que rechazar el modelo debiéndose proceder bien a una nueva identificación correcta o bien a conseguir que el modelo incorpore para sí las facetas discrepantes del azar que se hayan encontrado al aplicar los test. Aquí se han utilizado uno desarrollado por Box y Pierce (119) que da idea del ajuste global del modelo a través de la distribución de chi-cuadrado para el estadístico denominado Q y otro ideado por Bartlett (120) capaz de detectar la presencia de no aleatoriedades a través del periodograma.

Aplicados ambos a los modelos representados a través de las expresiones 2 y 3 no manifestaron ninguna característica total o parcialmente diferentes de las propias del azar y consiguientemente se aceptaron como válidos sin reservas. Con los parámetros estimados durante el 79-80, se emplearon las expresiones (IV-8) y (IV-10) para el período 80-81, así se alcanzó una correlación de 0.69 y 0.71 para los sectores I y II entre valores predichos y reales. Una reestimación de los parámetros hizo que estos valieran 0.70 y 0.75. Es decir, el modelo se puede aplicar para la predicción con resultados similares a los del período usado como base, existiendo una débil dependencia con respecto a este intervalo inicial. Considerando desde otro punto de vista, esto indica que el proceso generador de los niveles de SO_2 no ha variado sustancialmente en su carácter de un año para otro, manteniéndose así constantes sus mecanismos generadores.

V. FUNCIONES DE TRANSFERENCIA CONSTRUIDAS A PARTIR DE VARIABLES METEOROLOGICAS.

V.1 INTRODUCCION.

En el capítulo anterior se han considerado diferentes modelos estocásticos capaces de describir el comportamiento de una serie temporal teniendo en cuenta únicamente de las características de ésta. Este tipo de modelización es adecuada en los casos en que no se tenga información alguna relativa a las influencias exteriores susceptibles de ser ejercidas sobre la serie estudiada o serie base, ya que el elemento generador de la misma es un ruido que engloba de manera indescernible a todos los agentes externos, sin embargo, hay casos como el aquí considerado en los cuales se conoce un conjunto de variables que pueden actuar sobre la serie base determinando, al menos de manera parcial, su comportamiento y características. Es, por tanto, necesario un método que pueda caracterizar y evaluar los efectos que la serie X_t ejerce sobre la serie base Y_t . Ciertos modelos que satisfacen este tipo de problemas son los denominados de función de transferencia (57, 108, 109, 121, 122, 123)

Aunque no son los únicos modelos multivariantes que se pueden construir y las relaciones que se pueden considerar a través de ellos son básicamente lineales, resulta interesante su aplicación por ser una forma de extensión natural de los procesos autorregresivos y de media móvil. Esto es así puesto

que la estructura es similar, con la diferencia que no hay una sola variable rectora, sino que existen varias y de carácter no aleatorio; otra peculiaridad es que se necesitan varios filtros, uno para cada magnitud independiente y otro adicional para el ruido. Ello supone una modificación en el interpuesto entre el ruido y la serie básica puesto que los primeros residuos contenían todo aquello que no era expresable a través de la propia serie. En cambio, ahora contienen la información no asimilable mediante un mayor número de series y su contenido está más empobrecido, en consecuencia, se deberá procurar que el azar tenga el papel menos relevante posible y su aportación sea mínima entre las variables investigadas.

V.2 BASES TEORICAS.

V.2.1 Fundamentos.

Sea x_t una magnitud que parcial o totalmente determine la evolución de una serie base y_t , un cambio en el valor de x_t producirá una variación en y_t , dependiendo de la relación existente entre ambas variables es muy posible que el sistema (x_t, y_t) posea una cierta inercia y exista una demora o retardo en la reacción de y_t hasta que se alcance un equilibrio. Estos cambios de y_t se denominan respuestas dinámicas y son descritos por las funciones de transferencia.

En los modelos univariantes la serie estudiada se conside

raba la salida de un filtro cuya entrada era una serie de ruido. Sin embargo, en los modelos de función de transferencia la entrada está constituida por las series temporales de ciertas variables rectoras de salida, formando así un sistema dinámico que hay que caracterizar de manera adecuada. Para ello será necesario conocer las características del filtro existente entre ambas series. De esta forma se ponen claramente de manifiesto las analogías y diferencias entre la modelización univariada y la multivariada, pues aunque en ambas hay que descubrir las propiedades de los filtros lineales, en la primera de ellas la ignorancia es prácticamente total, ya que toda la iniciativa del proceso generador de la serie corresponde al azar a través del ruido, en cambio, en el caso multivariado es una serie conocida la que determina el comportamiento del sistema en cada instante. Se vio que el orden de los polinomios autorregresivos, de media móvil y el de la integración-diferenciación caracterizaban la modelización de las series univariantes. De una forma similar las funciones de transferencia se caracterizan por su ganancia estacionaria (relación entre el valor de la serie de salida y el de entrada cuando ésta permanece en un valor constante), y la función de respuesta a impulsos, puesto que la serie de entrada genera la serie base mediante un filtro, si éste es lineal se expresa mediante la relación funcional

$$Y_t = v_0 X_t + v_1 X_{t-1} + v_2 X_{t-2} + \dots \quad (v-1)$$

$$Y_t = V(B) X_t$$

siendo el polinomio $V(B)$ la función de transferencia. Los coeficientes V_0, V_1, V_2, \dots , constituyen la función de respuesta a impulsos del sistema. Este filtro para poder ser convenientemente aplicado y analizado debe garantizar que, para cualquier cambio finito en la serie directora, la serie de salida experimenta el mismo tipo de variación. De esta manera se tiene la seguridad de que el problema es abordable dentro de los límites de aplicación. La condición analítica que garantiza el cumplimiento de este hecho es que la serie $V_0 + V_1 B + V_2 B^2 + \dots$ debe converger cuando $|B| \leq 1$ considerando B como una variable al igual que anteriormente. Un sistema que cumple tal condición es estable. De la propia definición de la ganancia se puede observar que existe una interdependencia con los valores de los coeficientes, esto es, con la función respuesta a impulsos. Es fácilmente demostrable a partir de la expresión (V-1) que la ganancia es la suma de los coeficientes V .

Las relaciones dinámicas entre varias variables se pueden formular no sólo de la manera que aquí se ha expuesto, sino también mediante ecuaciones diferenciales cuya expresión general es:

$$(1 + \sum_1 D + \dots + \sum_R D^R) Y_t = g(1 + H_1 D + \dots + H_S D^S) X_{t-b} \quad (V-2)$$

En efecto, éstas son capaces de describir aquellos fenómenos en los cuales la influencia de la variable directora no está determinada únicamente por su valor, sino también por su

velocidad de cambio y las derivadas de orden superior S y además es ejercida no sólo sobre la dependiente sino también sobre sus derivados hasta el orden R. Si el sistema presenta una cierta inercia, es decir, la variable dependiente tarda en reaccionar un tiempo a las acciones de la independiente, la ecuación diferencial es:

$$(1 + z_1 D + \dots + z_r D^r) Y_t = g (1 + h_1 D + \dots + h_s D^s) X_{t-b}$$

Esta ecuación sólo es aplicable cuando el operador D tiene sentido, es decir, en variables que sean continuas. Para el estudio de series temporales se precisa una expresión análoga a la (V-2), pero con un operador definido para variables discretas. Teniendo en cuenta la definición del operador B, bastará sustituirlo para transformar (V-2), pudiéndose entonces escribir:

$$(1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r) Y_t = (w_0 - w_1 B - \dots - w_s B^s) X_{t-b} \quad (V-3)$$

o de una forma más compacta

$$\delta(B) Y_t = w(B) X_{t-b} \quad (V-4)$$

Puesto que en esta formulación se admitió un desfase de tiempo b, para calcular la función de transferencia será necesario relacionar y_t de manera explícita con x_{t-b} la cual se puede escribir como $B^b x_t$, llevando este valor a la (B) se obtiene:

$$\delta(B) Y_t = w(B) B^b X_t$$

de donde la función de transferencia

$$V(B) = \frac{\delta(B)}{w(B) B^b}$$

La condición de estabilidad se establece en esta nueva formulación análogamente a la condición de estacionariedad en los modelos autorregresivos integrados de media móvil, es decir, las raíces de la ecuación característica $\delta(B)=0$ se deben encontrar fuera del círculo unidad. Por un proceso isomorfo al seguido en el apartado anterior, la ganancia se puede expresar como:

$$g = \frac{w_0 - w_1 - \dots - w_s}{1 - \delta_1 - \delta_2 - \dots - \delta_r} \quad (v-5)$$

donde w_0, w_1, \dots, w_s son los coeficientes del polinomio $w(B)$; $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r$ los del $\delta(B)$. En general, los coeficientes de la función de respuesta impulso, esto es los propios impulsos, siguen una estructura determinada por los valores de b, r y s . Primeramente aparecen b valores nulos, a continuación, si $s > r$ existen $s - r + 1$ valores que no admiten ningún patrón prefijado y, por último, una serie cuyo comportamiento está regido por la ecuación de orden r .

En el anterior tratamiento la serie de salida estaba controlada únicamente por la variable externa que era perfectamente conocida, pero eso solamente es una situación ideal, ya que siempre habrá aspectos de la realidad no controlables y, por ende, no expresables por funciones analíticas. La solución a esta cuestión se realiza introduciendo un término de ruido como nueva serie de entrada adicional que debe ser independiente de los valores x_t . Este término aleatorio engloba todos aquellos fenómenos no controlables que perturban el modelo y admiten cualquier tipo de estructura, aunque la mayoría de las veces se adapta a

una estructura autorregresiva integrada y de media móvil.

V.2.2 Transformaciones previas.

Dentro de las limitaciones teóricas que presenta la aplicación de las funciones de transferencia cabe destacar que las relaciones que establece son únicamente lineales y puede suceder que no sean capaces de representar adecuadamente interrelaciones de otro tipo. Esta cortapisa llega a ser muy restrictiva en el caso de los contaminantes atmosféricos, debido a que la ecuación básica que regula su comportamiento es la bien conocida de advección-difusión, en la cual los términos de mayor importancia son los no lineales. No obstante, es de señalar que tal restricción es evitable, en parte, si se tiene en cuenta que se pueden realizar transformaciones sobre las variables tanto de entrada como de salida, que permiten introducir dependencias no lineales. En IV se señaló que Box y Cox (117) aconsejan que las funciones que se deben aplicar sean de tipo potencial y logarítmicas con objeto de garantizar que la varianza de los residuos no aumente con el tiempo, lo que supondría el incumplimiento de la hipótesis del modelo, por lo cual la varianza del ruido ha de ser constante.

V.3 VARIABLES RECTORAS: SU ELECCION Y EVALUACION.

Una vez decidido el tipo de modelización que ofrecía los mejores indicios en cuanto a calidad de los resultados para las

series temporales que se están estudiando, se procedió a su aplicación para el PDS.

En la determinación de la función o funciones de transferencia capaces de caracterizar mejor las interacciones que en una atmósfera urbana tienen lugar entre las concentraciones de SO_2 registradas y los factores tanto meteorológicos como emisores, el primer problema que se presenta es la elección correcta de las variables macroscópicas que sean representativas de dichos factores. Puesto que no se dispone de magnitudes mínimamente representativas de las emisiones que se realizan en Madrid y su entorno más inmediato, el campo de investigación se restringió necesariamente a las variables de tipo meteorológico. Por todo ello, se procedió a un exhaustivo proceso de "screening" o apantallamiento de todas las variables susceptibles de influenciar significativamente en el comportamiento de los niveles promedios diarios alcanzados, tales como estabilidad, altura de mezcla (124), diversos factores de dispersión (29,30), precipitación, temperatura y velocidad y dirección del viento.

La técnica que se aplicó consistió en un estudio preliminar de las funciones de correlación cruzada que proporcionan para cada valor del desfase la correlación existente entre dos series cualesquiera. Sin embargo, como ya señalaron acertadamente Box (125) y Bartlett (126), la correlación entre dos magnitudes expresadas en forma de serie temporal puede estar vicia

da y ofrecer resultados espúreos inducidos por la estructura temporal de las series; es decir, existe la posibilidad de que surjan distorsiones debidas a la autocorrelación propia de cada una de ellas.

Para obviar este efecto, Box y Jenkins (57, 121) sugieren el empleo del preblanqueo como metodología capaz de evitar la aparición de correlaciones de origen puramente temporal en la función de autocorrelación cruzada. El problema se resuelve aplicando a la serie de salida el modelo univariante elaborado para la de entrada y calculando los valores que toma la correlación cruzada de los residuos obtenidos para las dos series. Finalmente, se considera que esta es la función que mejor representa la verdadera relación existente entre ambas magnitudes. Esto es así porque, al aplicar a la serie de salida el modelo correspondiente a la de entrada, se ha eliminado en ella toda la información debida a las características temporales de dicha secuencia y, por tanto, la posible conexión puesta de manifiesto por la nueva función será toda aquella no contenida en la misma serie, es decir, la adicional aportada por la variable de entrada.

Con todo lo anterior, se procedió a calcular la función de correlación cruzada entre la serie de valores del PDS y un conjunto de variables meteorológicas seleccionado de acuerdo con todas las consideraciones que se realizaron en el primer capítulo de esta memoria.

Las variables fueron: recorrido diario del viento, temperatura media diaria y humedad media, todas ellas registradas en el parque del Retiro. Se eligió este observatorio de entre los existentes en Madrid y su periferia, por considerar que, al ser su emplazamiento el más céntrico, es más respresentativo con respecto a las variables que realmente se registran en la ciudad.

La dirección del viento no se consideró debido a que en el capítulo III, al estudiar las condiciones meteorológicas que conducen a la obtención de valores significativamente altos del PDS, se encontró que se podía despreciar el aporte de las fuentes externas al propio núcleo urbano, con lo que la influencia del viento se podrá caracterizar únicamente mediante el módulo de la velocidad. La altura de mezcla no se introdujo, por no disponerse de medidas representativas de la ciudad. El resto de las magnitudes no se pudo considerár bien porque era, de carácter cualitativo, bien porque no constituían una serie temporal.

Al incluir la temperatura existe un interés adicional a la pura constatación de su posible influencia, cual es comprobar si existe en la ciudad de Madrid un efecto similar al denominado grado-día (26, 32, 35), según el cual. la acción ejercida por los agentes representados a través de la temperatura empieza a actuar cuando ésta es inferior a un cierto nivel. Dicho umbral se denomina temperatura grado-día y en las expresiones de predicción los agentes térmicos se suelen representar mediante la

diferencia entre el valor observado y la temperatura grado-día así establecida. La razón de este comportamiento estriba en el hecho plausible de que parte de la población sentirá la necesidad de intensificar el funcionamiento de su instalación calefactora cuando la temperatura ambiente descienda por debajo de un límite que se determine. Si se percibe una reacción de este tipo, su predicción será de gran utilidad para el conocimiento futuro de aumentos bruscos en los niveles de concentración causados por este mecanismo.

La humedad fue considerada inicialmente por si su efecto hidratador después de la oxidación del SO_2 fuese perceptible a la escala temporal considerada. De todos modos, las funciones de correlación no dieron el menor síntoma de tal influencia y se desechó su empleo. En lo que respecto a las variables térmicas, al ser ambos indicadores de un mismo fenómeno, se consideró redundante aplicar las dos (se pudo comprobar a posteriori esta aseveración) por lo que optó por la temperatura mínima tras verificar que poseía un patrón de dependencia similar y era ésta la que manifestaba una correlación ligeramente superior con el PDS.

Las funciones de correlación obtenidas por la velocidad del viento y la temperatura mínima (T_{min}) sin preblanqueo se ha representado en las figuras V-1 y V-2 y las preblanqueadas obtenidas mediante la aplicación de los modelos, reseñados en la tabla V-1 y que se obtuvieron con el mismo período básico que el univariante, en los números V-3 y V-4.

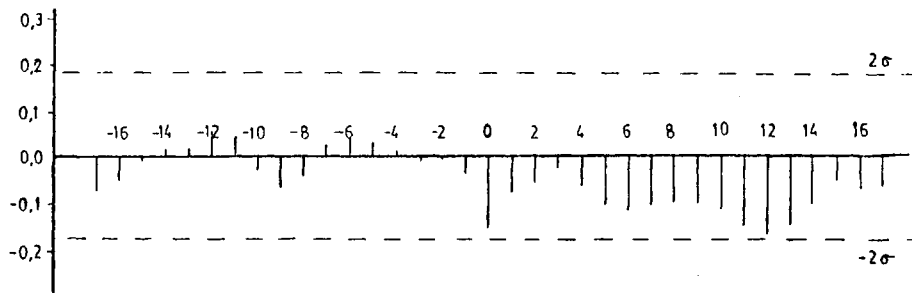


FIGURA V-1 Función de correlación cruzada entre log PDSII T_m sin preblanquear.

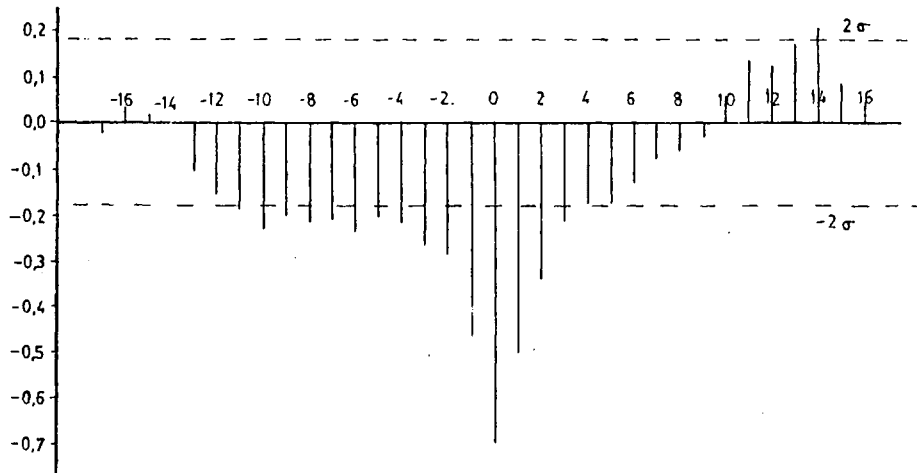


FIGURA V-2 Función de correlación cruzada entre log PDSII y log V sin preblanquear.

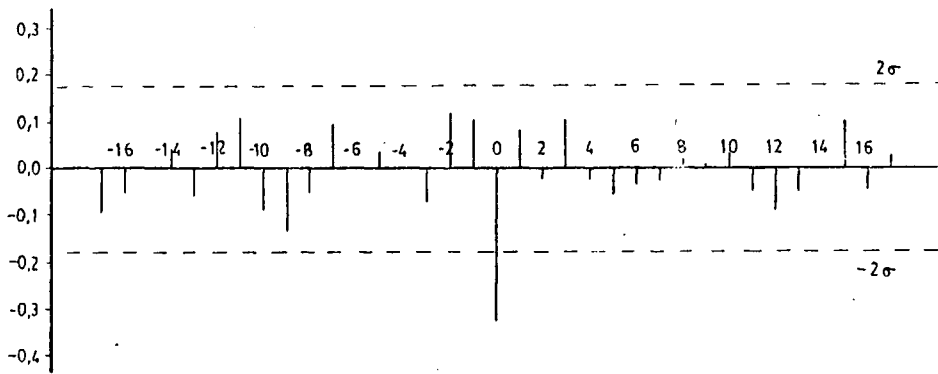


FIGURA V-3 Función de correlación cruzada preblanqueada entre log PDSII y T_m

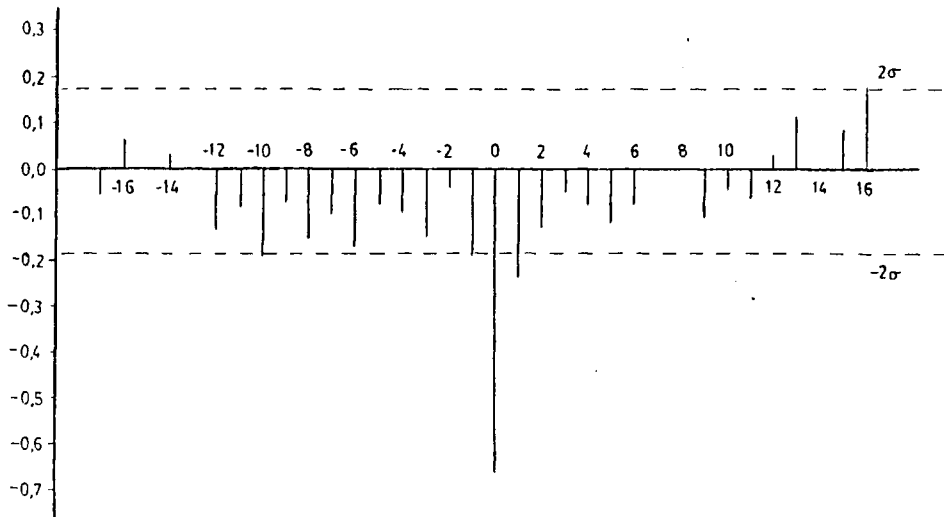


FIGURA V-4 Función de correlación cruzada preblanqueada entre log PDS y log V

TABLA V-1. Modelos univariantes de $\log V_t$ y $T_{\min t}$

Variable	Modelo
Velocidad del viento	$(1-0.53B)\log V_t = a_t$
Temperatura mínima	$(1-0.78B)T_{\min t} = a_t$

El univariante correspondiente al módulo de la velocidad del viento es, después de transformar la variable adecuadamente (se puede verificar en la figura V-5):

$$\log V_t = 0.53 \log V_{t-1} + a_t \quad (V-6)$$

presenta la misma estructura que el PDS, por lo cual las consideraciones que allí se hicieron a propósito del modelo son aplicables, con las diferencias debidas al diferente carácter de las dos series. Sin embargo, merece la pena resaltar que, en este caso, el valor del parámetro es inferior al estimado para el PDS. Ello quiere decir que la influencia que el pasado, representado únicamente por el valor inmediatamente anterior, ejerce sobre cada valor de la serie, es inferior a la que tiene lugar en el PDS; en otras palabras, la persistencia del recorrido del viento es inferior a la del PDS. El coeficiente de correlación que se obtuvo fue de $r = 0.52$ más bajo que los anteriores, debido al comportamiento más errático del viento.

Para las temperaturas se sigue manteniendo la misma estructura autorregresiva que para las anteriores variables, por lo que las características son similares a las reseñadas. No

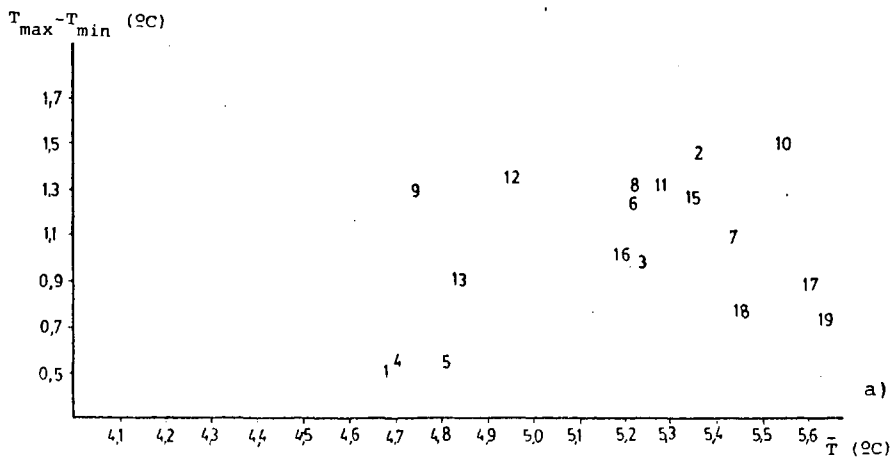
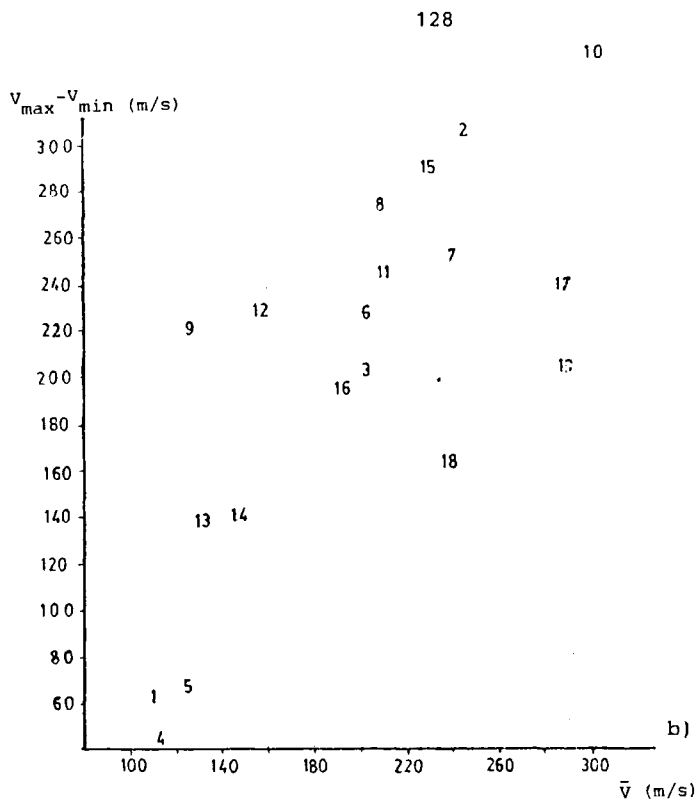
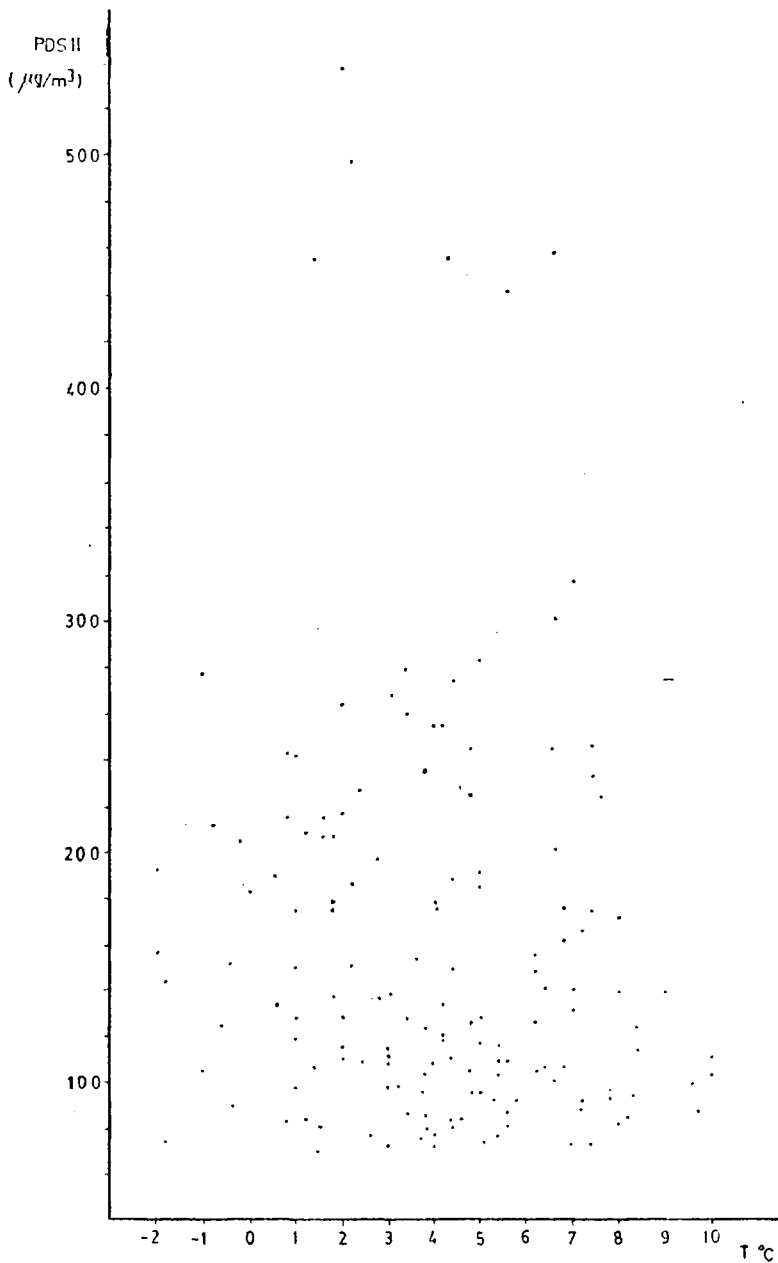


FIGURA V-5 a) Diagrama rango-media de la velocidad del viento.
 b) Diagrama rango-media de la temperatura mínima.

fue necesaria ninguna transformación (figura V-6) y la varianza explicada es mayor, a pesar de que los coeficientes tienen valores parejos. Ello se puede explicar si se tiene en cuenta que la variable temperatura posee un comportamiento más regular que las anteriores, y significa que, aunque el valor del parámetro sea similar, la información contenida en la propia serie es mucho mayor. Todo esto hace que los residuos (o lo que es igual la influencia externa) tengan menor importancia relativa frente al propio término autorregresivo, y el modelo univariante proporciona resultados de una calidad superior para las temperaturas.

Una inspección previa permitió desechar la existencia de un efecto grado-día en Madrid. La gráfica V-6 representa el valor del PDSII frente a la T_m durante el invierno 79-80. Puede apreciarse la ausencia de un valor umbral que suponga el inicio de una relación cuasi lineal entre ambas, lo mismo puede decirse con respecto a los otros inviernos, incluso sustituyendo la concentración por su logaritmo natural. En consecuencia, se puede aventurar como hipótesis que el funcionamiento de las calefacciones en Madrid, una vez comenzado, alcanza unos niveles de emisión prácticamente invariables durante todo el período, sin aumentar su intensidad al descender la temperatura y aumentar la sensación de frío. Consecuentemente, la T_{min} ejercerá una acción poco detectable a nivel global, aunque no se descarte la posibilidad de que éste se acentúe con ciertas situaciones meteorológicas.

FIGURA V-6 PDSII frente a T_{min} durante el invierno 79-80

Puesto que entre todas las demás variables no hubo ninguna otra que resultara significativa, se procedió a evaluar cuantitativa y cualitativamente la función de transferencia y, por tanto, el filtro atmosférico existente entre cada variable directora y el PDS. El interés en la determinación de tal filtro no es solamente por lo que concierne a la predicción, sino también por la información que puede suministrar relativa a los efectos e interacciones que ocurren a escala global en la zona urbana de Madrid.

V.4 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA.

V.4.1 Su estimación.

Elegidas como variables rectoras la temperatura y la velocidad del viento, se procedió a identificar las funciones de transferencia interpuestas empleando las funciones de correlación cruzadas. Para poner de manifiesto la importancia fundamental y la pertinencia de las transformaciones aplicadas, se realizó una modelización paralela a la que aquí se describirá, y se pudo comprobar, a posteriori, que la mejora obtenida con respecto a la expresión univariante era prácticamente despreciable (la correlación entre los valores predichos y los reales era en el caso más favorable de 0.787) si ésta no era tomada en cuenta. A partir de los datos así transformados se obtuvieron las funciones de correlación cruzada de las figuras V-3 y V-4. Dada la similitud existente entre las correspondientes a los

dos sectores, se describirá con detalle el proceso seguido para la zona II y solamente se hará referencia a la I cuando se encuentren discrepancias serias con respecto a la anterior. De acuerdo con ello se identificó para la función de log PDSII y la T_m una expresión del tipo

$$\log PDSII_t = a_1 T_{m_t} + (1 - a_2 B) \alpha_t$$

que después de un proceso de estimación de máxima verosimilitud dió los valores de la tabla V-II

TABLA V-II Valores de los parámetros de la expresión (V-7)

	Valor estimado	Límite superior	Límite inferior
a_1	-0.048	-0.025	-0.071
a_2	0.775	0.879	0.671

La correlación entre los valores predichos y observados alcanzó el valor 0.793 y la suma residual de los cuadrados el de 414886 $(\mu g/m^3)^2$, lo que supone un aporte adicional muy pequeño con respecto al modelo univariante, puesto que, aunque el coeficiente de correlación entre los valores del modelo y los reales aumentan ligeramente, la suma de los residuos al cuadrado supone un ensanchamiento de la banda de discrepancias entre una y otra serie. En todo caso, la relación es siempre en fase y negativa; es decir, a un descenso de temperatura le corresponde un aumento de concentración. La no presentación de desfase alguno indica que la ligera reacción frente a la temperatura se

presenta en el mismo día, lo que supone una diferencia notable con respecto a \log obtenido en otros lugares (122, 123, 127). En definitiva, la temperatura no es una variable de gran significatividad global de cara a la predicción de los niveles del PDSII, se verá en el capítulo VI en que existen situaciones en que, sin embargo, no se puede desechar esta magnitud.

El logaritmo de la velocidad del viento sí es, en cambio, una variable de gran significación. En efecto, la expresión correspondiente a la relación entre el PDSII y el logaritmo del módulo es:

$$\log \text{PDSII}_t = (a_1 - a_2 B) \log V_t + (1 - a_3 B) \alpha_t \quad [V-8]$$

En la tabla V-3 se indican los valores de los parámetros así como sus límites al nivel del 95%. La correlación que se logra es de 0.867 y la suma residual de 290729 $(\mu\text{g}/\text{m}^3)^2$, lo que supone una mejora en las prestaciones alcanzadas (la varianza explicada supone un 75% de la total, una cota ciertamente alta).

TABLA V-3 Valores de los parámetros de la expresión (V-8).

	Valor estimado	límite superior	límite inferior
a_1	-0.497	-0.398	-0.596
a_2	-0.073	0.170	-0.026
a_3	0.710	0.854	0.654

Debe resaltarse que, además de tomar los coeficientes valores negativos, debido a la conocida dependencia inversa, se verifica una relación de doble naturaleza; por una parte se presenta en fase y, por otra, hay una ligera inercia que hace que sea levemente significativa la influencia del valor retrasado un día. Sin embargo, puesto que a_1 es casi veinte veces superior a a_2 , se puede atribuir este hecho a un efecto de persistencia y remanencia del contaminante que provoca que la limpieza del viento no sea únicamente instantánea, sino que permanezca ligeramente durante un período de muestreo. El modelo global que auna las dos variables rectoras y paramétricas resulta de combinar ambos para dar lugar a la ecuación:

$$\log \text{PDSII}_t = a_1 T_{m,t} + (a_2 - a_3 B) \log V_t + (1 - a_4 B) V_t \quad (V-9)$$

Los valores se han resumido en la tabla V-4, la correlación vale 0.867 y la suma residual $292748 (\mu\text{g}/\text{m}^3)^2$. En definitiva, la temperatura ha mantenido la bondad del ajuste alcanzado únicamente con el viento. De todos modos, los resultados de (V-8) son suficientemente satisfactorios y demuestran que la metodología elegida, lo ha sido correctamente y permite llegar a valores altamente esperanzadores.

TABLA V-4 Valores de los parámetros de la expresión (V-9)

	Valor estimado	Límite superior	Límite inferior
a_1	-0.010	0.010	-0.031
a_2	-0.471	0.305	0.581
a_3	0.070	0.175	-0.022
a_4	0.701	0.824	0.584

V.4.2 Resultados en tiempo real.

Los valores que se han señalado corresponden no a una predicción realmente, sino a un ajuste en el cual se supone que se conoce la temperatura y el viento que se mediarán durante el día para que se realice la predicción. Obviamente, su conocimiento exacto es imposible y, por tanto, estos serán los límites superiores que se pueden alcanzar por los modelos. La aplicabilidad real se obtendrá introduciendo en las distintas expresiones aquellas predicciones de las variables meteorológicas obtenidas por otros caminos, esta cuestión se tratará ampliamente en el capítulo VII. De todos modos, para dar una idea de los niveles mínimos de prestación a que se ha llegado, se calcularon los resultados suponiendo que la temperatura y el viento permanecen en los mismo valores que el día anterior, información siempre disponible e inmediatamente valorable. Con ello los coeficientes que proporcionaron Las (V-7), (V-8) y (V-9) descendieron hasta 0.79, 0.82 y 0.82 respectivamente, poniendo de manifiesto la gran importancia de una predicción meteorológica para poder explotar al máximo la capacidad predictora de los modelos elaborados. De todos modos, aún cuando no se pueden obtener predictores de las variables, se aumenta el porcentaje de varianza explicado en un 8%, lo que supone un acercamiento significativamente más satisfactorio a la realidad física subyacente en el proceso que el logrado sin incluir las condiciones atmosféricas.

V.4.3 La inclusión del PDSI

En lo elaborado hasta aquí no se ha incluido para nada el valor del PDSI como variable rectora, en otras palabras, no se ha considerado el aporte que puede suponer la inclusión de la variable representativa del sector no modelizado, Puede parecer, en principio, que así se despreja una información significativa, puesto que en los capítulos III y IV se puso de relieve el paralelismo existente entre ambos. Sin embargo, su introducción presenta aspectos ciertamente problemáticos como a continuación se expone.

Efectivamente, la función de correlación cruzada entre ellos (figura V-7) indica la presencia de altas correlaciones para desfases de hasta doce días variando entre 0.97 y 0.24 para el "lag" cero y el veinticuatro respectivamente. No es esta, empero, la única característica notable que se puede observar, puesto que, por otra parte, en el semieje negativo también se dan valores del mismo orden. Ello indica (57) que la relación entre ambos sectores no se establece de modo unidireccional, sino que se verifica en ambos sentidos; es decir, el sector II influye en el I y viceversa, como se podría esperar por la propia naturaleza de ambos. Tal situación se desvía del planteamiento general de las funciones de transferencia, en la cuales era imprescindible que la variable dependiente no ejerciera acción alguna sobre la independiente. Por ello, se carecería de bases teóricas para abordar el problema y se debería proceder a construir modelos

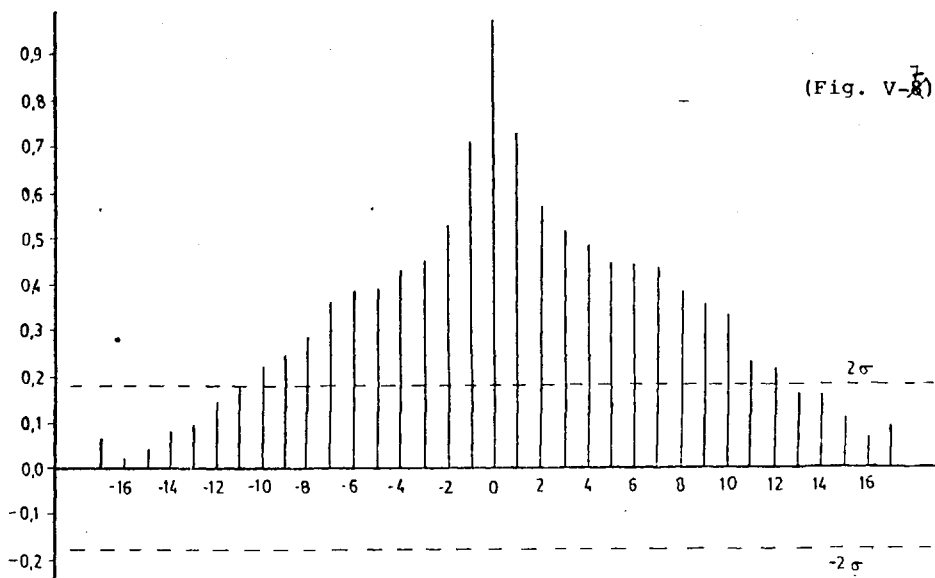
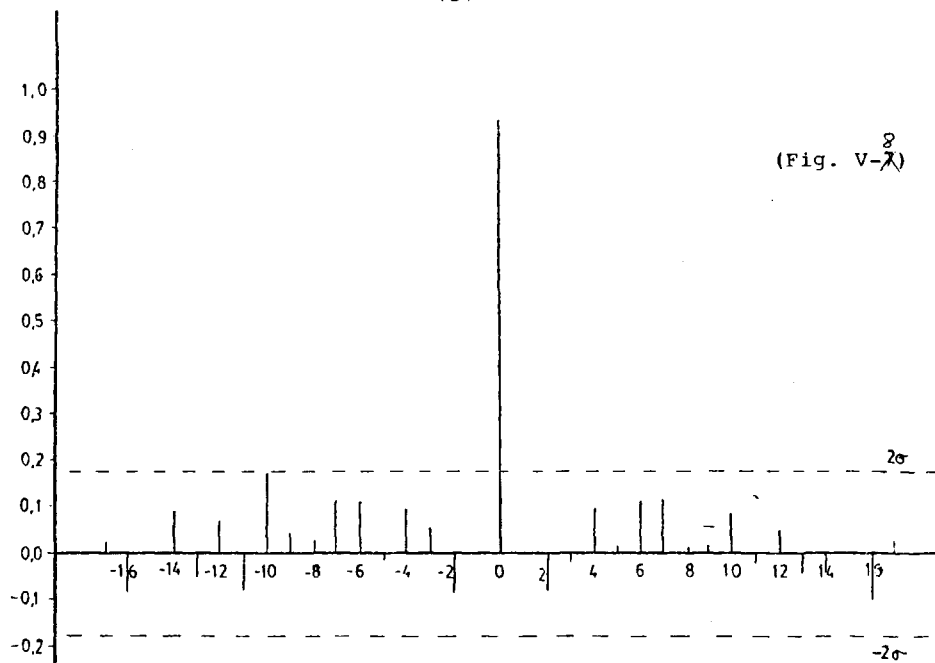


FIGURA V-7 Función de correlación cruzada entre log. PDSII y log PD
 FIGURA V-8 Función de correlación cruzada preblanqueada entre log PDSII y log PDSI

estocásticos multivariantes (121) que pueden describir tales interdependencias.

Sin embargo, puesto que la función contiene la estructura temporal, se recurrió nuevamente a la aplicación de métodos de preblanqueo que dieron lugar a la función representada en la figura V-8, en ella se pone en claro que la relación existente entre ambos índices es únicamente simultánea y las demás correlaciones estaban inducidas por las temporales, que ya se habían introducido mediante el término aleatorio. De esta forma, el modelo bivariado entre ellos será

$$\log PDSII_t = a_1 \log PDSI_t + (1 - a_2 B) \alpha_t \quad (V-10)$$

los valores de los a_i para $i = 1, 2$ se reflejan en la tabla V-5 y se obtiene una correlación de 0.983 y una suma residual de $180943 (\mu g/m^3)^2$

TABLA V-5 Valores de los parámetros de la expresión (V-10)

	Valor estimado	Límite super.	Límite inferior
a_1	0.8955	0.9554	0.8356
a_2	0.5113	0.6588	0.3639

Aunándolo con el viento y la T_m se puede escribir

$$\log PDSII_t = a_1 \log PDSI_t + a_2 T_m + (a_3 - a_4 B) \log V_t + (1 - a_5 B) \alpha_t \quad (V-11)$$

con una correlación de 0.985 y una suma residual $179854 (\mu g/m^3)^2$

en la tabla V-6 se representan los valores de esta expresión que no son representativos de una predicción pues lleva implícito el conocimiento previo del valor de PDSI; por no ser realista habrá que tener en cuenta únicamente aquellos que se den, bien suponiendo persistencia del viento bien con un modelo univariante o multivariante.

TABLA V-6 Valores de los parámetros de la expresión (V-11)

	Valor estimado	Límite superior	Límite inferior
a ₁	0.8831	0.9571	0.8294
a ₂	0.025	0.087	-0.013
a ₃	-0.131	0.114	-0.237
a ₄	-0.1186	0.131	-0.2256
a ₅	0.5101	0.6593	0.3741

V.4.4 EL PDSI

El proceso seguido ha sido totalmente paralelo y las expresiones alcanzadas, así como sus resultados se han resumido en la tabla V-7. Dada la semejanza con el PDSII los comentarios allí efectuados son pertinentes. No se realizó una modelización que incluyera al sector II debido a que también se necesitaría conocer previamente su valor y este es el objetivo fundamental, por lo que sólo se obtendría una expresión de ajuste.

TABLA V-7 Resultados para el PDSI

MODELO	r	suma res ($\mu\text{g}/\text{m}^3$) ²
$\text{Log PDSI}_t = (-0.58 - 0.08B) \log V_t + (1 - 0.68B)_t$	0.866	107153
$\text{Log PDSI}_t = -0.053T_t + (1 - 0.76B)_t$	0.756	175418
$\text{Log PDSI}_t = (-0.59 - 0.077B) \log V_t - 0.06T_t + (1 - 0.73B)_t$	0.867	106351

V.5 CRITERIOS SOBRE LA BONDAD DE LOS MODELOS.

Así como existen tests aplicables sobre los residuos para revelar aspectos erróneos en los modelos univariantes, se dispone de criterios similares que certifiquen la existencia de discrepancias serias en los multivariantes. Si allí se estudiaba la función de autocorrelación simple y la parcial de los residuos, ahora se prestará atención a la de autocorrelación y a las de correlación cruzada entre los residuos y cada variable paramétrica preblanqueada. Cada una de ellas revelará un aspecto diferente de discrepancia; así, si la función de transferencia es correcta y el ruido es incorrecto, los residuos estarán fuertemente autocorrelacionados entre sí, y la estructura que revelen se podrá aprovechar para establecer un ruido correcto, los test univariantes siguen siendo válidos. Si sucediera que el modelo de transferencia es incorrecto, los residuos estarían correlacionados no sólo con ellos mismos, sino también con las variables rectoras preblanqueadas, la verificación de dicha dependencia se pueden valorar a través de test similares a los univariante (57) basados en estadísticos que siguen distribuciones del tipo chi-cuadrado.

En todos los modelos se aplicaron los dos de criterios y, al no encontrarse rastro alguno de discrepancia se aceptaron como válidos los elaborados.

Un aspecto interesante a analizar es el valor y las cir

cunstancias se ocurrencia de aquellos residuos anómalos, o que superan el límite de 2σ . El número de veces que esto ocurra en las expresiones (V-9) es de cinco.

El que tiene lugar en el día 27 corresponde al comienzo del período episódico más grave que ha tenido lugar en Madrid durante los dos años y medio registrados y responde al hecho contrastado de que el modelo no ha podido prever la futura acumulación que se inicia en ese momento. En los restantes días episódicos, el modelo ya se acopla a la evolución real y no se producen residuos superiores a 2σ . El producido en 39 tiene su correspondencia en un descenso brusco de $136 \mu\text{g}/\text{m}^3$ que se verifica entre el 7 y el 8 de Noviembre y supone el fin del mencionado episodio. El 57 está asociado a un aumento de $110 \mu\text{g}/\text{m}^3$ que se registra el 26-XII-79 acompañado por un descenso en el recorrido del viento del orden de 100 km/día. Análoga explicación se puede aplicar al residuo 97. El 112 está originado, en cambio, por un súbito descenso de la concentración el 19-II-80.

La conclusión principal que se puede extraer del análisis de estos residuos, es que el modelo lleva asociado implícitamente una inercia en la respuesta, incluso suponiendo perfectamente conocido el viento en cada instante. Todo ello es achacable al papel jugado por la persistencia (implícitamente contenida en el término de ruido que también mantiene la dependencia dinámica) que provoca que el aporte de dicho término induzca

una persistencia en el modelo no compensada por la acción de los restantes. Esta es una de las principales pegas que surgen en la aplicación práctica, pero una correcta modelización la reduce a un corto número de valores y resulta admisible como sucede aquí.

VI. MODELOS DISCRETOS PARA LOS PATRONES METEOROLOGICOS.

VI.1 INTRODUCCION.

Hasta ahora todo el tratamiento que se ha seguido en la modelización de las distintas magnitudes se ha basado en el estudio de las series temporales en cada momento. Como se ha visto en capítulos previos, los resultados que así se obtienen dependen del tipo de variable y de modelo, aunque siempre resultan satisfactorias y representan una aproximación válida.

En el campo multivariante existe, sin embargo, una clase de modelos alternativos que, sin dejar de ser estocásticos, no se basa en el concepto de serie temporal, son los denominados autorregresivos de media móvil con variables exógenas (ARMAX) y que se han aplicado anteriormente a valores de SO_2 de la Ciudad Universitaria (127). Esta modelización (128) recibe su nombre porque su base se halla en el modelo autorregresivo y de media móvil que se identifica de manera univariante para la variable de salida, en este caso la concentración de SO_2 representado por las dos componentes del PDS. La diferencia con las funciones de transferencia radica en la manera de introducir las variables adicionales o de control, puesto que no se recurre al filtro lineal de parámetros constantes, sino que se considera que la relación mantenida entre la variable a modelizar y cada una de las restantes posee unos coeficientes variables que cambian de acuerdo con un conjunto de parámetros caracte-

rizadores de una determinada situación. Por otra parte, las interrelaciones existentes no han de ser necesariamente lineales, sino que pueden adoptar cualquier otra expresión analítica. Al eliminar tal restricción esta última clase de modelos resulta más versátil teóricamente y puede aplicarse a situaciones más complejas que las funciones de transferencia.

VI.2 FUNDAMENTO TEORICO.

De una manera general los modelos se escriben:

$$x_t = f_1(x_{t-k}) + \sum f_{2i}(y_{it}) + f_3(\alpha_t) \quad (\text{VI-1})$$

donde x_t representa la serie a modelizar, y_t los valores de las variables de control y α_t los términos de ruido; $f_1(x_{t-k})$ representa la parte autorregresiva del modelo identificada en la modelización univariante, $f_{2i}(y_{it})$ es la función de dependencia entre la variable y_{it} y x_t , finalmente f_3 representa el término de media móvil que también se había identificado.

A pesar de la ventaja teórica que supone la posibilidad de tratar relaciones no lineales, hay una dificultad de orden práctico que puede resultar en algunos casos insuperable. Ella estriba en que no se han definido criterios objetivos que permitan identificar las funciones f_{2i} similares a los basados en las de correlación cruzada. Esto provoca que la elección de las y_i se deba hacer, cuando sea posible, entre las funciones señaladas por las bases teóricas que dan cuenta de las relaciones existentes entre las dos variantes. Cuando no se disponga del bagaje

teórico apropiado, el único medio de identificación consistirá en probar diversos tipos de f_{2i} y elegir el que de mejor resultado. Todo ello supone un gran handicap que, en las aplicaciones prácticas, puede llegar a contrarrestar la mayor versatilidad que conlleva el uso de funciones no lineales.

VI.3 MODELIZACION ARMAX DEL PDS

VI.3.1 Los parámetros según las condiciones meteorológicas.

Para comprobar lo que ocurría con el PDS en Madrid, e intentar discernir que modelización producía un mejor adecuación para este índice, se elaboró un modelo ARMAX. El primer problema que se debió abordar fue la elección de las condiciones que indujeran modificaciones en los coeficientes que se identifican y, por ende, en el mecanismo de reacción de la atmósfera. Debido a que durante en la época invernal el comportamiento de las fuentes emisoras presenta una gran homogeneidad y éstas no varían sensiblemente los criterios electivos que rigen los patrones discriminantes deben ser indudablemente de carácter meteorológico.

Se deberá procurar que los elegidos constituyan un conjunto armónico, autoconsistente y fiel diagnosticador de la posible respuesta que en cada instante dará el ambiente atmosférico. Tales requisitos parecen ser satisfechos por las categorías de estabilidad atmosférica definidas por Pasquill (129) y Turner (95) entre otros otros. Debe resaltarse, sin embargo, que, al estar

este estudio realizado sobre bases diarias, no se puede establecer una clara correspondencia entre las clases de estabilidad y los días correspondientes ya que la inclusión de una estabilidad media diaria no sería ni representativa ni adecuada. En consecuencia, se dirigió la atención a criterios más acordes con el período de muestreo y que, a ser posible, engloben aspectos tanto particulares como producidos a una escala de mayor generalidad. Así, se decidió que cada día se podía ordenar según el patrón sinóptico reinante de acuerdo con (94), donde se clasificaban las situaciones típicas de presentación en la Península. De esta manera, se conocen las facetas a mesoescala definitorias, en parte, de la difusividad ambiental, además, tales situaciones son suficientemente persistentes como para considerar que se mantienen constantes durante cada día y establecer así una correspondencia bien definida.

Por tanto, cada uno de los patrones sinópticos tendrá asociado un conjunto de valores de los coeficientes paramétricos de las expresiones correspondientes. En la tabla VI-1 se han indicado la frecuencia de presentación de cada uno de ellos durante los períodos Noviembre-Marzo de los años 79-80 y 80-81 (se tomaron dos períodos invernales para lograr un número suficiente de días que permita un proceso de estimación fiable).

TABLA VI-1 Frecuencias de ocurrencia de los diferentes patrones sinópticos

Patrón	1	2	3	4	5	6	7	8
nº días	6	4	45	38	20	4	65	85

Puede observarse que las más frecuentes son las 7 y 8, correspondientes a anticiclones que originan grandes establidades típicas de la estación invernal en España. Dado el bajo porcentaje de presentación de varias modalidades, las clases que finalmente se tuvieron en cuenta fueron: 3, 4, 5, 7, 8 y A que engloba a las 1, 2 y 6 y a todos aquellos días inclasificables.

VI.3.2 Funciones que se consideran e influencias introducidas.

La conocida relación inversa existente entre la velocidad del viento y la concentración de SO_2 , por una parte, y entre la temperatura mínima y la misma concentración por otra, llevan a probar en la etapa de identificación funciones de la familia

$$X_t = K_1 y_t^{-K_2} \quad (VI-2)$$

donde k_1 y k_2 son los parámetros que dependen de la situación, para cada una de las variables mencionadas.

Aunque en (127) la temperatura actúa con un desfase de un día sobre la concentración de SO_2 , en el PDS la influencia tiene lugar simultáneamente tal y como se puso en evidencia en el proceso identificativo del capítulo V, y no será preciso recurrir a la familia $X_t = K_1 y_{t-\kappa}^{K_2}$. De todos modos, se comprobó, a posteriori, que los resultados obtenidos sin introducir

el desfase proporcionaba mejores prestaciones que teniéndolo en consideración.

La aplicación de estos modelos lleva consigo la aceptación implícita de la siguiente hipótesis: el comportamiento cualitativo de la atmósfera es el mismo en todo el período de muestreo (pues la función se mantiene constante); sin embargo, su respuesta cuantitativa depende de la situación (al permitir la variabilidad de los coeficientes). Siendo esta hipótesis menos restrictiva que la constancia de la respuesta cualitativa y cuantitativa que lleva consigo la modelización de función de transferencia, esto supone una ventaja adicional en el plano teórico de los ARMAX que los hace adaptativos en un cierto sentido y más abiertos a otros efectos.

En las funciones de transferencia las únicas magnitudes que se podían considerar eran aquellas cuantitativas y expresables mediante series temporales. Por lo que se ha expuesto, resulta claro que los modelos ARMAX no necesitan que las variables constituyan una secuencia temporal, lo que las hace más flexibles. Pero existe, además, una mejora adicional puesto que los factores cualitativos se pueden tener en cuenta de una manera indirecta. En efecto, la variabilidad de los parámetros permite la posibilidad de adaptación del modelo a la situación correspondiente y de esta forma considerar globalmente el conjunto de las variables definidoras de los criterios determinantes de las susodichas clasificaciones. Así, la aquí aplicada mide de manera

indirecta la estabilidad atmosférica y el régimen de flujo dominante en la Península Ibérica en el día considerado a través de la posición relativa que ocupen los centros de acción situados en las cercanías de la misma. Consecuentemente, se posee una información sobre los fenómenos a mesoescala determinantes, en parte, de la difusividad atmosférica en el punto de muestreo. Todo ello se complementa con las aportaciones a escala local representadas mediante los valores registrados de la velocidad del viento y la temperatura mínima. De esta forma, la visión que se obtiene es más completa que la proporcionada por las funciones de transferencia y puede dar lugar a una mayor comprensión práctica de las diversas influencias meteorológicas sobre el PDS.

El procedimiento resultante que siguió consistió en identificar las funciones f_2 para la T_{\min} y la velocidad del viento según la aplicación del programa BMDP3R del Centro de Cálculo de la Universidad Complutense y siguiendo una aproximación iterativa no lineal a toda la extensión del registro. Una vez determinado el tipo de función se dividieron los datos según la clasificación final de la situación y se estimaron los valores de los parámetros, con ello se obtuvo el conjunto de valores que mejor se ajustaba a cada grupo concreto pero no un modelo de predicción, aunque su obtención es inmediata. Para conseguirlo, bastará con predecir la situación sinóptica y aplicar, de acuerdo con tal previsión, el modelo correspondiente con los valores registrados el día en que se realiza la predicción.

Para la previsión meteorológica se puede recurrir a los mapas realizados por el Centro de Predicción del Instituto Nacional de Meteorología. De esta manera, se obtiene una expresión final cuyos coeficientes toman un valor u otro de acuerdo con lo previsto y, por tanto, la frecuencia de cada modelo vendrá dada por la de su situación sinóptica correspondiente.

VI.3.3 Expresiones alcanzadas.

Al no tener que soportar la restricción que supone la linealidad se puede proceder a la constitución del modelo sin las transformaciones previas que se requerían en V. Por consiguiente, se llevará a cabo el procedimiento sin aplicar operador alguno y se comprobará su bondad con la alcanzada tras aplicar los correspondientes del capítulo V.

Como ha sido puesto de manifiesto que la influencia de la temperatura no es del tipo grado-día y su aporte adicional es pequeño, se siguió un desarrollo comparativo sobre los efectos de la temperatura en el PDS. Para el sector central las expresiones correspondientes son:

$$PDSII_t = a_1 PDSII_{t-1} + a_2 PDSI_{t-1} + a_3 V_t^{a_4} + a_5 (T_m + 4)^{a_6} + d_t \quad (II-3)$$

$$PDSII_t = a_1' PDSII_{t-1} + a_2' PDSI_{t-1} + a_3' V_t^{a_4'} + d_t' \quad (VI-4)$$

No se incluye el $PDSI_t$ por razones similares a las que aconsejaron no hacerlo en el capítulo precedente. T_m se debió introducir

con una constante adicional por razones del proceso iterativo de aproximación. El PDS se mide en $\mu\text{g}/\text{m}^3$, v en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ y T_m en $^{\circ}\text{C}$. El término PDSI_{t-1} es un índice de la información aportada por el primer sector que sustituye el valor de PDSI_t , que no se puede conocer con exactitud en el momento de la predicción y no resultará práctico para la misma. El sumando PDSII_{t-1} se haya presente por corresponder al término autorregresivo univariante.

Las tablas VI-2 a) y b) muestran los valores de los parámetros a la expresiones (VI-3 y VI-4) respectivamente, los valores de la desviación standard se incluyen entre paréntesis debajo de cada parámetro.

TABLA VI-2 (a) Valor de los parámetros de la expresión (VI-3)

Situación	a	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
3	-0.15 (.33)	0.19 (.23)	89.8 (26)	-1.15 (.8)	87.0 (56)	-0.18 (.19)
4	-0.03 (.14)	0.34 (.16)	36.3 (29)	-0.62 (1)	78.1 (42)	-0.04 (.19)
5	.03 (.55)	.34 (.29)	226.1 (124)	-2.68 (1.9)	67.3 (42)	-0.01 (.19)
7	-0.03 (.28)	0.37 (.21)	113.0 (37)	-0.99 (.6)	193.5 (147)	-0.9 (.98)
8	.15 (.19)	.64 (.12)	116.2 (21)	-3.57 (.12)	18 (.29)	-0.03 (.71)
A	-1.00 (.45)	1.12 (.29)	20.11 (18)	-0.21 (.5)	79 (54)	-0.42 (.31)

La tabla VI-3 resume, para cada situación, el coeficiente de correlación entre los valores predichos y observados y la suma residual de cuadrados de cada uno de ellos

TABLA VI-2 b) Valores de los parámetros de (VI-4).

TABLA VI-3 Resultados de (VI-3) y (VI-4) para las situaciones meteorológicas.

Sit	a'1	a'2	a'3	a'4	r ^a	sum.r.	r ^b	sum.r
3	-.156 (.31)	.225 (.22)	140.3 (22)	-.42 (.08)	0.70	19810	0.69	20217
4	0.32 (.14)	-.03 (.13)	109.1 (19)	-.163 (.1)	.53	11178	.53	11079
5	.23 (.53)	.25 (.29)	199.4 (37.8)	-.83 (.3)	.84	25950	.70	28604
7	-0.188 (.4)	.506 (-.5)	130.9 (16)	-.77 (.16)	0.81	58445	.76	68465
8	.14 (.19)	.66 (.12)	121 (19)	-2.23 (.6)	.86	172761	.87	175828
A	-.93 (.46)	1.13 (.3)	51.1 (21.8)	-.11 (.19)	.62	41286	.59	42786
Global					.87	399432	.86	345875
Global con persistencia viento					.815	373951	.794	416087

Las influencias de cada variable difieren de acuerdo con el patrón sinóptico reinante y, así, cabe resaltar la siguientes características a propósito de la tabla VI-3. La situación 3 el efecto de la temperatura se manifiesta a través de un término casi constante de valor aproximado $20 \mu\text{g}/\text{m}^3$; la influencia del viento es ligeramente superior a la de la persistencia (expresada mediante el PDSII_{t-1}) y se puede desechar el aporte del PDSI. En la 4 el más apreciable es el debido al viento con diferencia con respecto a la persistencia. La temperatura se mantiene también cuasi-constante. El término principal en la situa

ción 5 es el PDSII seguido por el viento y la T_{\min} , en este caso no constante y muy significativa.

La denominada 7 presenta un orden de importancia invertido entre el viento y el PDSII con respecto a la 5. Así mismo, la T_{\min} es fundamental en el comportamiento del PDSII en esta situación. Cuando ésta se puede clasificar como 8, la componente principal es la producida por la persistencia con gran diferencia sobre el viento. En las englobadas bajo la denominación A. son mucho más significativos los efectos persistentes. La diferencia observada entre unas situaciones y otras en lo que respecta a agentes más o menos influyentes se pueden explicar teniendo en cuenta el flujo de vientos que cada una de ellas lleva implícito.

Aquellas que se hallan asociadas a anticiclones más o menos próximos a la Península o centrados sobre ella suponen un mayor peso de los valores anteriores puesto que la circulación que se experimenta es nula o muy débil y, por tanto, la persistencia se hace mucho más intensa. Por contra, aquellas en las cuales se hacen presentes ciclones o se canalizan fuertes corrientes hacia el punto de muestreo, es el módulo de la velocidad el que juega el papel primordial.

En lo que respecta a las expresiones denominadas b), vale todo aquello referente a las a) excluyendo, naturalmente, las apostillas relativas a la temperatura. Las correlaciones que

proporcionan el modelo, son superiores en las situaciones 5, 7 y 8, precisamente en las que el efecto persistente es más notorio, la razón estriba en que la persistencia se pone de manifiesto a través del término $PDSII_{t-1}$, que se conoce perfectamente en el momento de realizar la predicción y es más determinante y puede ser mejor tenido en cuenta por el modelo. En cambio, el viento es una magnitud de mucha mayor variabilidad y, por tanto, su efecto presenta más dificultad de incorporación a una expresión analítica como las que se persiguen. Las correlaciones descienden al pasar de a) a b) en 5 y 7, señalando así que en estos casos no se puede despreciar la acción térmica y debe tenerse presente en todo instante para un correcto ajuste y predicción. El mensaje implícito en este hecho se explicaría considerando que la presentación de estos patrones va acompañada por una respuesta real al descenso de temperaturas que durante ellas se verifique.

Totalizando y estructurando las diferentes ecuaciones según la manera indicada previamente se obtiene una correlación de 0.87 comparable a la asociada con (V-8), pero reduciendo en menor medida la banda de variabilidad, estos mismo niveles de prestación se logran recurriendo a las expresiones b) como puede observarse en la tabla VI-3. Consecuentemente, todo parece indicar que las funciones de transferencia y los ARMAX llevan a valores similares (aunque los primeros sólo consideren el viento y la T_{min} como variable externa y no tengan en cuenta el PDSI), por lo que la elección de uno u otro para llegar a

a un ajuste se debe realizar atendiendo a otros criterios que no sean los resultados. Se prestará entonces atención a argumentos tales como disponibilidad de cálculo, bases de datos disponibles, etc... que faciliten una decisión.

Es importante señalar que la función de transferencia se elaboró únicamente a base de 150 días de un único registro invernal, y el ARMAX necesita de dos períodos completos para llegar a un número suficiente de datos que garantizasen una estabilidad en el proceso de estimación de los distintos parámetros.

Siempre que se disponga de una serie temporal de 100 puntos de longitud mínima y las relaciones entre las variables sean lineales, transformables en ellas mediante operaciones potenciales o logarítmicas o no se conocen, serán preferibles las funciones de transferencia, fundamentalmente por disponer de criterios básicamente objetivos que permitan la adopción de una u otra función. Si cualquiera de los puntos anteriores presenta graves dificultades en su aplicación la alternativa ARMAX, aunque más laboriosa y subjetiva, puede hacer alcanzar las mismas cotas.

Por lo indicado en el VI.3.3 parecería que no existe una necesidad objetiva de tener en cuenta la T_{\min} salvo que únicamente interesen las situaciones 5 y 7, ya que se alcanza una calidad global pareja con y sin ella. Esto es correcto en cuanto a un ajuste, pero no así para una predicción, en efecto, su

poniendo persistencia simple del viento (lo más indicado según las funciones de correlación cruzada de V) las correlaciones descienden hasta 0.813 incluyendo T_{\min} y .794 sin hacerlo. Es decir, el aumento no resulta apreciable sin la T_{\min} que deberá, según esto, entrar en los modelos globales enfocados hacia una predicción a tiempo real y no a un ajuste, siempre y cuando la única información fiable referente al viento y disponible en el momento de efectuar la previsión sea la de tiempo pasado y no se pueden aventurar hipótesis más realísticas acerca de sus futuros niveles.

El PDSI fue sometido a un tratamiento similar, obteniéndose las expresiones

$$PDSI_t = a_1 PDSI_{t-1} + a_2 PDSI_{t-2} + a_3 V_t^{a_4} + a_5 (T_{\min t} + 4)^{a_6} + \alpha_t \quad (VI-5)$$

$$PDSI_t = a_1' PDSI_{t-1} + a_2' PDSI_{t-2} + a_3' V_t^{a_4'} + \alpha_t' \quad (VI-6)$$

cuyos resultados se expresan en la tabla VI-4 a) y b)

TABLA VI-4 a) Resultados alcanzados con la expresión VI-5

Sit.	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	r	sum.res.
3	.406 (.28)	-.153 (.19)	-17.0 (30)	.74 (.12)	68.8 (28)	.09 (.14)	.485	8109
4	.777 (.16)	-.407 (.15)	-12. (10)	.636 (.28)	46.1 (19)	.244 (.15)	.574	10371
5	.269 (.30)	0.0 (.16)	139.1 (31.1)	-1.56 (1.05)	25.21 (30.3)	-.16 (.38)	.93	1834
7	.619 (.19)	-.128 (.14)	56.33 (22.1)	-1.12 (.78)	118.6 (80.2)	-.87 (.83)	.825	14548
8	.436 (.16)	.173 (.10)	68.2 (17.7)	-5.04 (2.2)	67.3 (13.3)	.458 (.79)	.778	101864
A	.11 (.32)	.24 (.22)	21.5 (60.1)	-.27 (.777)	60.5 (72)	-.77 (2.5)	.633	5067
Global							.83	141793

TABLA VI-4 b) Resultados alcanzados con VI-6

Sit.	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	r	sum.res.
3	.274 (.25)	-.152 (.17)	102.7 (17.8)	-.63 (.13)	.63	67.85
4	.70 (.16)	-.34 (.15)	63.6 (21.9)	-.21 (.22)	.48	12494
5	.345 (.27)	-.01 (.15)	148.4 (10.3)	-1.17 (.19)	.91	2096
7	.51 (.19)	-.03 (.15)	74.3 (20)	-.83 (.15)	.80	16362
8	.425 (.16)	.202 (.10)	68.24 (16.3)	-2.42 (1.07)	.77	105297
A	.181 (.31)	.264 (.21)	27.9 (13.9)	-.2 (.23)	.64	15103
Global					.822	148137

Puede observarse el paralelismo existente con los valores reflejados en las tablas VI-2 y VI-3, por lo cual se le pueden aplicar las consideraciones anteriores.

VI.3.4 Bondad de los modelos ARMAX.

Aunque para esta metodología no se han desarrollado criterios específicos similares a los correspondientes a los modelos univariantes y funciones de transferencia, se aplicaron los expuestos en el capítulo V. Su adopción está legitimada porque el objetivo de estos test es garantizar que el ruido ha sido sometido a un exhaustivo proceso de extracción de información, que sólo se logra si la estructura final es totalmente anárquica y presenta una forma de ruido blanco completamente aleatorio. Por tanto, como el objetivo es alcanzar la máxima información, no importa la vía seguida, se pueden aplicar para ambas modelizaciones. Tampoco se detectaron valores extraños y se aceptaron

los modelos como válidos.

En el análisis de los residuos anómalos del modelo que contiene la T_m hay ciertas diferencias con respecto a las funciones de transferencia tanto en la cantidad como en la fecha de su presentación. Ahora se ha llegado hasta nueve, lo que supone casi duplicar el número de anomalías, aunque siempre manteniéndose en el límite de aceptabilidad. Por otra parte, únicamente son comunes los de 26-XI-79 y 8-XII-79, lo que constituye un indicio de una evolución en estos dos días demasiado brusca para cualquier modelo estocástico con una fuerte ponderación en el término persistente. Desde otro punto de vista, llama la atención el haya residuos significativos durante los 5, 6 y 8 de Enero de 1980, ello sugiere una menor adaptabilidad, en cierto sentido, con respecto a las expresiones de V y resulta tanto más sorprendente por cuanto se ha mantenido un patrón 8.

De todas formas su explicación es análoga a la pertinentemente se expuso en V y se puede considerar que los ARMAX adolecen también de una inercia análoga a las funciones de transferencia, aunque con facetas ligeramente diferentes, pero siempre originados en la persistencia.

VII. PREDICCIÓN DE VARIABLES METEOROLÓGICAS: TEMPERATURA Y VELOCIDAD DEL VIENTO.

VII.1. Introducción.

Todas las expresiones multivariantes construidas en los capítulos V y VI necesitan conocer anticipadamente el valor de las variables meteorológicas que en ellas entran en juego, por lo que será necesario modelizar cada y una y así determinar la calidad de los resultados que, en tiempo real, se obtienen al aplicar las expresiones multivariantes finales (V-8) (VI-3).

Por lo que respecta a la variable más significativa (la velocidad del viento), su predicción encuentra grandes dificultades debido a la gran aleatoriedad contenida en su comportamiento. Sobre bases horarias se han ajustado procesos de Markov (130) y autorregresivos (131 y 132) con relativo éxito; en cambio, si se emplea valores medios diarios las dificultades son mayores al presentarse mucho menor persistencia y mayor variabilidad, por ende el acercamiento es mucho más deficiente (133 y 134).

En este capítulo se evaluará un modelo autorregresivo de media móvil univariante que permite, al menos, una estimación de los niveles que alcanzará el módulo de la velocidad al día siguiente.

En cuanto a la temperatura mínima, su predicción ha sido

tratada ampliamente (135, 136, 137, 138 y 139) alcanzándose resultados muy superiores a los de la velocidad del viento. Aquí se recurrirá a las funciones de transferencia como método para determinar las magnitudes que más influyen en la propia temperatura mínima y realizar previsiones que mejoren modelos anteriores.

VII.2. Ajuste autorregresivo del viento.

Para la predicción del módulo de la velocidad del viento se intentó ajustar un modelo de función de transferencia, pero no se logró identificar ninguna variable mínimamente significativa, por lo que se recurrió a un tratamiento univariante que, unido al correspondiente a la temperatura mínima, se introducirá en las expresiones multivariantes. De esta manera se podrá conocer la capacidad real de predicción de estas últimas.

Después de la transformación logarítmica, el modelo univariante resultó autorregresivo de orden 1 como se indicó en el capítulo V. La expresión final fue:

$$\log V_i = 0.55 \log V_{i-1} + a_t \quad (\text{VII-1})$$

y se obtuvo un ajuste con $r=0.54$ superior al que se alcanzaría suponiendo únicamente persistencia simple $r=0.4$.

VII.3. Predicción de temperaturas mínimas.

VII.3.1. Modelos previos de diferentes autores

En los modelos anteriormente construidos se ha puesto claramente de manifiesto que la temperatura mínima registrada es una variable que actúa como parámetro significativo en el comportamiento del P.D.S. Para poder predecir este índice será, por tanto, necesario, de acuerdo con las ecuaciones que rigen los modelos finalmente adoptados, poder prever el valor que tendrá la temperatura mínima en el día para el cual se va a realizar la predicción.

El conocimiento de la temperatura mínima anticipadamente está muy desarrollado en la bibliografía, basta citar los trabajos recientes (140, 141, 142). Las expresiones deducidas para la predicción de esta magnitud son fundamentalmente para los días que presenten las siguientes características meteorológicas: situaciones anticiclónicas, que implican ausencia de nubosidad, inversión térmica junto al suelo y vientos flojos.

Las magnitudes que intervienen en las expresiones de predicción más corrientemente aplicadas son: la temperatura del termómetro húmedo, T_w , la temperatura del punto de rocío, T_d y la temperatura del aire, T , todas ellas registradas a las 18 horas del día anterior al que se realiza la predicción, así como la oscilación térmica de ese día \emptyset , y en algunos casos, la

velocidad horizontal del viento.

Entre las fórmulas deducidas por los autores anteriormente mencionados se encontró que la que proporcionaba mejores resultados para la zona bajo consideración es la deducida en (143), cuya expresión:

$$T_{\min} = a_1 T + a_2 \phi + a_3 T_w + a_4 \quad (\text{VII-1})$$

La estimación de las constantes a_1 , a_2 , a_3 , y a_4 para las observaciones registradas en el observatorio del Retiro (Madrid) durante el invierno 1979-80, hizo que la expresión final para este caso concreto fuera:

$$T_{\min} = 1.03 T - 0.77 \phi - 0.15 T_w + 1.24 \quad (\text{VII-2})$$

y el coeficiente de correlación, así obtenido entre los valores observados de las temperaturas mínimas y predichas fuera de $r = 0.94$ siendo el número de observaciones de 150, con lo cual este coeficiente de correlación es significativo al nivel 99.9%, explicando un 89% de la varianza total puesta en juego.

Sin embargo, se comprobó que la siguiente expresión deducida también en (141):

$$T_{\min} = a_1 T_d + a_2 \phi + a_3 T_w + a_4 \quad (\text{VII-3})$$

siendo las estimaciones de los coeficientes para el mismo periodo anterior:

$$T_{\min} = 1.3 T_d - 0.85 \phi - 0.2 T_w + 1.03 \quad (\text{VII-4})$$

proporcionaba unos resultados muy similares a los de la fórmula previa. En efecto, el coeficiente de correlación entre los valores observados y los predichos fue $r=0,93$, para el mismo número de grados de libertad, y resultando significativo al mismo nivel.

La diferencia entre ambas expresiones reside en que la primera utiliza la temperatura T y la segunda hace uso de la temperatura del punto de rocío, T_d .

Dada la similitud entre ambas fórmulas y que los resultados proporcionados por ellas son equiparables, se siente la necesidad de disponer de un criterio objetivo que permita seleccionar una u otra expresión. Para ello, se deberá atender a criterios físicos que determinen cual de las dos variables T_d o T están más íntimamente ligada con la temperatura mínima, aunque exista a priori una razón para la adopción de la expresión que utiliza la temperatura del aire T , en lugar de la que tiene en cuenta la temperatura del punto de rocío T_d . En efecto, la temperatura del aire T se mide directamente, mientras que T_d se debe calcular indirectamente a partir de otras observaciones. Sin embargo, esta no debe ser la razón fundamental puesto que no pone de manifiesto la posible diferencia entre las relaciones físicas existentes entre T_m y T_d , T_d y T respectivamente. Puesto que el conjunto de las variables se presenta en forma de serie temporal, los coeficientes de correlación expresan además de la propia relación entre las variables un efecto de autocorrelación temporal de cada una de éstas (124, 125). En definiti

va, esta situación se puede analizar mediante un preblanqueo que permita separar la influencia que, en cada caso, es debida a la autocorrelación temporal de la propia variable de la ejercida por otra externa. En particular, dicho preblanqueo deberá servir para indicar si la dependencia existente entre T_d y T_m y entre T y T_m es debida únicamente a que poseen estructuras temporales similares, o si, por el contrario, prevalece el efecto de la relación física existente entre ellas. Para analizar este hecho se procedió el siguiente modo: se realizaron los correspondientes estudios univariantes y en una segunda etapa se englobaron los resultados así obtenidos, siempre según la metodología Box-Jenkins, de una manera análoga a la empleada para el P.D.S.

VII.3.2. Discriminación de variables.

Consecuentemente, se realizó una modelización univariante de la serie temporal de la temperatura mínima que, después de las etapas de identificación, estimación y comprobación sobre los residuos, hizo que se adoptara el modelo anteriormente expresado por la siguiente ecuación:

$$(1 - 0.67B)T_{m_i} = a_i \quad (\text{VII-5})$$

donde, como siempre, a_t representa un término de ruido de comportamiento aleatorio. Puesto que este es el más simple para realizar una predicción, ya que sólo es necesario según (VII-3) el valor del día anterior, se evaluó la bondad del ajuste que proporcionaba para así poderlo comparar con los posteriores.

De esta manera se obtuvo un coeficiente de correlación $r=0,65$ para el mismo número de observaciones de los días anteriormente expuestos y que fueron utilizados para el cálculo de los coeficientes de las fórmulas (VII-2) y (VII-4), es significativo al mismo nivel que los anteriores. El valor absoluto de los errores cometidos resultó $\leq 10C$ en un 38%, $\leq 20C$ en un 79% y $> 20C$ en un 21%. Debido a las características intrínsecas de este modelo, los resultados son poco satisfactorios, pero constituye una buena base de referencia para evaluar los que se logran con otros modelos más complejos y, por supuesto, multivariantes que se desarrollarán posteriormente.

De la misma manera, se ha encontrado que la temperatura del punto de rocío se puede describir desde un punto de vista univariante por la expresión:

$$(1-0.57B)T_d = a_i \quad (\text{VII-6})$$

Análogamente para la temperatura del aire se encontró:

$$(1-0.73B)T_i = a_i \quad (\text{VII-7})$$

En ninguno de estos modelos fue necesaria ninguna transformación, y los tests aplicados no revelaron discrepancias residuales significativas con respecto a una situación de aleatoriedad, por lo que se aceptaron como válidos y se procedió consecuentemente a realizar un estudio multivariante. Con este objeto se calcularon las funciones de correlación cruzada entre las variables T_d y T_m , T . De su análisis se puede concluir que las re

laciones entre las anteriores variables se pueden caracterizar

$$\text{por: } T_{m_i} = \frac{(0.07 - 0.13B)}{(1 - 0.63B)} T_i + (1 - 0.67B) a_i \quad (\text{VII-8})$$

$$T_{m_i} = \frac{(0.1 - 0.2B)}{(1 - 0.42B)} T_{d_i} + (1 - 0.53B) a_i \quad (\text{VII-9})$$

Los resultados obtenidos se exponen en la Tabla VII-1

Variables consideradas	r	≤ 12	≤ 22	> 22
Tm y Td	0.62	36.5	67.1	22.9
Tm y T	0.63	38	69.2	20.8

Sin embargo, al aplicar la técnica descrita con anterioridad se obtuvieron las funciones de correlación cruzada que se encuentran representadas en la figura VII.1. Al comparar estas figuras la consecuencia más importante que se extrae es que, en el caso de la temperatura del punto de rocío Td, la información suministrada por la serie sobre el comportamiento de la temperatura mínima se halla contenida en los valores precedentes de la temperatura mínima y, por este motivo, se puede desestimar como variable significativa de cara tanto a la modelización como a la predicción.

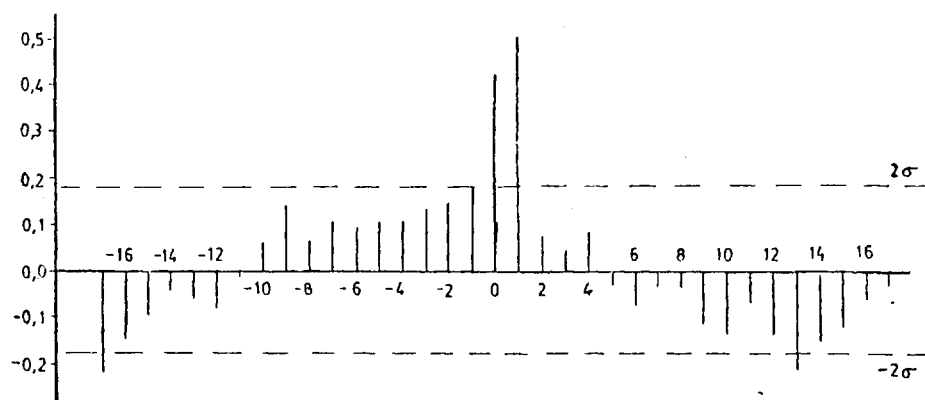


FIGURA VII-1 a) Función de correlación cruzada por blanqueado entre T_m y T .

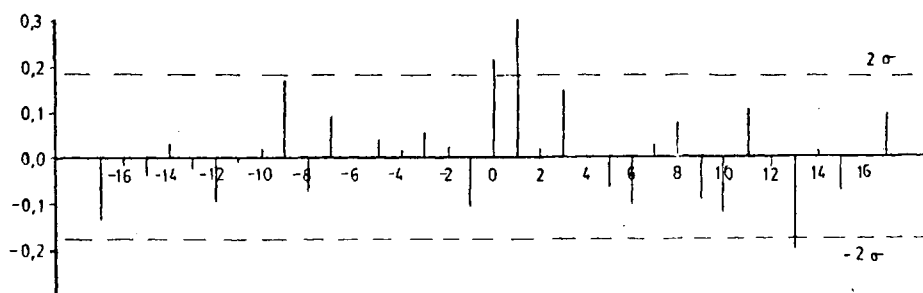


FIGURA VII-1 b) Función de correlación cruzada preblanqueada entre T_m y T_d .

Ahora bien, es conocida la relación existente entre T_m y la humedad del aire, y puesto que T_d es un índice del contenido de humedad, la consecuencia extraída anteriormente parece incurrir en clara contradicción con esta realidad física. Sin embargo, aplicando el mismo procedimiento de preblanqueo a T_w , que es otra de las variables empleada en modelos anteriores (141) y que también representa el contenido del vapor de agua de una masa de aire, se pone de manifiesto la gran importancia que, aún después del preblanqueo, tiene esta variable en el comportamiento de la temperatura mínima. Esto indicará que la relación existente entre la humedad y T_m entra en acción exclusivamente a través de T_w . Puesto que T_d representa el punto en el cual se alcanza la saturación de una masa de aire por procesos isobáricos, se podrá concluir que los fenómenos de enfriamiento isobárico son despreciables en la determinación del descenso enfriamiento nocturno de la temperatura atmosférica, es decir, los intercambios de entalpía llevan aparejado, en la mayor parte de los casos, fenómenos convectivos (144). En definitiva, a través del preblanqueo se ha podido llegar a obtener conclusiones que anteriormente se habían alcanzado sobre bases puramente físicas.

Como consecuencia de lo anteriormente expuesto se tuvieron en cuenta solamente los resultados que proporcionaba el modelo (VII-1).

Sin embargo, a pesar de que la aproximación dada por (VII-1)

era satisfactoria y, dado que el valor predicho de la temperatura mínima se debía introducir en un modelo de predicción del P.D.S., se puso claramente de manifiesto que los errores cometidos se deberían reducir al mínimo, con objeto de que la predicción en tiempo real del P.D.S. resultase lo menos distorsionado posible. Puesto que la aplicación de las expresiones anteriores supone la existencia de unas ciertas condiciones meteorológicas específicas, será necesario elaborar unos modelos de predicción cuyas aplicaciones no conlleve ningún tipo de restricción, por ello se ha recurrido a la metodología de Box-Jenkins.

VII.3.3. Modelo de función de transferencia de la temperatura mínima.

Por las causas que se desprenden de todo lo anterior, las series temporales elegidas son las siguientes: T_{min} , T_w , T_n (nubosidad), V (velocidad del viento), todos ellos a las 18 horas del día anterior al que se va hacer la predicción y la oscilación térmica diaria \emptyset (definida como la diferencia en grados entre la T_{max} y T_{min} de cada día).

El período base empleado para este estudio coincide con el que se usó para el P.D.S. Corresponde a los meses comprendidos entre noviembre de 1979 a marzo de 1980. Los modelos univariantes de cada serie se han reflejado en la Tabla VII-2.

Tabla VII-2 MODELOS UNIVARIANTES DE VARIABLES VECTORAS DE TMIN.

Variable	Modelo
Tw	$(1-0.66B)X_t = \alpha t$
Td	$(1-0.65B)X_t = \alpha t$
T	$(1-0.73B)X_t = \alpha t$
T _m	$(1-0.67B)X_t = \alpha t$
Nubosidad	$X_t = \alpha t$
Velocidad Viento	$X_t = \alpha t$
Ø	$(1-0.5B)X_t = \alpha t$

Es de señalar en dicha tabla que todas las variables relacionadas con la temperatura son de carácter autorregresivo y de primer orden, lo cual se podía esperar dado el paralelismo y la estrecha relación que existe entre ellas, originando una estructura temporal común. Los valores de los coeficientes son, así mismo, muy similares indicando un grado de persistencia parejo, siendo ligeramente inferior para la oscilación. Por otra parte, la nubosidad y la velocidad del viento, medidos ambos a las 18 horas, tienen un comportamiento en el que el carácter aleatorio es predominante, lo que hace que no sea posible identificar ningún tipo de modelo distinto al de ruido blanco, como se puede observar en sus funciones de autocorrelación, fig. VII-2. Es de resaltar que la modelización de la velocidad del vien-

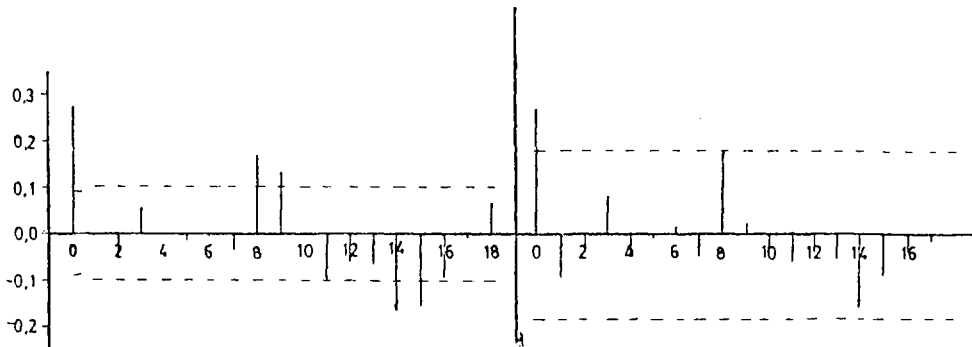


FIGURA VII-2 a) Función de autocorrelación de la nubosidad a las 18 h.
b) Función de autocorrelación parcial de la nubosidad a las 18 h.

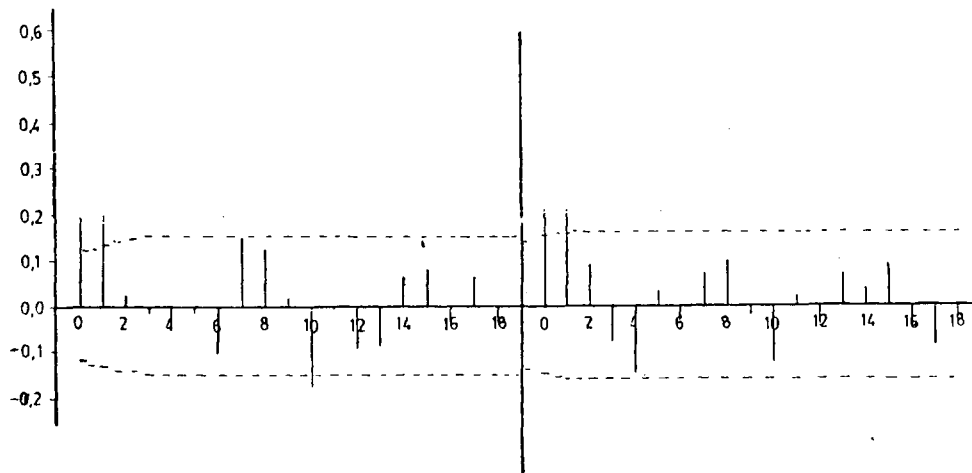


FIGURA VII-3 a) Función de autocorrelación de la velocidad del viento a las 18 h.
b) Función de autocorrelación parcial de la velocidad del viento a las 18 h.

to en el capítulo anterior se realizó sobre valores medios diarios y aquí se ha hecho para valores instantáneos, lo que justifica la diferencia en los modelos.

Por todo ello, las únicas variables susceptibles de ser significativas con respecto a la temperatura mínima y que se pueden tratar según lo expuesto, son T , T_w , ϕ . Los diagramas rangomedia en ningún caso manifestaran tendencia al alineamiento, por lo que no se hizo necesaria la aplicación de transformación alguna, esto equivale a expresar que la relación entre las diversas magnitudes térmicas es esencialmente lineal. Para cada una de ellas y, después de realizar el preblanqueo adecuado, se obtuvieron las funciones de transferencia cuyos rasgos más sobresalientes vienen en la tabla VII-3.

El modelo que liga a la T_{min} y T_w es, de todos aquellos en los que únicamente interviene una variable rectora, el de mayor coeficiente de correlación y menor suma residual y, por tanto, proporciona unos resultados más satisfactorios. Esto pone de manifiesto el hecho ampliamente contrastado con anterioridad (148), como es que la variable más estrechamente ligada con la T_{min} sea T_w . Ahora bien, también expresa que la influencia de T_w no se limita exclusivamente al día anterior, sino que además incluye el día previo a éste, es decir, se mantiene una cierta memoria en la inter-relación existente entre las dos variables. La razón de esta memoria, manifestada a través de su inercia, radicaría en el carácter conservativo de la T_w de la masa de aire, y en

TABLA VII-3

FUNCIONES DE TRANSFERENCIA ENTRE TMIN Y VARIAS VARIABLES

VARIABLES	Modelo	v	≤ 1σ	≤ 2σ	> 2σ	Suma residual
Tmin y Tw	$T_{min} = (0.33 + 0.58B) T w t_1 + (1 - 0.37 B) a +$	0.86	47,5%	84,4	15,6	275,5
Tmin y T	$T_{min} = (0.38 + 0.30B) T t_1 + (1 - 0.67B) a +$	0.78	45,1%	80.1	19.9	348,2
Tmin y Ø	$T_{min} = (-0.33 \text{ Ø } t_1 + (1 - 0.75B) a +$	0.75	41.0%	71.3	28.7	433,3

que la mayoría de los días estudiados corresponden a situación de gran estabilidad y por tanto los cambios de masas de aire han sido poco numerosos lo que haría que sus efectos de ponderación fueran desperciables.

El orden de la influencia ejercida por $T_y \emptyset$ es el mismo aunque ligeramente superior para T , pero se mantiene lejos del que ejerce T_w .

La estructura del modelo correspondiente a la temperatura se ca es igual a la del asignado a T_w . Sin embargo, las razones que lo explican son diferentes y se encuentran en la consabida estacionalidad de período de 24 horas de la temperatura del aire. Desde este punto de vista, el modelo corresponde a una relación estacional de primer orden, es decir la influencia que cada valor tiene sobre el retrasado un ciclo completo se manifiesta del mismo modo sobre la variable dependiente, que en este caso es la temperatura mínima. Debido a que T_w presenta la misma estacionalidad que T , esta razón sirve también para justificar desde otro punto de vista el modelo de T_w .

Por último, la expresión asignada a la oscilación térmica refleja que la dependencia con esta variable se limita al valor inmediatamente anterior y no pone de manifiesto una inercia en el filtro interpuesto entre ambas variables. Además, puesto que \emptyset es siempre positivo y está multiplicado por un parámetro negativo e inferior a la unidad, su efecto es siempre hacer siempre T_m inferior a 0 y con un valor absoluto igual a la tercera parte de la propia oscilación.

TABLA VII-4

FUNCIONES DE TRANSFERENCIAS MULTIPLES.

Modelo	r	$\leq 1^{\circ}$	$\leq 1^{\circ}$	S. resid.
a) $T_{mint} = 0.18 T_{wt-1} - 0.7 \phi_{t-1} + 0.9 T_{t-1} + (1-0.16B)a +$	0.95	82	99.2	87.4
b) $T_{mint} = (-0.1+0.17B)T_{wt-1} - 0.66\phi_{t-1} + (0.77-0.1B) T_{t-1} + (1-0.23B)a +$	0.96	84	$\leq 1,5^{\circ}$ 99.2	82.05

Determinadas las relaciones anteriores entre la temperatura mínima y las diferentes variables que la caracterizan, y, puesto que cada uno de los modelos anteriores tiene en cuenta los efectos de una única variable y los de las demás se hallan implícitos en los términos de ruido, se deberá construir un modelo global que contenga explícitamente todas las magnitudes y como consecuencia la influencia del ruido sea mínimo.

El modelo así resultante presenta dos posibles formas alternativas reflejadas en la tabla VII-4.

En el segundo modelo se introducen dos parámetros más que en el primero, siendo el aumento en el coeficiente de correlación solamente de una centésima, lo que podría indicar que los mencionados parámetros son innecesarios. Sin embargo, al estudiar el valor absoluto de los residuos (y por tanto, de los errores cometidos) se observa que en el último el límite superior del error es 1,5°C en un 99,2% de las observaciones y en el primero tal límite se halla en 2°C. Debido a las necesidades específicas que se tienen a la hora de construir este modelo se optó por el segundo, puesto que, siendo el coeficiente de correlación ligeramente superior al primero, la banda de errores es significativamente más estrecha, lo que garantiza una distorsión menor en el modelo final de predicción del P.D.S.

La estructura de la relación existente cada variable rectora y la temperatura mínima es la misma que la identificada

en cada modelo individual, por lo cual la interpretación allí dada sigue siendo válida. Por otra parte, la varianza explicada se eleva hasta un 92%, lo que supone un aumento superior al 18% en todas las fórmulas, y la suma de los cuadrados residuales, disminuye también entre un 70 a 80%.

Al comparar el modelo aquí elaborado para la predicción de temperaturas mínimas y las fórmulas de predicción deducidas para los mismos días, los resultados obtenidos (ver tabla VII-5) ponen de manifiesto el gran avance que ha supuesto la aplicación de estas técnicas, especialmente al reducir la banda errores, sobre todo si se tiene en cuenta que no existe ninguna limitación en su aplicación en lo referente a condiciones meteorológicas.

TABLA VII.5. Resultados de (VII.4) y funciones de transferencia finales.

MODELO	r	$\leq 1\%$	$\leq 1.5\%$ (%)	> 1.5 (%)
VII-4	0.93	79	89.5	10.5
f.transfe- rencia b)	0.96	84	99.2	0.8

Concluyendo, se ha podido obtener resultados óptimos mediante la aplicación de modelos estocásticos de variables cuyo comportamiento tiene muy poco de tal. Ello da idea de la gran flexibilidad de los métodos aquí tratados y de su adaptabilidad a un gran número de situaciones complejas y de diferente carácter.

VII.4. Aplicación de los modelos meteorológicos.

Tanto en el capítulo V como en el VI se calcularon los límites superior e inferior de las diferentes expresiones predictoras, en esta sección se estudiará el aporte que supone la introducción en tales ecuaciones de los valores predichos por los modelos elaborados en este capítulo para las variables meteorológicas. De este modo se caracterizan adecuada y correctamente las prestaciones en tiempo real expresiones finales V-8 y VI-3. Así, se obtuvo para V-8 un coeficiente de correlación 0.845 (71.4% de la varianza total) y una suma residual de 31.042 ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)². En consecuencia, esto supone un aporte significativo con respecto a los valores obtenidos suponiendo persistencia de las variables meteorológicas y resalta la utilidad de los modelos de las variables atmosféricas de este capítulo, además de proporcionar el límite real de los modelos. Los residuos no se han visto modificados en cuanto a su localización temporal, aunque en general se ha reducido en un 10% en su valor absoluto. La reducción no ha podido ser más espectacular por la incapacidad de la expresión del módulo de la velocidad del viento de

predecir los bruscos aumentos o descensos que originan los residuos significativos, coincidiendo de manera sincronizada los de V-8 con VII-1.

La temperatura mínima se ha podido predecir con gran exactitud, lo que ha supuesto, junto a su menor influencia, que los errores inducidos por ella sean despreciables frente a los provocados por la mala predicción de la velocidad del viento. Se puede concluir, por tanto, que el principal obstáculo existente para alcanzar el máximo de prestaciones es la mala calidad de la predicción cuantitativa del módulo eólico y mientras no se resuelva satisfactoriamente no se podrá llegar a aquilatar al máximo en los valores previstos. En cualquier caso, dado que el régimen de flujos de aire en Madrid se caracteriza por unos valores muy bajos y con gran número de calmas, especialmente durante el invierno, el peso de la componente aleatoria en el módulo tendrá considerable importancia en el cómputo final. Se trata, pues, de una variable de difícil predicción sobre bases diarias dada su propia naturaleza intrínseca, y en la actualidad, su previsión es un problema muy intrincado y con pocos visos de obtener resultados esperanzadores en un futuro próximo. Todo lo anterior es válido para la expresión VI- en la cual los valores logrados fueron 0.841 y 31.482 $(\mu\text{g}/\text{m}^3)^2$ para el coeficiente de correlación y la suma de cuadrados residuales respectivamente. Ello supone un valor intermedio entre los resultados alcanzados suponiendo persistencia de las variables meteorológicas y su exacto conocimiento, por lo que se deben considerar como los cotas que alcanzan los modelos en su aplicación práctica real.

VIII. RESUMEN Y CONCLUSIONES.

- 1.- Las concentraciones de SO_2 medidas en el casco urbano de Madrid obedecen a distribuciones logarítmico-normales.
- 2.- Los valores más altos se presentan en los meses de invierno. Ello es debido al intenso funcionamiento de las calefacciones en esta época del año. Los puntos que registran niveles superiores son los ubicados más en el centro de la ciudad.
- 3.- La periodicidad dominante en el comportamiento de este contaminante es la anual, tal y como pone de manifiesto el análisis espectral.
- 4.- El filtrado digital, aunque elimine la varianza de las zonas determinadas por su función de respuesta, no es totalmente eficiente en la prevención de la existencia de periodicidad espúreas.
- 5.- Los test a posteriori no pudieron detectar el origen espúreo de la periodicidad de nueve días, por lo que se manifiestan sus limitaciones que hacen que sus resultados se deban verificar por otros medios.
- 6.- El uso de diferentes métodos clásicos para el cálculo de los espectros es una medida para contrastar la existencia real

de picos sobre cuya representatividad se tengan dudas razonables.

- 7.- Se ha introducido el PDS como índice global de la contaminación en un lugar por un cierto agente. Ello supone la reducción de las dimensiones del vector a predecir. Mediante un análisis de conglomerados se pueden distinguir dos sectores en Madrid, uno periférico y otro central. El segundo presenta niveles superiores al primero; por lo demás su comportamiento es totalmente similar.
- 8.- Las distribuciones estadísticas del PDS son iguales a los de cada estación. Asimismo sus evoluciones y espectros se corresponden con los de los puntos de muestreo, por lo que se confirma la pertinencia y bondad de dicho índice. Ha superado a los $200 \mu\text{g}/\text{m}^3$ siempre en situaciones sinópticas 7 y 8 durante el invierno. La mayor acumulación se da durante períodos de estancamiento que persisten varios días.
- 9.- Las trayectorias en estas fechas son tremendamente irregulares y de difícil cálculo y representatividad, pero parecen indicar que el aporte externo es despreciable. Esto es, los niveles peligrosos se alcanzan por el efecto de las propias fuentes de la ciudad únicamente.
- 10.- Existe una equivalencia entre el método de los polígonos y la determinación de los sectores mediante procesos que impli

quen trazados de isolíneas, lo que confirma de manera indirecta la constancia de la concentración en el interior de cada área de influencia.

- 11.- La transformación adecuada para los PDS es la logarítmica. Está regida en sus dos componentes por modelos autorregresivos de orden 1; es decir, toda la influencia del pasado está concentrada en el valor inmediatamente anterior. Las ecuaciones de los modelos son:

$$PDSI_t = 0.73 PDSI_{t-1} + a_t$$

$$PDSII_t = 0.78 PDSII_{t-1} + a_t$$

- 12.- Con la metodología univariante se explica hasta un 60% de la varianza de la serie modelizada.
- 13.- Las series de PDS se pueden considerar generadas por un proceso estacionario, ya que no hubo que recurrir a ninguna diferenciación para inducir esta propiedad.
- 14.- No se aprecia efecto grado-día en la relación del contaminante con la temperatura, ésta tiene lugar en fase y es significativa únicamente bajo situaciones 5, 7 y 8, de marcado carácter anticiclónico, siendo lo más importante los términos de persistencia que los representativos del viento en las mismas. La relación con el viento no es solamente en fase sino que presenta una ligera inercia de un día.

15.- Las funciones de transferencia identificadas y estimadas han sido:

$$PDSII_t = -0.05T_t + (1-0.77B) a_t$$

$$PDSII_t = -(0.49+0.07B) \lg v_t + (1-0.7B) a_t$$

$$PDSII_t = -0.01T_t - 10.47 + 0.08B) \lg v_t + (1-0.7B) a_t$$

obteniéndose un ajuste con coeficientes de correlación 0.792, 0.8665 y 0.8634 respectivamente; al efectuar la predicción suponiendo la persistencia del viento y la temperatura coeficientes, descienden hasta 0.79, 0.825 y 0.821.

16.- A pesar de ser más versátiles desde el punto de vista teórico, los modelos ARMAX ofrecen resultados similares a las funciones de transferencia.

17.- Es más conveniente aplicar un modelo de función de transferencia en una configuración de factores como la que se presenta, pues se dispone de una base de datos adecuada que permite la aplicación de sus criterios objetivos con un menor número de valores y se alcanzaron resultados similares con ellos y los ARMAX.

18.- La temperatura no necesita transformación logarítmica, puesto que los resultados obtenidos son mejores, se pone de manifiesto que los modelos proporcionan su mejor rendimiento cuando las relaciones entre las variables son realmente lineales.

- 19.- La temperatura T_d , no parece ser significativa en los modelos de predicción de T_m . T_w . Resulta, como ya había sido puesto de manifiesto, la variable rectora fundamental en las fórmulas de predicción de T_m .
- 20.- Todas las variables térmicas obedecen a un comportamiento autoregresivo de orden uno. El modelo T_w es el que mejores resultados proporciona para la predicción de T_m y no hace ningún tipo de restricción sobre las situaciones atmosféricas.
- 21.- Se comprueba la utilidad del preblanqueo tanto en la modelización como para la realización de inferencias físicas.

159

BIBLIOGRAFIA

- (1) Reynolds S.D., Roth P.M. and Seinfeld J.M.
Mathematical modelling of Photochemical air pollution
Atm. Env. 7, 103-106, 1973.

- (2) Calder K.
Eddy diffusion and evaporation in flow over aerodynamically
smooth and rough surfaces: a treatment based on laboratory
laws of turbulent flow with special reference to conditions
in the lower atmosphere.
Q.J. Mech Appl. Math, 2, 153-164, 1949.

- (3) Calder K.L.
On estimating air pollution concentrations from a high way
in an oblique wind.
Atm. Env. 7, 863-868, 1973.

- (4) Pasquill F.
Atmospheric Diffusion
Van Nostand. London 1962.

- (5) Monin A.S. and Yaglom A.M.
Statistical Fluid Mechanics
M.I.T. Press, Cambridge, Mass, 1971.

- (6) Monin A.S.
General survey of atmospheric diffusion. Atmospheric diffusio
and air pollution. (Symposium held at Oxford Aug. 24-24, 1958)
Edited by Frenkel F.N. and Sheppard P.A.
Academic Press, N. York, 1959.

- (7) Turner D.B.
Relationships between 24-hour mean air-quality measurements
and meteorological factors in Nashville, Tennessee
J. Air. Pollut. Control Ass. 11, 483-488, 1961.
- (8) Baulch D.M.
Relation of gustiness to sulphur dioxide concentrations
J. Air Pollut. Control Ass. 12, 539-542, 1962.
- (9) Singer J.A. and Smith M.E.
Relation of gustiness to other meteorological parameters
J. Meteor. 19, 121-126, 1953.
- (10) Newhall H.E. and Eaves A.
The effect of wind speed and rainfall on the concentration
of sulphur dioxide in the atmosphere.
Int. J. Air. Wat. Pollut. 6, 173-177, 1962.
- (11) Breuer W. and Winkler K.
Sulphur dioxide imision during calm weather
Staub 25, 18-24, 1965.
- (12) Marsh K.J. and Foster M.D.
An experimental study of the dispersion of the emission from
chimneys in Receding.I. The study of long term average concen-
tration of sulphur dioxide.
Atm. Env. 1, 527-550, 1967.

(13) Petersen J.T.

Distribution of sulphur dioxide over Metropolitan St. Louis,
as described by empirical eigenvectors and its relation to
meteorological parameters.

Atm. Env. 4, 501-518, 1970.

(14) Mc Laughlin J.F., Smith M.E. and Singer J.A.

Survey of ground level SO₂ concentrations near Alton, Illi-
nois.

2nd Int. Clean Air Congress, 6-11 Dec 1970, Washington D.C.

(15) Schmidt F.H. and Velds C.A.

On the relation between changing meteorological circumstan-
ces and the decrease of the sulphur dioxide concentrations
around Rotterdam

Atm. Env. 3, 455-460, 1969.

(16) Halliday E.C. and Kemeny E.

The effect of sunrise and sunset on the concentration of at-
mospheric pollutants. Int. J. Air Wat. Pollut. 8, 43-47,
1964.

(17) Gorr W.L. and Dunlap R.W.

Characterization of steady wind incidents for air quality
management.

Atm. Env. 11, 59-64, 1977.

- (18) Zanetti P., Melli P. and Runca E.
Meteorological factors affecting SO₂ pollution levels in
Veneci.
Atm. Env. 11, 605-616, 1977.
- (19) Raynor G.S., Smith M.E. and Singer J.A.
Meteorological effects on sulphur dioxide concentration
on suburban Long Island, New York.
- (20) Raynor G.S., Smith M.E. and Singer J.A.
Temporal and spatial variation in sulphur dioxide concentra-
tions on suburban Long Island, New York.
J. Air Pollut. Control. Ass. 24, 586-590, 1974.
- (21) Bruntz S.M., Cleveland W.S., Graedel T.E., Kleiner B. and
Warner J.L.
Ozone concentrations in New Jersey and New York: statistical
association with related variables.
Sciences 186, 257-259, 1974.
- (22) Cleveland W.P. and Tiao G.C.
Decomposition of seasonal time series a model for the census
X-11 Program.
J. Am. Stat. Ass 71, 581-587, 1976.
- (23) Elkus B. and Wilson K.R.
Photochemical air pollution: weekend-weekday differences
Atm. Env. 11, 509-515, 1977.

- (24) Karl T.R.
Day of the week variations of photochemical pollutants in
the St. Louis Area.
Atm. Env. 12. 1657-1667, 1978.
- (25) Harrison R.M., Holman C.D., Mc Cartney H.A. and Mc Ilreen P.
Nocturnal depletion of photochemical ozone at a rural site
Atm. Env. 12. 2021-2026, 1978.
- (26) Harrison R.M. and Mc Cartnet M.A.
Ambient air quality at a coastal site in rural north-west
England.
Atm. Env. 14. 233-244, 1980
- (27) Haageson P.L.
Meteorological and climatological factors affecting Denver
air quality.
Atm. Env. 13, 79-85, 1979.
- (28) Riehl H. and Herkhof D.
Some aspects of Denver air pollution meteorology
J. app. Met. 11, 1040-1044, 1972.
- (29) Trindade H.A. et al.
Meteorological Parameters and concentration of total suspen-
del particulates in the arban area of Rio de Janeiro.
Atm. Env. 14, 973-978, 1980.

- (30) Kleinman M.I., Kneip T.J. and Eisenbud M.
Seasonal patterns of air borne particulate concentration in
New York.
Atm. Env. 10, 9-11, 1976.
- (31) Marsh K.J. and Withers V.R.
An experimental study of the dispersion of the emissions
from chimneys in Reading III. The investigation of disper
sion calculations.
Atm. Env. 3, 282-302, 1969.
- (32) Elson D.M. and Chandler T.J.
Meteorological controls upon ground level concentrations of
smoke and sulphur dioxide in two urban areas of the United
States.
Atm. Env. 12, 1543-1554, 1978.
- (33) Annad W.J.D. and Hudson A.M.
Meteorological effects on smoke and sulphur dioxide concen
tration in the Manchester Area.
Atm. Env. 15, 799-806, 1981.
- (34) Bringfelt B.
Important factors for the sulphur dioxide concentrations in
central Stockholm.
Atm. Env. 5, 949-972, 1971.

- (35) Bringfelt B, Hjorth T. and Ring S.
A numerical air pollution dispersion model for central Stockholm.
Atm. Env. 8, 131-148, 1974.
- (36) Tiao G.C., Box G.E.P. and Hamming W.I.
A statistical analysis of the Los Angeles Ambient carbon monoxide data 1955-1972.
J. Air. Pollut. Control Ass. 25, 1129-1136, 1975.
- (37) Tiao G.C. and Hillmer S.C.
Statistical models for ambient concentrations of carbon monoxide, lead and sulfate based on the L.C.S. data.
Univ. of Wisconsin. Tech. Note no 420, 1976
- (38) Chock D.P.; Terrell T.R. and Levitt S.B.
Time series analysis of Riverside, California, Air quality data.
Atm. Env. 9, 978-989, 1975.
- (39) Runca E., Melli P. and Spirito A
Real time forecasting of air pollution episodes in the Venetian region. Part I: the advection-diffusion model.
International Institute for Applied Systems Analysis.
Pub. RR 79-11, 1979.
- (40) Ambar D.
A diffusion model for use with directional samples
Atm. Env. 12, 2131-2138, 1978.

- (41) Lupini R. and Tirabassi T.
Gaussian plume model and advection-diffusion equation, an attempt to connect the two approaches
Atm. Env. 13, 1169-1174, 1979.
- (42) Desalu A.A., Goyld L.A. and Schweppe F.
Dynamic estimation of air pollution
I.E.E.E. trans. on Autom. Control. AC-19, 904-910, 1974
- (43) Bankoff S.G. and Hanzevack E.L.
The adaptive-filtering transport model for prediction and control of pollutant concentration in an urban airshed.
Atm. Env. 9, 793-808, 1975.
- (44) Draxler R.R.
Estimating vertical diffusion from routine meteorological tower measurements.
Atm. Env. 13, 1559-1564, 1979.
- (45) Draxler R.R.
An improved gaussian model for long term average air concentration estimates.
Atm. Env. 14, 597-602, 1980.
- (46) Fay J. and Rosenzweig J.J.
An analytical diffusion model for long distance transport of air pollutants
Atm. Env. 14, 355-363, 1980.

- (47) Fronza G., Spirito A. and Tonielli A.
Real Time forecasting of air pollution episodes in the Venetian region. Part II: The Kalman Predictor.
International Institute for Applied Systems Analysis. Pub. RR79_II, 1979.
- (48) Melli P., Bolzern P., Fronza G. and Spirito A.
Real Time control of sulphur dioxide emissions from an industrial Area.
Atm. Env. 15, 653-666, 1981.
- (49) Bacci P. Bolzern P. and Fronza G.
A stochastic predictor of air pollution based on short term meteorological forecast.
Comunicación interna del Instituto di Elettrotecnicia ed Elettrotecnica de Milan 1979.
- (50) Goussmass M.M. and Clarenburg L.A.
A simple model to calculate the SO₂ concentrations in urban Region.
Atm. Env. 9, 1071-1077, 1975.
- (51) Middleton D.R., Butler J.D. and Colwill D.M.
Gaussian plume dispersion model applicable to a complex motorway interchange.
Atm. Env. 13, 1039-1050, 1979.

- (52) Anfossi D., Bonino G., Bossa F. and Richiardone R.
Plume Rise from Multiple sources: a new model.
Atm. Env. 12, 1821-1826, 1978.
- (53) Mehtak. N. and Balasubramanyan R.
Atmospheric transport of emissions over urban area sources
Atm. Env. 12, 1343-1348, 1978.
- (54) Shir C.C. and Shieh C.J.
A generalized urban air pollution model and its application
to the study CO₂ distributions in the St. Louis Metropolitan
Area.
J. Appl. Met. 13, 185-204, 1974.
- (55) Shigh L.J. and Shir C.C.
Analysis of input parameters and results of urban air pollu-
tion computations.
Proceedings of the third Symposium of Atmospheric turbulence,
Diffusion and Air Quality, 374-381, A.M.S. Boston Mass. U.S.A.
1977.
- (56) Shir C.C. and Shieh L.J.
Study of parametric effects on the SO₂ concentration in St.
Louis by a numerical simulation.
Atm. Env. 12, 1087-1095, 1978.
- (57) Elting D.H. and Shir C.C.
SO₂ surface concentrations in the St. Louis area as function

.../...

of meteorological parameters.

IBM research report R.J. 1928, 1977.

(58) Brzen E.

Some recent advances in time series modelling.

IEEE trans. on Aut. Contrd, AC-19, 723-730, 1974.

(59) Box G.E.P. and Jenkins J.W.

Time series analysis imodelling and forecasting

Holden-Day. San Francisco. 1976.

(60) Carbone R. and Gorr W.L.

An adaptive diagnostic model for air quality managements

Atm. Env. 12, 1785-1791, 1978.

(61) Finzi G.

Real time forecast of SO₂ concentrations in an urban region

Workshop of advanced mathematical air pollution models. Florence. Italy, March 1979.

(62) Finzi G., Fronza G., Rinaldi S. and Zanetti P.

Modelling and forecast of the Dosage Population Venice

IFAC Symposium an environmental systems, planning, design and control, Kyoto, Japon, Aug. 1977.

- (63) Finzi G., Fronza G. and Spirito A.
Multivariate stochastic models of sulphur dioxide pollution in an urban area.
J. Air Pollut. Control Ass. 30, 1212-1215, 1980
- (64) Levy H.
Photochemistry of the lower troposphere
Planet Space Science 20, 919-935, 1972.
- (65) Frank N.R.
Studies on the effect of acute exposure to sulphur dioxide in human subjects.
Proc. Roy. Soc. Med. 57, 1029-1033, 1964.
- (66) Larsen R.I.
A new mathematical model of air pollutant concentration averaging time and frequency.
J. Air Poll. Cont. Ass. 19, 24-30, 1969.
- (67) Larsen R.I.
Relating air pollutant effects to concentration and control
J. Air Poll. Cont. Ass. 20, 214-225, 1970.
- (68) Jenkins G.M. and Watts
Spectral analysis and its applications
Holden Day. San Francisco, 1968.
- (69) Blackman R.B. and Tukey J.W.
The measurement of power spectra from the point of view of

- communications Engineering.
Dover, New York, 1959.
- (70) Mitchel R.
Climatic Change.
W.M.O. Technical note No 115.
- (71) Tiedke M.
Parameterization in numerical models.
ECMRWF Lecture note No 18, 1979.
- (72) Landsberg H.E. and Mitchell J.M.
Power spectrum analysis of climatological data for Wood-
stock College.
Month. Wea. Review 87, 283-298, 1958.
- (73) Webster P.J. and Keller J.N.
Atmospheric variations: vacillations and index cycles.
J. Atm. Sciences 32, 1283-1300, 1975,
- (74) Valero F.
Características fundamentales de la contaminación ambien-
tal por el aerosol hierro bajo la influencia de parámetros
de limpieza.
Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid, 1980.
- (75) Butler J.D.
Air pollution chemistry.
Academic Press. London, 1979.

- (76) Prewitt J.F.
Amplitude bias in the fourier transforms of noisy signals.
IEEE Trans. on Antennas Propagat, AP-26, 730-731, 1978.
- (77) Strader N.R.
Effects of sub harmonics frequencies on DFT coefficients
Proc. IEEE 68, 285-286, 1980.
- (78) Toman K.
The spectral shift of truncated sinusoids
J. Geoph. Res. 70, 1749-1750, 1965.
- (79) Bloomfield G.
Fourier analysis of time series: an introduction.
John Wiley. N. York, 1976.
- (80) Barry R.G. and Perry A.M.
Synoptic climatology methols and applications
Methuen, London, 1973.
- (81) Gatto M. Rinaldi S.
Un nucvo metodo di stima degli afflusi meteorici.
Istituto di Elettrotecna ed Elettronica, Politectinco di
Milano.
Comunicación interna 74-10, 1974.
- (82) Van Egmond N.D. and Onderdelinden D.
Objetive Analysis of air pollution Monitoring Network Data:
Spatial interpolation and networ Deusity.
Stom. Env. 15, 1035-1046, 1981.

- (83) Van Egmond N.D. and Tissing O.
Optimum interpolation of spatial air pollution Data
Proceeding IV Int. Clerar Air Congress Tokyo, Japna 658,
662, 1977.
- (84) Van Egmond N.D., Tissing O., Onderdelinden D. and Bartels C.
Quantitative evaluation of mesoscale air pollution transport
Atm. Env. 12, 2279-2287, 2978.
- (85) Van Egmond N.D., Tissig O. and Kesseboom H.
Estimating contributions of source areas to the measured
yeraly overage SO₂ - concentration field in the Netherlands
by dispersion model parameter optimization.
Atm. Env. 13, 1551-1557, 1979.
- (86) Babcock C.R.
A combined pollution index for measurement of total air
pollution
J. Air Pollut. Control Ass. 20, 653-659, 1970.
- (87) Duckworth S. and Kupchanko P.
Air Analysis: The standard dosage-area product.
J. Air Pollut. Control Ass. 17, 379-383, 1967.
- (88) Drufuca G., Giugliano M. and Torlaschi E.
SO₂ dosages in an urban area
Atm. Env. 14, 11-17, 1980.
- (89) Finzi G., Fronza G. and Rinaldi S.

Stochastic modelling and forecast of the dosage area product.
Atm. Env. 12, 831-838, 1978.

(90) Sánchez García M.

Modelos estadísticos aplicados a tratamiento de datos.
Centro de Cálculo de la Universidad Complutense de Madrid,
1978.

(91) Anderberg M.R.

Cluster Analysis for Applications
Academic Press, N. York, 1973.

(92) Thiebaut, M.J.

Estimation of covariances of meteorological parameter using
local time averages.
J. Appl. Meteorology 16, 592-599, 1974.

(93) Rohagil V.K.

An introduction to probability theory and mathematical sta-
tistics.
John Wiley. N. York, 1976.

(94) Hernández E.y Soler A.

Situaciones locales típicas: parámetros o variables más
características.
Revista de Geofísica XXXVI, 1. 1978.

(95) Turner B.

A diffusion model for an urban area.
J. Appl. Meteorology 3, 1964.

- (96) Castro M., Rodríguez L. y Catalá J.
Estudio comparativo entre una serie de sondeos termodinámicos simultáneos entre Madrid-ciudad y Madrid-Aeropuerto. XVIII Reunión Bienal de la R.S.E.F. y Q., Libro F10-17
- (97) Hannan B.J.
Time series analysis
IEEE Trans on Aut. Control Ac-19, 706-715, 1974.
- (98) McCollister G.M. and Wilson K.R.
Linear stochastic models for forecasting daily maxima and hourly concentrations of air pollutants.
Atm. Env. 9, 417-423, 1975.
- (99) Box G.E.P. and Tiao G.C.
Intervention analysis with applications to economic and environmental problems
J. Am. Stat. Ass. 70, 70-79, 1975.
- (100) Merz P.M., Painter L.J. and Ryason P.R.
Aerometric data analysis - time series analysis and forecast and an atmospheric smog diagram.
Atm. Env. 6, 319-342, 1972.
- (101) Chatfield D.C. and Prothero D.C.
Box - Jenkins seasonal forecasting problems in a case-study and discussions.
J. R. Stat. Soc. 136, 295-354, 1973.

- (102) Zanetti P., Finzi G., Fronza G. and Rinaldi S.
Time series analysis of Venice air quality data
IFAC Symposium on Environmental Systems, Planning, Design
and Control, Kyoto, Japan, 1977.
- (103) Ledolter J. and Tiao G.C.
A Statistical analysis of New Jersey CO data.
Univ. of Wisconsin. Technical Report No 540. 1978.
- (104) Chaum D., Elkus B., Wilson K.R., and Rice J.A.
A Statistically tested short term oxidant control strategy
Atm. Env. 12, 1777-1783, 1978.
- (105) Phadke M.S., Grupe M.R. and Tiao G.C.
Statistical evaluation of trends in ambient concentrations
of nitric oxide in Los Angeles
Env. Science and Tech. 12, 430-435, 1978.
- (106) Zinsmeister A.R. and Redman T.C.
A time series analysis of aerosol composition measurements.
Atm. Env. 14, 201-215, 1980.
- (107) Tiao G.C., Box G.E.P. and Hamming W.J.
Analysis of Los Angeles Photochemical smog data: a statis-
tical overview.
J. Air. Pollut. Control Ass. 25, 260-268, 1975.
- (108) Tiao G.C. Box G.E.P. and Hamming W.J.
A statistical analysis of the Los Angeles ambient carbon mo-
noxide data. 1955-1972.
J. Air Pollut. Control Ass. 25, 1129-1136, 1975.

- (109) Reinsel G., Tiao G.C., Wang M.N., Lewis R. and Nichka D.
Statistical analysis of stratospheric ozone data.
Univ. of Wisconsin. Tech. note NQ 607, 1980.
- (110) Hannan E.J.
Time series analysis
IEEE Transactions on Automatic control, AC-19, 706-715, 1974.
- (111) Horowitz J. and Barakat S.
Statistical analysis of the maximum concentration on an air
pollutant: effects of autocorrelation and non stationarity.
Atm. Env. 13, 811-818, 1979.
- (112) Yule, G.U.
On a method of investigating periodicities in disturbed
series, with special reference to Wölfers sunspot numbers.
Phil. Trans. A226, 267-273, 1927.
- (113) Greander U. And Roseblatt M.
Statistical analysis of stationary time series
John Wiley. N. York. 1957.
- (114) Akaike H.
Fitting autorregressive models for prediction
Ann. Inst. Statist. Math. 21, 243-247, 1969.
- (115) Akaike H.
A new look at the statistical model identification.
IEEE Trans. Autom. Cont. AC-19, 716-723, 1974.

- (116) Parzen E.
Mathematical considerations in the estimation of spectra.
Technometrics. 3, 167-190, 1961.
- (117) Box G.E.P. and Cox D.R.
An analysis of transformations.
J. Royal Stat. Soc. B26, 211-215, 1964.
- (118) Box G.E.P. and Jenkins G.M.
Some comments on a paper by Chatfield and Prothero.
J. Royal Stat. Soc. A3, 337-352, 1973.
- (119) Box G.E.P. and Pierce D.A.
Distribution of residual autocorrelations in autorregressive-integrated moving average time series models.
J. Amer. Stat. Assoc. 64, 1509-1516, 1970.
- (120) Bartlett M.S.
Stochastic Processes.
Cambridge University Press, Cambridge, 1955.
- (121) Jenkins G.M.
Practical Experiences with modelling and forecasting time series.
G.J.P. Time Series Library, 1978.
- (122) Barbieri D., Baroni M. and Finzi G.
Multivariate real time predictor of sulphur dioxide concentrations in Milan city.
NATO/CCMS 10-th Int. Tech. Meeting on Air Pollution.
Rome, October, 1979.

- (123) Finzi G. and Tebaldi G.
A mathematical model for air pollution forecast and alarm
in an urban area.
Istituto di Elettrotecnicia ed Elettronica. Politecnico di
Milano.
Com. Interna, 80/6 Sep. 1980.
- (124) Holworth G.C.
Mixing depths, wind speeds and air pollution potential for
selected locations in the United States.
J. App. Meteor. 6, 1039-1044, 1967.
- (125) Box G.E.P.
Use and abuse of regression.
Technometrics. 8, 625-629, 1966.
- (126) Bartlett M.S.
On the theoretical specification of sampling properties of
autocorrelated time series.
J. Royal Stat. Soc. B8, 27-33, 1946.
- (127) Hernández E., García R. y Valero F.
Temperature and wind speed influence on the stochastic pre-
diction of SO₂ concentration.
Anales de Física 78, 80-82, 1982.
- (128) Young P. and Whitehead P.
A recursive approach to time series analysis for multiva-
riate systems.
Int. J. Control. 25, 457-482, 1977.

- (129) Pasquill F.
The estimation of the dispersion of windborne material.
Met. Mag. 90, 33-37, 1961.
- (130) Bacon J.W. and Herdenson-Sellers E.
The generation of hourly average wind vectors using a
Markov process.
Atm. Pollut. 1980. Ed by Benarie. Elsevier, Amsterdam, 1980.
- (131) Mage D.T.
Frequency distributions of hourly wind speed measurements
Atm. Env. 14, 367-374, 1980.
- (132) Bonivento C., Fronza G., Tonielli A.
Real time prediction of local wind by means of stochastic
models.
Atmospheric pollution 1980. Proceedings of the 14th. Int.
Colloquium. Paris, 1980, 105-108, 1980.
- (133) Luna R.E. and Church H.W.
Estimation of long term concentrations using and universal
wind speed distribution.
J. App. Meteorology 13, 910-916, 1974.
- (134) Bacci G. and Finzi G.
A statistical predictor of surface wind speed in Milan city.
WMO-RA-VI Meeting on forecasting of conditions leading to high
levels of air pollution occurrence. Leningrad, USSR, 17-20
Nov. 1980.

- (135) Kammermann A.
Die Vorausbestimmung des nächtlichen temperatur minimums.
Meteorologische Zeit 21, 124-128, 1886.
- (136) Hammon W.M.
Injury from frost and methods of protection
U.S. Weather Bureau Bulletin, no 86. 1896.
- (137) Amgström A.
Studies of the frost problem III
Geografiska Annaler Stockholm. 2(4), 401-412, 1923.
- (138) Fariña F.
Predicción de temperaturas mínimas en Madrid.
Anales de la Sociedad Española de Meteorología. 1, 1927.
- (139) Klein W.H.
Computer forecasts of maximum and minimum temperature
J. App. Meteorology 9, 350-359, 1970.
- (140) Hernández Martín, E.
Predicción de temperaturas mínimas.
Universidad de Salamanca. Tesis doctoral, 1971.
- (141) Sánchez Sánchez, J.F.
La oscilación térmica como nueva variable en la predicción
de temperaturas extremas.
Universidad de Salamanca. Tesis doctoral, 1973.

(142) Hernández y Garmendia J.

Resultados de la predicción de temperaturas mínimas nocturnas en noches despejadas y en calma.

Rev. de Geofísica XXXII, 1, 1973.

(143) Hernández H. y Garmendia J.

Predicción de temperaturas mínimas en noches con nubosidad y viento.

Rev. de Geofísica XXXII; 1, 1973.

(144) Moran, F.

Apuntes de termodinámica de la atmósfera.

Servicio Meteorológico Nacional. Madrid, 1944.

APENDICE

VALORES DIARIOS DEL PDS



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DTA	OCTUBRE 78 FDS I	PDSII
1	5.462	12.455
2	9.833	17.045
3	14.588	24.621
4	20.152	29.576
5	40.682	37.273
6	29.162	43.298
7	23.352	39.789
8	23.163	39.515
9	19.958	29.152
10	19.576	27.545
11	16.858	24.818
12	10.429	17.333
13	16.255	22.667
14	17.780	22.712
15	23.265	26.712
16	27.417	31.621
17	29.652	34.727
18	21.068	23.364
19	27.720	32.258
20	32.045	37.264
21	35.422	43.067
22	30.242	37.833
23	63.182	87.318
24	60.981	93.682
25	57.928	87.667
26	35.905	55.561
27	81.277	112.570
28	62.023	99.045
29	48.922	77.515
30	62.429	92.758
31	78.163	126.258



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DTA	NOVIEMBRE POS I	POS II
1	95.652	159.333
2	111.538	175.227
3	75.580	119.924
4	71.133	121.045
5	49.784	92.121
6	43.534	78.515
7	50.693	86.091
8	39.350	60.667
9	42.606	71.439
10	41.758	77.606
11	59.193	102.288
12	61.644	100.333
13	120.962	181.970
14	122.568	187.621
15	123.606	174.182
16	140.670	216.758
17	122.527	204.061
18	102.212	197.288
19	78.731	148.439
20	126.412	210.864
21	70.379	157.884
22	84.633	169.061
23	78.428	158.394
24	73.879	151.379
25	78.265	137.212
26	45.972	89.788
27	86.721	162.742
28	126.023	224.576
29	64.947	140.455
30	164.095	253.248



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	CICIEM878 PDS I	PDS II
1	150.140	274.667
2	75.466	123.939
3	52.375	96.759
4	47.063	112.409
5	116.163	207.333
6	85.773	165.364
7	93.148	145.455
8	41.626	89.939
9	54.527	118.424
10	57.973	128.485
11	26.519	84.909
12	35.205	87.485
13	22.394	82.242
14	40.617	100.233
15	41.814	90.818
16	44.871	109.606
17	49.504	104.218
18	50.822	114.773
19	79.394	144.197
20	74.186	136.682
21	63.822	126.136
22	128.568	227.424
23	78.114	129.076
24	45.126	106.773
25	49.848	103.652
26	83.769	159.636
27	39.462	112.924
28	60.299	127.727
29	41.686	114.470
30	40.364	97.742
31	31.341	86.030

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID



DIA	ENERC 79 PDSI	PDSII
1	32.049	82.530
2	98.591	196.879
3	59.038	122.909
4	46.652	116.394
5	70.348	150.561
6	37.955	113.818
7	42.255	123.875
8	86.576	184.258
9	110.746	232.121
10	70.174	147.821
11	42.602	144.303
12	37.561	124.318
13	81.633	170.697
14	74.477	163.030
15	88.926	158.242
16	90.405	179.136
17	74.929	157.091
18	50.360	105.264
19	39.822	88.379
20	52.311	99.106
21	52.292	100.576
22	80.212	139.833
23	96.155	168.227
24	85.299	159.152
25	71.212	121.364
26	51.833	119.182
27	43.290	96.076
28	40.761	98.545
29	43.848	99.258
30	62.517	127.455
31	121.955	195.570



01A	FEBRERO 79 PDS I	PDS II
1	102.522	167.833
2	55.565	194.000
3	52.302	114.985
4	29.708	81.219
5	45.618	107.258
6	39.681	98.298
7	42.943	109.045
8	50.781	117.106
9	55.674	132.045
10	38.513	87.182
11	46.504	107.288
12	41.555	94.121
13	40.220	92.970
14	38.284	85.727
15	58.922	149.803
16	55.114	97.136
17	104.212	172.500
18	75.515	155.045
19	122.588	245.576
20	80.303	161.106
21	78.485	144.167
22	42.375	115.524
23	70.735	134.061
24	39.678	94.576
25	44.580	93.455
26	75.159	136.742
27	92.326	165.212
28	69.523	115.288



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	MARZO 79 POSI	PCS II
1	45.610	99.091
2	58.568	124.076
3	97.064	190.758
4	96.227	199.439
5	67.159	171.455
6	48.894	125.909
7	41.208	98.409
8	47.977	106.712
9	73.633	173.773
10	66.341	151.364
11	50.519	143.495
12	81.985	160.803
13	80.470	180.076
14	33.583	84.233
15	37.470	88.051
16	41.864	100.298
17	28.883	70.288
18	22.235	97.045
19	29.117	94.424
20	35.952	94.424
21	42.500	111.894
22	44.750	131.652
23	27.527	106.045
24	43.186	102.848
25	24.080	70.803
26	30.854	96.061
27	28.091	93.758
28	30.223	82.076
29	21.888	90.833
30	38.466	93.000
31	21.621	84.348



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

CIA	ABRIL 79 PDS I	PDS II
1	34.598	87.515
2	34.360	93.273
3	32.568	83.606
4	27.496	77.802
5	33.337	89.015
6	39.451	95.864
7	38.420	96.712
8	28.298	79.061
9	30.529	85.585
10	26.429	76.364
11	24.420	76.606
12	22.587	68.242
13	20.852	60.318
14	29.564	72.485
15	24.250	66.273
16	39.159	94.758
17	42.909	96.591
18	23.742	62.939
19	27.595	74.394
20	29.466	70.000
21	24.280	69.227
22	22.261	72.121
23	27.583	75.576
24	23.004	68.091
25	29.371	72.818
26	25.106	67.318
27	26.928	67.864
28	26.192	65.742
29	29.845	68.879
30	37.382	80.955



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	MAYO 79 PDSI	PDSII
1	37.576	81.409
2	34.106	73.561
3	24.955	65.000
4	27.320	68.242
5	22.864	62.585
6	23.864	62.803
7	28.659	67.364
8	27.965	66.955
9	28.225	68.515
10	27.845	67.439
11	29.670	63.318
12	26.008	54.485
13	21.962	48.864
14	23.572	45.758
15	24.674	50.318
16	36.049	66.712
17	26.951	55.258
18	24.659	52.242
19	23.678	49.424
20	22.845	47.788
21	26.689	53.773
22	24.864	52.439
23	25.720	52.712
24	26.402	52.091
25	32.958	62.197
26	23.239	51.212
27	22.447	49.182
28	32.300	67.364
29	28.708	62.864
30	31.500	65.212
31	25.867	55.500



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

CIA	JUNIO 76 PDS I	PDS II
1	26.720	59.758
2	25.723	60.333
3	23.754	57.136
4	27.917	57.570
5	26.277	56.712
6	25.864	53.606
7	24.129	50.197
8	26.045	51.157
9	71.110	49.091
10	72.383	39.455
11	83.235	64.570
12	42.186	41.000
13	35.005	62.439
14	31.538	28.152
15	44.538	30.000
16	34.146	28.909
17	36.958	30.394
18	34.572	56.288
19	45.080	60.621
20	32.591	49.318
21	37.545	55.455
22	41.174	61.657
23	32.585	51.318
24	20.045	46.759
25	37.239	52.697
26	33.186	49.742
27	29.129	46.121
28	28.197	44.697
29	30.542	47.667
30	30.121	45.539



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

CIA	JULIO 75 POSI	PDSII
1	26.299	43.000
2	25.905	43.500
3	28.223	46.409
4	33.117	49.379
5	29.470	47.833
6	29.777	47.970
7	28.322	47.303
8	28.823	52.712
9	40.265	60.424
10	42.212	56.894
11	27.610	45.318
12	26.625	42.585
13	26.675	42.621
14	25.375	42.545
15	25.413	42.788
16	30.566	49.045
17	34.136	52.585
18	46.852	67.000
19	29.375	50.742
20	30.625	52.576
21	33.318	55.470
22	31.102	50.030
23	30.314	48.303
24	31.622	49.455
25	27.663	47.879
26	35.723	53.485
27	53.360	65.258
28	42.295	60.682
29	35.519	56.000
30	41.485	59.409
31	33.125	54.636



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	AGO 79 PDSI	PDSII
1	33.689	56.212
2	34.049	55.970
3	34.186	52.259
4	35.534	51.500
5	35.822	52.424
6	35.500	51.258
7	35.746	51.530
8	32.254	48.652
9	30.860	48.030
10	27.761	46.379
11	27.837	45.818
12	29.375	48.788
13	33.208	50.348
14	34.854	52.530
15	30.898	48.485
16	29.739	46.848
17	37.072	55.864
18	30.057	46.545
19	28.852	45.076
20	33.866	51.273
21	26.140	56.545
22	35.555	52.682
23	34.402	51.591
24	31.261	49.606
25	32.553	49.606
26	32.443	49.539
27	33.807	51.652
28	23.674	51.591
29	33.038	51.509
30	40.038	57.515
31	33.110	63.197

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID



CIA	SEPTIEM79 PDS I	PDSII
1	32.106	55.485
2	33.591	62.561
3	37.820	66.015
4	36.576	63.485
5	41.337	71.955
6	38.674	66.439
7	33.212	55.242
8	29.621	56.742
9	29.009	53.167
10	34.693	60.864
11	48.273	77.348
12	33.326	59.955
13	36.625	65.348
14	35.027	57.045
15	32.947	51.667
16	32.755	55.788
17	38.807	61.833
18	33.402	51.682
19	34.826	52.485
20	39.208	60.924
21	33.360	49.258
22	31.905	45.470
23	30.792	41.924
24	44.027	59.227
25	46.583	61.212
26	44.755	69.182
27	50.621	62.788
28	46.860	61.955
29	41.992	59.652
30	38.178	64.727



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DI A	OCTUBRE 79 PDS I	PDS II
1	48.205	69.818
2	46.064	64.591
3	51.167	71.712
4	30.277	49.515
5	34.848	53.621
6	29.929	47.576
7	27.841	46.348
8	36.167	56.227
9	31.174	46.773
10	31.072	52.667
11	32.527	53.485
12	28.705	46.272
13	29.752	48.045
14	21.822	45.697
15	35.542	58.015
16	49.277	79.409
17	47.429	78.664
18	31.943	59.424
19	35.657	68.015
20	31.595	59.152
21	29.083	51.712
22	46.725	76.227
23	42.519	71.045
24	41.167	66.727
25	26.201	59.520
26	42.652	66.591
27	46.452	73.318
28	55.049	81.682
29	57.723	93.288
30	79.027	121.242
31	100.189	141.455

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID



DIA	NCVIEME79 PDSI	PCS II
1	112.053	171.697
2	82.034	139.136
3	90.307	154.652
4	89.879	140.197
5	149.246	232.833
6	146.458	223.985
7	162.625	245.121
8	115.322	173.697
9	57.466	88.289
10	49.250	77.470
11	88.114	128.121
12	102.140	174.045
13	56.447	92.591
14	46.509	81.015
15	54.708	94.606
16	66.318	108.636
17	65.405	110.409
18	88.235	148.333
19	115.386	187.773
20	107.572	161.742
21	68.420	107.561
22	109.723	175.333
23	129.653	196.657
24	105.136	163.364
25	112.424	205.485
26	259.956	454.697
27	297.564	537.242
28	285.549	498.015
29	286.951	457.664
30	261.144	440.554



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	CICIEM879 PDSI	PDSII
1	178.981	273.727
2	178.886	301.424
3	190.659	317.318
4	155.667	245.500
5	150.473	255.288
6	205.076	256.333
7	175.106	264.727
8	124.091	128.258
9	83.326	109.364
10	72.064	99.227
11	66.246	110.348
12	138.307	200.970
13	115.867	175.788
14	96.015	153.530
15	69.208	105.606
16	83.799	141.091
17	203.264	279.424
18	82.121	133.833
19	102.432	149.621
20	66.015	105.470
21	93.989	155.924
22	93.932	141.182
23	70.255	115.349
24	55.515	106.621
25	62.409	104.758
26	137.159	215.742
27	136.053	217.182
28	91.864	149.561
29	102.455	177.535
30	79.583	127.561
31	68.764	124.470



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

CIA	ENERO 80 PDSI	PDSII
1	49.072	98.409
2	78.087	128.197
3	156.697	242.439
4	150.942	218.364
5	134.121	215.833
6	74.552	134.333
7	118.371	190.258
8	153.019	277.288
9	145.928	243.409
10	85.424	137.485
11	66.148	109.379
12	58.123	90.242
13	49.242	73.833
14	60.701	96.576
15	120.053	211.712
16	90.320	144.348
17	58.042	152.303
18	130.591	191.905
19	69.068	123.636
20	52.519	98.030
21	59.496	111.500
22	54.022	116.106
23	98.662	166.136
24	151.924	225.242
25	83.345	170.742
26	132.261	244.802
27	69.854	113.500
28	86.519	131.348
29	151.235	234.758
30	103.652	190.970
31	68.538	105.409



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	FEBRERO 90	
	PCS I	PDS II
1	107.159	175.091
2	121.152	177.864
3	91.106	150.061
4	169.830	259.773
5	184.621	283.424
6	99.129	165.106
7	79.375	119.985
8	124.542	185.182
9	69.716	113.909
10	49.420	95.227
11	117.144	176.091
12	144.898	206.803
13	143.739	226.657
14	115.390	186.303
15	82.841	137.348
16	84.973	138.258
17	85.705	124.061
18	73.307	125.545
19	46.288	77.182
20	65.330	102.758
21	62.602	91.606
22	44.265	72.727
23	52.008	81.697
24	56.803	84.894
25	69.549	105.606
26	40.602	84.136
27	36.955	72.439
28	54.750	83.167
29	55.564	86.273

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID



CIA	MARZO 80 PDSI	PDSII
1	67.807	109.248
2	63.428	99.832
3	56.152	92.606
4	69.860	125.585
5	48.701	87.258
6	58.755	117.015
7	37.860	72.621
8	40.712	80.727
9	42.255	77.167
10	69.758	103.197
11	47.909	73.621
12	78.644	117.894
13	47.371	77.136
14	52.375	74.561
15	45.583	70.106
16	58.470	82.697
17	54.951	82.652
18	74.102	97.864
19	40.752	71.648
20	40.466	80.248
21	37.485	84.833
22	46.820	56.076
23	37.303	80.121
24	59.080	115.318
25	46.772	91.712
26	53.027	93.758
27	57.862	102.773
28	56.436	85.485
29	36.773	78.000
30	21.038	69.242
31	62.712	96.636



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	ABRIL 80 PDSI	PDSII
1	63.110	78.061
2	31.360	52.091
3	18.523	40.561
4	17.220	36.773
5	19.606	40.424
6	20.799	39.591
7	26.412	47.667
8	33.481	58.576
9	27.157	52.682
10	33.058	63.273
11	26.087	56.579
12	22.235	49.727
13	20.322	49.561
14	21.436	49.303
15	26.617	58.758
16	41.269	80.061
17	35.117	70.848
18	38.302	76.121
19	34.155	68.348
20	30.614	61.409
21	21.729	50.288
22	30.712	58.879
23	37.102	64.197
24	33.524	60.758
25	35.117	63.394
26	39.886	65.585
27	29.610	54.772
28	35.814	61.864
29	31.129	58.076
30	37.462	63.848



DIA	MAYO 80 PDSI	PDSII
1	37.462	63.348
2	29.822	56.409
3	35.755	65.379
4	31.424	57.970
5	26.648	51.318
6	31.663	61.121
7	32.314	57.303
8	29.886	55.864
9	29.992	51.879
10	32.222	57.076
11	33.451	58.076
12	30.572	56.970
13	24.011	44.405
14	33.375	50.758
15	35.303	55.409
16	31.386	48.455
17	29.477	52.515
18	25.716	48.182
19	24.019	44.924
20	25.752	48.970
21	29.558	48.106
22	47.239	60.045
23	25.354	43.348
24	31.271	45.576
25	27.867	44.697
26	26.561	48.015
27	12.909	52.500
28	31.542	49.773
29	35.722	54.803
30	29.462	46.909
31	30.447	47.697



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	JUNIO 80 PDSI	PDSII
1	28.307	46.227
2	28.625	48.288
3	32.966	51.197
4	29.875	50.970
5	26.572	50.985
6	26.034	48.045
7	22.020	39.970
8	21.667	40.455
9	29.327	50.652
10	23.795	44.939
11	29.648	54.818
12	26.903	46.394
13	34.705	54.530
14	26.327	44.894
15	26.250	41.591
16	29.322	41.955
17	22.360	41.303
18	29.341	39.424
19	28.303	46.061
20	28.688	40.182
21	29.098	41.258
22	28.379	37.242
23	28.420	38.818
24	33.371	42.394
25	28.644	38.576
26	28.064	141.348
27	27.015	37.409
28	29.674	39.394
29	38.792	40.955
30	33.621	36.197

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID



DIA	JULIO 80 PDSI	PDSII
1	33.802	42.045
2	33.905	41.939
3	32.008	39.919
4	34.401	43.803
5	33.254	43.918
6	32.610	40.833
7	39.064	45.435
8	33.617	40.319
9	32.340	34.864
10	32.231	37.439
11	25.735	38.333
12	29.221	42.939
13	31.926	43.303
14	39.152	51.288
15	35.121	43.030
16	36.250	42.773
17	34.845	43.030
18	39.292	51.621
19	37.591	47.485
20	35.314	41.394
21	33.136	40.636
22	40.530	50.197
23	48.515	53.394
24	39.220	45.106
25	23.972	39.848
26	31.622	39.227
27	30.712	36.606
28	34.629	41.030
29	32.004	37.439
30	38.015	46.227
31	40.254	46.424



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	AGUSTO 80	
	PDS I	PDS II
1	33.759	41.348
2	33.547	38.818
3	32.019	35.061
4	36.110	42.258
5	36.140	45.409
6	34.662	44.561
7	33.201	44.091
8	36.886	47.727
9	35.466	45.242
10	35.602	45.909
11	37.814	47.242
12	43.708	44.788
13	34.625	44.561
14	35.011	45.509
15	32.235	41.818
16	31.556	40.045
17	31.784	41.515
18	32.345	41.076
19	32.246	40.515
20	33.557	43.136
21	39.250	50.667
22	35.167	44.621
23	33.928	42.212
24	35.875	43.606
25	37.413	47.636
26	37.458	46.833
27	34.636	44.712
28	35.614	42.470
29	39.083	45.152
30	39.442	50.535
31	33.428	46.697



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

SEPTIEMBO		
DIA	PDS I	PDS II
1	32.989	43.258
2	34.148	46.570
3	33.652	46.212
4	34.182	47.394
5	36.072	50.061
6	36.178	50.152
7	36.655	49.682
8	36.080	49.485
9	31.977	42.333
10	33.345	46.288
11	37.439	50.394
12	42.008	55.591
13	37.848	50.894
14	44.648	44.727
15	48.318	59.742
16	41.985	50.197
17	35.890	52.485
18	36.051	48.539
19	36.307	50.409
20	32.867	43.894
21	32.856	44.000
22	40.371	58.939
23	39.405	55.848
24	41.773	61.848
25	45.830	64.045
26	43.542	60.682
27	40.057	56.030
28	36.144	48.470
29	37.623	105.273
30	40.413	54.742



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	OCTUBRE 90	
	PDS I	PDS II
1	44.758	52.909
2	50.943	71.667
3	44.936	52.788
4	50.947	47.409
5	62.350	45.045
6	60.009	56.970
7	53.255	51.555
8	89.420	46.909
9	41.871	43.712
10	102.811	49.530
11	61.174	43.561
12	71.153	42.424
13	59.686	50.524
14	38.083	49.742
15	43.515	55.439
16	38.102	43.848
17	40.500	48.500
18	43.802	55.545
19	49.148	54.515
20	59.739	81.894
21	73.133	90.879
22	67.928	83.955
23	52.072	84.515
24	36.772	56.288
25	44.163	65.682
26	52.157	75.909
27	61.617	98.303
28	69.955	102.121
29	67.008	99.864
30	63.110	89.303
31	82.913	114.136



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	NOVIEMBRE	
	PDS I	PDS II
1	69.528	102.879
2	59.167	82.712
3	65.822	96.076
4	66.352	95.303
5	75.716	106.864
6	102.019	164.470
7	86.394	161.848
8	62.038	100.955
9	66.470	95.682
10	69.936	107.258
11	70.133	109.524
12	80.674	123.248
13	63.367	94.500
14	121.354	192.848
15	137.496	200.379
16	144.898	210.182
17	208.905	322.576
18	143.992	197.152
19	161.126	245.303
20	180.008	217.570
21	140.110	194.424
22	120.051	171.379
23	80.205	124.333
24	101.640	158.667
25	164.250	226.030
26	85.379	118.833
27	52.229	134.697
28	90.027	126.167
29	58.746	90.106
30	51.015	73.242



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

CJA	DICIEMBRE PDSI	PDSII
1	51.015	73.242
2	70.519	102.697
3	189.155	222.227
4	229.524	350.394
5	189.350	238.697
6	272.912	357.182
7	225.458	333.233
8	128.341	213.242
9	85.966	104.551
10	74.277	124.091
11	85.045	131.505
12	132.227	199.045
13	200.420	314.409
14	240.854	398.288
15	212.095	296.439
16	165.515	263.515
17	104.341	136.530
18	149.780	227.712
19	105.350	138.576
20	81.261	116.500
21	76.049	113.606
22	75.318	129.585
23	232.428	330.348
24	215.581	285.727
25	189.382	267.565
26	161.928	216.939
27	68.356	106.758
28	79.956	98.439
29	55.913	83.530
30	70.755	117.227
31	135.144	174.758



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	ENERC 81 PDS I	PDS II
1	114.039	162.848
2	262.576	396.030
3	236.412	343.197
4	202.481	255.076
5	154.205	221.875
6	133.189	190.379
7	193.564	302.939
8	287.704	371.773
9	185.034	246.788
10	106.255	204.833
11	54.375	144.758
12	129.920	150.682
13	72.527	87.409
14	112.955	149.136
15	75.674	89.500
16	85.045	109.000
17	130.000	179.227
18	155.272	196.509
19	215.858	292.303
20	212.633	246.848
21	146.780	192.652
22	79.955	119.939
23	78.875	118.667
24	104.860	135.545
25	80.110	122.106
26	171.272	219.061
27	176.186	254.515
28	251.902	297.969
29	187.225	232.485
30	100.000	125.106
31	71.871	98.319



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

DIA	FEBRERO I PDSI	PDSII
1	171.524	223.585
2	204.258	268.273
3	204.152	265.333
4	65.155	102.561
5	97.170	133.585
6	151.723	233.409
7	147.140	201.242
8	115.527	171.318
9	134.538	198.182
10	37.973	55.515
11	43.811	75.364
12	52.208	93.106
13	71.530	129.333
14	54.951	84.667
15	49.356	78.652
16	60.167	92.727
17	80.205	126.524
18	123.223	196.000
19	80.935	136.470
20	66.951	100.539
21	69.731	96.692
22	61.212	81.848
23	90.314	121.015
24	109.152	169.348
25	57.235	147.585
26	63.051	123.636
27	71.712	106.773
28	62.947	82.576



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

CJA	MARZO 81 PDS I	PDSII
1	54.617	67.439
2	61.352	37.470
3	67.543	98.030
4	76.583	109.924
5	75.557	117.000
6	56.557	79.136
7	95.481	127.788
8	65.644	100.909
9	76.314	102.227
10	110.386	174.515
11	113.080	185.515
12	49.167	71.652
13	40.038	60.167
14	39.856	59.242
15	36.811	54.742
16	50.167	77.364
17	41.121	65.167
18	81.667	121.106
19	62.402	95.545
20	49.192	73.848
21	43.358	63.061
22	27.780	59.364
23	41.420	67.455

