Available online at www.sciencedirect.com
SCIENCE DIRECT®
ELSEVIER
C. R. Mecanique 332 (2004) 147–152
COMPTES RENDUS
MECANIQUE

Étude des temps de chauffage et de refroidissement des alliages à mémoire de forme (AMF)

Nicolas Chaillet [a], Christian Lexcellent [b], Joël Abadie [a]

[a] *Laboratoire d'automatique de Besançon, UMR CNRS 6596, 25, rue Alain Savary, 25000 Besançon, France*
[b] *Laboratoire de mécanique appliquée R. Chaléat, UMR CNRS 6604, 24, rue de l'Épitaphe, 25000 Besançon, France*

Reçu le 29 septembre 2003 ; accepté après révision le 21 octobre 2003

Présenté par Pierre Suquet

Résumé

La connaissance du temps de réponse des matériaux actifs est primordiale pour leur utilisation en tant qu'actionneurs. Ici, les temps de réponse au chauffage et au refroidissement d'un fil en alliage à mémoire de forme (en NiTi) soumis à une charge constante sont étalonnés par l'intégration de l'équation de la chaleur « ad hoc ». La comparaison avec un matériau « fictif » présentant les mêmes caractéristiques mais sans transition de phase montre que les temps de réponse sont plus longs pour les AMF (environ 2,7 fois pour le chauffage et 1,5 fois pour le refroidissement). ***Pour citer cet article : N. Chaillet et al., C. R. Mecanique 332 (2004).***

Abstract

Heating and cooling time studies of shape memory alloys (SMA). The knowledge of response times of active material is essential for their efficient use as actuators. In this paper the heating and cooling times of a shape memory alloy wire (NiTi) under a constant load are predicted by the integration of the corresponding heat equation. The comparison with a 'fictitious' material with the same material characteristics but without phase transformation shows that the response times are longer for the SMA (around 2.7 times for heating and 1.5 times for cooling). ***To cite this article: N. Chaillet et al., C. R. Mecanique 332 (2004).***

Mots-clés : Transferts thermiques ; AMF ; Transition de phase ; Équation de la chaleur ; Temps de réponse ; Actionneur

Keywords: Heat transfer; SMA; Phase transformation; Heat equation; Response time; Actuator

Adresses e-mail : nicolas.chaillet@ens2m.fr (N. Chaillet), christian.lexcellent@univ-fcomte.fr (C. Lexcellent), joel.abadie@ens2m.fr (J. Abadie).

1631-0721/$ – see front matter
doi:10.1016/j.crme.2003.10.010

Abridged English version

The knowledge of response times of active materials is essential for their efficient use as actuators. In this Note an analysis of the time response of a shape memory alloy thin wire (NiTi) under a constant load is made. For this, a model with internal variables (volume fraction of self accommodating martensite z_T and stress induced martensite z_σ) in the framework of the thermodynamics of irreversible processes, is used [3]. Considering and integrating the heat equation permits us to estimate the temperature time responses of the SMA wire under Joule heating (with a constant density of electrical current j) and cooling under natural convection (without electrical current, $j = 0$). A comparison is made with a 'fictitious' material with the same characteristic properties as the SMA wire (i.e., density ρ, heat capacity C_v, convection coefficient h, resistivity ρ_e), but without phase transformation. It shows that, whatever the situation, i.e., heating or cooling, the response time is higher for SMA: for heating, the response time is around 2.7 times higher and for cooling it is 1.5 times higher.

1. Introduction – position du problème

Parmi les matériaux actifs, les alliages à mémoire de forme (AMF) désignent une classe de matériaux qui, après déformation permanente à basse température, retrouvent leur forme initiale non déformée (mémorisée) par chauffage. C'est lors d'un retour de phase contrarié par des restrictions sur le déplacement, par chauffage, qu'un AMF est capable de générer un travail mécanique, donc d'entraîner une charge. C'est cet effet de transduction thermomécanique que l'on exploite lorsqu'on utilise un AMF en tant qu'actionneur. La propriété de mémoire de forme est due à une transformation de phase dans le matériau. Cette transformation entre deux phases solides, appelée « transformation martensitique », a lieu entre une phase haute température, appelée austénite (représentée par « A »), et une phase basse température, appelée martensite (représentée par « M »). Une telle transformation peut être induite par une simple variation de température et/ou par l'application d'une contrainte mécanique dans une plage de température adéquate.

Nous considérons ici un fil d'AMF utilisé comme actionneur qui déplace une charge constante, correspondant à une contrainte uniaxiale σ constante. Compte tenu des dimensions du fil utilisé, de section constante (diamètre et longueur typiques respectifs de 150 µm et 10 cm) et compte tenu du fait que les résistivités des phases martensitiques et austénitiques sont très voisines (respectivement $12{,}95 \times 10^{-7}$ et $11{,}32 \times 10^{-7}$ $\Omega{\cdot}$m), cet actionneur est considéré uniformément chauffé par effet Joule par passage d'un courant électrique continu. Enfin, la géométrie des fils combinée aux conditions thermiques aux limites induisent un gradient thermique négligeable dans le matériau : d'une part, un calcul analytique effectué dans [1] montre que la température est uniforme le long du fil ; d'autre part, des mesures de température effectuées en plusieurs points corroborent ce résultat.

Le refroidissement se fait par convection naturelle.

En ce qui concerne le comportement thermomécanique des AMF, de nombreux modèles ont été développés. Nous utiliserons ici le modèle développé par Leclercq et Lexcellent à partir d'une approche thermodynamique [3], puis complété et éprouvé expérimentalement par Benzaoui et al. [1]. Les éléments de ce modèle utiles pour notre étude sont :

– l'équation de la chaleur, qui fait intervenir les effets de la transformation de phase :

$$\rho C_v \dot{T} + \frac{4h}{d}(T - T_a) - \rho \Delta u^\star (\dot{z}_\sigma + \dot{z}_T) = \rho_e j^2, \quad \text{avec } \rho_e = \rho_a + (\rho_m - \rho_a)(z_\sigma + z_T) \tag{1}$$

Notons que l'intégration du terme $\rho \Delta u^\star (\dot{z}_\sigma + \dot{z}_T)$ permet d'obtenir le taux de chaleur latente de changement de phase ;

– les cinétiques de transformation de phase M $\leftrightarrow$ A (le matériau est initialement en phase martensitique, d'où $z_T^0 + z_\sigma^0 = 1$) :

$$\mathrm{M} \to \mathrm{A}: \begin{cases} z_\sigma = z_\sigma^0 \, \mathrm{e}^{-b_R (T - A_S^\sigma)} \\ z_T = z_T^0 \, \mathrm{e}^{-b_R (T - A_S^\sigma)} \end{cases} \quad \text{et} \quad \mathrm{A} \to \mathrm{M}: \begin{cases} z_\sigma = z_\sigma^0 \big(1 - \mathrm{e}^{b_F (T - M_S^\sigma)}\big) \\ z_T = z_T^0 \big(1 - \mathrm{e}^{b_F (T - M_S^\sigma)}\big) \end{cases} \tag{2}$$

Dans ces expressions, les notations désignent :

– d : diamètre du fil d'AMF,
– T : température de l'AMF, supposée uniforme (T_a représente la température du milieu environnant),
– ρ, C_v, h : masse volumique, chaleur massique du matériau, et coefficient de convection,
– z : fraction volumique de martensite dans le matériau, répartie en z_σ et z_T ($z = z_\sigma + z_T$), respectivement fractions volumiques de martensite orientée (induite par une contrainte mécanique) et auto-accommodante (induite par une action purement thermique),
– z_σ^0, z_T^0 : fractions volumiques de martensite orientée et auto-accommodante induites par l'application d'une contrainte externe initiale dans la phase martensitique (réorientation initiale de la martensite auto-accommodante),
– A_S^σ (resp. A_F^σ) : température de début (resp. fin) de transformation M $\to$ A sous la contrainte σ,
– M_S^σ (resp. M_F^σ) : température de début (resp. fin) de transformation A $\to$ M sous la contrainte σ,
– ρ_a, ρ_m : résistivités électriques de A et de M (la résistivité du matériau valant alors $\rho_e = z\rho_m + (1 - z)\rho_a$),
– j : densité de courant dans le matériau.

Les autres paramètres, c'est à dire $\Delta u^\star$, b_R et b_F sont mesurables sur un AMF au moyen d'essais thermomécaniques appropriés [1].

L'équation (1) détermine le régime transitoire des AMF, que nous caractérisons par :

– t_{MA} : temps de transformation complète M$\to$A (temps de chauffage permettant le passage de $z = 1$ à $z = 0$),
– t_{AM} : temps de transformation complète A$\to$M (temps de refroidissement permettant le passage de $z = 0$ à $z = 1$).

t_{MA} et t_{AM} correspondent aux temps nécessaires pour amener la température de l'AMF respectivement de A_S^σ à A_F^σ (au chauffage) et de M_S^σ à M_F^σ (au refroidissement), c'est à dire qu'ils caractérisent le temps mis par l'actionneur AMF pour parcourir sa course complète. Ces temps t_{MA} et t_{AM} sont donc des données très importantes dans la mesure où ils conditionnent le comportement dynamique des AMF.

Nous nous attacherons ici au calcul de ces temps caractéristiques et, afin de mettre en évidence l'influence de la transformation de phase sur le comportement thermique, à leur comparaison avec les temps mis pour les mêmes variations de température par un matériau passif, de mêmes caractéristiques que l'AMF considéré, mais sans transformation de phase, comme c'est le cas pour un AMF non traité (non bétatisé). Dans le cas d'un matériau sans transformation de phase, nous définissons :

– t_{chauff} : temps de chauffage pour passer de $T = A_S^\sigma$ à $T = A_F^\sigma$,
– t_{refroid} : temps de refroidissement pour passer de $T = M_S^\sigma$ à $T = M_F^\sigma$.

Nous calculerons alors les rapports $t_{\mathrm{MA}}/t_{\mathrm{chauff}}$ et $t_{\mathrm{AM}}/t_{\mathrm{refroid}}$.

2. Temps de chauffage et de refroidissement d'un matériau sans transformation de phase

En l'absence de transformation de phase, l'Éq. (1) se ramène à l'équation différentielle classique du premier ordre suivante :

$$\rho C_v \dot{T} + \frac{4h}{d}(T - T_a) = \rho_e j^2, \quad \text{où } \rho_e \text{ est constant} \tag{3}$$

A j constant (mais bien entendu différent au chauffage et au refroidissement), cette équation, qui se résout aisément, permet de calculer les deux temps caractéristiques :

$$t_{\text{chauff}} = \frac{\rho d C_v}{4h} \ln\left(\frac{\rho_e j^2 d/(4h) + T_a - A_S^\sigma}{\rho_e j^2 d/(4h) + T_a - A_F^\sigma}\right) \tag{4}$$

$$t_{\text{refroid}} = \frac{\rho d C_v}{4h} \ln\left(\frac{M_S^\sigma - T_a}{M_F^\sigma - T_a}\right) \tag{5}$$

La relation (4) n'a de sens que si la densité de courant j est suffisante pour amener la température à A_F^σ. Or, la relation (3) permet de calculer la température T_f atteinte en régime permanent :

$$T_f = T_a + \frac{\rho_e j^2 d}{4h} \tag{6}$$

Dans ces conditions, $T_f \geqslant A_F^\sigma$ si $j \geqslant \sqrt{4h(A_F^\sigma - T_a)/(\rho_e d)}$. Le choix de j tel que $T_f = A_F^\sigma$ est inadéquat dans le cadre de cette étude, car il conduit analytiquement à $t_{\text{chauff}} = \infty$ (la relation (3) étant du premier ordre, la température tend asymptotiquement vers T_f, donc met théoriquement un temps infini pour l'atteindre). Il faut donc choisir T_f tel que $T_f > A_F^\sigma$ et t_{chauff} est alors calculé pour j constant obtenu à partir de (6) tel que :

$$j > \sqrt{\frac{4h(A_F^\sigma - T_a)}{\rho_e d}} \tag{7}$$

Pour la suite, on pose $T_f = kA_F^\sigma$ avec $k > 1$. En ce qui concerne t_{refroid}, la relation (5) l'exprime pour une vitesse de refroidissement maximale, c'est à dire à $j = 0$.

3. Temps de chauffage et de refroidissement d'un AMF

3.1. *Cas M → A*

L'actionneur AMF est ici initialement en phase martensitique, c'est à dire à $z^0 = 1$, soumis à une contrainte constante σ. L'application de cette contrainte génère de la martensite orientée et l'état initial est caractérisé par les fractions initiales de martensite z_T^0 et z_σ^0 telles que : $z^0 = z_T^0 + z_\sigma^0 = 1$. En remplaçant dans (1) z_T et z_σ par leurs expressions (2), on obtient :

$$\rho\big(C_v + \Delta u^\star b_R \,\mathrm{e}^{-b_R(T - A_S^\sigma)}\big)\dot{T} + \frac{4h}{d}(T - T_a) = \big(\rho_a + (\rho_m - \rho_a)(z_\sigma + z_T)\big) j^2 \tag{8}$$

En prenant les valeurs numériques des paramètres mesurées sur un AMF de type nickel-titane [2], les variations en fonction de la température du terme $(\rho C_v + \rho \Delta u^\star (z_\sigma^0 b_R \,\mathrm{e}^{-b_R(T - A_S^\sigma)} + z_T^0 b_R \,\mathrm{e}^{-b_R(T - A_S^\sigma)}))$ sont de l'ordre de 150 %, tandis que celles du terme $\rho_a + (\rho_m - \rho_a)(z_\sigma + z_T)$ sont de l'ordre de 12 %. Dans ces conditions, on simplifie (8) :

$$\rho\big(C_v + \Delta u^\star b_R \,\mathrm{e}^{-b_R(T - A_S^\sigma)}\big)\dot{T} + \frac{4h}{d}(T - T_a) = \rho_e j^2 \tag{9}$$

où ρ_e est la moyenne géométrique de ρ_m et ρ_a : $\rho_e = (\rho_m + \rho_a)/2$. L'intégration de l'Éq. (9) conduit à une expression analytique très complexe de la température T en fonction du temps t. Pour calculer la constante d'intégration, on prend en compte la condition initiale à $z^0 = 1$, à savoir : $T(0) = A_S^\sigma$. Puis, on calcule t_{MA} à partir de la relation : $T(t_{\mathrm{MA}}) = A_F^\sigma$. L'expression de t_{MA} est :

$$t_{\mathrm{MA}} = \frac{\rho d}{4h}\left[C_v \ln\frac{a_1}{a_2} + \Delta u^\star b_R\,\mathrm{e}^{-b_R a_1/(4h)}\left(Ei\left(1, -\frac{b_R a_2}{4h}\right) - Ei\left(1, -\frac{b_R a_1}{4h}\right)\right)\right], \quad \text{avec :} \tag{10}$$

$$a_1 = 4h\left(T_a - A_S^\sigma\right) + \rho_e j^2 d \quad \text{et} \quad a_2 = 4h\left(T_a - A_F^\sigma\right) + \rho_e j^2 d \tag{11}$$

La fonction $Ei(n,x)$, où n est un entier positif, correspond à la fonction « exponentielle intégrale », définie comme suit : $Ei(n,x) = \int_1^\infty \mathrm{e}^{-xt}/t^n\,\mathrm{d}t$. Dans un but de comparaison, pour amener la température de l'AMF à A_F^σ, on choisit ici la même densité de courant j que celle prise dans le calcul de t_{chauff} (inégalité (7)).

3.2. *Cas A → M*

A l'issue de la transformation précédente, l'actionneur AMF est en phase austénitique ($z = 0$). Il est alors refroidi à $j = 0$ pour terminer en phase martensitique, c'est à dire pour revenir à la situation caractérisée par les fractions initiales de martensite z_T^0 et z_σ^0 telles que $z_T^0 + z_\sigma^0 = 1$. En remplaçant dans (1) z_T et z_σ par leurs expressions (2), on obtient :

$$\rho\left(C_v + \Delta u^\star b_F\,\mathrm{e}^{b_F(T - M_S^\sigma)}\right)\dot{T} + \frac{4h}{d}(T - T_a) = 0 \tag{12}$$

On obtient alors l'expression analytique de t_{AM} par intégration de l'Éq. (12) :

$$t_{\mathrm{AM}} = \frac{\rho d}{4h}\left[C_v \ln\frac{M_S^\sigma - T_a}{M_F^\sigma - T_a} + \Delta u^\star b_F\,\mathrm{e}^{b_F(T_a - M_S^\sigma)}\left(Ei\left(1, b_F\left(T_a - M_F^\sigma\right)\right) - Ei\left(1, b_F\left(T_a - M_S^\sigma\right)\right)\right)\right] \tag{13}$$

4. Comparaison de t_{MA} et t_{chauff}

A partir des relations (4) et (10) et avec une densité de courant j conforme à (6) et (7), c'est à dire :

$$j = \sqrt{\frac{4h(kA_F^\sigma - T_a)}{\rho_e d}} \tag{14}$$

le rapport $t_{\mathrm{MA}}/t_{\mathrm{chauff}}$ s'exprime de la façon suivante :

$$\frac{t_{\mathrm{MA}}}{t_{\mathrm{chauff}}} = 1 + \delta, \quad \text{avec :} \tag{15}$$

$$\delta = \frac{\Delta u^\star b_R\,\mathrm{e}^{b_R(A_S^\sigma - kA_F^\sigma)}}{C_v \ln((kA_F^\sigma - A_S^\sigma)/((k-1)A_F^\sigma))}\left[Ei\left(1, b_R(1-k)A_F^\sigma\right) - Ei\left(1, b_R\left(A_S^\sigma - kA_F^\sigma\right)\right)\right] \tag{16}$$

δ est une constante positive.

Le résultat (15) appelle les deux remarques majeures suivantes :

– le rapport $t_{\mathrm{MA}}/t_{\mathrm{chauff}}$ est une constante qui ne dépend que des paramètres intrinsèques du matériau et de la contrainte σ, qui fixe les valeurs de A_S^σ et A_F^σ ;
– sa valeur est supérieure à 1, ce qui implique qu'à densité de courant identique, le chauffage d'un AMF sera systématiquement plus lent que le chauffage d'un matériau équivalent sans transformation de phase. Il est à noter qu'un tel résultat était prévisible, dans la mesure où la transformation M→A est endothermique, ralentissant ainsi le chauffage de l'AMF par rapport au matériau équivalent sans transformation de phase.

Par ailleurs, il est également intéressant de se placer dans la situation où l'AMF est chauffé aussi rapidement que possible, c'est à dire la situation où l'on choisit une densité de courant j très grande, ce qui implique $T_f = kA_F^\sigma$ très grand et donc k très grand. A l'utilisation de l'actionneur, on cherchera en effet souvent à se placer dans ce cas pour en diminuer le temps de réponse. On peut alors calculer la valeur suivante :

$$\lim_{k\to\infty} \frac{t_{\mathrm{MA}}}{t_{\mathrm{chauff}}} = 1 + \frac{\Delta u^\star (1 - \mathrm{e}^{b_R(A_S^0 - A_F^0)})}{C_v(A_F^0 - A_S^0)} \tag{17}$$

Dans ces conditions et en prenant les valeurs numériques correspondantes aux AMF que nous avons utilisés, nous obtenons à partir de (17) : $t_{\mathrm{MA}}/t_{\mathrm{chauff}} = 2{,}7$. Ceci signifie que, *dans le cas où l'on applique un courant suffisamment important, le chauffage par effet Joule de l'AMF considéré dure 2,7 fois plus longtemps que celui d'un matériau « traditionnel » de même géométrie, résistivité, coefficient de convection et chaleur massique.*

5. Comparaison de t_{AM} et t_{refroid}

Le rapport $t_{\mathrm{AM}}/t_{\mathrm{refroid}}$ s'exprime de la façon suivante :

$$\frac{t_{\mathrm{AM}}}{t_{\mathrm{refroid}}} = 1 + \frac{\Delta u^\star b_F\, \mathrm{e}^{b_F(T_a - M_S^\sigma)}}{C_v \ln((M_S^\sigma - T_a)/(M_F^\sigma - T_a))} \big[Ei\big(1, b_F\big(T_a - M_F^\sigma\big)\big) - Ei\big(1, b_F\big(T_a - M_S^\sigma\big)\big)\big] \tag{18}$$

Ce résultat conduit aux deux mêmes remarques que précédemment :

- le rapport $t_{\mathrm{AM}}/t_{\mathrm{refroid}}$ est une constante qui ne dépend que des paramètres intrinsèques du matériau et de la contrainte σ, qui fixe les valeurs de M_S^σ et M_F^σ ;
- sa valeur étant supérieure à 1, le refroidissement d'un AMF sera systématiquement plus lent que le refroidissement d'un matériau équivalent sans transformation de phase. Un tel résultat était là encore prévisible, dans la mesure où la transformation A $\rightarrow$ M est exothermique, ralentissant ainsi son refroidissement par rapport au matériau équivalent sans transformation de phase.

En calculant $t_{\mathrm{AM}}/t_{\mathrm{refroid}}$ pour différentes valeurs de σ, et en prenant les valeurs numériques correspondantes aux AMF que nous avons utilisés, nous obtenons des valeurs très peu variables autour de 1,5, ce qui signifie que *le refroidissement par convection naturelle d'un AMF est environ 1,5 fois plus long que le refroidissement d'une matériau « traditionnel » de même géométrie, résistivité, coefficient de convection et chaleur massique.*

6. Conclusion

Si l'on pouvait s'attendre au fait que le cycle de chauffage/refroidissement d'un AMF soit plus lent que celui d'un matériau sans transformation de phase, les rapports correspondants sont ici calculés analytiquement, permettant de quantifier numériquement les effets dynamiques de la transition de phase. On s'aperçoit d'abord que ceux-ci, loin d'être négligeables, ralentissent de façon substantielle le chauffage/refroidissement des actionneurs AMF et, par suite, leur vitesse de déplacement, et ce de manière indépendante des fuites thermiques.

Références

[1] H. Benzaoui, Modélisation thermomécanique et commande d'actionneurs en alliages à mémoire de forme pour la microrobotique, Thèse de l'université de Franche-Comté, 1998.

[2] H. Benzaoui, C. Lexcellent, N. Chaillet, B. Lang, A. Bourjault, Experimental study and modeling of a TiNi shape memory alloy wire actuator, J. Intelligent Material Systems and Structures 8 (7) (1997) 619–629.

[3] S. Leclercq, C. Lexcellent, A general macroscopic description of the thermomechanical behavior of shape memory alloys, J. Mech. Phys. Solids 44 (6) (1996).