



A century of fluid mechanics: 1870–1970/Un siècle de mécanique des fluides : 1870–1970

## Paul Germain et la mécanique des fluides (1945–1970)

Gérard A. Maugin<sup>†</sup>

Université Pierre-et-Marie-Curie (Paris-6), Institut Jean-Le-Rond-d'Alembert, 4, place Jussieu, 75252 Paris cedex 05, France

## I N F O A R T I C L E

## Historique de l'article :

Reçu le 4 avril 2016

Accepté le 12 mars 2017

Disponible sur Internet le 13 juillet 2017

## Mots-clés :

Paul Germain

Mécanique des fluides

Écoulements compressibles

## R É S U M É

Paul Germain est plus connu par ses dernières contributions en thermomécanique des milieux continus, son enseignement et son implication dans l'administration de la science, en particulier à l'Académie. Cette Note retrace la période précédente, davantage axée sur la mécanique des fluides, à l'Onera et à l'université ; elle présente ses contributions sur les écoulements compressibles, notamment autour des ailes triangulaires, dans le régime transsonique, puis aussi avec un champ magnétique. C'est aussi à cette époque qu'il a fait connaître les méthodes asymptotiques.

© 2017 Publié par Elsevier Masson SAS au nom de Académie des sciences. Cet article est publié en Open Access sous licence CC BY-NC-ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

## 1. Introduction

Nombreux sont les savants de haut niveau dont la carrière scientifique fructueuse s'est déroulée en plusieurs phases plus ou moins contrastées. On en vient souvent à oublier ou à minimiser les premières, bien qu'avec un mathématicien – fût-il appliqué – ces phases sont souvent les plus innovantes et créatrices, marquées d'une technicité et d'une dextérité propres à une jeunesse entreprenante. C'est un peu ce qui est arrivé à Paul Germain, très connu pour ses dernières tâches d'enseignement (cours généraux à l'université Paris-6 et à l'École polytechnique) et d'administration (Académie des sciences de Paris, présidence de l'IUTAM, Société française de mécanique), et pour ses réflexions (en fait très profondes) sur la mécanique des milieux continus conçue comme une science phénoménologique générale intimement liée à la thermodynamique. On se propose ici de rappeler le rôle essentiel joué par Paul Germain dans les vingt-cinq premières années de sa carrière scientifique (artificiellement délimitée par la période 1945–1970) en *mécanique théorique des fluides*, en France à l'échelle internationale. Bien que, rétrospectivement, Paul Germain lui-même se considérât modestement plus comme un transmetteur d'idées que comme un vrai créateur, un examen attentif de ses travaux démontre qu'il était un scientifique du plus haut niveau, ne reculant devant aucune difficulté analytique, tout en partageant volontiers ses techniques et résultats avec ses collègues et ses jeunes véritables disciples. Il a fortement contribué à une vraie naissance de l'aérodynamique française avec l'étude précise d'écoulements critiques et la théorie des ondes de choc, et à la démonstration de l'efficacité de diverses méthodes de développement asymptotique, qui ont définitivement marqué la mécanique française.

## 2. La naïveté des jeunes générations

Pour un jeune chercheur du début du XXI<sup>e</sup> siècle habitué à travailler sur ordinateur et à chercher ses références sur Wikipédia, un papier scientifique publié il y a dix ans est un « vieux » papier. Il n'y a pratiquement aucune mémoire historique de travaux plus anciens. Certes, il pourra en citer, mais sans les avoir vus et lus. C'est ce qu'on appelle « faire une

Adresse e-mail : [gerard.maugin@upmc.fr](mailto:gerard.maugin@upmc.fr).

<sup>†</sup> Décédé le 22 septembre 2016.

bibliographie». Les auteurs, même encore vivants et actifs, sont aussi perçus comme dépassés. Leurs travaux anciens sont hors de vue. Si, par malheur – en fait par bonheur –, ces auteurs ont eu le courage et l'énergie d'évoluer dans leurs recherches et même d'avoir changé d'orientation, alors seuls leurs derniers travaux sont considérés. Cela est arrivé à Paul Germain qui, dans les années soixante-dix, a réorienté sa réflexion scientifique vers les principes généraux de la mécanique (formulation par le principe des puissances virtuelles, intérêt pour les bases de la thermomécanique des milieux continus, pour les comportements dissipatifs de type solide déformable, pour la « mécanique des matériaux ». La plupart des mécaniciens français aujourd'hui en activité ignore totalement que Paul Germain a d'abord été l'un de plus brillants contributeurs français à la mécanique théorique des fluides sur la scène internationale pour une période de près de trente ans, avec des travaux subtils et définitifs en résonance avec les développements technologiques contemporains, et dont la qualité des résultats justifie tous les prix, honneurs et reconnaissance qu'il a reçus. Ce succès scientifique, que de nombreux jeunes chercheurs ne peuvent comprendre, tient, selon moi, à la conjonction bénéfique de divers ingrédients, qui caractérisent un cadre de développement idéal : la complémentarité entre sujets d'actualité socio-économique à fort potentiel de développement (par exemple, le développement critique de l'aéronautique civile et militaire dans la période 1945–1975), la disponibilité de techniques mathématiques appropriées (théorie des fonctions généralisées, méthodes asymptotiques sophistiquées), l'apparition de moyens numériques puissants ainsi qu'expérimentaux d'importance (avec le développement de centres comme le National Physical Laboratory et le centre de recherches aéronautiques de Farnborough – l'équivalent britannique de l'Onera – en Grande-Bretagne, les instituts de mécanique des fluides et l'Onera en France, la création du Naca puis de la Nasa, et le Jet Propulsion Laboratory aux États-Unis, et des institutions semblables en URSS (en particulier le « Tsagi ») et l'institut de mécanique de l'Académie des sciences), auxquels il faut adjoindre la dextérité mathématique providentielle évidente de certains individus (dont Paul Germain et ses collaborateurs directs, Roger Bader et Jean-Pierre Guiraud en particulier, sont de parfaits exemples).

### 3. Transition vers la mécanique des fluides

Reçu en 1939 à dix-neuf ans aux concours d'entrée à l'École polytechnique et à l'École normale supérieure (ENS), Paul Germain choisit cette dernière et par là même s'oriente vers une future carrière d'enseignant, et peut être de chercheur, en mathématiques, en particulier avec un intérêt marqué pour la *géométrie*. Mais les circonstances de la fin de la deuxième guerre mondiale et les influences d'amis de sa génération (Siestrunck, Malavard) et d'un professeur au flair scientifique exceptionnel, Joseph Pérès, vont finalement le convertir en un *analyste* dont les dons pourront s'exprimer dans la résolution de problèmes difficiles dans une science, certes appliquée, mais aussi théorique, la mécanique *théorique* des fluides. C'est plus particulièrement l'aérodynamique qui va rester son domaine d'expertise et d'excellence pour une trentaine d'années, le forçant à accepter une position de leader, et même un rôle administratif important et décisif au niveau national (Onera).

Cette « conversion » va se faire en quelques années, marquées par une prise de conscience de l'intérêt hautement scientifique de la mécanique des fluides, sans rien sacrifier à l'aspect la rigueur mathématique, et ceci en dehors de tout « bourbakisme » pour lequel Paul Germain ne sent aucune attraction, même s'il en reconnaît l'intérêt pour les mathématiciens purs. Il restera pragmatique toute sa vie, sachant éviter les travers d'un formalisme trop contraignant, et fortement marqué par l'école anglaise de mathématiques appliquées, qui a fait la renommée britannique en hydrodynamique et théorie des ondes de George Stokes à Sir James Lighthill, George Batchelor et Keith Moffatt. Sa première exposition à ce courant est son séjour de six mois à Londres auprès du National Physical Laboratory en 1945, recommandé par Joseph Pérès qui a pressenti l'intérêt de cette expérience et l'opportunité offerte pour un jeune scientifique en recherche d'un sujet d'actualité. Paul Germain y fait la connaissance de Sydney Goldstein et découvre de nombreux travaux, dont le magnifique ouvrage – encore sous forme dactylographiée et paru plus tard en 1947 – de Richard Courant et Kurt Friedrichs – émigrés à New York – sur les *écoulements supersoniques et les ondes de choc*. Voilà un sujet qui va le préoccuper pendant des années. Il fera aussi de courtes visites à Sydney Goldstein (1949) et James Lighthill (1951) au département de mathématiques appliquées de l'université de Manchester.

### Mouvements coniques, supersonique et écoulements homogènes

À son retour de Londres en 1946, Paul Germain intègre le nouvellement créé Office national d'études et de recherches aéronautique (Onera) jusqu'en 1948. Il obtient alors son doctorat d'État ès sciences en 1948 avec pour sujet « La théorie des mouvements coniques et ses applications à l'aérodynamique supersonique » [1]. Le sujet est d'actualité brûlante et « propulse » Paul Germain au niveau international, avec une traduction anglaise de cet ouvrage par le Naca (1955). Ce travail concerne l'aérodynamique supersonique linéarisée autour d'ailes delta. Paul Germain nous informe à cette occasion de ses « faibles » connaissances sur les écoulements supersoniques (rôle de la condition de Kutta et des propriétés du sillage). Néanmoins, il est invité à donner une conférence générale sur le sujet au congrès international de mécanique de Bruxelles en 1956 [2]. Il a en fait développé la *théorie des mouvements homogènes* de fluides. Il faut comprendre par là l'étude de solutions homogènes de l'équation qui régit le potentiel des vitesses de perturbation, et donc de solutions qui jouissent d'une certaine invariance vis-à-vis de certaines dilatations des coordonnées (*so-called similar solutions*). On peut éventuellement interpréter la nature des écoulements qu'elles déterminent, écoulements qu'il est naturel de qualifier d'homogènes (définition par Paul Germain, par exemple dans [3]). À cette occasion, Paul Germain introduit l'exploitation de la théorie des distributions de Laurent Schwartz – en particulier les « distributions tempérées » – comme un outil efficace bien qu'alors non familier aux

mécaniciens. Notons que son alter ego britannique, James Lighthill, s'intéresse aussi à cet outil en écrivant même une courte monographie sur le sujet (*Generalized functions*). Comme la période 1945–1955 correspond au passage du « mur du son » et au développement d'avions militaires avec ailes obliques ou delta (cf. [4]), Germain travaille effectivement sur un sujet d'actualité.

### Équation de Tricomi et méthode de l'hodographe

Ce passage du mur du son va aussi orienter Paul Germain vers l'étude des équations aux dérivées partielles de type mixte, dont l'équation de Tricomi [5] – passage d'un régime elliptique à un régime hyperbolique – est l'exemple le plus connu. Il s'agit donc de l'étude des *écoulements transsoniques*. Typiquement, l'équation exemplaire s'écrit

$$k(\sigma) \psi_{\theta\theta} + \psi_{\sigma\sigma} = 0$$

avec  $k(\sigma) = \sigma(0 \text{ ou } \sigma)0$  en première approximation. C'est la lecture d'articles du mathématicien soviétique Feliks Isodorovich Frankl [6,7,8,9] qui va ouvrir de nouvelles perspectives aux travaux de Paul Germain. Mais ce sujet passionne aussi d'autres chercheurs à l'étranger, ainsi James Lighthill [10,11] en Grande-Bretagne ou Julian Cole [12] aux États-Unis. La méthode la plus adaptée semble être celle de l'*hodographe*, bien que le savant russe Sergey Tchapylygin (1862–1942) ait aussi introduit une méthode intéressante dans l'étude des jets fluides et des écoulements (avec l'intervention de fonctions hypergéométriques). Tchapylygin a été l'étudiant de Nikolay Zhoukovski (Joukowski) et le mentor de Leonid Sedov, ce qui fournit un lien continu jusqu'à notre époque. Dans l'introduction à ses notes de cours sur la « méthode de l'hodographe et ses applications » (faculté des sciences de Paris, année 1960–1961), Germain définit clairement les avantages et difficultés présentés par la méthode de l'hodographe – plan des composantes des vitesses  $(u, v)$  considéré en coordonnées polaires  $(q, \theta)$ ; voir l'ouvrage de Courant et Friedrichs paru en 1948 [13] – pour les écoulements bidimensionnels irrotationnels et isentropiques de fluides parfaits. En effet, le paraphrasant, on note que, si le caractère non linéaire des équations régissant les écoulements d'un fluide compressible en rend l'étude particulièrement difficile, la méthode des caractéristiques fournit une voie intéressante pour étudier les solutions d'un tel système. Dans le cas des écoulements stationnaires subsoniques, les problèmes correspondants deviennent difficiles à aborder. Toutefois, pour des écoulements stationnaires et irrotationnels, le système d'équations aux dérivées partielles à étudier devient *linéaire* quand on considère les coordonnées du plan de l'hodographe comme variables indépendantes. Mais cette simplification s'accompagne malheureusement d'une complication concernant les conditions aux limites. Germain et ses collaborateurs, R. Bader et G. Gillon, ont obtenu des solutions qui décrivent l'écoulement juste au point critique où le choc d'amplitude évanescence joint la ligne sonique (cf. Germain et Bader [14,15,16]; Germain [2,17,18,19,20] et Germain et Gillon [21]), études qu'il complètera avec Jean-Pierre Guiraud. Il démontre ici une dextérité évidente dans la discussion du comportement de solutions au voisinage de points critiques. Il fut naturellement convié à prononcer des conférences générales invitées dans des congrès internationaux et à écrire des articles de synthèse sur le sujet [2,3,17,20,22,23].<sup>1</sup>

### Dynamique des gaz et MHD

Riemann, Rankine et Hugoniot ont posé les bases de la *théorie des ondes de choc* (en une dimension d'espace). Cette théorie concernait alors les écoulements de fluides (gaz) parfaits dits eulériens, encore dits « inviscides ». À la fin de XIX<sup>e</sup> siècle et au début de XX<sup>e</sup>, Duhem et Jouguet vont inaugurer l'essai de prise en compte de la viscosité et de la conduction de chaleur sur ces phénomènes singuliers qui impliquent des discontinuités fortes (magistralement classifiées par Hadamard). On va donc nécessairement se poser le problème de l'existence et de la description des « ondes de choc » dans le cas d'une faible viscosité et d'un raccord possible avec la « dynamique des gaz », expression désormais consacrée en l'absence de phénomènes dissipatifs. Toutefois, l'existence même des ondes de choc en gaz parfaits semble liée à la croissance inévitable d'une fonction d'état thermodynamique, l'entropie, à la traversée du choc. L'on voit alors se développer la notion de structure d'une onde de choc et une possible justification par la théorie cinétique des gaz. La situation à la fin de la deuxième guerre mondiale est très bien décrite mathématiquement dans l'ouvrage déjà cité, et réellement historique, de Courant et Friedrichs, qui avait fortement impressionné Paul Germain en 1945. C'est la rencontre avec Paco Lagerstrom au début de années 1950 qui va réellement éveiller en Germain un intérêt sans borne pour l'appréciation du rôle de petits paramètres (comme une faible viscosité dans un système approprié de dimensions) avec l'étude des bases mathématiques de la remarquable *théorie de la couche limite* par Ludwig Prandtl [24]. Celle-ci est la véritable pierre fondamentale de l'aérodynamique moderne. Simultanément, on perçoit là un moyen mathématique de relier l'écoulement stationnaire d'un fluide non visqueux à un écoulement impliquant seulement une très faible viscosité par un processus limite à définir convenablement. Il s'agit en fait d'établir une relation mathématique entre les solutions des équations d'Euler et une classe de solutions des équations de Navier–Stokes par quelque processus de perturbation. C'est l'essence de nombreux travaux de Paul Germain dans les

<sup>1</sup> J'ai eu la chance de suivre une série de cours sur la méthode de l'hodographe et l'équation de Tricomi par Paul Germain en 1967–1968 (je ne sais pas pourquoi il redonna ce cours cette année-là). Je conserve de cette expérience deux souvenirs marquants. Le premier est sans doute l'un des plus fantastiques (et j'ose dire réellement « beaux ») cours que j'aie jamais suivis. Le second, plus comique, est qu'un jeune assistant inexpérimenté – devenu depuis un ami – improvisa une interrogation écrite surprise sur le sujet, pédagogie qu'il serait difficile de recommander de nos jours.

années 1960–1970 avec l'application de *méthodes asymptotiques* de divers types. Il s'agit donc a priori d'un aspect très technique, mais en fait supporté par une vision large et inclusive de méthodes de physique mathématique inaugurées par Henri Poincaré et par d'autres spécialistes de dynamique des systèmes (en mécanique céleste en particulier). Dans cette démarche courageuse, Paul Germain n'est certainement pas seul ; on peut citer comme très actifs et inventifs dans la même voie, « l'école du Caltech » avec Paco Lagerstrom, Saul Kaplan, Julian Cole, et Milton Van Dyke, ainsi que Wiktor Eckhaus, formé au MIT, et Jean-Pierre Guiraud, collaborateur direct de Paul Germain.

L'aspect technique de ces travaux a déjà été souligné. Néanmoins, des détails plus éclairants peuvent être empruntés à l'essai autobiographique de [25]. Soient  $P$  les mouvements d'un fluide dans lequel sont présents des mécanismes physiques de dissipation. Ces mécanismes sont schématisés par certains termes dans une schématisation appelée  $N$ . Mais celle-ci reste compliquée. Soit  $E$  le système en l'absence de dissipation. Les solutions du système  $E$  peuvent inclure des surfaces de discontinuité (e.g., ondes de choc  $S$ ). Ces solutions doivent pouvoir être considérées comme des solutions de  $N$  pour une dissipation qui s'annule. Le choc  $S$  apparaît alors comme la limite d'une *couche de choc mince* de la solution  $N$ , résultat d'une compensation entre le phénomène de raidissement de l'onde et l'affaiblissement dû à la dissipation. Pour que cela soit correct, il faut que les discontinuités de la solution du type choc satisfassent aux conditions  $J$  (solution « faible » sous forme de sauts de type Rankine–Hugoniot) ainsi qu'à une inégalité (e.g., croissance de l'entropie). Cette dernière condition est nécessaire et suffisante en dynamique classique des gaz – comme le montre l'étude de la « structure du choc ». La technique utilisée est la même que celle de la couche limite de Prandtl avec l'introduction d'une coordonnée étirée (*stretched coordinate*) perpendiculairement à  $S$ , devenant infinie quand les coefficients de dissipation s'annulent, obtenant ainsi la « dégénérescence significative » au sens d'Eckhaus dans un raccord entre développements dits extérieur et intérieur (« distal » et « proximal ») correspondant respectivement aux solutions originales et en géométrie étirée. Germain et Guiraud vont mettre cette approche en œuvre y compris pour la *magnétohydrodynamique (MHD) des gaz*<sup>2</sup> dans l'étude de la structure des ondes de choc ainsi que pour les chocs non plans dans lesquels il faut tenir compte d'une épaisseur du choc. Dans le cas MHD, Germain condense les équations de structure du choc sous une forme qui rappelle son intérêt pour la mécanique analytique (équation d'Euler–Lagrange avec terme de source dû à la dissipation), soit

$$\frac{\partial P}{\partial q_i} = \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i}$$

où  $P$  est la fonction génératrice de l'onde de choc et  $D(\dot{q})$  est une fonction de dissipation écrite en termes des dérivées des quatre variables fondamentales (ici le volume spécifique, la température et les composantes tangentielles de la vitesse relative et de l'induction magnétique) par rapport à la coordonnée étirée (solution « intérieure »), avec quatre coefficients de dissipation (deux pour la viscosité, un pour la dissipation par effet Joule et un pour la conduction de chaleur). L'intégrale du système ci-dessus connecte les deux solutions de part et d'autre du choc (pour les spécialistes, ce sont les chocs lents et rapides). La discussion de l'existence de cette intégrale et de sa limite quand les coefficients de dissipation tendent vers zéro est magistrale.<sup>3</sup>

Paul Germain et Jean-Pierre Guiraud construisent ainsi une théorie générale des conditions de saut et de la structure des discontinuités en dynamique des gaz en présence de dissipation. Les *développements asymptotiques raccordés (matched asymptotic expansions* ou MAE) [28,29] fournissent l'outil principal dans leur démarche. Le problème est en général difficile, impliquant, il se peut, des puissances fractionnaires de l'inverse du nombre de Reynolds.

#### 4. Paul Germain, apôtre des méthodes asymptotiques

La connaissance et la compréhension de Paul Germain des méthodes asymptotiques singulières sont liées à ses expériences de recherche et d'enseignement. En particulier, ses conférences sur les *ondes progressives* données à Stanford et à Berkeley en 1970 l'obligent à une réflexion approfondie quant à l'exploitation de la *technique des échelles multiples*. Ceci va l'amener à prononcer la célèbre conférence Ludwig–Prandtl de la Société allemande d'aéronautique (DGLR) en 1970, ainsi qu'à rédiger une série de cours donnée aux Houches en 1973 [30] (mais publiée seulement en 1977). Ce dernier texte de 140 pages remplace utilement un ouvrage de synthèse qu'il n'a pas eu le temps de publier, compte tenu de ses

<sup>2</sup> Le grand intérêt développé par Germain et d'autres (par exemple, Henri Cabannes à l'université Paris-6) pour la MHD ne peut être compris par les générations actuelles si l'on ne leur rappelle pas l'engouement pour l'étude des gaz ionisés et plasmas et pour la version continue sous forme de magnétohydrodynamique dans les années 1950–1970. Technologiquement, on pense alors à la propulsion ionique pour des fusées et les études de fusion contrôlée, et plus scientifiquement à des problèmes de géo- et astrophysique. La découverte des ondes portant son nom par le Suédois Hannes Alfvén (1908–1995) et les études faites au Courant Institute à New York y sont pour quelque chose. Dans les années 1960, en France, les intéressés peuvent se tourner vers Jean-Loup Delcroix (1924–2003) à la faculté des sciences de Paris-Sud (Orsay) pour l'aspect plasmas et vers l'institut Henri-Poincaré (Paris-6) pour l'aspect mathématique continu. L'auteur de cet article – bien qu'étudiant en spécialité aérospatiale à SupAéro – s'est orienté suivant la deuxième voie en suivant le DEA de mécanique théorique des fluides avec H. Cabannes, J.-P. Guiraud, P. Germain et R. Berker comme enseignants principaux. Il assistera ainsi à la catastrophique expérience pédagogique tentée par l'un des enseignants, qui présentait la dynamique des gaz comme un cas particulier de la magnétohydrodynamique des gaz (heureusement la plupart des auditeurs, tous issus de grandes écoles, avaient déjà étudié la dynamique classique des gaz).

<sup>3</sup> J'ai exprimé une fois à Paul Germain mon admiration et le sentiment esthétique pur éprouvé pour ce travail, à la suite de la relecture – pour le plaisir – de sa contribution à la *Review of Modern Physics* de 1960 [26] et sa synthèse de 1972 dans les *Advances in Applied Mechanics* (voir aussi [27]). Il était très surpris que quelqu'un – un « jeune » – s'intéressât encore à cette contribution. J'ai adapté par la suite la notion de fonction génératrice – initialement due au physicien-minéralogiste François Massieu – au cas des fronts de transition de phase dans les matériaux solides thermo-déformables.

responsabilités multiples. Il s'agit d'un outil pédagogique rigoureux et efficace qui replace bien toutes les méthodes de perturbation plus ou moins régulières dans le cadre général de la dynamique des systèmes et en mécanique des fluides. Il y met en évidence le rôle joué par les équations de Burgers [31] et de Korteweg–de Vries, tout en portant au crédit de ses amis Wallace D. Hayes [32], Julian Cole, James Lighthill et Gerald Whitham de nombreux résultats. On voit poindre là une qualité rare chez un chercheur de son niveau : il s'attribue peu de « découvertes » fondamentales, sauf dans une réponse un peu humoristique à une question, celle d'avoir « découvert » Jean-Pierre-Guiraud, certainement son collaborateur le plus proche. Minimisant volontairement la part créatrice de ces travaux, il se conçoit mieux lui-même comme un passeur, un convoyeur d'idées et de méthodes. Dans cette vision, Paul Germain a exploité tous les ingrédients nécessaires avec un pragmatisme évident : séjours de longue durée dans les meilleurs centres innovants aux États-Unis (en particulier, au Caltech et à Stanford), accueil de professeurs étrangers, véritables moteurs dans leur domaine – et avec qui il établit des liens amicaux durables – à Paris (Lagerstrom, Cole, van Dyke, Lighthill, Brooke Benjamin, qui influenceront Philippe Gagniol en particulier, puis Kevorkian, qui influencera P.-A. Bois (méthode des échelles multiples) [33] ; long séjour de W. Eckhaus (1962–1964) au CNRS – qui influencera J. Mauss (prolongés par les travaux de J. Cousteix à Toulouse [34] et P.-Y. Lagrée à Paris-6 sur la couche limite) ; long séjour (1967–1972) de Ratip Berker, qui va orienter certains travaux vers les fluides non newtoniens (R. Drouot, C. Hartmann). De plus, Germain a entrouvert le domaine des calculs performants en mécanique des fluides avec les travaux de Daniel Euvrard sur les calculs d'écoulements dans des conditions critiques et le recrutement de Roger Peyret (qui lui-même formera Jean Ladevèze) au CNRS, tout en favorisant le développement des méthodes de calcul à Orsay sous la direction de son ami Lucien Malavard. Les méthodes asymptotiques vont diffuser en mécanique des milieux continus solides et des structures avec les travaux d'Alain Rigolot suivis par J.-P. Guiraud. Simultanément, Germain a favorisé l'entrée comme enseignants-chercheurs ou chercheurs CNRS de jeunes venus d'horizons divers, sans esprit d'école et avec une totale ouverture d'esprit – chose encore rare à l'époque. Ses cours de troisième cycle vont suggérer de nouvelles voies de recherche auprès de ces jeunes esprits avides de connaissance et très réceptifs. De plus, comme rapporté par J.-P. Guiraud, c'est Germain qui indique en 1977 à R.Kh. Zeytounian, revenu d'URSS comme spécialiste d'écoulements météorologiques, l'intérêt du concept de dégénérescence significative et l'emploi des développements asymptotiques raccordés (et dont l'intéressé va faire un usage fréquent et efficace) [35,36]. On rappelle que ce concept a été clairement exprimé par Eckhaus [37]. Il fournit un processus systématique permettant de choisir les changements d'échelle et les sous-domaines à prendre en compte, indiquant en particulier comment traiter les cas où plusieurs petits paramètres sont en compétition (cf. la notion de « triple couche » introduite par Stewartson et Neyland et exploitée, entre autres, par J. Mauss).

## 5. La mécanique des fluides et plus

Par expérience personnelle, je pense comme Paul Germain que la mécanique théorique des fluides a été une bonne école pour de futurs mécaniciens des solides déformables, ces derniers pouvant présenter un comportement non linéaire (parfois très singulier), anisotrope (cas des cristaux) et inhomogènes (milieux composites, polycristaux). Les études correspondantes d'ondes non linéaires y deviennent extrêmement complexes et l'expérience du cas des fluides approché par des méthodes asymptotiques peut se montrer bénéfique, sinon indispensable [38].

Dans ce qu'on peut schématiquement appeler la deuxième partie de sa carrière scientifique (années 1970–1990), Paul Germain va appliquer la même stratégie d'ouverture et de transmission des informations que celle démontrée dans le domaine de la mécanique des fluides, mais en *thermo*-mécanique générale, et en mécanique des solides ou des matériaux, aidant là aussi à introduire des méthodes efficaces de mathématiques et favorisant des recrutements multiples et originaux qui vont se montrer productifs avec la venue dans son équipe de Patrick Muller, Alain Gérard, Monique Piau, François Sido-roff et Gérard Maugin. De même, il va favoriser le développement de la *thermo*-mécanique des milieux continus dissipatifs avec le transfert de l'Onera vers Paris-6 de Jean Lemaître – qui créera le laboratoire de mécanique appliquée de l'ENS-Cachan – et les travaux sur la mécanique en grandes déformations à travers ses cours au DEA de mécanique appliquée (à partir de 1975) et le groupement de recherches coordonnées (Greco « grandes déformations ») qu'il va fortement inspirer. Finalement, comme l'avait fait son maître Joseph Pérès, il a su sentir l'air du temps avec un appui sans réserve au développement des applications de l'analyse fonctionnelle (Jacques-Louis Lions, Georges Duvaut) en mécanique des milieux continus, ainsi qu'en éclaircissant le rôle fondamental joué par l'analyse convexe (J.-J. Moreau, P. Suquet, Nguyen Quoc Son, M. Frémond) en *thermo*-mécanique et dans les comportements singuliers comme l'élastoplasticité, ayant par ailleurs choisi une position équilibrée dans les fondements de la thermodynamique des processus irréversibles (à la suite de Joseph Kestin). C'est donc l'esprit et la forme de ses recherches (difficiles et très techniques) en mécanique théorique des fluides qui vont heureusement s'élargir, pour aboutir à une synthèse inégalée. Nous en avons tous profité mais les générations plus récentes, souvent trop spécialisées, ont parfois des difficultés à en saisir l'influence bénéfique et aussi créatrice.

## Notes biographiques

**Roger Bader** (1923–2000) était un mathématicien suisse romand devenu ingénieur de recherche à l'Onera (1947–1954) ; il obtint son doctorat ès sciences mathématiques en analyse (1954) sous la direction de George Valiron. Devenu professeur de mathématiques à l'université de Neuchâtel (1960–1980), il y développa son département de mathématiques, avec des recherches très variées.

**Ratip Berker** (1909–1997) était un mathématicien turc qui a obtenu son doctorat à Lille en 1936 avec J. Kampé de Fériet. Spécialiste de mécanique théorique des fluides visqueux et non-newtoniens, auteur d'une contribution exceptionnelle sur l'intégration des équations du mouvement d'un fluide visqueux incompressible dans le *Handbuch der Physik* (Bd VIII/3, 1965, pp. 1–384), il fut professeur à l'université Paris-6 (1967–1972).

**Pierre-Antoine Bois** (né en 1943). Mathématicien-mécanicien français formé à Paris dans l'environnement de Paul Germain, Henri Cabannes et Jean-Pierre Guiraud. Maître de conférences à Paris, puis professeur de mécanique à l'université de Lille.

**Julian D. Cole** (1925–1999). Mathématicien appliqué américain. Éduqué à Cornell, il soutint un PhD au Caltech avec P. Lagerstrom. Professeur à UCLA puis au Rensselaer Polytechnic Institute, il fut un spécialiste des méthodes de perturbation en mécanique des fluides.

**Wiktor Eckhaus** (1930–2000). Mathématicien néerlandais, d'origine polonaise. Ingénieur de l'aéronautique (TU Delft), il prépara un PhD au MIT (1959) avec Léon Trilling. Il travailla au CNRS à Paris (1960–1964), fut professeur à la TU de Delft (1965–1972) et à l'université d'Utrecht (1972–1994). Il était un spécialiste des équations différentielles, de la stabilité et des méthodes asymptotiques (voir son livre de 1973).

**Sydney Goldstein** (1903–1989). Mathématicien-mécanicien des fluides britannique. Éduqué à Cambridge et Manchester, il mena des recherches à Cambridge (1931) et au *National Physical Laboratory* (guerre 1939–1945), puis fut professeur à Manchester, puis à Harvard (1954–1968).

**Jean-Pierre Guiraud** (né en 1928) est originellement un ingénieur civil de l'École des mines de Paris, devenu ingénieur de recherche à l'Onera (1955–1970) dans le groupe de Paul Germain, puis professeur de mécanique à l'université Paris-6 (Pierre-et-Marie-Curie) jusqu'en 1994.

**Jerry Kevorkian** (né en 1933). Mathématicien appliqué américain. Éduqué à Georgia Tech (Atlanta), il soutint un PhD (1961) avec Julian Cole au Caltech. Professeur visiteur à Paris-6, il est un spécialiste des échelles multiples.

**Paco Lagerstrom** (1914–1989). Mathématicien appliqué américain d'origine suédoise. Éduqué à Stockholm puis Princeton (PhD 1942), il fut employé à Bell Aircraft (1944–1945), puis au Douglas Aircraft (1945–1946). Il a rejoint le Guggenheim Aeronautical Laboratory du Caltech en 1946, y devenant professeur d'aéronautique puis de mathématiques appliquées. Professeur visiteur à Paris (1960–1961), il fut un spécialiste des développements asymptotiques.

**James Lighthill** (Sir) (1924–1998). Mathématicien appliqué britannique. Éduqué à Cambridge, il travailla au *National Physical Laboratory* (guerre 1939–1945). Il fut successivement professeur à Manchester, à l'Imperial College de Londres (1964), à l'université de Cambridge (1969–1979) et à l'University College London. Spécialiste de mécanique théorique des fluides et aéroacoustique, il fut directeur du Royal Aircraft Establishment – équivalent anglais de l'Onera – à Farnborough (1954–1964).

**Jacques Mauss** (né en 1937). Mathématicien français formé à Paris dans l'environnement de Paul Germain, Jean-Pierre Guiraud et Wiktor Eckhaus. Il devint professeur à l'Université de Toulouse. Il est un spécialiste de mécanique théorique des fluides et des méthodes asymptotiques.

**Joseph Pérès** (1890–1962). Mathématicien français. Formé à l'ENS Paris, il fut un collaborateur de Vito Volterra (théorie des fonctionnelles, doctorat en mathématiques, 1915). Maître de conférences puis professeur à Strasbourg (1920), à Marseille (1921), à Paris (1932). Doyen de la faculté des sciences de Paris (1954–1961), il fut le créateur des instituts de mécanique des fluides (Marseille, 1930), du campus d'Orsay et du campus du quai Saint-Bernard (Jussieu) à Paris, et l'un des fondateurs de l'Onera. Très intéressé par les développements de l'aéronautique. Mentor du trio formé par Paul Germain, Raymond Siestrunck et Lucien Malavard.

**Francesco Tricomi** (1897–1978). Mathématicien italien éduqué à Bologne et Naples. Enseignant à Padoue puis à Rome, il fut professeur de mathématiques à l'université de Turin, séjourna au Caltech (1943–1945 et 1949–1951). Auteur de nombreux travaux mathématiques, il est resté célèbre pour ses travaux sur les équations aux dérivées partielles de type mixte (en particulier, l'équation dite de Tricomi :  $yu_{xx} + u_{yy} = 0$ ).

**Milton van Dyke** (1922–2010). Mathématicien américain de la mécanique des fluides. Éduqué à Harvard (1940–1943). PhD (1949) au Caltech avec P. Lagerstrom, il devint professeur à l'université de Stanford et séjourna à Cambridge (Royaume-Uni, 1954–1955) et Paris (1958–1959). Spécialiste des méthodes de perturbation et de visualisation d'écoulements de fluides.

**Radyadour Kh. Zeytounian** (né en France en 1928). Mécanicien des fluides français, il poursuivit des études universitaires et formation de recherche en URSS (Arménie, Moscou ; 1947–1966). Ingénieur de recherche à l'Onera (1967–1972), il devint professeur de mécanique à l'université de Lille (1972–1996). Spécialiste de mécanique théorique des fluides appliquée à la météorologie et des développements asymptotiques.

## Références

### B1. Principaux travaux de Paul Germain en mécanique des fluides (On ne cite pas les notes aux Comptes rendus)

- [1] P. Germain, La théorie générale des mouvements coniques et ses applications à l'aérodynamique supersonique, thèse de doctorat d'État en mathématiques, Onera Publication, n°34, Onera, Paris, 1949, 197 pages; traduction anglaise : The general theory of conical motions with applications to supersonic aerodynamics, NACA Tech. Memo. No. 1554, 1955.
- [2] P. Germain, Quelques progrès récents en aérodynamique théorique de grandes vitesses, Conférence générale, in: IX<sup>e</sup> Congrès international de mécanique, Bruxelles, 1956, vol. I, université de Bruxelles, 1957, pp. 5–44.
- [3] P. Germain, Écoulements transsoniques homogènes, in: D. Kücheman (Ed.), Progress in Aeronautical Sciences, vol. 5, Pergamon Press, Oxford, 1964, pp. 143–273.
- [14] P. Germain, R. Bader, Sur quelques problèmes relatifs à l'équation de type mixte de Tricomi, in: Onera Publication, n°54, Onera, Paris, 1952.
- [15] P. Germain, R. Bader, Solutions élémentaires de certaines équations aux dérivées partielles de type mixte, Bull. Soc. Math. Fr. 81 (1953) 145–174.
- [16] P. Germain, R. Bader, Sur le problème de Tricomi, Rend. Circ. Mat. Palermo 11 (1953) 53–72.
- [17] P. Germain, New applications of Tricomi solutions to transonic flow, in: Proc. 2nd US National Congress of Applied Mechanics, Ann Arbor, MI, États-Unis, 1954, pp. 659–666.
- [18] P. Germain, Remarks on partial differential equations of mixed type and applications to transonic flow theory, Commun. Pure Appl. Math. 7 (1954) 117–143.
- [19] P. Germain, An expression for the Green's function for a particular Tricomi problem, Q. Appl. Math. 14 (1956) 113–123.
- [20] P. Germain, Problèmes mathématiques posés par l'application de la méthode de l'hodographe à l'étude des écoulements transsoniques, in: Symposium Transsonicum, Springer-Verlag, Berlin, 1962, pp. 24–50.
- [21] P. Germain, G. Gillon, Écoulements transsoniques au voisinage d'un point de rencontre d'une onde de choc avec une ligne sonique, in: X<sup>e</sup> Congrès international de mécanique, Stresa, Italie, in: Onera Publication, n°102, 1960, pp. 44–66.
- [22] P. Germain, L'équation de Burgers et ses applications à la théorie des ondes de choc, Cah. Phys. 119 (1960) 285–299.
- [23] P. Germain, Shock waves and shock-wave structure in magneto-fluid dynamics, Rev. Mod. Phys. 32 (1960) 951–958.
- [26] P. Germain, Shock waves – Jump relations and structure, in: C.-S. Yih (Ed.), Adv. Appl. Mech., vol. 11, Academic Press, New York, 1972, pp. 132–194.
- [27] P. Germain, A model of some plasma shock structure, in: H. Grad (Ed.), Proc. Symp. on Magneto-fluid and Plasma Dynamics, New York, 1965, in: Proc. Symp. Appl. Math., vol. 18, American Mathematical Society, Providence, RI, États-Unis, 1967, pp. 17–45.
- [28] P. Germain, J.-P. Guiraud, Conditions de choc et structures des ondes de choc dans un écoulement stationnaire de fluide dissipatif, in: Onera Publication, n°105, Onera, Paris, 1962, 44 p.
- [29] P. Germain, J.-P. Guiraud, Conditions de choc et structure des ondes de choc dans un écoulement non stationnaire de fluide dissipatif, J. Math. Pures Appl. 45 (1964) 313–358.
- [30] P. Germain, Méthodes asymptotiques en mécanique des fluides, in: R. Balian, J.-L. Peube (Eds.), Fluid Dynamics, Les Houches Lectures, 1973, Gordon and Breach, New York, Paris, 1977, pp. 3–147.

### B2. Sur Paul Germain

- [25] P. Germain, My discovery of Mechanics (essai autobiographique), in: G.A. Maugin, R. Drouot, F. Sidoroff (Eds.), Continuum Thermomechanics: The Art and Science of Modeling Materials' Behaviour (on the occasion of P. Germain's 80th Anniversary), Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, 2000, pp. 1–24.

### B3. Par d'autres auteurs

- [4] J.D. Anderson Jr, A History of Aerodynamics, C.U.P., Cambridge, Royaume-Uni, 1997.
- [5] F. Tricomi, Sulle equazioni lineari alle derivate parziali di secondo ordine di tipo misto, Mem. Acad. Naz. Lincei, Ser. 5 154 (1923) 133–247.
- [6] F.I. Frankl', On the problem of Chaplygin for mixed sub- and supersonic flows, Bull. Acad. Sci. URSS Sér. Math. (Izvestia Akad. Nauk SSSR) 9 (1945) 121–143 (in Russian, with English summary). Zbl0063.01435MR15981.
- [7] F.I. Frankl', Recherches sur la théorie des profils se déplaçant à la vitesse du son, Dokl. Akad. Nauk SSSR 57 (1947) 661–664 (traduction française : Onera Publication n° 100).
- [8] F.I. Frankl', Une famille de solutions particulières de l'équation de Darboux–Tricomi, Dokl. Akad. Nauk SSSR (1947) 56.
- [9] F.I. Frankl', On a new boundary problem for the equation  $y\partial^2z/\partial x^2 + \partial^2z/\partial y^2 = 0$ , in: Mekhanika, t. 3, in: Moskov. Gos. Univ. Učenyje Zapiski, vol. 152, 1951, pp. 99–1951 (in Russian).
- [10] J. Lighthill, The hodograph transformation in trans-sonic flows I & II, Proc. R. Soc. Lond. A 191 (1947) 323–369.
- [11] J. Lighthill, The hodograph transformation, in: L. Howard (Ed.), Modern Developments in Fluid Mechanics, in: High-Speed Flow, vol. 1, Clarendon Press, Oxford, Royaume-Uni, 1953, pp. 221–266.
- [12] J.D. Cole, Note on the fundamental solution of  $wy_{vv} + y_{ww} = 0$ , Z. Angew. Math. Phys. 3 (1952) 286–297.
- [13] R. Courant, K.O. Friedrichs, Supersonic Flow and Shock Waves, Springer Science & Business Media, 1999, 464 pp. (réédition de l'ouvrage de 1948).
- [24] L. Prandtl, Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung, in: Proc. 3rd International Mathematical Congress, Heidelberg, 1904, Leipzig, Germany, 1905, pp. 484–492.
- [31] J.M. Burgers, A mathematical model illustrating the theory of turbulence, Adv. Appl. Mech. 1 (1948) 171–199.
- [32] W.D. Hayes, The basic theory of gas-dynamics discontinuities, in: Fundamental of Gas Dynamics, Princeton University Press, Princeton, NJ, États-Unis, 1958, pp. 416–481.
- [33] P.-A. Bois, Introduction à la mécanique théorique des fluides, Ellipses, Paris, 2000.
- [34] J. Cousteix, J. Mauss, Analyse asymptotique et couche limite, Springer, Berlin, 2006, traduction anglaise : Asymptotic Analysis and Boundary Layers Springer, 2007.
- [35] R.Kh. Zeytounian, Asymptotic Modelling of Fluid Flow Phenomena (Fluid Mechanics and Its Applications), Springer-Verlag, Berlin, 2002.
- [36] R.Kh. Zeytounian, Five Decades of Tackling Models for Stiff Fluid Dynamics Problems (A Scientific Autobiography), Springer, Berlin–Heidelberg, 2014.
- [37] W. Eckhaus, Matched Asymptotic Expansions and Singular Perturbations, North-Holland, Amsterdam, 1973.
- [38] G.A. Maugin, Nonlinear waves in elastic crystals, Oxford University Press, Oxford, Royaume-Uni, 1999.

**Pour approfondir le sujet**

- [39] P. Germain, La théorie des mouvements homogènes et son application au calcul de certaines ailes delta en régime supersonique, *La Recherche Aéronautique (Paris)* 7 (1949) 3–16.
- [40] P. Germain, Progressive waves (14th Ludwig Prandtl Memorial Lecture), in: *Jahrbuch der Deut. Gesel. für Luft und Runfahrt*, Cologne, Allemagne, 1971, pp. 11–30.
- [41] G.A. Maugin, P. Germain, Paul Germain (1920–2009), in: *L'Archicube*, 7bis, numéro spécial, in: *Bull. de l'association des anciens élèves, élèves et amis de l'École normale supérieure*, 2010, pp. 126–129.
- [42] M. Shum King, Paul Germain, Directeur de l'Onera, 1962–1967, *Bulletin de l'association des anciens de l'Onera (AAO) n°1* (2010).
- [43] P. Suquet, P. Germain, C. R., *Mécanique* 338 (2) (2010) 63–66.