

Microfluidics/Microfluidique

Phénomènes de glissement à l'interface liquide–solide

Patrick Tabeling

LPCT-MMN, ESPCI, 10, rue Vauquelin, 75231 Paris cedex 05, France

Disponible sur Internet le 20 mai 2004

Présenté par Guy Laval

Résumé

Je décris ici, de manière très simplifiée, le problème du glissement liquide–solide pour les liquides simples. A l'heure actuelle, plusieurs expériences indiquent qu'un glissement substantiel apparaît lorsqu'un liquide non mouillant s'écoule le long d'une paroi atomiquement lisse. Ce phénomène est caractérisé par une longueur, dite longueur de glissement, ou de Navier, généralement notée par « L_S ». Différentes expériences indiquent que cette quantité peut atteindre plusieurs centaines de nanomètres. Les simulations numériques indiquent également l'existence d'un glissement dans des conditions non mouillantes, mais, les longueurs correspondantes se trouvent être bien plus faibles que celles trouvées expérimentalement. Une théorie, basée sur l'existence d'un film de gaz de taille nanométrique, a été proposée, mais n'a pas encore reçue de vérification expérimentale. Les expériences sur ce sujet sont délicates, et parfois controversées. **Pour citer cet article : P. Tabeling, C. R. Physique 5 (2004).** © 2004 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Slip phenomena at liquid–solid interfaces. The problem of liquid–solid slip is described here, in a simplified manner. Today, several experiments have shown that substantial slip appears when a non-wetting liquid flows along a surface which is smooth on an atomic scale. This phenomena is characterised by a length, called the slip length, or Navier length, generally denoted by L_S . A number of experiments indicate that this quantity may be as large as several hundreds of nanometers. Numerical simulations also show the existence of slip in non-wetting conditions, but the corresponding lengths found here are much smaller than those found experimentally. A theory, based on the existence of a gas film of nanometre thickness has been proposed, but has not yet been experimentally confirmed. Experiments on this are difficult, and sometimes controversial. **To cite this article: P. Tabeling, C. R. Physique 5 (2004).**

© 2004 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Glissement liquide–solide ; Longueur de glissement

Keywords : Liquid–solid slip; Slip length

1. Introduction

La question de savoir si les fluides glissent ou non sur les parois a été posée dès le 19^{ème} siècle [1]. Ce sont les expériences de Couette, qui, en permettant, pour la première fois de comparer une solution de l'équation de Navier–Stokes à l'expérience, ont justifié l'hypothèse de non glissement à la paroi. Cette hypothèse n'a pratiquement jamais été mise en défaut, tout au long du siècle dernier, où l'hydrodynamique cumulait un nombre considérable de données expérimentales. Aujourd'hui, les livres d'enseignement de mécanique des fluides considèrent l'hypothèse de non glissement comme établie, et l'introduisent souvent sans discussion auprès des étudiants. Remarquons qu'une telle présentation est probablement excessive : en effet, l'hypothèse de nonglissement n'est pas tenable dans un certain nombre de situations : la première est le problème des gouttes en mouvement

Adresse e-mail : patrick.tabeling@espci.fr (P. Tabeling).

sur un substrat solide. La ligne de contact doit en effet glisser sur le solide pour que la goutte avance. Ce problème a été beaucoup discuté, et on admet, pour simplifier, que le phénomène de glissement implique ici une échelle moléculaire. Le deuxième exemple est celui des gaz : on sait en effet que des phénomènes de glissement appréciables existent, lorsque le système physique a une taille comparable au libre parcours moyen (voir par exemple les références [16–21]). Ces effets sont importants à prendre en compte, pour décrire le vol d'objets spatiaux dans des milieux raréfiés. Je ne discute pas ces effets ici. Ils sont présentés, pour le contexte particulier de la microfluidique, dans ce numéro spécial, par Colin et Baldas. Je me concentre ici sur les liquides simples.

Pour les liquides ordinaires, on peut justifier « naïvement » la condition de non glissement, dans le cas du mouillage total ou partiel, en notant qu'une molécule du liquide, proche de la paroi, est soumise aux forces attractives de Van der Waals, et aux forces exercées par le liquide sur lui-même. Si le liquide mouille le solide, même partiellement, ce seront les forces émanant de la paroi qui seront dominantes. Ces forces tendent évidemment à piéger la molécule sur un site moléculaire, et à favoriser, ainsi, une condition de non glissement. Il est possible de faire un calcul grossier, en notant que pour une molécule de taille a , la force d'attraction à la paroi vaut :

$$F_v \sim \varepsilon a,$$

où ε est l'énergie interfaciale (par unité d'aire) impliquée dans cette interaction. Par ailleurs, la molécule est soumise à l'action du cisaillement hydrodynamique, qui tend à l'emporter loin du site où la paroi la piège. La force impliquée ici vaut :

$$F_v \sim \mu a^2 S,$$

où S est le cisaillement pariétal, et μ la viscosité dynamique du fluide. Lorsqu'on équilibre ces deux termes, on trouve la condition suivante pour que la molécule soit emportée, loin du site de piégeage, par le flux hydrodynamique :

$$S > S_c = \frac{\varepsilon}{\mu a}.$$

Pour un fluide soumis à un cisaillement plus élevé que S_c , on peut s'attendre à la naissance d'un glissement. Les ordres de grandeur de S_c sont, pour une interface plastique/eau, autour de 10^{11} Hz. Ces valeurs se trouvent être bien supérieures à celles mises en oeuvre dans les expériences d'hydrodynamique. On peut donc penser que les phénomènes de glissement, s'ils existent, peuvent, en pratique, être négligés pour le domaine de l'hydrodynamique.

Une autre manière de présenter le phénomène de glissement liquide/solide est d'introduire la notion de « longueur de glissement », souvent notée par L_S . Cette longueur intervient dans l'écriture de la condition aux limites sur la vitesse du fluide, à la paroi :

$$u = L_S \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad (1)$$

où u est la vitesse à la paroi, et z la coordonnée suivant la normale à celle-ci (voir Fig. 1).

La relation (1) n'est justifiée que dans le cas des gaz. Pour les liquides, il faut considérer cette relation comme heuristique. Elle permet cependant de définir une longueur nouvelle – L_S – caractérisant le phénomène de glissement, et accessible à la mesure. Dans le domaine de l'hydrodynamique, où, en pratique, le cisaillement à la paroi est bien inférieur à S_c , il est difficile d'imaginer que L_S puisse être très différent d'une échelle microscopique. On s'attend ainsi à ce qu'elle vaille, au plus, quelques nanomètres.

Les expériences conduites dans les années 90–2000 se sont trouvées en conflit avec ces estimations. Elles ont en effet montré que la longueur de glissement, obtenue en exploitant les conséquences de l'Éq. (1), est de l'ordre du micron, ce qui est bien au-dessus d'une distance intermoléculaire. Certes, les simulations numériques, effectuées dans la même période, ont mis en évidence l'existence de phénomènes de glissement ; cependant, les longueurs de glissement correspondantes, se trouvent être compatibles avec le raisonnement « naïf » présenté plus haut. Elles sont donc bien en deçà des observations expérimentales. La question est ainsi posée de résoudre ces apparentes contradictions. L'objectif de cet article est de décrire la situation, telle qu'elle se présente aujourd'hui.

1.1. Quelques conséquences hydrodynamiques du glissement

Les conséquences hydrodynamiques du glissement peuvent être vues facilement en examinant l'écoulement entre deux plans infinis (voir [2]). Plaçons nous dans le cadre de la condition aux limites écrite plus haut – et qui s'écrit :

$$u = L_S \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

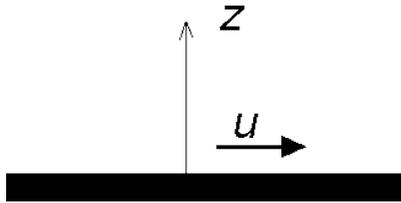


Fig. 1. Représentation d’une paroi, avec les notations utilisées dans le texte.

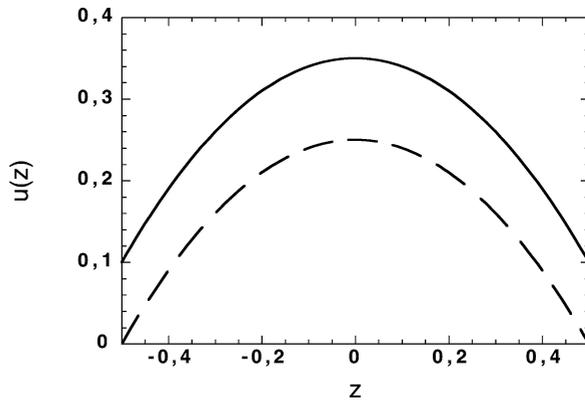


Fig. 2. Deux profils de vitesse, avec (trait plein) et sans glissement (trait pointillé). Dans le cas avec glissement, la longueur de Navier est prise égale à $b/10$, c’est-à-dire un dixième de la profondeur du canal.

et résolvons les équations du mouvement. On trouve, pour le profil de vitesse u (décrit à l’aide de la coordonnée z , normale au plan, l’origine des axes étant situé au centre du canal) l’expression suivante :

$$u(z) = \frac{L_s G b}{2\mu} - \frac{G}{2\mu} \left(z^2 - \frac{b^2}{4} \right),$$

où G est le gradient de pression, b la distance entre les plans, et μ la viscosité du fluide. On a donc un profil de Poiseuille, mais avec une paroi située à la position :

$$z = \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} + L_s b}$$

au lieu de $\pm b/2$, ce qui serait le cas en l’absence de phénomène de glissement. Lorsque la profondeur b est bien plus grande que L_s , on peut faire un développement limité et écrire :

$$z = \pm \left(\frac{b}{2} + L_s \right).$$

Dans le cadre de cette approximation, on peut considérer la paroi est décalée d’une distance L_s , vers l’extérieur ; la longueur de glissement apparaît ainsi comme une « longueur d’extrapolation ». Plus généralement, on définit la longueur de glissement, comme longueur d’extrapolation vers zéro d’un profil de vitesse linéarisé près de la paroi.

Des profils de vitesse avec et sans glissement sont représentés sur la Fig. 2.

On voit ainsi que le profil avec glissement est simplement décalé par rapport au profil sans glissement ; on peut calculer sans difficulté la chute de pression ΔP produite le long d’une conduite par l’écoulement avec glissement ; on obtient :

$$\Delta P = \frac{2\mu L Q}{w b^2 (L_s + b/6)},$$

où w est la largeur du canal, et L sa longueur. On a donc une réduction des pertes de charge, induite par phénomène de glissement. Il n’est pas difficile en effet de concevoir que si le fluide glisse, les pertes de charge seront, pour un débit donné, réduites par rapport au cas sans glissement. Cette relation a été utilisée, dans les premières expériences effectuées sur le phénomène de glissement, pour mettre en évidence, et étudier le glissement liquide–solide.

2. Études expérimentales

2.1. Expériences exploitant la relation pression débit

Les premières expériences sur le glissement liquide–solide ont cherché à exploiter la relation pression–débit établie plus haut, pour en déduire une mesure de la longueur de glissement. Sur le sujet, les expériences de Pfahler [3] sont considérées comme les expériences pionnières. Un travail récent, prolongeant cet effort, a été effectué par Giordano et Cheng [4], dans un canal dont

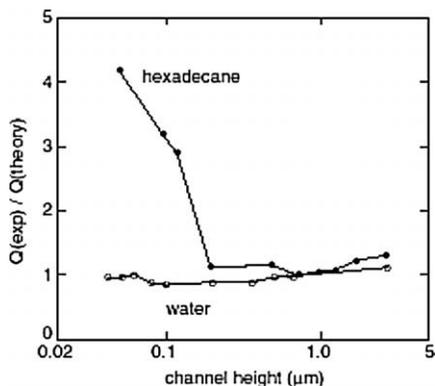


Fig. 3. Pertes de charge dans un canal, pour différentes dimensions et différents fluides.

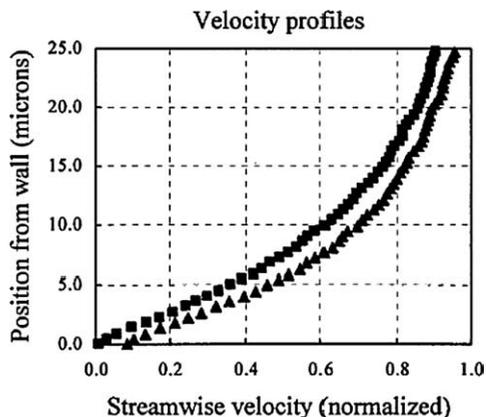


Fig. 4. Deux profils de vitesses mesurés par la technique μ PIV (Micro Particle Image Velocimetry), pour des écoulements d'eau, dans un microcanal de $30 \times 300 \mu\text{m}$. Les carrés correspondent au cas où la paroi est hydrophile, et les triangles au cas où la paroi est hydrophobe. Un effet de glissement apparaît dans ce cas là.

la taille varie entre 30 nm et 1 micron. Ces canaux sont réalisés par gravure humide dans le Silicium. Leurs dimensions ont été mesurées par conductimétrie, après remplissage par un électrolyte. Comme les parois du canal sont non traitées, et qu'il s'agit du Silicium, on peut considérer qu'elles sont mouillantes vis-à-vis des fluides utilisés – l'hexadécane et l'eau. Il serait d'ailleurs plus difficile d'introduire des liquides non mouillants dans des canaux aussi fins, à cause des effets capillaires s'opposant au remplissage. Notons que ces expériences sont délicates : notamment, une difficulté importante est celle du contrôle des fuites dans la partie en amont du nanocanal. Les résultats de cette étude sont représentés sur la Fig. 3.

On y voit, pour les deux fluides utilisés, l'évolution du rapport entre la chute de pression observée, et celle attendue (s'il n'y avait pas de glissement). Un rapport supérieur à l'unité peut révéler la présence d'un glissement. Il apparaît, sur la Fig. 3, que les pertes pour l'eau correspondent à celle attendues, sans glissement ; Par contre, les mesures effectuées avec l'hexadécane montre un fort écart par rapport à la théorie sans glissement. Dans cette expérience, les longueurs de glissement obtenues sont de l'ordre de la cinquantaine de nm. Il faut travailler avec des canaux extrêmement fins pour observer une conséquence nette du glissement.

2.2. Expériences basés sur une mesure directe de la vitesse près de la paroi

Ici, nous décrivons des expériences où une mesure locale de la vitesse a été effectuée. Une première expérience de ce type a été effectuée par Leger et al. [5]. Le fluide (hexadécane) s'écoule, dans une géométrie cylindrique, le long d'une paroi de mica, sur lesquelles des couche moléculaires ont été déposées. Cela permet de considérer, dans cette expérience, différents niveaux d'interactions solide/liquide. La vitesse est mesurée grâce à une technique de microscopie champ proche, basée sur l'utilisation d'ondes évanescentes, confinées dans une cinquantaine de nanomètres à proximité de la paroi traitée. Un marqueur fluorescent est introduit dans l'écoulement, « bleach » localement, et suivi, grâce une mesure du recouvrement de fluorescence.¹ Dans cette expérience, Leger et al. [5] ont montré que, lorsque le fluide mouille la paroi, la longueur de glissement est de l'ordre de 200 nm. Cette grandeur augmente avec l'angle de mouillage, atteignant des valeurs de l'ordre du microns.

Une deuxième expérience « locale » a été effectuée dans le groupe de Meinhart [6]. Dans ce travail, la vitesse de l'eau est mesurée très près d'une paroi (jusqu'à 450 nm), dans un microcanal, dont les parois sont recouvertes ou non de molécules d'octadecyltrichlorosilane (OTS), favorisant l'hydrophobie. Les mesures de la Fig. 4 montrent l'existence d'un glissement dans le deuxième cas, c'est à dire lorsque la paroi est traitée hydrophobe. Le profil de vitesse observé est en effet substantiellement décalé par rapport à un profil « ordinaire » de Poiseuille (observé dans le cas hydrophile). On a ici, pour le cas hydrophobe, des longueurs de glissement de l'ordre de 1 μm , avec une barre d'erreur appréciable – de l'ordre de 450 nm. Dans le cas hydrophile, la longueur de glissement est inférieure à l'erreur de mesure.

¹ La technique s'appelle 'FRAP' (Fluorescence Recovery After Photobleaching).

2.3. Expériences utilisant une machine de force

La machine de force, inventée il y a une trentaine d'années par Tabor et Israelchvili, a permis de produire des données expérimentales très intéressantes, concernant le phénomène de glissement que nous discutons ici. L'expérience de Zhu et Granick [7] s'effectue dans une machine de force, où le plateau supérieur est animé d'un mouvement oscillant. Ainsi, le fluide est poussé alternativement vers l'intérieur et l'extérieur d'un système cylindre-plan. Les grandeurs mesurées sont la force exercées sur le cylindre, et le déplacement de ce dernier, indicateur du déplacement du fluide. L'écoulement, s'il s'effectuait sans glissement, serait décrit par l'équation dite de « Reynolds ». L'analyse des déviations par rapport à cette loi fournit, comme dans le cas des expériences dans des canaux droits, une information indirecte sur la longueur de glissement. Ici, les parois sont en mica, et sont ou non recouvertes d'otadecyltriéthoxysilicane (OTE) ; les fluides de travail sont l'eau ou le tétradécane. Dans cette expérience, les longueurs de glissement obtenues atteignent jusqu'à deux microns ; elles croissent vigoureusement avec le débit imposé.

3. Simulations numériques

Les premières simulations numériques détaillées, effectuées sur le problème du glissement liquide–solide, sont dues à Thompson et Troian [8]. Il s'agit d'une simulation de dynamique moléculaire, effectuée avec un potentiel de Lennard–Jones tronqué, pour un écoulement de Couette. Le résultat essentiel de ce travail est d'établir que la longueur de glissement augmente avec le cisaillement à la paroi, de manière brutale, jusqu'à diverger à une valeur critique, de ce paramètre. La loi proposée pour la longueur de glissement L_S s'écrit :

$$L_S = L_0 \left(1 - \frac{S}{S_C} \right),$$

où S_C est une valeur critique, de l'ordre de dix fois l'inverse d'un temps moléculaire caractéristique. Dans les conditions critiques, les parois cessent de transférer de la quantité de mouvement au fluide, et les parois se comportent comme des surfaces libres. En pratique, comme le développe l'article de revue de Gad el Hak [9], ce cisaillement critique atteint, pour les fluides ordinaires, des valeurs irréalisables en laboratoire : pour un fluide comme l'eau, à température ordinaire, S_C vaut environ 10^{11} Hz. Pour des valeurs de cisaillement accessibles au laboratoires, la longueur de glissement atteint typiquement quelques distances intermoléculaires. On retrouve le cadre présenté dans l'introduction de cet article. Plus récemment, Barrat et Bocquel [10] a étudié, numériquement, l'influence des propriétés de mouillage sur la longueur de glissement. Les simulations, mises en oeuvre pour un écoulement de Couette et de Poiseuille, mettent en évidence des longueurs de glissement L_S augmentant avec l'angle de mouillage. Les ordres de grandeur obtenus pour L_S sont une dizaine de diamètre moléculaires. Il est intéressant de remarquer que des arguments théoriques suggèrent que la longueur de glissement diverge lorsque l'angle de contact du système liquide/solide/vapeur tend vers 180 degrés. Les simulations de la référence [10] ne contredisent pas, mais ne montrent pas encore qu'une telle évolution est observée numériquement.

4. Le problème de la rugosité

Les expériences et simulations numériques que j'ai mentionnées plus haut traitent le cas de parois atomiquement lisses, fonctionnalisées ou non par des groupements moléculaires modifiant l'énergie interfaciale liquide–solide. Les matériaux utilisés sont le Silicium ou le mica, qui permettent de travailler avec des surfaces lisses à l'échelle atomique. C'est parce que ces systèmes, et leur protocoles de fonctionnalisation, étaient disponibles que l'on a pu progresser sur le problème du glissement. En pratique cependant, les fluides sont mis le plus souvent en présence de parois rugueuses, et il était intéressant de décrire comment, en augmentant la rugosité, le glissement évolue. Ce travail a été réalisé dans le groupe de Granick [11]. Ici, la rugosité a été modifiée en jouant sur le traitement de surface : suivant le protocole utilisé, les molécules déposées peuvent former des agrégats de surface (des « globules »), de quelques nanomètres de hauteur, formant une rugosité, dont les caractéristiques peuvent être déterminées grâce à l'AFM. Les résultats de ces travaux suggèrent que, quelle que soit la longueur d'onde de la corrugation, une rugosité d'amplitude croissante inhibe progressivement le glissement, et, en pratique, le supprime, dès que les corrugations dépassent une hauteur de l'ordre de 6 nm. Cette observation ne clot cependant pas le problème : les simulations numériques de [12] suggèrent à l'inverse que des surfaces rugueuses superhydrophobes, augmentent l'effet de glissement. On peut également imaginer que la rugosité favorise la nucléation de poches de gaz dans les creux, conduisant à un effet de lubrification de l'écoulement. Le rôle favorable de la rugosité des parois avait déjà été mis en évidence expérimentalement, dans des expériences effectuées dans les années 1970 (voir par exemple la référence [13]). Il est ainsi raisonnable de considérer qu'à l'heure actuelle, la question de la rugosité est ouverte.

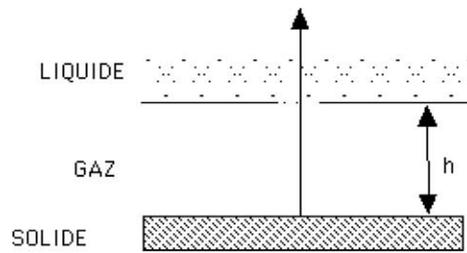


Fig. 5. Schéma proposé par De Gennes. Un film de gaz nanométrique se forme, conduisant à un effet de glissement associé à des longueurs de Navier bien plus élevées que les longueurs de corrélation du liquide. Le liquide glisse sur la paroi, un peu comme un patineur, grâce à la présence d'une phase intermédiaire.

5. L'hypothèse du nanofilm de gaz lubrifiant l'écoulement

Comme cela a été mentionné dans l'introduction, il semble difficile, sur le plan théorique, de justifier simplement l'existence de longueurs de glissement bien supérieures à quelques distances intermoléculaires. L'idée avancée par De Gennes [14] consiste à supposer qu'il existe une sous-couche gazeuse lubrifiant l'écoulement, localisée entre le liquide et le solide. L'origine physique d'une telle couche n'est pas nettement déterminée dans cette théorie : une possibilité est que, dans le cas non mouillant, des bulles apparaissent spontanément à la paroi, réduisant l'énergie du système. Ces bulles sont ensuite étirées par l'écoulement, formant un film lubrifiant. L'origine de telles bulles n'est pas très claire : les fluctuations thermiques ne semblent pas suffisantes pour nucléer, spontanément, une bulle de taille nanométrique. Une autre possibilité est l'existence, dans le fluide, de gaz dissous, dans des concentrations métastables. Notons qu'il n'y a pas de difficulté à supposer l'existence de nanobulles mécaniquement en équilibre avec le liquide, piégées sur la paroi solide : en effet, il a été montré, dans un travail récent réalisé dans un liquide au repos [15], que ces bulles ont la forme de galette, ce qui minimise la surpression capillaire nécessaire à son équilibre.

Ainsi, De Gennes suppose l'existence d'un film gazeux, représenté schématiquement sur la Fig. 5.

On conçoit que la présence d'une couche gazeuse donne lieu à un effet de glissement, un peu comme un patineur glisse sur la glace grâce à la formation d'une phase intermédiaire entre le patin et le solide. De Gennes [14] a fait le calcul de la longueur de Navier correspondante, en se plaçant à un nombre de Knudsen modéré dans le gaz. L'estimation obtenue s'écrit :

$$L_S \sim \frac{\nu}{u_{\text{therm}}},$$

où u_{therm} est la vitesse thermique dans le gaz, c'est à dire, grossièrement, la vitesse du son. En prenant, pour l'air $\nu = 0,15 \text{ cm}^2/\text{s}$ et $u_{\text{therm}} = 300 \text{ m/s}$, on trouve des longueurs de glissement de l'ordre de quelques microns, ce qui est compatible – en ordre de grandeur – avec les expériences. Cette théorie reste à être confirmée expérimentalement – de manière plus directe – et elle stimule différentes actions de recherche.

6. Conclusion

Le problème du glissement liquide solide est un des plus mystérieux de la microfluidique. Nous disposons d'observations expérimentales nettes mettant en évidence des phénomènes importants de glissement. Nous disposons également de simulations numériques, qui reproduisent bien, sur le plan qualitatif, les observations expérimentales, mais qui produisent, pour la longueur de glissement, des valeurs bien en deçà des observations. Il n'existe pas encore d'étude montrant l'existence ou l'absence d'un film lubrifiant l'écoulement. Nous ne pouvons donc pas encore expliquer l'origine de ces grandes longueurs de glissement observées.

Soulignons que, le phénomène de glissement peut être mis à profit dans un certain nombre de systèmes microfluidiques [2]. Tous les systèmes où la miniaturisation est poussée à l'extrême peuvent en bénéficier : des exemples sont les mémoires, et les MOEMS basés sur la dynamique des fluides, les microcaloducs. Il s'agit donc d'un problème qui, outre son intérêt conceptuel, peut également présenter un intérêt pratique, dans le domaine des applications microfluidiques.

Références

- [1] S. Goldstein (Ed.), *Modern Developments in Fluid Dynamics*, vol. II, Clarendon, Oxford, 1938.
- [2] P. Tabeling, *Introduction à la microfluidique*, Collection Echelles, Belin, 2003.

- [3] J. Pfahler, C. Harley, H. Bau, J. Zemel, *ASME* 32 (1991) 49.
- [4] N. Giordano, J.T. Cheng, *J. Phys.: Condens. Matter.* 13 (2001) R271.
- [5] L. Leger, H. Hervet, R. Pit, *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000) 980.
- [6] D. Trethewey, C. Meinhart, *Lett. Phys. Fluids* 14 (3) (2002) L9.
- [7] Y. Zhu, S. Granick, *Phys. Rev. Lett.* 87 (2001) 9.
- [8] P. Thompson, S. Troian, *Nature* 389 (1997) 360.
- [9] M. Gad El Hak, *J. Fluid Engrg.* 121 (1999) 5.
- [10] *Faraday Dis.* 112 (1998) 119.
- [11] Y. Zhu, S. Granick, *Phys. Rev. Lett.* 88 (2002) 10.
- [12] C. Cottin-Bizone, J.L. Barrat, L. Bocquet, E. Charlaix, *Nature Materials* 2 (2003) 237.
- [13] K. Watanabe, Y. Udagawa, H. Udagawa, *J. Fluid Mech.* 381 (1973) 225.
- [14] P.G. De Gennes, *Langmuir* 18 (2002) 3413.
- [15] J. Tyrell, P. Attard, *Phys. Rev. Lett.* 87 (2001) 176104.
- [16] C. Aubert, S. Colin, *Microscale Therm. Engrg.* 5 (1) (2001) 41.
- [17] J. Maurer, P. Joseph, H. Willaime, P. Tabeling, *Phys. Fluids* (2002) soumis.
- [18] N. Churaev, V. Sobolev, A. Somov, *J. Colloid. Sci.* 97 (1984) 574.
- [19] E. Dussan V, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 11 (1979) 371.
- [20] P.G. De Gennes, *Rev. Mod. Phys.* 57 (1985) 827.
- [21] P. Thompson, M. Robbins, *Phys. Rev. Lett.* 633 (1989) 766.