

MEMÓRIAS
DA
ACADEMIA DAS CIÊNCIAS
DE
LISBOA

CLASSE DE CIÊNCIAS

TOMO XLV

**Percepção individual do risco e o
problema do aquecimento global**

JORGE M. PACHECO



ACADEMIA DAS CIÊNCIAS
DE LISBOA

LISBOA • 2018

Percepção individual do risco e o problema do aquecimento global

JORGE M. PACHECO

ATP – GROUP, INSTITUTO PARA A INVESTIGAÇÃO INTERDISCIPLINAR, P-1649-003 LISBOA CODEX, PORTUGAL
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E APLICAÇÕES, UNIVERSIDADE DO MINHO, 4710-057 BRAGA, PORTUGAL
ACADEMIA DE CIÊNCIAS DE LISBOA, R. ACADEMIA DAS CIÊNCIAS, 19, 1249-122 LISBOA, PORTUGAL
JMPACHECO@MATH.UMINHO.PT

A preservação de um bem comum, como seja o clima, constitui um dos desafios mais importantes das sociedades modernas, exigindo uma acção coordenada à escala global. De um modo geral, problemas envolvendo acção colectiva podem ser formulados, no âmbito de teoria de jogos, como problemas de bens públicos envolvendo cooperação. Neste trabalho apresentarei uma abordagem de sistemas dinâmicos (evolutivos) para uma ampla classe de problemas de cooperação, em que a tentativa de minimizar as perdas futuras transforma o risco de fracasso numa questão central no processo de decisão. Esta abordagem mostra que, no contexto actual onde é imperativo cooperar para mitigar os efeitos adversos das alterações climáticas, decisões tomadas no seio de grupos pequenos, onde quer a percepção de risco quer os requisitos de cooperação são elevados, aumentam significativamente as oportunidades de conseguir coordenar a acção colectiva, permitindo desta forma escapar à denominada “tragédia dos comuns”. Discuto ainda a que escala os problemas de bens públicos globais poderão ser resolvidos de forma mais eficaz: Em vez de cimeiras mundiais, envolvendo todos os agentes envolvidos, que, como demonstro, poderão revelar-se contra-producentes, é mais eficaz encontrar acordos locais envolvendo pequenos grupos que, cumulativamente, poderão conduzir a uma significativa acção colectiva à escala global. Finalmente, se o tamanho desses grupos exibir heterogeneidade, o modelo aqui explorado prevê que os resultados poderão ser ainda mais favoráveis.

INTRODUÇÃO

Cooperação envolve incorrer num custo para conferir um benefício a outrem. Não cooperar significa abster-se de incorrer em qualquer custo, não conferindo, também, qualquer benefício. Em problemas de bem público (nalguns casos, como os tratados aqui, também designados por dilemas sociais de bem público), os diferentes indivíduos de um grupo poderão (ou não) cooperar; o benefício produzido com base na contribuição dos que cooperaram, é igualmente repartido por todos. Desta forma, as vantagens individuais imediatas de não cooperar, e assim não incorrer em qualquer custo, poderão sobrepor-se à vantagem de uma acção colectiva cooperadora uma vez que, desde que alguém coopere, haverá sempre uma quota-parte do bem público a receber, a custo zero. Este raciocínio simples está na base do que se observa repetidamente em experiências comportamentais, em que se constata um

rápido declínio da cooperação, conduzindo ao que comumente se designa por tragédia dos comuns [1]. Um excelente exemplo desta classe de problemas de bem público diz respeito à mitigação dos efeitos do aquecimento global, que tem sido classificado como um dos maiores dilemas de bens públicos que os seres humanos enfrentam, e aquele que a humanidade não se pode dar ao luxo de perder [2-6]. Com efeito, uma vez que o bem-estar do nosso planeta é um bem indivisível, acessível por todos, indivíduos, regiões ou nações podem optar por não cooperar, não efectuando qualquer esforço, na esperança de beneficiar dos esforços dos outros [1- 12]. Por sua vez, as nações e os seus líderes procuram encontrar colectivamente um objetivo cuja concretização não é certa, estando sujeito a um risco [13]. Este tipo de incertezas tem acontecido várias vezes ao longo da história da humanidade [14, 15], desde a caça em grupo [16,17] passando pela adopção voluntária de medidas de saúde pública [18] ou outras escolhas relacionadas com eventos futuros [19,20]. Regra geral, os investimentos ou esforços que visam a mitigação de perdas futuras vai depender de quão provável essas perdas parecem ser no presente – como se constatou em experiências comportamentais recorrendo a um jogo repetido [3] – em que a percepção do risco se revelou como uma variável incontornável ao lidar, nesse caso, com o problema das alterações climáticas. Neste trabalho, apresentarei uma abordagem evolutiva aplicável a uma ampla classe de problemas de ação coletiva em que o risco de fracasso do grupo desempenha um papel central nas decisões individuais.

MODELO

Vamos para o efeito considerar uma população de tamanho Z em que os indivíduos se envolvem em dilemas sociais de N -pessoas caracterizados por um conjunto limitado de comportamentos: Cooperar (C) ou Não-cooperar (D). Os participantes do jogo partem com uma dotação inicial b . C s contribuem com uma fracção c da sua dotação, enquanto que os D s não contribuem. Vamos requerer um investimento colectivo mínimo para garantir qualquer benefício: se um dado grupo de tamanho N não contém pelo menos M C s (ou, de forma equivalente, um esforço colectivo Mcb), todos os participantes perderão as suas dotações (ou o que resta delas) com uma probabilidade r (o risco); caso contrário, todos os participantes mantêm o que têm. A imposição de limiares para se concretizar o bem público reflecte situações comuns à maioria dos empreendimentos públicos já mencionados, e que se estende também a dilemas de acção colectiva envolvendo não-humanos [19-21], em que é necessário um esforço mínimo combinado para alcançar um objetivo colectivo. Este é sem dúvida o caso de acordos ambientais internacionais (ver [5, 6, 11, 12] para mais detalhes), que exigem um número mínimo de ratificações para entrar em prática (ver também [3, 24, 25]).

Jogadores racionais que participem neste dilema numa única jogada vão optar por não cooperar, uma vez que D s conseguem sempre um retorno maior em grupos mistos. No entanto, este raciocínio ignora as dinâmicas coletivas (envolvendo toda a população), onde um processo contínuo (e, eventualmente, de longo prazo) de revisão comportamental [9, 26] tem lugar. Para o efeito, usarei a teoria de jogos evolutiva para modelar a evolução comportamental no seio da população [9, 27-29], em que os indivíduos tendem a copiar os outros sempre que estes sejam mais bem sucedidos. Esta abordagem evolutiva permite assim a alteração dos comportamentos individuais à medida que o tempo passa, sendo que, provavelmente, esses comportamentos serão influenciados pelo comportamento (e realizações) de outros,

conforme demonstrado anteriormente no contexto de doações de bens públicos [30-32]. Por exemplo, os acordos ambientais internacionais podem ser vulneráveis a renegociações, da mesma forma que indivíduos podem acordar metas intermédias ou avaliar as consequências reais e futuras das suas escolhas ao rever a sua posição [5, 6, 9, 11-13].

RESULTADOS E DISCUSSÃO

No âmbito da teoria de jogos evolutiva, a evolução no tempo da fracção x de Cs (e $1-x$ de Ds) numa grande população ($Z \gg N$) é ditada pelo denominado gradiente de selecção \dot{x} (dx/dt , a taxa de variação da fracção de Cs na população), associado à equação do replicador $\dot{x} = x(1-x)(f_C - f_D)$ [33-35], em que f_C (f_D) corresponde ao *fitness* dos Cs (Ds), aqui associado ao payoff médio de cada tipo de jogador, correspondente ao retorno médio devido à sua participação nos dilemas de bem público (ver secção Métodos para mais detalhes técnicos do modelo).

De acordo com a equação de replicador, a fracção de Cs (Ds) vai aumentar na população sempre que $\dot{x} > 0$ ($\dot{x} < 0$). A Figura 1 mostra que, na ausência de risco, \dot{x} é sempre negativo, levando à extinção dos Cs ($x = 0$), tragédia dos comuns) independentemente da fracção inicial de Cs.

A presença de risco, no entanto, leva ao aparecimento de dois equilíbrios internos, tornando assim viável a cooperação: Nesta situação, tanto os Cs (para $x < x_L$) como os Ds (para $x > x_R$) estão em desvantagem evolutiva (quando em minoria, ver topo da Figura 1). A co-existência entre Cs e Ds

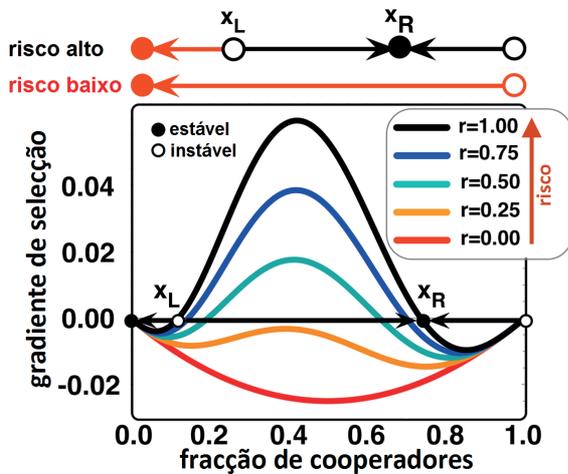


FIGURA 1
Gradientes de selecção para diferentes valores do risco. Para cada fracção x de Cs, se o gradiente de selecção \dot{x} for positivo (negativo), a fracção de Cs tende a aumentar (diminuir). Aumentando a percepção individual do risco (r) conduz à alteração da dinâmica comportamental na população, tornando a cooperação viável, através do aparecimento de dois pontos fixos internos, um estável e outro instável ($N=6$, $M=3$ e $c=0.1$).

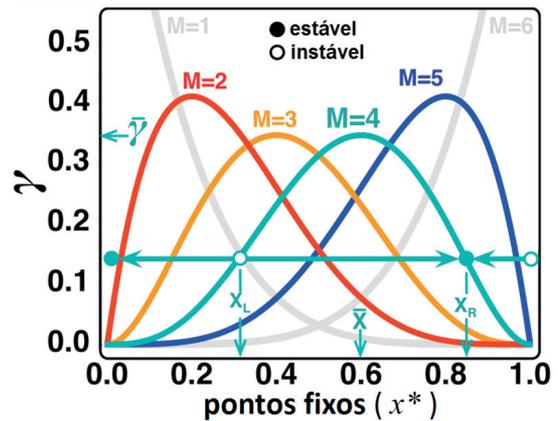


FIGURA 2
Raízes internas x^* de \dot{x} para diferentes valores do rácio custo-risco $\gamma = c/r$, para grupos de tamanho fixo ($N=6$) e diferentes valores do limiar M . Para cada valor de γ podemos traçar uma linha horizontal, cuja intersecção com as curvas de \dot{x} nos dão os valores de x^* , que definem os pontos fixos da equação do replicador ($M=4$ e $\gamma=0.15$ no caso mostrado). Círculos ocios representam pontos fixos instáveis (x_L), enquanto círculos cheios representam pontos fixos estáveis (x_R). Quando $\gamma = \bar{\gamma}$ (cujo valor depende de M), ocorrerá apenas um ponto fixo interno para $x = \bar{x}$ (ver Métodos para mais detalhes), enquanto que para $\gamma > \bar{\gamma}$ não ocorrerá qualquer ponto fixo interno.

torna-se no entanto estável para uma composição de equilíbrio dada por x_R , cujo valor absoluto aumenta com r . Ao mesmo tempo, a coordenação colectiva torna-se mais fácil de atingir para risco elevado, uma vez que a barreira de coordenação x_L ocorre para valores cada vez mais baixos com o aumento de r .

O aparecimento de dois equilíbrios internos na presença de risco pode ser estudado analiticamente, como efectuado na secção Métodos. Na Figura 2, mostra-se a localização destes equilíbrios em função do rácio custo-risco $\gamma = c/r$, para diferentes valores do limiar de realização do bem público M . Cenários com nenhum, um e dois pontos fixos interiores são possíveis, dependendo se γ é maior, igual ou menor, respectivamente, a um valor crítico $\bar{\gamma}$ (definido na secção Métodos através de uma equação implícita).

Assim, o rácio custo-risco γ desempenha um papel central ao ditar a viabilidade de um estado de cooperação generalizada: Intuitivamente, quanto menor for a contribuição necessária, mais fácil será atingir esse estado globalmente cooperativo. Da mesma forma, quanto maior for a percepção do risco em jogo, mais fácil se torna ultrapassar este dilema de cooperação. A Figura 2 mostra também o papel desempenhado pelo limiar M : para valores fixos (e baixos) de γ , aumentar M significa maximizar a cooperação à escala global (aumento de x_R) ao mesmo tempo que se dificulta a sua própria emergência (aumento de x_L).

Na realidade, porém, as populações são finitas e, nalguns casos, podem inclusivamente ser pequenas, como em muitos empreendimentos coletivos, da caça em grupo e conflitos entre tribos, até a projectos colectivos envolvendo pequenas comunidades, ou mesmo relações macro-económicas entre nações e as já famosas cimeiras mundiais em alterações climáticas, onde o tamanho do grupo e da população são comparáveis e da ordem das poucas centenas [5, 6, 14, 15, 19, 20, 22, 23, 36].

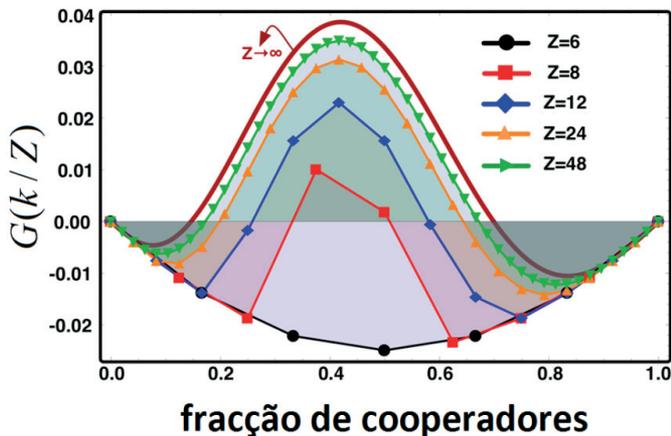


FIGURA 3
Gradientes de selecção para populações finitas de diferentes tamanhos. Para cada fracção κ/Z de Cs, se o gradiente de selecção $G(\kappa/Z)$ for positivo (negativo), a fracção de Cs tende a aumentar (diminuir). Cada linha representa $G(\kappa/Z)$ para um tamanho de grupo fixo ($N=6$), variando o tamanho da população, maximizando o risco ($r=1$). À medida que o rácio N/Z aumenta, a viabilidade da cooperação diminui. Em particular, quando $N=Z$, a tragédia dos comuns é inevitável e independente do risco. Num quadro de alterações climáticas, este resultado equivale a afirmar que tentar um acordo através de uma única cimeira envolvendo todos os agentes políticos será infrutífero. ($N=6$, $M=3$ e $c=0.1$).

Para tamanhos de população destas ordens de grandeza, os efeitos estocásticos desempenham um papel importante e a dinâmica comportamental é melhor descrita por um gradiente de selecção calculado num formalismo de populações finitas, que designaremos por $G(\kappa/Z)$ [35, 37] (e que está definido na secção Métodos, como sendo igual à diferença entre as probabilidades de aumentar e diminuir o número de Cs de uma unidade).

Na Figura 3 ilustra-se o comportamento de $G(\kappa/Z)$ para um tamanho de grupo N constante e risco máximo ($r=1$), variando o tamanho da Z população. Como se constata, o rácio N/Z desempenha um papel determinante na dinâmica global: Enquanto que para $N/Z \ll 1$ $G(\kappa/Z)$ exhibe um comportamento qualitativamente semelhante ilustrado na Figura

1, já quando N e Z são comparáveis, a emergência da cooperação é inviável, independentemente da percepção do risco. Num quadro de alterações climáticas, este resultado equivale a afirmar que tentar um acordo através de uma única cimeira envolvendo todos os agentes políticos revelar-se-á infrutífero. Apesar da simplicidade do modelo, este resultado não deixa de encontrar suporte no formato e histórico das cimeiras globais já realizadas.

Também neste contexto a distribuição estacionária [38] da população, que caracteriza a prevalência, no tempo, de uma dada composição da população, assume um papel importante. Efeitos estocásticos, por sua vez, podem ser ampliados na presença de erros de diferentes tipos (como mutações comportamentais [39] ou erros de imitação [37, 40], por exemplo). Por conseguinte, eles podem desempenhar um papel importante no comportamento colectivo ao nível da população.

Na Figura 4 são mostradas as distribuições estacionárias para diferentes valores de risco, para uma população de tamanho $Z = 50$, em que $N = 6$ e $M = 3$. A Figura 4 permite constatar que a população passa a maior parte do tempo em configurações onde prevalecem C_s , independentemente da condição inicial. Esta é uma consequência directa dos efeitos estocásticos acima mencionados, que permitem o “tunneling” através da barreira de coordenação associada com x_L , tornando-a irrelevante por forma a que as configurações dominantes ficam associadas a populações maioritariamente cooperadoras.

Para além da percepção de risco, o tamanho do grupo também deve ser considerado, por forma a avaliar qual a melhor escala para se chegar a um estado de cooperação global. Naturalmente que atingir a cooperação à escala global poderá ser tentado a diversas escalas, desde uma escala regional até a acordos globais, como os que têm sido tentados, sem sucesso, nas cimeiras globais levadas a cabo até hoje [12, 41].

Assim, mesmo confrontado com um problema global, a sua solução pode ser tentada através da combinação de vários acordos locais. Como se pode depreender dos resultados ilustrados na Figura 3, os níveis de cooperação são mais elevados e concretizam-se para valores de risco mais baixos quando o tamanho dos grupos é pequeno comparado com o tamanho da população mesmo que, para valores de M/N mais elevados, a coordenação seja mais difícil de alcançar.

De uma forma geral, os resultados do modelo mostram que, com o aumento do tamanho do grupo, a cooperação é inibida em ambos os cenários. Quando

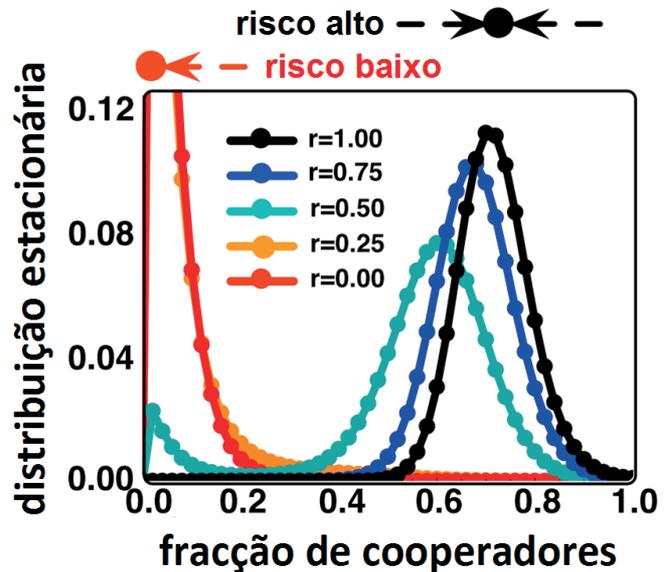


FIGURA 4 Distribuição estacionária que exhibe a prevalência no tempo de cada configuração da população, caracterizada pela fração k/Z de C_s ($Z=50$, tendo sido incorporadas mutações comportamentais e erros de imitação). Para risco elevado, efeitos estocásticos *i*) transformam cooperação colectiva no comportamento dominante e *ii*) favorecem a ultrapassagem das barreiras de coordenação, o que torna a cooperação como um comportamento viável, independentemente da configuração inicial da população. ($N=6$, $M=3$ e $c=0.1$).

aplicado ao problema de controle da temperatura global, os resultados sugerem que acordos descentralizadas entre grupos menores (pequeno N), possivelmente com foco em questões específicas de cada região, onde o risco é alto e realização do objetivo envolve requisitos difíceis (M relativo elevado), pode ser preferível a cimeiras mundiais, dada a maior facilidade em aumentar a probabilidade de se chegar a um estado de cooperação global. Isto é particularmente relevante uma vez que, à presente data, a percepção coletiva do risco envolvido não é necessariamente alta, enquanto as restrições sociais, económicas e tecnológicas ainda exigem custos consideráveis de mitigação às partes envolvidas [6].

O sucesso da auto-organização da cooperação no seio de grupos pequenos, quando comparado com dilemas globais, levanta naturalmente a questão de como esses grupos devem ser organizados para maximizar as chances de cooperação. Até agora, assumimos que todos os grupos de indivíduos eram idênticos. No entanto, a dinâmica sócio-política assenta muitas vezes numa forte diversidade de papéis e posições [10]. Como discutido anteriormente no contexto de cimeiras internacionais [5], os países ou regiões fazem parte de complexas redes de alianças que se sobrepõem em parte, podendo envolver quer os vizinhos geográficos, quer outros agentes numa estrutura que transcende a geografia. Da mesma forma, a diversidade de posições geográficas, ou de configurações sociais ou políticas, significa que alguns jogadores podem desempenhar um papel central e grangear um estatuto global, dado poderem participar num maior número de “dilemas coletivos” do que outros.

O número total e o tamanho dos dilemas enfrentados por cada indivíduo pode ser visto como um resultado de uma rede complexa de interações, onde os nodos representam indivíduos, e as ligações representam trocas, investimentos coletivos ou interesses compartilhados [28, 30, 42-50]. Como exemplificado na Figura 5, cada vizinhança de uma estrutura deste tipo pode representar um grupo com uma dimensão definida, por exemplo, pelas ligações de um dado indivíduo. Na Figura 6 mostramos o efeito

de introduzir este tipo de heterogeneidade ou diversidade de tamanhos de grupo no problema em questão, comparando os gradientes de seleção em ambientes heterogêneos com os obtidos anteriormente em populações bem misturadas. Adoptamos, para o caso de populações heterogêneas, distribuições de conectividade em lei de potência, associadas a redes de interação livres de escala [51] (ver Métodos) e um M constante (Figura 6A) bem como um M variável (Figura 6B).

Obtemos, desta forma, uma distribuição do tamanho dos grupos e número de jogos disputados por cada jogador que seguem, eles próprios, uma lei de potência. Como mostrado na Figura 6, uma rede de contactos heterogênea muda a

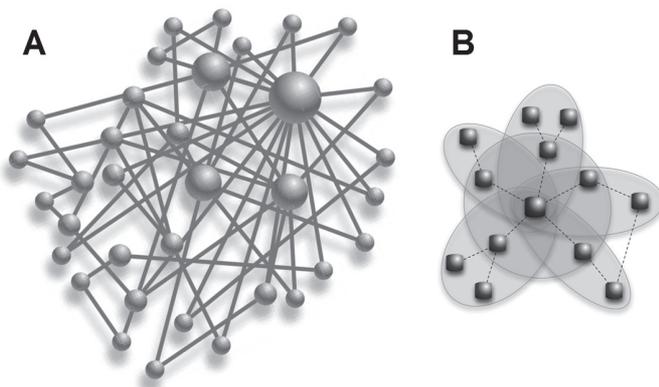


FIGURA 5
A. ilustração de uma rede heterogênea contendo 35 nodos, onde uma minoria destes exibe um elevado número de ligações, enquanto que a maioria tem um pequeno número de ligações. B. Detalhe de uma vizinhança, e da forma como a rede pode ser usada para definir grupos de tamanho N variável (identificado, na figura, pelas diferentes áreas sombreadas), envolvendo um indivíduo e todos os seus (por exemplo) primeiros vizinhos. De realçar que, desta forma, um indivíduo tipicamente participa em mais do que um grupo, de acordo com o que se observa na prática.

localização do equilíbrio interno, sem alterar quer a natureza do jogo efectivo quer a natureza dos equilíbrios internos. No entanto, o impacto de uma tal diversidade no tipo de jogo associado com cada grupo local é considerável: Em grandes grupos a coordenação é mais fácil de atingir (M/N é pequeno), mas a co-existência ocorre para uma fracção menor de colaboradores; em pequenos grupos, pelo contrário, a coordenação é mais exigente (M/N aumenta) mas, uma vez superada, a maioria dos membros do grupo irão realmente cooperar. Assim, em ambientes heterogéneos obtém-se, numa única população, uma combinação dos diferentes cenários retratados nas figuras anteriores. A Figura 6A indica que, sempre que o risco é elevado, a introdução de diversidade de grupos contribui acima de tudo para aumentar o valor de x_R associado à configuração de

equilíbrio estável, bem como um aumento (mas mais pequeno) do tamanho da bacia cooperativa de atracção. Porque a coordenação é facilmente alcançada em grandes grupos, os jogadores altamente conectados nos centros desses grupos irão adquirir um *fitness* mais elevado. Sempre que tais centros sejam ocupados por Cs (como já discutido em [46]), estes irão influenciar os participantes de grupos mais pequenos (a maioria) a cooperar, permitindo assim aos pequenos grupos superar os requisitos mais exigentes de coordenação. O resultado líquido é uma redução do valor de x_L na população. Uma vez ultrapassada esta barreira de coordenação, a co-existência será determinada pelo pequeno tamanho da maioria dos grupos, o que leva a uma prevalência de Cs em x_R . A mesma tendência mantém-se, com menos intensidade, sempre que assumimos que, em vez de um M fixo, um M variável, como mostrado na Figura 6B. Independentemente do limite escolhido, a fracção de equilíbrio de colaboradores é claramente melhorada em ambientes heterogéneos.

Em suma, o aumento do risco transforma um dilema em que Cs são sempre desvantajosos num novo dilema em que Cs podem prevalecer. O impacto do risco é aumentado na presença de mutações comportamentais e erros de decisão, bem como sempre que a coordenação global é tentada numa maioria de pequenos grupos sob rigorosos limiares de cooperação. A combinação de um tamanho médio pequeno para grupos com a diversidade inerente às redes de interacção melhora ainda mais as possibilidades de cooperação.

É imperativo referir que, embora o nosso modelo possa ser simples o suficiente para ser aplicado como metáfora de uma grande variedade de dilemas coletivos em que a gestão de risco desempenha um papel importante, inevitavelmente o mesmo modelo é omissivo no que concerne muitas das

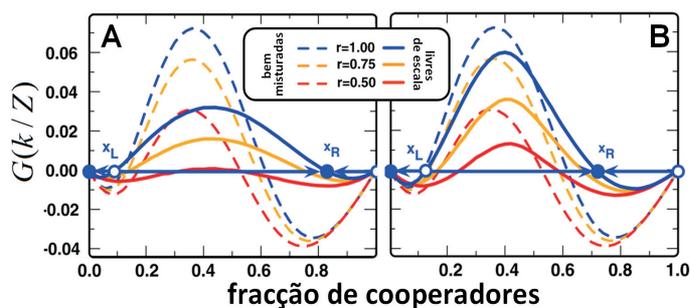


FIGURA 6

Dinâmica evolutiva em populações heterogéneas. As linhas a cheio mostram os gradientes de selecção $G(k/Z)$ para redes de interacção heterogéneas (ver Figura 5) de tamanho Z e grau médio $\langle \zeta \rangle$, comparadas com os resultados obtidos para populações bem misturadas com propriedades correspondentes (linhas a tracejado). As redes exibem comportamento livre de escala (ver detalhes em Métodos) e foram criadas usando o algoritmo de crescimento e ligação preferencial de Barabási-Albert [47, 51]. Em ambos os casos o tamanho da população é $Z=500$, tendo-se que $\langle \zeta \rangle = 6$, dando origem a grupos de tamanho médio $N=7$. **A.** Neste caso, mantivemos o limiar M constante e igual a 3. **B.** Neste painel mantivemos N/M constante satisfazendo a relação $M=3N/7$ assegurando o mesmo valor para o tamanho médio dos grupos na população. Comparado com o comportamento exibido em populações bem misturadas, redes heterogéneas facilitam a ultrapassagem da barreira de coordenação, conduzindo a regimes de coexistência em que a prevalência de Cs aumenta.

complexidades inerentes aos processos de decisão humana. Ao lidar com as alterações climáticas – um exemplo da classe de problemas a que esta formulação se pode aplicar – países (ou regiões ou qualquer unidade de negociação que se configure como mais apropriada) terão ao seu dispôr mais e melhor informação, o que vai condicionar o seu processo de decisão em dimensões que este modelo não consegue incorporar. Ao optarmos por limitar o comportamento dos indivíduos a escolhas binárias, estamos a ignorar todo um gradiente de contribuições possíveis por parte de quem optar por contribuir, bem como a ignorar o facto de que as expectativas de quem contribui, no que concerne os retornos esperados, podem também diferir no tempo previsto para esse mesmo retorno. Escusado será dizer que outros mecanismos [10, 29, 52-58], desde relações de parentesco (as famílias políticas) à reciprocidade (directa e indirecta), ou mesmo mecanismos de punição ou seleção a vários níveis, bem como medidas exógenas que promovam ou condicionem a aplicação e viabilidade de acordos, podem contribuir para ampliar ainda mais a janela de oportunidade para a cooperação prosperar na presença de risco.

Apesar da sua simplicidade, esta abordagem vem providenciando pistas importantes para a compreensão das complexas dinâmicas de cooperação associadas às negociações sobre mudanças climáticas e governança global, levando ao desenvolvimento de novas metodologias matemáticas e computacionais para simulação e previsão de escolhas colectivas. Em particular, para além dos resultados aqui reportados, os nossos modelos (ver, e.g., [63-68]) têm salientado o potencial de uma perspectiva policêntrica ou “bottom-up” – defendida, por exemplo, pela Prémio Nobel Elinor Ostrom – na abordagem destes problemas globais [54, 69]. Esta abordagem visa assim definir uma alternativa ao tradicional paradigma “top-down”, apoiado em cimeiras mundiais, e que fracôs resultados têm oferecido até ao momento. Também neste contexto temos descrito a melhor forma de desenhar sanções e instituições de monitorização [65], assim como as dinâmicas sociais e políticas criadas pela patente desigualdade de riqueza que observamos [66], e de que forma podemos tirar partido dessa diversidade para promover a cooperação internacional.

MÉTODOS

Raízes internas da equação do replicador em populações infinitas e bem misturadas. Vamos supor uma população infinita, bem misturada, com uma fracção x de Cs e uma fracção complementar $(1-x)$ de Ds. Amostragem aleatória leva a grupos cuja composição segue uma distribuição binomial.

Assim, pode-se escrever o *fitness* médio de Cs (f_C) e Ds (f_D) como [35, 59, 60]

$$f_C = \sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1}{k} x^k (1-x)^{N-1-k} \Pi_C(k+1)$$

e

$$f_D = \sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1}{k} x^k (1-x)^{N-1-k} \Pi_D(k),$$

onde $\Pi_D(k)$ ($\Pi_C(k)$) são os *payoffs* de um D (C) num grupo de tamanho N com k Cs. O *payoff* de um D vale $\Pi_D(k) = b \{ \theta(k-M) + (1-r)[1 - \theta(k-M)] \}$, onde $\theta(x) = 0$ se $x < 0$, e $\theta(x) = 1$ nos demais casos, enquanto que o *payoff* de um C vale $\Pi_C(k) = \Pi_D(k) - cb$ ($0 \leq c \leq 1$). $M < N$ representa o limiar de coordenação [3, 35], necessária para alcançar um benefício colectivo.

Para riscos suficientemente elevados, surgem raízes internas na equação do replicador $\dot{x} = x(1-x)(f_c - f_D)$ [34] associadas às raízes de $f_c - f_D$ no intervalo aberto $(0,1)$. A partir das equações acima podemos escrever, depois de alguma álgebra, que $f_c - f_D = b(\Gamma(x)r - c)$, onde

$$\Gamma(x) = \binom{N-1}{M-1} x^{M-1} (1-x)^{N-M} .$$

Definindo o rácio custo-risco como $\gamma = c/r$, o sinal de $f_c(x) - f_D(x)$ pode ser convenientemente analisado usando o polinómio $p(x,\gamma) = \Gamma(x) - \gamma$, que, por sua vez, pode ser usado para determinar o valor crítico $\bar{\gamma}$ abaixo do qual um ponto fixo interno $x^* \in (0,1)$ emerge (ver Figura 2), obtido através da solução numérica de \dot{x} .

Tendo em conta que

$$\frac{d\Gamma(x)}{dx} = - \binom{N-1}{M-1} x^{M-2} (1-x)^{N-M-1} s(x) ,$$

onde $s(x) = 1 + (N-1)x - M$, e assumindo que $N > 2$ e $1 < M < N$, temos que

$$\frac{d\Gamma(x)}{dx}$$

tem uma única raiz interna para

$$\bar{x} = \frac{M-1}{N-1} .$$

Além disso, $s(x)$ é positiva (negativa) se $x < \bar{x}$ ($x > \bar{x}$), o que significa que Γ tem um máximo global para $x = \bar{x}$.

Assim sendo, pode-se mostrar que *a)* quando $\gamma > \bar{\gamma}$, a dinâmica evolutiva não exibe qualquer ponto fixo interno; *b)* quando $\gamma = \bar{\gamma}$, existe apenas 1 único ponto fixo interno; e finalmente *c)* quando $\gamma < \bar{\gamma}$, surgem 2 pontos fixos internos $x_L < \bar{x} < x_R$ tais que x_R é estável enquanto x_L é instável. Começemos por provar *a)* e *b)*. Dado que Γ tem um máximo em \bar{x} , então $\Gamma(x) = 0$ não tem soluções para $\gamma > \bar{\gamma}$ e apenas uma em \bar{x} , para $\gamma = \bar{\gamma}$. Por sua vez, quando $x \rightarrow 0$ e quando $x \rightarrow 1$, $p(x,\gamma) < 0$, o que nos permite concluir que $x = 0$ é um ponto fixo estável e $x = 1$ um ponto fixo instável. Consequentemente, se \bar{x} é uma raiz interna da equação do replicador, tem de ser instável. Para provar *c)*, começamos por referir que $\Gamma(0) = \Gamma(1) = 0$. Pelo sinal de $s(x)$ (ver acima), $\Gamma(x)$ é claramente monótono crescente (decrecente) para a esquerda (direita) de \bar{x} . Logo, ocorre apenas uma única raiz x_L (x_R) no intervalo $0 < x < \bar{x}$ ($\bar{x} < x < 1$). Como $x = 0$ é estável e $x = 1$ instável, x_R tem de ser estável e x_L instável.

Dinâmica evolutiva em populações finitas, bem misturadas. Para populações finitas e bem misturadas de tamanho Z , a amostragem binomial deve ser substituída por uma amostragem hiper-geométrica (amostragem sem reposição). Como resultado, o *fitness* médio de D s e C s numa população com k C s, escreve-se agora na forma [35, 60, 61]

$$f_D(k) = \binom{Z-1}{N-1}^{-1} \sum_{k=0}^{N-1} \binom{k}{j} \binom{Z-k-1}{N-j-1} \Pi_D(k)$$

e

$$f_C(k) = \binom{Z-1}{N-1}^{-1} \sum_{k=0}^{N-1} \binom{k-1}{j} \binom{Z-k}{N-j-1} \Pi_C(k+1),$$

respectivamente. Adoptamos um processo de *nascimento e morte* estocástico [38], combinado com uma regra de comparação entre pares de indivíduos a fim de descrever a dinâmica social dos Cs (e Ds) numa população finita. A regra de comparação de pares [37] dita que um dado indivíduo i seleccionado aleatoriamente adopta a estratégia de um outro indivíduo j da população (também seleccionado aleatoriamente) com uma probabilidade dada pela função de Fermi (de física estatística) $p \equiv \left[1 + e^{-\beta(f_j - f_i)}\right]^{-1}$. Nesta expressão, β (uma temperatura inversa em física e numericamente igual a 5 nas figuras) controla a intensidade de selecção. Quando $\beta \ll 1$, a selecção é fraca e o *fitness* individual não é mais do que uma pequena perturbação à deriva aleatória no espaço comportamental. Sob este regime recuperamos a equação do replicador no limite $Z \rightarrow \infty$ [37]. Para um β qualquer, a quantidade \dot{x} que especifica o gradiente de selecção é substituída, em populações finitas, por

$$G(k) \equiv T^+(k) - T^-(k) = \frac{k}{Z} \frac{Z-k}{Z} \tanh \left\{ \frac{\beta}{2} [f_C(k) - f_D(k)] \right\},$$

onde k representa o número total de Cs na população e

$$T^\pm(k) = \frac{k}{Z} \frac{Z-k}{Z} \left[1 + e^{\mp \beta [f_C(k) - f_D(k)]} \right]^{-1}$$

as probabilidades para aumentar e diminuir o número de Cs na população por um indivíduo em cada processo de nascimento e morte [37]. Na presença de mutações comportamentais a população nunca irá fixar-se em qualquer dos dois estados monomórficos possíveis [62]. Isto, juntamente com a natureza estocástica da dinâmica em populações finitas torna a distribuição estacionária uma importante ferramenta para analisar o comportamento da população. Em conformidade, calculamos a distribuição estacionária $P(k/Z)$ da cadeia de Markov completa com $Z+1$ estados, mostrado em diversas Figuras. As probabilidades que entram na matriz de transição tridiagonal $S = [p_{ij}]^T$ são definidas como $p_{k,k\pm 1} = T_\mu^\pm(k)$ e $p_{kk} = 1 - p_{k,k-1} - p_{k,k+1}$, onde T_μ^\pm são as probabilidades de transição para uma taxa de mutação arbitrária, dadas por $T_\mu^+(k) = (1 - \mu) T^+(k) + \mu (Z - k)/Z$ para a probabilidade de aumentar o número de Cs de k para $k+1$ e $T_\mu^-(k) = (1 - \mu) T^-(k) + \mu k/Z$ para a probabilidade de diminuir o número de Cs de k para $k-1$ [39]. As distribuições estacionárias representadas nas Figuras foram obtidas fazendo $\mu=0.01$. A distribuição estacionária é obtida determinando o vector próprio correspondente ao valor próprio de S igual a 1 [38].

Dinâmica evolutiva em populações finitas e estruturadas. Os gradientes finitos de selecção para as populações estruturadas foram determinados numericamente adoptando a mesma regra de actualização estocástica definida acima [37]. Para cada distribuição aleatória k/Z de Cs, calculamos numericamente a probabilidade média de que cada C (D) imitar um D (C) escolhido aleatoriamente na população. Redes de escala livre de grau médio $\langle \zeta \rangle$ foram construídas de acordo com o modelo Barabási-Albert [51] de crescimento e ligação preferencial: A partir de um pequeno número de nodos m_0 , em cada intervalo de tempo adiciona-se um novo nodo com grau $m = \langle \zeta \rangle / 2 = m_0$. Assumindo uma probabilidade $\theta_i = \zeta_i / \sum_j \zeta_j$ de que o novo nodo será conectado a um nodo i existente de grau ζ_i , obtemos uma distribuição de grau em

lei de potência $d(\zeta) \propto \zeta^{-3}$ [47, 51] e, conseqüentemente, do tamanho dos grupos e empreendimentos coletivos em que cada indivíduo participa. $G(k)$ é obtida a partir do cálculo de todas as transições possíveis, calculando a média sobre 2×10^4 distribuições diferentes e 10 redes com estrutura em lei de potência, de tamanho $Z=500$ e grau médio $\langle csi \rangle = 6$. Ambas as redes de interação (homogêneas e heterogêneas) representam populações organizadas em grupos com o mesmo tamanho médio ($\langle \zeta \rangle + 1 = \langle N \rangle = 7$). Por construção, o modelo Barabási-Albert impõe um tamanho mínimo de grupo de $\langle \zeta \rangle / 2 + 1 = 4$ [47, 51] em todas as redes livres de escala. Isto significa que, no limite de um limiar constante, a coordenação coletiva pode ser conseguida em todos os grupos para $M=3$.

REFERÊNCIAS

1. Hardin G (1968) The Tragedy of the Commons. *Science* 162(5364):1243-1248.
2. Dreber A & Nowak MA (2008) Gambling for global goods. *Proc Natl Acad Sci U S A* 105(7):2261-2262.
3. Milinski M, Sommerfeld RD, Krambeck HJ, Reed FA, & Marotzke J (2008) The collective-risk social dilemma and the prevention of simulated dangerous climate change. *Proc Natl Acad Sci U S A* 105(7):2291-2294.
4. Milinski M, Semmann D, Krambeck HJ, & Marotzke J (2006) Stabilizing the Earth's climate is not a losing game: Supporting evidence from public goods experiments. *Proc Natl Acad Sci U S A* 103(11):3994-3998.
5. Barrett S (2005) *Environment and statecraft: the strategy of environmental treaty-making* (Oxford University Press, USA).
6. Barrett S (2007) *Why cooperate?: the incentive to supply global public goods* (Oxford University Press, USA).
7. Olson M (1971) *The Logic of Collective Action: Public Goods and the Theory of Groups* (Harvard University Press) Revised Version Ed.
8. Kollock P (1998) Social Dilemmas: The anatomy of cooperation. *Annu. Rev. Sociol.* 24:183-214.
9. Bowles S (2006) *Microeconomics: Behavior, Institutions, and Evolution* (Princeton University Press).
10. Skyrms B (2004) *The Stag Hunt and the Evolution of Social Structure* (Cambridge University Press).
11. Barrett S (1994) Self-enforcing international environmental agreements. *Oxford Economic Papers* 46:878-894.
12. Barrett S (1998) Towards a theory of international environmental cooperation. *New directions in the economic theory of the environment*, eds Carraro C & Siniscalco D (Cambridge University Press), p 239.
13. Heal G & Kristrom B (2002) Uncertainty and climate change. *Environmental and Resource Economics* 22(1):3-39.
14. Boehm C (1999) *Hierarchy in the forest: The evolution of egalitarian behavior* (Harvard University Press).
15. Wrangham R & Peterson D (1996) *Demonic Males: Apes and the Origins of Human Violence* (Houghton Mifflin).
16. Brewer NT, et al. (2007) Meta-analysis of the relationship between risk perception and health behavior: the example of vaccination. *Health Psychol* 26(2):136-145.
17. Ferguson N (2007) Capturing human behaviour. *Nature* 446(7137):733.
18. Van Segbreck S, Santos FC, & Pacheco JM (2010) Adaptive contact networks change effective disease infectiousness and dynamics. *Plos Comput Bio* 6(8):e1000895.
19. Boesch C (2002) Cooperative hunting roles among Tai chimpanzees. *Human Nature-an Interdisciplinary Biosocial Perspective* 13(1):27-46.
20. Creel S & Creel NM (1995) Communal Hunting and Pack Size in African Wild Dogs, *Lycaon-Pictus*. *Animal Behaviour* 50:1325-1339.
21. Stander PE (1992) Cooperative Hunting in Lions – the Role of the Individual. *Behavioral Ecology and Sociobiology* 29(6):445-454.
22. Alvard MS & Nolin DA (2002) Rousseau's whale Hunt?: Coordination among big-game Hunters. *Current Anthropology* 43(4):533-559.
23. Bryant J (1994) Coordination Theory, The Stag Hunt and Macroeconomics. *Problems of Coordination in Economic Activity*, ed Friedman JW (Dordrecht:Kluwer).
24. Heal G (1993) Formation in International Environmental Agreements. *Trade, Innovation, Environment*, ed Carraro C (Dordrecht: Kluwer).
25. Black J, Levi M, & De Meza D (1993) Creating a good atmosphere: Minimum participation for tackling the 'greenhouse effect'. *Economica* 60(239):281-293.

26. McGinty M (2010) International Environmental Agreements as Evolutionary Games. *Environmental and Resource Economics* 45(2):251-269.
27. Rendell L, *et al.* (2010) Why Copy Others? Insights from the Social Learning Strategies Tournament. *Science* 328:208-213.
28. Tomasello M & Call J (1997) *Primate cognition* (Oxford University Press).
29. Sigmund K, De Silva H, Traulsen A, & Hauert C (2010) Social learning promotes institutions for governing the commons. *Nature* 466(7308):861-863.
30. Fowler JH & Christakis NA (2010) Cooperative behavior cascades in human social networks. *Proc Natl Acad Sci U S A* 107(12):5334-5338.
31. Rees M, *et al.* (2009) A nonsimultaneous, extended, altruistic-donor chain. *N. Engl. J. Med.* 360(11):1096.
32. Carman KG (2003) Social influences and the private provision of public goods: Evidence from charitable contributions in the workplace. *Discussion paper 02-13* (Stanford Institute for Economic Policy Research, Stanford, CA).
33. Hofbauer J & Sigmund K (1998) *Evolutionary Games and Population Dynamics* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK).
34. Sigmund K (2010) *The Calculus of Selfishness* (Princeton University Press).
35. Pacheco JM, Santos FC, Souza MO, & Skyrms B (2009) Evolutionary dynamics of collective action in N-person stag hunt dilemmas. *Proc Biol Sci* 276(1655):315-321.
36. Jervis R (1978) Cooperation Under the Security Dilemma *World Politics* 30:167-214.
37. Traulsen A, Nowak MA, & Pacheco JM (2006) Stochastic dynamics of invasion and fixation. *Phys Rev E* 74:011909.
38. Karlin S & Taylor HMA (1975) *A first course in Stochastic Processes* (Academic, London) 2nd edition Ed.
39. Traulsen A, Hauert C, De Silva H, Nowak MA, & Sigmund K (2009) Exploration dynamics in evolutionary games. *Proc Natl Acad Sci U S A* 106(3):709-712.
40. Traulsen A, Pacheco JM, & Nowak MA (2007) Pairwise comparison and selection temperature in evolutionary game dynamics. *J Theor Biol* 246(3):522-529.
41. Asheim G, Froyen C, Hovi J, & Menz F (2006) Regional versus global cooperation for climate control. *Journal of Environmental Economics and Management* 51(1):93-109.
42. Lazer D, *et al.* (2009) Computational social science. *Science* 323(5915):721-723.
43. Amaral LA, Scala A, Barthelemy M, & Stanley HE (2000) Classes of small-world networks. *Proc Natl Acad Sci U S A* 97(21):11149-11152.
44. Buchanan M (2003) *Nexus: Small worlds and the groundbreaking science of networks* (WW Norton & Company).
45. Santos FC, Pacheco JM, & Lenaerts T (2006) Evolutionary dynamics of social dilemmas in structured heterogeneous populations. *Proc Natl Acad Sci U S A* 103(9):3490-3494.
46. Santos FC, Santos MD, & Pacheco JM (2008) Social diversity promotes the emergence of cooperation in public goods games. *Nature* 454(7201):213-216.
47. Dorogovtsev SN (2010) *Lectures on Complex Networks* (Oxford University Press, Oxford).
48. Barrat A, Barthelemy M, & Vespignani A (2008) *Dynamical processes in complex networks*. (Cambridge University Press, Cambridge).
49. Szabó G & Fáth G (2007) Evolutionary games on graphs. *Phys Rep* 446(4-6):97-216.
50. Santos FC, Rodrigues JF, & Pacheco JM (2005) Epidemic spreading and cooperation dynamics on homogeneous small-world networks. *Phys Rev E* 72:056128.
51. Barabási AL & Albert R (1999) Emergence of scaling in random networks. *Science* 286(5439):509-512.
52. Hamilton WD (1964) The genetical evolution of social behaviour. I. *J Theor Biol* 7(1):1-16.
53. Wilson DS (1975) A theory of group selection. *Proc Natl Acad Sci U S A* 72(1):143-146.
54. Ostrom E (1990) *Governing the commons: The evolution of institutions for collective action* (Cambridge Univ. Press).
55. Fehr E & Gächter S (2000) Cooperation and punishment in public good experiments. *Am Econ Rev* 90:980-994.
56. Milinski M, Semmann D, & Krambeck HJ (2002) Reputation helps solve the 'tragedy of the commons'. *Nature* 415(6870):424-426.
57. Nowak MA (2006) Five rules for the evolution of cooperation. *Science* 314(5805):1560-1563.
58. West SA, Griffin AA, & Gardner A (2007) Evolutionary Explanations for Cooperation. *Current Biology* 17: R661-R672.
59. Hauert C, Michor F, Nowak MA, & Doebeli M (2006) Synergy and discounting of cooperation in social dilemmas. *J Theor Biol*:195-202.
60. Souza MO, Pacheco JM, & Santos FC (2009) Evolution of Cooperation under N-person Snowdrift Games. *J Theor Biol* 260(4):581-588.

61. Hauert C, Traulsen A, Brandt H, Nowak MA, & Sigmund K (2007) Via Freedom to Coercion: The Emergence of Costly Punishment. *Science* 316:1905-1907.
62. Nowak MA, Sasaki A, Taylor C, & Fudenberg D (2004) Emergence of cooperation and evolutionary stability in finite populations. *Nature* 428(6983):646-650.
63. Santos FC, & Pacheco JM (2011) Risk of collective failure provides an escape from the tragedy of the commons, *Proc Natl Acad Sci USA* 108 (26) 10421-10425.
64. Santos FC, Vasconcelos VV, Santos MD, Neves PNB, & Pacheco JM (2012) Evolutionary dynamics of climate change under collective-risk dilemmas. *Math Models Methods Appl Sci* 22(supp01):1140004.
65. Vasconcelos VV, Santos FC, & Pacheco JM (2013) A bottom-up institutional approach to cooperative governance of risky commons. *Nat Clim Change* 3:797-801.
66. Vasconcelos VV, Santos FC, Pacheco JM, & Levin SA (2014) Climate policies under wealth inequality. *Proc Natl Acad Sci USA* 111(6):2212-6.
67. Pacheco JM, Vasconcelos VV, & Santos FC (2014) Climate change governance, cooperation and self-organization. *Phys Life Rev* 11:573-86.
68. Vasconcelos VV, Santos FC, & Pacheco JM (2015) Cooperation dynamics of polycentric climate governance. *Math Models Methods Appl Sci* (in press).
69. Ostrom E (2009) A polycentric approach for coping with climate change. *Policy research working paper, background paper to the 2010 World Development Report WPS5095* 2009.

(COMUNICAÇÃO APRESENTADA À CLASSE DE CIÊNCIAS
NA SESSÃO DE 18 DE NOVEMBRO DE 2010)