

Physique/Électromagnétisme, optique

Dispersion des ondes électromagnétiques dans une multicouche périodique dans un champ magnétique extérieur : théorie

S.V. Elisséeva*, D.I. Sementsov

*Le département d'électronique quantique et d'optoélectronique de l'université d'état d'Oulianovsk,
42, rue L. Tolstoï, Oulianovsk 432700, Fédération de Russie*

Reçu le 20 mai 2005 ; accepté après révision le 14 mars 2006

Disponible sur Internet le 18 avril 2006

Présenté par Jacques Villain

Résumé

On étudie la propagation de la lumière dans une multicouche périodique ferromagnétique/diélectrique, en se limitant aux modes propres TE et au cas d'un champ magnétique parallèle aux couches. On obtient la matrice de transfert d'une période à l'autre, la relation de dispersion et le coefficient de réflexion pour une multicouche semi-infinie dans le cas de l'incidence normale. Le spectre et les caractéristiques de l'onde réfléchie peuvent être accordées en agissant sur le champ extérieur. *Pour citer cet article : S.V. Elisséeva, D.I. Sementsov, C. R. Physique 7 (2006).*

© 2006 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Electromagnetic waves dispersion in periodic multilayer in an external magnetic field: theory. Light propagation in a periodic multilayer made of alternating ferromagnetic and dielectric layers is investigated for eigenwaves of the TE type. The magnetic field is parallel to the layers. The transfer matrix from one period to the next is obtained, as well as the dispersion relation and the reflection coefficient in the case of normal incidence. The spectrum and the characteristics of reflected waves can be tuned by the external magnetic field. *To cite this article: S.V. Elisséeva, D.I. Sementsov, C. R. Physique 7 (2006).*

© 2006 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

1. Introduction

Cet article représente une étude numérique de la propagation des ondes électromagnétiques dans une multicouche périodique dans un champ magnétique extérieur. La propagation des ondes électromagnétiques dans les structures périodiques multicouches a fait l'objet de nombreuses études au cours des dernières années [1–3]. Les matériaux semi-conducteurs [4] et magnétiques [5,6] ouvrent des perspectives particulièrement intéressantes en raison de la possibilité de transformer leurs caractéristiques en appliquant des champs électriques et magnétiques. En ce qui concerne la propagation des ondes lumineuses. La relation entre la fréquence et le vecteur d'onde des modes propres (relation

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : yeliseyeva@bk.ru (S.V. Elisséeva).

de dispersion) présente un spectre de bandes, analogue à celui qui apparaît dans la structure électronique des métaux cristallisés, avec des bandes énergétiques interdites et permises [7].

Les propriétés du spectre de bandes pour les multicouches semi-conducteur/diélectrique ont été examinées sous tous les aspects dans les références [8–10]. Les particularités du spectre pour les structures périodiques gyromagnétiques du type spiral et hélicoïdal ont été largement examinées dans le domaine optique, où le gyromagnétisme du matériau magnétique est déterminé par sa permittivité [11–13]. Dans les références [14–16] la relation de dispersion pour les ondes dans le domaine UHF des structures multicouches ferromagnétique/diélectrique n'a été analysée que dans l'approximation des couches minces, dont la période de la structure est beaucoup plus petite que la longueur d'onde dans le milieu ($d \ll \lambda$). Dans ce travail on considère les conditions dans lesquelles se manifeste la structure de bandes du spectre ($d \approx \lambda$). On étudie les propriétés des ondes propres de la structure, composée de couches alternées d'un ferromagnétique et d'un diélectrique non-magnétique et située dans le champ magnétique de l'extérieur. On obtient le coefficient de réflexion et le spectre de fréquence de ce coefficient.

2. Les équations initiales

Considérons la structure périodique comprenant des couches de ferromagnétique d'épaisseur d_1 et de diélectrique non-magnétique d'épaisseur d_2 . L'axe OZ du système de coordonnées cartésiennes est orienté perpendiculairement à l'interface des couches. Le champ extérieur magnétisant est orienté parallèlement à l'axe OX . L'onde électromagnétique se propage parallèlement aux interfaces des couches (parallèlement à l'axe OY) et perpendiculairement au champ magnétisant. Les caractéristiques de fréquence ultra-haute des couches magnétiques sont déterminées par la perméabilité qui n'est dans le cas général qu'une caractéristique tensorielle. On sait que les caractéristiques tensorielles des magnétiques déterminées par la magnétyotropie (est un matériau à perméabilité $\mu(\omega)$) se manifestent dans le domaine UHF [17]. Pour une direction du champ magnétique donnée, compte non tenu de la relaxation magnétique, les composantes non nulles de la perméabilité du milieu ferromagnétique supposé isotrope dépendent de la fréquence selon les formules suivantes :

$$\mu_{yy} = \mu_{zz} = 1 + \frac{\omega_M \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad \mu_{yz} = -\mu_{zy} = \frac{i\omega \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2} \quad (1)$$

et $\mu_{xx} = 1$, avec $\omega_M = 4\pi\gamma M$, $\omega_H = \gamma H$, où M désigne l'aimantation, H est le champ magnétique extérieur statique, γ est le rapport gyromagnétique. La permittivité électrique ε_d et la perméabilité magnétique μ_d du diélectrique seront supposées scalaires ainsi que la permittivité électrique ε_f du ferromagnétique.

La résolution des équations de Maxwell pour chaque couche nous conduit à deux ondes propres, de type TE et de type TM, dont les champs ont pour composantes respectives (e_x, h_y, h_z) et (h_x, e_y, e_z) . Dans la suite de cette Note on ne va analyser que l'onde TE. Toutes les composantes du champ comportent un facteur $\exp(i\omega t)$ et un facteur $\exp(iky)$, où k est la composante longitudinale du vecteur d'onde. En omettant ces facteurs et en ne retenant que la dépendance par rapport à la coordonnée transversale z , les champs dans les couches magnétiques sont :

$$\begin{aligned} e_{xf} &= A_1 \exp(iv_f z) + A_2 \exp(-iv_f z) \\ h_{yf} &= \frac{i}{k_o \mu_{\perp}} \frac{de_{xf}}{dz} + \frac{k \mu_{yz}}{k_o \mu_{\perp} \mu_{zz}} e_{xf} \\ h_{zf} &= -\frac{k \mu_{yy}}{k_o \mu_{zz} \mu_{\perp}} e_{xf} - \frac{i \mu_{zy}}{k_o \mu_{zz} \mu_{\perp}} \frac{de_{xf}}{dz} \end{aligned} \quad (2)$$

où $k_o = \omega/c$, ω et c sont la fréquence et la vitesse de l'onde dans le vide. De manière analogue pour les couches diélectriques on déduit :

$$\begin{aligned} e_{xd} &= B_1 \exp(iv_d z) + B_2 \exp(-iv_d z) \\ h_{yd} &= \frac{i}{k_o \mu_d} \frac{de_{xd}}{dz}, \quad h_{zd} = -\frac{k}{k_o \mu_d} e_{xd} \end{aligned} \quad (3)$$

Dans ces expressions on a introduit les composantes transversales du vecteur d'onde de chaque couche qui sont déterminées par les relations

$$v_f^2 = k_o^2 \varepsilon_f \mu_{\perp} - k^2, \quad v_d^2 = k_o^2 \varepsilon_d \mu_d - k^2 \quad (4)$$

où la perméabilité effective des couches magnétiques est $\mu_{\perp} = \mu_{yy} - \mu_{yz}\mu_{zy}/\mu_{zz}$. Compte tenu de (1), et en négligeant la relaxation magnétique, cette expression de μ_{\perp} montre que la fréquence de la résonance ferromagnétique (définie par $\mu_{\perp} = \infty$) est $\omega_f = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}$ et que la fréquence d'antirésonance (définie par $\mu_{\perp} = 0$) est $\omega_f = \omega_H + \omega_M$.

3. La matrice de transfert et l'équation de dispersion

Pour obtenir la distribution de champ dans la structure périodique multicouches on introduit la matrice de transfert \hat{m} qui relie les composantes tangentielles du champ au début et à la fin de chaque période. Autrement dit, la relation entre les amplitudes des champs sur la frontière de la n ième couche avec des amplitudes sur la frontière de la $(n - 2)$ ième couche est :

$$e_{xn} = m_{11}e_{xn-2} + m_{12}h_{yn-2}, \quad h_{yn} = m_{21}e_{xn-2} + m_{22}h_{yn-2} \quad (5)$$

Les conditions de continuité et de périodicité des composantes tangentielles sont :

$$\begin{aligned} e_{xf}(d_1) &= e_{xd}(d_1), & h_{yf}(d_1) &= h_{yd}(d_1) \\ e_{xd}(d) &= e_{xf}(0) \exp(iv_{ef}d), & h_{yd}(d) &= h_{yf}(0) \exp(iv_{ef}d) \end{aligned} \quad (6)$$

Pour les composantes de la matrice de transfert on obtient l'expression suivante :

$$\begin{aligned} m_{11} &= C_1 C_2 - i \frac{k\mu_{yz}}{v_f \mu_{zz}} S_1 C_2 - \frac{\mu_{\perp} v_d}{\mu_d v_f} S_1 S_2 \\ m_{22} &= C_1 C_2 - i \frac{k\mu_{yz}}{v_f \mu_{zz}} S_1 C_2 + \frac{\mu_d}{v_d \mu_f} \left(\frac{k^2 \mu_{yz}^2}{v_f \mu_{zz}^2} - v_f \right) S_1 S_2 \\ m_{12} &= -\frac{k_o \mu_d}{iv_d} C_1 S_2 + \frac{k\mu_{yz}}{v_f \mu_{zz}} \frac{k_o \mu_d}{v_d} S_1 S_2 - \frac{k_o \mu_{\perp}}{iv_f} S_1 C_2 \\ m_{21} &= \frac{iv_d}{k_o \mu_d} C_1 S_2 - \frac{k\mu_{yz}}{v_f \mu_{zz}} \frac{v_d}{k_o \mu_d} S_1 S_2 - i \frac{1}{k_o \mu_{\perp}} \left(\frac{k^2 \mu_{yz}^2}{v_f \mu_{zz}^2} - v_f \right) S_1 C_2 \end{aligned} \quad (7)$$

avec $C_1 = \cos v_f d_1$, $C_2 = \cos v_d d_2$, $S_1 = \sin v_f d_1$, $S_2 = \sin v_d d_2$. En utilisant les deux premières égalités on obtient la relation de dispersion des ondes électromagnétiques dans la multicouche infinie :

$$\cos dv_{ef} = \frac{m_{11} + m_{22}}{2} = C_1 C_2 - \frac{\mu_d}{2\mu_{\perp}} \left(\frac{\mu_{\perp}^2 v_d}{\mu_d^2 v_f} + \frac{v_f}{v_d} - \frac{k^2}{v_f v_d} \frac{\mu_{yz}^2}{\mu_{zz}^2} \right) S_1 S_2 \quad (8)$$

où v_{ef} est la composante transversale du vecteur d'onde de l'onde qui se propage dans la structure et joue le rôle du nombre d'onde de Bloch. La partie imaginaire du nombre d'onde de Bloch détermine la profondeur de pénétration effective du champ de fréquence ultra-haute dans la structure $\delta_{ef} = (\text{Im } v_{ef})^{-1}$.

Les relations $k(\omega)$ sont :

$$k_1 = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_d \mu_d}, \quad k_2 = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_f \mu_{\perp}(\omega)} \quad (9)$$

sont importantes à l'analyse de la relation de dispersion (8) parce que les nombres d'ondes transversales v_d et v_f sont imaginaires pour les valeurs $k > k_{1,2}$ et les ondes réalisées dans cette situation sont celles de surface. La Fig. 1 représente les dépendances de la fréquence du nombre d'onde normé (courbes 1, 2) obtenues par les relations (9). Les domaines où les paramètres v_d et v_f sont réels (de sorte qu'il y a des ondes de volume) sont hachurés, alors que les domaines où v_d et v_f sont imaginaires (de sorte que les ondes sont des ondes de surface) ne le sont pas. Les ondes de surface se localisent sur l'interface qui sépare les couches différentes. Le domaine doublement hachuré marque les ondes de volume appartenant à deux milieux. Le domaine simplement hachuré marque les ondes de volume du côté du milieu correspondant et les ondes de surface du côté de l'autre milieu. Les fréquences caractéristiques présentées sur la figure dépendent essentiellement du champ magnétisant. Ici et plus bas pour l'analyse numérique on va utiliser les valeurs suivantes des paramètres des couches : $\varepsilon_f = 5,5$, $4\pi M = 1767G$, $\gamma = 1,76 \times 10^7 \text{ sOe}^{-1}$, $\varepsilon_d = 2$, $\mu_d = 1$, qui sont caractéristiques des ferromagnétiques et diélectriques.

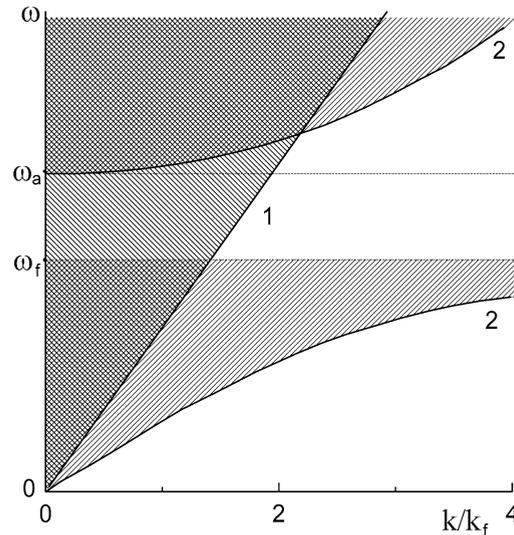


Fig. 1. Domaines des ondes de volume et de surface en fonction de la fréquence et de la constante de propagation. Les courbes 1 et 2 correspondent aux Éqs. (9).

Fig. 1. Domains of bulk and surface waves in the plane (frequency, propagation constant). Curves 1 and 2 correspond to Eq. (9).

4. Analyse de la relation de dispersion

La relation (8) se simplifie dans l'approximation des couches minces, quand se réalisent les conditions $v_{ef}d, v_f d_1, v_d d_2 \ll 1$. Dans ce cas le nombre d'onde de Bloch effectif est donné par l'expression :

$$v_{ef} = \frac{1}{1+\theta} \left[v_f^2 \theta^2 \left(1 + \frac{\mu_d}{\theta \mu_{\perp}} \right) + v_d^2 \left(1 + \frac{\theta \mu_{\perp}}{\mu_d} \right) - \frac{\mu_{yz}^2 \mu_d}{\mu_{zz}^2 \mu_{\perp}} \theta k^2 \right]^{1/2} \quad (10)$$

où $\theta = d_1/d_2$. La relation (10) est satisfaisante pour $d < 10^2 \mu\text{m}$ si $\omega \approx 10^{10} \text{ s}^{-1}$. D'après l'Éq. (10) les caractéristiques de la multicouche peuvent varier considérablement selon la valeur de θ . L'Éq. (10) est analysée sous tous les aspects dans les références [15,16], on y a obtenu des caractéristiques d'onde du milieu stratifié dans l'approximation indiquée. Pour les couches ferromagnétiques épaisses la relation (8) exige un calcul plus précis. On va faire l'analyse numérique de la relation de dispersion générale pour la structure symétrique à $d_1 = d_2 = d/2$ et de ses valeurs déterminées.

La Fig. 2 représente la fréquence du paramètre v_{ef} obtenue par (8) pour trois valeurs de $k/k_f = 0.31, 1.86, 3.10$ (les domaines 1–3), qui correspondent aux domaines différents sur le diagramme $\omega(k)$. Le spectre est une fonction périodique de v_{ef} , de période $2\pi/d$, et n'est donc représenté que pour une zone de Brillouin. Les bandes permises, qui autorisent la propagation des ondes de volume et celles de surface, se trouvent entre les nombres d'onde $v_{ef} = 2\pi n/d$ et $v_{ef} = \pi(2n+1)/d$, où $n = 0, 1, 2, \dots$. Dans le domaine $\omega < \omega_f$ on constate la concentration des bandes permises et la réduction de la largeur des bandes permises et interdites. Cela est lié au fait que l'épaisseur optique des couches du ferromagnétique tend vers l'infini à l'approche de la fréquence de ferorésonance $\mu_{\perp} \rightarrow \infty$, ce qui mène à une oscillation rapide des fonctions trigonométriques dans la relation (8) et à la formation de nombreuses bandes permises et interdites. Quand k/k_f augmente, les bandes se déplacent vers les fréquences plus hautes. Dans le domaine des fréquences $\omega > \omega_f$ apparaît une bande étroite isolée qui est un polariton de surface. Pour k petit on a un mode de surface du côté des couches ferromagnétiques et le mode de volume du côté des couches diélectriques. Dans le cas où $k > k_1(\omega)$ on a aussi un mode de surface du côté du diélectrique. Si $\omega > \omega_a$ les ondes de volume apparaissent de nouveau. Le numérotation de ces bandes est $n' = 1, 2, 3, \dots$

La Fig. 3 représente la dépendance de la fréquence de constante de propagation obtenue par le calcul numérique à partir de la même relation (8). On y voit comment les bandes de fréquences permises et interdites dépendent de la constante de propagation. Les premières bandes permises dans les domaines $\omega < \omega_f$ et $\omega > \omega_a$ qui autorisent la propagation des ondes de volume sont hachurées. Les bandes trop serrées ne sont pas indiquées. Dans le domaine $\omega >$

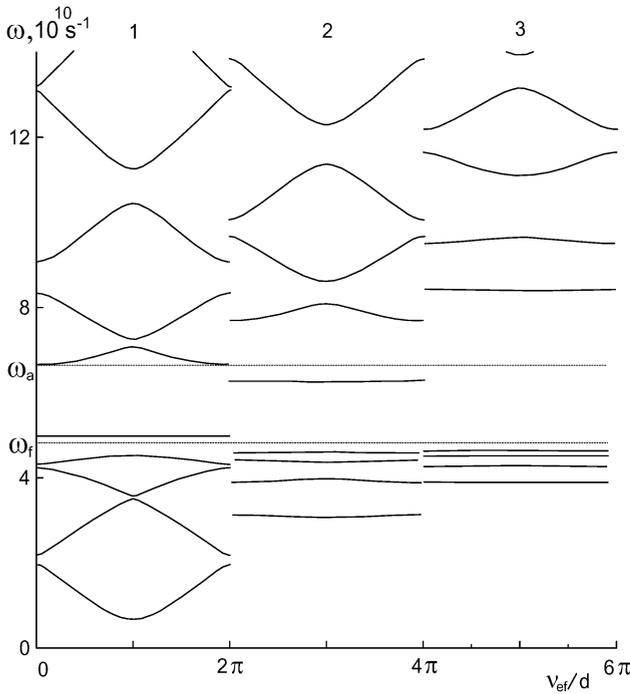


Fig. 2. Fréquence en fonction du nombre d'onde de Bloch effectif de la structure. Pour les domaines 1, 2, 3 on a respectivement $k/k_f = 0,31; 1,86; 3,10$.

Fig. 2. Frequency versus effective Bloch wave vector of periodic structure. In domains 1, 2, 3 the values of k/k_f are respectively 0.31; 1.86; 3.10.

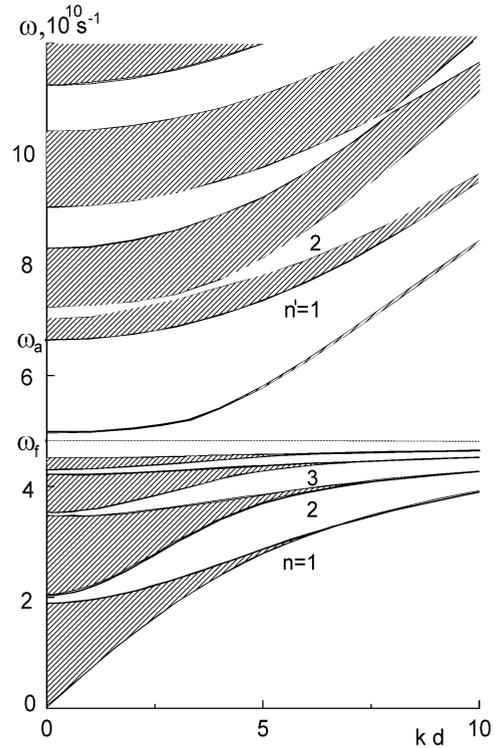


Fig. 3. Bandes permises et interdites (déterminées par $v_{ef}d = n\pi$ quand $\omega < \omega_f$ et $v_{ef}d = n'\pi$ quand $\omega > \omega_a$).

Fig. 3. Allowed and forbidden bands (determined by $v_{ef}d = n\pi$ for $\omega < \omega_f$ and by $v_{ef}d = n'\pi$ for $\omega > \omega_a$).

ω_f on observe une bande étroite isolée qui est un polariton de surface. La largeur des bandes permises correspondant aux modes de volume diminue quand k augmente. Pour les bandes dans le domaine $\omega < \omega_f$ cette diminution est rapide, tandis qu'elle est moins sensible pour les bandes dans le domaine. Dans le domaine qui correspond au mode de surface, la largeur du mode étroite isolé croît lentement avec k .

5. Le spectre du coefficient de réflexion

On va déterminer le coefficient de réflexion pour la structure périodique examinée et analyser sa dépendance vis à vis de la structure et de la radiation. Supposons, que l'onde plane à la fréquence ω et au nombre d'onde $k_i = k_o \sqrt{\epsilon \mu}$ tombe normalement aux interfaces des couches du domaine $z < 0$, occupé par le milieu homogène non-magnétique à ϵ et μ sur la structure périodique qui occupe le domaine $z > 0$. Dans cette situation le champ total d'onde dans le domaine $z < 0$ est la somme des champs d'ondes incidente et réfléchie

$$\begin{aligned} h_y &= h_y^{(i)} [\exp(ik_i z) + r \exp(-ik_i z)] \\ e_x &= -\sqrt{\mu/\epsilon} h_y^{(i)} [\exp(ik_i z) - r \exp(-ik_i z)] \end{aligned} \tag{11}$$

où $r = h_y^{(r)} / h_y^{(i)}$ est le coefficient complexe de réflexion, $h_y^{(r)}$ et $h_y^{(i)}$ sont les amplitudes des ondes réfléchie et incidente. Pour obtenir le coefficient de réflexion, on va utiliser les expressions pour les champs dans chacun des milieux (voir ci-dessus), les conditions aux limites et les conditions de périodicité (6), et en plus les conditions aux limites à la surface qui sépare le milieu homogène du ferromagnétique :

$$e_x(0) = e_{xf}(0), \quad h_y(0) = h_{yf}(0) \tag{12}$$

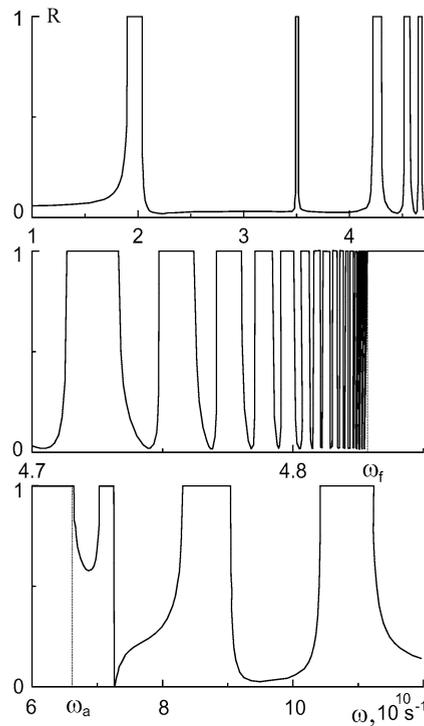


Fig. 4. Coefficient de réflexion R en fonction de la fréquence, dans le cas d'une onde tombant perpendiculairement sur la multicouche ($k = 0$).

Fig. 4. Reflectance R versus frequency for propagation normal to the periodic structure ($k = 0$).

A l'aide des expressions (6), (12) on obtient le système des équations dont la solution conduit à l'expression du coefficient de réflexion $R = |r|^2$:

$$R = \left| \frac{\exp(i\nu_{ef}d) - m_{22} - m_{12}\sqrt{\varepsilon/\mu}}{\exp(i\nu_{ef}d) - m_{22} + m_{12}\sqrt{\varepsilon/\mu}} \right|^2 \quad (13)$$

où il est nécessaire de poser $k = 0$ en conformité de l'incidence normale de l'onde sur la structure dans les éléments m_{12} et m_{22} de la matrice de transfert de la structure périodique étudiée.

La Fig. 4 donne les dépendances de fréquence du coefficient de réflexion obtenues à l'aide de l'expression (13). Le coefficient de réflexion prend la valeur $R = 1$ dans les bandes interdites, alors que pour les bandes permises des ondes de volume du ferromagnétique, le coefficient de réflexion R tend vers 0 et l'énergie de l'onde incidente pénètre presque totalement dans la multicouche. En négligeant la relaxation, la proportion qui pénètre est égale au coefficient de transmission $T = 1 - R$. Dans le domaine des fréquences $\omega_f < \omega < \omega_a$ on constate la réflexion totale, c'est-à-dire $R = 1$, bien qu'il y ait une bande étroite répondant à l'onde de surface. Cela signifie que, dans le cas de l'incidence normale, l'excitation du mode collectif de surface est impossible.

6. Conclusion

Dans cet article on étudie les propriétés dispersives de la structure périodique magnétique/diélectrique. Nous avons analysé la relation de dispersion et la condition de l'existence des ondes de volume et de surface. Nous avons analysé la relation dispersive et la condition de l'existence des ondes de volume et de surface. Si l'on change le rapport des épaisseurs des couches, il en résulte un changement de la largeur et de la quantité des bandes permises et interdites, de la profondeur de pénétration du champ de haute fréquence et du coefficient de réflexion. Un changement de la couche magnétique extérieure provoque un déplacement des fréquences caractéristiques et des bandes permises et interdites. En agissant sur le spectre on peut changer le coefficient de réflexion de la structure, et ce type de structure est donc capable de produire de multiples mécanismes dans le domaine UHF. Si on remplace les couches de semi-conducteur par les couches diélectriques, on aura la structure dont les propriétés sont guidées par la perméabilité $\mu(\omega)$ dans le

domaine UHF et par la permittivité électrique $\varepsilon(\omega)$ dans le domaine infrarouge. Par la suite on suggère de tenir compte des procès dissipatifs.

Références

- [1] L.M. Brekhovskih, Waves in Lattices Structures, Nauka, Moscou, 1973 (in Russian).
- [2] Ch. Elachi, Waves in active and passive periodic structure: a review, IEEE 64 (12) (1976) 22 (in Russian).
- [3] V.A. Belyakov, A.S. Sonin, Optic of Cholesteric Liquid Crystal, Nauka, Moscou, 1982 (in Russian).
- [4] F.G. Bass, A.A. Bulgakov, A.P. Tetervov, The Microwaves Properties of Semiconductors with Lattices, Nauka, Moscou, 1989 (in Russian).
- [5] A. Iyelon, The Physics of Thin Film, Editions “MIR”, Moscou, 1987 (in Russian).
- [6] A.K. Zvezdin, V.A. Kotov, Magneto optic of Thin Film, Nauka, Moscou, 1989 (in Russian).
- [7] A. Yariv, P. Yeh, The Optic Waves in the Crystals, Editions “MIR”, Moscou, 1987 (in Russian).
- [8] A.A. Bulgakov, O.V. Shramkova, Fiz. Tex. Pol. 34 (6) (2000) 712 (in Russian).
- [9] A.A. Bulgakov, O.V. Shramkova, R&E 46 (2) (2001) 236 (in Russian).
- [10] A.A. Bulgakov, O.V. Shramkova, JTF 73 (3) (2003) 87 (in Russian).
- [11] M.Sh. Yerukhimov, V.V. Tyurnev, J. Sol. St. Fiz. 17 (8) (1975) 2440 (in Russian).
- [12] D.I. Sementsov, J. Sol. St. Fiz. 20 (9) (1978) 2591 (in Russian).
- [13] D.I. Sementsov, Opt. and Spectr. 50 (1) (1981) 37 (in Russian).
- [14] D.I. Sementsov, G.S. Kosakov, Russian Phys. J. Radiophys. 18 (8) (1975) 1189 (in Russian).
- [15] S.V. Elisséeva, D.I. Sementsov, PhWR&RTS 5 (2) (2002) 45 (in Russian).
- [16] S.V. Elisséeva, D.I. Sementsov, PhWR&RTS 6 (3) (2003) 19 (in Russian).
- [17] A.G. Gurevich, G.A. Melkov, Magnetic Oscillations and Waves, Nauka, Moscou, 1994 (in Russian).