

Estado da publicação: Não informado pelo autor submissor

# ASPECTOS TEÓRICOS ACERCA DE TAREFAS QUE DESENVOLVEM AS HABILIDADES DE VISUALIZAÇÃO ESPACIAL

Cristian Martins da Silva, Carmen Vieira Mathias

<https://doi.org/10.1590/SciELOPreprints.6323>

Submetido em: 2023-06-26

Postado em: 2023-07-03 (versão 1)

(AAAA-MM-DD)

ARTIGO

## ASPECTOS TEÓRICOS ACERCA DE TAREFAS QUE DESENVOLVEM AS HABILIDADES DE VISUALIZAÇÃO ESPACIAL

CRISTIAN MARTINS DA SILVA<sup>1</sup>

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-3628-5311>  
<[martinsdasilvacristian@gmail.com](mailto:martinsdasilvacristian@gmail.com)>

CARMEN VIEIRA MATHIAS<sup>2</sup>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5667-159X>  
<[carmen@ufsm.br](mailto:carmen@ufsm.br)>

<sup>1</sup> Universidade Franciscana (UFN). Santa Maria, RS, Brasil.

<sup>2</sup> Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Santa Maria, RS, Brasil.

**RESUMO:** As Habilidades de Visualização Espacial (HVE) representam um dos pilares do pensamento geométrico, que é uma importante competência no desenvolvimento cognitivo e matemático. Dessa forma, são vastas as pesquisas que investigam e analisam essas tarefas e emerge a necessidade de compreender quais habilidades específicas cada tipo de tarefa desenvolve. Nesse contexto, o objetivo deste artigo é analisar como as tarefas que demandam HVE têm sido classificadas ao longo da literatura. Sendo assim, esta pesquisa bibliográfica de abordagem qualitativa descreve e correlaciona as Aptidões Espaciais de Del Grande (1994), os Cinco Elementos do Pensamento Espacial de Maier (1996) e as Ações de Visualização de Gonzato, Fernández e Díaz (2011) com a Categorização de Ações de Visualização de Mathias e Simas (2021) elaboradas para a análise de tarefas de livros didáticos que demandam HVE. A partir das discussões, esta pesquisa expande as habilidades específicas abordadas por esses autores e discute como as Ações de Visualização definidas em Mathias e Simas (2021) contemplam as HVE de forma ampla e podem ser utilizadas como base para futuras análises de tarefas de visualização.

**Palavras-chave:** Habilidades de Visualização Espacial, Tarefas, Ações de Visualização.

### THEORETICAL ASPECTS ABOUT TASKS THAT DEVELOP THE SPATIAL VISUALIZATION SKILLS

**ABSTRACT:** Spatial Visualization Skills (SVS) represent one of the pillars of geometric thinking, which is an important competence in cognitive and mathematical development. In this way, there are vast researches that investigate and analyze these tasks and the need to understand which specific skills each type of task develops emerges. In this context, the objective of this article is to analyze how tasks that demand SVS have been classified throughout the literature. Therefore, this qualitative bibliographic research describes and correlates Del Grande's Spatial Skills (1994), Maier's Five Elements of Spatial Thinking (1996) and Visualization Actions by Gonzato, Fernández and Díaz (2011) with Categorization of Visualization Actions by Mathias and Simas (2021) designed for the analysis of textbook tasks that require SVS. Based on the discussions, this research expands the specific skills addressed by these authors and discusses how the Visualization Actions defined in Mathias and Simas (2021) broadly contemplate SVS and can be used as a basis for future analysis of visualization tasks.

**Keywords:** Spatial Visualization Skills, Tasks, Visualization Actions.

## ASPECTOS TEÓRICOS SOBRE TAREAS QUE DESARROLLAN HABILIDADES DE VISUALIZACIÓN ESPACIAL

**RESUMEN:** Las Habilidades de Visualización Espacial (HVE) representan uno de los pilares del pensamiento geométrico, que es una competencia importante en el desarrollo cognitivo y matemático. De esta forma, existen vastas investigaciones que investigan y analizan estas tareas y surge la necesidad de comprender qué habilidades específicas desarrolla cada tipo de tarea. En este contexto, el objetivo de este artículo es analizar cómo las tareas que demandan HVE han sido clasificadas a lo largo de la literatura. Por tanto, esta investigación bibliográfica cualitativa describe y correlaciona las Habilidades Espaciales de Del Grande (1994), los Cinco Elementos del Pensamiento Espacial de Maier (1996) y las Acciones de Visualización de Gonzato, Fernández y Díaz (2011) con la Categorización de las Acciones de Visualización de Mathias y Simas (2021). diseñado para el análisis de tareas de libros de texto que requieren HVE. Con base en las discusiones, esta investigación amplía las habilidades específicas abordadas por estos autores y discute cómo las Acciones de Visualización definidas en Mathias y Simas (2021) contemplan ampliamente la HVE y pueden ser utilizadas como base para futuros análisis de tareas de visualización.

**Palabras clave:** Habilidades de Visualización Espacial, Tareas, Acciones de Visualización.

## INTRODUÇÃO

Durante anos, a Geometria têm sido posta de lado nos currículos de Matemática e seu ensino sofreu certa defasagem (Pavanello, 1993). O ensino de Geometria justifica-se pela necessidade de desenvolver o pensamento geométrico nos alunos, pois sem ele, terão dificuldade em resolver problemas e situações do cotidiano que dependem da geometrização (Lorenzato, 1995).

"A Geometria está por toda parte", desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la... mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria. (LORENZATO, 1995, p. 5).

Desde 2018, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o documento que estabelece as diretrizes curriculares para a Educação Básica. Essa base orienta o ensino de Geometria, que tem como objetivo desenvolver o pensamento geométrico. De acordo com a BNCC, "é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes" (Brasil, 2018, p. 271).

Em relação ao pensamento geométrico, Leivas (2009) o define como "um processo capaz de construir estruturas geométricas mentais a partir de imaginação, intuição e visualização, para a aquisição de conhecimentos matemáticos científicos." (p. 136). De acordo com Cifuentes (2005, p. 66), "visualizar é ser capaz de formular imagens mentais e está no início de todo o processo de abstração". Dessa forma, entende-se que ao desenvolver a visualização, é possível transpor conhecimentos do concreto ao abstrato, ampliando assim a capacidade de representar e resolver problemas, como afirma Guzmán (1997).

As ideias, conceitos e métodos em matemática apresentam grande riqueza de conteúdos visuais, representáveis intuitivamente, geometricamente, cuja utilização resulta muito proveitosa, tanto em tarefas de apresentação e manejo de tais conceitos quanto na sua manipulação para a resolução de problemas. (GUZMÁN, 1997, p. 15).

Segundo Del Grande (1994), é a partir da visualização que recebemos estímulos que desenvolvem a nossa percepção espacial.

A percepção espacial é a faculdade de reconhecer e discriminar estímulos no espaço, e a partir do espaço, e interpretar esses estímulos associando-os a experiências anteriores. Oitenta e cinco por cento das informações que chegam ao corpo vindas do meio ambiente penetram em nós através do sistema visual, e a visão se desenvolve como resultado de muitas experiências acumuladas. (DEL GRANDE, 1994, p. 156).

Embora até o momento tenha considerado os termos “visualização”, “pensamento espacial”, “percepção espacial”, é importante destacar que não há um consenso entre essas expressões, conforme descrito em Gutierrez (1996).

Não há acordo geral sobre a terminologia a ser usada neste campo: pode acontecer que um autor utilize, por exemplo, o termo “visualização” e outro autor use “pensamento espacial”, mas descobrimos que eles estão compartilhando o mesmo significado para termos diferentes. [...] Essa bagunça aparente é meramente um reflexo da diversidade de áreas onde a visualização é considerada relevante e há variedade de especialistas interessados (GUTIÉRREZ, 1996, p. 4).

No geral, essas terminologias são usadas em pesquisas e estudos da área para se referirem às Habilidades de Visualização Espacial (HVE) que podem ser descritas, de acordo com Linn e Petersen (1985), como a capacidade de representar, transformar, criar e recordar informação simbólica e não linguística. Para Montenegro (2003, p. 9), as HVE envolvem “pensar em imagens, bem como a capacidade de perceber, transformar e recriar diferentes aspectos do mundo visual e espacial”.

Contudo, é percebida certa dificuldade em trabalhar as HVE no ambiente escolar. Settimy e Bairral (2020) evidenciam que a implementação de mais atividades voltadas à visualização e na representação espacial é necessária para que essas habilidades sejam desenvolvidas, visando superar essas dificuldades, que podem ser categorizadas como culturais, cognitivas e sociológicas (Arcavi, 2003). Em particular, a respeito das dificuldades cognitivas, Arcavi (2003) aponta que:

[...] incluem, entre outras coisas, a discussão cuja versão simplista seria a seguinte: ‘visual’ é mais fácil ou mais difícil? Quando a visualização atua sobre imagens conceitualmente ricas [...] a demanda cognitiva é certamente alta. Além disso, raciocinar com conceitos em configurações visuais pode implicar que nem sempre existem rotinas procedimentais “seguras” nas quais confiar (como pode ser o caso de abordagens simbólicas mais formais). Consciente ou inconscientemente, tais situações podem ser rejeitadas pelos alunos (e possivelmente pelos professores também) por serem muito “escorregadias”, “arriscado” ou “impreciso”. (ARCAVI, 2003, p. 235).

Arcavi (2003) também aponta que é comum haver dificuldades em interpretar múltiplas representações de uma mesma situação e que superar esse obstáculo demanda tempo e treino.

Outra dificuldade cognitiva surge da necessidade de obter uma tradução flexível e competente entre representações visuais e analíticas da mesma situação, que está no cerne da compreensão de grande parte da matemática. Aprender a entender e ser competente no manuseio de múltiplas representações pode ser um processo demorado, dependente do contexto, não linear e até mesmo tortuoso para os alunos. (ARCAVI, 2003, p. 235).

Dada a importância que as tarefas desempenham no desenvolvimento das HVE, emerge a necessidade de compreender como essas atividades podem ser categorizadas a partir das habilidades específicas que cada exercício trabalha, conforme as pesquisas de Del Grande (1994), Maier (1996), Gonzato, Fernández e Díaz (2011) e Mathias e Simas (2021).

Mediante este cenário, justifica-se a relevância deste trabalho, que se caracteriza como uma pesquisa bibliográfica (Gil, 2017) de abordagem qualitativa (Creswell, 2007) e tem como objetivo analisar como as tarefas que demandam HVE têm sido classificadas ao longo da literatura.

## APTIDÕES ESPACIAIS

De acordo com Sorby e Panther (2020) as HVE têm sido uma área significativa de pesquisa em psicologia educacional desde os anos 1920 ou 1930. Como mencionado na introdução deste artigo, poucos são os estudos e pesquisas que se referem diretamente a HVE, mas ainda assim, há uma variedade de trabalhos voltados a esse tema, mas nomeados de maneira distinta.

Por exemplo, Kahle (1983) diz que “visualização espacial é a capacidade de manipular um objeto ou padrão na imaginação”, assim como Lowrie, Logan e Hegarty (2019, p. 2) argumentam que a visualização espacial é “a capacidade ou habilidade utilizada para transformar mentalmente ou manipular propriedades espaciais de um objeto”. Já Battista (2007) utiliza o termo “raciocínio espacial” para referir-se às HVE e apresenta a seguinte definição

Raciocínio espacial é a capacidade de “ver”, examinar e refletir sobre objetos espaciais, imagens, relações e transformações. O raciocínio espacial inclui gerar e examinar imagens para responder a questões sobre elas, transformar e operar imagens e manter as imagens a serviço de outras operações mentais. (BATTISTA, 2007, p. 843).

O desenvolvimento das HVE demanda o treino a partir de uma série de atividades (Settimy e Bairral, 2020; Arcavi, 2003), mas para isso é necessário exercitar algumas aptidões (Del Grande, 1994). Com base em pesquisas como Frostig e Horne (1964), Vurpillot (1976) e Hoffer (1997), Del Grande (1994) apresenta sete aptidões espaciais que serão descritas na sequência, conforme ilustra a Figura 1.

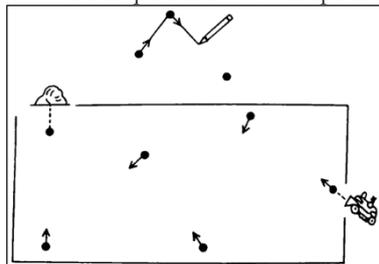
Figura 1 – Aptidões Espaciais apresentadas em Del Grande (1994).



Fonte: Elaborado pelos autores.

A primeira destas aptidões descritas pelo autor é a Coordenação Visual-Motora (CVM), que é definida como “a habilidade de coordenar a visão com o movimento do corpo” (Del Grande, 1994, p. 158). As crianças com dificuldades motoras ou em movimentos simples usam muito da sua concentração para realizarem atividades como ligar pontos em um papel e, por isso, não conseguem dar atenção ao espaço além de si. Apenas ao se habituar com essa coordenação que a criança será capaz de se atentar à aprendizagem e à percepção de objetos exteriores (Ibid, 1994). Um exemplo de atividade que visa desenvolver a CVM é ilustrado na Figura 2, na qual é exigido ao aluno conectar os pontos através do sentido e direção das setas. Desta forma, a criança é capaz de entender noções iniciais de orientação.

Figura 2 – Tarefa que desenvolve a aptidão CVM.

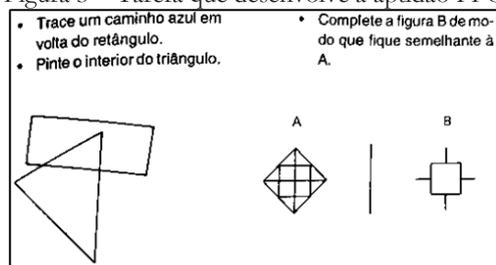


Fonte: Del Grande (1994, p. 160).

A segunda aptidão abordada é a Percepção de Figuras em Campos (PFC) que é definida como “o ato visual de identificar uma figura específica (o foco) num quadro (o campo)” (Del Grande,

1994, p. 158). A PFC consiste em reconhecer uma figura específica e diferenciá-la de marcações estranhas e de estímulos visuais irrelevantes. Ao desenvolver essa aptidão, o indivíduo será capaz de decompor e compor novamente diferentes unidades de percepção e identificar figuras sobrepostas (Ibid, 1994). Atividades que visam desenvolver a PFC geralmente consistem em intersecção de retas e/ou de figuras, figuras ocultas e/ou sobrepostas e finalização e/ou reunião de partes de uma figura, conforme o exemplo ilustrado na Figura 3.

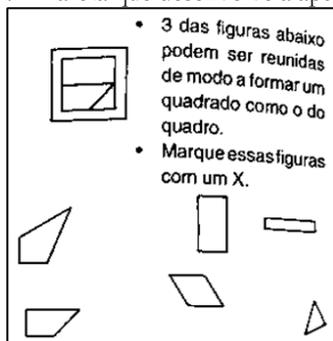
Figura 3 – Tarefa que desenvolve a aptidão PFC.



Fonte: Del Grande (1994, p. 161).

A terceira aptidão apresentada por Del Grande (1994) é a Constância de Percepção (CP) ou Constância de Forma e Tamanho que é definida como “a habilidade de reconhecer que um objeto tem propriedades invariáveis, como tamanho e forma, apesar das várias impressões que pode causar conforme o ponto do qual é observado” (Del Grande, 1994, p. 158). Ao desenvolver a CP, a pessoa consegue “ajustar-se ao meio e dá estabilidade ao seu mundo” (Ibid, 1994, p. 158), dando foco à forma de um objeto ao invés de dar atenção às mudanças do mesmo à medida que se movem em relação ao observador. Na atividade ilustrada pela Figura 4, o aluno deve identificar as partes da figura, mas, principalmente, reconhecer que duas delas, o retângulo e o triângulo, foram rotacionadas.

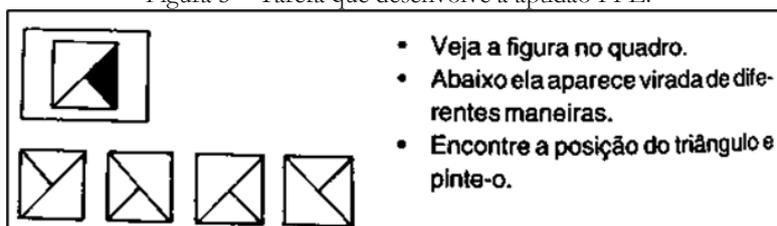
Figura 4 – Tarefa que desenvolve a aptidão CP.



Fonte: Del Grande (1994, p. 162).

A quarta aptidão relatada é a Percepção da Posição no Espaço (PPE) e é definida como “a habilidade de determinar a relação de um objeto com outro e com o observador” (Del Grande, 1994, p. 159). Ao desenvolver essa aptidão, o aluno é capaz de evitar inversões de figuras e reconhecer quando duas figuras são iguais através de um deslizamento, uma translação ou uma rotação. A Figura 5 ilustra um exemplo de atividade que desenvolve a PPE, onde o aluno é instigado a reconhecer como a figura foi rotacionada em posições diferentes.

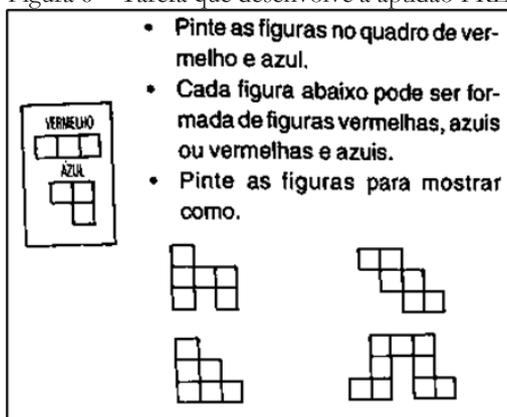
Figura 5 – Tarefa que desenvolve a aptidão PPE.



Fonte: Del Grande (1994, p. 162).

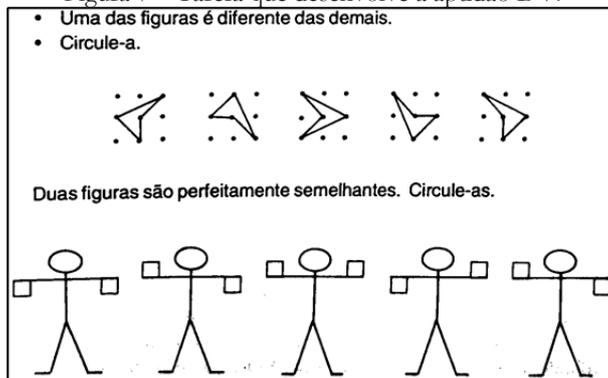
A Percepção de Relações Espaciais (PRE) que é definida como “a habilidade que a pessoa tem de enxergar dois ou mais objetos e em relação a si mesma ou em relação um ao outro” (Del Grande, 1994, p. 159) é a quinta aptidão discutida. A partir dela, o indivíduo pode reconhecer quando duas figuras são congruentes a partir de um deslizamento, uma translação ou uma rotação. Sendo assim, a PRE está intimamente relacionada à PPE (Ibid, 1994). Um exemplo de atividade apresentada que desenvolve a PRE é o ilustrado na Figura 6, em que, além do aluno reconhecer as partes, o objetivo da tarefa é perceber que essas partes foram rotacionadas.

Figura 6 – Tarefa que desenvolve a aptidão PRE.



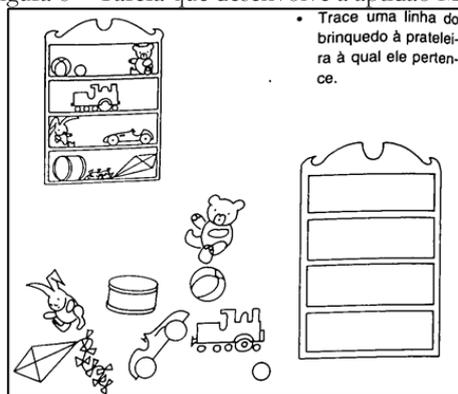
A sexta aptidão é a Discriminação Visual (DV), que é “a habilidade de distinguir semelhanças e diferenças entre objetos” (Del Grande, 1994, p. 159). Desenvolvendo a DV, é possível escolher e classificar objetos e formas geométricas e diferenciá-las visualmente. Atividades deste tipo geralmente envolvem identificar pares de objetos semelhantes ou diferentes, diferenciar um objeto dos demais, etc. (Ibid, 1994). A Figura 7 ilustra duas atividades deste tipo. Na primeira há cinco figuras das quais quatro são a mesma apenas rotacionadas, enquanto na segunda, dentre cinco figuras, apenas duas são idênticas.

Figura 7 – Tarefa que desenvolve a aptidão DV.



A Memória Visual (MV), que é definida como a “habilidade de se lembrar com precisão de um objeto que não está mais à vista e relacionar suas características com outros objetos, estejam eles à vista ou não” (Del Grande, 1994, p. 159) é a sétima e última aptidão percorrida pelo autor. A partir dessa aptidão, é possível memorizar mais informações visuais por mais tempo. Nesse sentido, Hoffer (1977 apud Del Grande, 1994) afirma que se deve armazenar na memória de longo prazo grandes quantidades de informações, através de abstrações e pensamento simbólico. Uma forma de desenvolver a MV é ilustrada na Figura 8, em que primeiro é apresentada a estante de brinquedos por um determinado tempo e depois, com ela oculta, é solicitado que o aluno indique em qual prateleira cada um dos brinquedos estava.

Figura 8 – Tarefa que desenvolve a aptidão MV.



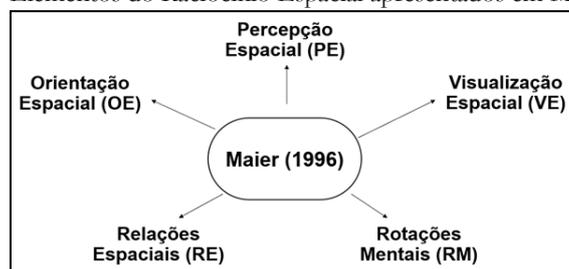
Fonte: Del Grande (1994, p. 165).

As aptidões discutidas por Del Grande (1994) foram pensadas para o desenvolvimento espacial inicial de crianças, desta forma, elas são, de certa forma, mais simples e com foco em figuras planas, sendo designadas ao espaço bidimensional, no entanto, elas são necessárias no início da compreensão de tarefas de visualização tridimensional.

## OS CINCO ELEMENTOS

Em relação aos espaços tridimensionais, Maier (1996) propôs cinco elementos para comporem as HVE, sendo elas: Percepção Espacial (PE), Visualização Espacial (VE), Rotações Mentais (RM), Relações Espaciais (RE) e Orientação Espacial (OE), conforme ilustra a Figura 9.

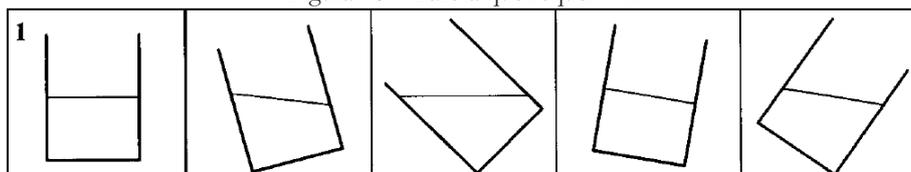
Figura 9 – Elementos do Raciocínio Espacial apresentados em Maier (1996).



Fonte: Elaborado pelos autores.

Para Maier (1996), tarefas que envolvem o primeiro elemento, denominado de PE, são aquelas que requerem processos mentais estáticos. Ou seja, as relações do sujeito com os objetos mudam, mas as relações espaciais entre os próprios objetos não mudam. A Figura 10 ilustra uma tarefa desse tipo, em que a imagem da esquerda (primeiro copo) mostra um copo meio cheio de água e deve-se perceber qual dos outros quatro copos possui a mesma quantidade de água do primeiro.

Figura 10 – Tarefa que requer PE.

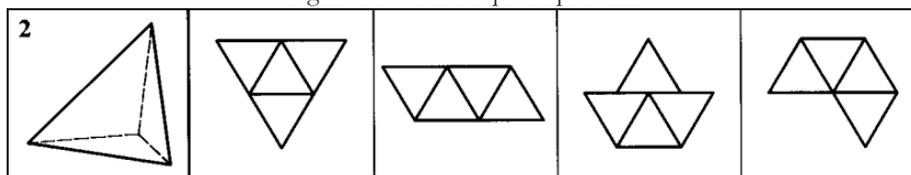


Fonte: Maier (1996, p. 71).

O segundo elemento considerado por Maier (1996) foi a VE que compreende a capacidade de visualizar uma configuração na qual há movimento ou deslocamento entre partes (internas) da configuração. Por exemplo, sólidos intersectados por um plano, ou desenhos em perspectiva comparados com suas planificações, como é o caso da tarefa ilustrada na Figura 11. Esses tipos de tarefas requerem

principalmente processos mentais dinâmicos, o que significa que as relações espaciais entre os objetos são alteradas.

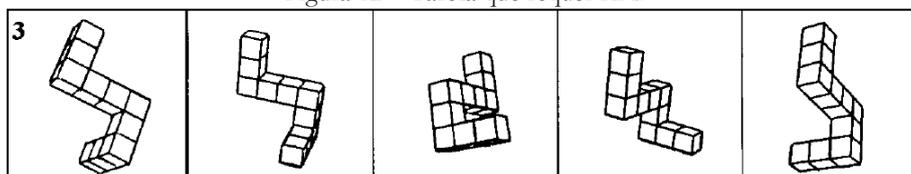
Figura 11 – Tarefa que requer VE.



Fonte: Maier (1996, p. 71).

Outro elemento importante, segundo Maier (1996) é a RM que envolve a capacidade de girar uma figura 2D ou 3D. A Figura 12 ilustra uma tarefa desse tipo, em que se deve determinar quais das quatro respostas são idênticas à figura padrão à esquerda.

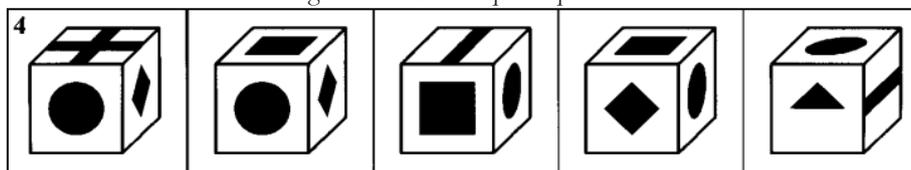
Figura 12 – Tarefa que requer RM.



Fonte: Maier (1996, p. 71).

As RE envolvem a capacidade de compreender a configuração espacial de objetos ou partes de um objeto e sua relação entre si (Maier, 1996, p. 71). Por exemplo, em uma tarefa que requer relações espaciais, a pessoa precisa reconhecer a identidade de um objeto que é mostrado em diferentes posições, como visto na tarefa ilustrada na Figura 13.

Figura 13 – Tarefa que requer RE.



Fonte: Maier (1996, p. 71).

O quinto elemento considerado por Maier (1996) é a OE. As tarefas que se encaixam nessa categoria requerem a capacidade de se orientar física ou mentalmente no espaço. A Figura 14 ilustra um exemplo de atividade em que se tem uma pessoa rodeada por quatro câmeras e é questionado a qual câmera pertence cada imagem.

Figura 14 – Tarefa que requer OE.



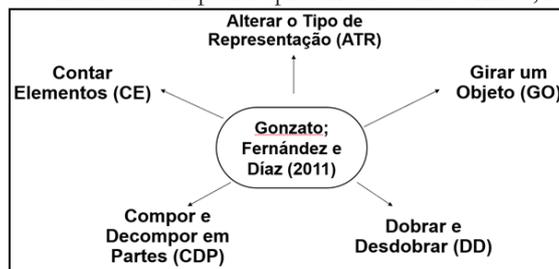
Fonte: Maier (1996, p. 71).

Segundo Maier (1996), após um certo tempo de prática com tarefas que desenvolvem esses cinco elementos que compõem as HVE, os alunos terão mais facilidade em trabalhar com sólidos geométricos, explorando estes recursos visuais em sua totalidade, pois, com o auxílio desses elementos, os alunos poderão desenvolver as HVE por meio das percepções transmitidas através de seus sentidos em relação a essas atividades.

## O RACIOCÍNIO ESPACIAL E AS AÇÕES DE VISUALIZAÇÃO

Ao categorizarem as habilidades relacionadas ao raciocínio espacial, Gonzato, Fernández e Díaz (2011) ponderam que visualizar e orientar um objeto não inclui apenas a capacidade de ver objetos e espaços, mas também a capacidade de refletir sobre suas possíveis representações, relações entre suas partes e examinar as possíveis transformações (rotação, seção, planificação) que o objeto pode sofrer. Sendo assim, eles descrevem cinco ações de visualização ao analisarem Livros Didáticos (LD), conforme ilustra a Figura 15.

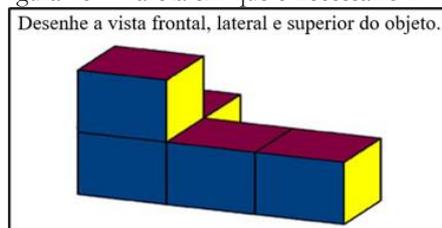
Figura 15 – Habilidades do Raciocínio Espacial apresentadas em Gonzato, Fernández e Díaz (2011).



Fonte: Elaborado pelos autores.

A primeira refere-se a “representar um objeto físico com uma representação plana, construir um objeto tridimensional a partir de sua representação plana ou converter representações planas de diferentes tipos” (Gonzato, Fernández e Díaz, 2011, p. 101) e foi denominado por esses autores de Alterar o Tipo de Representação (ATR). Esse tipo de ação está contemplado na tarefa ilustrada pela Figura 16, onde é dada a representação de um sólido e é requerido representá-lo a partir de projeções ortogonais.

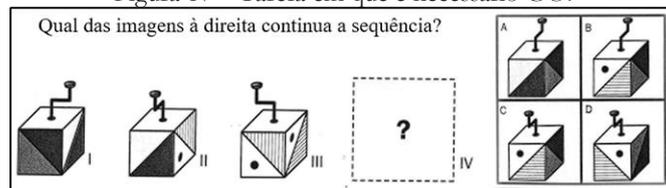
Figura 16 – Tarefa em que é necessário ATR.



Fonte: Adaptado de Pittalis e Christou (2010, p. 209).

O segundo, denominado Girar um Objeto (GO) refere-se à capacidade de “rotacionar o objeto ou partes do objeto, ou de forma equivalente, mudar a perspectiva mentalmente” (Gonzato, Fernández e Díaz, 2011, p. 101). Um exemplo de atividade que exercita essa ação está ilustrado pela Figura 17, em que a pessoa deve imaginar qual das opções é o objeto após ser rotacionado.

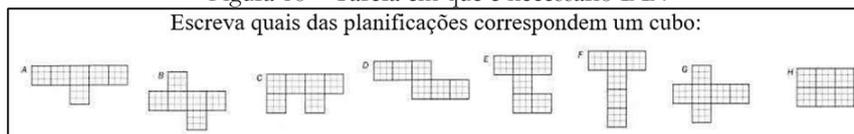
Figura 17 – Tarefa em que é necessário GO.



Fonte: Adaptado de Ferrero (2008, p. 172).

Já o ato “dobrar um desenvolvimento plano para formar um objeto tridimensional (físico ou representado), ou vice-versa, desdobrar o objeto para obter um de seus desdobramentos” (Gonzato, Fernández e Díaz, 2011, p. 101) foi denominado de Dobrar e Desdobrar (DD), que remete ao que conhecemos por planificação. Um exemplo dessa ação é ilustrado na Figura 18, em que estão dadas as planificações e é requerido reconhecer quais delas derivam de um sólido tridimensional específico.

Figura 18 – Tarefa em que é necessário DD.



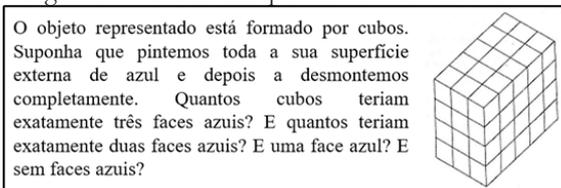
Fonte: Adaptado de Almodovar e García (2009, p. 197).

A ação denominada Compor e Decompor em Partes (CDP), é aquela que considerando duas ou mais partes de um objeto tridimensional, solicita-se que elas sejam compostas, “para formar um sólido, ou vice-versa”, (Gonzato, Fernández e Díaz, 2011, p. 101).

A ação de Contar Elementos (CE), a partir de um sólido dado, refere-se a, como a própria denominação diz, “contar os elementos que o compõem (unidades de volume, faces, arestas, vértices, etc.)” (Gonzato, Fernández e Díaz, 2011, p. 101).

Essas duas últimas ações são necessárias para resolver a tarefa ilustrada na Figura 19, em que é necessário que o indivíduo separe o bloco em vários cubos e depois faça a contagem das partes a partir de um critério específico.

Figura 19 – Tarefa em que é necessário CDP e CE.



Fonte: Adaptado de Bishop (1983, p. 187).

A partir deste cenário, entende-se que existem diversas formas de categorizar e definir as HVE. Sendo assim, Mathias e Simas (2021), apoiados em Gonzato, Fernández e Díaz (2011), elaboraram categorias de ações de visualização para analisar exercícios de LD de Matemática que demandam HVE para sua resolução, conforme descritas no Quadro 1.

Quadro 1 – Categorias consideradas na análise dos exercícios apresentados.

Ação	Descrição
Coordenar e Integrar Visualizações de objetos (CIV)	Exercícios que dependem de representações planas do objeto, que exijam algum sistema de projeção para serem realizadas.
Girar um Sólido (GS)	Exercício em que o estudante é convidado a girar mentalmente um sólido dado. Geralmente, é apresentada a imagem de um sólido e é necessário identificar a imagem deste mesmo sólido após sua rotação.
Gerar Sólidos de Revolução (GSR)	Exercícios em que são apresentadas representações planas do objeto e o eixo de rotação em que o estudante precisa reconhecer o sólido percorrido durante a rotação.
Desenvolver uma Superfície (DS)	Exercícios onde é apresentada a representação do sólido de forma planificada e é solicitada a representação espacial ou vice-versa.
Compor e Decompor um Sólido em partes (CDS)	Exercícios onde é apresentado o sólido (ou uma de suas representações) e solicitado sua identificação como decomposto em duas ou mais partes (ou vice-versa).
Identificar as Seções de um Sólido relacionadas a certos cortes (ISS)	Exercício onde são dados um sólido e um plano que o intersecta e é solicitado o reconhecimento da figura formada na interseção. Ou, reciprocamente, são dadas as interseções do sólido por planos e é solicitado que se identifique o mesmo.

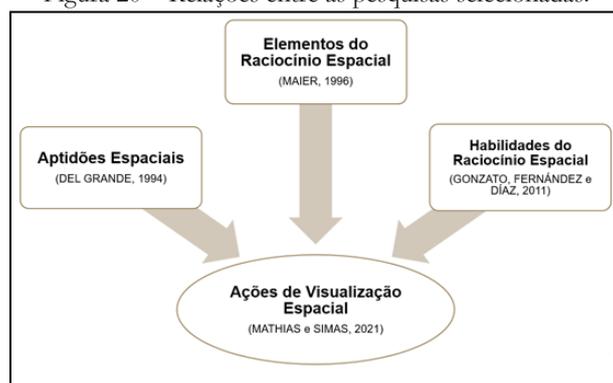
Fonte: Adaptado de Mathias E Simas, 2021, p. 7-9.

Partindo dessas várias formas de definir as habilidades e ações específicas em tarefas que demandam HVE, é importante entender como essas categorias conversam entre si a fim de discutir como essas categorizações podem ser úteis na análise de exercícios que de fato desenvolvem as HVE.

## RELAÇÕES ENTRE AS PESQUISAS

Ao olhar para as categorizações definidas em Del Grande (1994), Maier (1996) e Gonzato, Fernández e Díaz (2011) e comparar com as ações elaboradas em Mathias e Simas (2021), pode-se perceber uma certa relação entre elas, conforme ilustra a Figura 20.

Figura 20 – Relações entre as pesquisas selecionadas.

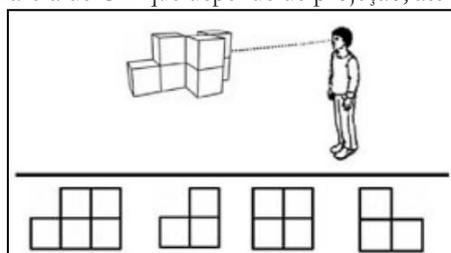


Fonte: Elaborado pelos autores.

Por exemplo, na ação CIV existe a necessidade de reconhecer elementos de um objeto que é mostrado em diferentes posições, ou seja, precisa-se de um sistema de projeção, percebe-se uma analogia com a ATR de Gonzato, Fernández e Díaz (2011), e a RE e OE de Maier (1996). A OE pode ser definida como “a capacidade dos alunos de não se confundirem com as mudanças de orientação em que uma configuração espacial pode ser apresentada” (Pittalis e Christou, 2010, p. 195). Para tal, é necessário ter “consciência de se um objeto está à direita ou à esquerda, mais alto ou mais baixo ou mais próximo ou mais distante do que outro” (Ibid, p. 195).

Um exemplo de tarefa que se encaixa como OE e também como CIV é o ilustrado na Figura 21, que requer que o aluno indique a vista frontal do sólido de acordo com o seu ângulo de visão como observador. Percebe-se que este tipo de tarefa também desenvolve a aptidão CP, já que “uma pessoa com constância de percepção, por exemplo, reconhecerá um cubo visto de um ângulo oblíquo como um cubo, embora os olhos colham uma imagem diferente quando o cubo é visto bem de frente ou de cima” (Del Grande, 1994, p. 158).

Figura 21 – Tarefa de OE que depende de projeção, atendendo a CIV.

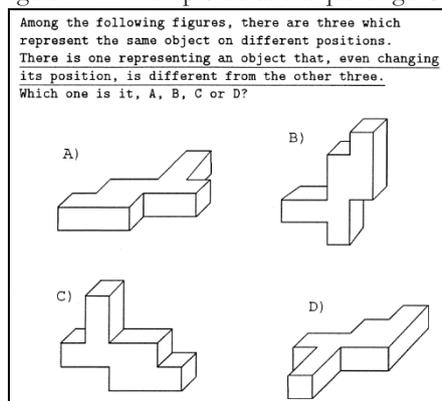


Fonte: Adaptado de Pittalis e Christou (2010, p. 199).

A ação GS citada em Mathias e Simas (2021) assemelha-se a RM definida em Maier (1996) e a GO estabelecida em Gonzato, Fernández e Díaz (2011), pois envolve a capacidade de girar uma figura tridimensional, assim como pode ser considerada análoga às aptidões PPE e PRE descritas em Del Grande (1994), que também desenvolvem a habilidade de reconhecer rotações, mas de figuras bidimensionais. Um exemplo é citado em Gorgorió (1998), em que é necessário determinar qual das

figuras é a diferente (Figura 22), ou seja, identificar objetos como sendo iguais, ou não, por meio de uma rotação.

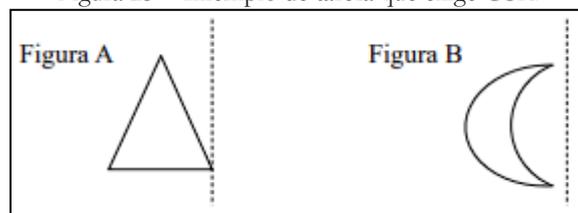
Figura 22 – Exemplo de tarefa que exige GS.



Fonte: Gorgorió (1998, p. 215).

No caso da GSR, existe a necessidade de girar uma curva bidimensional mentalmente, sob um determinado eixo a fim de determinar o sólido. Isto significa que essa categoria também faz parte da RM de Maier (1996). Um exemplo de tarefa que exige GSR pode ser encontrada no trabalho desenvolvido por Blanco, Diego-Mantecón e Sequeiros (2019), que objetivou analisar “[...] os processos de visualização que entram em jogo na resolução de uma tarefa de geração e representação de sólidos de revolução” (p. 770). A Figura 23 ilustra um recorte da tarefa que propõe ao aluno desenhar, com o máximo de detalhes possível, os corpos de revolução que podem ser obtidos girando as figuras sobre os eixos indicados.

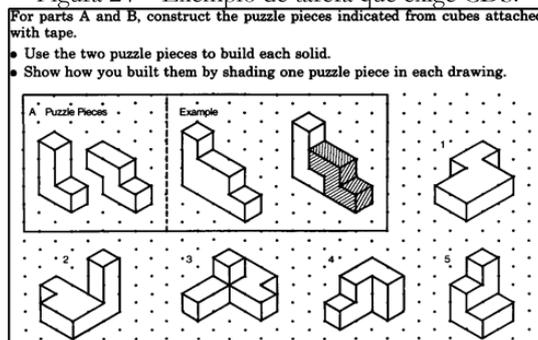
Figura 23 – Exemplo de tarefa que exige GSR.



Fonte: Blanco, Diego-Mantecón e Sequeiros (2019, p. 772).

A ação CDS é similar a CDP de Gonzato, Fernández e Díaz (2011) e também pode ser considerada análoga a PE de Maier (1996), pois ambas estão preocupadas em observar o que acontece com a figura quando ocorre algum tipo de movimento ou deslocamento entre partes (internas) da configuração, sejam elas planas ou espaciais. Lappan, Phillips e Winter (1984) elaboraram uma série de atividades objetivando desenvolver HVE com alunos e, em uma delas, é solicitado que o aluno identifique a orientação e combinação de dois sólidos pré-determinados em novos sólidos formados a partir da combinação destes dois primeiros, conforme representado na Figura 24.

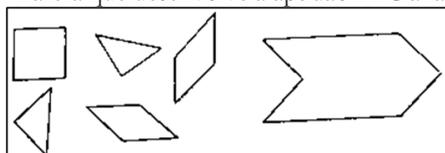
Figura 24 – Exemplo de tarefa que exige CDS.



Fonte: Lappan, Phillips e Winter (1984, p. 623).

A CDS também pode ser interpretada como uma forma de desenvolver a aptidão PFC mas de forma tridimensional, visto que em um dos exemplos de tarefas apresentadas por Del Grande (1994) é dito que “as atividades de reunir partes de figuras envolvem o preenchimento de uma figura com o uso de muitas figuras geométricas, como as que se encontram em pisos de tacos de madeira, blocos de modelos, quebra-cabeças chineses e em recortes de feltro” (p. 161). A Figura 25 ilustra um exemplo de atividade que desenvolve a PFC ao solicitar que o aluno use pequenos polígonos para formar uma figura maior. Esta tarefa poderia ser adaptada para a CDS ao utilizar partes para compor um novo sólido.

Figura 25 – Tarefa que desenvolve a aptidão PFC análoga à CDS.

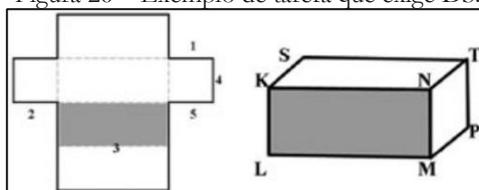


Fonte: Del Grande (1994, p. 161).

Maier (1996) apresenta como exemplos de tarefas que exigem VE aquelas do tipo de planificação ou interseção de sólidos. Isso deixa claro que as categorias DS e ISS são subdivisões da VE.

A DS pode ser entendida como similar à ação DD de Gonzato, Fernández e Díaz (2011). Para Pittalis e Christou (2010), VE pode ser definida como “a capacidade de compreender movimentos imaginários em um espaço tridimensional ou a capacidade de manipular objetos na imaginação” (Pittalis e Christou, 2010, p. 195). Estes autores apresentam uma tarefa que demanda DS (Figura 26), na qual tem-se um diagrama que mostra como um pedaço de papel pode ser cortado e dobrado para formar um sólido. Observamos que as linhas pontilhadas mostram onde o papel está dobrado e a atividade requer que o aluno indique quais arestas com letras no desenho correspondem a arestas numeradas ou linhas pontilhadas no diagrama.

Figura 26 – Exemplo de tarefa que exige DS.



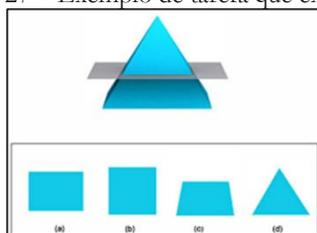
Fonte: Adaptado de Pittalis e Christou (2010, p. 199).

Tarefas que demandam ISS são relevantes para além da Matemática, como por exemplo, traçar cortes transversais sobre estruturas anatômicas são importantes para pesquisadores em Biologia (Rochford, 1985), assim como representar contornos de formas de relevo são essenciais para estudos em Geologia (Kali e Orion, 1996).

Algumas tarefas de visualização espacial envolvem inferir representações 2D de estruturas 3D e vice-versa. Uma dessas tarefas, como a de determinar a seção transversal (ou fatia 2D) de uma estrutura 3D, é uma habilidade essencial em muitas disciplinas da ciência (Cohen e Hegarty, 2008, p. 1).

Um exemplo de atividade que demanda ISS para a sua resolução é apresentado em Cohen e Hegarty (2008) (Figura 27) na qual tem-se um plano seccionando uma pirâmide e é requerido identificar o formato deste corte.

Figura 27 – Exemplo de tarefa que exige ISS.



Fonte: Cohen e Hegarty (2008, p. 1).

A partir dessas discussões, avalia-se que a categorização de HVE realizada por Mathias e Simas (2021) contempla as várias possibilidades de ações necessárias para solucionar o que os autores denominam de tarefas de visualização. Embora essas ações tenham sido elaboradas para a análise de tarefas presentes em LD do Ensino Médio, percebe-se que elas podem ser utilizadas na elaboração e/ou seleção de exercícios para trabalhar específicas ações de visualização.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mesmo com a defasagem e até mesmo abandono que o ensino de geometria sofreu ao longo do último século (Miguel, Fiorentini e Miorim, 1992; Pavanello, 1993; Lorenzato, 1995), as HVE, elemento fundamental do pensamento geométrico (Cifuentes, 2005; Leivas, 2009), têm sido objeto de estudo há mais de cem anos (Sorby e Panther, 2020). Entretanto, durante as duas últimas décadas, percebeu-se uma crescente nas pesquisas que discutem as possibilidades da visualização no desenvolvimento cognitivo e educacional (Abrahamson, 2014).

Dada a relevância das HVE e a sua presença Educação Básica (BRASIL, 2018; MATHIAS e SIMAS, 2021), torna-se necessário ampliar as discussões de como essas habilidades podem ser desenvolvidas no ensino de Geometria. Pesquisas como Arcavi (2003) e Settimy e Bairral (2020) evidenciam a importância de elaborar e trabalhar as HVE a partir do treino, por meio de tarefas de visualização. Nesse contexto, justifica-se a proposta de analisar como as tarefas que demandam HVE têm sido classificadas na literatura.

Pensando nisso, foi realizada, ao longo desse artigo, a descrição e a discussão sobre as aptidões espaciais de Del Grande (1994), os cinco elementos do pensamento espacial de Maier (1996) e as ações de visualização de Gonzato, Fernández e Díaz (2011). A partir desses autores, foi possível relacionar essas pesquisas com categorização de ações que compõem as HVE descritas em Mathias e Simas (2021) assim como expandir as definições de cada uma dessas ações com base em outras pesquisas presentes na literatura.

Dessa forma, foi possível avaliar as ações de visualização definidas em Mathias e Simas (2021). Mesmo que essa categorização tenha sido feita para analisar tarefas de Geometria Espacial em LD do Ensino Médio, entende-se que ela pode ser utilizada como base para avaliar exercícios que demandam HVE em sua resolução em outros balizadores da Educação Básica, como os LD do Ensino Fundamental, aplicações do Exame Nacional do Ensino Médio e outros processos de avaliação.

## REFERÊNCIAS

- ABRAHAMSON, D. et al. Coordinating visualizations of polysemous action: Values added for grounding proportion. *ZDM*, v. 46, n. 1, p. 79-93, 2014.
- ALMODOVAR, A., GARCÍA, P. **Matemáticas 5: Primaria**. Madrid, España. Santillana, 2009.
- ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, n. 52, p. 215-241, 2003.
- BATTISTA, M. T. The development of geometric and spatial thinking. **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**, v. 2, p. 843-908, 2007.
- BISHOP, A. Space and geometry. In: LESH, R., LANDAU, M. (Orgs.), **Acquisition of mathematics concepts and process**. New York, USA, Academic Press. p. 175-203, 1983.
- BLANCO, T. F., DIEGO-MANTECÓN, J. M., SEQUEIROS, P. G. Procesos de Visualización en una Tarea de Generación y Representación de Cuerpos de Revolución. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 33, n. 64, p. 768-789, 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base.** Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf)>. Acesso em 25 jul. 2022.

CIFUENTES, J. C. Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático. **Boletim GEPEN**, Rio de Janeiro, n. 46, p. 55-72, 2005.

COHEN, C. A., HEGARTY, M. Spatial visualization training using interactive animation. In: **Conference on Research and Training in Spatial Intelligence**. Sponsored by National Science Foundation, Evanston, IL. 2008.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3ª Ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DEL GRANDE, J. J. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST, M. M., SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando Geometria**. Editora Atual, São Paulo, p. 156-167, 1994.

FERRERO, L. **Matemáticas 4: Primaria, segundo ciclo**. Madrid, España. Anaya, 2008.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**, 6ª edição. Grupo GEN, 2017.

GONZATO, M.; FERNÁNDEZ, M.; DÍAZ, J. J. Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. **NÚMEROS**. Revista de Didáctica de las Matemáticas, v. 77, p. 99-117, 2011.

GORGORIÓ, N. Exploring the functionality of visual and non-visual strategies in solving rotation problems. **Educational Studies in Mathematics**, v. 35, n. 3, p. 207-231, 1998.

GUTIERREZ, A. Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework. University of Valence, Spain, 1996. Disponível em: <<http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>>. Acesso em: 25 jul. 2022.

GUZMÁN, M. El rincón de la pizarra, ensayos de visualização en análisis matemática: elementos básicos del análisis. **Pirámide**, Madrid, 1997.

KAHLE, J. B. The Disadvantaged Majority: Science Education for Women. **AETS Outstanding Paper for 1983**. Burlington, NC, Carolina Biological Supply Company. 1983.

KALI, Y., ORION, N. Spatial abilities of high-school students in the perception of geologic structures. **Journal of Research in Science Teaching**: The Official Journal of the National Association for Research in Science Teaching, v. 33, n. 4, p. 369-391, 1996.

LAPPAN, G., PHILLIPS, E. A., WINTER, M. J. **Activities: Spatial Visualization. The Mathematics Teacher**, v. 77, n. 8, p. 618-623, 1984.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, intuição e visualização: a riqueza da possibilidade da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática**. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2009.

LINN, M. C., PETERSEN, A. C. Emergence and characterization of gender differences in spatial abilities: A meta-analysis. **Child Development**, n. 56, p. 1479-1498, 1985.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**. n. 4, p. 3-13, São Paulo, 1995.

LOWRIE, T., LOGAN, T., HEGARTY, M. The influence of spatial visualization training on students' spatial reasoning and mathematics performance. **Journal of Cognition and Development**, v. 20, n. 5, p. 729-751, 2019.

MAIER, P. H. Spatial geometry and spatial ability—How to make solid geometry solid. In: **Selected papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics**. p. 63-75. 1996.

MATHIAS, C. V., SIMAS, F. L. B. Tarefas de Visualização em Exercícios de Geometria Espacial. **Educação Matemática em Revista-RS**, v. 2, n. 22, 2021.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Álgebra ou Geometria para onde pende o pêndulo?. **Pro-Posições**, v. 3, n. 1, p. 39-54, 1992.

MONTENEGRO, G. **Habilidades Espaciais: exercícios para o despertar de idéias**. Editora Edgard Blücher, São Paulo, 2003.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, n. 1, p. 7-17, Campinas, 1993.

PITTAIS, M.; CHRISTOU, C. Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. **Educational Studies in mathematics**, v. 75, n. 2, p. 191-212, 2010.

ROCHFORD, K. Spatial learning disabilities and underachievement among university anatomy students. **Medical education**, v. 19, n. 1, p. 13-26, 1985.

SETTIMY, T. F. O., BAIRRAL, M. A. Dificuldades envolvendo a visualização em geometria espacial. **VIDYA**, v. 40, n. 1, p. 177-195, 2020.

SORBY, S. A., PANTHER, G. C. Is the key to better PISA math scores improving spatial skills?. **Mathematics Education Research Journal**, v. 32, n. 2, p. 213-233, 2020.

**CONTRIBUIÇÃO DAS/DOS AUTORES/AS** (especificar cada contribuição, de acordo com as normas da revista: **CRedit (Contributor Roles Taxonomy)** que é mantido pelo [Consortia for Advancing Standards in Research Administration Information \(CASRAI\)](#) Exemplos abaixo:

Autor 1 – Coleta e análise dos dados e escrita do texto.

Autora 2 – Orientadora da pesquisa, participação na análise dos dados e revisão da escrita final.

#### **DECLARAÇÃO DE CONFLITO DE INTERESSE**

Os autores declaram que não há conflito de interesse com o presente artigo.

## Este preprint foi submetido sob as seguintes condições:

- Os autores declaram que estão cientes que são os únicos responsáveis pelo conteúdo do preprint e que o depósito no SciELO Preprints não significa nenhum compromisso de parte do SciELO, exceto sua preservação e disseminação.
- Os autores declaram que os necessários Termos de Consentimento Livre e Esclarecido de participantes ou pacientes na pesquisa foram obtidos e estão descritos no manuscrito, quando aplicável.
- Os autores declaram que a elaboração do manuscrito seguiu as normas éticas de comunicação científica.
- Os autores declaram que os dados, aplicativos e outros conteúdos subjacentes ao manuscrito estão referenciados.
- O manuscrito depositado está no formato PDF.
- Os autores declaram que a pesquisa que deu origem ao manuscrito seguiu as boas práticas éticas e que as necessárias aprovações de comitês de ética de pesquisa, quando aplicável, estão descritas no manuscrito.
- Os autores declaram que uma vez que um manuscrito é postado no servidor SciELO Preprints, o mesmo só poderá ser retirado mediante pedido à Secretaria Editorial do SciELO Preprints, que afixará um aviso de retratação no seu lugar.
- Os autores concordam que o manuscrito aprovado será disponibilizado sob licença [Creative Commons CC-BY](#).
- O autor submissor declara que as contribuições de todos os autores e declaração de conflito de interesses estão incluídas de maneira explícita e em seções específicas do manuscrito.
- Os autores declaram que o manuscrito não foi depositado e/ou disponibilizado previamente em outro servidor de preprints ou publicado em um periódico.
- Caso o manuscrito esteja em processo de avaliação ou sendo preparado para publicação mas ainda não publicado por um periódico, os autores declaram que receberam autorização do periódico para realizar este depósito.
- O autor submissor declara que todos os autores do manuscrito concordam com a submissão ao SciELO Preprints.