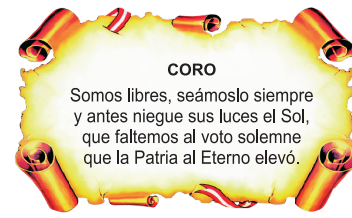


SÍMBOLOS DE LA PATRIA



Bandera Nacional



Himno Nacional



Escudo Nacional

DECLARACIÓN UNIVERSAL DE LOS DERECHOS HUMANOS

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

- Artículo 1**
Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.
- Artículo 2**
Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).
- Artículo 3**
Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.
- Artículo 4**
Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.
- Artículo 5**
Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.
- Artículo 6**
Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.
- Artículo 7**
Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).
- Artículo 8**
Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).
- Artículo 9**
Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.
- Artículo 10**
Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.
- Artículo 11**
1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.
- Artículo 12**
Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.
- Artículo 13**
1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.
- Artículo 14**
1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.
- Artículo 15**
1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.
- Artículo 16**
1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.
- Artículo 17**
1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.
- Artículo 18**
Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).
- Artículo 19**
Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).
- Artículo 20**
1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.
- Artículo 21**
1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.
- Artículo 22**
Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.
- Artículo 23**
1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.
- Artículo 24**
Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.
- Artículo 25**
1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.
- Artículo 26**
1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.
- Artículo 27**
1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.
- Artículo 28**
Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.
- Artículo 29**
1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.
- Artículo 30**
Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.

Resolvamos problemas

Manual para el docente

Secundaria

4



MINISTERIO DE EDUCACIÓN

EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

1. Democracia y Estado de Derecho

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

2. Equidad y Justicia Social

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las personas que conformamos esta socie-

dad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

3. Competitividad del País

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado

Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

Resolvamos problemas

Manual para el docente

Secundaria

4

REPÚBLICA DEL PERÚ



MINISTERIO DE EDUCACIÓN



Resolvamos problemas 4

Manual para el docente

Editado por

Ministerio de Educación
Calle Del Comercio N.º 193, San Borja
Lima 41, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Propuesta de contenidos:

Javier Saturnino Álvarez Quirhuayo
Olber Muñoz Solís

Revisión pedagógica:

Olber Muñoz Solís

Diseño y diagramación:

Carlos Héctor Boza Loayza

Corrección de estilo:

Mario Jhonny Ávila Rubio

Primera edición: setiembre de 2017

Tiraje: 4379 ejemplares

Impreso por

Consorcio Corporación Gráfica Navarrete S.A., Amauta Impresiones Comerciales S.A.C., Metrocolor S.A. Se terminó de imprimir en marzo de 2018, en los talleres gráficos de Metrocolor S. A., sito en Jr. Los Gorriones N.º 350, Urb. La Campiña, Chorrillos, Lima.

©Ministerio de Educación

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

N.º 2018-03195

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*



Querido(a) docente:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el manual de *Resolvamos problemas 4*, cuyo propósito es ofrecerte sesiones de aprendizaje para abordar las situaciones significativas presentadas en cada ficha del cuaderno de trabajo.

Las sesiones de aprendizaje que se proponen están estructuradas de la siguiente manera:

Inicio

Se presentan sugerencias para organizar a los equipos de trabajo, promoviendo una atención diferenciada, de manera que se brinde mayor apoyo al equipo que requiere consolidar los aprendizajes propuestos. Se presentan los propósitos por lograr y las pautas para el trabajo en equipo.

Desarrollo

Se explica cómo está organizada la sección *Aprendemos*, cuyas actividades han sido planteadas de acuerdo con las fases de *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).

Se sugiere que, para dar respuesta a las interrogantes de la sección *Aprendemos*, se realice un trabajo conjunto entre el docente y los estudiantes del equipo que requiere mayor atención. Para asegurar el logro de los aprendizajes propuestos, se presentan respuestas sugeridas a las interrogantes planteadas en las fases de *Resolución de problemas*.

En lo que respecta a la sección *Analizamos*, se abordan las tres situaciones con sus respectivas resoluciones: en las situaciones A y B, los estudiantes explicarán, reconocerán y describirán los procesos y las estrategias que se utilizaron para su resolución; y en la situación C, reconocerán el error de definiciones y de cálculo, a partir de lo cual plantearán la corrección del correspondiente proceso de resolución.

Por otro lado, se brindan indicaciones de cómo los estudiantes deberán desarrollar las situaciones de contexto propuestas en la sección *Practicamos*, las cuales se organizan por colores con relación al grado de dificultad. Así, pues, el verde identifica a las situaciones de familiarización, que serán desarrolladas por los estudiantes que se encuentran en el nivel inicio; el amarillo refiere situaciones de traducción simple, que serán desarrolladas por los que se hallan en proceso; y el azul corresponde a situaciones de traducción compleja, que serán desarrolladas por quienes se encuentran en el nivel destacado. Esta sección *Practicamos* deberá ser trabajada por cada estudiante de manera individual.

Cierre

Se promueve la reflexión del proceso de aprendizaje, mediante preguntas o indicaciones propuestas por el docente, que permiten a los estudiantes explicar sus dificultades en el desarrollo de las actividades propuestas y cómo lograron superarlas, así como describir las estrategias empleadas en este proceso.

Reforzamos en casa

Son situaciones de contextos diversos que se presentan en la sección *Practicamos*, donde se indica qué situaciones deberá desarrollar el estudiante que se ubica en cada nivel (inicio, proceso y destacado).

Finalmente, te invitamos a continuar transitando el camino de la gestión de los aprendizajes, con el fin de contribuir con tu talento al desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes a tu cargo.

Índice

	Conociendo algunas estrategias	Página 6
Sesión 1	Elaboramos abono natural	Página 13
Sesión 2	El planeta Marte	Página 20
Sesión 3	Toma de decisiones	Página 28
Sesión 4	Un poco de historia	Página 36
Sesión 5	La leyenda del juego de ajedrez	Página 43
Sesión 6	Poliedros en una glorieta	Página 50
Sesión 7	Crédito hipotecario para una vivienda	Página 57
Sesión 8	Rutas a una de las nuevas maravillas del mundo	Página 64
Sesión 9	Creamos ambientes verdes	Página 72
Sesión 10	Entradas al teatro	Página 80

Sesión 11	Registro de asistencia	Página 87
Sesión 12	Reservas de gas natural en Camisea	Página 95
Sesión 13	Alimentos y nutrientes	Página 102
Sesión 14	El repartidor de pizzas	Página 109
Sesión 15	Elaboramos una quena	Página 116
Sesión 16	El interés simple y compuesto en la toma de decisiones	Página 124
Sesión 17	¿Dónde se encontrarán?	Página 133
Sesión 18	Tomamos decisiones	Página 142
Sesión 19	El mandala	Página 152
Sesión 20	Propagación de la microalga <i>Chlorella</i>	Página 161

Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

1. Estrategias de comprensión

Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuántos estados se perciben en el texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a la situación.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del texto que da origen a un problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números,

diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo para aclarar este enfoque:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde. Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que el docente tome todos los problemas del cuaderno y realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraseos por cada problema presentado. Esos ejercicios le ayudarán a mejorar su desempeño en la conducción de las tareas en el aula.

Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se

va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

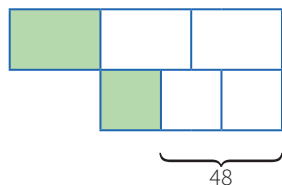
Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y $\frac{1}{3}$ del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	x	18
Felipe	x	8	$x + 5$	
TOTAL		8		

Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

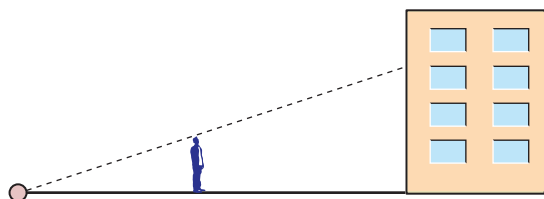
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

Solución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

Solución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



Diagramas conjuntistas

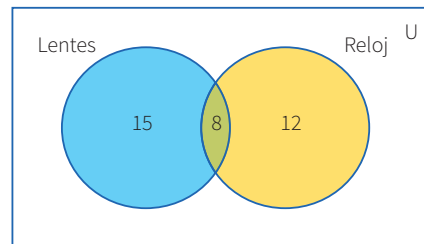
Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes, y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

Solución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.
Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



Diagramas cartesianos

Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

Ejemplo:

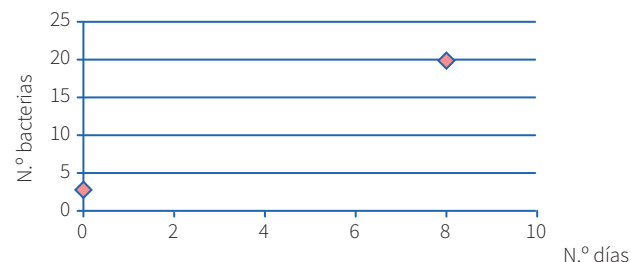
El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

Solución:

Cantidad:

Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.

Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

Solución:

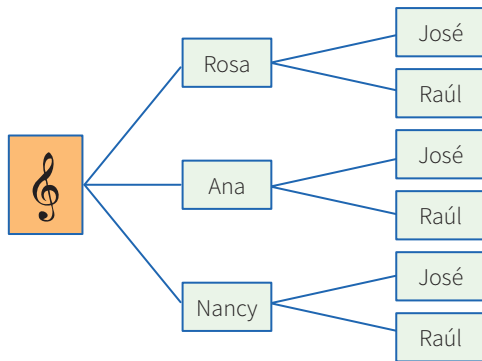
Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto



Diagramas de árbol

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

Ejemplo: Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



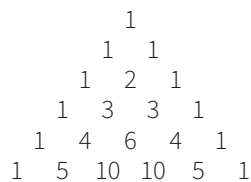
3. Otras estrategias

Busca patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

Ejemplo:

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.



Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma

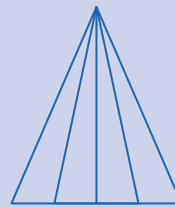
de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

Haz una lista sistemática

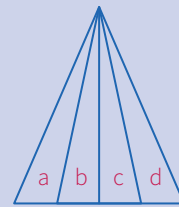
En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

Ejemplo:

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.



Solución:

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:
 - Triángulos con una letra: a-b-c-d
 - Triángulos con dos letras: ab-bc-cd
 - Triángulos con tres letras: abc-bcd
 - Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ triángulos.

Generaliza

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

Ejemplo:

Halla el valor de $(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2$.

Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

$$(n + 1)^2 - n^2, \text{ cuando } n \text{ vale } 234\ 756\ 473$$

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

$$(n + 1 + n)(n + 1 - n) = (n + 1) + n$$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier n entero positivo, se cumple:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

Entonces:

$$(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2 = 469\ 512\ 947$$

Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale $S/100$ y elijo primero el descuento, termino pagando $S/106$. Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.
- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La

combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

Ejemplo:

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

Solución:

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como $\div 2, -3$.
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos: $x = 90$

Plantea una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

Ejemplo:

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas, y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

Solución:

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.

- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]; \text{ simplificando:}$$

$$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x; \text{ de donde } x = 2,4 \text{ horas}$$

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

Establece submetas

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 22 millones de habitantes y se sabe que la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



©Shutterstock

Solución:

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 44 millones. Si bien, aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



©Shutterstock

Solución:

- Primero se observa que $50 \times 50 = 2500$, número que no llega; y que $60 \times 60 = 3600$, el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- 55×56 no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar $53 \times 54 = 2862$, el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con $56 \times 57 = 3192$, se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

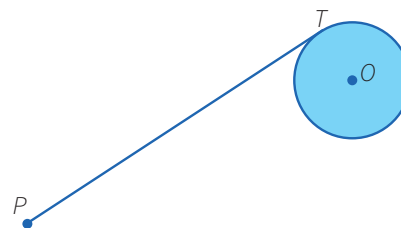
Supón el problema resuelto

Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto T es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos O con T , tendremos que OT es perpendicular a PT .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados, P , T y O , es posible hacer un triángulo uniendo el punto P con el punto O . Se observa que el triángulo es rectángulo.



Elaboramos abono natural

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes. Transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) y a repartos proporcionales.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, la relación entre la variación de magnitudes y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y establecer relaciones entre dichas representaciones.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos y métodos gráficos para solucionar situaciones de proporcionalidad.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
- ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.

- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
- ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
- ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Establecer relaciones de equivalencias entre datos planteando modelos de proporcionalidad.
 - Realizar diferentes representaciones para interpretar la relación entre la variación de magnitudes.
 - Usar estrategias o procedimientos para el desarrollo de situaciones que involucren proporcionalidad.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿En qué consiste la situación inicial?

El problema consiste en elaborar abono “BOCASHI” para las tierras de Raymundo.

2. ¿Qué debes averiguar?

Los insumos y la cantidad necesaria de ellos para poder abonar sus tierras.

3. ¿En qué consiste la proporcionalidad?

La proporcionalidad es la igualdad de dos razones aritméticas o geométricas.

4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Descríbelo.

Es similar a los problemas de situaciones de reparto proporcional.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

Realizar un diagrama tabular.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Aplica la estrategia que seleccionaste.

De acuerdo con lo marcado, se espera que el estudiante genere o elabore una tabla de información con los datos necesarios para resolver la situación propuesta.

2. Para dar respuesta a las preguntas de la situación inicial, completa la tabla.

Materia prima	Unidad	Para 60 sacos	Para 30 sacos	Para 150 sacos
Carbón vegetal	Saco	15	7,5	37,5
Cascarilla de arroz	Saco	12	6	30
Semolina de arroz	Saco	3	1,5	7,5

3. ¿Qué insumos le alcanzarán para producir la cantidad de abono deseado?

Le alcanzará la semolina de arroz, pero no la cascarilla de arroz ni el carbón vegetal.

4. ¿Cuántos sacos le faltarán de cada uno de los insumos mencionados, si fuera el caso?

Le faltarán 10 sacos de cascarilla de arroz y 2,5 sacos de carbón vegetal.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Podrías haber resuelto la situación inicial usando una ruta diferente? Descríbela.

Se puede resolver la situación aplicando la regla de tres simple directa.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

Comparando las magnitudes de cada materia prima de acuerdo con los datos proporcionados y aplicando la regla de tres simple directa, se puede ir obteniendo los resultados mostrados en la tabla del ítem 7.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, que les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:
 1. Describe el proceso realizado en la resolución.
 - Se determina la relación de los kilómetros recorridos y el tiempo empleado es una proporcionalidad directa.
 - Se realiza la relación de los datos mediante una regla de tres simple.
 - Se determina el recorrido en kilómetros en una hora veinte minutos.
 2. Describe otra forma de resolver la situación A.
 - Aplicamos la estrategia de reducción a la unidad.
 - Calculamos el recorrido en kilómetros en un minuto.
 - Luego multiplicamos el recorrido realizado en un minuto por la cantidad de minutos que demora en llegar el autobús (80 min).
 - Encontramos el recorrido en kilómetros en 80 min.
 3. ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al utilizado en la situación inicial?

Se encuentra que las magnitudes son directamente proporcionales, y se utiliza la regla de tres simple directa.
- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

La situación resuelta presenta todos los pasos necesarios para su respectiva solución, pero muestra errores de cálculo en su aplicación.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Aparece un error de cálculo al momento de simplificar la expresión.

Dice: $\frac{50 \times 100}{100} = \frac{5 \times 10}{10} = \frac{50}{10} = 5 \text{ ml}$

Debe decir: $\frac{50 \times 100}{100} = \frac{50 \times 10}{10} = \frac{500}{10} = 50 \text{ ml}$

3. Si la solución no fuera la correcta, ¿cuál sería la respuesta de la situación C?

La mezcla resultante será de 30,4 % de pureza.

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar



- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. En una fábrica de zumo de frutas se utilizan botellas de 750 ml. Estas, una vez llenas, se distribuyen en paquetes de 12 unidades a un precio de S/18 el paquete. ¿Cuánto costará un paquete de 16 botellas?
a) S/24,00 b) S/27,00 c) S/22,50 d) S/36,00
2. ¿Dentro de cuántos años la relación entre las edades de dos personas será igual a 7/6 si sus edades actuales son 40 y 30 años, respectivamente?
a) 30 años b) 40 años c) 50 años d) 60 años
3. Un grupo de tres amigos recibe S/720 por un trabajo. ¿Cuánto recibirá el que laboró más horas si trabajaron 5; 6 y 7 horas, respectivamente?
a) S/200 b) S/240 c) S/280 d) S/300
4. Se mezclan 2 litros de alcohol al 60 % con 3 litros al 80 %. ¿Qué grado de pureza tendrá la nueva mezcla?

Respuesta adecuada

El estudiante determina el grado de pureza de la nueva mezcla:

Componentes	Porcentaje	Multiplicando
2 L	60 %	120
3 L	80 %	240
Suma 5		Suma: 360

El grado de pureza está dado por $Gp = \frac{360}{5} = 72\%$

Respuesta parcial

El estudiante realiza la relación por cada uno y halla la cantidad de litros.

$$\text{Para el alcohol de 60 \% } Gp = \frac{2 \times 60}{100} = 1,2 \text{ L}$$

$$\text{Para el alcohol de 80 \% } Gp = \frac{3 \times 80}{100} = 2,4 \text{ L}$$

Respuesta inadecuada

No responde a la situación planteada.

5. José cobra S/80 por pintar una pared de 2 m de alto y 10 m de largo, mientras que Javier cobra S/70 por pintar la misma pared. ¿Cuánto más cobrará José respecto de Javier si cada uno pintase una pared de 1 m de largo y 8 m de alto?
a) S/10 b) S/4 c) S/32 d) S/28
6. Una máquina embotelladora llena 480 botellas en 40 minutos. Otra máquina similar llena 600 botellas en una hora. ¿Cuántas botellas menos embotellará la segunda máquina respecto a la primera en el lapso de dos horas y media?
a) 100 b) 200 c) 300 d) 400

7. Un comerciante cuenta con dos tipos de vino, cuyos precios se muestran en la siguiente tabla:

Vino	Cantidad	Precio por litro
Tipo 1	18 litros	S/12
Tipo 2	6 litros	S/15

Si se mezclan uniformemente los dos tipos de vino, ¿cuánto costará un litro de la mezcla?

Respuesta adecuada	Respuesta parcial												
El estudiante logra comprender el problema y lo desarrolla de la siguiente forma:	Cuando el estudiante encuentra el precio total de cada uno de los vinos:												
$P_m = \frac{18 \times 12 + 6 \times 15}{18 + 6} = 12,75$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Vino</th> <th>Cantidad</th> <th>Precio unitario</th> <th>Costo de la cantidad de vino</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Tipo 1</td> <td>18 L</td> <td>S/12</td> <td>S/216</td> </tr> <tr> <td>Tipo 2</td> <td>6 L</td> <td>S/15</td> <td>S/90</td> </tr> </tbody> </table>	Vino	Cantidad	Precio unitario	Costo de la cantidad de vino	Tipo 1	18 L	S/12	S/216	Tipo 2	6 L	S/15	S/90
Vino	Cantidad	Precio unitario	Costo de la cantidad de vino										
Tipo 1	18 L	S/12	S/216										
Tipo 2	6 L	S/15	S/90										
El precio por litro de la mezcla es S/12,75.	Respuesta inadecuada No responde la situación planteada.												

8. Con 18 obreros se puede hacer una obra en 40 días. ¿En cuántos días podrían realizar la misma obra 10 obreros que son el cuádruple de hábiles que los anteriores?

- a) 20 días **b) 18 días** c) 10 días d) 15 días
9. Estás preparando tu propio aliño para la ensalada. He aquí una receta para 100 mililitros (ml) de este aderezo.

Aceite para ensalada	60 ml
Vinagre	30 ml
Limón	10 ml

¿Cuántos mililitros de aceite para ensalada y vinagre en total necesitas para preparar 150 ml de este aliño?

- a) 45 ml b) 90 ml **c) 135 ml** d) 150 ml
10. A un hombre ingresado en un hospital del seguro social le ponen una inyección de penicilina. Su cuerpo la va descomponiendo gradualmente, de modo que, una hora después de la inyección, solo el 60 % permanece activa. Esta pauta continúa: al final de cada hora, solo permanece activo el 60 % de la penicilina presente al final de la hora anterior.

Supón que al hombre se le ha administrado una dosis de 300 miligramos de penicilina a las 8 de la mañana. ¿Qué cantidad tendrá aún activa a las 10 de la mañana?

Respuesta adecuada	Respuesta parcial															
El estudiante encuentra la relación por cada hora:	El estudiante solo logra encontrar el valor hasta las 9:00 a.m.															
<table border="1"> <thead> <tr> <th>A las 8:00 a.m.</th> <th>A las 9:00 a.m.</th> <th>A las 10:00 a.m.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>Queda el 60 %</td> <td>Queda el 60 % de lo que queda a las 9:00 a.m.</td> </tr> <tr> <td>300 mg</td> <td>$\frac{300 \times 60}{100} = 180$</td> <td>$\frac{180 \times 60}{100} = 108$</td> </tr> </tbody> </table>	A las 8:00 a.m.	A las 9:00 a.m.	A las 10:00 a.m.		Queda el 60 %	Queda el 60 % de lo que queda a las 9:00 a.m.	300 mg	$\frac{300 \times 60}{100} = 180$	$\frac{180 \times 60}{100} = 108$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A las 8:00 a.m.</th> <th>A las 9:00 a.m.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>Queda el 60 %</td> </tr> <tr> <td>300 mg</td> <td>$\frac{300 \times 60}{100} = 180$</td> </tr> </tbody> </table>	A las 8:00 a.m.	A las 9:00 a.m.		Queda el 60 %	300 mg	$\frac{300 \times 60}{100} = 180$
A las 8:00 a.m.	A las 9:00 a.m.	A las 10:00 a.m.														
	Queda el 60 %	Queda el 60 % de lo que queda a las 9:00 a.m.														
300 mg	$\frac{300 \times 60}{100} = 180$	$\frac{180 \times 60}{100} = 108$														
A las 8:00 a.m.	A las 9:00 a.m.															
	Queda el 60 %															
300 mg	$\frac{300 \times 60}{100} = 180$															
A las 10:00 a.m. le queda 108 mg de penicilina.	Respuesta inadecuada No responde a la situación planteada.															



El planeta Marte

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con números racionales.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión de la noción de densidad en los números racionales al identificar al menos un nuevo número racional entre otros dos racionales.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, combina y adapta estrategias de cálculo, estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con números irracionales, racionales e intervalos, usando las propiedades de los números y las operaciones, según se adecúen a las condiciones de la situación.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 1, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Hacer aproximaciones de cantidades numéricas racionales y realizar operaciones.
 - Representar con lenguaje numérico un decimal no periódico y la densidad en el conjunto \mathbb{Q} .
 - Usar procedimientos para realizar operaciones con raíces inexactas, cantidades en notación científica e intervalos.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿Qué datos te proporciona la tabla?

Se brinda información sobre diversas magnitudes de la Tierra y Marte, como su radio ecuatorial, su masa, etc.

2. ¿Qué te solicita la situación inicial?

Solicita comparar los diámetros y perímetros de los planetas Tierra y Marte.

3. ¿Qué entendemos por perímetro?

El perímetro es la suma de las longitudes de todos los lados de una figura geométrica plana.

4. ¿Qué debemos entender por diámetro?

El diámetro es el segmento de recta que pasa por el centro y une dos puntos opuestos de una circunferencia.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

Realizar un diagrama tabular.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Aplica la estrategia que seleccionaste para dar solución a la situación inicial.

De acuerdo con lo marcado, se espera que el estudiante genere o elabore una tabla de información con los datos necesarios para resolver la situación propuesta.

2. Completa la tabla con la información faltante.

Planeta	Diámetro ecuatorial	Perímetro
Tierra	2	40 074,156 km
Marte	1	20 037,078 km

3. Expresa matemáticamente el perímetro ecuatorial de cualquier planeta.

El perímetro de una figura curva o circunferencia se determina así: $L_{\text{circunferencia}} = 2\pi r$

4. Responde cada una de las preguntas propuestas en la situación inicial.

- a) La Tierra
- b) 20 037,078 km
- c) 40 074,156 km
- d) 1 : 2

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. Describe la estrategia empleada para resolver la situación inicial.

A partir de la tabla elaborada, se encuentran los diámetros y perímetros respectivos. Aplicando la fórmula de la longitud de una circunferencia, equivale a la relación $2\pi r$, donde r es el radio de la circunferencia y π , el número irracional que aproximado a las centésimas equivale a 3,14.

2. Plantea una nueva situación que requiera utilizar la estrategia.

Se puede seguir planteando situaciones que soliciten encontrar el radio y el perímetro de los otros planetas del Sistema Solar.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:

1. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

Se escribe cada fracción en decimal.

Se ubican los números en la recta numérica teniendo en cuenta la relación de orden en los números racionales.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

Se utilizó la recta numérica como apoyo para ubicar dichos números racionales.

3. ¿De qué otra forma se puede solucionar la situación A?

Expresamos el decimal en su forma de fracción y homogenizamos los denominadores; ubicamos en la recta numérica dichas fracciones.

4. Escribe dos números fraccionarios entre 0,85 y 1,4.

Primero expresamos los decimales en su forma fraccionaria:

$$0,85 = 17/20$$

$$1,4 = 28/20$$

Podemos escribir todas las fracciones que tienen el mismo denominador y que se encuentran entre $17/20$ y $28/20$. Ejemplo:

$18/20$; $19/20$; $20/20$; $21/20$; etc.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. ¿Has encontrado algún error en la resolución de la situación C? Explica.

Sí, porque no están ordenados adecuadamente, ya que la medalla de oro debió ganarlo el atleta de la calle 3; la de plata, el atleta de la calle 2, y la de bronce el de la calle 6.

Lo anterior invalida los cálculos desarrollados.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Como el bronce lo tendría el atleta de la calle 6, asumimos que su tiempo de reacción será el mínimo permitido: 0,110 segundos, con lo cual reduciría su tiempo en $0,216 - 0,110 = 0,106$ segundos. Así haría un tiempo de $10,04 - 0,106 = 9,934$ y alcanzaría la medalla de plata.

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

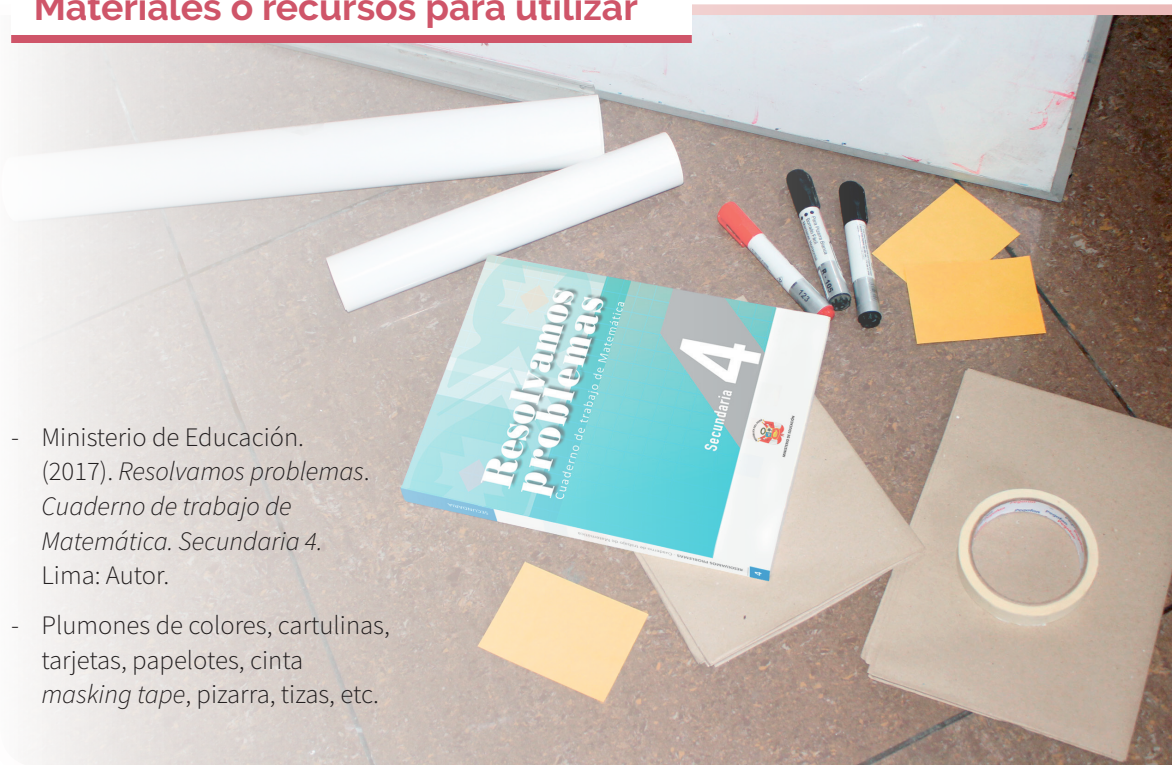
- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar



- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.

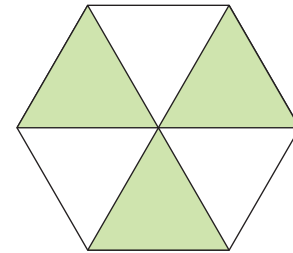


Practicamos

1. Considerando los datos de la tabla, ¿en cuántos meses terrestres Marte logra dar una vuelta completa alrededor del Sol?

Magnitudes	Tierra	Marte
Distancia media al Sol	1 UA	1,5 UA
Duración del año	1 año	1,9 años
Duración del día	24 horas	25 horas

- a) 12,9 meses b) 13,9 meses **c) 22,8 meses** d) 32,8 meses
2. Un parque hexagonal está conformado por seis áreas en forma de triángulo equilátero, tal como se muestra en la figura. Las tres áreas no sombreadas se destinarán para juegos y las otras tres serán jardines. Sabiendo que el lado de cada triángulo equilátero es de 8 m, ¿en cuál de los siguientes intervalos se encuentra el área total de los jardines, aproximadamente?



- a) [26,5 ; 28,5] **c) [80,1 ; 86,1]**
- b) [70,6 ; 74,6] d) [100,3 ; 105,3]
3. La capacidad de almacenamiento de los discos duros de las computadoras se mide en *gigabytes* (GB). Se sabe que una computadora tiene dos discos duros de 286,33 GB y 460,4 GB, aproximadamente. ¿En cuál de los intervalos siguientes se encuentra la capacidad total de almacenamiento que tiene dicha computadora si se conoce que el espacio total de ambos discos tiene un error de $\pm 0,17$ GB?
- a) [173,90 ; 174,24] b) [286,16 ; 286,50] c) [460,23 ; 460,57] **d) [746,56 ; 746,90]**

4. **Envases de bebidas**

Una empresa embotelladora piensa lanzar al mercado una nueva bebida de nombre *Peruinka*, la cual se envasará en botellas de $\frac{1}{4}$ litro, $\frac{1}{2}$ litro, 1 litro, $1\frac{1}{2}$ litros y 2 litros.

Para realizar la venta, la empresa exige al comprador que en caso su pedido sea el mínimo o igual a 1500 litros, la tercera parte deberá ser despachada en envases de 2 litros y la mitad en envases de un litro y medio.

El precio de venta de la bebida *Peruinka*, según los envases, es como se observa en el siguiente cuadro:

Envase	Precio
$\frac{1}{4}$ litro	S/0,50
$\frac{1}{2}$ litro	S/1,20
1 litro	S/2,00
$1\frac{1}{2}$ litros	S/2,50
2 litros	S/3,50

Calcula lo que debe pagar una persona que compra 1500 litros en bebidas *Peruinka* si el resto del pedido se le despacha en botellas de un cuarto de litro.

Respuesta adecuada	Respuesta parcial
$\frac{1}{3} \cdot 1500 = 500$ litros; la cantidad de envases es de 250 unidades. Su costo es de $3,50 \times 250 = S/875$.	$\frac{1}{3} \cdot 1500 = 500$ litros; la cantidad de envases es de 250 unidades.
$\frac{1}{2} \cdot 1500 = 750$ litros; la cantidad de envases es de 500 unidades. Su costo es de $2,50 \times 500 = S/1250$.	$\frac{1}{2} \cdot 1500 = 750$ litros; la cantidad de envases es de 500 unidades.
Queda 250 litros, que deben ser envasados en botellas de $\frac{1}{4}$; la cantidad de envases es de 1000 unidades. Su costo es de $1000 \times 0,50 = S/500$.	Quedan 250 litros, que deben ser envasados en botellas de $\frac{1}{4}$; la cantidad de envases es de 1000.
El pago total es de $875 + 1250 + 500 = S/2625$.	Respuesta inadecuada Cualquier otro valor que no esté considerado en la respuesta adecuada.

5. En la fábrica de lácteos “El Granjero”, están buscando un envase cilíndrico para la nueva presentación de leche chocolatada. Para ello, tienen tres propuestas de envases, de las cuales se muestran a continuación las respectivas medidas de sus radios y alturas.

Propuestas	Radio	Altura
A	4,2 cm	5 cm
B	3,5 cm	6 cm
C	2,7 cm	9 cm

Se sabe que el envase buscado debe contener, aproximadamente, 225 ml. ¿Cuál de los envases propuestos es el que más se acerca al buscado para la leche chocolatada? (1 ml \equiv 1 cm³)

Nota: Considerar el valor de $\pi \approx 3$

- a) Envase A **b)** Envase B c) Envase C d) Faltan datos
6. Las medidas de los neumáticos se regulan por estándares internacionales que fijan los límites de tolerancia de dichas medidas, ya sea por defectos de fábrica, el uso o las condiciones ambientales. En la siguiente tabla se muestran los límites de tolerancia para el ancho y el diámetro de los neumáticos del tractor agrícola.

Límites de tolerancia en las medidas de neumáticos para tractor agrícola.

Ancho	Diámetro
-2 % hasta +4 %	-1 % hasta +1,5 %



Dados los límites anteriores, calcula el intervalo de tolerancia del ancho y del diámetro para el neumático que se muestra en la figura de la derecha, cuyas medidas de fabricación son:

Ancho: 443,00 mm y diámetro: 1654,00 mm

- a) Ancho: [442,98 ; 443,04]; diámetro: [1653,99 ; 1654,02] c) Ancho: [441,00 ; 447,00]; diámetro: [1653,99 ; 1654,02]
- b) Ancho: [434,14 ; 460,72]; diámetro: [1637,46 ; 1678,81] d) Ancho: [438,57 ; 443,40]; diámetro: [1653,00 ; 1655,50]
7. En relación con los neumáticos, desde que están nuevos, la dilatación media (estiramiento) del diámetro y del ancho del neumático posterior de un tractor agrícola es de 0,5 % cada ocho meses; esto se debe al trabajo regular que realiza o a las condiciones ambientales. Determina el intervalo de tiempo de vida útil que tiene dicho neumático antes de exceder los límites de tolerancia establecidos para el ancho en el problema anterior.

Respuesta adecuada	Respuesta parcial
Si el límite mínimo del ancho es de -0,02 y se indica que se desgasta -0,005 por cada 8 meses, entonces $\frac{-0,02}{-0,005} = 4$. Multiplicando este resultado por 8, obtenemos el tiempo estimado, que es de 32 meses o su equivalente de 2 años y 8 meses.	Realiza cálculos adecuados, pero con error operativo.
	Respuesta inadecuada No responde a la situación propuesta.

8. El bramante

—¿Más cordel? —preguntó la madre, sacando las manos de la tina en que lavaba. Ayer mismo te di un buen ovillo. ¿Para qué necesitas tanto? ¿Dónde lo has metido?

—¿Dónde lo he metido? —contestó su hijo—. Primero cogiste la mitad para atar los paquetes de ropa blanca, y la mitad de lo que quedó se la llevó Tom para pescar.

—Debes ser condescendiente con tu hermano mayor —dijo la madre.

—Lo fui. Quedó muy poquito y de ello cogió papá la mitad para arreglarse los tirantes que se habían roto. Luego María necesitó dos quintos del resto, para atar no sé qué...

—¿Qué has hecho con el resto del cordel? —preguntó la madre.

—¿Con el resto? ¡No quedaron más que 30 cm!

¿Qué longitud tenía el cordel al principio?

- a) 380,75 cm b) 600 cm **c) 400 cm** d) 300 cm

9. De las afirmaciones:

- I. $\forall a \in \mathbb{Q}$, se tiene $(a^2)^{\frac{1}{2}} = a$
- II. $\forall a \in \mathbb{Q}, \forall r \in \mathbb{R}$, existe a^r
- III. Si $a \in \mathbb{Q}$ y $\forall r \in \mathbb{R}$, existe a^r , entonces existe r^a

se puede deducir que:

- a) I, II y III son falsas.** c) Solo II es verdadera.
- b) Solo II y III son verdaderas. d) Solo II es falsa.

10. Una empresa alquila automóviles a sus clientes de acuerdo con dos planes. En el primero puede alquilar uno en \$180 a la semana con kilometraje ilimitado, mientras que en el segundo plan alquila el mismo automóvil por \$120 a la semana más 25 centavos de dólar por cada kilómetro recorrido. Encuentra los valores de kilometraje semanal para los cuales es más barato alquilar un automóvil con el segundo plan.



Respuesta adecuada El estudiante plantea la siguiente inecuación: Siendo x la cantidad de kilometraje y $\$180 \equiv 18\,000$ centavos, $\$120 \equiv 12\,000$ centavos, entonces $18\,000 > 12\,000 + 25x$ $6\,000 > 25x$ $240 > x$ El kilometraje semanal debe ser por debajo de los 240 kilómetros.	Respuesta parcial Realiza cálculos adecuados, pero con error operativo.
	Respuesta inadecuada No responde a la situación propuesta.



Toma de decisiones

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Representa las características de una población mediante el estudio de variables cualitativas y cuantitativas, y el comportamiento de los datos de una muestra representativa a través de medidas de tendencia central, la desviación estándar o gráficos estadísticos.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión de la desviación estándar en relación con la media para datos agrupados en una distribución de datos, según el contexto de la población en estudio.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona, emplea y adapta procedimientos para determinar la media y la desviación estándar de datos continuos.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
- ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.

- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 2, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
- ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
- ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Reconocer variables cualitativas y cuantitativas de una población y analizar el comportamiento de los datos a través de medidas de tendencia central.
 - Representar mediante lenguaje matemático la desviación estándar en relación con la media para datos agrupados.
 - Usar estrategias y procedimientos para determinar las medidas de tendencia central y la desviación estándar.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿En qué consiste la situación inicial?

En analizar los tiempos invertidos por los clientes en cada uno de los cajeros de una entidad financiera.

2. ¿Qué debes averiguar?

El tiempo promedio que demora un cliente en cada uno de los cajeros.

3. ¿Qué significa el tiempo promedio?

Es el dato representativo de todos los datos de una serie dada.

4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.

Sí, a algunos que presentan situaciones en las que se pide obtener el promedio de notas en un determinado curso.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

Un diagrama tabular.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Aplica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

Se debe generar una tabla de distribución de frecuencias para cada uno de los cajeros.

2. Completa la tabla con las marcas de clase.

Tiempo (min)	Marca de clase
[0 ; 10[$(0 + 10) : 2 = 5$
[10 ; 20[$(10 + 20) : 2 = 15$
[20 ; 30[$(20 + 30) : 2 = 25$
[30 ; 40[$(30 + 40) : 2 = 35$
[40 ; 50[$(40 + 50) : 2 = 45$
[50 ; 60[$(50 + 60) : 2 = 55$
[60 ; 70[$(60 + 70) : 2 = 65$
[70 ; 80]	$(70 + 80) : 2 = 75$

3. Expresa matemáticamente el promedio en función de la marca de clase.

$$\bar{X} = \frac{f_1 \cdot X_1 + f_2 \cdot X_2 + \dots + f_n \cdot X_n}{n}$$

Donde f : frecuencia absoluta, y X : marca de clase.

4. Responde la pregunta de la situación inicial.

Aplicando la fórmula y con los datos en la tabla inicial, se obtiene:

Agencia 1: $\bar{X} = 43,7$

Agencia 2: $\bar{X} = 25,5$

Agencia 3: $\bar{X} = 38,2$

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿La estrategia que has reconocido se puede aplicar en otras situaciones? Plantea un ejemplo.

Sí, por ejemplo, cuando se requiere encontrar el promedio de las tallas de todos los estudiantes de cuarto de secundaria de una determinada institución educativa.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

Se calcularon las marcas de clase de cada intervalo y se procedió a aplicar la fórmula respectiva para encontrar el promedio en cada caso.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:
 1. ¿La solución es correcta? Explica.

Es correcta. Las operaciones realizadas y el proceso no arrastran error alguno.
 2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

La estrategia utilizada es la del conteo de frecuencias.
 3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

Se realizan los respectivos conteos de frecuencias y se comparan en función de la efectividad que tuvieron al realizar las canastas o encestes.
- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

Todos los pasos mostrados para la obtención de la desviación estándar son los adecuados, incluyendo la fórmula de ella. Solo se observa error en el cálculo.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Existe un error de cálculo al momento de realizar la suma en el numerador. Primero se debieron calcular las potencias para luego recién proceder a sumar. En este caso se procedió al revés, se sumaron las bases y luego el resultado se elevó al cuadrado.

La respuesta correcta es desviación estándar igual a 0,52341.

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

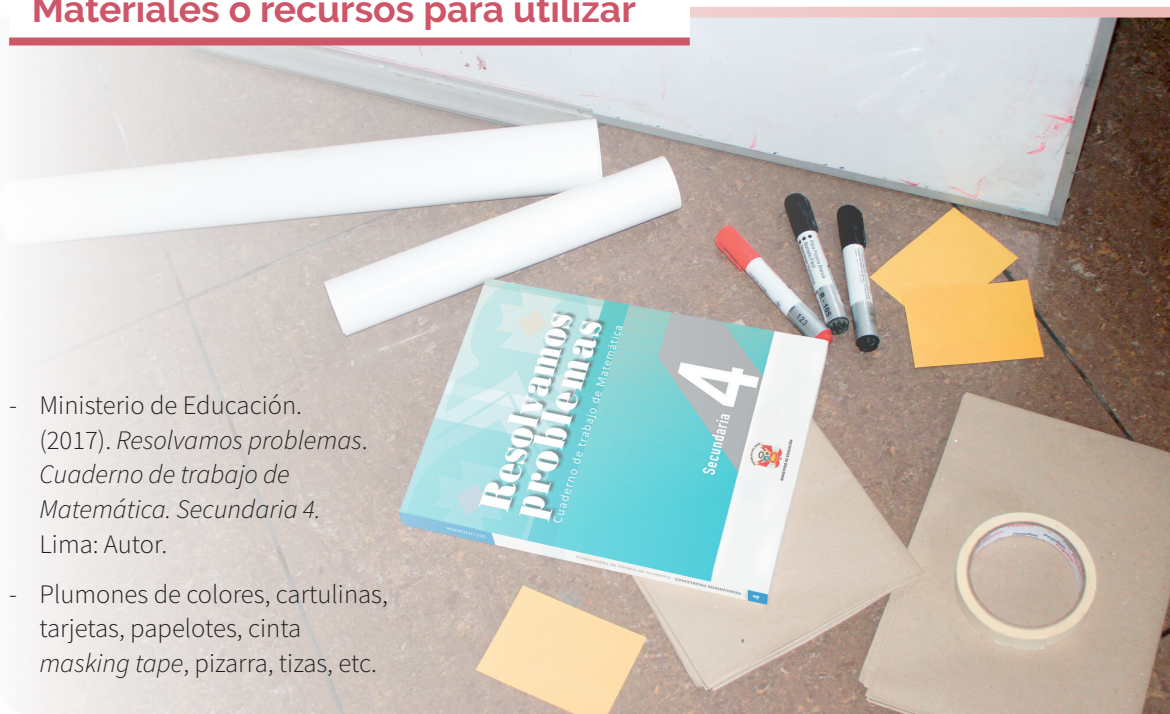
- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar



- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

Una distribuidora de artefactos eléctricos tiene cinco tiendas (A, B, C, D y E). Las ventas de cada tienda en el verano, en miles de soles, se muestran en la siguiente tabla, la cual tiene algunas casillas sin información. Se incluyen, además, los promedios por tienda y por mes.

	Enero	Febrero	Marzo	Promedio
A	36	41	55	44
B	28	39	50	39
C	23	26	38	29
D	85	32	72	63
E	73	47	45	55
Promedio	49	37	52	46

Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

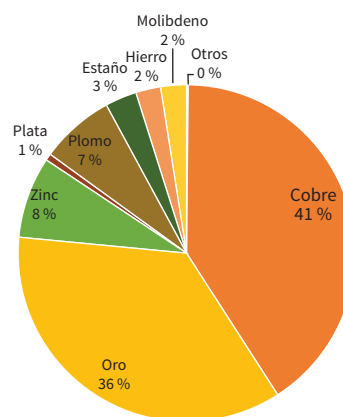
- ¿Cuánto vendió la tienda C en febrero?
 a) S/26 000
 b) S/28 000
 c) S/32 000
 d) S/36 000
- ¿Cuál es la diferencia en ventas entre la tienda que más vendió en el verano y la que menos vendió?
 a) S/24 000
 b) S/34 000
 c) S/72 000
 d) S/102 000

3. EXPORTACIONES

Los siguientes diagramas muestran información sobre las exportaciones mineras en millones de dólares.



Distribución de la exportación de los minerales del Perú en el año 2010



Fuente: <https://goo.gl/MWbqvF>

¿Cuál fue el valor (en millones de dólares) de las exportaciones de cobre en el año 2010?

- a) 7649,37 b) 6708,01 c) 7820,28 d) 8906,43

4. Un estudiante de una universidad debe rendir en uno de sus cursos cinco prácticas, un examen parcial y un examen final. El siguiente cuadro muestra los puntajes de sus cinco prácticas y de su examen parcial:

P1	P2	P3	P4	P5	Ex. parcial	Ex. final
12	14	11	12	11	16	

El puntaje final del curso se obtiene asignando ciertos pesos al promedio de prácticas, al examen parcial y al examen final. Estos pesos son 40 %, 30 % y 30 %, respectivamente.

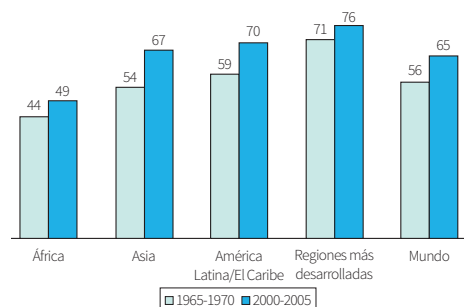
¿Cuál debe ser el puntaje mínimo que debe obtener el estudiante en el examen final para que el puntaje final del curso sea, por lo menos, 15?

Respuesta adecuada	Saca el promedio de los puntajes: $\frac{96 + 96 + 6x}{20} = 15$
El estudiante realiza lo siguiente:	$192 + 6x = 300$
Suma las cinco prácticas y saca el promedio:	$6x = 300 - 192$
$\frac{12 + 14 + 11 + 12 + 11}{5} = 12$, pero estas prácticas tienen peso de 40 % del puntaje máximo que es 20, por lo cual se multiplica $12 \times 8 = 96$.	$x = \frac{108}{6} = 18$
Saca el peso del examen parcial (16), que tiene peso 30 % del puntaje máximo, que es 20, entonces multiplica $16 \times 6 = 96$.	La nota mínima en el examen final debe ser 18.
Saca el peso del examen final (x), que tiene peso 30 % del puntaje máximo, que es 20, entonces se multiplica $x \cdot 6$.	Respuesta parcial Formula las operaciones pertinentes pero con error de cálculo.
	Respuesta inadecuada No responde a la pregunta formulada.

5. El siguiente gráfico muestra la variación, en años, de la esperanza de vida para la población mundial y para cuatro de sus regiones.

Con base en la gráfica mostrada, se puede afirmar que:

- Asia ha experimentado el mayor crecimiento en la esperanza de vida desde finales de los años sesenta.
- El promedio aritmético del aumento en la esperanza de vida para las cuatro regiones del mundo consideradas es de exactamente nueve años.
- Las regiones más desarrolladas han experimentado un mayor crecimiento en la esperanza de vida que los países africanos.



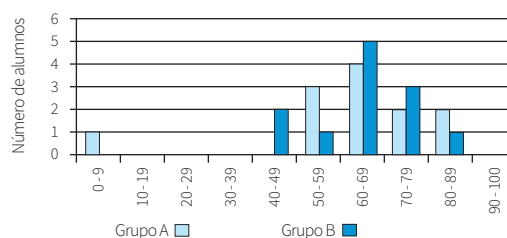
Son ciertas:

- a) Solo III **b) Solo una de las afirmaciones.** c) Solo I y III d) Solo II y III
6. Encuentra el promedio aritmético de los siguientes números: 5; 5; 5; 5; 5;; 5; 5; 5; 5; 8; 8; 8; 8;; 8; 8; 8; 8; 18; 18; 18;; 18; 18; 18; 23; 23; 23;; 23; 23; 23; 23, teniendo en cuenta que hay 18 números 5; 14 números 8; 17 números 18; y 11 números 23.

- a) 11,45 **b) 12,68** c) 13,50 d) 14,09

7. El diagrama de la derecha muestra los resultados en un examen de Matemática para dos grupos, A y B, de una institución educativa. La puntuación media del grupo A es 62,0; y la media del grupo B, 64,5. Los estudiantes aprueban este examen cuando su puntuación es 50 o más.

Al observar el diagrama, el profesor afirma que en este examen el grupo B fue mejor que el grupo A.



Los estudiantes del grupo A no están de acuerdo con su profesor, por lo que intentan convencerlo de que el grupo B no tiene por qué haber sido necesariamente el mejor en este examen. Da un argumento matemático, utilizando la información del diagrama, que puedan utilizar los estudiantes del grupo A.

Respuesta adecuada

Se da un argumento válido. Los argumentos válidos pueden estar relacionados con el número de estudiantes que aprueban, la influencia desproporcionada del caso extraño o el número de estudiantes con puntuaciones de nivel más alto.

- Más alumnos en el Grupo A que en el Grupo B aprobaron el examen.
- Si ignoras al peor alumno del Grupo A, los alumnos del Grupo A lo han hecho mejor que los del Grupo B.
- Más alumnos del Grupo A que del Grupo B obtuvieron la puntuación de 80 o más.

matemáticos erróneos, o respuestas que simplemente describen las diferencias pero no son argumentos válidos de que el Grupo B no tiene por qué haber sido el mejor.

- Los alumnos del Grupo A normalmente son mejores en ciencias que los del Grupo B. El resultado de este examen es simplemente una coincidencia.
- Porque la diferencia entre las puntuaciones más altas y más bajas es menor para el Grupo B que para el Grupo A.
- El Grupo A tiene mejores puntuaciones en el rango 80-89 y el rango 50-59.

Respuesta parcial

Otras respuestas, incluyendo respuestas sin razonamientos matemáticos, o razonamientos

Respuesta inadecuada

No realiza argumento alguno.

8. La masa corporal de un equipo de fútbol americano tiene una media de 245 libras, con una desviación estándar de 18 libras, mientras que la masa corporal media y la desviación estándar de su oponente son 195 y 12 libras, respectivamente. ¿Cuál de los dos equipos muestra la mayor dispersión relativa con la masa corporal de sus miembros?

- a) El equipo de fútbol americano
- b) El equipo oponente
- c) Tienen la misma dispersión
- d) Ninguno de los dos equipos

9. Existen varias medidas posibles del desempeño de ventas, entre ellas la constancia con que un vendedor cumple con las metas establecidas. Los siguientes datos representan el porcentaje de la meta lograda por tres vendedores en los últimos cinco años.

Patricia	88	68	89	92	103
Juan	76	88	90	86	79
Francisco	104	88	110	88	123

¿Cuál vendedor es el más constante?

Nota: Calcular el coeficiente de variación, que está dado por la división de la desviación estándar entre la media y se multiplica por 100 %.

- a) Patricia
- b) Juan
- c) Francisco
- d) Patricia y Francisco

10. En el colegio de Luciana, su profesora de Matemática le toma exámenes que se puntúan de 0 a 100. Luciana tiene una media de 60 puntos de sus primeros cuatro exámenes, y en el quinto examen sacó 80 puntos. ¿Cuál es la media de las notas de Luciana en Matemática después de los cinco exámenes?

Respuesta adecuada

El estudiante determina la suma de puntajes de los cuatro primeros exámenes: $\bar{x} = 60$; pero la suma es 240. Para sacar el promedio de los cinco exámenes, se saca el promedio de los puntajes: $\bar{x} = \frac{240 + 80}{5} = 64$. La media de los cinco exámenes es 64.

Respuesta parcial

Formula las operaciones pertinentes, pero con error de cálculo.

Respuesta inadecuada

No responde a la pregunta formulada.



I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las operaciones y relaciones de orden en \mathbb{Q} .
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, combina y adapta estrategias de cálculo, estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con raíces inexactas e intervalos.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Plantea y compara afirmaciones sobre las propiedades de las operaciones con números racionales y su noción de densidad en \mathbb{Q} . Comprueba o descarta la validez de una afirmación mediante un contraejemplo o el razonamiento inductivo o deductivo.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 3, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Representar mediante lenguaje numérico las propiedades de las operaciones y relaciones de orden en \mathbb{Q} .
 - Usar estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con raíces inexactas e intervalos.
 - Plantear ejemplos sobre las propiedades de las operaciones con números racionales y su noción de densidad.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿En qué consiste la situación inicial?

Buscar una representación matemática que nos ayude a comunicar fácilmente el tiempo de apogeo de las diversas culturas preíncas.

2. ¿Qué debes averiguar?

Los años en que convivieron las diversas culturas preíncas en nuestro país.

3. ¿Qué significa un intervalo?

Un subconjunto de la recta real se llama intervalo, y contiene a todos los números reales que están comprendidos entre dos cualesquiera de sus elementos.

4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.

En situaciones deportivas, en relación con los intervalos de tiempo de juego y descanso.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

Utilizar intervalos en la recta numérica.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Aplica la estrategia que seleccionaste en *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan*.

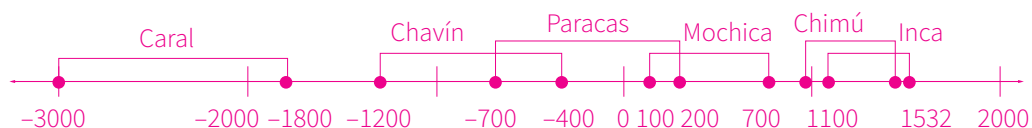
Asociar cada cultura con un intervalo que se relacione con el apogeo o existencia de dicha cultura y representarlo en una sola recta numérica.

2. Completa la tabla con los intervalos de tiempo de cada cultura.

Cultura	Intervalo
Chavín	$[-1200 ; -400]$
Caral	$[-3000 ; -1800]$
Mochica	$[+100 ; +700]$
Chimú	$[+900 ; +1470]$
Paracas	$[-700 ; +200]$
Inca	$[+1100 ; +1532]$

3. ¿De qué manera podemos representar en la recta numérica el periodo de cada una de las culturas preíncas e inca? Representa cada uno.

Tomando como referencia el nacimiento de Jesucristo, ubicamos en una línea de tiempo estos intervalos. Veamos:



4. Expresa en forma conjuntista cada intervalo colocado en la tabla anterior.

Chavín: $\{x \in \mathbb{R} / -1200 \leq x \leq -400\}$

Caral: $\{x \in \mathbb{R} / -3000 \leq x \leq -1800\}$

Mochica: $\{x \in \mathbb{R} / 100 \leq x \leq 700\}$

Chimú: $\{x \in \mathbb{R} / 900 \leq x \leq 1470\}$

Paracas: $\{x \in \mathbb{R} / -700 \leq x \leq 200\}$

Inca: $\{x \in \mathbb{R} / 1100 \leq x \leq 1532\}$

5. Responde las preguntas 2; 3 y 4 de la situación inicial.

¿Entre qué años coincidieron la cultura chavín y la paracas?

Coincidieron entre $[-700 ; -400]$.

¿Entre qué años se desarrolló la cultura chavín, pero no la paracas?

$[-1200 ; -700[$

Representa, simbólicamente y en intervalos, el tiempo de desarrollo de las culturas chavín y chimú.

Chavín: $[-1200 ; -400]$ / Chimú: $[+900 ; +1470]$

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿La estrategia que has reconocido se puede aplicar en otras situaciones? Plantea un ejemplo.

Por supuesto; por ejemplo, si deseamos visualizar en la recta los diversos acontecimientos históricos a nivel mundial en un periodo de tiempo determinado.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

Cada periodo de existencia de cierta cultura es representado por un intervalo cerrado en los extremos, y al llevarlos a su representación en la recta, se visualizan periodos de tiempo en que coincidieron dichas culturas.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:

1. ¿La solución en cada caso es correcta? Explica.

Sí, porque los cálculos realizados son los adecuados y permiten encontrar la solución correcta al problema planteado.

2. ¿Qué estrategias se utilizaron para resolver la situación A?

La conversión de fracciones mixtas a decimales y realizar la comparación correspondiente.

3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

Apoyándose en el uso de la recta numérica se procede a homogenizar las fracciones para realizar las comparaciones respectivas, de acuerdo con el rango establecido, para encontrar finalmente la respuesta señalada.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. ¿Todas las justificaciones del procedimiento son correctas? Explica.

Casi todas las justificaciones son correctas, excepto II y IV.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

II. En la justificación se indica que es falso porque $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$ pero, a pesar de que el ejemplo tiene error, podemos expresar un contraejemplo: $(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$.

IV. Si utilizamos otro valor para a y b , es decir, $a = -2$ y $b = 1$, o sea, $-2 < -1$, entonces $(-2)^2 > 1^2$; por lo tanto, no se cumple siempre.

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar



- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. La masa corporal de José es más de 61 kg; a lo mucho, 68 kg. Quiere bajar su masa corporal y se inscribe en el gimnasio “Siéntete Bien”, donde le prometieron que en las próximas semanas bajaría un kilo y medio. ¿Entre qué valores oscilará su nueva masa corporal? Expresa el resultado en notación de conjuntos.

a) $M = \{x/x \in \mathbb{R}; 59,5 < x \leq 66,5\}$

c) $M = \{x/x \in \mathbb{R}; 59,5 < x \leq 68\}$

b) $M = \{x/x \in \mathbb{R}; 59,5 \leq x \leq 68\}$

d) $M = \{x/x \in \mathbb{R}; 59,5 \leq x < 68\}$

2. El hermano de Javier fue a una entidad bancaria para refinanciar su deuda en el menor tiempo y le propusieron que podía pagarla en un plazo no menor de dos años ni mayor de cinco. Representa la situación con un intervalo. ¿Puede el hermano de Javier cancelar el préstamo en un año y once meses?

a) $P =]2 ; 5]$; no

b) $P =]2 ; 5]$; sí

c) $P = [2 ; 5[$; sí

d) $P = [2 ; 5]$; no

3. Si $A = [-3 ; 1]$, $B = [0 ; 4]$ y $C =]-5 ; 2]$ y $(A \cap C) \cup (B - A) = [x ; y]$, calcula el valor de $x + y$.

a) 1

b) -1

c) 7

d) -7

4. Si $(2x + 1) \in [-5 ; 4[$, determina a qué intervalo pertenece x .

Respuesta adecuada

Plantea correctamente la situación y obtiene $x \in [-3 ; 1,5[$

Respuesta inadecuada

Plantea erróneamente la situación o no responde.

Respuesta parcial

Plantea correctamente la situación, pero comete errores de cálculo.

5. Sean los siguientes intervalos: $A = [-2 ; 5]$, $B =]1 ; 3]$ y $C =]-3 ; 5]$, ¿qué afirmaciones son verdaderas?

I. $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

II. $(A \cup C)' = A - B$

III. $(A - B)' \cap C = \emptyset$

IV. $A \Delta C = (A - C) \cup (C - A)$

a) I, III

b) I, IV

c) II, III

d) I, II, III y IV

6. Determina la o las proposiciones falsas:

I. En \mathbb{R} el complemento de \mathbb{Q} es el conjunto de los números irracionales.

II. Todo número racional tiene su opuesto aditivo, excepto el cero.

III. Todo número entero es un número racional.

IV. Si x pertenece a \mathbb{Q} , entonces x^{-1} también pertenece a \mathbb{Q} .

a) IV

b) IV, II

c) I

d) III

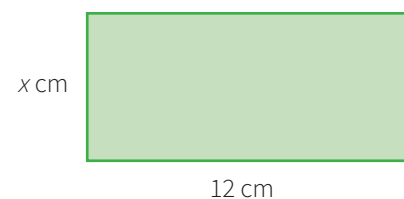
7. Se sabe que entre los números racionales $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, donde $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, siempre se encuentra el número $\frac{a+c}{b+d}$.

Utiliza la propiedad anterior y encuentra cinco números entre $\frac{1}{6}$ y $\frac{3}{7}$.

Respuesta adecuada	Respuesta inadecuada
Plantea correctamente la situación y obtiene cinco números entre $\frac{1}{6}$ y $\frac{3}{7}$.	Plantea erróneamente la situación o no encuentra ni un número entre $\frac{1}{6}$ y $\frac{3}{7}$.
Respuesta parcial Plantea correctamente la situación, pero encuentra menos de 5 números entre $\frac{1}{6}$ y $\frac{3}{7}$.	

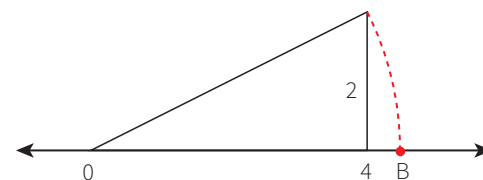
8. Expresa en un intervalo el conjunto de valores que puede tomar uno de los lados de una pequeña hoja rectangular, sabiendo que su perímetro es mayor de 30 cm, pero no supera los 40 cm.

- a) [2 ; 9] b) [3 ; 9] c) [4 ; 10] **d)]3 ; 8]**



9. En la figura mostrada, ¿qué número representa el punto B en la recta numérica? ¿Y a qué conjunto pertenece?

- a) $\sqrt{6}; \mathbb{R}$ **b) $2\sqrt{5}; \mathbb{I}$** c) $\sqrt{2}; \mathbb{Q}$ d) 20; \mathbb{N}



10. La base de una caja de regalo tiene la forma de un triángulo equilátero, cuyo lado es $3\sqrt{2}$ cm. Calcula el área y el perímetro de la base; aproxima al centésimo por redondeo.

Respuesta adecuada	Respuesta inadecuada
Plantea correctamente la situación y obtiene que el área es $7,79 \text{ cm}^2$, y el perímetro, $12,73 \text{ cm}$.	Plantea erróneamente la situación o no responde.
Respuesta parcial Plantea correctamente la situación; sin embargo, solo encuentra correctamente el perímetro o el área, pero no ambos.	



La leyenda del juego de ajedrez

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y condiciones de equivalencia de una progresión geométrica.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la suma de términos de una progresión geométrica.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades para determinar la suma de términos de una progresión geométrica.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 4, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar datos desconocidos y encontrar regularidades y condiciones de equivalencia de una progresión geométrica.
 - Representar simbólicamente y con lenguaje algebraico la suma de una progresión geométrica.
 - Usar estrategias y procedimientos para determinar la suma de términos de una progresión geométrica.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Qué tema o temas matemáticos están relacionados con la situación inicial?
El problema está asociado a la potenciación y la progresión geométrica.
 2. ¿Sabes a qué quieres llegar? Explica.
A encontrar el total de granos de trigo que pidió en total el inventor.
 3. ¿Tienes suficiente información para dar respuesta a las preguntas de la situación inicial? Explica.
La información necesaria se irá obteniendo en forma deductiva de acuerdo con la comprensión del problema propiamente dicho.
 4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.
Sí, a los problemas que presentan situaciones de reproducción de bacterias.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?
Buscar patrones.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Inicia el plan elegido. Indaga cómo escribir la expresión solicitada.
Asociar el número de casillero con la expresión simplificada o factorizada del número de granos de trigo que existen en cada casillero del tablero de ajedrez.
 2. Expresa las cantidades en forma abreviada. Utiliza la calculadora para poder encontrar el total de granos de trigo solicitado.
$$S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{63}$$

3. Completa la tabla para poder expresar lo solicitado.

N.º casillero	Cantidad de trigo	En forma de potencia
1	1	2^0
2	2	2^1
3	4	2^2
4	8	2^3
5	6	2^4
64		2^{63}

4. Escribe la expresión matemática que modela a la situación inicial.

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}, r \neq 1$$

5. ¿Cuántos granos de trigo recibió el inventor del juego?

Recibió $S = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$ granos.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Podrías haber resuelto la situación inicial de otra manera? Explica.

Sí, aplicando la suma de términos de una progresión geométrica finita.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

Se halló la razón, el término inicial y final de la progresión geométrica, para luego utilizar la relación o fórmula que nos ayude a encontrar la suma de términos de una progresión geométrica finita.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

Encontrar cada término de la progresión geométrica multiplicando el término anterior por la razón, exceptuando al primer término.

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

El proceso utilizado para completar la tabla consiste en encontrar los términos de una progresión geométrica.

3. ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al utilizado en la situación inicial?

Que a partir del segundo término encontrado es equivalente al anterior multiplicado por la razón.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

Los pasos mostrados en la solución sí son los correctos y pertinentes para la solución de la situación mostrada.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Existe un error en el cálculo propiamente dicho, es decir, se indica

$$\text{que: } 2 \left(\frac{(0,1)^5 - 1}{0,1 - 1} \right) = 2 \left(\frac{0,1^5}{0,1} \right) = 2(0,1^4) \quad \text{Pero debería ser: } 2 \left(\frac{(0,1)^5 - 1}{0,1 - 1} \right) = 2 \left(\frac{-0,99}{-0,9} \right) = 2,2$$














Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde 				
Amarillo 				
Azul 				

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

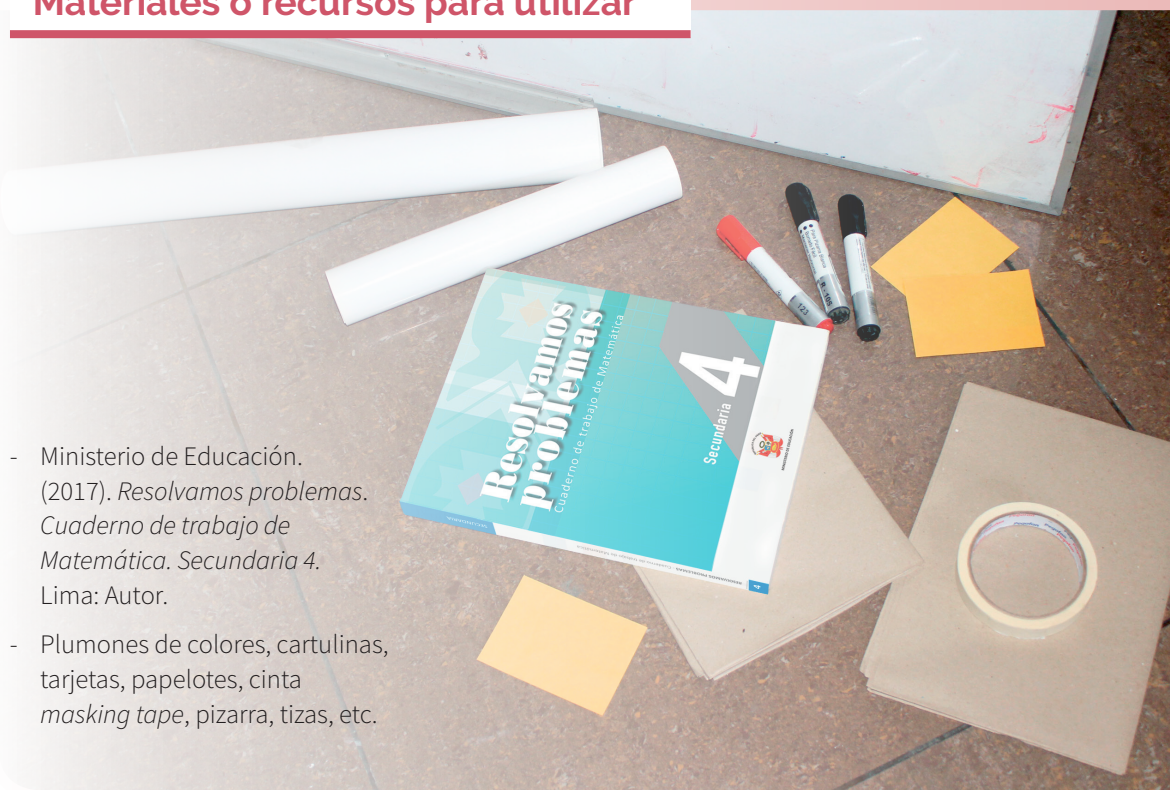
- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar



- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. Teresa ha comprado un caballo y quiere ponerle herradura. Para ello, tiene que colocarle 20 clavos. El primero cuesta 50 céntimos, y cada uno de los restantes vale un céntimo más que el anterior. ¿Cuánto paga en total para herrarlo?
a) 25,45 soles **b) 11,90 soles** c) 12,00 soles d) 15,50 soles
2. En un concurrido estacionamiento para autos cobran 1,50 soles por la primera hora de estacionamiento y, por cada hora siguiente, el doble de lo cobrado en la hora anterior. ¿Cuánto se pagará por estar aparcados durante ocho horas?
a) 12 soles b) 38,25 soles c) 192,00 soles **d) 382,5 soles**
3. Dejamos caer una pelota desde una altura de un metro, y en cada uno de los rebotes que da, sube a una altura igual a la mitad del rebote anterior. ¿Qué altura alcanza en el quinto rebote?
a) 462,5 m b) 6,25 m c) 0,625 m **d) 0,0625 m**
4. En un examen las preguntas estaban ordenadas según el grado de dificultad. La primera valía dos puntos, y cada una de las restantes, tres puntos más que la anterior. Si en total suman cuarenta puntos, ¿cuántas preguntas tenía el examen?

Respuesta adecuada

El estudiante realiza lo siguiente:

Datos del problema:

$$a_1 = 2 \text{ puntos}$$

$$r = 3$$

$$n = ?$$

$$S_n = 40$$

Pregunta	Puntaje
1	2
2	5
3	8
4	11
5	14
	40

El examen tiene 5 preguntas.

Respuesta parcial

Plantea correctamente la situación, pero no obtiene el número de preguntas que el examen tenía.

Respuesta inadecuada

Plantea incorrectamente la situación y obtiene una respuesta diferente de la correcta o no la resuelve.

5. José ha ahorrado S/6144 en enero; pero, a partir de ese mes, solo ha logrado ahorrar cada mes la mitad de lo que ahorró el mes anterior. ¿Cuánto ha ahorrado hasta el octavo mes?
a) 12 240 soles b) 12 000 soles c) 12 120 soles d) 12 140 soles
6. Cierta aparato se deprecia en valor con el paso de los años. De hecho, al final de cualquier año tiene solo el 80 % del valor que tenía al comienzo de ese año. Si el valor del aparato en la condición de nuevo es de S/20 000, ¿cuál será su valor al finalizar el quinto año?
a) S/6500,60 b) S/6550,60 **c) S/6553,60** d) S/6554,60

7. Dado un triángulo equilátero de perímetro 10 cm, se forma un segundo triángulo uniendo los puntos medios del primero. Asimismo, se forma un tercer triángulo juntando los puntos medios del segundo, y así sucesivamente. Determina la suma de todos los perímetros de los triángulos que se van formando hasta el vigésimo paso.

Respuesta adecuada Plantea correctamente la situación y obtiene que la suma de todos los perímetros es: $S_{20} = \frac{5}{2^{18}} (2^{20} - 1)$ Lo que da como resultado: 19,99 cm aproximadamente.	Respuesta parcial Reemplaza los datos de la situación en la fórmula de la sumatoria de los veinte perímetros, pero la operación que realiza no corresponde, obteniendo una respuesta diferente a la correcta.
	Respuesta inadecuada Plantea incorrectamente la situación y obtiene una suma diferente de la correcta o no la resuelve.

8. Si se hace un depósito de x soles en un banco, este puede prestar solo parte de esa cantidad, puesto que debe tener una reserva para cubrir las demandas de los depositantes que decidan retirar dinero de sus cuentas. Si suponemos que a un banco se le permite prestar el 80 % de la cantidad depositada, entonces, si una persona deposita $S/1000$, la entidad bancaria puede prestarle a otra $S/800$. Si esta última, a su vez, deposita toda la cantidad, el banco puede prestar a una tercera persona $S/640$ de ese nuevo depósito. Si el proceso continúa indefinidamente, ¿cuál es el total de depósitos a largo plazo?

Nota: Utilizar la siguiente fórmula: $S = \frac{a_1}{1-r}$

Tomar como primer término $S/1000$.

- a) $S/3000$ b) $S/4000$ **c) $S/5000$** d) $S/6000$
9. El 15 de abril del presente año se realizó en un laboratorio un experimento para saber cómo se propaga una célula de leucemia en un conejo sano. Para ello, se le inyectó una célula enferma y se observó que esta se dividió en dos células cada mediodía, las cuales, al final del día, se volvieron a dividir. El proceso de división continuó hasta que se formaron dos millones de células, y en esos momentos murió el conejo. ¿En qué día después de iniciado el experimento falleció el animal?
- a) 23 de abril b) 24 de abril **c) 25 de abril** d) 26 de abril
10. Supongamos que un atleta está al principio en un punto P, a 200 metros detrás de una tortuga situada en un punto Q, y que la velocidad de esta es la mitad de la del corredor, quien desea alcanzar al animal. En el momento en que el atleta llega hasta el punto Q, la tortuga ha avanzado hasta el punto R, y cuando el corredor llega al punto R, el animal ha avanzado de nuevo; y así sucesivamente. ¿Alcanzará el atleta a la tortuga?

Respuesta adecuada Plantea correctamente la situación e indica que cuando el atleta haya recorrido 400 m, la tortuga habrá recorrido 200 m, y entonces se produce el alcance.	Respuesta inadecuada Plantea incorrectamente la situación e indica que el atleta no alcanza a la tortuga, o no resuelve el problema.
Respuesta parcial Plantea correctamente la situación, pero indica que el atleta no alcanza a la tortuga.	



Poliedros en una glorieta

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Establece relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios y asocia estas características y las representa con formas bidimensionales compuestas y tridimensionales.
	Comunica su comprensión sobre las formas y las relaciones geométricas.	Expresa, con dibujos y con lenguaje geométrico, su comprensión sobre las propiedades de los prismas y las pirámides.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar la longitud, el perímetro, el área o el volumen de prismas y pirámides.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
- ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.

- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 5, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
- ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
- ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar las características y los atributos medibles de objetos reales y representarlos con formas bidimensionales y tridimensionales.
 - Representar con dibujos la comprensión sobre las propiedades de los prismas y las pirámides.
 - Usar estrategias y procedimientos para determinar la longitud, el perímetro, el área o el volumen de prismas y pirámides.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿En qué consiste la situación inicial?

El problema está asociado a armar la estructura de una “glorieta”, utilizando conocimientos de geometría plana y del espacio.

2. ¿Qué debes averiguar?

Se desea averiguar el número de tubos que se necesitan para armar dicha estructura.

3. ¿A cuántos centímetros equivale una pulgada?

$1 \text{ in} \cong 2,54 \text{ cm}$, (in es el símbolo de pulgada).

4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.

Es similar a los problemas que presentan situaciones que implican desarrollar sólidos compuestos, identificando sus elementos, como caras, vértices, etc.

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

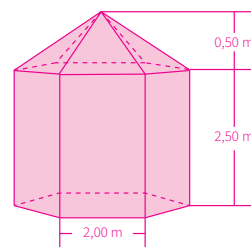
Asociar la forma del objeto a prismas y pirámides y sus respectivas relaciones y elementos.

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Aplica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

Relacionar el número de tubos que se utilizarán con el número de aristas que contiene la glorieta, asociado esto a un sólido geométrico compuesto por un prisma y una pirámide.

2. ¿Cuántas barras de tubo se necesitarán para los parantes y los bordes de la base?



Calculamos para los parantes: $6 \times 2,50 = 15 \text{ m}$

Para el borde del techo: $6 \times 2,00 = 12 \text{ m}$. Por lo tanto, se necesitarán 5 barras.

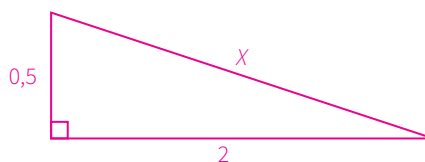
3. ¿Cuántas barras de tubo se necesitarán para la sección oblicua del techo?

$$X^2 = (0,5)^2 + 2^2$$

$$X^2 = 0,25 + 4$$

$$X^2 = 4,25$$

$$X = 2,06$$



Para la estructura del techo $1: 6 \times 2,06 = 12,36$ m. Por lo tanto, se necesitarán 3 barras.

4. ¿Cuántas barras de tubo se necesitarán para toda la estructura del techo?

En total se necesitarán: $12,36 + 12 = 24,36$ m

Como cada barra tiene aprox. 6 m, entonces se requieren $\frac{24,36 \text{ m}}{6 \text{ m}} = 4,06 \approx 5$ barras de tubo de 4 in, (in es el símbolo de pulgadas).

5. Responde la pregunta que se presenta en la situación inicial.

Se requieren ocho barras de tubo de 4 in, (in es el símbolo de pulgadas).

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿La estrategia que has reconocido se puede aplicar en otras situaciones? Plantea un ejemplo.

Por supuesto; incluso se pueden diseñar de manera similar para campos recreacionales y, tentativamente, plantear presupuestos de acuerdo con el número de glorietas o pérgolas que se requieran.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

Se identifica el sólido geométrico que está involucrado en el objeto, para luego ir obteniendo las medidas necesarias para los materiales que involucran su construcción. Asimismo, se aplican conceptos de geometría plana y del espacio.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:
 1. ¿La solución en cada caso es correcta? Explica.

La solución presentada es la correcta; contempla los pasos necesarios para la solución de la situación planteada.
 2. ¿Qué estrategias se utilizaron para resolver la situación A?

Aplicar la fórmula para encontrar el volumen de un prisma.
 3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

Se elabora un esbozo de la sección de la piscina para empezar a realizar los cálculos aplicando la fórmula para encontrar el volumen de un prisma.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. ¿Todas las justificaciones del procedimiento son correctas? Explica.

Todos los pasos mostrados son los necesarios para dar solución a la situación presentada.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

El error se encuentra en la interpretación del resultado (2,432) al responder que debíamos comprar 2 baldes, cuando lo correcto es que debíamos comprar 3.

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

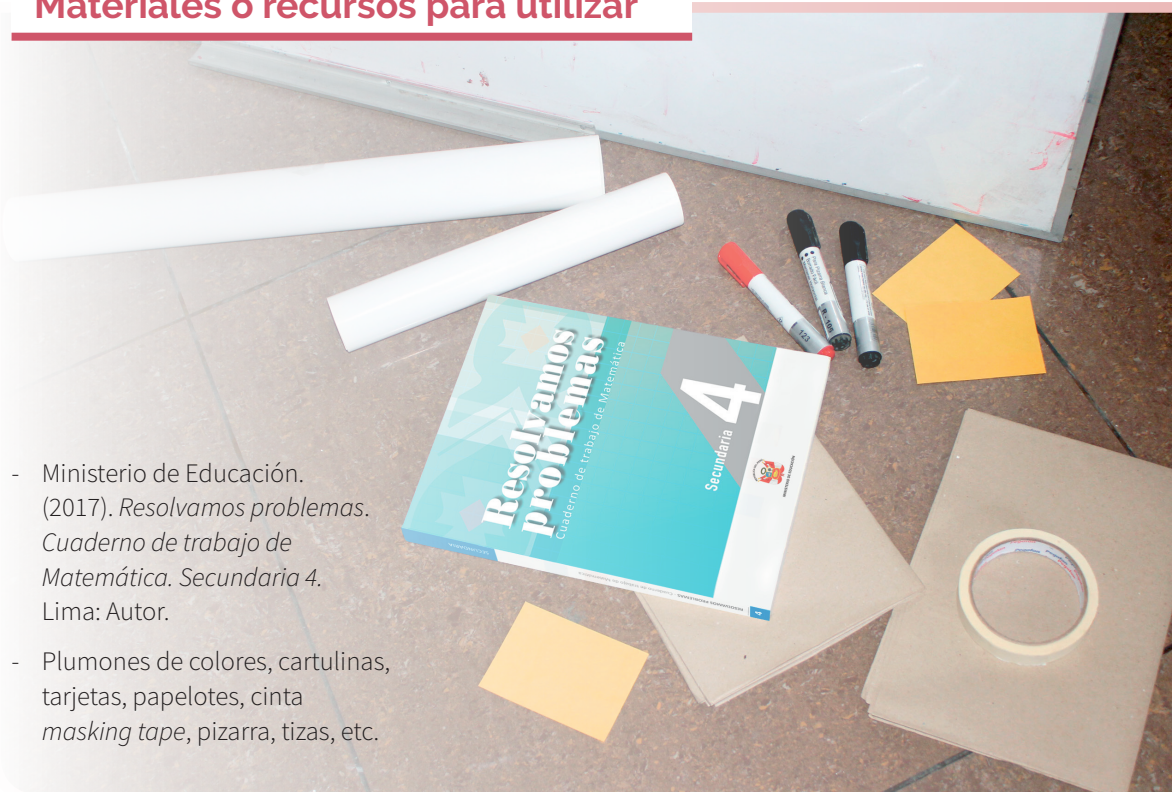
- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar

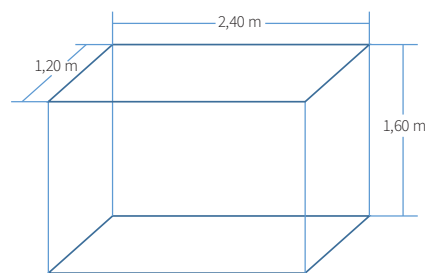


- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

Se construye un tanque cisterna con las medidas mostradas en la siguiente figura:



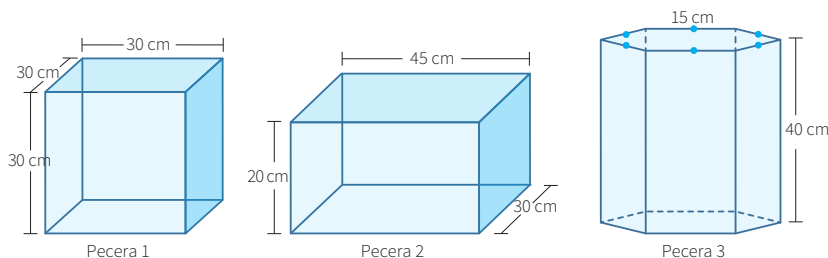
Con la información dada, responde las preguntas 1; 2 y 3.

1. Si se quiere recubrir con un material impermeable las paredes, la base y el techo, ¿cuánto de este material se utilizará?
a) $5,76 \text{ m}^2$ b) $11,52 \text{ m}^2$ **c) $17,28 \text{ m}^2$** d) $4,61 \text{ m}^2$
2. Si se vierte agua en el tanque hasta una altura de $1,50 \text{ m}$, ¿qué volumen del tanque será ocupado por el agua?
a) $4,61 \text{ m}^3$ **b) $4,32 \text{ m}^3$** c) $2,16 \text{ m}^3$ d) $2,32 \text{ m}^3$
3. Si se desea cubrir con cerámicos las paredes y el piso, ¿cuántos metros cuadrados de cerámico se necesitarán?
a) $5,76 \text{ m}^2$ b) $11,52 \text{ m}^2$ c) $17,28 \text{ m}^2$ **d) $14,40 \text{ m}^2$**
4. La terraza de una casa de campo de $5 \text{ m} \times 25 \text{ m}$ tiene los desagües (sumideros) tapados como consecuencia de una prolongada sequía. Un día llueve con una intensidad de 10 litros por metro cuadrado. ¿Cuántos litros de agua caen en la terraza? ($1000 \text{ litros} \equiv 1 \text{ m}^3$)

Nota: Considerar que 1 mm de agua de lluvia equivale a 1 litro de agua por metro cuadrado.

Respuesta adecuada Cuando el estudiante encuentra la siguiente relación: Si: $1 \text{ mm de agua de lluvia} \leftrightarrow 1 \text{ L/m}^2$, $x \text{ mm de agua de lluvia} \leftrightarrow 10 \text{ L/m}^2$ $x = \frac{10 \times 1}{1} = 10 \text{ mm}$ Convertimos 10 mm a metros, equivale a $0,01 \text{ m}$. Multiplicando $0,01 \times 5 \times 25 = 1,25 \text{ m}^3$	Como $1 \text{ m}^3 \equiv 1000 \text{ litros}$ Entonces multiplicamos $1,25 \times 1000 = 1250 \text{ litros}$. Caen 1250 litros de agua en la terraza. Respuesta parcial Realiza los cálculos adecuados, pero comete errores en ellos o los deja truncos. Respuesta inadecuada No responde la pregunta.
--	--

En una vidriería se fabrican estas peceras, las cuales se construyen de vidrio, excepto la base superior:



Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.



Crédito hipotecario para una vivienda

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades o trabajar con tasas de interés simple y compuesto.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre el interés compuesto y algunos términos financieros (impuesto a la renta, tasa de interés simple y compuesto, y capitalización).
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, combina y adapta estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con tasas de interés compuesto.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 6, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar datos para comparar e igualar cantidades con tasas de interés simple y compuesto.
 - Representar con lenguaje numérico la comprensión sobre el interés compuesto y algunos términos financieros.
 - Usar estrategias de cálculo y procedimientos para realizar operaciones con tasas de interés compuesto.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Qué se solicita en la situación inicial?
Identificar la entidad bancaria en la que convendría financiar la vivienda.
 2. ¿Qué entiendes por interés simple?
Es el interés o beneficio que se obtiene de una inversión de una empresa que vende o realiza un préstamo de orden financiero.
 3. ¿Qué datos te proporciona la situación inicial?
El porcentaje necesario para la cuota inicial, la tasa de interés respectiva y el tiempo.
 4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.
Sí, a los problemas en cuyas situaciones, cuando se realiza el pago en cuotas, estas incluyen el interés que se carga a la cuota original al adquirir cualquier objeto o prenda en una tienda por departamentos en un plazo o tiempo determinado.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?
Utilizar la relación existente entre el capital, la tasa y el tiempo para encontrar el interés generado.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Indaga qué significa el monto en un interés simple.
Es el monto que se pagará en cada cuota. Deberá indicar la cuota original más el interés generado, es decir: $M = C + I$
 2. Expresa matemáticamente la relación que nos permita encontrar el interés y el monto de pago.
Interés: $I = C \cdot r \cdot t$
Monto: $M = C + I$

3. Completa la tabla para poder responder la pregunta de la situación inicial.

Entidad financiera	Interés simple generado en “t” años	Monto
A	675 000	925 000
B	650 000	900 000
C	750 000	1 000 000

4. Responde la pregunta de la situación inicial.

Es en el Banco “B” donde se paga un menor monto por ese financiamiento, ya que se pagará un menor interés.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Podrías haber resuelto la situación inicial de otra manera? Descríbela.

Se puede calcular el porcentaje en forma independiente, que corresponde al interés, y luego añadirlo a la cuota para obtener el monto que se pagará.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

La relación existente para el interés simple está dada por la relación $I = C \cdot r \cdot t$, donde la tasa deberá ser siempre anual. Ello nos ayuda a encontrar directamente el interés generado.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:
 1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?
Se utilizó la fórmula para calcular el interés simple.
 2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.
Se identifican los datos que se tienen, como es el capital, la tasa y el tiempo, para proceder a encontrar el interés y luego el monto.
 3. ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al utilizado en la situación inicial?
La ruta es muy similar, dado que el interés para calcular es el interés simple.
- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

Los pasos mostrados son los adecuados y pertinentes para resolver la situación presentada.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Al final del proceso aparece un error de cálculo, pues se indica que:

$$I = 323\ 838,75 - 150\ 000 = 273\ 838,75$$

Pero deberá ser:

$$I = 323\ 838,75 - 150\ 000 = 173\ 838,75$$

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar



- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

Un inversionista desea comprar acciones, de las cuales hay dos tipos. Las tipo A, que generan un interés simple a razón de una tasa de 0,5 % mensual, y las tipo B, que producen un interés compuesto del 0,3 % mensual capitalizable trimestralmente.

Con la información dada, responde las preguntas 1; 2; 3 y 4.

1. Si se invierten S/10 000 en acciones del tipo A, ¿cuánto de ganancia se obtendrá al cabo de seis meses?
 a) S/300 b) S/600 c) S/1200 d) S/3600
2. ¿Cuánto se debe invertir en acciones del tipo B para que al cabo de seis meses se obtenga una ganancia de S/876,00?
a) S/3337,40 b) S/12 000,00 c) S/48 448,65 d) S/87 600,00
3. ¿A qué tasa de interés compuesto anual la utilidad en un año es la misma para los dos tipos de acciones? (Utiliza una calculadora u hoja de cálculo).
 a) 1,47 % b) 2,95 % c) 3 % d) 6 %
4. ¿En qué tiempo S/5000 generan una utilidad de S/1640 en las acciones del tipo B?

Respuesta adecuada

Indica que luego de 2 años.

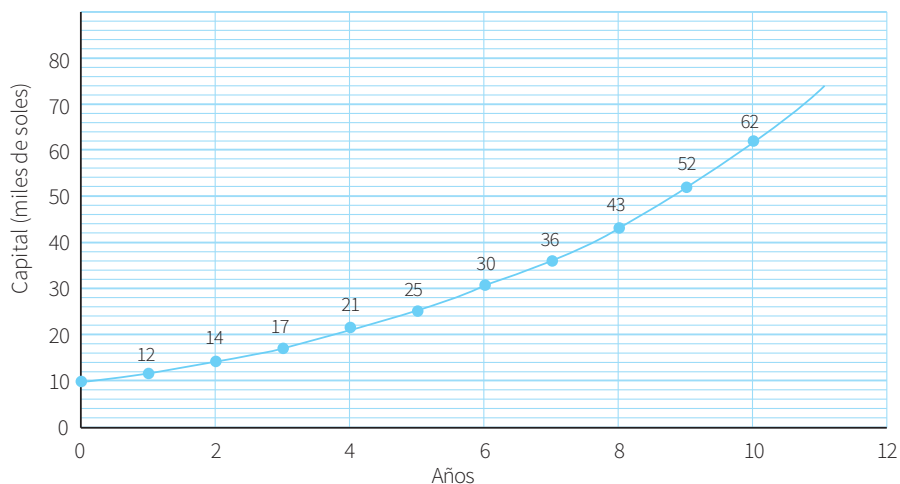
Respuesta inadecuada

No responde.

Respuesta parcial

Plantea correctamente la situación, pero no llega a la respuesta o la deja trunca.

Capitalización de inversión



Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. El gráfico muestra la capitalización de una inversión a lo largo de los años. ¿Qué es S/62 000?
 a) Capital final b) Capital inicial c) Interés compuesto d) Tasa de interés



Rutas a una de las nuevas maravillas del mundo

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe la ubicación o los movimientos de un objeto real o imaginario, y lo representa utilizando mapas y planos a escala.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Lee mapas y planos a diferente escala e integra su información para ubicar lugares, profundidades, alturas o determinar rutas.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos y procedimientos más convenientes para determinar distancias inaccesibles y superficies irregulares en planos y mapas empleando coordenadas cartesianas y unidades convencionales (centímetros, metros, kilómetros).

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 7, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Representar en mapas y planos a escala la ubicación de un objeto.
 - Leer mapas y planos a escala para lugares, profundidades, alturas o determinar rutas.
 - Usar estrategias para determinar distancias inaccesibles y superficies irregulares.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿Entiendes la situación inicial? Explica.

Se dan a conocer las rutas y distancias que se siguen para llegar a la ciudadela de Machu Picchu.

2. ¿Sabes a qué quieres llegar? Explica.

A encontrar las distancias entre diversas ciudades presentadas en el mapa y el tiempo que se invierte en llegar a ellas.

3. ¿Tienes suficiente información para dar solución a la situación inicial? Explica.

La información se deberá tomar de los datos presentados en el mapa.

4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.

Sí, a los problemas que piden realizar lecturas en mapas de rutas a diversos centros arqueológicos del país.

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

Realizar un diagrama tabular.

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Aplica la estrategia que seleccionaste.

Se debe realizar un diagrama tabular que recoja la información de la situación inicial.

2. Completa la tabla de acuerdo con el mapa que se presenta en la situación inicial.

	Lugar	Altitud (m)	km
Mayor altitud	Pisqak'ucho	2600	82
Menor altitud	Machu Picchu	2400	110

3. Expresa matemáticamente la relación que ayuda a calcular el tiempo en función de la velocidad y la distancia.

$$t = \frac{d}{v}$$

t: tiempo, d: distancia y v: velocidad

4. Con los datos encontrados en los ítems 2 y 3 de *Ejecutamos la estrategia o plan*, responde las preguntas de la situación inicial.

La distancia entre Ollantaytambo y Machu Picchu es igual a 5 km.

Velocidad del tren: 20 km/h

Tiempo: t

Reemplazando en la fórmula:

$$20 = \frac{45}{t}$$

$$t = \frac{45}{20} = 2,25 \text{ horas}$$

La diferencia de altitud entre Pisqak'ucho y la ciudadela Machu Picchu es de $2600 - 2400 = 200$ m.

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. Podrías haber resuelto la situación inicial de otra forma? Descríbela.

Sea con el mapa o el uso de la tabla anexa, se nos proporcionan diversos datos que, ordenándolos, sirven para encontrar las respuestas a las preguntas formuladas.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

Hacer una buena lectura de las distancias presentadas en el mapa, así como aplicar adecuadamente la relación existente entre la velocidad, la distancia y el tiempo.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:
 1. ¿La solución es correcta? Explica.

Realizando la lectura correcta en los datos de los perfiles mostrados, se observa que la suma es la correcta.
 2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

Realizar la suma de los tiempos parciales.
- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:
 1. ¿Todos los pasos del procedimiento son correctos? Explica.

Los pasos mostrados son los adecuados para dar solución a la situación presentada; pero no se tomó la ubicación correcta de Ollantaytambo, que está en el kilómetro 65.

2. En caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Al reemplazar los datos se indica:

$$35 = \frac{42}{t} \Rightarrow t = \frac{35}{42}$$

$$t = 0,83 \text{ h}$$

Pero debería decir:

$$35 = \frac{45}{t} \Rightarrow t = \frac{45}{35}$$

$$t = 1,3 \text{ h aproximadamente}$$

3. Determina la pendiente para el tramo entre Ollantaytambo y Machu Picchu Pueblo.

Aproximadamente, la distancia entre ambos lugares es de 45 000 m y la diferencia de altitud es, aproximadamente, de 400 m; por lo tanto, la pendiente es de $400/45\ 000 = 0,00888$ o 0,89 %.

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

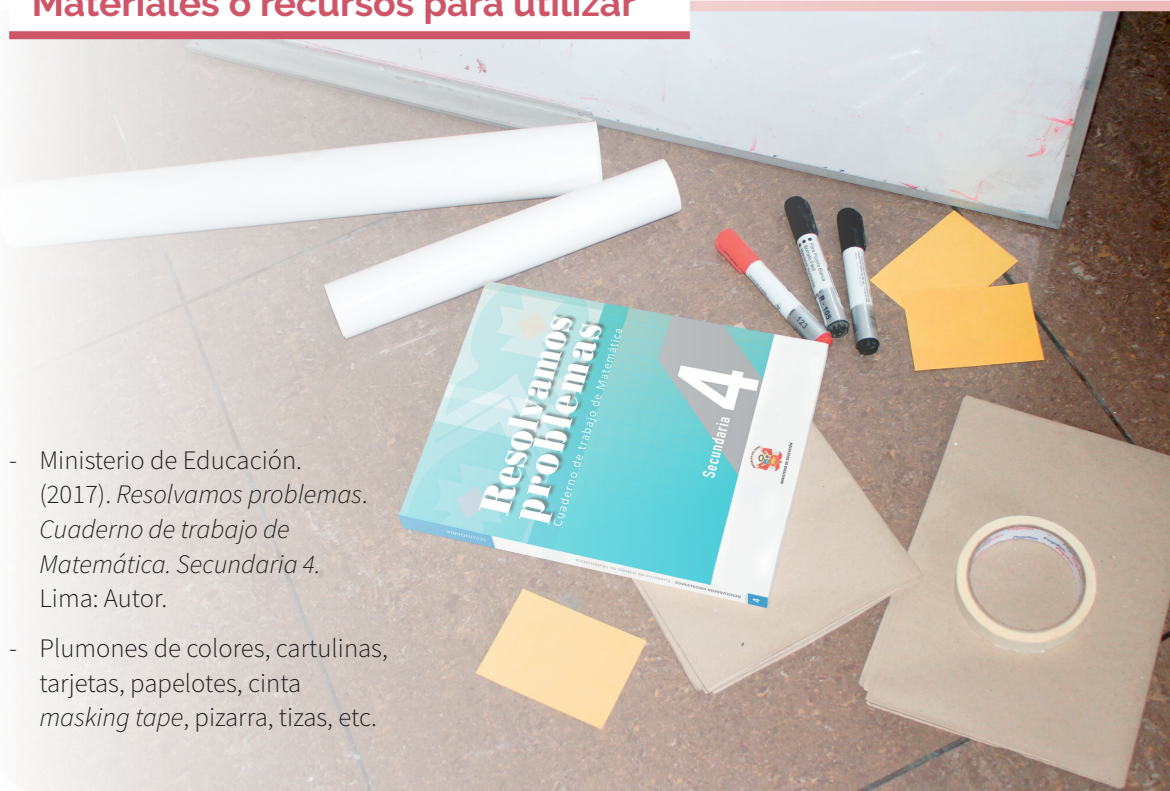
- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar



- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.

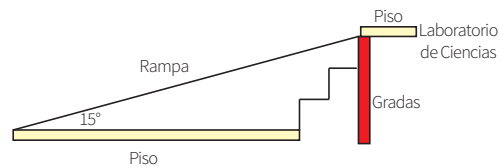


Practicamos

1. En una carrera de atletismo, cuatro corredores van en la delantera: Jimena, José, Laura y Esteban. Los corredores se encuentran en un trayecto recto de la pista de carrera que se orienta de oeste a este. Se sabe que en dicho trayecto hay un puesto de hidratación para los atletas. Jimena, que va adelante, ya pasó por dicho puesto y en este momento se ubica 200 m por delante del puesto de hidratación. José se encuentra rezagado a una distancia de 350 metros respecto de Jimena. Laura se ubica a 175 m al este de José y, finalmente, Esteban está 75 metros atrás de José. ¿Cuál es la distancia que separa al corredor que va primero del que va en último lugar de los cuatro señalados?

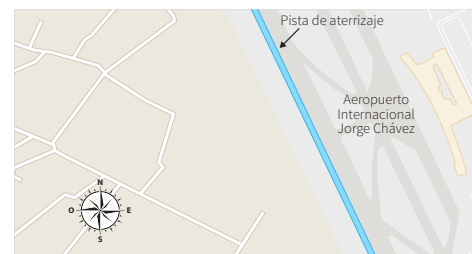
a) 150 m b) 200 m c) 350 m **d) 425 m**

2. Los estudiantes del colegio San Gabriel se dieron cuenta de que para el ingreso al laboratorio de Ciencias, que se encuentra en el segundo piso de su institución educativa, solo existen gradas (ver esquema). Por ello, consideran que deberían construir una rampa de acceso para personas con discapacidad, ya que en el aula hay un estudiante que asiste en silla de ruedas. Los estudiantes averiguaron que, según normas técnicas para rampas de acceso, estas deben tener una elevación máxima de 15° . Asimismo, se sabe que cada escalón de las gradas tiene una altura de 22 cm y una profundidad de 25 cm. ¿A qué distancia del primer escalón deberá empezar la rampa, considerando la elevación máxima?



a) 1,80 m b) 1,85 m c) 1,90 m **d) 1,96 m**

3. En el siguiente mapa se muestra el Aeropuerto Internacional Jorge Chávez de Lima, en el cual se desea construir una pista de aterrizaje nueva, paralela a la que ya existe. Para ello, se desea conocer cuánto mide el ángulo que forma la actual pista de aterrizaje del aeropuerto con relación a la dirección este-oeste. (Utiliza el transportador).



a) 115° b) 65° **c) 117°** d) 180°

4. Un grupo de turistas que tomó la ruta del Camino Inca desde Pisqak'ucho a Machu Picchu tienen previsto visitar la laguna de Qochapata, por lo que decidieron acampar lo más cerca posible de dicha laguna, en un lugar que no estuviera a más de 3500 m de altitud. Según los datos mostrados en el mapa, ¿cuál es la zona de campamento que deberían escoger estos turistas para visitar la laguna Qochapata?



Respuesta adecuada

Comprende completamente la situación al contrastar mapas o planos y vincularlos a situaciones que involucran decidir rutas, indicando con precisión los datos solicitados.

Como se observa en el mapa, la zona de acampar más próxima a la laguna de Qochapata es Pacaymayu, a 3350 m de altitud, es decir, debajo de los 3500 m.

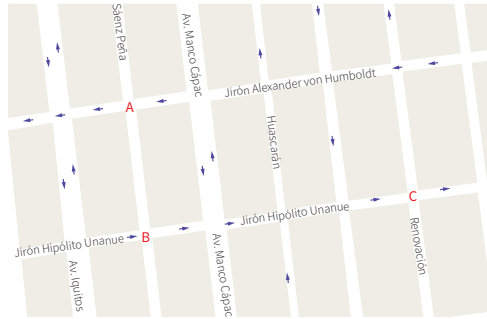
Respuesta parcial

Comprende parcialmente la situación e indica dónde se ubica la laguna Qochapata en el mapa o señala lugares como Abra Runkuraqay o Sayaqmarka.

Respuesta inadecuada

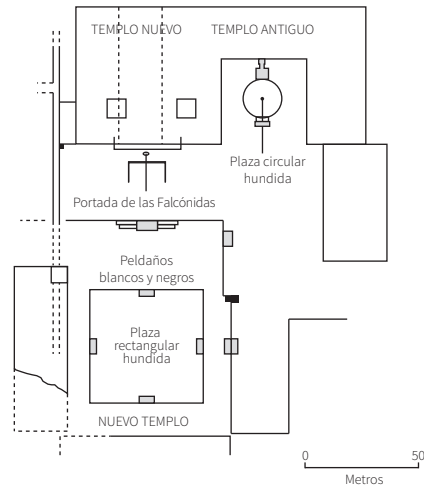
No comprende la situación; deja la pregunta en blanco.

5. En el siguiente plano se muestra un recorte de las calles de una ciudad en la cual un equipo de excavación ha descubierto que entre los puntos "A" y "C" pasa un antiguo canal subterráneo de agua. Se desea calcular la longitud aproximada de dicho canal, sabiendo que la medida de "BC" es 400 m y que la tangente del ángulo formado por "AC" y "BC" es 0,75 ($m\angle CBA = 90^\circ$).



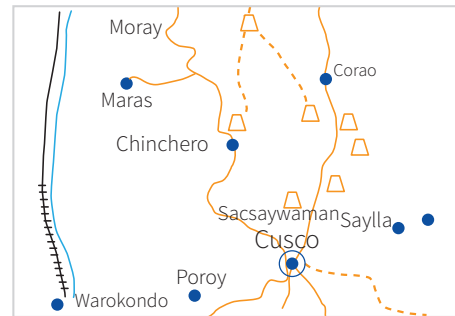
- a) 100 m b) 360 m c) 400 m **d) 500 m**

6. En la siguiente figura se muestra el plano del Centro Arqueológico Chavín de Huántar en Áncash, Perú, ubicado en la confluencia de los ríos Mosna y Wachecza, considerado como Patrimonio Cultural de la Humanidad por la Unesco desde 1985. Determina el perímetro y área aproximada de la plaza rectangular hundida.



- a) 200 m y 2500 m²**
 b) 100 m y 1250 m²
 c) 200 m y 1250 m²
 d) 100 m y 2500 m²

7. Se espera que pronto se empiece a construir el Aeropuerto Internacional de Chinchero, gracias al cual llegarán vuelos internacionales a esta zona. Según el mapa adjunto, ¿en qué dirección desde el Cusco se encuentra Chinchero?



Respuesta adecuada

Según el mapa, indica que Chinchero se encuentra al norte del Cusco.

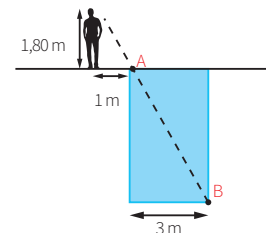
Respuesta parcial

Según el mapa, indica que Chinchero se encuentra al noroeste del Cusco.

Respuesta inadecuada

Da otras respuestas o deja la pregunta en blanco.

8. Calcula la profundidad del pozo de la figura mostrada, sabiendo que, situados de pie a 1 metro del borde y teniendo los ojos a 1,80 m de altura, se ven en línea recta los puntos A y B.



- a) 5 m **c) 5,4 m**
 b) 5,2 m d) 6 m



Creamos ambientes verdes

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Establece relaciones entre las características y atributos medibles de objetos reales o imaginarios. Asocia estas relaciones y representa, con formas bidimensionales compuestas, sus elementos y propiedades de volumen, área y perímetro.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Expresa, con dibujos, material concreto y lenguaje geométrico, su comprensión sobre las propiedades de las formas geométricas compuestas, para interpretar un problema según su contexto y establecer relaciones entre representaciones.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos y procedimientos más convenientes para determinar la longitud y el área de formas geométricas compuestas, así como para determinar superficies irregulares en planos empleando unidades convencionales (centímetros, metros, kilómetros).

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 8, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar las características y atributos medibles de objetos y asociar estas relaciones con formas bidimensionales compuestas.

- Representar con dibujos y lenguaje geométrico su comprensión sobre las propiedades de las formas geométricas compuestas.
- Usar estrategias y procedimientos más convenientes para determinar la longitud y el área de las formas geométricas compuestas.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿Entiendes la situación inicial? Explica.

Se trata de leer información dada a escala y de encontrar las medidas reales de los objetos presentados en el plano.

2. ¿Tienes suficiente información para dar respuesta a la situación inicial? Explica.

El plano mostrado nos brinda suficiente información para dar solución a la situación mostrada.

3. ¿Sabes a qué quieres llegar? Explica.

A encontrar las dimensiones reales del pabellón mostrado, así como la cantidad de césped necesario para revestir el área destinada para ello.

4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.

Sí, a los que presentan situaciones de lecturas de planos de departamentos o viviendas usando escalas.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

Realizar un diagrama tabular.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Aplica la estrategia que seleccionaste.

Se podrán encontrar los datos reales a partir de la tabla generada con los datos existentes en el plano y la escala proporcionada.

2. Completa la tabla de acuerdo con la escala dada en el plano.

Pabellón 1	Dibujo	Realidad
Largo	24 cm	60 m
Ancho	4 cm	10 m

3. Expresa matemáticamente la relación que ayuda a calcular el área de un trapecio.

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

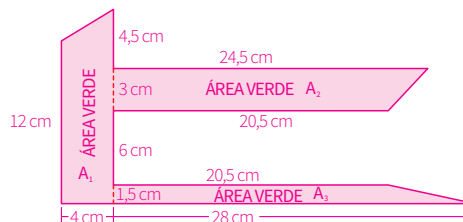
4. Encuentra el número de piezas de césped natural que se van a utilizar.

Para saber cuántos m^2 hay que comprar para cubrir toda la zona destinada para área verde, debemos calcular su área, la cual es una figura compuesta. Para ello, trazamos líneas y formamos figuras conocidas, y la suma de todas las subáreas será el área total.

$$A_1 = \left(\frac{B + b}{2} \right) \cdot h = \left(\frac{37,5 + 30}{2} \right) \cdot 10 = 337,5 \text{ m}^2$$

$$A_2 = \left(\frac{B + b}{2} \right) \cdot h = \left(\frac{61,25 + 51,25}{2} \right) \cdot 7,5 = 421,875 \text{ m}^2$$

$$A_3 = \left(\frac{B + b}{2} \right) \cdot h = \left(\frac{70 + 51,25}{2} \right) \cdot 3,75 = 227,34 \text{ m}^2$$



Finalmente: $A_{\text{total}} = A_1 + A_2 + A_3 = 337,5 \text{ m}^2 + 421,875 \text{ m}^2 + 227,34 \text{ m}^2 = 986,715 \text{ m}^2$

Respuesta: Se necesitan 987 piezas de 1 m^2 de césped natural.

5. Responde la pregunta 4 de la situación inicial.

Se gasta en total la suma de 9771,3 soles: $987 \times 9,90 = 9771,3$

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Podrías haber resuelto la situación inicial de otra forma? Describe.

Sí, asociando la escala que se brinda con una proporción, para determinar las dimensiones reales de los pabellones.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

Cada proporción generada nos lleva a una ecuación que nos ayudó a determinar las longitudes reales de la institución educativa, así como a utilizar adecuadamente la relación que ayude a encontrar el área de regiones planas empleadas para la plantación de césped.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:

1. ¿La solución es correcta? Explica.

Todos los pasos y operaciones realizados son pertinentes y están correctamente efectuados.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

Dividir el área total en regiones notables y aplicar las respectivas fórmulas para calcular el área de regiones planas.

3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

Al dividir la región total en zonas o parcelas, aparecen regiones triangulares y rectangulares, y se procede a calcular el área de cada una de ellas para finalmente sumarlas y encontrar el área total.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

Todos los pasos y procedimientos mostrados son los adecuados y ayudan a resolver la situación presentada.

2. Si el procedimiento es correcto, busca otra forma de solución. Si no lo es, corrígelo.

Existe un error que va a influir significativamente en el resultado final. Se dice:

$$A_{2 \text{ triángulos}} = \frac{4 \times 2}{2} + \frac{7 \times 6}{2} = 2 + 21 = 23 \text{ m}^2$$

Pero debería ser:

$$A_{2 \text{ triángulos}} = \frac{4 \times 2}{2} + \frac{7 \times 6}{2} = 4 + 21 = 25 \text{ m}^2, \text{ siendo la respuesta correcta } 197,3 \text{ m}^2.$$

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.

- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

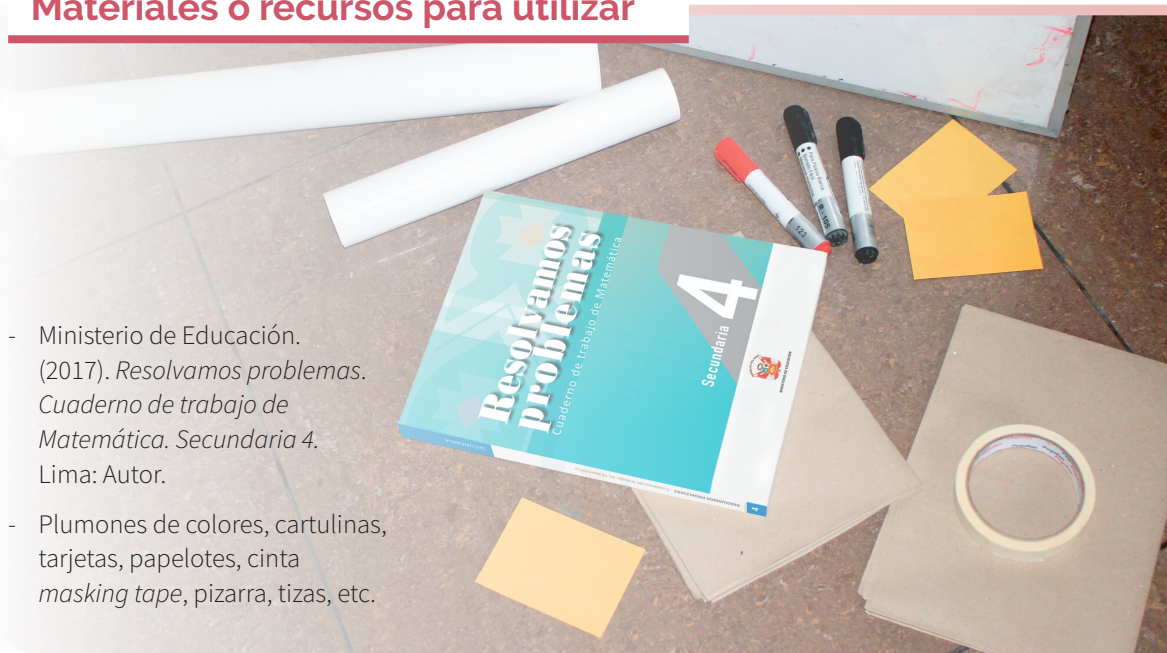
Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.

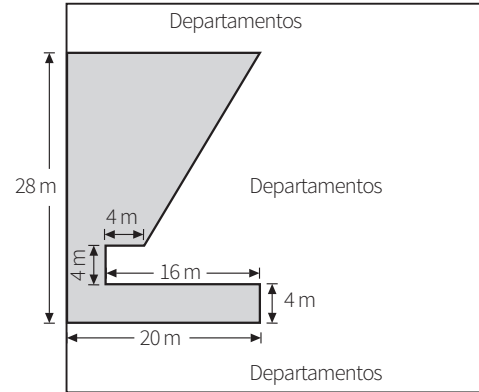




Practicamos

1. Un condominio que toma en cuenta la protección al medioambiente considera espacios de áreas verdes, como se muestra en la figura de color gris. ¿Cuántos metros cuadrados se han considerado para el área verde?

- a) 376 m²
 b) 280 m²
 c) 360 m²
 d) 368 m²



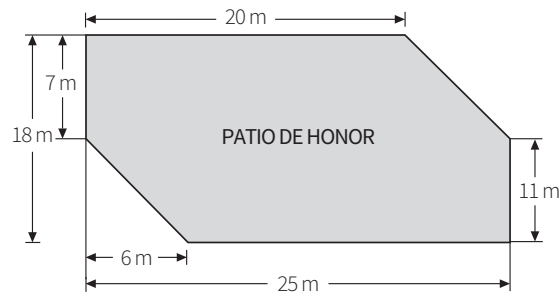
2. Una empresa que elabora aceite ecológico de 500 ml desea empaquetar en cajas que contengan dos docenas de botellas. Si el diámetro de la botella es de 8 cm, ¿cuál debe ser el área mínima de la base de la caja?

- a) 1536 cm²
 b) 64 cm²
 c) 4000 cm²
 d) 1536 cm²



Patio de Honor

El siguiente gráfico representa el patio de la IE Los Héroes del Perú.



Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

3. ¿Cuántos metros cuadrados tiene el Patio de Honor?
 a) 450 m²
 b) 331,5 m²
 c) 399,5 m²
 d) 360 m²
4. Si el patio está completamente lleno de estudiantes que protestan contra el racismo y, además, hay cuatro estudiantes por cada metro cuadrado, ¿cuántos estudiantes hay en el Patio de Honor?

Respuesta adecuada

Encuentra que el número de estudiantes es de 1598.

Respuesta inadecuada

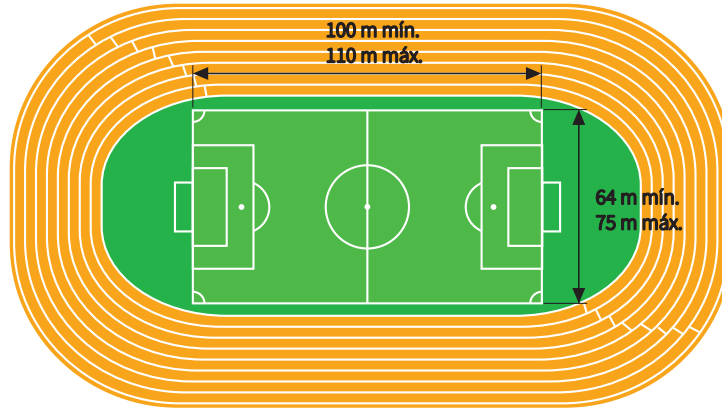
No responde el problema, lo deja en blanco.

Respuesta parcial

Plantea correctamente el problema, pero no llega a la respuesta correcta.

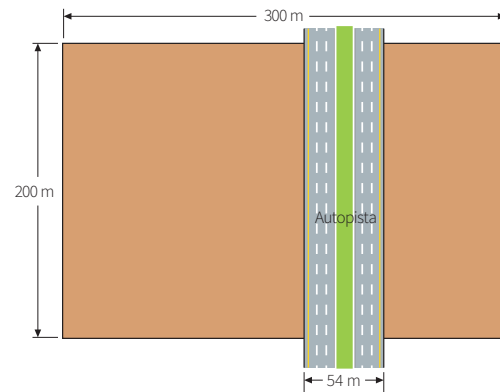
Medidas máximas y mínimas de una cancha de fútbol

La siguiente figura representa la cancha de fútbol de un estadio con sus medidas permitidas.



Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. Si en los extremos de la cancha de fútbol hay dos semicírculos congruentes y se tomaron las dimensiones máximas permitidas, ¿cuántos metros cuadrados de césped artificial se necesitaron para cubrir toda el área verde?
- a) 12 665,625 m² de césped artificial c) 11 455,625 m² de césped artificial
 b) 11 915,625 m² de césped artificial d) 8250 m² de césped artificial
6. Si se ahorró dinero en la compra de césped artificial, ¿cuántos metros cuadrados se compraron para cubrir toda el área verde, teniendo en cuenta los dos semicírculos congruentes?
- a) 11 915,625 m² de césped artificial c) 11 455,625 m² de césped artificial
 b) 9 615,36 m² de césped artificial d) 6400 m² de césped artificial
7. El señor Gómez tuvo que vender parte de su terreno al Estado por la construcción de una autopista que cruza su terreno. ¿Cuántos metros cuadrados mide actualmente su propiedad?



Respuesta adecuada

Encuentra que el área de la propiedad es de 49 200 m².

Respuesta parcial

Plantea correctamente el problema, pero no llega a la respuesta correcta.

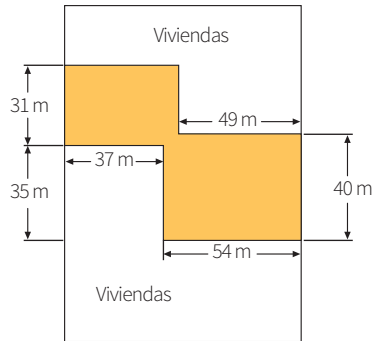
Respuesta inadecuada

No responde el problema o lo deja en blanco.

8. Un cuadernillo de Matemática tiene 80 hojas de 21 cm × 29,5 cm de dimensión. ¿Cuántos metros cuadrados de papel se utilizaron para el cuadernillo?
- a) 619,5 m² b) 2,478 m² c) 4,956 m² d) 495,6 m²

9. La siguiente figura representa el conjunto habitacional. En ella, la parte sombreada señala la superficie que será cubierta de césped artificial.

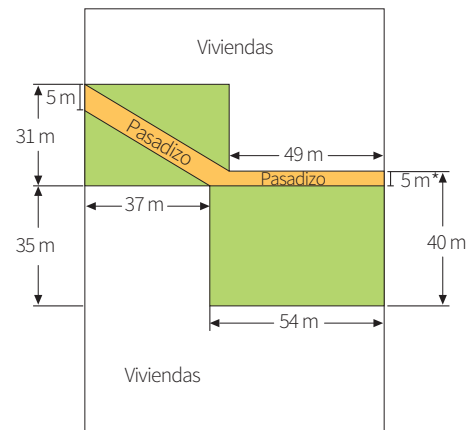
Conjunto habitacional El Progreso



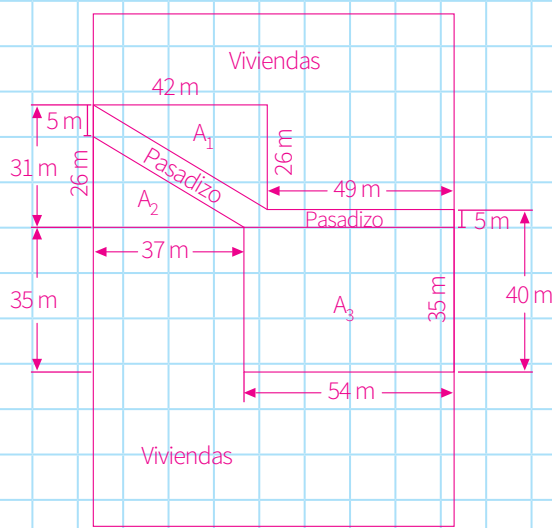
¿Cuántos metros cuadrados de césped artificial se deben comprar para cubrir toda la superficie destinada para área verde?

- a) 3437 m² b) 3462 m² c) 3107 m² d) 3307 m²
10. Si en el área verde los vecinos deciden hacer un pasadizo para el tránsito peatonal, tal como se muestra en la siguiente figura, ¿cuántos metros cuadrados de césped artificial tendrán que comprar ahora?

* Previamente, aclarar a los estudiantes que en la medida indicada aquí con asterisco debe decir 5 m.



Respuesta adecuada



$$A_{\text{Total}} = A_1 + A_2 + A_3 = \frac{(42 \times 26)}{2} + \frac{(26 \times 37)}{2} + 54 \times 35$$

$$A_{\text{Total}} = 546 + 481 + 1890 = 2917 \text{ m}^2$$

Deberá comprar 2917 m² de césped artificial.

Respuesta parcial

Calcula el área total del jardín, que es de 3437 m².

Respuesta inadecuada

No responde el problema.



I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes. Transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen funciones cuadráticas $(f(x) = ax^2 + bx + c, \forall a \neq 0 \text{ y } a \in \mathbb{Q})$.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre el dominio y rango de una función cuadrática, la relación entre la variación de sus coeficientes y los cambios que se observan en su representación gráfica.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas o razonamiento inductivo y deductivo.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
- ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.

- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 9, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
- ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
- ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar datos, valores desconocidos, regularidades y condiciones de equivalencia a funciones cuadráticas $(f(x) = ax^2 + bx + c, \forall a \neq 0 \text{ y } a \in \mathbb{Q})$.
 - Representar con lenguaje algebraico y de manera gráfica, tabular y simbólica su comprensión sobre el dominio y rango de una función cuadrática.
 - Plantear afirmaciones sobre relaciones de cambio que se observan entre las variables de una función cuadrática.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿Entiendes la situación inicial? Explica.

Se observa la relación existente entre el costo del boleto o entrada a una función de teatro y el número de asistentes a dicha función de teatro.

2. ¿Sabes a qué quieres llegar? Explica.

A encontrar el mayor incremento e ingreso posible.

3. Escribe los datos que necesitas para dar respuesta a las preguntas de la situación inicial.

Capacidad del auditorio: 500. Precio de entrada: S/10,00. Por cada 1 sol de incremento, hay una reducción de 10 asistentes.

4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.

Sí, es similar a los que presentan situaciones donde se desea maximizar la utilidad o ganancia de un determinado producto comercial.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

Realizar un diagrama tabular.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Aplica la estrategia que seleccionaste.

Se deberá buscar una regla de correspondencia en forma inductiva, a partir de casos particulares, y lograr una generalización o modelo matemático.

2. Completa la tabla para resolver ambas preguntas.

Precio unitario	Asistentes	Ingreso $I(x)$
10	500	10×500
$10 + 1$	$500 - 10(1)$	$(10 + 1)(500 - 10(1))$
$10 + 2$	$500 - 10(2)$	$(10 + 2)(500 - 10(2))$
$10 + 3$	$500 - 10(3)$	$(10 + 3)(500 - 10(3))$
$10 + 4$	$500 - 10(4)$	$(10 + 4)(500 - 10(4))$
$10 + x$	$500 - 10x$	$(10 + x)(500 - 10x)$

3. Expresa matemáticamente el ingreso en función del incremento de cada entrada.

$$I(x) = (10 + x)(500 - 10x)$$

4. Responde cada una de las preguntas de la situación inicial.

¿Cuánto es el máximo incremento que se puede hacer de modo tal que se obtenga el mayor ingreso posible?

$$I(x) = -10x^2 + 400x + 5000$$

El máximo ingreso se encuentra en el vértice de la parábola de ecuación $I(x)$

$$V(h, k), \text{ donde } h = \frac{-b}{2a}$$

$$h = \frac{-400}{2(-10)} = 20$$

El máximo incremento será de S/20.

¿Cuál es el mayor ingreso posible?

El mayor ingreso será de S/9000, dado que cuando $x = 20$, $I(20) = 9000$

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Podrías haber resuelto la situación inicial de otra forma? Describe.

Sí, utilizando ecuaciones para encontrar los términos de una función cuadrática.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

Al encontrar la forma general de una función cuadrática, se establecen los parámetros para encontrar el vértice de ella y su significado en el contexto del problema.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:

1. ¿La solución es correcta? Explica.

Todos los procesos y cálculos presentados son los pertinentes para resolver la situación presentada.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

Elaborar un gráfico, plantear una ecuación y aplicar la fórmula del área de regiones planas.

3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

Se elabora un gráfico y se colocan las variables respectivas. Luego se procede a encontrar el perímetro disponible de cerca y el área respectiva.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

Todos los pasos y procedimientos son los adecuados y pertinentes para resolver la situación presentada.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Al momento de efectuar el producto se indica:

$$A(x) = (150 - x)(80 + x)$$

$$A(x) = 12\,000 + 150x - 80x + x^2$$

Y debería ser:

$$A(x) = 12\,000 + 150x - 80x - x^2$$

$$A(x) = -x^2 + 70x + 12\,000$$

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

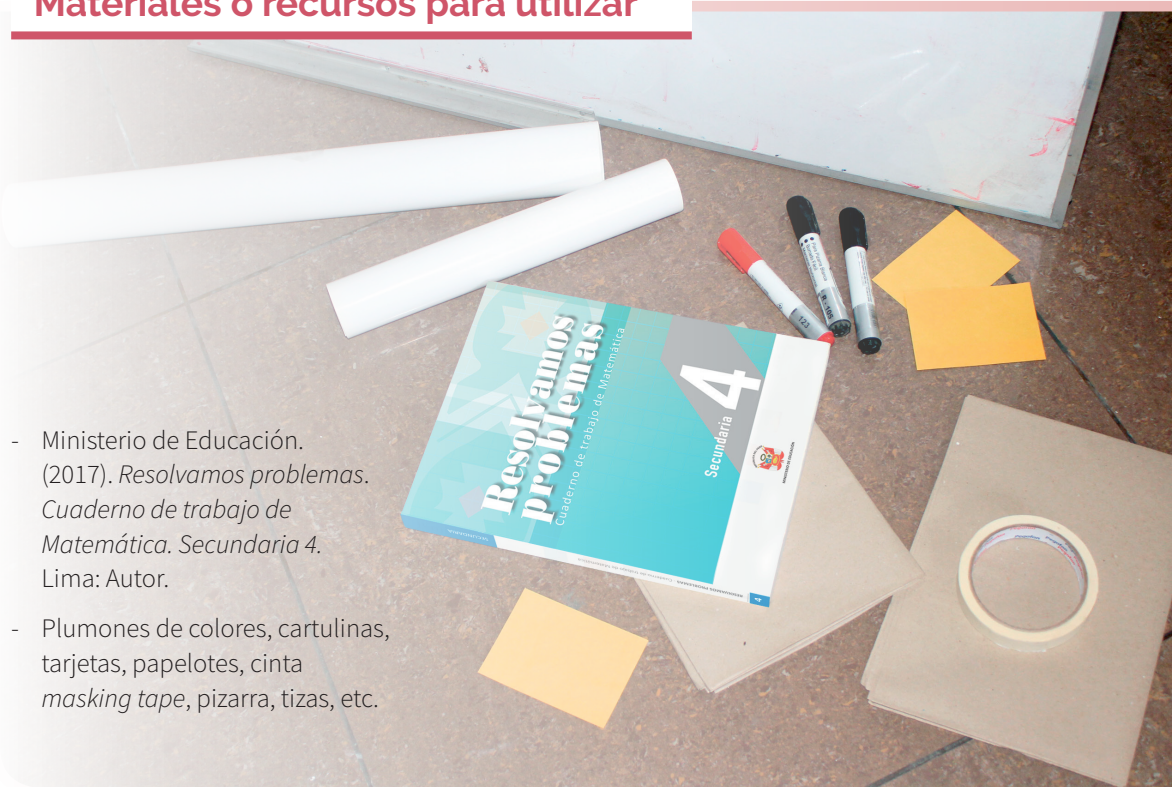
- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar

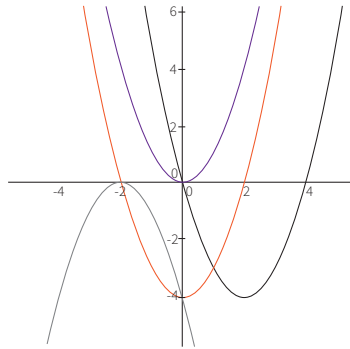


- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. Observa la gráfica.



¿Cuál de las siguientes funciones no está graficada?

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = x^2 - 4$

c) $f(x) = x^2 - 4x$

d) $f(x) = -x^2$

2. Dada la función $g(x) = x^2 - 8x + 18$, ¿cuál de las siguientes alternativas representa el rango de dicha función en el conjunto de los números reales?

a) $[2; +\infty[$

b) $[4; +\infty[$

c) $[2; 4[$

d) $[0; +\infty[$

3. Las utilidades (U) de una empresa, en miles de dólares, están dadas por la expresión $U(x) = -x^2 + 12x - 24$, donde x representa el número de cientos de unidades vendidas. Halla el número de unidades que se deben vender para obtener la máxima utilidad posible.

a) 300

b) 400

c) 500

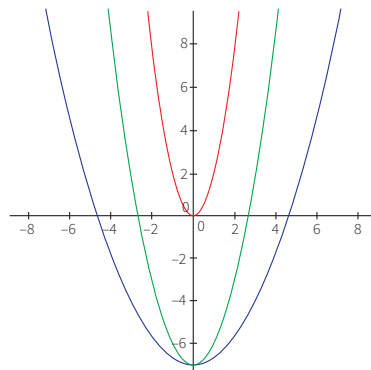
d) 600

4. Observa la gráfica de las siguientes funciones:

$f(x) = x^2 - 7$

$g(x) = 2x^2$

$h(x) = \frac{1}{3}x^2 - 7$



Si las funciones tienen la forma $ax^2 + p$, ¿cuál es el valor de p en la función g ? Relaciona cada función con su gráfica.

Respuesta adecuada

El estudiante indica que $p = 0$

Luego relaciona:

$f(x) = x^2 - 7$ con la parábola de color verde.

$g(x) = 2x^2$ con la parábola de color rojo.

$h(x) = 1/3x^2 - 7$ con la parábola de color azul.

Respuesta parcial

Indica que $p = -7$

Respuesta inadecuada

No responde.

5. Un edificio tiene 60 minidepartamentos que pueden ser alquilados en su totalidad a \$500 c/u. Por cada \$10 de aumento en el alquiler, 2 minidepartamentos quedarán sin ser alquilados. Encuentra la expresión que modela el ingreso de los alquileres en este edificio.

a) $I(x) = 20x^2 + 400x + 30\,000$

c) $I(x) = -20x^2 - 400x + 30\,000$

b) $I(x) = 20x^2 - 400x + 30\,000$

d) $I(x) = 20x^2 + 400x - 30\,000$

6. De las cuatro esquinas de una pieza rectangular de latón, se cortan cuadrados de 1 cm de lado. De esta manera, al doblar los extremos salientes, se obtiene una caja abierta sin tapa, de modo que las medidas de su base difieren en 3 cm. Si la caja resultante presenta 28 cm^3 de volumen, ¿qué medidas tiene la pieza original de latón?

a) 3 cm × 9 cm

b) 6 cm × 9 cm

c) 6 cm × 18 cm

d) 3 cm × 18 cm

7. Las dimensiones de un jardín de forma rectangular son de 60 pies de ancho por 80 pies de largo. Al construir una vereda alrededor de él, de ancho uniforme x , se elimina parte del jardín. Determina el área del nuevo jardín en función del ancho de la vereda.

Respuesta adecuada

Indica que el área es $4x^2 - 280x + 4800$

Respuesta inadecuada

No responde la pregunta o la deja en blanco.

Respuesta parcial

Plantea correctamente la situación, pero comete errores de cálculo.

8. Un campo petrolero tiene 30 pozos, cada uno de los cuales produce 180 barriles diarios de petróleo. Se sabe que por cada nuevo pozo perforado en el campo, la producción diaria de cada uno de los pozos disminuye en 5 barriles. Determina el número de nuevos pozos que maximiza la producción total P del campo petrolífero.

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

9. Dos automóviles parten del mismo punto y al mismo tiempo, y al separarse, sus trayectorias forman un ángulo recto. Si luego de una hora se han separado 20 km y uno de los autos viaja 4 km/h más rápido que el otro, ¿cuál es la velocidad del auto más veloz?

a) 16 km/h

b) 20 km/h

c) 24 km/h

d) 28 km/h

10. Una empresa dedicada a empacar y transportar huevos ha proyectado, con la siguiente función, sus ingresos (I) según los miles de huevos empacados (h):

$I(h) = -100h^2 + 1000h + 7500$, con $h \geq 0$

¿Para qué valores de h se alcanzan el ingreso máximo y el ingreso nulo?

Respuesta adecuada

Indica que para $h = 5$ se obtiene el ingreso máximo y para $h = 15$, el ingreso es nulo.

Respuesta inadecuada

No responde la pregunta o la deja en blanco.

Respuesta parcial

Plantea correctamente la situación, pero solo responde una de las preguntas en forma correcta.



Registro de asistencia

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Representa las características de una población mediante el estudio de variables cualitativas y cuantitativas, y el comportamiento de los datos de una muestra representativa a través de medidas de tendencia central y gráficos estadísticos.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Lee tablas y gráficos de barras u otros, así como diversos textos que contengan valores sobre medidas estadísticas, para deducir e interpretar la información que contienen.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 10, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Reconocer variables cualitativas y cuantitativas de una muestra representativa.
 - Elaborar tablas y gráficos estadísticos para luego analizarlos.
 - Hallar las medidas de tendencia central.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Qué pide la situación inicial?

Organizar los datos, determinar las variables estadísticas y presentar la información en un gráfico estadístico.
 2. Escribe todos los datos que te permiten dar respuesta a la situación inicial.

Cantidad de estudiantes registrados.
Cantidad de inasistencias por estudiante.
 3. ¿Qué variable o variables te dan en la situación inicial?

La inasistencia de los estudiantes del cuarto grado “C” en el mes de octubre.
 4. ¿Cómo relacionas los datos del registro con las variables propuestas?

La cantidad de inasistencias con la cantidad de estudiantes.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Qué estrategias te ayudarán a organizar y presentar mejor los datos?

Una tabla de frecuencias estadísticas y un gráfico de barras.
 2. ¿Cómo determinas la media aritmética de las inasistencias en el aula?

Se tiene en cuenta la siguiente fórmula: $\bar{x} = \frac{\sum f \cdot x_i}{n}$
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Aplica la estrategia mencionada en *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan*.

Inasistencia (días) (x_i)	Conteo	f_i
0	III	3
1	IIII	4
2	III	3
3	IIII	4
4	III	3
5	I	1
6	II	2
Total		20

2. ¿Cuál es el promedio de inasistencias del aula?

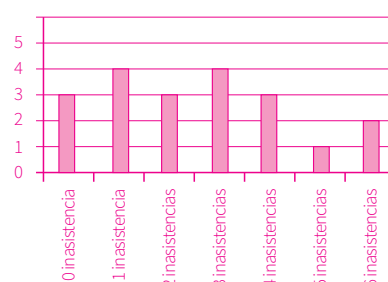
Primero se calcula el producto de la marca de clase con la frecuencia absoluta:

Inasistencia (días) (x_i)	Conteo	f_i	$f_i \cdot x_i$
0	III	3	0
1	IIII	4	4
2	III	3	6
3	IIII	4	12
4	III	3	12
5	I	1	5
6	II	2	12
Total		20	51

Se usa la siguiente fórmula: $\bar{x} = \frac{\sum f \cdot x_i}{n} = \frac{51}{20} = 2,55$

El valor se redondea a 3; por lo tanto, esta es la cantidad promedio de inasistencias del grupo.

3. Representa los datos en un gráfico de barras:



★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Qué procesos realizaste para organizar los datos?

Elaboramos una tabla de frecuencia.

Determinamos la variable.

Realizamos el conteo de estudiantes por inasistencia.

2. ¿Es posible indicar el promedio de inasistencias en el aula solo considerando el gráfico estadístico? Explica.

Sí, en el gráfico se evidencia que la frecuencia de inasistencia que más se repite es 3; por lo tanto, el promedio aproximado es de tres inasistencias.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, la cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:

1. ¿El proceso realizado permite dar respuesta a las preguntas de la situación A? Explica.

Sí. En la primera pregunta se pide elaborar una tabla de distribución de datos, considerando el primer intervalo y la amplitud del intervalo.

En la segunda se solicita el porcentaje de personas que pesan menos de 65 kg.

En la tercera se pide el número de personas que tienen mayor o igual peso que 70 kg y menor que 85. Esto se calcula.

2. Sin usar la fórmula, a simple vista en la tabla, ¿se puede determinar cuál es la masa corporal que tiene mayor frecuencia? Explica.

Sí, el peso que tiene mayor frecuencia se encuentra en el intervalo de [65; 70]

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

En el paso 1, en dos intervalos, se ha errado al hallar el punto medio de la clase. Lo correcto es:

Para [10 ; 20[el punto medio es 15.

Para [20 ; 30[el punto medio es 25.

Para [40 ; 50] el punto medio es 45.

En el paso 2, se usan los datos errados. Las operaciones corregidas serían así:

Para [20 ; 30[: $25 \times 6 = 150$.

Para [30 ; 40[: $35 \times 4 = 140$.

Para [40 ; 50]: $45 \times 2 = 90$.

Por lo tanto, la suma de los datos sería 545, que, dividido por 25, da como resultado 21,8.

2. ¿Se puede desarrollar de otra forma la situación C? Explica.

Sí. Se elabora una tabla de frecuencias:

Tiempos de conducción (minutos)	Número de maestros f	Punto medio de la clase x	Producto $x \cdot f$
[0 ; 10[3	5	15
[10 ; 20[10	15	150
[20 ; 30[6	25	150
[30 ; 40[4	35	140
[40 ; 50]	2	45	90

Con la fórmula de la media: $\bar{x} = \frac{\sum f \cdot x_i}{n} = \frac{545}{25} = 21,8$

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.

- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

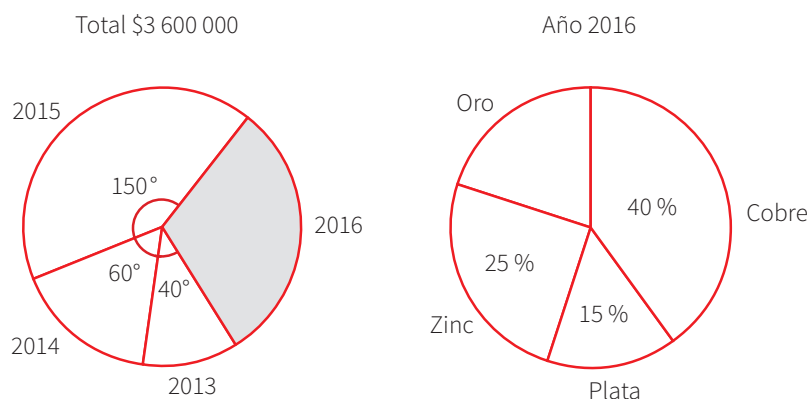
Materiales o recursos para utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

Los gráficos muestran las exportaciones de una compañía minera en cuatro años.

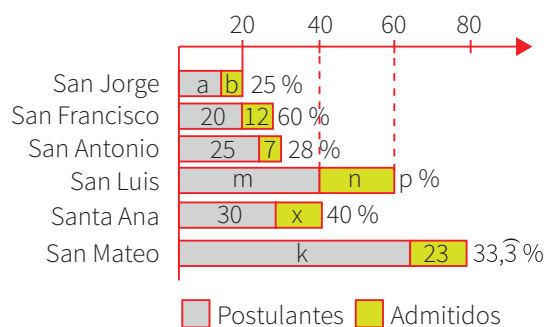


Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

- ¿A cuánto ascendieron las exportaciones de oro el 2016?
 a) \$110 000 b) \$165 000 c) \$200 000 **d) \$220 000**
- ¿Cuánto más de cobre debió exportarse en el 2016 para que, manteniendo los otros valores constantes, representen el 50 % de las exportaciones de este año?
 a) \$120 000 b) \$150 000 **c) \$220 000** d) \$230 000

La siguiente gráfica muestra la cantidad de postulantes e ingresantes a la UNI en el 2016 según el colegio de procedencia. Lamentablemente, gran parte del documento se encuentra ilegible. Intenta reconstruirlo con base en la información que se conserva y responde las preguntas.

Nota: El porcentaje indica qué parte de los postulantes fue admitida.



Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

- ¿Cuántos ingresantes proceden del colegio Santa Ana?
 a) 10 b) 11 **c) 12** d) 13
- Determina la cantidad de postulantes del colegio San Mateo.
 a) 80 **b) 69** c) 23 d) 60

Se realizó una encuesta a 30 familias de una cierta población sobre la duración de las ampolletas. La información que se obtuvo fue la siguiente:

- Siete familias dijeron que les duraban entre 20 y 26 días.
- Ocho dijeron entre 27 y 33 días.
- Cinco dijeron entre 34 y 40 días.
- Dos dijeron entre 48 y 54 días.
- Tres dijeron entre 55 y 61 días, y una familia dijo que le duró más de 62 días.

Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. ¿Cuál es el periodo de duración de las ampolletas que más mencionan las familias?
- a) 8 **b) 28,5** c) 8,5 d) 27
6. ¿Cómo ordenarías esta información en una tabla de distribución de frecuencias?

Respuesta adecuada				Respuesta parcial		Respuesta inadecuada
Intervalos	Marca de clase	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Intervalos	Marca de clase	Otra respuesta.
$I_{i-1} - I_i$	X_i	n_i	f_i	$I_{i-1} - I_i$	X_i	
[20; 26]	23	7	0,233	[20; 26]	23	
[27; 33]	30	8	0,266	[27; 33]	30	
[34; 40]	37	5	0,166	[34; 40]	37	
[41; 47]	44	4	0,133	[41; 47]	44	
[48; 54]	51	2	0,066	[48; 54]	51	
[55; 61]	58	3	0,10	[55; 61]	58	
[62; 68]	65	1	0,033	[62; 68]	65	

Según la Asociación de Lucha contra la Bulimia y la Anorexia, las pautas culturales han determinado que la delgadez sea sinónimo de éxito social. Por ello, muchos jóvenes luchan para conseguir el “físico ideal” motivados por modelos, artistas o la publicidad comercial.

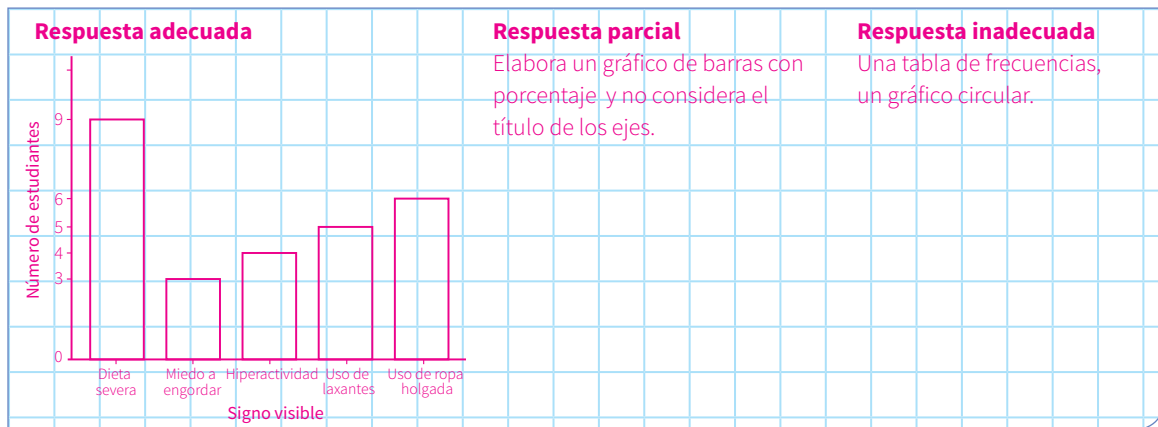
Durante marzo de 2006, en la IE Los Héroes, de la ciudad de Tacna, después de las vacaciones de verano se observaron con detenimiento a 27 estudiantes con síntomas de anorexia y se registraron los siguientes signos visibles:

Dieta severa	Miedo a engordar	Hiperactividad
Uso de ropa holgada	Dieta severa	Uso de laxantes
Miedo a engordar	Dieta severa	Uso de ropa holgada
Dieta severa	Uso de ropa holgada	Dieta severa
Dieta severa	Dieta severa	Uso de ropa holgada
Hiperactividad	Uso de laxantes	Miedo a engordar
Uso de laxantes	Dieta severa	Uso de ropa holgada
Uso de laxantes	Hiperactividad	Uso de laxantes
Uso de ropa holgada	Hiperactividad	Dieta severa

Con la información dada, responde las preguntas 7 y 8.

7. ¿Cuál es el signo visible más común entre los jóvenes que presentan síntomas de anorexia?
- a) Miedo a engordar **b) Dieta severa** c) Hiperactividad d) Uso de laxantes

8. Representa mediante un gráfico la información de la situación.



9. Un coro está compuesto por diferentes tipos de voces, agrupadas en cuerdas. Por lo general, se agrupan a los integrantes por voces graves y agudas o disposición en escala. La siguiente tabla muestra las edades de 100 integrantes de un coro.

Edades de los integrantes (años)	Número de integrantes
[20 ; 25[12
[25 ; 30[14
[30 ; 35[10
[35 ; 40[8
[40 ; 45[20
[45 ; 50[6
[50 ; 55[5
[55 ; 60[4
[60 ; 65[11
[65 ; 70]	10

Calcula la media de las edades.

a) 42,7

b) 27,4

c) 47,2

d) 2,74

10. El resultado de una encuesta realizada a 60 estudiantes del cuarto grado de secundaria de la IE Emprende, sobre el número de horas que dedican a la semana para enviar mensajes de texto o sms desde su celular, se encuentra registrado en la tabla de la derecha.

Tiempo semana (horas)	Número de estudiantes
[0 ; 5[8
[5 ; 10[11
[10 ; 15[15
[15 ; 20[12
[20 ; 25[9
[25 ; 30]	5



Calcula el el promedio de horas semanales dedicadas por cada estudiante a enviar mensajes de texto en un teléfono celular.

Respuesta adecuada	Respuesta parcial	Respuesta inadecuada
<p>Calcula la media, como se muestra a continuación:</p> $\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{20,0 + 82,5 + 187,5 + 210,0 + 202,5 + 137,5}{60}$ $\bar{x} = \frac{840}{60} \Rightarrow \bar{x} = 14$	El tiempo medio por semana que cada estudiante dedica a enviar mensajes de texto en un teléfono celular es de 14 horas.	La elaboración de la tabla de frecuencias.
	Otro valor.	

Adaptado de <http://goo.gl/CvSJ2m>



Reservas de gas natural en Camisea

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión de los órdenes del sistema de numeración decimal al expresar una cantidad muy grande y muy pequeña en notación científica, así como al comparar y ordenar cantidades expresadas en notación científica.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, combina y adapta estrategias de cálculo, estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con cantidades en notación científica.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 11, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
 - El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Expresar cantidades grandes y pequeñas en notación científica y exponencial.
 - Realizar operaciones con cantidades en notación científica.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿Qué te pide la situación inicial?

Expresar las cantidades de la situación en notación científica.

2. Escribe todos los datos que necesitas para dar respuesta a las preguntas de la situación inicial.

17,4 trillones de pies cúbicos

13,6 trillones de pies cúbicos

18,5 trillones de pies cúbicos

14,1 trillones de pies cúbicos

14,7 trillones de pies cúbicos

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿De qué otra forma se pueden expresar las cantidades propuestas en la situación inicial?

Se pueden expresar mediante cantidades numéricas, notación exponencial o científica.

2. ¿Qué estrategia te ayudará a organizar mejor los datos?

Organizar los datos en una tabla en la que se presente la expresión de la situación y su expresión en notación científica.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Utiliza la estrategia elegida en *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan*.

Datos de la situación	Notación científica
17,4 trillones de pies cúbicos	$1,74 \times 10^{19}$
13,6 trillones de pies cúbicos	$1,36 \times 10^{19}$
18,5 trillones de pies cúbicos	$1,85 \times 10^{19}$
14,1 trillones de pies cúbicos	$1,41 \times 10^{19}$
14,7 trillones de pies cúbicos	$1,47 \times 10^{19}$

2. Establece una regla general para expresar en notación científica cantidades grandes y pequeñas.

$$N = f \times 10^m; 1 \leq |f| < 10$$

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. Describe el procedimiento realizado en *Ejecutamos la estrategia o plan*.

Se elabora una tabla y en ella organizamos los datos en dos columnas. En la primera van los datos como están expresados en la situación, y en la segunda, va su escritura mediante notación científica.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:

1. ¿Todos los datos te permiten dar solución a la situación A? Explica.

Sí, las cantidades se deben ordenar para determinar el menor y mayor costo.

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A?

Se comparan las cantidades y se van ordenando de menor a mayor.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

Sí, el procedimiento realizado es el adecuado.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección? De ser correcta la respuesta, busca otra forma de resolver la situación C.

El error se presenta en el cálculo de la cantidad de la población por año.

La corrección es la siguiente:

$$\text{Año 1950: } 9,1\% \times 2\,525\,150\,000 = 229\,788\,650$$

$$\text{Año 2015: } 16,1\% \times 7\,349\,472\,100 = 1\,183\,265\,008$$

$$\text{Año 2050: } 25,5\% \times 9\,725\,147\,980 = 2\,479\,912\,735$$

$$\text{Año 2100: } 39,1\% \times 11\,213\,317\,490 = 4\,384\,407\,139$$

Año	Población
1950	$2,297\,886\,50 \times 10^8$
2015	$1,183\,265\,008 \times 10^9$
2050	$2,479\,912\,735 \times 10^9$
2100	$4,384\,407\,139 \times 10^9$

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar



- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

Masa

La unidad fundamental de masa en el Sistema Internacional de Medidas (SI) es el kilogramo (kg), el cual es definido como la masa de un cilindro de aleación platino-iridio, que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sèvres, Francia. Esta masa estándar fue establecida en 1887 y no ha cambiado desde esa época porque el platino-iridio es una aleación inusualmente estable. Un duplicado del cilindro de Sèvres se conserva en el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST, por sus siglas en inglés), en Gaithersburg, Maryland. La tabla de la derecha contiene los valores aproximados de las masas de varios elementos.

Masas aproximadas de varios objetos y seres	Masa (kg)
Universo observable	$\sim 10^{52}$
Galaxia Vía Láctea	$\sim 10^{42}$
Sol	$1,9 \times 10^{30}$
Tierra	$5,98 \times 10^{24}$
Luna	$7,36 \times 10^{22}$
Tiburón	$\sim 10^3$
Humano	$\sim 10^2$
Rana	$\sim 10^{-1}$
Mosquito	$\sim 10^{-5}$
Bacteria	$\sim 1 \times 10^{-15}$
Átomo de hidrógeno	$1,67 \times 10^{-27}$
Electrón	$9,11 \times 10^{-31}$

Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

1. ¿Cuál es la diferencia de las masas del Sol y la Tierra expresada en notación científica? (Dar respuesta en notación exponencial).

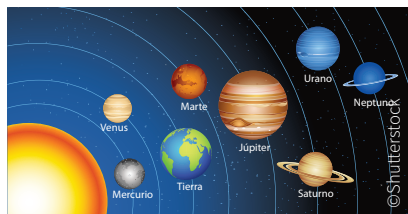
Nota: La respuesta debe ser expresada en notación exponencial.

- a) $1,899\ 994\ 02 \times 10^{30}$ c) $18,999\ 940\ 2 \times 10^{23}$
b) $1\ 899\ 994,02 \times 10^{24}$ d) $1,9 \times 10^{30}$

2. Determina la expresión que representa la suma de las masas de los siguientes elementos: tiburón, humano y rana.

- a) $11,001 \times 10^2$ **b) $1,100\ 1 \times 10^3$** c) $1100,1 \times 10^2$ d) $1100,1 \times 10^3$

Michael y Vanessa, dos estudiantes de la carrera de Astronomía, siempre están en constante trabajo con las medidas que existen entre los astros de nuestro universo. Ellos han visto que las distancias entre los planetas del sistema solar, comparadas con sus tamaños, son realmente abrumadoras. Para hacernos una idea de ello, se muestran las distancias relativas de los cuerpos planetarios al Sol en nuestro sistema.



Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

Planeta	Distancia al Sol (km)
1. Júpiter	$7,7 \times 10^8$
2. Marte	$2,3 \times 10^8$
3. Mercurio	6×10^7
4. Neptuno	$4,5 \times 10^9$
5. Saturno	$1,4 \times 10^9$
6. Tierra	$1,4 \times 10^8$
7. Urano	$2,9 \times 10^9$
8. Venus	$1,1 \times 10^8$

3. Vanessa desea expresar los valores de las distancias con números sin potencias, es decir, en su expresión natural. ¿Cuál es la expresión equivalente a la distancia de la Tierra al Sol en kilómetros?

- a) 140 000 000 000 km b) 14 000 000 km **c) 140 000 000 km** d) 1 400 000 000 km

4. Michael le consulta a Vanessa: “¿Cuál es la distancia más cercana al Sol?”. Expresa la respuesta en notación científica.

Respuesta adecuada

La distancia más cercana al Sol es la de Mercurio, cuya distancia es 6×10^7 .

Respuesta parcial

La distancia más cercana al Sol es la de Mercurio.

Respuesta inadecuada

Otra respuesta.

5. A continuación, se muestran algunas medidas de ciertos eventos. Expresa dichas medidas en notación científica.

- a) Duración de un relámpago: 0,000 2 s
 2×10^{-4} s
 b) Diámetro de un átomo: $0,000\ 053 \times 10^{-5}$ m
 $5,3 \times 10^{-10}$ m
 c) Longitud de onda de la luz azul: 0,000 000 48 m
 $4,8 \times 10^{-7}$ m
 d) Superficie de la Tierra: 51 100 000 km²
 $5,11 \times 10^7$ km²

6. Una de las centrales hidroeléctricas más importantes del Perú es la del cañón del Pato. Está compuesta por seis grupos de generadores de energía eléctrica, cada uno accionado por dos turbinas hidráulicas tipo Pelton de eje horizontal y doble inyector. La generación de la energía eléctrica tiene una potencia de 263 MW. ¿Cuántos focos de 240 W podrían encenderse simultáneamente con la electricidad de esta central?

- a) $1,095\ 833\ 3 \times 10^6$ focos b) $0,109\ 583\ 3 \times 10^5$ focos c) 263×10^6 focos d) $0,263 \times 10^4$ focos

7. La distancia de la Tierra a la Luna es de 380 000 km y de la Tierra al Sol, de 550 millones de km. Averigua cuántas veces es mayor la distancia de la Tierra al Sol que de la Tierra a la Luna. Realiza las operaciones en notación científica.

Respuesta adecuada	Respuesta parcial
De acuerdo con el resultado, la distancia de la Tierra al Sol es mayor que de la Tierra a la Luna en $1,447\ 368\ 42 \times 10^3$ veces $\rightarrow 1,447\ 368\ 42 \times 10^3$	El estudiante solo logra realizar la división de $\frac{550\ 000\ 000}{380\ 000}$
	Respuesta inadecuada
	Otra respuesta.

8. La medida de una bacteria de tamaño intermedio es de unos 0,003 mm (diámetro), pero los virus son todavía más pequeños; por ejemplo, el de la poliomielitis mide 0,000 015 mm de diámetro. Determina la diferencia del diámetro del virus de la polio que habría respecto de una bacteria común. Realiza los cálculos en notación científica.

- a) $2,135 \times 10^{-3}$ b) $2,225 \times 10^{-3}$ c) $2,985 \times 10^{-3}$ d) $2,233 \times 10^{-3}$

9. En España, el papel reciclado cada año equivale a 30 millones de árboles no talados. Expresa el número de árboles no talados durante un siglo en notación científica.

- a) 10×10^9 árboles no talados c) 5×10^9 árboles no talados
 b) 7×10^9 árboles no talados d) 3×10^9 árboles no talados

10. La concentración es una medida de la cantidad relativa de una sustancia respecto de otras. En el caso de la concentración de gases en la atmósfera, se utiliza la magnitud de microkilogramos de aire por metro cúbico. El significado de ppmv es, entonces, 0,000 001 kilogramos de aire por metro cúbico, que es lo mismo que 0,001 gramos de aire por metro cúbico, que es igual a $0,000\ 001 \times 0,001$ toneladas de aire por metro cúbico.

$$ppmv \rightarrow \frac{\mu\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{\text{mg}}{\text{m}^3} = 0,001 \times \frac{\mu\text{Ton}}{\text{m}^3}$$

Si la cantidad de CO₂ es de 380 ppm y la relación entre sus pesos moleculares del dióxido de carbono y del aire es $\frac{44}{29}$ y el volumen de la atmósfera es de 5×10^{18} m³, ¿cuántas toneladas de ese compuesto se tienen en un metro cúbico de aire?

Respuesta adecuada	$\Rightarrow 57 \times 10^{-18} \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3} \times 5 \times 10^{18} \text{m}^3 = 2,85 \times 10^{12} \text{Ton}$
Primero se calcula: $380 \text{ ppm} \rightarrow 380 \times 0,000\ 01 \times 0,001 = 380 \times 10^{-6} \times 10^{-3}$ Se multiplica por la relación de pesos moleculares: $380 \times 10^{-6} \times 10^{-3} \times \frac{44}{29} = 57,10^{-8} \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3}$	Respuesta parcial $380 \times 10^{-6} \times 10^{-3} \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3}$
	Respuesta inadecuada
	Otra respuesta.



Alimentos y nutrientes

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Combina estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos desconocidos y solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 12, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar datos y expresarlos mediante sistemas de ecuaciones lineales.
 - Utilizar métodos gráficos y procedimientos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial. Es importante aclarar que en el último párrafo de la situación inicial debe decir: cantidad de energía (calorías), y en la tabla de la situación inicial debe decir: Energía (cal).
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Qué debes averiguar sobre la situación inicial?
Las porciones de leche y alimento fortificado para adquirir 1800 calorías y 70 gramos de proteínas.
 2. Haz una lista de datos que te ayudarán a dar solución a la situación inicial.
 - *La cantidad de energía que se produce al ingerir alimento fortificado: 120 cal*
 - *La cantidad de proteínas en el alimento fortificado: 4 g*
 - *La cantidad de energía que se produce al ingerir la leche: 450 cal*
 - *La cantidad de proteínas en la leche: 20 g*
 3. ¿Cuál es la relación entre los datos y lo que se te pide calcular?
La suma de las cantidades de las calorías de los alimentos debe dar 1800 calorías, y la suma de las cantidades de las proteínas tiene que dar 70 gramos.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. Escribe de otra forma el enunciado de la situación inicial.
Al ingerir una porción de alimento fortificado se producen 120 cal y 4 g de proteínas, y la leche produce 450 cal y 20 g. ¿Cuántas porciones de cada alimento se necesitan para ingerir 1800 cal y 70 g de proteínas?
 2. ¿Qué estrategia te ayudará a dar solución a la situación inicial?
Plantear ecuaciones con dos variables.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Escribe una expresión algebraica que represente la cantidad de calorías.
 $120y + 450x = 1800$
 2. Escribe una expresión algebraica que represente la cantidad de proteínas.
 $4y + 20x = 70$
 3. Resuelve las expresiones algebraicas formuladas.
 $120y + 450x = 1800$(i)
 $4y + 20x = 70$(ii)

Simplificamos la primera ecuación (i):

$$4y + 15x = 60 \dots\dots\dots(iii)$$

Restamos (iii) de (ii)

$$4y + 20x = 70$$

$$4y + 15x = 60$$

Obtenemos: $5x = 10$, donde $x = 2$

Reemplazamos en la ecuación (ii) el valor de x : $4y + 20(2) = 70$

$$4y = 70 - 40; \text{ entonces, } y = 7,5$$

4. Escribe la cantidad de porciones de cada alimento que se requiere para ingerir 1800 kcal (previamente se aclara que debe decir: 1800 cal) y 70 g de proteínas.

- La cantidad de porciones ingeridas de leche es 2.
- La cantidad de porciones ingeridas de alimento fortificado es 7,5.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase *Reflexionamos sobre el desarrollo*:

1. Describe la estrategia empleada que te permitió dar solución a la situación inicial.

Se escribió mediante expresiones algebraicas la cantidad de calorías y proteínas. Con ellas formamos un sistema y aplicamos el método de reducción para solucionarlo.

Se despejó una de las variables para reemplazarla y encontrar las porciones de leche y, de esta forma, hallar las porciones de alimento fortificado.

2. ¿Es posible obtener la misma solución por otro método? Explica.

Sí, aplicando el método de igualación para resolver el sistema.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.

- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:

- Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
- Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.

- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, los cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:

1. ¿Todos los datos que presenta la situación A ayudaron en su resolución? Explica.

Sí, porque con ellos se pueden construir las ecuaciones lineales de dos variables.

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

- Se determinan las variables para cada una de las frutas.
- Se plantean dos ecuaciones lineales con dos variables.
- Se despeja la variable p de la primera ecuación lineal.
- Se reemplaza el valor de p en la segunda ecuación.
- Se encuentra el valor de la variable m ; este valor se sustituye en la primera ecuación para encontrar el valor de p .

3. ¿Por qué en la segunda ecuación se iguala a 15?

Porque en 1350 g se tienen 3 porciones de 450 g de mezcla de frutas secas y cada porción de 450 g cuesta S/5. Por lo tanto, 1350 g cuesta S/15.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

Los procedimientos realizados son los adecuados.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección? De ser correcta la respuesta, busca otra forma de resolver la situación C.

El error se presenta al despejar la variable y .

La corrección es la siguiente:

$$y = 10 - x$$

x	1	2	3
y	9	8	7

$$y = \frac{20 - 2x}{2}$$

x	1	2	3
y	9	8	7

- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organiza por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.

- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

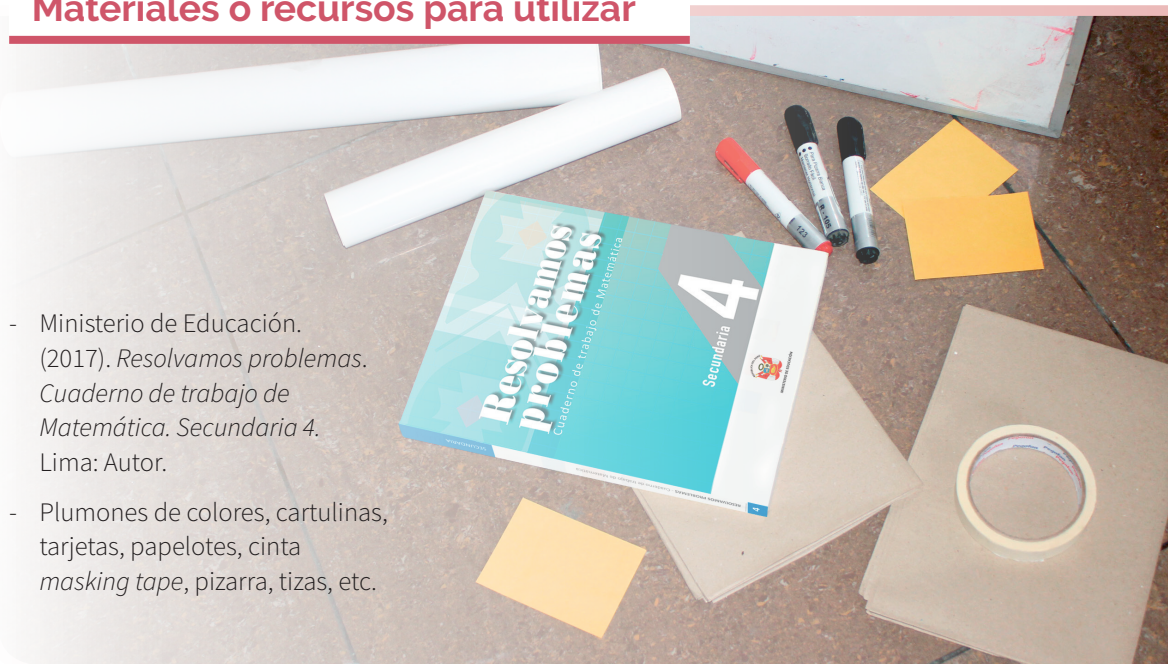
Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta masking tape, pizarra, tizas, etc.





Practicamos

1. Carlos puso S/130 soles de combustible a su carro y pagó con billetes de S/10 y S/20. Si entregó 9 billetes, ¿cuántos de cada denominación usó para pagar?

- a) Cinco billetes de S/10 y cuatro billetes de S/20
- b) Cuatro billetes de S/10 y cinco billetes de S/20
- c) Tres billetes de S/10 y seis billetes de S/20
- d) Seis billetes de S/10 y tres billetes de S/20

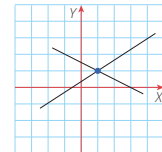
2. En un estacionamiento hay 55 vehículos entre automóviles y motos. Si el total de ruedas es 170, ¿cuántos autos hay?

- a) 45
- b) 35
- c) 30
- d) 20

3. Relaciona cada sistema de ecuaciones con su representación gráfica.

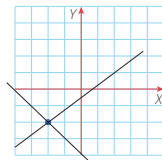
$$1) \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

A



$$2) \begin{cases} x + y = -4 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

B



- a) 1 A; 2B
- b) 2 A; 1B
- c) 1 A y B
- d) 2 A y B

4. Dos kilos de plátanos y tres de peras cuestan S/7,80. Cinco kilos de plátanos y cuatro de peras tienen un costo de S/13,20. ¿Cuánto cuesta el kilo de plátanos?

Respuesta adecuada

x: kilo de plátanos y: kilo de peras
 $2x + 3y = 7,80$
 $5x + 4y = 13,20$
 Resolviendo el sistema de ecuaciones, el kilo de plátano cuesta S/1,20.

Respuesta parcial

El estudiante solo logra plantear el sistema de ecuaciones.

Respuesta inadecuada

Otra respuesta diferente de las anteriores.

5. Resuelve empleando el método que creas conveniente:

Una empresa financiera tiene para sus empleados dos niveles de sueldos: contadores y gerentes, en los departamentos de Contabilidad y Cobranza. La tabla de la derecha muestra las cantidades de empleados en dichos departamentos, así como su respectiva planilla.

Departamentos	N.º de empleados		Planillas (S/)
	Contadores	Gerentes	
Contabilidad	4	2	19 000
Cobranzas	2	3	21 000

Determina el sueldo de cada tipo de trabajador.

- a) Del contador: S/1875; del gerente: S/5750
- b) Del contador: S/5050; del gerente: S/1875
- c) Del contador: S/1875; del gerente: S/5705
- d) Del contador: S/2875, del gerente S/5705

6. Un fabricante produce modelos I y II de lámparas. Durante la producción se requiere del uso de dos máquinas A y B. El número de horas necesarias para la producción de una lámpara está indicado en la tabla de la derecha.

	Máquina A	Máquina B
Modelo I	2	1
Modelo II	2	3

Si cada máquina puede utilizarse 24 horas por día, ¿cuántas lámparas de cada modelo produce al día la máquina A?

- a) Modelo I: 6; Modelo II: 6
- b) Modelo I: 1; Modelo II: 3
- c) Modelo I: 2; Modelo II: 2
- d) Modelo I: 6; Modelo II: 18

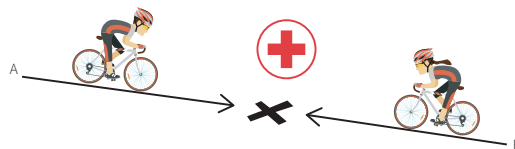
7. Cuando un móvil se desplaza a velocidad constante, la velocidad se expresa así:

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{espacio recorrido}}{\text{tiempo empleado}}$$

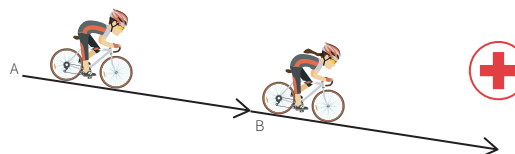
Abreviadamente:

$$v = \frac{e}{t} \leftrightarrow e = v \cdot t \leftrightarrow t = \frac{e}{v}$$

Un ciclista parte del pueblo A en dirección a B, distante 80 km, a velocidad constante v . A la vez, una ciclista sale de B hacia A, a una velocidad constante menor v' . Se encuentran al cabo de dos horas.



En otra ocasión, a la vez que el ciclista sale de A hacia B, la ciclista se pone en marcha, pero esta vez en el mismo sentido. Cada ciclista va a la misma velocidad que el primer día, y el ciclista veloz tarda cuatro horas en alcanzar a la ciclista. Con estos datos, calcula las dos velocidades.



Respuesta adecuada	Respuesta parcial
1.º día: espacio recorrido por el ciclista + espacio recorrido por la ciclista = 80 km $v \cdot 2 + v' \cdot 2 = 80$	1.º día: espacio recorrido por el ciclista + espacio recorrido por la ciclista = 80 km $v \cdot 2 + v' \cdot 2 = 80$
2.º día: espacio recorrido por el ciclista - espacio recorrido por la ciclista = 80 km $v \cdot 4 + v' \cdot 4 = 80$	2.º día: espacio recorrido por el ciclista - espacio recorrido por la ciclista = 80 km $v \cdot 4 + v' \cdot 4 = 80$
Solución: Simplificamos: $\begin{cases} v + v' = 40 \\ v - v' = 20 \end{cases} \quad v = 30 \text{ km/h}, v' = 10 \text{ km/h}$	Respuesta inadecuada Otras respuestas diferentes a la parcial o a la adecuada.

8. Coloca un clip al lado de una hoja de papel, por el borde más largo. Luego alinea suficientes monedas de 50 céntimos para completar la longitud de 11 pulgadas. Si usas un clip, debes encontrar que necesitas 12 monedas de 50 céntimos. Coloca dos clips al lado de la hoja, por el borde corto, y agrega suficientes monedas de 50 céntimos para completar su longitud de 8,5 pulgadas. Con los dos clips necesitarás 6 monedas de 50 céntimos. ¿Cuál es la cantidad de clips que se necesita si se los coloca por el borde más largo de la hoja?
- a) 10,75 clips
 - b) 5,5 clips**
 - c) 7,5 clips
 - d) 7 clips
9. En un encuentro de fútbol escolar, los estudiantes pagaron S/12 por boleto y los no estudiantes, S/18 por boleto. El número total de estudiantes que acudieron al partido fue de 1430 más que el número de no estudiantes. La venta total de todos los boletos fue de S/67 260. ¿Cuántos de los que fueron al partido eran estudiantes?
- a) 1300
 - b) 3001
 - c) 3100**
 - d) 1003
10. El perímetro de una sala rectangular es 100 m. Si el ancho (a) se aumenta en 6 m y el largo (l) se disminuye en 6 m, la sala se hace cuadrada. Escribe los modelos matemáticos que representen la situación.

Respuesta adecuada	Respuesta parcial
El estudiante formula el sistema de ecuaciones: $a + b = 50$ $b - a = 12$	El estudiante solo logra formular el primer enunciado: $2a + 2b = 100$
	Respuesta inadecuada Otra respuesta diferente de las anteriores.



El repartidor de pizzas

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen inecuaciones ($ax + b < cx + d$, $ax + b > cx + d$, $ax + b \leq cx + d$ y $ax + b \geq cx + d$, $\forall a$ y $c \neq 0$).
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y combina estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar inecuaciones usando propiedades de las igualdades.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 13, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar datos y expresarlos mediante inecuaciones lineales.
 - Usar métodos, procedimientos y propiedades matemáticas para solucionar inecuaciones.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan* y *Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿Qué te pide calcular la situación inicial?

El número de pizzas que se deben repartir para que la primera opción sea más conveniente.

2. ¿Qué datos encuentras en la situación inicial?

Sueldo mínimo: 850 soles.

Pago por pizza repartida: 11 soles.

Sueldo fijo: 1500 soles.

3. ¿Cómo escribirías en expresión matemática los siguientes enunciados?

Sueldo mínimo de 850 soles más 11 soles por cada pizza:

$$850 + 11x$$

Sueldo fijo de 1500 soles: 1500

4. ¿Cuál es la incógnita?

La cantidad de pizzas repartidas.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia te permite dar solución a la situación inicial?

El planteo de una inecuación.

2. ¿Cómo representarías la pregunta de la situación inicial usando una expresión matemática?

$$850 + 11x > 1500$$

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Desarrolla la expresión matemática formulada en la pregunta 2 de *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan*.

$$850 + 11x > 1500$$

Restamos 850 a cada lado: $850 - 850 + 11x > 1500 - 850$

Se obtiene: $11x > 650$

Dividimos a cada lado por 11: $\frac{11x}{11} > \frac{650}{11}$

$$x > 59,09$$

2. ¿Cuántas pizzas como mínimo se deben repartir diariamente para que convenga escoger la primera opción?

Como mínimo 60 pizzas.

3. Si en la segunda opción te pagarán un sueldo fijo de 1250, ¿cuántas pizzas como mínimo deberías repartir para que te convenga la primera opción?

$$850 + 11x > 1250$$

Restamos 850 a cada lado: $850 - 850 + 11x > 1250 - 850$

Se obtiene: $11x > 400$

Dividimos a cada lado por 11: $\frac{11x}{11} > \frac{400}{11}$

$$x > 36,36$$

Se deben repartir como mínimo 37 pizzas.

4. ¿Cuántas pizzas como mínimo se deberían repartir para ganar más de 2500 soles mensuales?

$$850 + 11x > 2500$$

Restamos 850 a cada lado: $850 - 850 + 11x > 2500 - 850$

Se obtiene: $11x > 1650$

Dividimos a cada lado por 11: $\frac{11x}{11} > \frac{1650}{11}$

$$x > 150$$

Se deben repartir como mínimo 151 pizzas.

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Qué transformaciones de equivalencia puedes realizar para dar solución a la situación inicial?

Resta de un número o expresión a ambos lados.

División por un número positivo a ambos lados.

2. ¿Cuál de las dos opciones de contrato crees que es más ventajosa? Explica.

La primera opción, ya que, repartiendo un mínimo de 60 pizzas, se llegaría a ganar más de 1500 soles.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, que les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:
 1. Los pasos realizados en la resolución de la situación A ¿son los adecuados? Explica.

Sí, primero se determina la incógnita y cuál es la relación de los datos respecto a la incógnita.

2. ¿Puedes indicar qué propiedades de las operaciones se han utilizado para resolver la situación A?

Para la adición se utilizó el opuesto aditivo.

Para la multiplicación, el inverso multiplicativo.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. ¿En cuál de los procedimientos hay error?

Sí hay error cuando se realiza la transformación en la inequación $200x + 110x > 1800 - 1000$

Debe decir: $200x - 110x > 1800 - 1000$

2. ¿Cuál sería su corrección? ¿Y cuál es la cantidad mínima de autos que debe vender Jorge?

$1000 + 200x > 1800 + 110x$

Resolvemos esta inequación:

$$200x - 110x > 1800 - 1000$$

$$90x > 800$$

$$x > \frac{800}{90}$$

$$x > 8,8$$

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.

- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

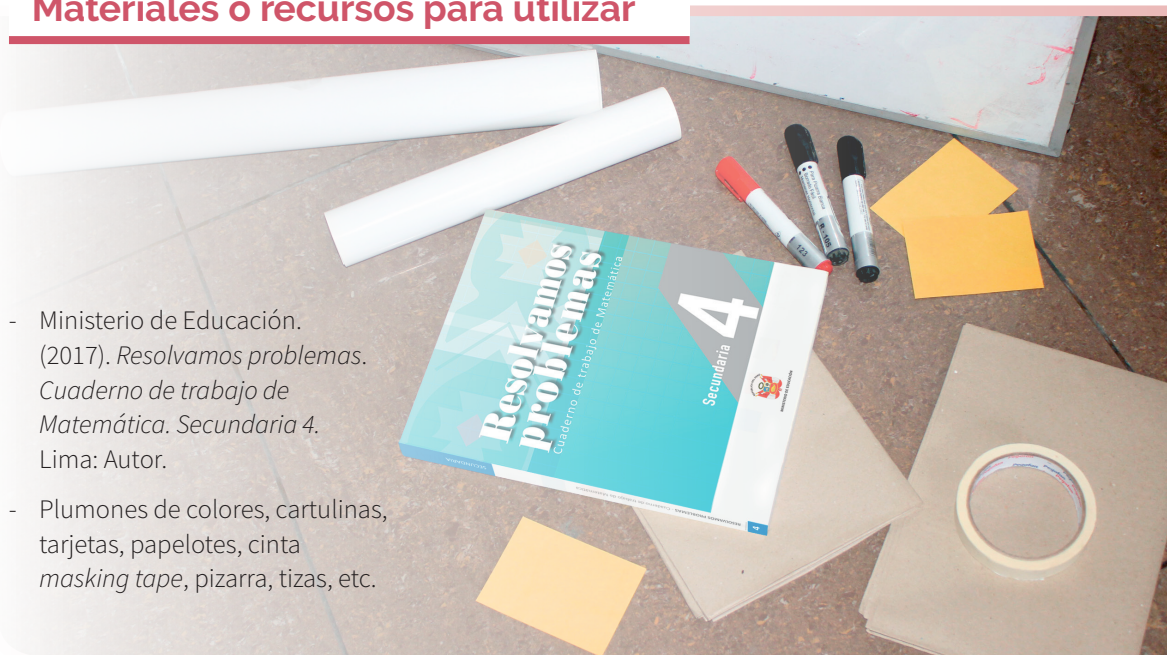
Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.





Practicamos

Dos compañías telefónicas ofrecen estas promociones:

Compañía A	Compañía B
Banda ancha + llamadas a fijo gratis: S/40 al mes.	Banda ancha + llamadas a fijo gratis: S/60 al mes.
Llamadas a móviles: S/0,30 el minuto.	Llamadas a móviles: S/0,20 el minuto.

Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

- ¿Cuántos minutos debe el cliente llamar a móviles en un mes para que le resulte más económica la compañía B?
 - Menos de 200 minutos
 - Más de 200 minutos
 - Igual a 200 minutos
 - Más o igual a 200 minutos.
- ¿Cuál es el importe de la factura en este caso?
 - Más de 100 soles
 - Igual a 100 soles
 - Menos de 100 soles
 - Menos o igual a 100 soles
- Un carpintero va a colocar un zócalo en una habitación rectangular de 8 metros de ancho y con un perímetro menor que 40 metros. ¿Cuál es el máximo valor entero que puede tener la longitud del cuarto?
 - 10
 - 9
 - 11
 - 2
- El tiraje de una revista mensual tiene como costo de edición 30 000 soles, a los que se debe sumar 1,50 soles de gasto de distribución por cada ejemplar. Si cada uno se vende a 3,50 soles y se obtienen unos ingresos de 12 000 soles por publicidad, ¿cuántas revistas se deben vender para empezar a obtener beneficios?

Respuesta adecuada	Respuesta parcial
$30\,000 + 1,50x < 3,5x + 12\,000 \Rightarrow 18\,000 < 2x \Rightarrow x > 9000$ A partir de 9000 ejemplares empezamos a obtener beneficios.	$30\,000 + 1,50x > 3,5x + 12\,000 \Rightarrow 18\,000 > 2x \Rightarrow x < 9000$ Hasta 9000 ejemplares se obtienen beneficios.
	Respuesta inadecuada
	Otra respuesta.

Las kilocalorías

La tabla muestra la capacidad energética media (en kilocalorías por gramo) de algunos nutrientes fundamentales.

Glúcidos	Proteínas	Grasas
4	4	9

Un alimento tiene las siguientes características en su composición:

- Posee el doble de gramos de grasa que de glúcidos.
- La masa de las proteínas es veinte veces la masa de los glúcidos.
- En 100 gramos de ese alimento hay, en total, 20,7 gramos de glúcidos, proteínas y grasas.

Fuente: <https://goo.gl/sFs3Lj>

Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. Escribe una expresión que determine el número de kilocalorías que poseen x gramos de dicho alimento.
- a) $91,8x$ b) $9,18x$ c) $0,918x$ d) $0,162x$
6. Si se han consumido entre 150 y 250 gramos del mencionado alimento, ¿entre qué valores está comprendido el número de kilocalorías consumidas?
- a) Entre 137 y 229,5 b) Entre 22,95 y 1,37 c) Entre 13,7 y 229,5 d) Entre 0,918 y 9,18
7. En una tienda de comercio de España hay dos tipos de marcas de café: una de Ecuador y otra de Colombia. De la marca que procede de Ecuador, cada paquete cuesta 1,30 euros, y de la que se importa de Colombia, 1,65 euros. Averigua el número de paquetes de cada tipo que puedo adquirir por 25 euros si quiero comprar de la marca colombiana el doble de paquetes que de la ecuatoriana.

Respuesta adecuada El estudiante logra plantear la inecuación: Como máximo puede adquirir 5 paquetes procedentes de Ecuador y 10 de Colombia.	Como máximo puede adquirir 5 paquetes procedentes de Ecuador.
Respuesta parcial El estudiante logra plantear la situación como igualdad:	Respuesta inadecuada Presenta otra respuesta diferente a las anteriores.

8. Marcos quiere encargar a un cristalero un espejo circular, aunque no tiene claro qué tamaño le conviene. Lo que sabe es que el radio puede variar entre 20 y 25 centímetros. ¿Entre qué valores oscilaría el área del cristal?
- Nota: Considerar el valor de $\pi \approx 3,14159$
- a) Entre $125,66 \text{ cm}^2$ y $157,08 \text{ cm}^2$ c) Entre $40\pi \text{ cm}^2$ y $50\pi \text{ cm}^2$
- b) Entre $1256,63 \text{ cm}^2$ y $1963,50 \text{ cm}^2$ d) Entre $12,5663 \text{ cm}^2$ y $196,350 \text{ cm}^2$

La edad de mi abuela

Mi abuela dio a luz a mi padre cuando ella tenía menos de 20 años; y yo nací cuando mi padre tenía más de 25 años. Si mi padre tiene ahora menos de 45 años y yo curso cuarto de secundaria, con la información dada, responde las preguntas 9 y 10.



Fuente: <https://goo.gl/eGrChg>

9. ¿Cuántos años tenía mi padre cuando yo nací?
- a) Entre 26 y 29 b) Entre 15 y 19 c) Entre 15 y 18 d) Entre 20 y 25
10. ¿Qué edad puede tener ahora mi abuela?

Respuesta adecuada Como el padre tiene la edad entre 26 y 29, y la niña entre 15 y 18 años, entonces la edad del padre es: $26 + 15 = 41$ como mínimo $29 + 15 = 44$ como máximo La edad de la abuela es, porque pudo dar a luz al padre entre 15 y 19 años: $41 + 15 = 56$ como mínimo	$44 + 19 = 63$ como máximo Por lo tanto, la edad de la abuela puede estar comprendida entre 56 y 63 años. Respuesta parcial Solo puede indicar la edad del padre. Respuesta inadecuada Otra respuesta diferente de las anteriores.
---	---



Elaboramos una quena

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos y procedimientos más convenientes para determinar la longitud, el área y el volumen de poliedros y cuerpos compuestos, empleando unidades convencionales (centímetros, metros, kilómetros).
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con dibujos y lenguaje geométrico, su comprensión sobre las propiedades de poliedros, prismas, cuerpos de revolución y su clasificación, para interpretar un problema según su contexto y establecer relaciones entre representaciones.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 14, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Hallar el área y el volumen de poliedros y cuerpos compuestos.
 - Realizar dibujos del desarrollo de prismas y cuerpos de revolución.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿Qué forma geométrica tiene la quena?

La quena tiene la forma de un cilindro.

2. ¿Qué datos te dan en la situación inicial que te permitan dar respuesta a la interrogante?

Largo total de la caña: 40 cm

Diámetro externo: 2,1 cm

Diámetro interno: 1,75 cm

3. ¿Qué datos necesitas para calcular su volumen?

Su altura y el área de su base.

4. ¿Qué datos debes conocer para hallar la superficie lateral de la quena?

La forma de la tapa, que correspondería a su base (forma circular).

La longitud de radio de la base o su diámetro y su altura.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia te ayudará a organizar mejor los datos?

Plantear una ecuación que represente la relación del volumen con su altura y el área de su base.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Escribe mediante una expresión matemática la estrategia descrita en *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan*.

$$V = A \times h$$

Donde:

V: volumen.

h: altura o longitud de la quena.

A: área de la base, es decir: $A = \pi r^2$, donde r es radio.

2. Realiza el cálculo del volumen de la caña que se usa para elaborar la quena.

El volumen de un objeto cilíndrico se obtiene mediante la expresión: $V = A \times h$

Y el área de un círculo se halla con la expresión: $A = \pi r^2$

Primero calculamos el área de la embocadura: $A = \pi r^2$

$$A = \pi(1,05)^2$$

$$A = 1,102\ 5\pi\ \text{cm}^2$$

$$A \approx 3,461\ 85\ \text{cm}^2$$

Reemplazamos el valor de A en $V = A \times h$

Y obtenemos que:

$$V = 1,1025\pi \times 40$$

$$V = 44,1\pi\ \text{cm}^3$$

$$V \approx 138,474\ \text{cm}^3$$

3. Si se tiene que barnizar toda la parte externa de la quena, ¿cuál es la superficie para hacerlo? (Considera el valor de $\pi \approx 3,14$).

Para calcular el área que se va a barnizar se tiene en cuenta la siguiente expresión:

$$Al = 2\pi rh$$

Donde:

Al : área lateral

r : radio

h : altura

Reemplazando datos en la fórmula $Al = 2\pi rh$

$$Al = 2\pi \times 2,1 \times 40$$

$$Al = 2\pi \times 2,1 \times 40$$

$$Al = 527,52\ \text{cm}^2$$

4. Si se sabe que la quena tiene siete orificios, entonces ¿cuál sería la superficie para pintar? (Considera $\pi \approx 3,14$).

Se debe calcular el área de cada orificio con la siguiente expresión: $A_{\text{círculo}} = \pi r^2$

- a) Para el orificio de diámetro de 5,3 mm, radio igual a 2,65 mm.

$$A_{\text{círculo}} = 3,14 \times (2,65)^2$$

$$A_{\text{círculo}} = 22,050\ 65$$

$$A_{\text{círculo}} = 2,205\ \text{cm}^2$$

- b) Para el orificio de diámetro 10,13 mm, radio igual a 5,065 mm.

$$A_{\text{círculo}} = 3,14 \times (5,065)^2$$

$$A_{\text{círculo}} = 80,554\ 266\ 5$$

$$A_{\text{círculo}} = 8,055\ \text{cm}^2$$

- c) Para el orificio de diámetro 12 mm, radio igual a 6 mm.

$$A_{\text{círculo}} = 3,14 \times (6)^2$$

$$A_{\text{círculo}} = 113,04$$

$$A_{\text{círculo}} = 11,304\ \text{cm}^2$$

- d) Para el orificio de diámetro 10 mm, radio igual a 5 mm.

$$A_{\text{círculo}} = 3,14 \times (5)^2$$

$$A_{\text{círculo}} = 78,5$$

$$A_{\text{círculo}} = 7,85\ \text{cm}^2$$

- e) Para el orificio de diámetro 10,08 mm, radio igual a 5,04 mm

$$A_{\text{círculo}} = 3,14 \times (5,04)^2$$

$$A_{\text{círculo}} = 79,761\ 024$$

$$A_{\text{círculo}} = 7,976\ \text{cm}^2$$

Sumamos para encontrar el área de los siete orificios:

$$2,205 + 8,055 + 8,055 + 11,304 + 11,304 + 7,85 + 7,976 = 56,749 \text{ cm}^2$$

Restamos el resultado al área lateral: $A_l = 527,52 \text{ cm}^2$

$$\text{Obtenemos } 527,52 \text{ cm}^2 - 56,749 \text{ cm}^2 = 470,771 \text{ cm}^2$$

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. Describe la estrategia empleada para resolver la situación inicial.

Para determinar el volumen que representa la caña de la quena, se hace uso de la expresión $V = A \times h$

Donde:

V : volumen

h : altura o longitud de la quena

A : área de la base, es decir, $A = \pi r^2$, donde r es radio.

Se halla primero el área de la base y luego se multiplica por la altura.

2. ¿En qué otras situaciones podrás usar la expresión del volumen y área de un cilindro? Lista tres ejemplos.

En todos los objetos que tienen forma cilíndrica. Por ejemplo:

- El tarro de una conserva de pescado o de leche.
- El rollo de papel.
- El vaso o la taza.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:
 1. Describe la estrategia utilizada para el desarrollo de la situación A.

Primero, se obtienen los datos de la situación que nos permiten dar respuesta a la pregunta planteada.

Segundo, para calcular el área total del vaso ceremonial, se hace uso de la siguiente expresión:

Se reemplazan los datos del área lateral y del área de la base.

Tercero, con el resultado del área de la base se calcula el volumen del vaso de forma cilíndrica.
 2. ¿Fueron necesarios los datos de la situación A para dar solución a la interrogante? Explica.

Sí fueron necesarios, ya que con los datos de la situación se dio respuesta al área total del vaso y al volumen.
- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. Describe los procedimientos realizados para dar con la respuesta a la situación C.

Primero, se calcula el radio de la circunferencia de la base del trozo de salchichón.

Se reemplaza el valor del radio para calcular el área de las bases.

Se calcula el área lateral y, para encontrar el valor aproximado, se suman los valores de las áreas de las bases y la lateral.

El volumen se encuentra reemplazando la siguiente expresión:

$$V = \pi r^2 \times h$$

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección? De ser correcta, busca otra forma de resolver la situación C.

Utilizamos el teorema de Pitágoras:

$$(2r)^2 = 10^2 + 10^2$$

Resolviendo:

$$4r = \sqrt{10^2 + 10^2}$$

$$4r = \sqrt{200}$$

$$r \approx 3,54 \text{ cm}$$

Entonces, el área de las bases es: $A_{\text{base}} = 2 \cdot \pi \cdot (3,54)^2 \approx 78,70 \text{ cm}^2$

Calculando el área lateral: $A_{\text{lateral}} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3,54 \cdot 20 \approx 787 \text{ cm}^2$

Por lo tanto, el área total es: $A_{\text{Total}} = 78,7 + 787 = 865,7 \text{ cm}^2$

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

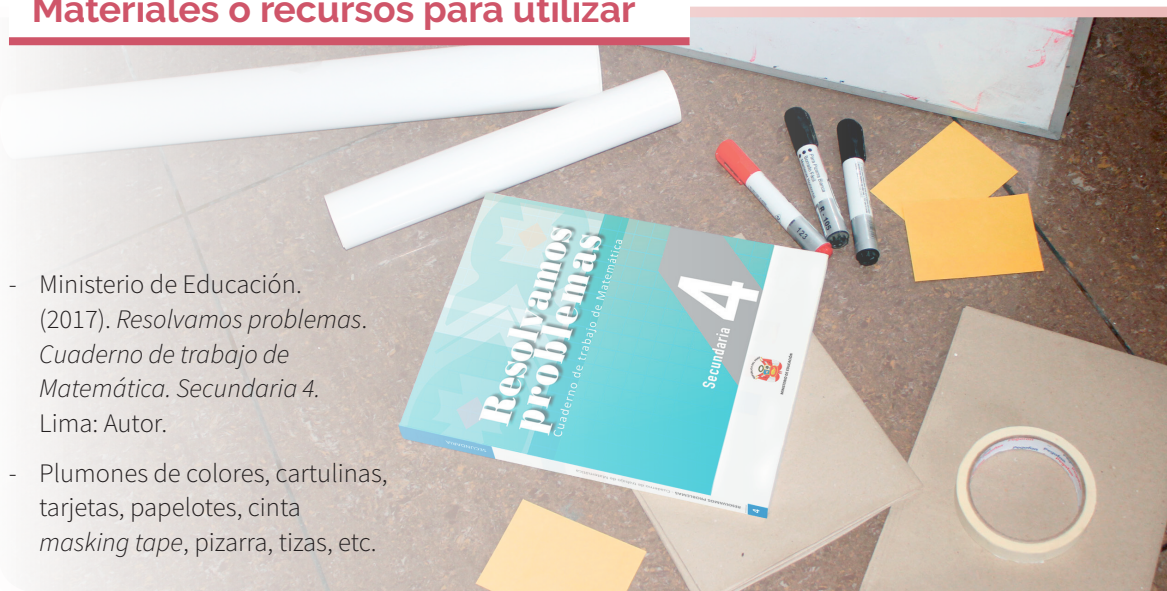
Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



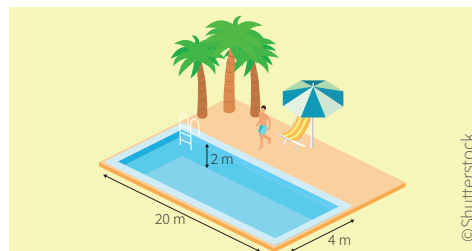


Practicamos

1. Calcula la cantidad de centímetros cúbicos de agua que se necesitan para llenar la siguiente piscina.

Fuente: <https://goo.gl/hfdSbM>

- a) $16 \times 10^6 \text{ cm}^3$
b) $1,6 \times 10^8 \text{ cm}^3$
 c) $1,6 \times 10^7 \text{ cm}^3$
 d) $16 \times 10^8 \text{ cm}^3$



2. El dueño de un circo quiere construir una carpa con forma de pirámide cuadrangular. ¿Qué cantidad de lona tiene que comprar si el apotema de la pirámide es 20 m y un lado de la base mide 15,5 m?

- a) 620 m^2** b) 155 m^2 c) 310 m^2 d) 31 m^2

3. Un tanque en forma de cilindro recto necesita ser llenado de agua. Para saber cuánto líquido verter, se debe saber el volumen del tanque. Su generatriz es de 50 cm y el radio de la base es la quinta parte de la generatriz al cuadrado.

Nota: Considerar $\pi \approx 3,1415926535$

- a) $39\,269\,908,17 \text{ cm}^3$** b) $39\,269\,908\,17 \text{ cm}^3$ c) $39,269\,908\,17 \text{ cm}^3$ d) $392,699\,081\,7 \text{ cm}^3$

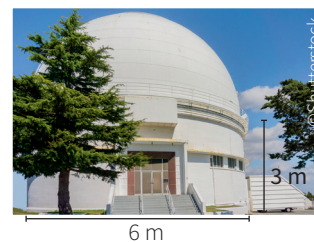
4. La cápsula que contiene un medicamento tiene la forma de cilindro con 2 semiesferas en los extremos. La longitud total de la cápsula es de 20 mm y el diámetro del cilindro, 8 mm. ¿Cuál es el volumen de la cápsula? (Considera $\pi \approx 3$)



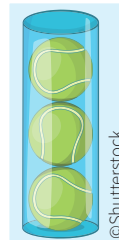
Respuesta adecuada	Respuesta parcial
El estudiante logra desarrollar utilizando la fórmula de volumen del cilindro y de la esfera.	El estudiante solo logra encontrar el volumen del cilindro.
Volumen de esfera: $V_e = \frac{4}{3}r^3\pi$	Volumen de cilindro: $V_c = \pi r^2 h$
$V_e = \frac{4}{3} \times 4^3 \times 3$	$V_c = 3 \times 4^2 \times 12$
$V_e = \frac{4}{3} \times 4^3 \times 3$	$V_c = 576 \text{ mm}^3$
$V_e = 256 \text{ mm}^3$	Respuesta inadecuada
Volumen de cilindro: $V_c = \pi r^2 h$	Otra respuesta diferente a las anteriores.
$V_c = 3 \times 4^2 \times 12$	
$V_c = 576 \text{ mm}^3$	
El volumen de la cápsula es de $256 + 576 = 832 \text{ mm}^3$.	

5. Los arquitectos modernos están diseñando una nueva estructura destinada a vivienda, la cual es mucho más resistente que las construcciones tradicionales, debido a su forma particular. Se la conoce como *domo familiar*, y se desea saber cuál es el volumen total que posee esta construcción.

- a) $45\pi \text{ m}^3$** b) $108\pi \text{ m}^3$ c) $60\pi \text{ m}^3$ d) $63\pi \text{ m}^3$



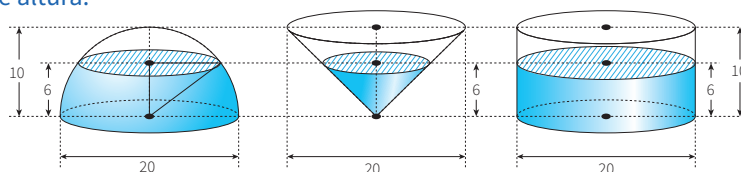
6. La imagen muestra un envase cilíndrico que contiene ajustadamente tres pelotas de tenis de aproximadamente 10 cm de diámetro cada una; existe una distancia de 2 cm entre la tapa del envase y la pelota más próxima dentro de él.



- ¿Cuál es el volumen del envase vacío? Exprésalo en notación científica. (Considera $\pi \approx 3$).
- a) $24 \times 10^2 \text{ cm}^3$ b) $9,6 \times 10^3 \text{ cm}^3$ **c) $2,4 \times 10^3 \text{ cm}^3$** d) $96 \times 10^2 \text{ cm}^3$
7. El suelo de un depósito cilíndrico tiene una superficie de 45 m^2 . El agua que contiene alcanza 2,5 metros. Para vaciarlo se utiliza una bomba que extrae 8 hl por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse?

Respuesta adecuada	Respuesta parcial
$V_{\text{AGUA}} = A_B \cdot h = 45 \cdot 2,5 = 112,5 \text{ m}^3 = 112\,500 \text{ litros}$	$V_{\text{AGUA}} = A_B \cdot h = 45 \cdot 2,5 = 112,5 \text{ m}^3 = 112\,500 \text{ litros}$
Convertimos hl a litros: $8 \text{ hl} \equiv 800 \text{ l}$	Respuesta inadecuada
Entonces: $\frac{112\,500}{800} = 140,625 \text{ minutos} \approx 2 \text{ h } 20 \text{ min } 37 \text{ s}$	Otra respuesta.

Se tienen los siguientes sólidos geométricos: una semiesfera, el cono invertido y el cilindro, como se muestra en las figuras, todos del mismo diámetro (20 cm) y altura (10 cm), que se han cortado por un plano horizontal a 6 cm de altura:



Fuente: <https://goo.gl/stkh6e>

Con la información dada, responde las preguntas 8; 9 y 10.

8. Determina si la superficie de la sección del cilindro equivale a la suma de las superficies de las secciones de la semiesfera y del cono.
- a) $100\pi \text{ cm}^2 = (64\pi + 36\pi) \text{ cm}^2$ c) $100\pi \text{ cm}^2 = (51\pi + 49\pi) \text{ cm}^2$
b) $100\pi \text{ cm}^2 = (25\pi + 75\pi) \text{ cm}^2$ d) $100\pi \text{ cm}^2 = (81\pi + 19\pi) \text{ cm}^2$
9. Determina el volumen del sólido obtenido después del corte realizado al cono.
- a) $72\pi \text{ cm}^3$ c) $70\pi \text{ cm}^3$
b) $36\pi \text{ cm}^3$ d) $42\pi \text{ cm}^3$
10. Demuestra que, para cualquier valor del radio (r) y cualquiera que sea la altura (h) a la que se corta el plano, se cumple que la superficie de la sección del cilindro equivale a la suma de las superficies de las secciones de la semiesfera y del cono.

Respuesta adecuada	Respuesta parcial
Presenta el siguiente desarrollo: Para un r y h cualquiera: $R = \sqrt{10^2 - h^2}$; $R' = h$; $R'' = 10$	Presenta el desarrollo de la superficie de las secciones:
$S_{\text{S. SEMIESFERA}} = \pi(R^2 - h^2)$	$S_{\text{S. SEMIESFERA}} = \pi(r^2 - h^2)$
$S_{\text{S. CONO}} = \pi \cdot h^2$	$S_{\text{S. CONO}} = \pi \cdot h^2$
$S_{\text{S. CILINDRO}} = \pi r^2$	$S_{\text{S. CILINDRO}} = \pi r^2$
$S_{\text{S. SEMIESFERA}} + S_{\text{S. CONO}} = \pi r^2 = S_{\text{S. CILINDRO}}$	Respuesta inadecuada
	Otra respuesta.



El interés simple y compuesto en la toma de decisiones

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades o trabajar con tasas de interés simple y compuesto y las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con números racionales y modelos financieros de interés simple y compuesto.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, combina y adapta estrategias de cálculo, estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con tasas de interés compuesto y simplificar procesos, usando las propiedades de los números y las operaciones, según se adecúen a las condiciones de la situación.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 15, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar datos de monto, capital e interés para expresarlos mediante un modelo financiero.
 - Utilizar estrategias de cálculo y procedimientos para realizar operaciones con tasa de interés simple y compuesto.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿Qué pide calcular la situación inicial?

Elección de la entidad financiera en la que conviene adquirir un préstamo.

2. ¿Qué datos te da la situación inicial?

El capital: S/35 000.

Entidad A: 1,5 % de tasa de interés simple trimestral.

Entidad B: 6 % de tasa de interés compuesto.

Entidad C: 3 % de tasa de interés compuesto capitalizable trimestralmente.

3. ¿Qué es un interés simple?

El interés simple se refiere a los intereses que produce un capital inicial en un periodo determinado, el cual no se acumula al capital para producir los intereses del siguiente periodo.

4. ¿Qué es un interés compuesto?

El interés compuesto se presenta cuando los intereses obtenidos al final del periodo de inversión o préstamo no se retiran o pagan, sino que se reinvierten y se añaden al capital principal.

5. ¿Cuál es el capital que requiere Luzmila para comprarse el auto?

El capital es de S/35 000.

- Al finalizar el desarrollo de la fase *Comprendemos el problema*, el docente sugiere la respuesta a cada pregunta.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia te ayudará a organizar mejor los datos?

Aplicar la expresión matemática de interés simple y compuesto.

$$Cf = C + I$$

Donde:

Cf: capital final

I: interés simple

C: capital inicial

Interés simple:

$$I = C \cdot i \cdot t$$

Donde:

I: interés simple

C: capital inicial

i: tasa de interés

t: tiempo o periodo

Interés compuesto:

$$Cf = C \left(1 + \frac{i}{k} \right)^{t \cdot k}$$

Donde:

Cf: capital final

C: capital inicial

i: tasa de interés capitalizable

t: tiempo o periodo

k: periodo de capitalización

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan:**

1. ¿Cuál es el interés simple para la entidad A?

La entidad A le ofrece un préstamo con interés simple:

$$C = 35\,000$$

$$t = 4 \text{ años}$$

$$i = 1,5\% \text{ trimestral} = 1,5 \times 4 = 6\% \text{ anual}$$

$$i = 0,06 \times 4 \times 35\,000 = 8400 \text{ soles.}$$

2. ¿Cuál es el interés compuesto para la entidad B?

La entidad B le ofrece un préstamo con interés compuesto capitalizable anualmente.

$$C = 35\,000$$

$$t = 4 \text{ años}$$

$$i = 6\% \text{ anual}$$

$$k = 1$$

$$Cf = ?$$

$$Cf = C(1 + i)^{t \times k}$$

$$Cf = 35\,000(1 + 0,06)^{4 \times 1}$$

$$Cf = 35\,000(1,06)^4$$

$$Cf = 44\,186,69$$

$$i = 44\,186,69 - 35\,000 = 9186,69 \text{ soles.}$$

3. ¿Cuál es el interés compuesto para la entidad C?

La entidad C le ofrece un préstamo con interés compuesto capitalizable trimestralmente.

$$C = 35\,000$$

$$t = 4 \text{ años}$$

$$i = 3\% \text{ anual}$$

$$k = 4$$

$$Cf = ?$$

$$Cf = C \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{t \times k} \quad Cf = 35\,000 \left(1 + \frac{0,03}{4}\right)^{4 \times 4}$$

$$Cf = 35\,000(1,0075)^{16}$$

$$Cf = 39\,444,72 \text{ soles}$$

$$i = 39\,444,72 - 35\,000 = 4444,72 \text{ soles.}$$

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Cuál de las tres entidades financieras ofrece una menor tasa de interés anual?

A Luzmila le conviene obtener el préstamo en la entidad C, ya que tendrá que pagar un menor monto al término de los cuatro años.

2. ¿Es suficiente la tasa de interés anual para tomar la decisión de escoger la entidad en la que Luzmila hará el préstamo?

No, hay que considerar el tiempo y el tipo de interés.

3. ¿Es lo mismo interés simple que compuesto?

No, en el interés simple no se incrementa el capital; en el interés compuesto, sí.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

Se utilizó la fórmula de interés compuesto: $C_f = C \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{t \cdot k}$

C_f : capital final

C : capital inicial

i : tasa de interés nominal capitalizable varias veces

k : número de capitalizaciones en el año

t : número de años

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

Se identifican los datos que se tienen, como es el capital, la tasa y el tiempo, para proceder a encontrar el interés y luego el monto o capital final.

3. ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al utilizado en la situación inicial?

La ruta es muy similar al préstamo realizado por la financiera B de la situación inicial, dado que el interés a calcular es el interés compuesto.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

Los pasos mostrados son los adecuados y pertinentes para resolver la situación presentada.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

En el cálculo del interés compuesto, en el número de capitalización, hay un error. La corrección es:

$$C_f = C \left(1 + \frac{1}{k}\right)^{t \times k}$$

$$C_f = 20\,000 \left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^{3 \times 2}$$

$$C_f = 20\,000(1,02)^6$$

$$C_f = 22\,523,25$$

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar



- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

Depósito a plazo fijo

Una entidad financiera ofrece el producto de ahorro a plazo fijo según este tarifario:

Depósito a plazo de	T.E.A. (tasa de interés efectiva anual) (%)
30 días	2,5
60 días	2,5
90 días	2,75
180 días	3,5
360 días	5,0

Un comerciante dispone de S/120 000 y desea colocar dicho dinero en una de estas modalidades de ahorro a plazo y retirarlo al término de tres años (considera que un año tiene 360 días).

Con la información dada, responde las preguntas 1; 2; 3 y 4.

1. Si el comerciante opta por el depósito a plazo fijo de 30 días de renovación automática durante el periodo de tres años, ¿cuál de los siguientes modelos permitiría calcular el dinero que recibirá dicho comerciante luego de ese tiempo?

a) $C_f = 120\,000(1 + 0,025)^{3 \times 12}$

c) $C_f = 120\,000 \left(1 + \frac{0,025}{3}\right)^3$

b) $C_f = 120\,000(1 + 0,025)^3$

d) $C_f = 120\,000 \left(1 + \frac{0,025}{12}\right)^{3 \times 12}$

2. Si el comerciante se decide por la modalidad de ahorro a plazo de 180 días de renovación automática, ¿cuánto dinero tendrá luego de transcurridos los tres años?

a) S/130 283,06

b) S/132 600,00

c) S/133 164,28

d) S/147 510,64

3. ¿En cuál de las modalidades de ahorro a plazo fijo con renovación automática le conviene ahorrar de modo tal que obtenga la mayor cantidad de dinero posible al término de los tres años?

a) A 90 días

b) A 360 días

c) A 180 días

d) A 30 días

4. Para un ahorro a plazo fijo de 360 días con renovación automática, el comerciante realiza el siguiente cálculo para los tres años previstos:

Final del año	Capital	Interés generado	Capital final
1	120 000	$I = 120\,000 \times 0,05 \times 1 = 6000$	126 000
2	126 000	$I = 126\,000 \times 0,05 \times 1 = 6300$	132 300
3	132 300	$I = 132\,300 \times 0,05 \times 1 = 6615$	138 915

¿Son correctos los cálculos efectuados por el comerciante? ¿Por qué?

Respuesta adecuada

Afirma que los cálculos realizados por el comerciante son correctos y comprueba utilizando la fórmula de interés compuesto.

Respuesta inadecuada

Otras respuestas diferentes a la adecuada o parcial u omisiones.

Respuesta parcial

Afirma que los cálculos realizados por el comerciante no son correctos y sustenta su afirmación en que no se debería acumular el interés generado.

La tienda de a sol

En un mercado hay una tienda denominada “De a sol”, cuyo nombre proviene del tipo de crédito que ofrece a sus clientes. Con solo la presentación del DNI y el recibo de luz o agua, el vendedor otorga el crédito. El cliente se lleva el artículo y paga a partir del día siguiente un sol o un sol cincuenta diario hasta cumplir el plazo establecido.



Estos son los precios de algunos artículos:

Artículo	Precio al contado	Al crédito	Días
Olla grande	S/55,00	S/1,50	40
Olla mediana	S/45,00	S/1,00	50
Olla chica	S/25,00	S/1,00	30
Mortero de madera	S/15,00	S/1,80*	30
Sartén grande	S/40,00	S/1,50	30

* En el cuaderno de trabajo página 199, debe decir S/1,80.

Con la información dada, responde las preguntas 5; 6 y 7.

5. ¿Cuál es la tasa de interés simple diaria que se aplica sobre el precio de la olla grande al venderla a crédito?
- a) 0,23 % b) 0,33 % c) 5,0 % d) 9,1 %
6. ¿A qué tasa de interés compuesto diario equivale lo cobrado al vender a crédito el mortero de madera?
- a) 0,05 % b) 0,96 % c) 1,33 % d) 4,4 %
7. Un cliente le dice al vendedor que al venderlo a crédito está cobrando una mayor tasa de interés por el mortero de madera. El vendedor le responde que su percepción es falsa porque está cobrando el mismo interés por todos los artículos. ¿Cuál es tu opinión al respecto? Justifícala.

Respuesta adecuada

Afirma que está de acuerdo con el cliente, ya que si bien se cobra el mismo monto por concepto de interés (S/5) en todos los artículos, sin embargo, al ser el capital y el tiempo diferentes, el interés también debe serlo.

Artículo	Precio al contado	Precio al crédito	Tasa de interés
Olla grande	S/55,00	S/60	$r = \frac{5}{55 \times 40} = 0,0023 = 0,23 \%$
Olla mediana	S/45,00	S/50	$r = \frac{5}{45 \times 50} = 0,0022 = 0,22 \%$
Olla chica	S/25,00	S/30	$r = \frac{5}{25 \times 30} = 0,0067 = 0,67 \%$
Mortero de madera	S/15,00	S/54	$r = \frac{39}{15 \times 30} = 0,0867 = 8,67 \%$
Sartén grande	S/40,00	S/45	$r = \frac{5}{40 \times 30} = 0,0028 = 0,28 \%$

Respuesta parcial

Afirma que el cliente está equivocado porque se está cobrando el mismo interés por todos los artículos.

Respuesta inadecuada

Otras respuestas diferentes de la parcial o la adecuada.

El préstamo

Pamela quiere obtener un préstamo de S/10 000 para equipar su tienda y devolverlo luego de 5 años. Le hacen estas ofertas crediticias:

Entidad	Tasa de interés	Tipo de interés	Capitalización
"Presta Fácil"	6 % anual	Compuesto	Anual
"Paga al Toque"	1,5 % trimestral	Compuesto	Trimestral
"Deuda Cero"	7 % anual	Simple	---

Con la información dada, responde las preguntas 8 y 9:

8. En la entidad "Presta Fácil", con la expresión $10\,000(1 + 0,06)^5$ se calcula:
- a) Capital inicial **b) Capital final** c) Interés d) Cuota anual
9. Calcula el monto que devolverá Pamela a la entidad "Paga al Toque" después de realizado el préstamo.
- a) 13 468,55 soles.** b) 13 000,21 soles. c) 13 562,20 soles. d) 15 365,23 soles.
10. Se desea conocer el interés simple que gana un capital de S/5000 al 12 % anual desde el 15 de marzo hasta el 15 de agosto del mismo año. Para tal fin, lo primero que debemos hacer es calcular el tiempo que transcurre entre las dos fechas, tomando una de las dos fechas extremas. ¿Cuál es el interés simple aproximado en el periodo de tiempo dado?

Respuesta adecuada

Cálculo del tiempo que transcurre entre las dos fechas:

	Tiempo exacto	Tiempo aproximado
Marzo	16	15
Abril	30	30
Mayo	31	30
Junio	30	30
Julio	31	30
Agosto	15	15
Total	153	150 días

El problema propuesto puede resolverse de cuatro formas.

Con el tiempo aproximado y el año comercial:

$$I = (5\,000)(0,12) \frac{150}{360} = S/250,00$$

Con el tiempo exacto y el año comercial:

$$I = (5\,000)(0,12) \frac{153}{360} = S/255,00$$

Con el tiempo aproximado y el año calendario:

$$I = (5\,000)(0,12) \frac{150}{365} = S/246,5753$$

Con el tiempo exacto y el año calendario:

$$I = (5\,000)(0,12) \frac{153}{365} = S/251,5068$$

Respuesta parcial

No determina el tiempo exacto y el tiempo aproximado, y calcula el interés con un tiempo comercial.

Respuesta inadecuada

Cualquier otro procedimiento.



¿Dónde se encontrarán?

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes. Transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar sistemas de ecuaciones lineales usando propiedades de las igualdades.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 16, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar datos de valores desconocidos y expresarlos mediante un sistema de ecuaciones lineales.
 - Utilizar estrategias, métodos y procedimientos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Qué te pide la situación inicial?

Escribir mediante una expresión matemática lo representado en el gráfico y la información dada de la situación.

También pide determinar en qué tiempo y distancia el estudiante A pasa al estudiante B.
 2. ¿Qué datos te da la situación inicial?

La distancia que deben caminar los dos estudiantes.

La velocidad de los estudiantes.

El punto de inicio de cada uno de los estudiantes.
 3. ¿Qué datos debes relacionar para encontrar la expresión matemática?

La distancia expresada en el punto de partida con el tiempo que emplea cada uno de los estudiantes.
 - ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Qué estrategia te ayudará a organizar mejor los datos?

El planteamiento de ecuaciones lineales de dos variables.
 2. Escribe mediante una expresión matemática el siguiente enunciado: El estudiante A empieza en el punto de 0,5 metros y camina hacia el punto de 6 metros a razón de 1 m/s.

$y = 0,5 + 1x$
 3. Escribe mediante una expresión matemática el siguiente enunciado: El estudiante B empieza en el punto de 2 metros y camina hacia el punto de 6 metros a razón de 0,5 m/s.

$y = 2 + 0,5x$
 4. ¿Has empleado todos los datos de la situación inicial? Explica.

No, solo los necesarios para determinar la relación entre las variables.
 5. ¿Qué otra estrategia te permitirá resolver la interrogante de la situación inicial?

Elaborar tablas para asignar valores a la variable independiente.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. ¿Cómo encontrarías el valor de x e y en la ecuación lineal: $y = 0,5 + 1 \cdot x$?

Se elabora una tabla de valores y se asignan valores a la variable x :

x	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
$y = 0,5 + 1 \cdot x$	0	1	2	3	4	5	6

2. ¿Cómo encontrarías el valor de x e y en la ecuación lineal: $y = 2 + 0,5 \cdot x$?

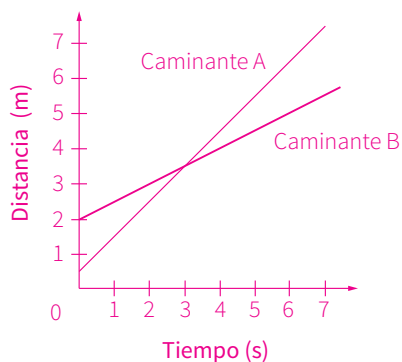
Se elabora una tabla de valores y se asignan valores a la variable x :

x	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$y = 2 + 0,5 \cdot x$	0	1	2	3	4	5	6

3. Realiza el gráfico de las dos ecuaciones lineales en un plano cartesiano:

Primero dibujamos la recta de la ecuación lineal $y = 0,5 + 1 \cdot x$.

Luego dibujamos la recta de la ecuación lineal $y = 2 + 0,5 \cdot x$.



4. ¿Cuál es la coordenada donde los dos estudiantes se intersecan?

De acuerdo con el gráfico, la coordenada es $(3; 3,5)$.

5. ¿Después de qué tiempo el estudiante A pasa al estudiante B?

Después de tres segundos.

6. ¿A qué distancia del punto cero el estudiante A alcanza al estudiante B?

El estudiante A alcanza al estudiante B a 3,5 metros del punto cero.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Cómo verificas si las expresiones matemáticas formuladas en *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan* están bien planteadas?

Para verificar que $(3; 3,5)$ es el punto de intersección, sustituye x por 3 y por 3,5 en ambas ecuaciones, y verifica que resulte un enunciado verdadero.

2. ¿Es posible obtener la misma solución con otro método? Explica.

Sí. Desarrollando un sistema de ecuaciones lineales se obtiene:

$$\begin{cases} y = 0,5 + 1 \cdot x \\ y = 2 + 0,5 \cdot x \end{cases} \quad \begin{cases} y - x = 0,5 \\ y - 0,5x = 2 \end{cases}$$

Restando la primera ecuación a la segunda ecuación, se obtiene: $0,5x = 1,5$
 $x = 3$

Reemplazando el valor de x en la primera ecuación lineal, se obtiene: $y = 0,5 + 1 \cdot 3$
 $y = 3,5$

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:

1. ¿La solución es correcta? Explica.

Todos los procesos y cálculos presentados son pertinentes para resolver la situación presentada.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

Elaborar un sistema de ecuación lineal.

3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

Se plantea una ecuación que represente la cantidad de integrantes de la familia: $x + y = 6$

Luego se determina la relación del precio de ingreso por adultos y niños: $25x + 10y = 105$, y finalmente se emplea el método de reducción para resolver el sistema.

4. Desarrolla la situación A utilizando tablas y gráficos.

Se elabora una tabla de valores y se asignan valores a la variable x :

x	6	5	4	3	2	1	0
$y = 6 - x$	0	1	2	3	4	5	6

Se elabora una tabla de valores y se asignan valores a la variable x :

x	4,2	3,8	3,4	3	2,6	2,2	1,8
$y = \frac{21 - 5x}{2}$	0	1	2	3	4	5	6

La cantidad de entradas que se compraron son 3 de adultos y 3 de niños.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. ¿Todos los pasos del procedimiento son correctos?

Todos los pasos y procedimientos son adecuados y pertinentes para resolver la situación presentada.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Al momento de escribir la ecuación lineal de la cuerda gruesa, debe ser: $y = 1000 - 10,3x$

A partir de ello se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} y = 900 - 6 \cdot x \\ y = 1000 - 10,3 \cdot x \end{cases}$$

Restando las ecuaciones, obtenemos:

$$0 = 100 - 4,3 \cdot x$$

$$x \approx 23,26$$

Como x representa el número de nudos, la solución debe ser un número entero: $x = 23$

Reemplazando el valor de x en la primera ecuación, obtenemos el valor de y :

$$y = 900 - 6 \cdot 23$$

$$y \approx 760$$













Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde 				
Amarillo 				
Azul 				

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

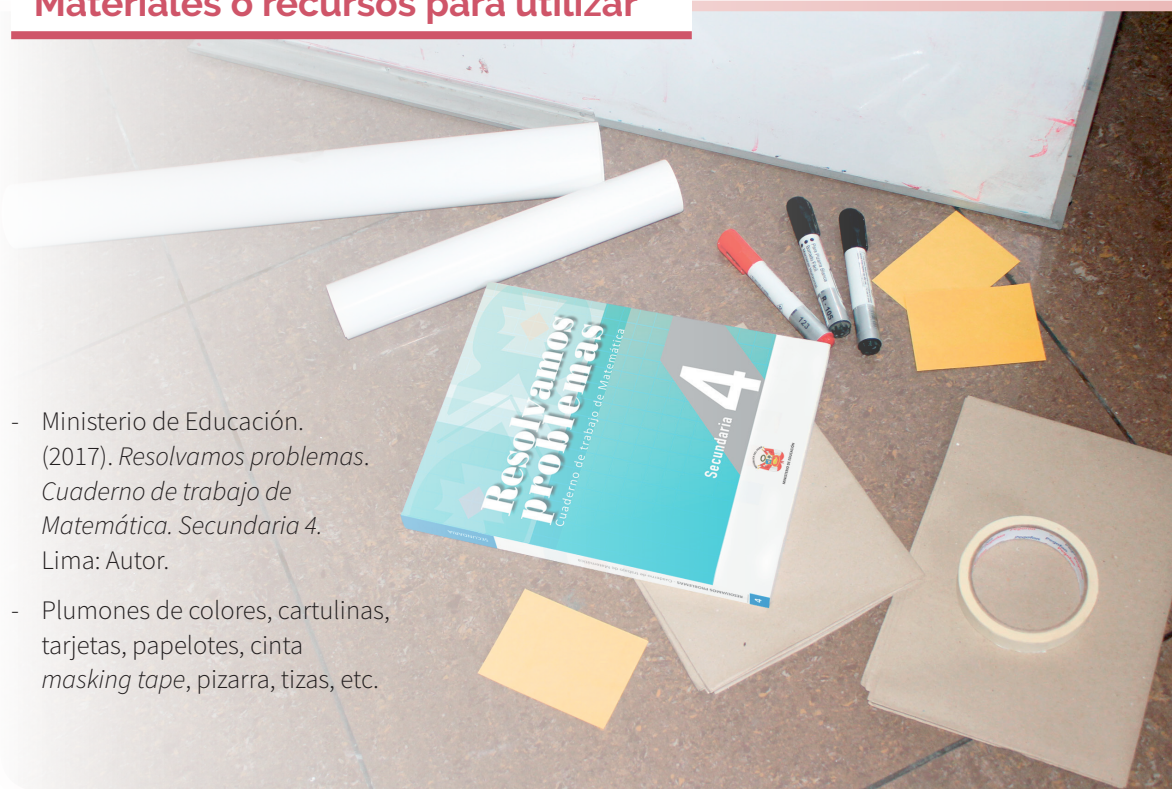
- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar



- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

El día que los Rodríguez asistieron a Mistura, consumieron dos tipos de platos: frejoles con seco y carapulca con sopa seca. De los seis miembros de la familia, cuatro comieron frejoles con seco y dos, carapulca con sopa seca, por lo cual gastaron en total S/140. Además, se sabe que el precio de la carapulca fue S/4 más que el de los frejoles, y ambos precios fueron cantidades enteras. ¿Cuánto costó cada plato?

Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

1. Identifica las variables y escribe mediante ecuaciones la situación planteada. Luego responde: ¿Cuál de los siguientes sistemas de dos ecuaciones corresponde a la situación dada?

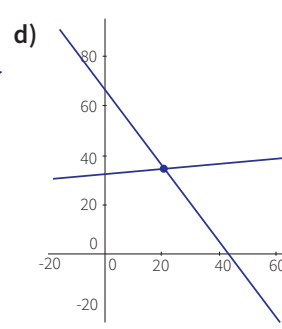
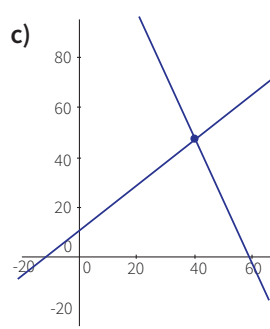
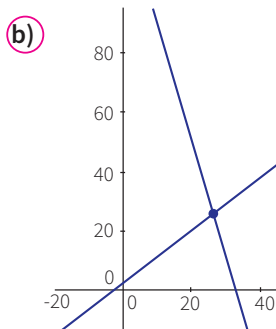
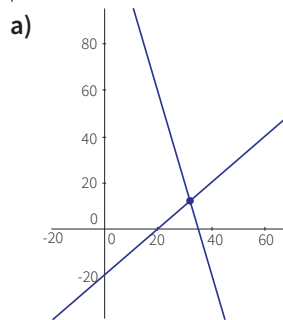
a) $\begin{cases} 4x + 2y = 140 \\ x - y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - 2y = 140 \\ 2x - y = 70 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + 2y = 140 \\ y - x = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x + 2y = 140 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

2. ¿Cuál de las siguientes representaciones corresponde al conjunto solución correcto de la situación planteada?



3. Juan pagó S/50 por tres cajas de tarugos y cinco cajas de clavos. Pedro compró cinco cajas de tarugos y siete de clavos y tuvo que pagar S/74. ¿Cuál es el precio de cada caja de tarugos?

a) 7 soles

b) 5 soles

c) 6 soles

d) 12 soles

4. Con dos camiones cuyas capacidades de carga son, respectivamente, 3 y 4 toneladas, se hicieron en total 23 viajes para transportar 80 toneladas de madera. ¿Cuántos viajes realizó cada camión?

Respuesta adecuada

El sistema de ecuaciones es entonces:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 80 \\ x + y = 23 \end{cases}$$

Se puede resolver el sistema y encontrar los valores de x y de y , para concluir que el primer camión realizó 12 viajes y el segundo, 11.

Respuesta parcial

El estudiante solo llega a plantear el sistema de ecuaciones lineales.

Respuesta inadecuada

No llega a plantear el sistema de ecuaciones.

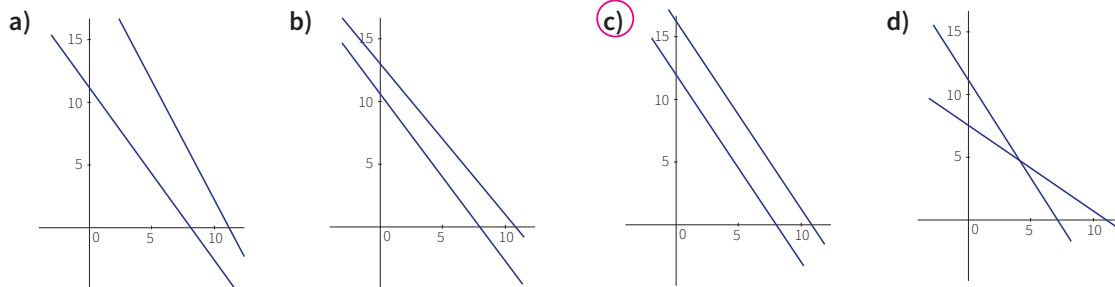
Después del paseo a Mistura, Ana, la hija menor de la familia Rodríguez, decidió crear una situación problemática sobre sistemas de ecuaciones. Para ello, se planteó el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 9x + 6y = 98 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$$

Justo cuando Ana estaba ideando el contexto de la situación, su hermano mayor, Jorge, vio el sistema y le dijo que revisara los valores de su ecuación, pues era necesario que los cambiase.

Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. Si Ana decide graficar su sistema, ¿cuál es la gráfica que obtiene?



6. ¿Cuál resultó ser el tipo de solución del sistema de ecuaciones que propuso Ana?

- a) Compatible indeterminado c) Compatible determinado
 b) Incompatible d) Ninguna de las anteriores

Ana, tratando de solucionar su sistema de ecuaciones, planteó lo siguiente:

$$\begin{cases} 9x + 6y = 72 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$$

Entonces, Jorge volvió a pasar, observó el sistema y le dijo que aún faltaba cambiar algo, porque el conjunto solución no era el adecuado.

Con la información dada, responde las preguntas 7 y 8.

7. ¿Cuál es el conjunto solución que presenta este nuevo planteo de sistema de ecuaciones?

Respuesta adecuada	Respuesta parcial								
El estudiante reconoce que el sistema de ecuaciones es compatible indeterminado.	El estudiante identifica que el sistema de ecuaciones, al ser desarrollado, queda $0 = 0$.								
Encontramos algunos puntos para cada una de las ecuaciones:	Respuesta inadecuada								
Para la ecuación 1:	Otra respuesta diferente a las anteriores.								
<table border="1"> <tr><td>X</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>Y</td><td>13,5</td><td>12</td><td>10,5</td></tr> </table>	X	-1	0	1	Y	13,5	12	10,5	
X	-1	0	1						
Y	13,5	12	10,5						
Para la ecuación 2:									
<table border="1"> <tr><td>X</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>Y</td><td>13,5</td><td>12</td><td>10,5</td></tr> </table>	X	-1	0	1	Y	13,5	12	10,5	
X	-1	0	1						
Y	13,5	12	10,5						
Porque para ambas ecuaciones se encuentran valores iguales.									

8. ¿Qué valor es suficiente cambiar para que el sistema de ecuaciones esté correctamente planteado y ambas variables tengan soluciones positivas y mayores de cero?
- En la primera ecuación es suficiente cambiar el término independiente 72 por el número 48.
 - En la primera ecuación es suficiente cambiar el coeficiente de x por un 6.
 - En la segunda ecuación es suficiente cambiar el coeficiente de x por un 6.
 - En la segunda ecuación es suficiente cambiar el coeficiente de x por un 4 y el término independiente 24 por el número 28.
9. Con el viento a favor en vuelo, un avión pequeño puede recorrer 1200 km en 3 horas. Con viento en contra, el avión puede recorrer la misma distancia en 5 horas. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.
- Velocidad: del avión 320 km/h; viento 80 km/h
 - Velocidad: del avión 321 km/h; viento 81 km/h
 - Velocidad: del avión 640 km/h; viento 560 km/h
 - Velocidad: del avión 200 km/h; viento 50 km/h
10. Una persona invierte en un producto una cantidad de dinero y obtiene un 5 % de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, logra un beneficio del 3,5 %. Sabiendo que en total invirtió 10 000 soles y que los beneficios de la primera inversión superan en 300 soles a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada producto?

Respuesta adecuada

Hacemos una tabla para organizar la información:

	Inversión	Beneficio
Primer producto	x	$0,05x$
Segundo producto	y	$0,035y$

Tenemos que:

$$\begin{cases} x + y = 10\,000 \\ 0,05x = 0,035y + 300 \end{cases} \rightarrow y = 10\,000 - x$$

$$\rightarrow 0,05x = 0,035(10\,000 - x) + 300 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,05x = 350 - 0,035x + 300 \rightarrow 0,085x = 650 \rightarrow x = \frac{650}{0,085} \rightarrow x = 7647 \text{ soles}$$

$$y = 10\,000 - x = 10\,000 - 7647 = 2353 \text{ soles}$$

Invirtió 7647 soles en el primer producto y 2353 soles en el segundo.

Respuesta parcial

Plantea el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 10\,000 \\ 0,05x = 0,035y + 300 \end{cases} \rightarrow y = 10\,000 - x$$

$$\rightarrow 0,05x = 0,035(10\,000 - x) + 300$$

Respuesta inadecuada

Otras respuestas.



Tomamos decisiones

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático el significado del valor de la probabilidad para caracterizar la ocurrencia de sucesos independientes y dependientes de una situación aleatoria.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos independientes de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace y sus propiedades.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 17, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Representar mediante un lenguaje matemático el significado de la probabilidad.
 - Emplear procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos independientes mediante la regla de Laplace.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿Qué pide hallar la situación inicial?

Determinar la probabilidad de preparar hoy cebiche de entrada y lentejas de segundo.

2. Escribe los datos que necesitas para dar respuesta a las preguntas de la situación inicial.

La cantidad de entradas y platos de fondo que hay en el menú.

3. Escribe el espacio muestral referido a las entradas.

{huevo a la rusa, aguadito, cebiche, sopa de sémola}

4. Escribe el espacio muestral referido a los segundos.

{caucau, estofado de pollo, ají de gallina, locro, lentejas, picante de res, adobo de cerdo}

5. ¿Qué es un espacio muestral?

El espacio muestral consiste en el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia te ayudará a organizar mejor los datos?

Un diagrama de árbol.

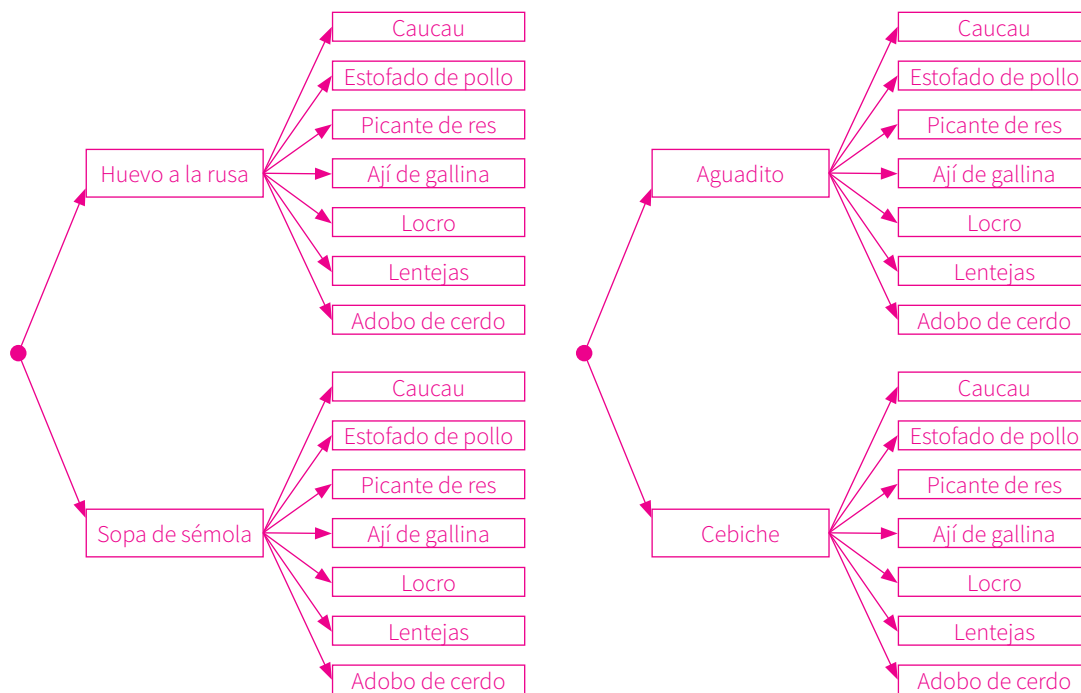
2. ¿Qué regla utilizas para determinar la probabilidad de que un día cualquiera prepare cebiche?

La regla de Laplace:

$$\text{Probabilidad(Evento)} = \frac{\text{Cantidad de casos favorables al evento E}}{\text{Cantidad de casos posibles}}$$

- ★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Realiza un gráfico que te permita observar la combinación de entradas y los platos de fondo:



2. ¿Cuántas combinaciones hay para sacar una entrada y un plato de fondo?

Hay 28 combinaciones.

3. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día cualquiera se saque el papelito correspondiente al cebiche?

Cantidad de casos posibles: 4 (los cuatro papelitos con los nombres de las cuatro entradas)

Cantidad de casos favorables: 1 (solo el papelito correspondiente al cebiche)

Luego:

$$\text{Probabilidad (cebiche)} = \frac{\text{Cantidad de casos favorables al cebiche}}{\text{Cantidad de casos posibles}} = \frac{1}{4}$$

4. Enrique decide completar la cantidad de entradas, para lo cual escribe en dos papelitos más la palabra "cebiche" y en uno más el término "aguadito". En estas circunstancias, ¿cuál es la probabilidad de que en la primera extracción de un papelito de la caja de entradas este corresponda al cebiche?

Cantidad de casos posibles: 7 (porque a los 4 papelitos iniciales se incrementaron 3).

Cantidad de casos favorables: 3 (porque a 1 que ya estaba se agregaron 2).

Luego:

$$\text{Probabilidad (cebiche)} = \frac{\text{Cantidad de casos favorables al cebiche}}{\text{Cantidad de casos posibles}} = \frac{3}{7}$$

5. Si hoy es el segundo día y el primer día Enrique preparó aguadito con ají de gallina, ¿cuál es la probabilidad de que Enrique prepare hoy cebiche de entrada y lentejas de segundo?

A: Extraer el papelito con el nombre "cebiche" de la caja de entradas.

B: Extraer el papelito con el nombre "lentejas" de la caja de segundos.

A y B son eventos independientes: $P(A) = \frac{1}{4}$

Para calcular la $P(B)$ es necesario considerar que ya salió el papelito de ají de gallina el día anterior, por lo que quedan solo 6 papelitos.

$$P(B) = \frac{1}{6}$$

$$\text{Luego: } P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. Describe la estrategia empleada para resolver la situación inicial.

Se elabora un diagrama de árbol para ver la cantidad de combinaciones que se puede tener como menú en cualquier día.

Luego, para determinar la probabilidad, se utiliza la regla de Laplace.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación A ¿son los adecuados? Explica.

Todos los procesos y cálculos presentados son pertinentes para resolver la situación presentada.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

Elaborar un diagrama de árbol y realizar los cálculos correspondientes para encontrar la probabilidad de obtener pelotitas negras.

3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

Se elabora un diagrama de árbol; luego se aplica la propiedad de probabilidad de sucesos independientes (extracciones con reposición):

Sean A y B dos sucesos independientes, entonces la probabilidad de ocurrencia de ambos será el producto de la probabilidad de ocurrencia de cada uno de ellos en forma autónoma.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

Los pasos mostrados son los adecuados para dar solución a la situación presentada.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

- Para la parte a:

Aplicamos la fórmula: $P(N) = \frac{2}{5}$, ya que hay dos bolillas negras de 5 bolillas de la urna.

$$P(NNN) = P(N)P(N)P(N) = \left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{8}{125}$$

- Para la parte b:

Aplicamos la fórmula:

$P(B) = \frac{3}{5}$, ya que hay 3 bolillas de color blanco de 5 bolillas de la urna.

$P(N) = \frac{2}{5}$, ya que hay 2 bolillas negras de 5 bolillas de la urna.

$$P(BNB) = P(B)P(N)P(B) = \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{18}{125}$$

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

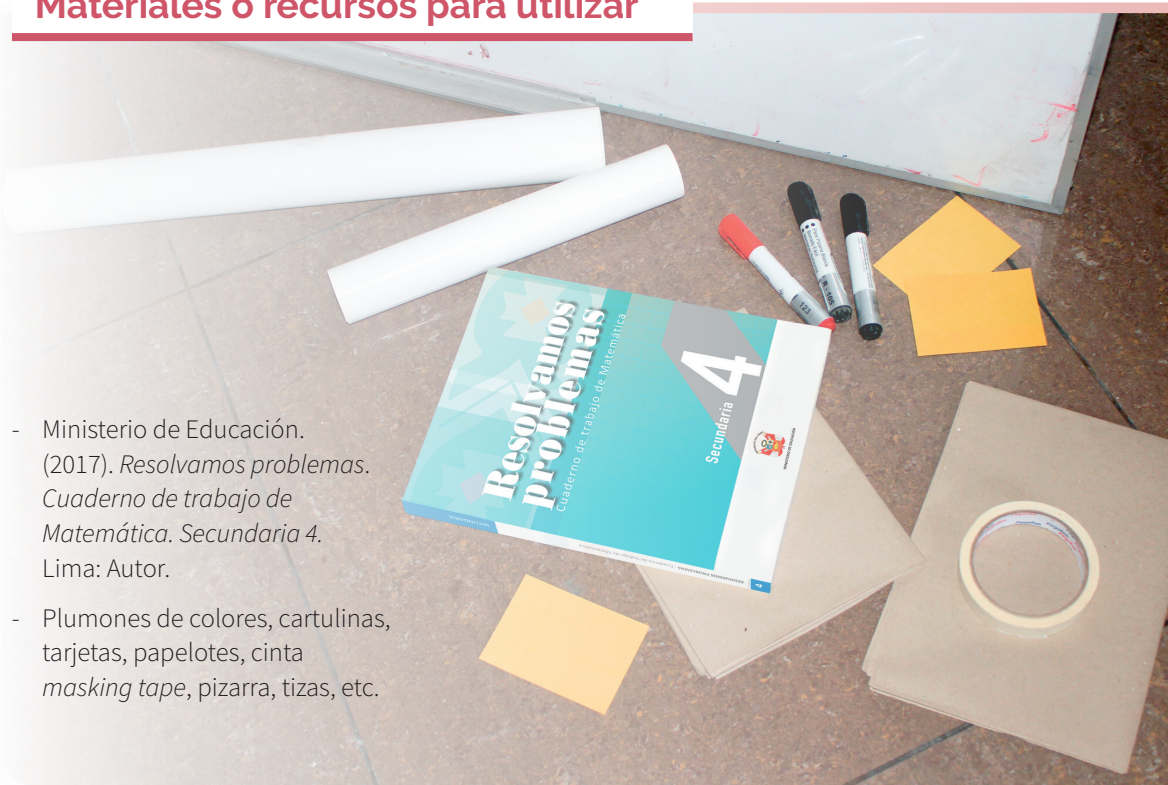
- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar



- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

El ropero de Paola

Paola tiene las siguientes prendas en su ropero y en gavetas separadas:

- Ocho blusas: dos azules, tres rojas y tres amarillas.
- Diez pantalones: cuatro azules, dos verdes, tres negros y un blanco.

Para vestirse un día, saca sin ver una blusa de la gaveta de blusas y luego, también sin ver, un pantalón de la gaveta de pantalones. Responde las preguntas 1; 2; 3 y 4, teniendo en cuenta que ella se cambia de pantalón y blusa todos los días.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer día saque la combinación de una blusa roja con un pantalón negro?

a) $\frac{9}{80}$

b) $\frac{1}{12}$

c) $\frac{3}{8}$

d) $\frac{3}{10}$

2. ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo día saque una combinación de un pantalón blanco y una blusa de color amarillo, sabiendo que el primer día usó un pantalón verde y una blusa de color azul?

a) $\frac{1}{21}$ ⚠

b) $\frac{3}{27}$

c) $\frac{2}{21}$

d) $\frac{3}{80}$

⚠ En la página 219 del cuaderno de trabajo debe decir $\frac{1}{21}$.

3. Al tercer día ya utilizó dos pantalones de color negro y dos blusas, una azul y la otra roja. ¿Cuál es el espacio muestral del suceso compuesto por la extracción al azar de una blusa y de un pantalón para el tercer día?

a) 48

b) 12

c) 80

d) 60

4. Antes del quinto día ya ha usado estas prendas:

Día	Blusa	Pantalón
1	Roja	negro
2	Azul	negro
3	Azul	azul
4	Amarilla	blanco

Si Paola decide no usar pantalón verde ese día, por lo que retira los pantalones de ese color de la gaveta correspondiente, ¿qué condiciones debe mantener Paola para que el experimento siga siendo aleatorio y cuál sería su espacio muestral?

Respuesta adecuada

Afirma que para que el experimento siga siendo aleatorio, lo único que no debería cambiar son las condiciones de extracción de cada prenda.

El espacio muestral es 16, que corresponde al total de combinaciones que puede formar Paola.

Respuesta inadecuada

Otra respuesta diferente de la adecuada.

JUEGO DE BINGO

El juego de bingo consiste en 75 fichas o bolillas en la siguiente distribución:

B	I	N	G	O
1	16	31	46	61
2	17	32	47	62
3	18	33	48	63
4	19	34	49	64
5	20	35	50	65
6	21	36	51	66
7	22	37	52	67
8	23	38	53	68
9	24	39	54	69
10	25	40	55	70
11	26	41	56	71
12	27	42	57	72
13	28	43	58	73
14	29	44	59	74
15	30	45	60	75

Cada participante recibe una cartilla de la siguiente forma:

B I N G O				
12	18	41	47	61
7	26	39	54	70
4	27	FREE 4785 SPACE	49	63
5	23	35	58	73
3	30	32	52	75

En los juegos se pueden formar una fila, una columna o una letra.

B I N G O				
12	18	41	47	61
7	26	39	54	70
4	27	FREE 4785 SPACE	49	63
5	23	35	58	73
3	30	32	52	75

Columna

B I N G O				
12	18	41	47	61
7	26	39	54	70
4	27	FREE 4785 SPACE	49	63
5	23	35	58	73
3	30	32	52	75

Fila

B I N G O				
12	18	41	47	61
7	26	39	54	70
4	27	FREE 4785 SPACE	49	63
5	23	35	58	73
3	30	32	52	75

Letra "N"

B I N G O				
12	18	41	47	61
7	26	39	54	70
4	27	FREE 4785 SPACE	49	63
5	23	35	58	73
3	30	32	52	75

Letra "O"

En un juego de bingo se va a jugar la columna B. Para esto, se colocan en una urna las 15 bolillas correspondientes a la letra B y se extraen, sin reposición, una a una.

Con la información dada, responde las preguntas 9 y 10.

9. Si ya salieron las bolillas B10, B1, B7, B9, B11 y B12, ¿cuál es la probabilidad de que la siguiente bolilla extraída corresponda al cartón mostrado en la figura?

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{9}$

c) $\frac{5}{9}$

d) $\frac{2}{3}$

10. Jorge es dueño del cartón de bingo mostrado y ya han salido B2, B7, B1, B10. La probabilidad de que en la siguiente extracción salga una de las que Jorge tiene en su cartón, ¿corresponde a una probabilidad condicionada o a una de sucesos independientes? Fundamenta tu respuesta.

Respuesta adecuada

Afirma que se trata de la probabilidad condicionada, ya que depende de las extracciones anteriores, o que es condicionada porque el experimento se realiza sin reposición.

Respuesta inadecuada

Afirma que se trata de la probabilidad de sucesos independientes.

Respuesta parcial

Afirma que se trata de una probabilidad condicionada; sin embargo, no llega a caracterizarla apropiadamente.



I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe las transformaciones de objetos mediante la combinación de ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con dibujos, material concreto y lenguaje geométrico, su comprensión sobre la equivalencia entre dos secuencias de transformaciones geométricas de una figura, para interpretar un problema según su contexto y establecer relaciones entre representaciones.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
- ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.

- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 18, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
- ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
- ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Representar mediante transformaciones la posición de diferentes objetos.
 - Realizar construcciones y la comprensión de secuencias de transformaciones geométricas de figuras.

Desarrollo (70 minutos)

Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿Qué forma tienen los mandalas?

Son de forma circular.

2. ¿Cómo están organizadas estas figuras geométricas?

En algunos casos forman una secuencia de figuras pintadas de diferentes colores. Otras son de una sola figura.

3. ¿Qué figuras geométricas forman el mandala?

Círculos de un mismo tamaño, cuadrados, triángulos y trapecios.

4. ¿Se observan algunos patrones?

Sí, como un cuadrado anaranjado seguido de un círculo marrón.

5. ¿Qué transformaciones geométricas observas?

Simetría, giros.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia utilizarás para determinar la simetría en la imagen presentada?

Trazar ejes de simetría.

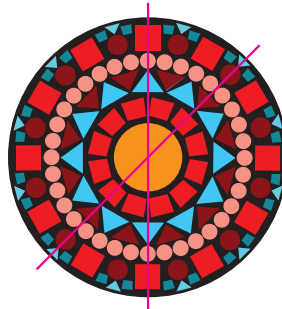
2. ¿Qué debes tener en cuenta para determinar si en el mandala se observan traslaciones de las figuras geométricas que presenta?

Una traslación es el movimiento rígido en el que todos los puntos del plano se mueven en la misma dirección y la misma distancia.

Una traslación queda determinada dando un vector que especifique la dirección en la que se trasladan todos los puntos del plano y la distancia a la cual se trasladan, que es el módulo del vector (distancia entre el origen y el extremo).

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Traza dos ejes de simetría en la figura de la situación inicial.



2. ¿Solo se pueden trazar dos ejes de simetría?

No; se pueden trazar más de dos ejes de simetría.

3. ¿Qué otras transformaciones geométricas observas en el mandala?

Giros de figuras geométricas.

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. Describe los movimientos necesarios para componer el mandala a partir del motivo mínimo.

Si no consideramos el corte de líneas (que unas cortan por arriba y otras por debajo), el motivo mínimo es:



Haciendo simetrías y realizando rotaciones llegamos al dibujo original.

2. ¿Existen traslaciones en el siguiente gráfico? Explica.

No, porque:

- La traslación conserva la amplitud de los ángulos y las distancias (longitud de los segmentos).
- La traslación conserva la orientación del plano.
- Las rectas que tienen la misma dirección del vector son figuras invariantes.
- La traslación no tiene puntos dobles.



3. ¿Qué transformaciones geométricas conoces?

Traslación, rotación, simetría y movimientos compuestos.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, que les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:
 1. ¿Qué estrategia permite identificar las transformaciones geométricas en la imagen?

La estrategia que permite identificar las transformaciones geométricas en la imagen son los vectores que determinan la traslación que realiza la imagen.
 2. ¿Qué transformación se ha realizado con la imagen?

Traslación horizontal.

3. ¿Qué otras transformaciones se observan en la imagen?

Se observa simetría en una de las imágenes.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. ¿Qué características tiene una simetría central?

La simetría es aquella transformación que conserva el tamaño y forma de una figura, pero no su orientación. En cambio, la simetría central es aquella respecto a un punto central.

2. ¿Qué características tiene una traslación?

La traslación es aquella transformación que cambia de posición, pero mantiene la forma, el tamaño y la orientación.

3. ¿Qué características tiene una rotación?

La rotación es aquella transformación que cambia de orientación respecto a un punto girando cierto ángulo, pero mantiene la forma y el tamaño.

4. De acuerdo con las características sobre simetría, traslación y giro, ¿existe giro en los adornos de tipo corazón? Explica.

No, la respuesta sería que los adornos tipo corazón solo dan la idea de traslaciones.

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar

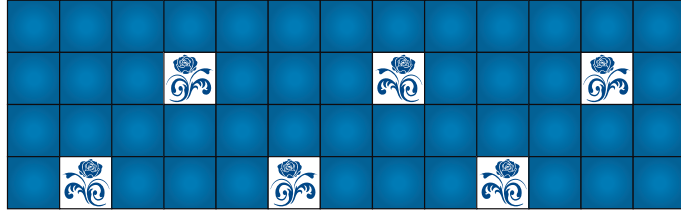


- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

Braulio está enchapando con mayólica la pared del baño de su casa. En la figura se muestran las cuatro primeras filas que colocó.



1. Considerando las filas de abajo hacia arriba y las columnas de izquierda a derecha, y siguiendo el mismo patrón, ¿cuál es la mayólica que iría en la intersección de la fila 9 y la columna 6?



Una chompa para Mateo

Se acerca el cumpleaños de Mateo, y su mamá le regalará una linda chompa que ella misma tejerá. Como a Mateo le gusta la matemática, su mamá hará el tejido con un diseño que siga una secuencia.

Observa el avance del tejido:



Con la información dada, responde las preguntas 2 y 3.

2. ¿Cuál de las franjas continuará en el tejido?



3. ¿Cuál de las franjas se encontraría cuatro franjas más arriba?



4. Marina desea cambiar las rejas de su ventana y se dirige a la carpintería metálica. Le menciona al encargado que quiere sus rejas con diseños basados en simetrías, rotaciones o traslaciones.

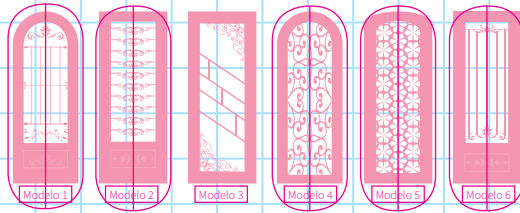
El encargado le muestra los siguientes diseños. ¿Cuál o cuáles de ellos no cumplen con los requerimientos de Marina?



Fuente: <https://www.pinterest.com/alfaiacordero/puertas-de-hierro/>

Respuesta adecuada

Identifica todas las rejas que son ejemplos de las transformaciones geométricas (simetría) y traza su eje de simetría.



Respuesta parcial

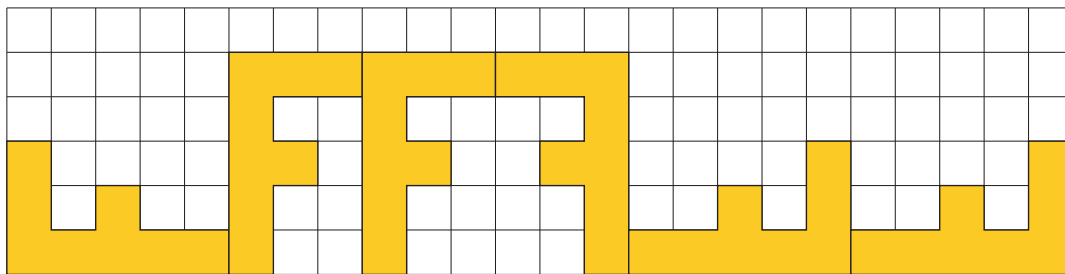
Identifica 3 o 4 de las rejas que son ejemplos de las transformaciones geométricas, pero no menciona de qué transformación se trata.

Respuesta inadecuada

No identifica las rejas simétricas.

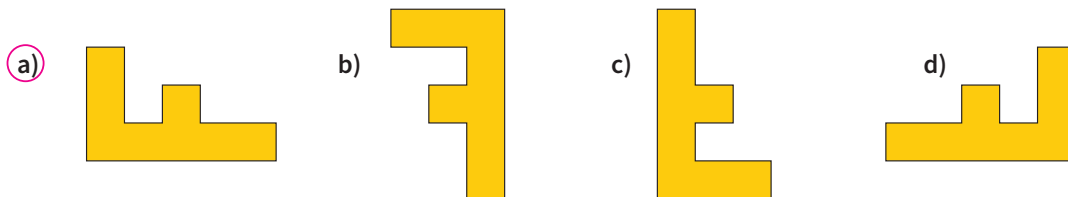
La letra F

Observa la secuencia de la letra F y encuentra el patrón de cómo fue generada.

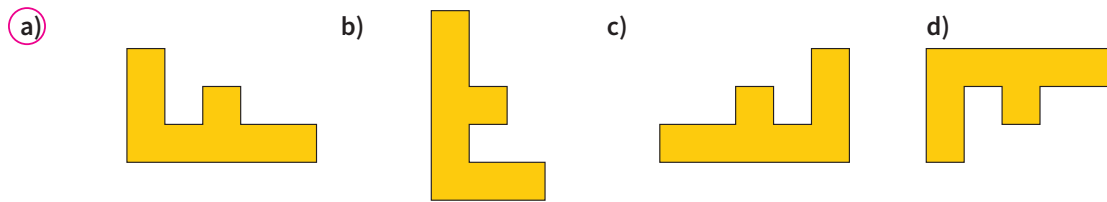


Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. De acuerdo con la secuencia de figuras mostradas de la letra F, dibuja la figura que ocupará la séptima posición.



6. Si a la cuarta figura de la serie se aplica una rotación de 180° , ¿la figura volverá a su posición original? Explica.



Respuesta adecuada

Sí. Volverá a su posición original en la posición 9.

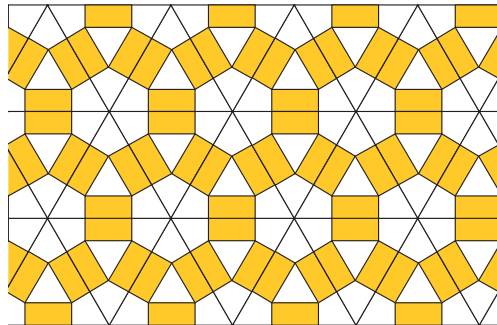
Respuesta inadecuada

Otras respuestas.

El mosaico

En matemática un mosaico es un recubrimiento de todo el plano mediante figuras planas, llamadas teselas, que no se solapan ni dejan hueco entre ellas.

La idea de mosaico viene asociada a la decoración hecha con piezas. Todas las culturas han utilizado traslaciones, giros y simetrías en sus manifestaciones artísticas. Con sorprendentes resultados estéticos, han jugado casi siempre con los movimientos del plano.

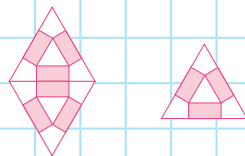


Con la información dada, responde las preguntas 7 y 8.

7. Dibuja dos teselas que permitan formar el mosaico.

Respuesta adecuada

Identifica y dibuja dos teselas.



Respuesta parcial

Dibuja solo una tesela.

Respuesta inadecuada

Dibuja una figura que no es una tesela para el mosaico o no dibuja figura alguna.

8. ¿Cuál de las siguientes figuras podría por sí sola ser una tesela para formar un mosaico? ¿Por qué?

- a) Hexágono b) Dodecaedro c) Triángulo escaleno d) Pentágono regular

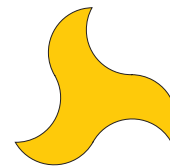
Los mosaicos de la Alhambra

La Alhambra de Granada es el nombre de la residencia real de la dinastía nazarí, rodeada de arboleda y jardines. Se comenzó a construir en 1238 y todo el conjunto se terminó en la segunda mitad del siglo XIV. En muchas de sus salas se encuentran mosaicos de extraordinaria belleza.

En los mosaicos y las celosías de la Alhambra de Granada aparecen las diecisiete formas posibles de teselar el plano. Lo realmente importante es que los árabes descubrieron esto antes del siglo XIII y no se sabe de ningún otro muestrario completo de estas posibles teselaciones hasta el siglo XX.

Uno de los géometras más importantes del siglo XX, el inglés H. S. M. Coxeter, quien desde 1936 trabajó en la Universidad de Toronto (Canadá), al visitar la Alhambra quedó fascinado y acerca de los mosaicos dijo lo siguiente: “El arte de llenar el plano por repetición de un motivo alcanzó su cenit en la España del siglo XIII, época en que los árabes utilizaron todo tipo de desplazamientos en su intrincada decoración de la Alhambra. Su gusto por los motivos abstractos y geométricos se debía a la estricta observancia del Segundo Mandamiento de su religión que dice no grabarás ninguna imagen [...]”.

Muchos mosaicos de la Alhambra están contruidos con los llamados “polígonos nazaríes”: el avión, el hueso, la pajarita, el pétalo y el huso. Estos polígonos se obtienen a partir del cuadrado, el triángulo equilátero y el rombo, mediante el principio de conservación de la superficie pero no de la forma.



Adaptado de <https://goo.gl/UYGrdy>

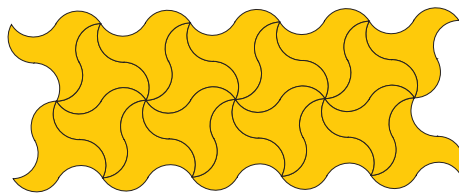
9. ¿Qué transformación se aplicó en el triángulo equilátero para obtener este polígono nazarí?

- a) Rotación de arco
- b) Rotación de una semicircunferencia
- c) Traslación de un arco
- d) Traslación de una semicircunferencia

Realiza los trazos y muestra los movimientos necesarios que se deben efectuar para lograrlo.

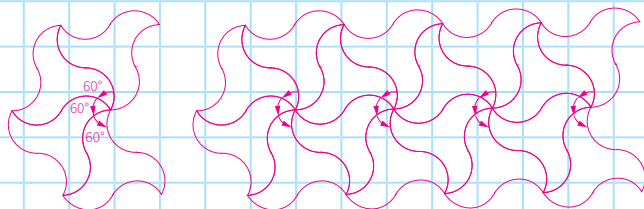


10. Observa el mosaico formado por la tesela “la pajarita”. Describe el movimiento que se aplicó a la tesela para formar el mosaico.



Respuesta adecuada

La figura inicial, “la pajarita”, se rota 90° en sentido antihorario. El resultado se vuelve a rotar 90° en sentido antihorario, y se repite la misma acción dos veces más. En conjunto, la nueva figura formada por las 4 teselas se traslada hasta completar el mosaico.



Respuesta parcial

Solo menciona que las teselas rotaron, sin precisar ni el sentido ni la medida angular.

Respuesta inadecuada

No comprende la situación y no describe el movimiento.



I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen la regla de formación de una progresión geométrica.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la regla de formación de una progresión geométrica para interpretar un problema en su contexto.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para determinar términos desconocidos y la suma de términos de una progresión geométrica.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para ello, es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo con los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se hallan en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Es necesario brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha 19, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
 - El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Se organizan en grupos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo.
 - ✓ Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan espacios de diálogo y reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar datos y expresarlos mediante una progresión geométrica.
 - Representar mediante gráficas, tablas o símbolos la comprensión de la regla de formación de una progresión geométrica.
 - Usar estrategias, métodos gráficos, procedimientos para determinar una progresión geométrica.

2. Completa la tabla con información sobre las células que se producen en cada división y el total de ellas.

División	Cantidad de células	Total
1. ^a	2	2^1
2. ^a	4	2^2
3. ^a	8	2^3
4. ^a	16	2^4
5. ^a	32	2^5

3. A partir de la tabla, generaliza el patrón para hallar el total de células para n divisiones.

$$2^n$$

4. ¿Después de cuántas divisiones se obtienen 126 células?

Después de la séptima división.

5. ¿Cuántas células habrá en total después de 40 divisiones?

$$2^{40}$$

★ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase *Reflexionamos sobre el desarrollo*:

1. ¿Necesitaste dividir para conocer la respuesta a la situación inicial?

No se necesita dividir.

2. Explica qué estrategia utilizaste para resolver la situación inicial?

Un diagrama de árbol o también una tabla.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.

Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la **situación A** y en equipo responden las preguntas o enunciados, lo cual les permite reflexionar sobre la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación A ¿son los adecuados? Explica.

Sí son adecuados.

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

Se inició evaluando en un año bisiesto.

En el primer caso se aplicó una multiplicación para determinar el monto.

Mientras que en el segundo caso se aplicó la expresión para determinar el término de una progresión geométrica cuya razón es 2.

Luego se hizo lo mismo considerando un año nominal.

- Luego los estudiantes leen de forma individual la **situación C**, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C, ¿son los adecuados? Explica.

Los pasos mostrados sí son los correctos y pertinentes para la solución de la situación presentada.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Existe un error en el cálculo de la interpolación de los medios geométricos.

Observamos que entre las 12 m. y las 5 p. m., cada media hora existen nueve datos, es decir:

12; 12:30; 1:00; 1:30; 2:00; 2:30; 3:00; 3:30; 4:00; 4:30; 5:00

Por lo tanto, la fórmula es:

$$q = \sqrt[9+1]{\frac{1024}{1}} = 2$$

Retroalimentación

Si los estudiantes encuentran dificultad para comprender el problema e identificar los errores en la resolución de la situación C, el docente sugiere a los estudiantes, para dar respuesta a la situación planteada, actividades como las que se mencionan a continuación:

- Revisa la situación planteada e identifica los datos, conceptos, propiedades y fórmulas que te pueden servir para verificar la resolución.
- Revisa detenidamente el procedimiento realizado e identifica en cuál de los pasos se cometió el error. Luego desarrolla el procedimiento de la manera correcta.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.

Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre: (10 minutos)

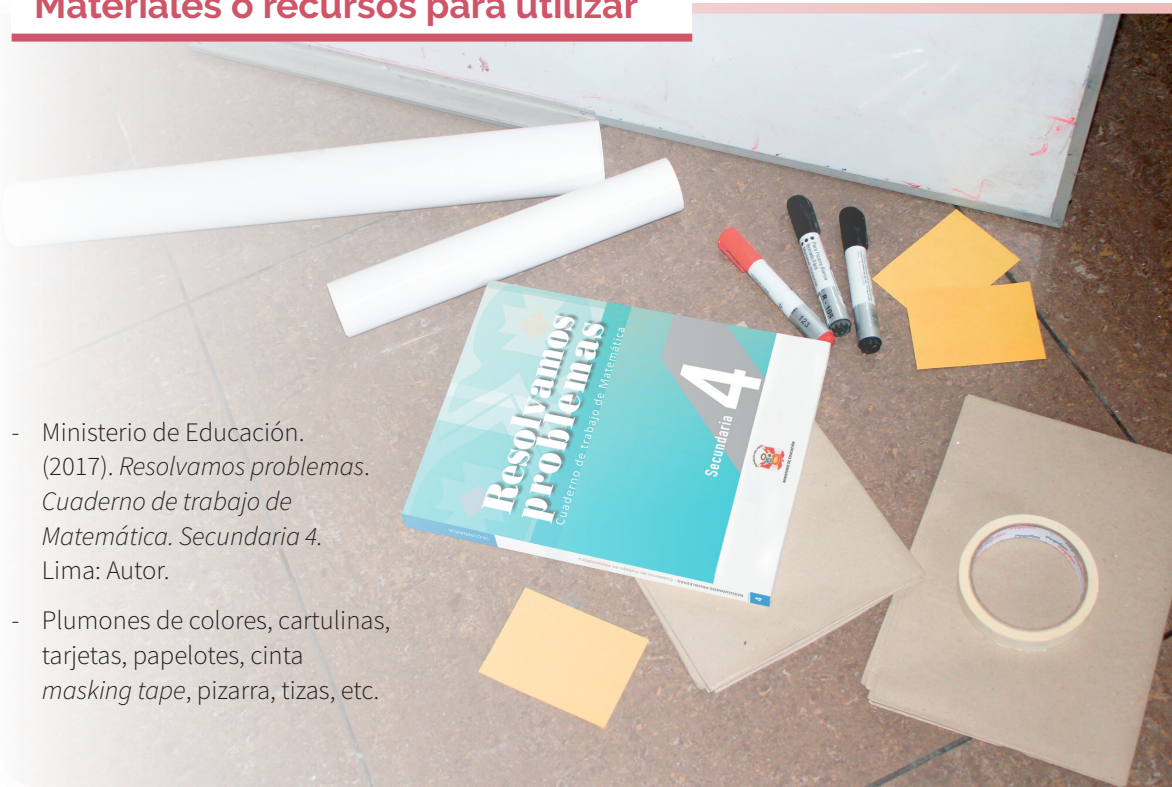
- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas o indicaciones:
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - Describe la estrategia empleada para el desarrollo de las actividades.
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos para utilizar

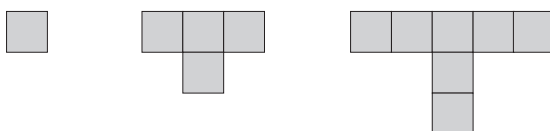


- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 4*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. Una empresa textil elabora chompas con diferentes diseños. La curiosidad de uno de sus diseños en su tejido es que presenta figuras como las siguientes:



¿Cuántos cuadrados presentará el diseño que va en el lugar número 17?

- a) 49 b) 53 c) 37 d) 50
2. Si C es la cantidad de agua que aporta una noria en una vuelta y A es la cantidad de agua que tenía inicialmente el pilón al que abastece, ¿qué cantidad de agua habrá en el pilón después de n vueltas?



Adaptado de <https://goo.gl/rS6K3k>

- a) $nA + C$ c) $(A + C)n$
 b) $nC + A$ d) $\frac{A + C}{n}$

3. Teresa ha comprado un caballo y quiere herrarlo. Para ello, tiene que ponerle 20 clavos. El primero cuesta un céntimo y cada uno de los restantes vale un céntimo más que el anterior. ¿Cuánto paga en total por herrarlo?

- a) 2,10 soles b) 10,5 soles c) 19 soles d) 1,2 soles

4. Un tipo de bacterias se reproduce por bipartición cada cuarto de hora. ¿Cuántas bacterias habrá después de seis horas?

Respuesta adecuada

La reproducción de las bacterias es una progresión geométrica de $r = 2$.
 Término general: $a_n = 2^{n-1}$
 Como $6 \cdot 4 = 24$ cuartos de hora, calculamos $a_{24} = 2^{24-1}$
 Después de 6 horas habrá $a_{24} = 8\ 388\ 608$ bacterias.

Respuesta parcial

La reproducción de las bacterias es una progresión geométrica de $r = 2$.
 Término general: $a_n = 2^{n-1}$

Respuesta inadecuada

No comprende la situación; da otras respuestas.

5. A Maritza y Estela les han contado un secreto a las ocho de la mañana, con la advertencia de que no lo cuenten a nadie. Pero cada una de ellas, a la media hora, se lo ha contado a tres amigos de toda su confianza, y media hora después, dichos amigos lo contaron a otros tres cada uno, y así sucesivamente. ¿Cuánta gente lo sabrá al mediodía?

- a) 19 680 personas b) 19 600 personas c) 19 682 personas d) 19 602 personas

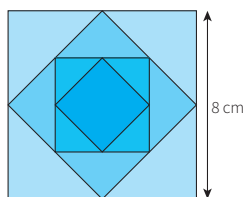
6. Una hoja de papel tiene 0,14 mm de grosor. Al cortar la hoja por la mitad y superponer las partes, se duplica su grosor, y si se vuelve a cortar cada parte por la mitad y superponerlas, nuevamente aumenta su grosor. Imagina que pudieras repetir la operación diez veces. ¿Cuál sería el grosor?

- a) 14,336 cm b) 12,336 cm c) 14,556 cm d) 12,556 cm

7. Una pelota cae desde cierta altura y rebota ascendiendo los $\frac{3}{4}$ de la altura anterior. Después de dar en el suelo por tercera vez, alcanza 54 cm. ¿Desde qué altura se dejó caer? Calcula la distancia recorrida hasta que se detiene.

Respuesta adecuada	Respuesta parcial
Tenemos una progresión geométrica de la que conocemos su razón, $r = \frac{3}{4}$.	Tenemos una progresión geométrica de la que conocemos su razón, $r = \frac{3}{4}$.
Nos piden su primer término, sabiendo que $a_3 = 54$	Nos piden su primer término, sabiendo que $a_3 = 54$
$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \rightarrow 54 = a_1 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \rightarrow a_1 = 96$	$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \rightarrow 54 = a_1 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \rightarrow a_1 = 96$
La pelota se lanza desde 96 cm de altura.	La pelota se lanza desde 96 cm de altura.
Ahora nos piden la suma de las distancias; es decir,	Respuesta inadecuada
$S_{\infty} = \frac{96}{1 - 3/4} = 384 \text{ cm}$	No comprende la situación, da otras respuestas.

8. Un cultivo de bacterias se incrementa 20 % cada hora. Si el cultivo original tenía 10 000 de ellas, obtén una fórmula para determinar el número de bacterias que hay después de t horas. Luego calcula cuántos microorganismos habrá en el cultivo al cabo de 10 horas.
- a) 60 000 bacterias b) 51 597 bacterias **c) 61 917 bacterias** d) 64 000 bacterias
9. Un insecto es capaz de reproducirse una sola vez en su vida, teniendo exactamente dos crías; a su vez, las crías también pueden reproducirse únicamente una vez en su vida, teniendo dos crías, y así sucesivamente. Si se reproducen cada semana, ¿cuántos insectos habrá al cabo de diez semanas, suponiendo que ninguno hubiera muerto?
- a) 2047** b) 1023 c) 1024 d) 2048
10. Estos cuadrados se han obtenido uniendo los puntos medios de dos lados contiguos:



Halla las áreas de los seis primeros cuadrados de esta sucesión. ¿Cuál será su término general?

Respuesta adecuada	Respuesta adecuada
Observamos que el área de cada cuadrado es la mitad del área del cuadrado anterior.	Observamos que el área de cada cuadrado es la mitad del área del cuadrado anterior.
$a_1 = 64 \text{ cm}^2, a_2 = 32 \text{ cm}^2, a_3 = 16 \text{ cm}^2, a_4 = 8 \text{ cm}^2, a_5 = 4 \text{ cm}^2, a_6 = 2 \text{ cm}^2, \dots$	Por tanto, la sucesión de las áreas es:
Es una progresión geométrica de razón $r = \frac{1}{2}$. El término general es:	$a_1 = 64 \text{ cm}^2, a_2 = 32 \text{ cm}^2, a_3 = 16 \text{ cm}^2, a_4 = 8 \text{ cm}^2, a_5 = 4 \text{ cm}^2, a_6 = 2 \text{ cm}^2, \dots$
$a_n = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^6 \cdot \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{2^6}{2^{n-1}} = 2^{6-(n-1)} = 2^{7-n}$	Respuesta adecuada
$a_n = 2^{7-n}$	Otras respuestas diferentes a la parcial o a la adecuada.

CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

I La democracia y el sistema interamericano

Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base del estado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia. Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

II La democracia y los derechos humanos

Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

III Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

IV Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional

democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática.

Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

V La democracia y las misiones de observación electoral

Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

VI Promoción de la cultura democrática

Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.