

Étude numérique de la convection mixte dans une cavité en forme de « T » soumise à un flux de chaleur constant et ventilée par le bas à l'aide d'un jet d'air vertical

Mostafa Najam^a, Mustapha El Alami^a, Mohammed Hasnaoui^b, Abdelkhalk Amahmid^b

^a Groupe énergétique, Département de physique, Faculté des sciences Aïn Chock, Université Hassan II, Casablanca, Maroc

^b Laboratoire de mécanique des fluides et énergétique, Département de physique, Faculté des sciences Semlalia, Université Cadi Ayyad, Marrakech, Maroc

Reçu le 6 juin 2001 ; accepté après révision le 12 mars 2002

Note présentée par Sébastien Candel.

Résumé

On étudie numériquement la convection mixte dans une cavité en forme de « T », chauffée à l'aide d'un flux de chaleur constant et soumise à un jet d'air frais par le bas. Les blocs chauffants sont identiques et le système présente une symétrie par rapport à un axe vertical passant par les milieux des ouvertures. Les équations régissant sont résolues à l'aide d'une méthode aux différences finies. Les paramètres de contrôle sont les nombres de Rayleigh ($0 \leq Ra \leq 10^6$), de Reynolds ($1 \leq Re \leq 1000$) et de Prandtl ($Pr = 0,72$), la hauteur relative des blocs chauffants ($B = h/H = 0,5$), la dimension C des ouvertures d'admission et d'évacuation de l'air ($C = l/L = 0,15$) et la distance relative D entre les blocs ($D = d/L = 0,50$). Les résultats obtenus, pour $H/L = 1$, montrent l'existence de solutions multiples et le transfert de chaleur en dépend de manière sensible. *Pour citer cet article : M. Najam et al., C. R. Mecanique 330 (2002) 461–467.* © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

transferts thermiques / convection mixte / transfert de chaleur / étude numérique / jet vertical / solutions multiples

Numerical study of mixed convection in a “T” form cavity submitted to constant heat flux and ventilated from below with a vertical jet

Abstract

A numerical study of the mixed convection is presented in a “T” form cavity, heated with constant heat flux and submitted to a vertical jet of fresh air from below. The heating blocks are identical and the system presents a symmetry with respect to a vertical axis passing by the middle of the openings. The governing equations are solved using the finite difference method. The parameters of control are the Rayleigh number ($0 \leq Ra \leq 10^6$), the Reynolds number ($1 \leq Re \leq 1000$), the Prandtl number ($Pr = 0.72$), the relative height of the heating blocks ($B = h/H = 0.5$), the dimension C of admission and evacuation openings ($C = l/L = 0.15$) and the relative distance D between the blocks ($D = d/L = 0.50$). The results obtained, with $H/L = 1$, show the existence of multiple solutions on which the resulting heat transfer depends significantly. *To cite this article: M. Najam et al., C. R. Mecanique 330 (2002) 461–467.* © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

Adresse e-mail : najam@facsc-achok.ac.ma (M. Najam).

Abridged English version

Numerous studies related to mixed convection phenomenon in channels have been reported in order to investigate the heat transfer and fluid flow in such geometries. This interest is dictated by its direct relation with the cooling of the components in electronic industries. In fact, the fast development of the electronic cards technology leads to compact and dissipating systems. A rigorous control of the operating temperatures of the electronic components becomes indispensable to avoid their damaging due to an eventual overheat resulting from the components heat dissipation. In mixed convection, important works have been reported on problems related to the cooling of the electronic components [1]. The recourse to this process of heat evacuation is justified by its simplicity and also by the low costs engendering. Generally, the components are disposed on horizontal cards [2,3] and submitted to an outside ventilation to evacuate the surplus of generated heat. A literature review of recent works shows the interest and the progress realized in this field. Also, when the components are disposed on the internal plates of an horizontal channel, the space between the components remains not well ventilated although in the case where the cooling process is ensured by a forced flow. In fact, the forced flow, being parallel to the plane containing the components, often engenders recirculating movements between the latter by reason of their high proximity. Consequently, this region is not ventilated.

The configuration considered here is obtained by modifying the repetitive geometry studied by Amahmid et al. [4] where the heat sources were considered as rectangular blocks maintained at constant heating temperature. Rigid adiabatic vertical walls are introduced here to suppress an eventual exchange of heat and mass between two contiguous modules. To allow a vertical ventilation of the system, two coaxial openings are added at the level of the horizontal rigid boundaries (Fig. 1). The governing equations, written in $\Omega - \psi$ formulation, were discretized by using a finite difference technique. A second order upwind scheme is employed to discretize the convective terms in the vorticity and energy equations in order to avoid eventual problems of instability often encountered at high Reynolds numbers and associated with the use of the central differences. The results obtained show that the problem has multiple solutions at relatively low Reynolds numbers such that the natural convection role is important and Ra varied in the range $10^4 \leq Ra \leq 10^6$. The plane (Re, Ra) was divided in regions showing clearly the zone where the natural convection dominates, that where there exists a competition between natural and forced convection and finally the one where the forced convection dominates. Also, useful correlations and the corresponding lines are plotted in that plane to limit the region where multiple solutions are obtained ($Re = 0.18Ra^{1/2}$) and that where the forced convection dominates ($Re_f = 14.6Ra^{1/3}$).

1. Introduction

Le développement rapide de la technologie des cartes électroniques a conduit à des assemblages de plus en plus compacts et dissipatifs. Un contrôle rigoureux des températures de fonctionnement des composants électroniques dans ces assemblages est devenu indispensable pour éviter leurs endommagements par d'éventuels surchauffes résultant de la dissipation de l'énergie des composants. En convection mixte, d'importants travaux ont été réalisés sur des problèmes de refroidissement des composants électroniques [1]. Le recours à ce processus d'évacuation de la chaleur est justifié par son efficacité et également par les faibles coûts qu'il nécessite. Généralement, les composants sont disposés sur des cartes horizontales [2,3]

et soumises à une ventilation extérieure pour évacuer le surplus de chaleur générée. Un tour d’horizon des différents travaux récents montre l’intérêt et les progrès réalisés dans ce domaine.

L’analyse bibliographique montre que dans le cas où les composants sont répartis sur les parois internes d’un canal horizontal, l’espace entre ceux-ci reste mal ventilé, même dans le cas où le refroidissement est assuré par un écoulement forcé. En effet, ce dernier étant parallèle au plan contenant les composants, engendre souvent des mouvements de recirculation entre ces derniers en raison de leur faible espacement qui ne permet pas à l’écoulement forcé d’y pénétrer. Il en résulte ainsi une accumulation de la chaleur entre les composants susceptible d’engendrer une augmentation de température de leurs surfaces latérales. Pour remédier à cet inconvénient, nous avons pensé à l’aménagement de deux ouvertures coaxiales et identiques au niveau des parois supérieure et inférieure de la cavité afin de favoriser un meilleur échange entre les faces verticales des blocs et le fluide caloporteur et assurer une circulation continue de l’air ambiant dans le système. Les parois verticales, adiabatiques et rigides ont été introduites pour empêcher toute interaction entre les différents domaines formant le canal [4]. Cette façon d’évacuer la chaleur dissipée par les composants peut constituer une alternative pour le refroidissement des cartes électroniques.

2. Configuration géométrique et formulation mathématique

La configuration étudiée est schématisée par la Fig. 1. Il s’agit d’une cavité en forme de «T» munie de deux ouvertures coaxiales, ventilée par le bas et soumise à un flux de chaleur uniforme au niveau des blocs. La paroi horizontale supérieure est maintenue froide à une température imposée. On suppose que l’écoulement et le transfert de chaleur sont bidimensionnels, que les propriétés du fluide sont constantes et l’approximation de Boussinesq est valide. Les équations adimensionnelles transitoires en termes de température T , de rotationnel Ω et de fonction de courant ψ sont :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial(u\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial(v\Omega)}{\partial y} = -\frac{\text{Ra}}{\text{Re}^2 \text{Pr}} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} = \frac{1}{\text{RePr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\Omega \quad (3)$$

$$u = -\frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad v = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (4)$$

avec u et v désignant respectivement les composantes horizontale et verticale de la vitesse. Les nombres de Rayleigh, Ra , de Reynolds, Re , et de Prandtl, Pr , sont définis par $\text{Ra} = g\beta q' H^4 / (\alpha\nu\lambda)$; $\text{Re} = v_0' H' / \nu$ et $\text{Pr} = \nu / \alpha$. La vitesse v_0' figurant dans la définition de Re est celle imposée à l’entrée de l’ouverture ; elle est considérée comme une vitesse de normalisation.

Les conditions aux limites thermiques et dynamiques associées au système d’équations (1)–(4) sont telles que :

$$T = \Omega = u = 0; \quad v = 1 \quad \text{et} \quad \Psi = x - 0,425 \quad (y = 0 \text{ et } 0,425 \leq x \leq 0,575)$$

$$T = 0 \quad (\text{paroi rigide supérieure; } y = 1)$$

$\Psi = 0$ sur les parois rigides situées à gauche des ouvertures et $\Psi = 0,15$ sur celles situées à droite de celles-ci.

$$\left| \frac{\partial T}{\partial n} \right| = 1 \quad (\text{blocs à flux imposé})$$

Quant aux valeurs de T , Ω et Ψ , au niveau de l’ouverture supérieure ($y = 1$ et $0,425 \leq x \leq 0,575$), elles sont extrapolées en leur imposant des dérivées secondes nulles par rapport à y [5,6].

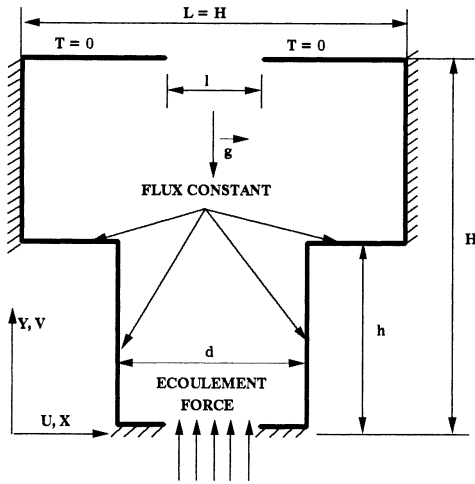


Figure 1. Configuration étudiée et axes de coordonnées.
 Figure 1. Studied configuration and coordinate system.

Le nombre de Nusselt local au niveau des surfaces des blocs, soumis à un flux de chaleur constant q' , est défini par :

$$Nu_{loc} = \frac{q' H'}{\lambda(T' - T'_f)} = \frac{1}{T} \quad (5)$$

où T' et T'_f désignent respectivement la température locale dimensionnelle du bloc chauffé et celle du jet d'air frais qui est considérée ici comme une température de référence. Le paramètre λ est la conductivité thermique du fluide et H' est la hauteur dimensionnelle de la cavité.

Le nombre de Nusselt moyenné sur les surfaces chauffées (faces horizontales et verticales des blocs) est défini par :

$$Nu = \left[\int_0^{0,5} \frac{1}{T} \Big|_{x=0,25} dy + \int_0^{0,25} \frac{1}{T} \Big|_{y=0,5} dx + \int_0^{0,5} \frac{1}{T} \Big|_{x=0,75} dy + \int_{0,75}^1 \frac{1}{T} \Big|_{y=0,5} dx \right] \quad (6)$$

Le nombre de Nusselt normalisé par rapport à la convection forcée est $Nu_n = Nu/Nu_f$. Le nombre de Nusselt de normalisation, Nu_f , est calculé à partir de la relation (6) avec $Ra = 0$ et $Re \neq 0$.

Les équations (1) et (2) ont été discrétisées à l'aide d'une méthode aux différences finies. Un schéma centré est utilisé pour les dérivations spatiales des termes diffusifs. Pour la discrétisation des termes convectifs, un schéma décentré amont a été utilisé [7]. L'intégration des équations (1) et (2) est assurée par une méthode implicite aux directions alternées (ADI). L'équation de Poisson (équation (3)) est traitée par une méthode de sur-relaxation par point (PSOR). Le code numérique a été validé en comparant les résultats du présent code avec ceux de Amahmid et al. [4] en convection naturelle pure dans une géométrie répétitive. Une concordance qualitative et quantitative en termes de ψ_{ext} et Nu_n a été observée.

3. Résultats et discussion

3.1. Structure de l'écoulement

On présente des champs d'écoulement et de température typiques correspondant aux différentes solutions obtenues en régime stationnaire. Pour chaque valeur de Ra , l'existence de plus d'une solution a été trouvée fortement dépendante du nombre de Re dont la valeur devrait être inférieure à un seuil critique (Re_c), caractérisant un début de domination de l'écoulement forcé. Ainsi, pour $Ra = 10^5$ et $Re = 5$ ($Re \ll Re_c \approx 50$), les Figs. 2a–2c montrent des lignes de courant et des champs de température correspondant

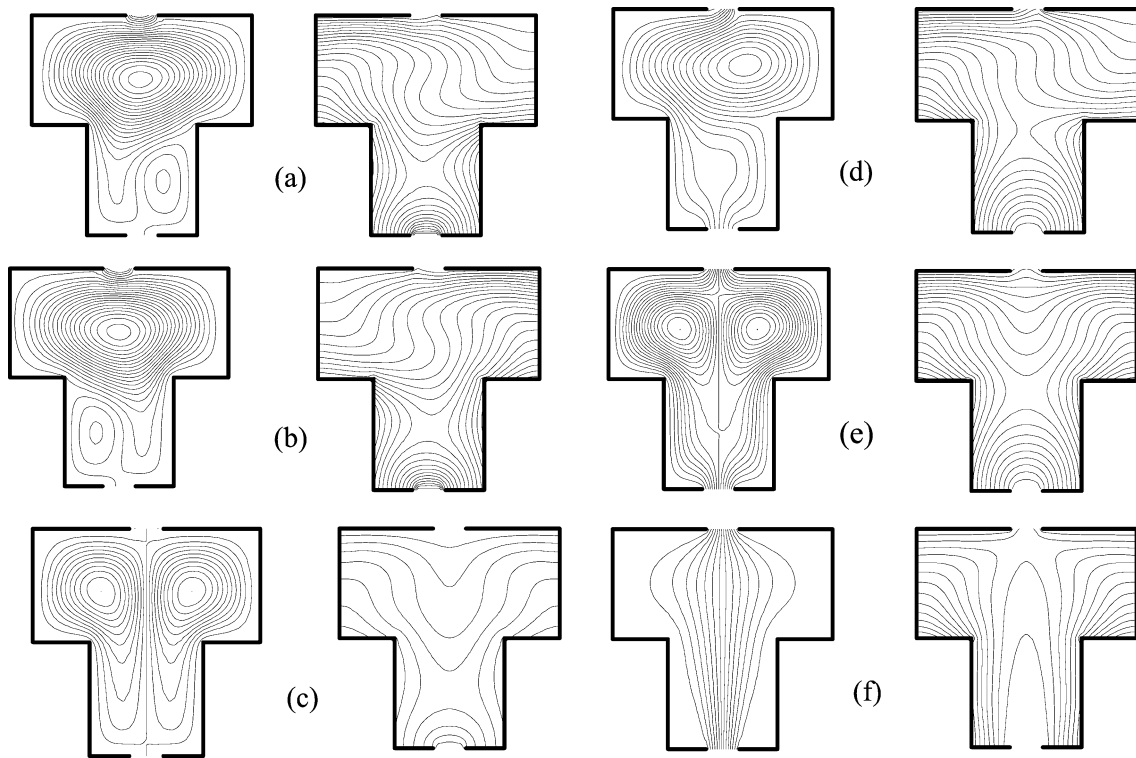


Figure 2. Lignes de courant et isothermes pour $Ra = 10^5$, $B = 0,50$ et $C = 0,15$: (a) $Re = 5$ (EUD), $(\Psi_{\max}, \Psi_{\min}) = (1,932; -0,415)$, (b) $Re = 5$ (EUG), (c) $Re = 5$ (ESB), $(\Psi_{\max}, \Psi_{\min}) = (1,130; -0,980)$, (d) $Re = 30$ (EUD), $(\Psi_{\max}, \Psi_{\min}) = (0,332; -0,032)$, (e) $Re = 30$ (ESB), $(\Psi_{\max}, \Psi_{\min}) = (0,171; -0,021)$ et (f) $Re = 200$, $(\Psi_{\max}, \Psi_{\min}) = (0,150; 0,000)$ (écoulement forcé).

Figure 2. Streamlines and isotherms for $Ra = 10^5$, $B = 0.50$ and $C = 0.15$: (a) $Re = 5$ (EUD), $(\Psi_{\max}, \Psi_{\min}) = (1.932, -0.415)$, (b) $Re = 5$ (EUD), (c) $Re = 5$ (ESB), $(\Psi_{\max}, \Psi_{\min}) = (1.130, -0.980)$, (d) $Re = 30$ (EUD), $(\Psi_{\max}, \Psi_{\min}) = (0.332, -0.032)$, (e) $Re = 30$ (ESB), $(\Psi_{\max}, \Psi_{\min}) = (0.171, -0.021)$ et (f) $Re = 200$, $(\Psi_{\max}, \Psi_{\min}) = (0.150, 0.000)$ (forced flow).

aux trois solutions obtenues dont deux sont images réciproques par rapport à un miroir vertical (Figs. 2a et 2b) et pour lesquelles les nombres de Nusselt, Nu_n , sont identiques. Pour les Figs. 2a et 2b, l'effet de la convection naturelle est caractérisé par la formation d'une grande cellule tournant dans le sens horaire/trigonométrique si l'écoulement forcé la contourne par le côté gauche/droit. Cette solution est également marquée par la présence d'une cellule secondaire dans la partie inférieure droite/gauche de la micro cavité et dont la présence dépend de l'intensité de l'écoulement forcé. Ce type d'écoulement sera appelé écoulement unicellulaire droit/gauche et noté EUD/EUG respectivement dans le cas des Figs. 2a et 2b. La distribution des champs de température correspondant respectivement à ces deux figures témoigne d'un meilleur échange thermique au voisinage de la partie gauche/droite de la paroi froide en raison du contact direct de l'air de l'écoulement forcé, chauffé au préalable par le bloc gauche/droit, avec cette paroi. Une chute de température est observée dans la partie supérieure des parois verticales chauffées (Figs. 2a–2c). Celle-ci est due au retour du fluide formant les cellules fermées après être refroidi loin des parois à flux imposé. La solution correspondant à la Fig. 2a a été obtenue en initialisant le code numérique à partir d'une solution où l'effet de la convection forcée est dominant ($Ra = 0$ et $Re \neq 0$). L'obtention de son image (Fig. 2b) a nécessité tout simplement l'initialisation du code à partir d'une solution de l'EUD avec inversion du signe de ψ à l'intérieur du domaine. Quant à la troisième solution, celle correspondant à la Fig. 2c, elle

est bicellulaire et symétrique (EBS), obtenue en partant d'une solution dominée par la convection forcée ($Re > Re_c$) pour diminuer ensuite progressivement la valeur du nombre de Reynolds jusqu'à 5. Dans la zone de coexistence de ces trois solutions, toute augmentation de Re se fait au détriment de la taille et de l'intensité des cellules fermées comme on peut voir sur les Figs. 2d et 2e montrant respectivement des solutions de types (EUD) et (EBS) pour $Re = 30$ et $Ra = 10^5$. Pour cette valeur de Re , les cellules convectives sont affaiblies et chassées de la micro cavité. En dehors de la zone de compétition ($Re > Re_c$), la solution est unique et l'écoulement forcé, organisé en forme de poire, prend le dessus sur la convection naturelle comme indiqué sur la Fig. 2f pour $Re = 200$.

3.2. Transfert de chaleur

La variation du nombre de Nusselt, Nu_n , en fonction de Re , est présentée sur la Fig. 3 pour différentes valeurs de Ra . Comme la normalisation de Nu_n est faite par rapport à la convection forcée, la Fig. 3 montre, de manière générale, que ce paramètre varie dans le même sens que Ra et diminue en augmentant Re . Pour $Ra = 10^4$, l'effet de la convection naturelle est insignifiant devant celui de la convection forcée ($Nu_n = 1$). Cependant, pour des Ra supérieurs, cet effet se manifeste par la formation de cellules fermées. Pour $Ra = 5 \times 10^4$, le nombre de Nusselt est maximum dans la zone où le rôle de la convection naturelle est le plus important ($1 \leq Re \leq 5$). Au delà de cette gamme de Re , Nu_n décroît suite à une augmentation de ce paramètre en suivant la branche des solutions des EUD et EUG (branche supérieure) puisque le nombre de Nusselt généré par ces deux solutions est identique. Cette diminution se poursuit jusqu'à l'atteinte d'une valeur critique corrélée par $Re_c = 0,18Ra^{1/2}$ caractérisant la disparition des solutions correspondant aux EUD et EUG. Pour cette valeur de Ra , la branche inférieure de Nu_n correspondant à l'ESB a été obtenue par diminution progressive de Re à partir de Re_c . Au point d'intersection des deux branches correspondant à la plus faible valeur de Re , la solution de l'ESB disparaît au profit de celle de l'EUD/EUG lorsqu'on diminue davantage Re . Dans la zone de coexistence des solutions multiples, l'EUD/EUG conduit à un Nu_n plus élevé que celui généré par l'ESB. En fait, le long de la branche inférieure correspondant à l'ESB, le nombre de Nusselt, Nu_n , est réduit en raison du décollement de l'écoulement forcé au niveau des faces horizontales des blocs. A partir de Re_c , Nu_n se stabilise légèrement puis chute ensuite vers 1 quand les cellules de l'ESB disparaissent. Pour $Ra = 10^5$, on obtient deux branches dans la zone $1 \leq Re \leq 10$ avec un

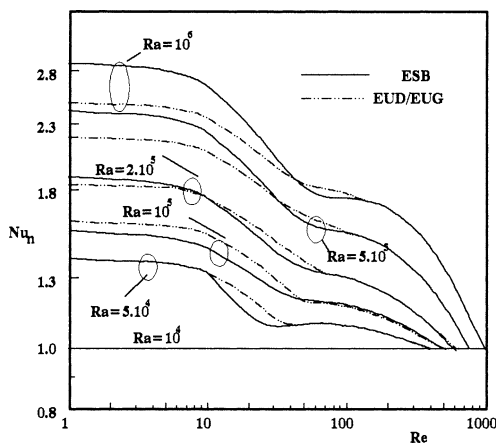


Figure 3. Variations de Nu_n en fonction de Re pour différents Ra .

Figure 3. Nu_n variations with Re for various Ra .

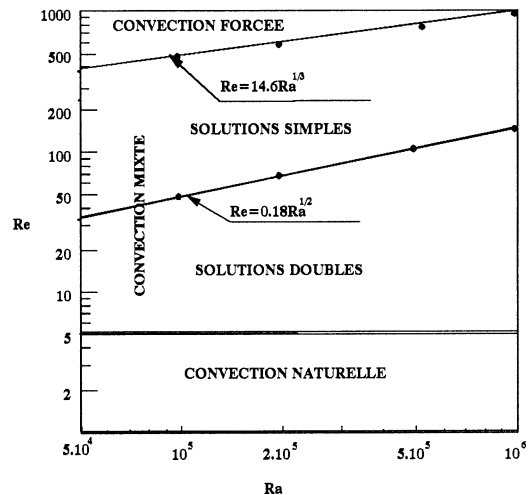


Figure 4. Variation des Re_c critiques en fonction de Ra .

Figure 4. Critical Re_c variation with Ra .

Nu_n plus élevé dans le cas de l'EUD/EUG pour les raisons précédemment citées. Ce phénomène s'inverse à partir de $Ra = 1,6 \times 10^5$ et Re se trouvant dans la gamme $1 \leq Re \leq 10$. En effet, les cellules convectives sont plus ancrées dans la micro cavité et plus intenses. Elles ramènent davantage d'air frais vers le fond de celle-ci favorisant ainsi l'interaction avec les faces verticales des blocs. Pour $Ra = 2 \times 10^5$, la chute de Nu_n observée à partir de $Re = 10$ devient plus accentuée pour la branche supérieure de l'ESB ce qui engendre un chevauchement des deux branches en ce point, dû à une meilleure contribution des faces verticales et de la face horizontale droite/gauche actives au nombre de Nusselt dans le cas de l'EUD/EUG. Ce phénomène s'accroît en augmentant Ra avec un écartement de plus en plus important des branches aux faibles Re . Les points de chevauchement sont décalés vers les Re élevés à mesure que Ra augmente. A titre d'indication, ce point se situe à $Re = 30$ pour $Ra = 5 \times 10^5$ et passe à $Re = 50$ pour $Ra = 10^6$.

Sur la Fig. 4, le plan (Re, Ra) a été divisé en 3 régions principales caractérisant chacune un comportement spécifique du fluide. En effet, pour Ra donné, une augmentation progressive de Re à partir des faibles valeurs, conduit à un Nu_n maximum tant que $Re \leq 5$. Au-delà de cette valeur de Re , une importante diminution de Nu_n est observée et la multiplicité des solutions disparaît (disparition d'une branche de Nu_n) dès que ce paramètre atteint une valeur critique dépendant de Ra et corrélée par $Re_c = 0,18Ra^{1/2}$. Pour des valeurs de Re supérieures à cette limite, seules les cellules de l'ESB résistent à l'écoulement forcé jusqu'à l'atteinte d'une seconde valeur limite de ce paramètre ($Re_f = 14,6Ra^{1/3}$) caractérisant la domination de la convection forcée.

4. Conclusion

Les principales conclusions émanant de cette étude préliminaire sont les suivantes :

- Pour $Ra \geq 5 \times 10^4$, l'existence de trois solutions a été prouvée. Deux de ces solutions sont des images réciproques et engendrent des nombres de Nusselt identiques.
- En général, Nu_n correspondant à l'ESB est plus faible ; comparé à celui engendré par l'EUD/EUG.
- L'apport de la convection naturelle est maximum et pratiquement indépendant de Ra tant que $Re \leq 5$.
- Une seule solution est obtenue pour des valeurs de Re excédant une valeur limite corrélée par $Re_c = 0,18Ra^{1/2}$ et la convection forcée domine pour des valeurs de Re supérieures à une valeur critique corrélée par $Re_f = 14,6Ra^{1/3}$.

Références bibliographiques

- [1] A. Bar-Cohen–Thermal, Management of air and liquid-cooled multi-chip modules, IEEE Trans. Components, Hybrids, Manufacturing Technol. CHMT-10 (2) (1987) 159–175.
- [2] M.E. Braaten, S.V. Patankar, Analysis of laminar mixed convection in shrouded arrays of heated rectangular blocks, Int. J. Heat Mass Transfer 28 (1985) 1699–1709.
- [3] S. Ray, J. Srinivasan, Analysis of laminar mixed convection cooling in a shrouded array of electronic components, Int. J. Heat Mass Transfer 35 (4) (1991) 815–822.
- [4] A. Amahmid, M. Hasnaoui, P. Vasseur, Multiplicité des solutions en convection naturelle dans une géométrie répétitive, Int. J. Heat Mass Transfer 42 (1999) 2991–3005.
- [5] T. Tomimura, M. Fujii, Laminar mixed heat transfer between parallel plates with localized heat sources, in: Proc. Int. Symp. On Cooling Technology for Electronic Equipment, Honolulu, 1988, pp. 233–247.
- [6] C. Yücel, M. Hasnaoui, L. Robillard, E. Bilgen, Mixed convection in open ended inclined channels with discrete isothermal heating, Numer. Heat Transfer, Part A 34 (1993) 109–126.
- [7] P.J. Roache, Computational Fluid Dynamics, Hermosa, 1982.