

Comportement mécanique et rupture de milieux granulaires cohésifs

Jean-Yves Delenne, Moulay Saïd el Youssoufi, Jean-Claude Bénéat

Laboratoire de mécanique et génie civil, UMR UMII-CNRS 5508, Université Montpellier II, CC 034, place E. Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5, France

Reçu le 20 février 2002 ; accepté après révision le 13 mai 2002

Note présentée par Michel Combarrous.

Résumé

La modélisation du comportement mécanique et de la rupture de milieux granulaires avec cohésion est réalisée sur un milieu modèle constitué de cylindres d'aluminium et de joints de colle jouant le rôle de points de cohésion. Le comportement mécanique du point de cohésion est étudié expérimentalement par des essais de traction, compression, cisaillement et application d'un couple. Les résultats sont introduits dans un code de calcul basé sur une méthode d'éléments discrets étendue au cas cohésif. La validation porte sur des essais de compression d'échantillons macroscopiques. La concordance est bonne entre simulation et expérience au niveau du comportement mécanique et des faciès de rupture. *Pour citer cet article : J.-Y. Delenne et al., C. R. Mecanique 330 (2002) 475–482.* © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

milieux granulaires / cohésion / comportement mécanique / rupture / mécanique des solides numérique / validation expérimentale

Mechanical behaviour and rupture of cohesive granular media

Abstract

The modelling of mechanical behaviour and rupture of cohesive granular media is carried out on a model medium made of aluminium cylinders and cohesive bonds playing the role of cohesion points. The mechanical behaviour of the cohesion point is studied under different loading situations (compression, traction, shearing, torque). The results are introduced into a code, which is based on a discrete element method extended to the cohesive case. The validation is achieved with compression tests of macroscopic samples. We notice a good correlation between simulation and experiment on the mechanical behaviour, on the appearance of fractures and their propagation. *To cite this article : J.-Y. Delenne et al., C. R. Mecanique 330 (2002) 475–482.* © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

granular media / cohesion / mechanical behaviour / rupture / computational solid mechanics / experimental validation

Abridged English version

Numerical methods such as 'Contact Dynamics', 'Event Driven', 'Discrete Element Method', based on a discrete description of the granular media [1] have led to a better understanding of contact and friction influences on the macroscopic mechanical non-cohesive material behaviour. However taking into account cohesive phenomena have been proved to be necessary in many cases when dealing with soils [2], compacted powders, products of agro-alimentary [3]. In these materials, the forces are transmitted not only by contact and friction between grains, but also by 'cohesive links' which ensure the behaviour of the macroscopic sample without containment. The global macroscopic behaviour and the appearance and propagation

Adresse e-mail : benet@imgc.univ-montp2.fr (J.-C. Bénéat).

of the fractures depend on the local behaviour of the cohesion between grains, on the rupture of this cohesion and on the friction between grains. In this study, we have chosen to introduce an ‘adhesive bond’ which ensures the cohesion between the grains at the contact point. This requires the introduction of a parameter allowing us, before rupture, to locate these points on each grain (Fig. 1). Before rupture, the cohesive point maintains the grains in contact. It obeys a cohesive local mechanical behaviour. The cohesion effort between grains is represented by a force and a moment. After rupture, we are in a classical contact and friction situation. Cohesion is implemented in a numerical code based on a ‘Discrete Element Method’ [8], which has been extended to the cohesive case. So far, the mechanical tests and the numerical simulations have been carried out on two-dimensional configurations. The mechanical behaviour of the cohesion bond is determined experimentally using samples made of two aluminium cylinders glued together by a resin. This pair of cylinders will be called ‘doublet’. The length of a cylinder is 60 mm, and the diameter is 8 mm. Four different mechanical devices are used to create traction, compression, shearing and torque tests, as represented on Fig. 3. For each one, series of ten trials were carried out. The doublet is tested at controlled loading velocity until rupture, and the corresponding effort is measured. The results do not vary significantly from one test to the next; therefore, averaged plots are given on Fig. 4. So far, a fragile elastic behaviour has been retained. This behaviour is characterized by two parameters: a slope and a rupture threshold. The various slopes are used to build the local cohesion laws in a linearized form (relation (4)). The values of the measured thresholds allow us to propose a paraboloid type criterion (Fig. 5), given by Eq. (5). The high value of the rupture compression threshold is taken into account by this criterion.

This approach has been validated on macroscopic samples made of cylinders glued together using the same process and resin as for the doublets. Two series of macroscopic samples were used. For the first series, regular arrangements of 33 cylinders (Fig. 6(a)) are used. For the second one, cylinder 12, 13, 18 or 19 was respectively withdrawn from the same kind of regular arrangement (Fig. 6(b)). Tests of compression at constant displacement velocity were carried out on some samples of the first series. Fig. 7 gives the force-displacement diagram for the experimental tests as well as the result of the numerical simulation carried out under the same conditions. We notice a good global shape of the diagram of the numerical simulation when compared to the experimental diagrams. The experimental and numerical stiffness are close together. Nevertheless, the numerical simulation seems to underestimate the rupture thresholds. This should result from the simplification adopted for the characterization of the local cohesion laws, which neglects the ductile aspect of these laws beyond the rupture. Fig. 8 represents the experimental and numerical fracture shapes. In both cases we notice the appearance of a triangular-shaped core in which cohesion was not destroyed. Compression tests at constant displacement velocity were carried out on samples of the second series (with defect). Fig. 9 gives the results when the 18th cylinder is missing (Fig. 6(b)). These results show a very good correlation on the force-displacement diagram, on both stiffness and rupture thresholds. Identical fracture shapes can also be noticed. Similar results are obtained in the case of defect in position 12, 13 and 19.

As a conclusion, this work has introduced a cohesion law and a rupture criterion deduced directly from microscopic scale experiments. Introduction of this cohesion model in a discrete element code led to results, which are in agreement with macroscopic compression tests. These improvements allow us to consider some applications to fragile material mechanics. The code led to a movie of the sample ruin, what enables to follow the fracture evolution. Such a code allows approaching the fractionation of products such as cereals endosperm according to the type-imposed loading [3,10] and opens up future prospects in discipline such as cohesive soil mechanics.

1. Introduction

Des méthodes numériques telles que «Contact Dynamics», «Event Driven», «Discrete Element Method», basées sur une description discrète des milieux granulaires [1] ont permis de mieux comprendre l’influence du contact et du frottement sur le comportement mécanique macroscopique de matériaux

non cohésifs. Cependant la prise en compte des phénomènes de cohésion s'avère nécessaire dans de nombreux cas tels que les sols [2], les poudres compactées, les produits de l'agroalimentaire [3]. Dans ces matériaux, les efforts sont transmis non seulement par des contacts frottants entre grains, mais aussi par l'intermédiaire de « liens cohésifs » qui assurent la tenue de l'échantillon macroscopique sans confinement. Le comportement mécanique avant rupture et à la rupture de ces liens détermine, en association avec le frottement, le comportement macroscopique global, l'apparition et la propagation de fractures.

Dans certains travaux concernant le comportement de matériaux formés de grains humides ou de roches cohésives [4,5], la modélisation de la cohésion s'appuie sur la vitesse relative des deux grains au point de contact en autorisant le glissement en ce point. Ce type de modèle se trouve en défaut pour décrire le comportement des solides. En particulier, il ne rend pas compte de la réversibilité totale ou partielle de la déformation dans le cas de comportements élastiques ou élastoplastiques.

Dans cette étude, il a été choisi d'introduire un « joint de colle » assurant la cohésion entre les grains aux points de contact. Ceci nécessite l'introduction d'un paramètre permettant, de situer ces points sur chaque grain. Avant rupture, le joint de colle maintient les grains en contact en développant un comportement mécanique local de cohésion. L'action de cohésion entre grains est représentée par une force et un couple. Après rupture, on se retrouve dans une situation classique de contact frottant [6,7]. On propose une implémentation de la cohésion dans un code de calcul de type « Méthode des Éléments Discrets ». Le comportement mécanique du point de cohésion est déterminé expérimentalement sur des doublets constitués par deux cylindres collés par une résine de synthèse. On présente ensuite une validation expérimentale dans un cas bidimensionnel. La validation porte sur la relation force-déplacement macroscopique et sur la capacité du code de calcul à décrire l'initiation et la propagation des fractures.

2. Modélisation mécanique des milieux granulaires avec cohésion

L'approche mécanique utilisée s'apparente à une approche lagrangienne où la cinématique et les déformations sont évaluées par rapport à un état de référence. La présence de la cohésion est de nature à limiter les amplitudes des mouvements ; les déplacements s'avèrent donc plus appropriés que les vitesses comme variables cinématiques dans cette étude. Dans le cas bidimensionnel de cette étude, la cinématique est décrite dans un repère global (O, \vec{x}, \vec{y}) .

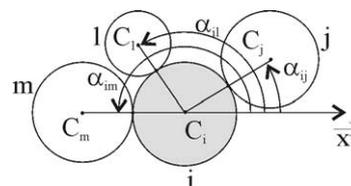
La méthode itérative des éléments discrets [8] est étendue au cas cohésif. Elle est appliquée à des disques notés i et j (Fig. 1). La cohésion se manifeste au niveau des points matériels I_i et I_j appartenant respectivement aux disques i (de centre C_i et de rayon R_i) et j (de centre C_j et de rayon R_j). L'état de référence est donné par les coordonnées des centres des disques et de leurs rayons. Les points de cohésion entre le disque i et ses disques voisins j, l, m, \dots sont repérés par les angles $\alpha_{ij}, \alpha_{il}, \alpha_{im}, \dots$

À l'état de référence, les points I_i et I_j sont confondus. Par la suite, ces deux points sont suivis dans leurs mouvements à travers les déplacements des disques i et j ainsi que les rotations θ_i et θ_j des disques i et j . On calcule, dans le repère local (\vec{n}, \vec{t}) , les déplacements normal d_n et tangentiel d_t ainsi que la rotation γ autour du point de cohésion, tels que définis sur la Fig. 2 et par les relations (1).

$$d_n = \|\overrightarrow{C_i C_j}\| - (R_i + R_j), \quad d_t = \overrightarrow{I_i I_j} \cdot \vec{t}, \quad \gamma = \theta_i - \theta_j \quad (1)$$

Figure 1. Caractérisation de l'état de référence.

Figure 1. Reference state characterisation.



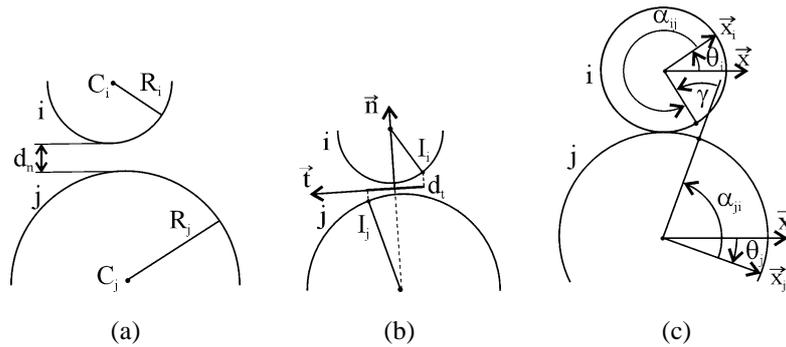


Figure 2. Degrés de liberté à l'échelle locale : (a) déplacement normal ; (b) déplacement tangentiel ; (c) rotation.
Figure 2. Degrees of freedom at local scale: (a) normal displacement; (b) tangential displacement; (c) rotation.

Si on se place à un point de contact entre deux grains, on distingue deux phases : la première, avant rupture du joint, caractérisée par un comportement cohésif ; la seconde, après rupture, mettant en jeu du contact et du frottement.

- Avant rupture du joint, le comportement de cohésion est pris en compte par l'intermédiaire de relations locales entre les déplacements d_n et d_t et de la rotation γ , d'une part, et les actions mécaniques entre deux grains : force normale f_n , force tangentielle f_t , couple M_γ , d'autre part. D'une façon générale, ces relations peuvent être exprimées selon une loi de cohésion du type :

$$(f_n, f_t, M_\gamma) = \psi(d_n, d_t, \gamma) \quad (2)$$

- Après rupture du joint, on affecte au contact les lois classiques de Signorini, régissant le contact, et de Coulomb, régissant le frottement [1]. La loi de Coulomb est utilisée sous la forme d'une relation force-vitesse.

Un critère de rupture local assure la transition entre la loi de cohésion et les lois de contact et de frottement. Ce critère peut s'exprimer, par l'intermédiaire d'un critère de rupture, sous la forme :

$$\kappa(f_n, f_t, M_\gamma)^{\text{rupt}} = 0 \quad (3)$$

On utilise un algorithme itératif. On connaît à l'instant t , pour chaque grain i , les positions (x_i, y_i, θ_i) , les vitesses et les accélérations. La relation (1) permet de déterminer les paramètres (d_n, d_t, γ) pour tous les joints de colle et la relation (2) permet d'en déduire (f_n, f_t, M_γ) . Pour les joints rompus, à partir des mêmes paramètres de position, on calcule les distances normales d_n et les vitesses de glissement. Les lois de contact et de frottement donnent accès aux forces de contact (f_n, f_t) .

L'application du principe fondamental de la dynamique et l'utilisation du schéma « Velocity Verlet » [9] donne les variables cinématiques à l'instant $t + dt$. A partir du critère de rupture (3), on examine si un point de colle est maintenu cohésif ou s'il passe en mode contact frottant lors de l'itération suivante.

3. Étude expérimentale de la cohésion et implémentation dans le logiciel

Dans un but de validation expérimentale de l'approche, la loi (2) ainsi que le critère de rupture (3) sont, dans notre cas, caractérisés sur un milieu modèle dans une configuration bidimensionnelle. Le milieu modèle choisi pour les expériences est constitué de cylindres d'aluminium collés par une résine de synthèse (Epolam 2010). La longueur des cylindres (60 mm) est choisie volontairement grande devant le diamètre (8 mm) de manière à se rapprocher d'une configuration bidimensionnelle. Pour caractériser

expérimentalement la cohésion, des doublets formés de deux cylindres collés entre eux sont sollicités en traction, compression, cisaillement et couple. On utilise une machine d'essais munie de capteurs de force de 1 kN et de 5 kN. Des mors spécifiques ont été réalisés pour effectuer les quatre types d'essais comme schématisés sur la Fig. 3. Pour chaque type de sollicitation, une série d'une dizaine d'essais a été réalisée. Pour chaque essai, on sollicite le doublet, à vitesse contrôlée, jusqu'à la rupture, et on mesure l'effort correspondant.

Les résultats varient peu d'un essai à l'autre ; une moyenne de la série par type de sollicitation, est donnée à la Fig. 4.

Dans un premier temps et afin de simplifier les calculs, l'examen de la Fig. 4, permet de retenir un comportement élastique fragile caractérisé par deux paramètres : une pente et un seuil à la rupture. Dans la suite, les différentes pentes seront utilisées pour expliciter les lois de cohésion locales sous la forme

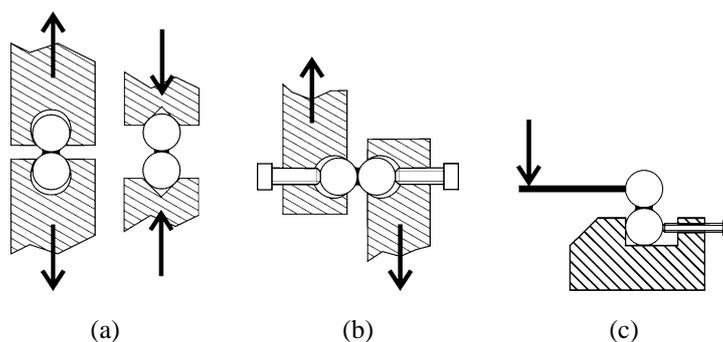


Figure 3. Dispositifs de réalisation des sollicitations : (a) traction/compression ; (b) cisaillement ; (c) couple.

Figure 3. Mechanical devices: (a) traction/compression; (b) shearing; (c) torque.

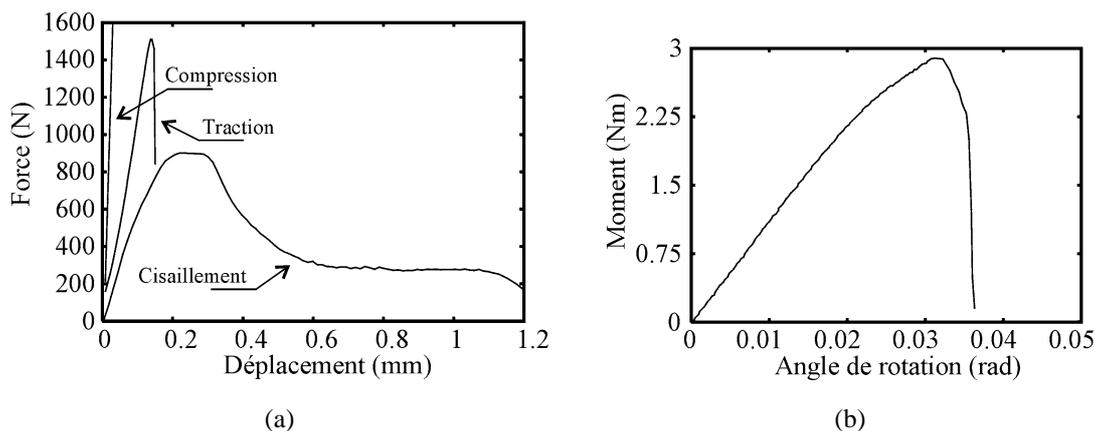


Figure 4. Caractérisation de la cohésion locale : (a) traction, compression et cisaillement (Force-déplacement) ; (b) couple (moment-rotation).

Figure 4. Characterisation of local cohesion: (a) traction, compression and shearing (Force-displacement); (b) torque (moment-rotation).

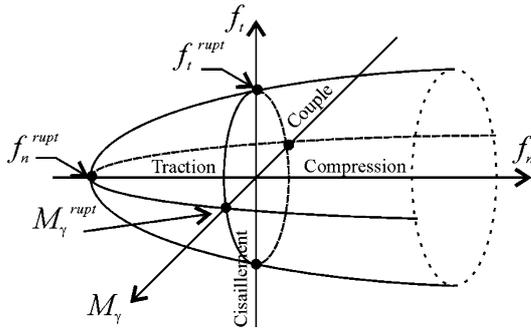


Figure 5. Critère de rupture.
Figure 5. Rupture criterium.

linéarisée :

$$(f_n, f_t, M_\gamma)^T = [\Psi] \cdot (d_n, d_t, \gamma)^T \quad \text{où } [\Psi] = \begin{pmatrix} \Psi_n & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_t & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_\gamma \end{pmatrix} \quad (4)$$

$\Psi_n = 10,8 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ en traction, $\Psi_n = 200 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ en compression, $\Psi_t = 4,2 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ en cisaillement et $\Psi_\gamma = 101 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ pour le couple. Les seuils sont utilisés pour expliciter le critère de rupture local. Les valeurs des seuils mesurés dans les essais locaux sont données par : $f_n^{\text{rupt}} = 1500 \text{ N}$ pour la traction, $f_t^{\text{rupt}} = 900 \text{ N}$ pour le cisaillement et $M_\gamma^{\text{rupt}} = 2,9 \text{ N} \cdot \text{m}$ pour le couple.

L'expérience montre que la valeur du seuil de rupture en compression est très élevée par rapport à celle en traction. Dans la suite, la valeur du seuil de rupture à la compression sera considérée comme infinie. Plusieurs formes de critères ont été testées ; le critère de type paraboloïde schématisé sur la Fig. 5 a été retenu.

Ce critère peut être formulé de la façon suivante :

$$\zeta = \left(\frac{f_t}{f_t^{\text{rupt}}} \right)^2 + \left(\frac{M_\gamma}{M_\gamma^{\text{rupt}}} \right)^2 + \frac{f_n}{f_n^{\text{rupt}}} - 1 \quad (5)$$

Si $\zeta < 0$ il y a cohésion, sinon il y a rupture du point de cohésion et les lois de contact et frottement sont alors utilisées.

4. Validation expérimentale

La validation porte sur des échantillons macroscopiques constitués de cylindres collés entre eux en utilisant la même technique et la même colle que pour les doublets. Deux séries d'échantillons macroscopiques ont été utilisées. La première série est caractérisée par des arrangements réguliers de 33 cylindres sans défaut (Fig. 6(a)) et la seconde comporte des défauts créés par le retrait d'un des cylindres 12, 13, 18 ou 19 (Fig. 6(b)). Neuf essais de compression à vitesse de déplacement constante ont été effectués sur des échantillons de la première série. Une presse munie d'un capteur de force de 400 kN a été utilisée. La Fig. 7 donne le diagramme force-déplacement pour les 9 essais expérimentaux, pour lesquels on notera une répétabilité acceptable. On a également fait figurer le résultat de la simulation numérique effectuée dans les mêmes conditions.

On note une allure générale satisfaisante du diagramme numérique en comparaison avec les diagrammes expérimentaux. Les raideurs expérimentales et numérique sont très voisines. Par contre, la simulation numérique semble sous-estimer les seuils de rupture expérimentaux. Ceci peut être attribué à la simplification adoptée pour la caractérisation des lois de cohésion locales qui négligent l'aspect ductile de ces lois au delà des seuils de rupture ; en particulier pour le cisaillement. La Fig. 8 représente un exemple de faciès de rupture expérimentale et numérique. On note dans les deux cas, l'apparition d'un noyau de forme

Figure 6. (a) Echantillon numérique macroscopique.
(b) Position des défauts dans l'échantillon.

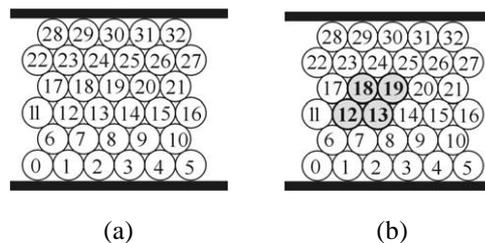


Figure 6. (a) *Macroscopic numerical sample.*
(b) *Position of the defects in the sample.*

Figure 7. Essais de compression sur les échantillons sans défauts.

Figure 7. *Compression tests on defectless samples.*

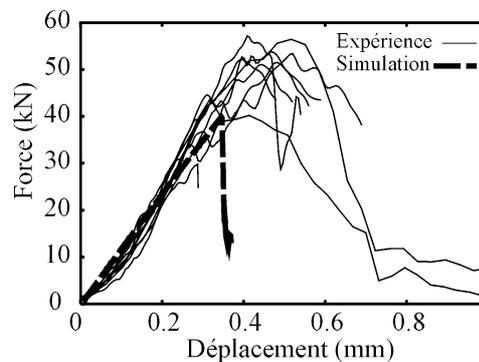
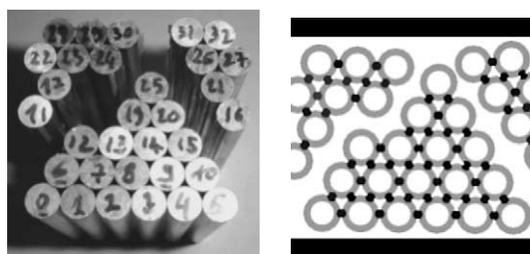
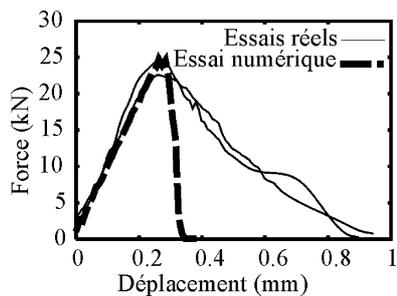


Figure 8. Exemple de ruptures expérimentale et numérique (échantillon régulier).

Figure 8. *Example of experimental and numerical ruptures (regular sample).*



(a)

(b)

(c)

Figure 9. Compression des échantillons avec défaut en position 18 : (a) force-déplacement ; (b) rupture expérimentale ; (c) rupture numérique.

Figure 9. *Compression of samples with defect in position 18: (a) force-displacement; (b) experimental rupture; (c) numerical rupture.*

triangulaire dans lequel la cohésion n'a pas été détruite. Des essais de compression à vitesse de déplacement constante ont été également effectués sur des échantillons avec défauts. La Fig. 9 donne les résultats dans le cas de défaut en position 18 (Fig. 6(b)). Ces résultats montrent une très bonne concordance au niveau du diagramme force-déplacement (Fig. 9(a)), à la fois en raideur et en seuil de rupture. On note également des faciès de rupture identiques (Figs. 9(b) et (c)). Des résultats similaires sont obtenus dans le cas de défaut en position 12, 13 et 19.

5. Conclusion

Les travaux présentés introduisent une loi de cohésion et un critère de rupture issus de l'expérience à l'échelle des liaisons entre grains. L'introduction de cette modélisation de la cohésion dans un code de calcul en éléments discrets conduit à des résultats en accord avec des essais de compressions macroscopiques aussi bien au niveau de la relation force-déplacement que des faciès de rupture. La méthode de prise en compte de la cohésion adoptée dans cette étude permet d'envisager l'application des techniques des milieux granulaires aux cas de matériaux solides. Le logiciel permet un suivi du système de fracture jusqu'à la ruine et conduit à un véritable film du fractionnement de l'échantillon. Il permet en particulier d'aborder le cas du fractionnement de l'albumen des céréales en fonction du type de sollicitations imposées [3,10] et ouvre des perspectives nouvelles dans des disciplines comme la mécanique des sols cohésifs. D'une manière générale l'approche proposée devrait permettre d'aborder la mécanique de la rupture sous un nouvel angle.

Références bibliographiques

- [1] B. Cambou, M. Jean, *Micromécanique des matériaux granulaires*, Hermes Sciences, Paris, 2001.
- [2] C. Nouguier, *Simulation des interactions outil-sol*, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, France, 1999.
- [3] Y. Haddad, J.-C. Bénet, J.-Y. Delenne, A. Mermet, J. Abecassis, Rheological behaviour of Wheat Endosperm – Proposal for classification based on the rheological characteristics of endosperm test samples, *J. Cereal Sci.* 34 (2001) 105–113.
- [4] C. Thornton, Z. Ning, A theoretical model for the stick/bounce behaviour of adhesive, elastic-plastic spheres, *Powder Technology* 99 (1998) 154–162.
- [5] D. Pisarenko, N. Gland, Modeling of scale effects of damage in cemented granular rocks, *Phys. Chem. Earth (A)* 26 (1–2) (2001) 83–88.
- [6] J.-J. Moreau, Contact et frottement en dynamique des systèmes de corps rigides, *Rev. Européenne des Éléments Finis* 9 (2000) 9–28.
- [7] F. Radjai, Multicontact dynamics of granular systems, *Comput. Phys. Comm.* 121–122 (1999) 294–298.
- [8] P.A. Cundall, O.D.L. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique* 29 (1979) 47–65.
- [9] M.P. Allen, D.J. Tildesley, *Computer Simulation of Liquids*, Oxford Science Publications, Oxford University Press, 1986.
- [10] F. Mabilie, Y. Haddad, J.-Y. Delenne, J.-C. Bénet, Experimental study of the rheology and the cracking of granular media with cementation, in: Y. Kishino (Ed.), *Powders and Grains*, 2001, Balkema, Lisse, 2001.