

UN MODELO DE ANÁLISIS DEL RIESGO DE CRÉDITO Y SU APLICACIÓN PARA REALIZAR
UNA PRUEBA DE ESTRÉS DEL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO

Javier Márquez Diez-Canedo (*)

Fabrizio López-Gallo (*)

(*) Javier Márquez Diez-Canedo es Gerente de Análisis de Riesgos y Proyectos Especiales del Banco de México, y Fabrizio López-Gallo es investigador de la Dirección General de Análisis del Sistema Financiero del Banco de México. Los autores desean agradecer a Fernando Ávila Embriz su ayuda en la realización de los cálculos de la prueba de estrés. Las opiniones y conceptos expresados en este trabajo son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente los del Banco de México.

Un modelo de análisis del riesgo de crédito y su aplicación para realizar una prueba de estrés del sistema financiero mexicano

Un componente importante de la estabilidad financiera de un país es el nivel de riesgo que hay en el sistema financiero, y, en particular, el que se refiere al riesgo de crédito. Evaluar el peligro que representa este riesgo para el sistema financiero constituye un reto formidable para los supervisores, ya que implica tener la capacidad de medir el nivel de riesgo de crédito que hay en el sistema completo y no solamente en uno de los bancos u otro tipo de intermediarios que participan en el crédito. Para estos propósitos, la mayoría de los modelos de uso corriente en los bancos comerciales no son del todo adecuados, tanto por los altos requerimientos de información, como por la necesidad de recurrir a métodos numéricos muy onerosos en recursos de cálculo para obtener la distribución de pérdidas de una cartera. Finalmente, una vez obtenida la distribución de pérdidas, aunque obtener el Valor en Riesgo (VaR) es relativamente fácil, el análisis de los principales determinantes del nivel de riesgo, la identificación de segmentos riesgosos, la realización de pruebas de estrés y la determinación de suficiencia de capital de los bancos se hacen mediante procedimientos empíricos complicados, que requieren de un gran sustento computacional.

Considerando que se cuenta con probabilidades de impago de los créditos y de sus respectivas covarianzas, Márquez (2002, 2003 y 2005) desarrolló un modelo que resulta en una expresión cerrada de la distribución de pérdidas de una cartera de créditos, suponiendo que dicha distribución puede caracterizarse por su media y su varianza. Esto permite obtener una expresión también cerrada para el VaR en términos de la media y la varianza, que, aparte de la simplificación funcional, resulta en ahorros considerables en el esfuerzo de cálculo requerido para medir el riesgo de crédito de la cartera, analizarlo y relacionarlo con las principales variables de gestión; a saber: la suficiencia de capital y la determinación de límites individuales para diferentes segmentos de la cartera. En este modelo, el índice de Herfindahl-Hirschman (HH) surge naturalmente como una medida que cuantifica de manera precisa la contribución de la concentración al riesgo de crédito total de una cartera. Además, permite medir el impacto de la correlación entre incumplimientos sobre la concentración para obtener un *índice de concentración de riesgos*, y, por consiguiente, permite la detección de segmentos riesgosos de la cartera. Para el regulador, el modelo es muy práctico, porque puede utilizarse con información limitada para medir el riesgo de crédito de muchos bancos a la vez, sin tener que recurrir a recursos de cómputo exagerados para obtener resultados.

Con el objeto de establecer la fiabilidad de los resultados, en este artículo se replica el estudio de Gordy (2000), comparando el modelo cerrado con los dos paradigmas de mayor uso en la banca; a saber: CreditRisk⁺ y CreditMetricsTM. El ejercicio consiste, primero, en mostrar que, bajo supuestos relativamente débiles, se puede establecer una correspondencia entre el modelo y CreditRisk⁺ y CreditMetricsTM. A continuación se replican los ejercicios numéricos realizados por Gordy, pero con información del sistema financiero mexicano, con la que se puede apreciar que el modelo arroja resultados de VaR de órdenes de magnitud semejantes a los de los dos paradigmas mencionados y coherentes con las observaciones de Gordy. Esto proporciona cierta confianza en las medidas analíticas obtenidas y, en particular, en el índice de concentración de riesgos y su contribución al riesgo de crédito. En la última sección se proporciona un ejemplo del tipo de resultados de VaR y estrés obtenidos con el modelo, que se presentan mensualmente a la Junta de Gobierno del Banco de México para la evaluación del riesgo de crédito del sistema financiero mexicano.

1 Introducción

Suponiendo que las probabilidades de incumplimiento de los créditos de una cartera y sus correlaciones son datos exógenos, Márquez (2002, 2003 y 2005) propuso un modelo de incumplimiento que obtiene una expresión cerrada para la distribución de pérdidas de la cartera, bajo el supuesto de que esta se puede caracterizar por su media y su varianza. El modelo permite obtener una expresión explícita del VaR en la que emerge de manera natural el índice de Herfindahl-Hirschman (HH) como una medida de concentración, que indica de manera precisa cómo afecta la concentración al riesgo de crédito de la cartera. Además, el modelo permite evaluar el efecto de la correlación de impago entre deudores sobre la concentración de riesgos y obtener una medida de la concentración que presentan diferentes segmentos y de su contribución al riesgo de la cartera. Esto puede resultar conveniente a la luz del segundo pilar del Nuevo Acuerdo de Capital (Basilea II)¹, ya que el modelo proporciona una herramienta relativamente simple para medir la sensibilidad del VaR a la concentración de la cartera, de manera que el supervisor puede evaluar y calibrar con rigor y relativa facilidad los límites impuestos a créditos individuales, con el propósito de controlar la excesiva concentración.

Al margen de la capacidad analítica que proporciona, para un supervisor el modelo tiene muchas ventajas. En particular, permite relacionar fácilmente el riesgo de crédito con el capital, y proporciona una herramienta rigurosa para la determinación de límites individuales que dependen directamente de la medida de concentración. Incluso, se pueden obtener límites diferenciados para créditos por segmento de cartera si algún día se requiere o se desea. Desde el punto de vista del cómputo y de los requerimientos de información, el modelo es muy eficiente, ya que se pueden realizar estimaciones con información bastante limitada de las carteras de créditos de los bancos. Por ejemplo, no se requiere un ordenador especial para hacer los cálculos necesarios para todos los bancos del sistema financiero mexicano en tiempos muy razonables².

La estructura del trabajo es como sigue: En la segunda sección se resume el modelo; en la tercera, se explica el indicador de concentración de riesgo y, en la cuarta, cómo se puede usar este indicador para identificar segmentos riesgosos de la cartera. La sección quinta muestra la relación entre el índice de Herfindahl-Hirschman y la condición de suficiencia de capital. En la sexta sección se realiza el ejercicio de establecer la correspondencia entre el modelo, CreditRisk⁺ y CreditMetricsTM, y, en la séptima, se replica el ejercicio numérico de comparación de los tres modelos, con datos mexicanos. En la sección ocho se muestran los resultados típicos que arroja el modelo para evaluar el nivel de riesgo de crédito en el sistema financiero mexicano y la prueba de estrés que se hace del riesgo en el sector de créditos comerciales, según se presentan en la Junta de Gobierno del Banco de México; en la sección nueve, se concluye.

2 El modelo CyRCE de riesgo de crédito³

Considérese un vector $F = (f_1, f_2, \dots, f_N)^T$ de N exposiciones. La pérdida asociada con la exposición i viene descrita por la variable aleatoria

$$Y_i = \begin{cases} f_i & \text{con probabilidad } p_i \\ 0 & \text{con probabilidad } 1 - p_i \end{cases} \quad [1]$$

Sea $\pi = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ el vector de probabilidades de incumplimiento, y sea M su correspondiente matriz de varianzas y covarianzas. Suponiendo que la distribución de las pérdidas de la cartera $\sum_{i=1}^N Y_i$ se puede caracterizar por su media y su varianza, y que esta distribución es

1. En Basilea II el ajuste por concentración (o ajuste por «granularidad») pasa del Pilar 1 al Pilar 2, lo que pone de manifiesto la responsabilidad del supervisor en este rubro. Véase el párrafo 724 de Basel Committee on Banking Supervision (2004). 2. En promedio, se tarda poco menos de tres horas con el equipo siguiente: Hardware: Dell Optiplex GX-260, CPU 1 Pentium 4 @ 2.53 GHz, 512 MB RAM, 170 GB HD, S.O. Windows XP service pack 2; Software: Office 2002, Microsoft Fox 7.0, Matlab 6.5. 3. CyRCE es un acrónimo de Capitalización y Riesgo de Crédito.

aproximadamente normal, Márquez (2002, 2003 y 2005) demuestra que el VaR de la cartera viene dado por la expresión siguiente:

$$\text{VaR}_\alpha = \left[\bar{p} + z_\alpha \sqrt{\frac{F^T M F}{F^T F} H(F)} \right] V = \left[\bar{p} + z_\alpha \sigma \sqrt{H(F)} \right] V \quad [2]$$

donde⁴ $V = 1^T F$ es el valor total de la cartera,

$$\bar{p} = \frac{\pi^T F}{V} \quad [3]$$

es la pérdida esperada relativa al valor de la cartera o, si se prefiere, la probabilidad de incumplimiento promedio (ponderada por el tamaño de los créditos), y z_α es el número de desviaciones estándar necesario para obtener el VaR al nivel de confianza α . La varianza de las pérdidas $\sigma \sqrt{H(F)}$ se expresa como producto de la desviación estándar de los incumplimientos, representada por σ , y la concentración de la cartera medida por el índice de Herfindahl-Hirschman

$$H(F) = \frac{F^T F}{(1^T F)^2} \quad [4]$$

Obsérvese que

$$\sigma^2 = \frac{F^T M F}{F^T F} = R(F, M) \quad [5]$$

es el cociente de Rayleigh, una medida de la varianza de las pérdidas relativa al tamaño de la cartera.

Aparte del significativo ahorro en materia de cálculo que implica la expresión anterior para medir el riesgo de crédito, tener una fórmula explícita para el VaR que depende de la medida de concentración permite evaluar inmediatamente la suficiencia de capital de un banco y obtener, de manera rigurosa, límites individuales relacionados con el control de la concentración de su cartera de créditos. Además, es importante señalar que el modelo no está limitado a la aproximación de la distribución normal para la distribución de pérdidas.

3 Una medida de concentración de riesgo

El modelo anterior arroja alguna luz sobre la manera en que la correlación afecta a la concentración y aumenta el riesgo. La medida de concentración de riesgo se deriva del caso particular en el que todos los créditos tienen la misma probabilidad de incumplimiento p y la misma correlación por pares ρ . En este caso, la covarianza entre los incumplimientos de dos créditos (i, j) cualesquiera de esta cartera es:

$$\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} = \sqrt{p_i(1-p_i)} \sqrt{p_j(1-p_j)} \rho_{ij} = p(1-p)\rho \quad [6]$$

Nótese que para el caso particular objeto de análisis, la matriz de varianzas y covarianzas tiene la estructura siguiente:

$$M = p(1-p) \begin{pmatrix} 1 & \rho & \dots & \rho \\ \rho & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \rho \\ \rho & \dots & \rho & 1 \end{pmatrix}$$

4. «1» es el vector de dimensión N cuyos elementos son todos iguales a la unidad.

por lo que [6] se puede reescribir como:

$$M = p(1-p)\{\rho 11^T + (1-\rho)\} \quad [7]$$

Así, la varianza de pérdidas de la cartera es:

$$F^T M F = p(1-p)\{\rho(1^T F)^2 + (1-\rho) F^T F\} \quad [8]$$

de donde se obtiene la siguiente expresión para el VaR:

$$\text{VaR}_\alpha = \left\{ p + z_\alpha \sqrt{p \cdot (1-p)} \sqrt{\rho + (1-\rho)H(F)} \right\} V \quad [9]$$

En esta relación, la varianza de pérdidas está compuesta por dos elementos; a saber: la varianza Bernoulli $p(1-p)$, y la concentración ajustada por correlación dada por:

$$H' = p + (1-\rho)H(F) \quad [10]$$

Nótese que, cuando la correlación entre incumplimientos es positiva, que es el caso más normal, H' es una combinación convexa entre el índice de Herfindahl-Hirschman (HH) de una cartera totalmente concentrada (con $HH = 1$) y el de la cartera, $H(F)$. Claramente, H' aumenta con p , de manera que $H' = 1$ si $p = 1$, mientras que para $p = 0$ se tiene que $H' = H(F)$. Esto significa que, si la correlación entre incumplimientos de todos los créditos de la cartera fuese perfecta, en términos de riesgo se comportan como uno solo y la suerte de uno sería la de los demás. En general, se puede decir que la cartera correlacionada se comporta de la misma manera que una con incumplimientos independientes, cuyo índice de concentración es H' en vez de $H(F)$. Así, se puede pensar en H' como un *índice de concentración corregido por correlación*, o un *índice de concentración de riesgo*. Es más, el índice se puede calcular encontrando los valores de p y ρ que satisfagan la identidad siguiente:

$$p(1-p)H' = p(1-p)[p + (1-\rho)H(F)] = R(M,F)H(F) \quad [11]$$

Definiendo $p = \pi^T F / V$ y despejando p se obtiene:

$$p^e = \frac{\left(\frac{R(M,F)}{p(1-p)} - 1 \right)}{\left(\frac{1}{H(F)} - 1 \right)} = \frac{[R(M,F) - p(1-p)]H(F)}{p(1-p)[1-H(F)]} \quad [12]$$

Así, p^e se puede interpretar como una medida de *correlación equivalente*, que resume cómo están correlacionados a pares los incumplimientos entre los créditos de la cartera.

4 La identificación de segmentos riesgosos

Uno de los problemas más difíciles en riesgo de crédito es la identificación ex ante de segmentos riesgosos de la cartera. Una práctica usual en los bancos es la de segmentar la cartera de créditos en subcarteras, de acuerdo con algún criterio práctico que se asocia de alguna manera a la forma de hacer negocios del banco. Para los efectos de riesgo de crédito en general, y de concentración, en particular, puede ser deseable adoptar criterios diferentes de segmentación, ya que es posible tener segmentos concentrados, que no tienen nada que ver con la estructura organizativa del banco. Una virtud del modelo es que la cartera se puede segmentar de manera totalmente arbitraria, y determinar ex ante los segmentos potencialmente más riesgosos.

Así, supóngase que se parte arbitrariamente la cartera en h segmentos, $F^T = (F_1, \dots, F_h)$, donde F_i es el vector cuyos elementos son las exposiciones en el segmento i . Las correspondientes particiones del vector de probabilidades de incumplimiento y de la matriz de varianzas y covarianzas son:

a) $\pi = (\pi_i)$, donde π_i es el vector de probabilidades de incumplimiento de los créditos del segmento i ($i = 1, 2, 3, \dots, h$).

b) Para la matriz M se tiene:

$$M = \begin{bmatrix} M_1 & C_{12} & \dots & C_{1h} \\ C_{21} & M_2 & \dots & C_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{h1} & C_{h2} & \dots & M_h \end{bmatrix}$$

Cada matriz sobre la diagonal M_i representa la matriz de varianzas y covarianzas entre incumplimientos para los créditos del i -ésimo segmento y tiene dimensión $(N_i \times N_i)$, donde N_i es el número de créditos en ese segmento. Las matrices C_{ij} contienen las covarianzas entre incumplimientos de los créditos del segmento i y los del segmento j . Sea $V_i = \sum_{j \in F_i} f_j$ el valor de la exposición total en el segmento i , de manera que $\sum_{i=1}^h V_i = V$. Es importante señalar que para el análisis de un segmento en particular solo importan las correlaciones de incumplimiento entre los créditos de dicho segmento y los demás, mientras que las correlaciones de créditos de otros segmentos entre sí son irrelevantes. Por esta razón, a partir de M se construyen matrices S_i con la estructura siguiente:

$$S_i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \dots & C_{ij} & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ C_{i1} & \dots & 2M_i & \dots & C_{ih} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & C_{hi} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad [13]$$

Nótese que $\sum_{i=1}^h S_i = M$. Para que el análisis de segmentos individuales sea congruente con el de toda la cartera, es importante que el peso relativo de los segmentos no distorsione los resultados a nivel agregado. Por eso, es deseable que se tenga una propiedad aditiva, de manera que, al sumar los riesgos de los segmentos individuales, se obtenga el de toda la cartera. Así, sea

$$\phi = \frac{\sqrt{F^T M F}}{\sum_{i=1}^h \sqrt{F^T S_i F}} \quad [14]$$

Si se define el VaR de cada segmento i como:

$$\text{VaR}_i = \pi_i F_i + z_\alpha \phi \sqrt{F^T S_i F} \quad [15]$$

entonces se puede verificar que $\sum_i \text{VaR}_i = \text{VaR}_\alpha$.

El VaR de cada segmento i se puede expresar como:

$$\text{VaR}_i = \left\{ \bar{p}_i + z_\alpha \phi \sqrt{R_i(F_i, M_i) H(F_i) + \frac{1}{(V_i)^2} \sum_{j \neq i} F_i^T C_{ij} F_j} \right\} V_i \quad [16]$$

donde $V_i = 1^T F_i$. Aplicando los resultados de la sección anterior y suponiendo que ρ_i^e es la correlación equivalente entre incumplimientos de los créditos del segmento i definida en [12], VaR_i se puede describir como:

$$VaR_i = \left\{ \bar{p}_i + z_\alpha \phi \sqrt{\bar{p}_i(1-\bar{p}_i)[\rho_i^e + (1-\rho_i^e)H(F_i)] + \frac{1}{(V_i)^2} \sum_{j \neq i} F_i^T C_{ij} F_j} \right\} V_i \quad [17]$$

En esta expresión se aprecia que la varianza de las pérdidas de un segmento tiene tres componentes; a saber:

- i) La varianza Bernoulli del segmento: $\bar{p}_i(1-\bar{p}_i)$.
- ii) El índice de concentración de riesgo del segmento: $\rho_i^e + (1-\rho_i^e)H(F_i)$.
- iii) La covarianza con otros segmentos: $\frac{1}{(V_i)^2} \sum_{j \neq i} F_i^T C_{ij} F_j$.

De lo anterior, se puede apreciar la manera en que la concentración de riesgo del segmento y su covarianza con otros segmentos afecta a su riesgo. Así, por ejemplo, aunque un segmento en sí no presente una concentración de riesgo excesiva, puede resultar riesgoso si está altamente correlacionado con otro segmento que sí lo es.

5 Suficiencia de capital, límites individuales y concentración

La medida de gestión tradicional para controlar la concentración es la de fijar límites a la cantidad máxima que se le puede prestar a un deudor, como una proporción δ del capital K del banco. Dada la relación entre el capital del banco y el valor de su cartera, $\psi = K/V$, esto es equivalente a establecer que la cantidad prestada f_i a cualquier deudor $i = 1, 2, \dots, N$ no debe exceder a una cierta proporción θ del valor total de la cartera:

$$f_i \leq \delta K = \delta \frac{K}{V} V = \delta \psi V = \theta V \quad [18]$$

En el espíritu de Basilea II, el capital regulatorio debe guardar una relación con el capital económico, que a su vez debe estar relacionado con el VaR. Por lo tanto, para que el capital regulatorio sea suficiente para atender el apetito de riesgo del banco, a partir de la expresión [2] se obtiene la *condición de suficiencia de capital* siguiente:

$$\psi = \frac{K}{V} \geq \frac{VaR_\alpha}{V} = \bar{p} + z_\alpha \sigma \sqrt{H(F)} \quad [19]$$

Se puede demostrar que, si $f_i \leq \theta V$ para todo i , entonces $H(F) \leq \theta^5$, de manera que se pueden obtener límites individuales relacionados con la concentración escogiendo la proporción θ para que satisfaga la desigualdad siguiente:

$$H(F) \leq \theta \leq \left(\frac{\psi - \bar{p}}{z_\alpha \sigma} \right)^2 \quad [20]$$

Así, si ningún crédito puede exceder θV y θ se escoge para satisfacer [20] la concentración de la cartera, medida por el índice de Herfindahl-Hirschman, nunca excederá θ y se verificará la condición de suficiencia de capital. Finalmente, si la cartera se segmenta bajo cualquier tipo de criterio, se pueden obtener límites diferenciados para cada segmento de la cartera y mantener la condición de suficiencia de capital⁶.

6 La comparación con CreditMetrics™ y CreditRisk+

Replicando el estudio de Gordy (2000), en esta sección se compara el modelo presentado en las secciones anteriores con los dos modelos más conocidos de riesgo de crédito,

5. Véase Márquez (2005). 6. Véase Márquez (2005).

CreditMetrics™ y CreditRisk+. El análisis se divide en dos partes; a saber: La primera es de carácter teórico y consiste en probar que se puede establecer una correspondencia entre el modelo y CreditRisk+ y CreditMetrics™, bajo los mismos supuestos y en el mismo sentido en que lo hace Gordy. La segunda parte consiste en realizar un ejercicio empírico, en el cual se construyen cuatro carteras de créditos de diferente «calidad», con el objeto de evidenciar las semejanzas y diferencias en las estimaciones de VaR que producen los tres modelos.

6.1 UN LENGUAJE COMÚN

Como señala Gordy, una comparación perfecta entre CreditRisk+, CyRCE y CreditMetrics™ es imposible, porque los dos primeros son modelos de incumplimiento y el último no lo es. Por lo tanto, se restringe CreditMetrics™, de modo que sea también un modelo de incumplimiento, eliminando los cambios en el valor de la cartera por razones de migración en la calidad de los créditos. En todos los casos, se supone que la pérdida en caso de incumplimiento (LGD) es una proporción fija λ del saldo de cada crédito en el momento de incumplimiento. Esto representa una simplificación adicional de CreditMetrics™, que permite tasas de recuperación diferentes dependiendo de la calificación de los créditos y su prelación. En lo que sigue, a esta versión restringida de CreditMetrics™ se le llamará CM2S («CreditMetrics two state»), como propone Gordy, distinguiéndola así del modelo completo.

Para la comparación, es indispensable contar con una formulación matemática común para los diferentes modelos. Gordy argumenta que esta se puede lograr modelando el proceso de incumplimiento como un *probit* ordenado binario. Así, para cada deudor i existe una *variable latente no observable* z_i , que determina su estado, *cumplimiento o incumplimiento*. Se supone, además, que estas variables latentes dependen linealmente de un vector x de *factores de riesgo*; es decir:

$$z_i = x^T w_i + \eta_i \varepsilon_i \quad [21]$$

Las ponderaciones w_i determinan la sensibilidad del deudor a los factores de riesgo, mientras que ε_i y η_i proporcionan una medida de la importancia relativa del riesgo idiosincrásico de cada deudor. Se supone, además, que los factores de riesgo x están normalmente distribuidos, con media cero y matriz de varianzas y covarianzas M . Sin pérdida de generalidad, los elementos sobre la diagonal de esta matriz son la unidad, de manera que las distribuciones marginales de los factores de riesgo son $N(0,1)$. También se supone que los ε_i están idéntica e independientemente distribuidos según $N(0,1)$. Asimismo, sin pérdida de generalidad, z_i tiene varianza 1 (esto es, $w_i^T M w_i + \eta_i^2 = 1$). Para cada categoría de calificación c , existe un umbral $u_{c(i)}$ tal, que el incumplimiento ocurre cuando:

$$x^T w_i + \eta_i \varepsilon_i < u_{c(i)} \quad [22]$$

Para CM2S, los umbrales $u_{c(i)}$ se calculan de manera que la probabilidad de incumplimiento asociada con cada calificación c es $\bar{p}_c = \Phi(u_c)$, donde Φ es la función de distribución normal y los \bar{p}_c son compatibles con los especificados en CreditRisk+. La distribución de pérdidas se obtiene mediante simulación de Monte Carlo tomando muestras de (x, ε_i) con $x \sim N(0, M)$ y $\varepsilon_i \sim N(0, 1)$. Con esto se calculan las variables latentes y_i , de acuerdo con [21], y se comparan con sus umbrales $u_{c(i)}$, para determinar si el deudor está en el estado de incumplimiento, en cuyo caso $D_i = 1$, o si el deudor está al corriente, en cuyo caso $D_i = 0$. La pérdida de cada muestra simulada es simplemente $P = \sum \lambda D_i L_i$, donde L_i es el saldo en el momento de incumplimiento (EAD) de cada deudor y , como ya se mencionó, λ es la proporción de EAD que se pierde en caso de incumplimiento, que se supone la misma para todos los deudores.

Nótese que la representación anterior de CM2S empieza a evidenciar la similitud entre CreditMetrics™ y CreditRisk+. Gordy (2000) ya mostró cómo se puede establecer la correspondencia entre uno y otro, por lo que no es necesario reproducir el ejercicio aquí. Para cerrar el círculo, en lo que sigue solo mostramos cómo se puede hacer el mismo ejercicio con CyRCE, usando procedimientos análogos a los de Gordy.

6.2.1 La correspondencia de CreditRisk+ hacia CyRCE

El elemento común de todos los modelos es la probabilidad de incumplimiento. El aspecto más difícil del ejercicio es la forma en que cada modelo logra hacer la convolución de las probabilidades de incumplimiento y sus correlaciones con las pérdidas en caso de incumplimiento, con el fin de obtener la distribución de pérdidas. Para llevar CreditRisk+ hacia el esquema de CyRCE, se pueden tomar las probabilidades de incumplimiento utilizadas en CreditRisk+ directamente, ya que son exógenas. Lo único que se requiere para que sean compatibles ambos modelos es segmentar la cartera por calificaciones, de la misma manera que se hace en CreditRisk+ y en CreditMetrics™. Así, sea:

$$p_{c(i)}(x) = \bar{p}_{c(i)} x^T w_{c(i)} \quad [23]$$

donde x representa el vector de factores de riesgo (que CreditRisk+ supone que son independientes y que tienen una distribución Gamma con media unitaria y varianza β_k) y $w_{c(i)}$ son los pesos correspondientes (no negativos que suman la unidad). Sean $Y_i^{c(i)}$ las variables aleatorias asociadas con las pérdidas en caso de incumplimiento de cada deudor i calificado con $c(i)$. Bajo los supuestos de CreditRisk+, $Y_i^{c(i)}$ condicionada a x está distribuida como una Bernoulli con parámetro $p_{c(i)}(x)$; es decir:

$$Y_i^{c(i)} = \begin{cases} L_i & \text{con probabilidad } p_{c(i)}(x) \\ 0 & \text{con probabilidad } 1 - p_{c(i)}(x) \end{cases} \quad [24]$$

donde L_i es la pérdida en caso de incumplimiento del deudor i . Sea $Y = \sum Y_i^{c(i)}$ la variable aleatoria que representa la pérdida de la cartera. CreditRisk+ supone que, condicionado a x , $Y_i^{c(i)}$ e $Y_j^{c(j)}$ son variables aleatorias independientes. Obviamente, todos los deudores con la misma calificación tienen la misma probabilidad de incumplimiento, y solo la pérdida dado incumplimiento puede ser distinta. Nótese que este sería exactamente el mismo caso que si se supone que el incumplimiento entre créditos es independiente en CyRCE. De aquí en adelante, CreditRisk+ recurre a la aproximación de Poisson, y convoluciona pérdidas con probabilidades de incumplimiento mediante funciones generadoras de probabilidades y la segmentación de la cartera en créditos con la misma pérdida dado incumplimiento, para obtener así la función generadora de probabilidades para la distribución de pérdidas de la cartera. CyRCE, en cambio, solo calcula la media y la varianza de las pérdidas y supone que estas corresponden a una cierta forma de la función de distribución de las pérdidas, que queda completamente caracterizada por estos dos parámetros.

La correspondencia de CreditRisk+ hacia CyRCE se logra usando las definiciones anteriores para obtener la media $E(Y)$ y la varianza de la distribución de pérdidas $\text{Var}(Y)$. Para obtener la pérdida esperada bajo el esquema de CreditRisk+, primero se obtiene $E(Y|x)$ y luego el valor esperado respecto a la distribución de los factores de riesgo x . Así, el valor esperado de la suma de variables Bernoulli condicionadas a x es simplemente:

$$E(Y|x) = \sum_i L_i p_{c(i)}(x)$$

de modo que

$$E(Y) = \sum_i L_i E(p_{c(i)}(x))$$

Finalmente, recordando que los factores de riesgo tienen media 1, [23] implica $E(p_{c(i)}(x)) = \bar{p}_{c(i)}$, con lo que se tiene:

$$E(Y) = \sum_i L_i \bar{p}_{c(i)} \quad [25]$$

Nótese que [25] equivale a $\pi^T F$ en CyRCE.

En CreditRisk⁺ se menciona que *la correlación está implícita en los factores de riesgo*; es decir: los incumplimientos están correlacionados debido a la presencia de los factores de riesgo x . La varianza de pérdidas está dada por la siguiente forma cuadrática:

$$\text{Var}(Y) = 1^T V 1 \quad [26]$$

donde V es la matriz de varianzas y covarianzas de las pérdidas. En lo que sigue, se obtendrán explícitamente los elementos de V y su relación con la matriz M de varianzas y covarianzas de incumplimientos que se utiliza en CyRCE.

a. La covarianza de pérdidas entre dos créditos de diferente segmento

Supóngase que la cartera se segmenta por calificación de los créditos, como lo requiere CreditRisk⁺. Por definición, la covarianza de pérdidas entre dos créditos de diferente segmento es:

$$\text{Cov}(Y_i^{c(i)}, Y_j^{c(j)}) = E(Y_i^{c(i)} Y_j^{c(j)}) - E(Y_i^{c(i)}) E(Y_j^{c(j)}) \quad [27]$$

Aplicando [23] al primer término del lado derecho de [27] se obtiene:

$$E(Y_i^{c(i)} Y_j^{c(j)}) = E(E(Y_i^{c(i)} Y_j^{c(j)} | x)) = E(E(Y_i^{c(i)} | x) E(Y_j^{c(j)} | x)) = L_i L_j E(p_{c(i)}(x) p_{c(j)}(x)) \quad [28]$$

Haciendo lo mismo con el segundo término se obtiene:

$$E(Y_i^{c(i)}) E(Y_j^{c(j)}) = E(E(Y_i^{c(i)} | x)) E(E(Y_j^{c(j)} | x)) = L_i L_j \bar{p}_{c(i)} \bar{p}_{c(j)} \quad [29]$$

Restando [29] de [28] se tiene:

$$\text{Cov}(Y_i^{c(i)}, Y_j^{c(j)}) = L_i L_j (E(p_{c(i)}(x) p_{c(j)}(x)) - \bar{p}_{c(i)} \bar{p}_{c(j)}) \quad [30]$$

Se puede demostrar que

$$E(p_{c(i)}(x) p_{c(j)}(x)) - \bar{p}_{c(i)} \bar{p}_{c(j)} = \bar{p}_{c(i)} \bar{p}_{c(j)} \sum_k w_{c(i)k} w_{c(j)k} \beta_k \quad [31]$$

por lo que se concluye que

$$\text{Cov}(Y_i^{c(i)}, Y_j^{c(j)}) = L_i L_j \bar{p}_{c(i)} \bar{p}_{c(j)} \sum_k w_{c(i)k} w_{c(j)k} \beta_k \quad [32]$$

Para hacer explícita la correlación entre incumplimientos, sea ρ_{ij} tal que:

$$\text{Cov}(Y_i^{c(i)}, Y_j^{c(j)}) = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} = L_i L_j \sqrt{\bar{p}_{c(i)} (1 - \bar{p}_{c(i)})} \sqrt{\bar{p}_{c(j)} (1 - \bar{p}_{c(j)})} \rho_{ij} \quad [33]$$

Igualando esta última expresión con [32], se obtiene:

$$\rho_{ij} = \frac{\bar{p}_{c(i)} \bar{p}_{c(j)} \sum_k w_{c(i)k} w_{c(j)k} \beta_k}{\sqrt{\bar{p}_{c(i)} (1 - \bar{p}_{c(i)})} \sqrt{\bar{p}_{c(j)} (1 - \bar{p}_{c(j)})}} \quad [34]$$

Como las ponderaciones $w_{c(i)}$ son no negativas, siempre será el caso que $\rho_{ij} \geq 0$. Además, $\bar{p}_{c(i)} < 0,5$ es condición suficiente para que $-1 \leq \rho_{ij} \leq 1$, en tanto que $\beta_k \leq 1$ asegura que $\rho_{ij} \leq 1$.

b. La covarianza de pérdidas y la correlación entre créditos del mismo segmento

Este es simplemente un caso particular de lo anterior. Cuando dos créditos pertenecen al mismo segmento, las probabilidades de incumplimiento y las ponderaciones de los factores de riesgo son las mismas para todos los créditos del segmento. Entonces, las expresiones anteriores toman la siguiente forma:

$$\text{Cov}(Y_i^{c(i)}, Y_j^{c(i)}) = L_i L_j \bar{p}_{c(i)}^2 \sum_k w_{c(i)k}^2 \beta_k \quad [35]$$

El coeficiente de correlación de incumplimientos es el mismo para todos los créditos del segmento; a saber:

$$\rho_{ii} = \frac{\bar{p}_{c(i)} \sum_k w_{c(i)k}^2 \beta_k}{(1 - \bar{p}_{c(i)})} \quad [36]$$

Así, la covarianza de pérdidas entre dos créditos cualesquiera del mismo segmento es:

$$\text{Cov}(Y_i^{c(i)}, Y_j^{c(i)}) = L_i L_j \bar{p}_{c(i)} (1 - \bar{p}_{c(i)}) \rho_{ii} \quad [37]$$

c. La varianza de pérdidas de cada crédito individual

Para obtener la varianza de las pérdidas de cada crédito con calificación $c(i)$ recuérdese que:

$$\text{Var}(Y_i^{c(i)}) = E(\text{Var}(Y_i^{c(i)}|x)) + \text{Var}(E(Y_i^{c(i)}|x)) \quad [38]$$

Ahora bien,

$$E(\text{Var}(Y_i^{c(i)}|x)) = E(L_i^2 p_{c(i)}(x)(1 - p_{c(i)}(x))) = L_i^2 \bar{p}_{c(i)} - L_i^2 E(p_{c(i)}^2(x))$$

y

$$\text{Var}(E(Y_i^{c(i)}|x)) = \text{Var}(L_i p_{c(i)}(x)) = L_i^2 \bar{p}_{c(i)}^2 - L_i^2 E(p_{c(i)}^2(x))$$

lo que implica:

$$\text{Var}(Y_i^{c(i)}) = L_i^2 \bar{p}_{c(i)} (1 - \bar{p}_{c(i)}) \quad [39]$$

De esta manera, se tiene que [33], [37] y [39] describen completamente a la matriz V .

d. La correspondencia entre las matrices V y M

Para ver la forma en que están relacionadas las matrices, basta con dividir las expresiones [33], [37] y [39] por los productos de pérdidas dado incumplimiento $L_i L_j$, con lo cual se obtienen los elementos de M . Por lo tanto:

i) La covarianza entre incumplimientos de créditos de diferentes segmentos está dada por:

$$m_{ij}^{c(i)c(j)} = \sqrt{\bar{p}_{c(i)}(1 - \bar{p}_{c(i)})} \sqrt{\bar{p}_{c(j)}(1 - \bar{p}_{c(j)})} \rho_{ij} \quad [40]$$

ii) La covarianza entre incumplimientos de créditos del mismo segmento está dada por:

$$m_{ij}^{c(i)c(i)} = \bar{p}_{c(i)} (1 - \bar{p}_{c(i)}) \rho_{ij} \quad [41]$$

iii) Obviamente, la varianza de pérdidas de cada crédito individual es simplemente la varianza Bernoulli, es decir:

$$m_{ii}^{c(i)c(i)} = \bar{p}_{c(i)}(1 - \bar{p}_{c(i)}) \quad [42]$$

Así, si $F = (L_j)$ es el vector de pérdidas en caso de incumplimiento, es evidente que:

$$1^T V 1 = F^T M F \quad [43]$$

Aquí es necesario comentar que, aunque la distribución de pérdidas se tiene que recuperar mediante un procedimiento numérico, la función generadora de probabilidades (FGP) obtenida en CreditRisk⁺ es una expresión cerrada de dicha distribución. Una de sus propiedades es que la media y la varianza de la distribución se pueden obtener de la primera y segunda derivada de la FGP. Recuérdese que, si Y es una variable aleatoria discreta cuya FGP es $G(s)$, entonces⁷:

$$E(Y) = G'(1)$$

$$\text{Var}(Y) = G''(1) + G'(1) - (G'(1))^2$$

Esto conduce a un procedimiento laborioso, con expresiones matemáticas complejas, pero, una vez hecho el supuesto de Poisson y teniendo en cuenta el procedimiento de agrupación de CreditRisk⁺, se obtienen los mismos resultados. En nuestra opinión, es más útil analizar el impacto en ejercicios con información real, como los que se presentan en la siguiente sección. Resumiendo, se acaba de mostrar cómo, con los mismos elementos básicos de CreditRisk⁺, se puede obtener la media y la varianza de la distribución de pérdidas, que es lo único que se requiere para aplicar CyRCE.

6.2.2 La correspondencia de CyRCE hacia CreditRisk⁺

El elemento principal en la construcción de CreditRisk⁺ es el conjunto de probabilidades de incumplimiento independientes, condicionales a los factores de riesgo. A partir de aquí, se hace el supuesto de Poisson, y se integra sobre los factores de riesgo para obtener las distribuciones incondicionales, obtener FGP, etc. Así, para hacer la correspondencia inversa, debemos mostrar cómo, dadas las probabilidades de incumplimiento incondicionales y sus correlaciones, se puede obtener lo que requiere CreditRisk⁺, esto es, la expresión [23].

Supóngase que se conoce x , que las probabilidades incondicionales de incumplimiento $\bar{p}_{c(i)}$ son las que requiere CyRCE y que la matriz de varianzas y covarianzas de incumplimientos M también se conoce. A continuación se muestra cómo se pueden encontrar las ponderaciones de los factores de riesgo $w_{c(1)k}$ asociadas a cada calificación, resolviendo un sistema de ecuaciones no lineales. Al igual que en CreditRisk⁺, supóngase que los factores de riesgo siguen distribuciones Gamma independientes con media unitaria y varianza β_k .

Como la cartera se ha segmentado por calificación, se supone además que:

- Las probabilidades de incumplimiento son iguales para todos los créditos de la misma calificación; es decir: $P(Y_i^{c(i)} = L_i) = P(Y_j^{c(i)} = L_j)$ para todo crédito con calificación $c(i)$.
- Las covarianzas de incumplimiento son iguales entre cualquier par de créditos con la misma calificación; es decir:

7. Véase Feller (1971).

$$\text{Cov}(Y_i^{c(i)}, Y_j^{c(i)}) = \text{Cov}(Y_i^{c(i)}, Y_m^{c(i)})$$

- La covarianza de incumplimientos entre cualquier crédito calificado con $c(i)$ y cualquier crédito calificado con $c(j)$ es la misma:

$$\text{Cov}(Y_i^{c(i)}, Y_j^{c(j)}) = \text{Cov}(Y_i^{c(i)}, Y_m^{c(i)})$$

A partir de [34] y [36], se obtiene un sistema de ecuaciones donde las únicas incógnitas son las ponderaciones de los factores de riesgo; a saber:

$$\begin{aligned} \sum_k w_{c(i)k} w_{c(m)k} \beta_k &= \sqrt{\frac{(1 - \bar{p}_{c(i)})(1 - \bar{p}_{c(j)})}{\bar{p}_{c(i)}\bar{p}_{c(j)}}} \rho_{ij} \\ \sum_k w_{c(i)k}^2 \beta_k &= \frac{1 - \bar{p}_{c(i)}}{\bar{p}_{c(i)}} \rho_{ii} \\ \sum_k w_{c(i)k} &= 1, \forall i; w_{c(i)k} \geq 0, \forall i, k \end{aligned} \quad [44]$$

Evidentemente, este sistema puede tener una, ninguna o múltiples soluciones, dependiendo del número de rubros de calificación y de factores de riesgo involucrados. Se puede argumentar que el número de factores de riesgo es lo suficientemente flexible como para que se pueda encontrar una solución adecuada. Así, habiendo encontrado las ponderaciones, la aplicación de CreditRisk⁺ es inmediata.

6.2.3 La correspondencia entre CreditMetricsTM y CyRCE

Tal y como se hizo con CreditRisk⁺, para establecer la correspondencia de la versión de incumplimiento CM2S de CreditMetricsTM hacia CyRCE basta con encontrar el vector de pérdidas esperadas y su matriz de varianzas y covarianzas. Por razones de congruencia, se segmenta la cartera por calificación de los créditos. En la versión CM2S de CreditMetricsTM, la variable latente z_i definida en [21] determina en qué estado (cumplimiento o incumplimiento) se encuentra cada crédito. El incumplimiento lo determinan los factores de riesgo x y sus ponderaciones w_i , que dependen de las calificaciones, además de la componente idiosincrásica ε_i , cuya ponderación es η_i . Los supuestos distribucionales son ahora $x \sim N(0, \Sigma)$, donde Σ es la matriz de varianzas y covarianzas de los factores de riesgo y $\varepsilon_i \sim N(0, 1)$ es independiente para cada crédito. Nótese que los z_i son independientes condicionados a x . De esta manera, para cada crédito i con calificación $c(i)$, la pérdida en caso de incumplimiento es la variable aleatoria dicotómica:

$$Y_i^{c(i)} = \begin{cases} L_i & \text{si } z_i < u_{c(i)} \\ 0 & \text{si } z_i \geq u_{c(i)} \end{cases}$$

Nuevamente, las probabilidades incondicionales de incumplimiento son $\bar{p}_{c(i)} = P(z_i < u_{c(i)})$, en tanto que las condicionales son $p_{c(i)}(x) = P(z_i \leq u_{c(i)} | x)$. Las pérdidas totales en la cartera son simplemente $Y = \sum_{i,c(i)} Y_i^{c(i)}$. Procediendo de la misma manera, se pueden obtener la pérdida esperada, su varianza y las covarianzas; es decir:

$$\begin{aligned} E(Y) &= \sum_{i,c(i)} L_i \bar{p}_{c(i)} \\ \text{Var}(Y_i^{c(i)}) &= L_i^2 \bar{p}_{c(i)} (1 - \bar{p}_{c(i)}) \end{aligned}$$

$$\text{Cov}(Y_i^{c(i)}, Y_j^{c(i)}) = L_i L_j (E(p_{c(i)}^2(x)) - \bar{p}_{c(i)}^2)$$

$$\text{Cov}(Y_i^{c(i)}, Y_j^{c(j)}) = L_i L_j (E(p_{c(i)}(x)p_{c(j)}(x)) - \bar{p}_{c(i)}\bar{p}_{c(j)})$$

donde

$$p_{c(i)}(x) = \Phi\left(\frac{u_{c(i)} - x^T w_i}{\eta_i}\right)$$

Como se puede apreciar, esta correspondencia es muy semejante a la anterior. Las principales diferencias estriban en las distribuciones supuestas para los factores de riesgo y la posibilidad de obtener expresiones explícitas para las covarianzas. Si, como supone Gordy, solo hay un factor de riesgo, se puede demostrar⁸ que $(p_{c(i)}(x), p_{c(j)}(x))$ tiene una normal bivalente con coeficiente de correlación determinado en cada caso por el producto de las ponderaciones w_i y la matriz de varianzas y covarianzas Σ .

Establecer la correspondencia de CyRCE hacia CM2S es prácticamente directo, ya que, bajo los supuestos realizados, ambos parten de la misma información exógena; es decir: las probabilidades de incumplimiento $\bar{p}_{c(i)}$ y la matriz M .

6.3 LAS DIFERENCIAS ESENCIALES Y NO ESENCIALES ENTRE LOS MODELOS

La posibilidad de hacer una correspondencia de cada modelo hacia los demás evidencia que todos los modelos se parecen en cuanto a lo que constituyen los elementos básicos para medir el riesgo de una cartera de préstamos. En resumen, conceptualmente los modelos son equivalentes, en el sentido de que, si se cuenta con los parámetros necesarios para correr uno de los modelos, se pueden obtener los requeridos por cualquiera de los otros. Sin embargo, también es evidente que CreditMetrics™, CreditRisk+ y CyRCE difieren entre sí en lo referente a:

- a) Los supuestos distribucionales.
- b) Algunas formas funcionales.
- c) Las técnicas utilizadas para obtener la distribución de pérdidas.
- d) Los métodos sugeridos para la obtención y calibración de los parámetros.

En cuanto a las técnicas de solución, es evidente que, al tener una expresión cerrada para la distribución de pérdidas, CreditRisk+ y CyRCE tienen ventajas muy significativas sobre CreditMetrics™, que recurre a la simulación de Monte Carlo para estimar la distribución. A su vez, CreditMetrics™ es mucho más flexible que los otros, ya que contempla más de dos estados que pueden generar pérdidas en el valor de la cartera, aparte de que puede tomar en cuenta diferentes niveles de pérdida en caso de incumplimiento, que dependen tanto del estado en que se encuentren los créditos como de la prelación de estos. Es difícil hacer esto en los otros modelos. Además, se tienen las siguientes diferencias:

- e) En CreditMetrics™ y CyRCE la correlación entre incumplimientos es explícita, mientras que en CreditRisk+ está implícita. Aunque en esta sección hemos explicitado estas correlaciones, el suponer que los factores de riesgo que conducen las probabilidades de incumplimiento están independientemente distribuidos según una distribución Gamma está abierto a discusión.

8. Véase Gordy (2000).

- f) El principal supuesto de que la distribución de pérdidas se puede caracterizar por su media y su varianza, como se hace en CyRCE, también es discutible.
- g) CreditRisk⁺ depende en gran medida del supuesto de Poisson para aproximar un proceso binomial. La aproximación solo es buena para probabilidades de incumplimiento muy pequeñas y, por lo tanto, conduce a distribuciones de pérdidas con colas excesivamente gruesas.
- h) El procedimiento de agrupación de los créditos en categorías con el mismo múltiplo discreto de la unidad estándar de pérdidas que se utiliza en CreditRisk⁺ afecta a los resultados.

Las diferencias en los procedimientos de estimación y calibración no son intrínsecas a los modelos, ya que dependen de las preferencias de los usuarios. Por lo tanto, los parámetros se pueden calibrar para coincidir en todos los modelos. Por otra parte, las diferencias en las formas funcionales y distribucionales sí son intrínsecas a los modelos, escogiéndose principalmente por la conveniencia matemática con relativamente poco sustento teórico, y definitivamente tienen un impacto en los resultados. En la sección siguiente se replica con datos mexicanos el estudio numérico realizado por Gordy, con el objeto de evidenciar estas diferencias en los resultados.

7 Ejercicio de simulación

Siguiendo a Gordy (2000), se construyeron carteras de diferentes calidades usando datos mexicanos. Como se ha mencionado anteriormente, se supone que los créditos incluidos en cada cartera están calificados y que la probabilidad de incumplimiento incondicional es la misma para cada rubro de calificación. Así, se construyeron cuatro carteras de diferentes calidades con el mismo número de créditos por el mismo valor. El número de créditos en cada uno de los siete rubros de calificación se determinó resolviendo un sistema de ecuaciones lineales, de tal manera que las proporciones de créditos en cada rubro sean representativas de lo que reflejan los datos reales. En el cuadro 1 se muestra la composición de cada cartera por número de créditos en cada rubro de calificación.

7.1 PROBABILIDADES DE INCUMPLIMIENTO, CORRELACIONES, VOLATILIDADES Y FACTORES DE RIESGO

Aunque la información disponible es deficiente en cuanto a calificación de los créditos, contiene información sobre incumplimientos, de manera que es posible estimar probabilidades de incumplimiento. Las estimaciones de estas probabilidades se ajustaron a un esquema de calificación con siete rubros, de acuerdo con la propuesta del documento técnico de CreditMetricsTM. La volatilidad de las probabilidades de incumplimiento se estimó según la relación (B.4) de Gordy (2000). Todo esto permite el cálculo de ponderaciones de los factores de riesgo a partir de las relaciones obtenidas en los procedimientos expuestos en la sección quinta anterior. Los resultados del ejercicio se muestran en el cuadro 2.

Una vez que se tienen los factores de riesgo de CreditRisk⁺ y CreditMetricsTM, se puede construir la matriz de varianzas y covarianzas para CyRCE utilizando los procedimientos descritos con anterioridad. Los resultados se presentan en el cuadro 3.

7.2 RESULTADOS

Los parámetros anteriores se usan para comparar las cifras de VaR que arrojan los diferentes modelos para las cuatro carteras diseñadas. En su citado trabajo de 2000, Gordy concluye que las diferencias en los resultados obtenidos mediante CreditRisk⁺ y CreditMetricsTM se deben principalmente a la volatilidad de las probabilidades de incumplimiento. Esto se aprecia en el hecho de que ambos modelos producen resultados semejantes en la cartera de calidad mediana cuando el parámetro de volatilidad σ de CreditRisk⁺ es pequeño (alrededor de 1), siendo la diferencia mayor cuanto mayor sea este parámetro. Como se verá en los resultados

NÚMERO DE CRÉDITOS EN CADA CARTERA, POR RUBRO DE CALIFICACIÓN

CUADRO 1

CALIFICACIÓN DEL CRÉDITO	CALIDAD DE LA CARTERA			
	ALTA	MEDIA	BAJA	MUY BAJA
1	196	152	102	45
2	514	453	347	449
3	970	1.005	808	543
4	1.241	1.217	1.344	1.056
5	1.117	1.169	1.186	1.206
6	556	602	660	910
7	406	402	553	791
Total	5.000	5.000	5.000	5.000

PROBABILIDADES DE INCUMPLIMIENTO Y PONDERACIONES DE FACTORES DE RIESGO

CUADRO 2

CALIFICACIÓN	EXPERIENCIA HISTÓRICA			CM2E	FACTORES DE RIESGO		
	p	RAÍZ(V)/p	ρ		CR+	CR+	CR+
					σ		
					1	1,5	4
1	0,0001	65,5787	0,0009	0,1411	65,5787	43,7191	16,3947
2	0,0002	37,1667	0,0010	0,1515	37,1667	24,7778	9,2917
3	0,0006	13,4771	0,0029	0,1955	13,4771	8,9847	3,3693
4	0,0018	4,8332	0,0035	0,2181	4,8332	3,2221	1,2083
5	0,0106	0,9432	0,0048	0,2072	0,9432	0,6288	0,2358
6	0,0494	0,4880	0,0072	0,2182	0,4880	0,3253	0,1120
7	0,1914	0,3764	0,0092	0,2604	0,3764	0,2509	0,0941

MATRIZ DE CORRELACIONES

CUADRO 3

CALIFICACIÓN	1	2	3	4	5	6	7
1	0,43010	0,34474	0,21656	0,13460	0,06402	0,07295	0,12009
2	0,34474	0,27633	0,17359	0,10789	0,05132	0,05847	0,09626
3	0,21656	0,17359	0,10904	0,06777	0,03224	0,03673	0,06047
4	0,13460	0,10789	0,06777	0,04212	0,02004	0,02283	0,03758
5	0,06402	0,05132	0,03224	0,02004	0,00953	0,01086	0,01788
6	0,07295	0,05847	0,03673	0,02283	0,01086	0,01237	0,02037
7	0,12009	0,09626	0,06047	0,03758	0,01788	0,02037	0,03353

siguientes, cuando se utilizan datos mexicanos, las diferencias siempre son grandes a excepción de la cartera de alta calidad, donde los resultados son parecidos. Sin duda esto se debe a que la volatilidad de las probabilidades de incumplimiento observada en México es significativamente mayor que las obtenidas por Gordy para datos norteamericanos.

Un resultado interesante es que, a medida que aumenta el número de créditos manteniendo la calidad de la cartera constante, los modelos producen distribuciones que convergen, indepen-

	CARTERA DE ALTA CALIDAD					CARTERA DE MEDIA CALIDAD				
	CM TM	CR ⁺			CyRCE	CM TM	CR ⁺			CyRCE
		$\sigma = 1$	1,5	4			$\sigma = 1$	1,5	4	
Media	166,55	166,55	166,55	166,55	166,55	440,34	440,34	440,34	440,34	440,34
Desv. est.	168,34	249,24	249,24	249,24	165,82	348,88	421,52	421,52	421,52	362,3
Coef. asim.	0,39	1,99	2,88	7,23	1,17	0,60	2,44	3,02	7,34	1,6
Curtosis	1,72	8,35	13,19	33,06	2,06	2,18	11,43	15,33	46,09	3,86
α		VaR _{α}					VaR _{α}			
50%	136	68	25	0	116	408	203	116	0	346
75%	157	152	91	1	231	450	437	407	26	603
95%	290	391	331	158	497	591	1.082	1.397	1.877	1.153
99%	1.020	947	771	641	764	1.602	1.811	2.513	6.594	1.677
99,5%	1.046	1.092	1.026	957	878	1.680	2.105	3.011	9.117	1.899
99,97%	1.221	1.643	1.677	2.165	1.343	1.884	3.317	5.102	20.824	2.786
	CARTERA DE BAJA CALIDAD					CARTERA DE MUY BAJA CALIDAD				
	CM TM	CR ⁺			CyRCE	CM TM	CR ⁺			CyRCE
		$\sigma = 1$	1,5	4			$\sigma = 1$	1,5	4	
Media	619,11	619,11	619,11	619,11	619,11	2.749,23	2.749,23	2.749,23	2.749,23	2.749,23
Desv. est.	431,32	589,26	589,26	589,26	496,59	1.152,55	1.404,66	1.404,66	1.404,66	1.452,47
Coef. asim.	0,83	2,98	3,71	7,33	1,65	1,02	3,59	4,31	8,08	1,99
Curtosis	2,43	16,20	22,55	72,65	4,06	3,43	21,35	29,15	89,75	5,95
α		VaR _{α}					VaR _{α}			
50%	538	245	89	0	493	2.358	909	339	0	2.202
75%	655	530	320	5	846	2.578	1.899	1.159	29	3.247
95%	910	1.289	1.113	545	1.549	3.313	4.289	3.782	1.959	5.247
99%	2.763	2.591	2.402	2.126	2.303	4.728	6.679	6.738	6.909	7.028
99,5%	2.871	3.032	2.903	2.981	2.602	4.970	7.709	8.059	9.554	7.761
99,97%	3.231	4.700	4.910	6.812	3.797	6.150	11.880	13.599	21.824	10.619

dientemente del tamaño de los créditos en la cartera, validando la conjetura de que las diferencias en las distribuciones asociadas a cada modelo se explican principalmente por la volatilidad de las probabilidades de incumplimiento. Dicho de otra manera, ambos modelos son muy sensibles a la volatilidad de las probabilidades de incumplimiento, que en el caso de CreditRisk⁺ es explícita y en el de CreditMetricsTM está determinada por las correlaciones. Esto es igualmente cierto para el ejercicio con datos mexicanos y, de hecho, el efecto de las volatilidades hace que desaparezca el parecido que encuentra Gordy para la cartera de mediana calidad.

El cuadro 4 presenta los resultados obtenidos, con el mismo formato que Gordy (2000), para facilitar las comparaciones. Hay varios aspectos que se deben destacar. En primer lugar, la severidad de la pérdida asociada a distintos niveles de confianza del VaR depende de lo gruesa que sea la cola de la distribución. Así, con colas más gruesas la pérdida a niveles bajos de confianza será menor que con colas ligeras. En cambio, para niveles de confianza altos, la severidad de la pérdida se incrementa notablemente. Este último efecto se puede ver claramente en el caso de CreditRisk⁺ con $\sigma = 4$, donde la curtosis asociada a esta distribución es con mucho la más alta de todas las carteras, y se puede ver que, dependiendo del nivel de

Carteras de mediana calidad N = 1.000, $\sigma = 1,5$

	CARTERA ORIGINAL			CARTERA CON CRÉDITOS MISMO MONTO		
	CM TM	CR ⁺	CyRCE	CM TM	CR ⁺	CyRCE
Media	440,34	440,34	440,34	358,87	358,87	358,87
Desv. est.	348,88	421,52	362,30	292,93	364,90	341,16
Coef. asim.	0,60	3,02	1,60	0,54	2,49	1,40
Curtosis	2,18	15,33	3,86	1,94	14,91	3,47
α	VaR _{α}			VaR _{α}		
50%	408	116	346	403	61	335
75%	450	407	603	436	371	570
95%	591	1.310	1.153	493	1.344	1.138
99%	1.602	2.513	1.677	1.584	2.379	1.606
99,5%	1.680	3.011	1.899	1.575	2.924	1.867
99,97%	1.884	5.102	2.786	1.772	4.953	2.642

confianza, las pérdidas se comportan según lo descrito. También hay que notar que el comportamiento se agudiza a medida que empeora la calidad de las carteras.

El ejercicio muestra que las cifras de VaR a diferentes niveles de confianza producidas por los diferentes modelos dependen de lo gruesas que sean las colas de las distribuciones. Así, para niveles de confianza bajos, las distribuciones de colas más gruesas producen niveles de VaR menores que las de colas más ligeras. La situación se invierte para niveles de confianza altos, donde la distribución de cola más gruesa presenta niveles de VaR mayores que la de cola más ligera. Esto se observa claramente en el caso de las cifras de VaR que arroja CreditRisk⁺ para $\sigma = 4$, que corresponde a la distribución con mayor curtosis. Nótese que, a medida que aumenta el nivel de confianza, el VaR producido por CreditRisk⁺ es mucho mayor que la cifra correspondiente obtenida por los otros modelos. El comportamiento se acentúa a medida que se deteriora la calidad de la cartera. Resumiendo, CreditRisk⁺ produce, en general, distribuciones de pérdidas con colas más gruesas que CreditMetricsTM o CyRCE. Esto implica en que tanto CyRCE como CreditMetricsTM arrojan estimaciones de VaR mayores que las de CreditRisk⁺ para niveles de confianza por debajo de cierto umbral. Por encima de este umbral, la comparación se invierte. Además, el umbral decrece a medida que se deteriora la calidad de la cartera.

La comparación de CyRCE con CreditMetricsTM es más compleja. Con los resultados del ejercicio numérico, se puede concluir que las distribuciones se cruzan más de una vez a partir de la mediana. Esto se debe tanto a la forma de la distribución como a los problemas inherentes a la técnica de simulación de Monte Carlo; a saber: En el mejor de los casos, la distribución de pérdidas generada por simulación converge a la distribución real, pero con un cierto nivel de confianza que depende, a su vez, del número de simulaciones realizadas. Teóricamente, mientras más grande sea la muestra, mayor es la precisión de la aproximación, pero siempre cabe la posibilidad de que la distribución obtenida no se parezca a la real, aunque la probabilidad de que esto suceda sea baja. Si se ha de tomar una cartera como punto de referencia para la comparación, quizás la más representativa sea la de calidad media, para la que el VaR producido por CyRCE queda exactamente entre los que generan CreditMetricsTM y CreditRisk⁺, a partir del percentil 99. En resumen, estos ejercicios confir-

Carteras de mediana calidad, $\sigma = 1,5$

	N = 1.000			N = 5.000			N = 10.000		
	CM TM	CR ⁺	CyRCE	CM TM	CR ⁺	CyRCE	CM TM	CR ⁺	CyRCE
Media	393,54	393,54	393,54	440,34	440,34	440,34	487,16	487,16	487,16
Desv. est.	369,24	361,92	361,92	348,88	421,52	362,30	240,63	330,00	329,58
Coef. asim.	0,43	3,41	2,77	0,60	3,02	1,60	0,45	3,44	3,14
Curtosis	1,78	18,38	8,96	2,18	15,33	3,86	2,42	18,90	9,10
α	VaR _{α}			VaR _{α}			VaR _{α}		
50%	111	99	296	408	116	346	422	251	459
75%	150	366	513	450	407	603	540	543	622
95%	294	1.329	1.096	591	1.397	1.153	729	1.519	1.215
99%	1.338	2.509	1.628	1.602	2.513	1.677	1.729	2.525	1.816
99,5%	1.383	2.996	1.888	1.680	3.011	1.899	1.771	3.104	1.926
99,97%	1.620	5.031	2.772	1.884	5.102	2.786	1.960	5.244	2.890

man la conjetura de que, salvo por factores no esenciales, los tres modelos arrojan resultados de la distribución de pérdidas de una cartera de crédito que son de órdenes de magnitud semejantes.

7.3 ROBUSTEZ

Para descartar que los resultados obtenidos se deban a las carteras elegidas, se hizo el cómputo para otras carteras ficticias. En primer lugar se muestra el contraste entre dos carteras de mediana calidad con el mismo número de créditos y por el mismo monto total, pero con diferente distribución. La primera contiene los créditos con los montos originales y la segunda tiene la misma exposición total pero cada crédito es por el mismo monto. En los resultados del cuadro 5 se aprecia que las cifras de VaR producidas por CyRCE están entre las de CreditRisk⁺ y CreditMetricsTM.

El siguiente ejercicio de robustez tiene el propósito de ver el efecto del número de créditos en la distribución de pérdidas. Se construyeron carteras de mediana calidad y se aumentó el número de créditos por cartera, manteniendo las proporciones de acreditados de cada calificación para todas las carteras. En el cuadro 6 se aprecia que los resultados anteriores nuevamente se mantienen: Los VaR producidos por CyRCE están entre los que proporcionan CreditRisk⁺ y CreditMetricsTM.

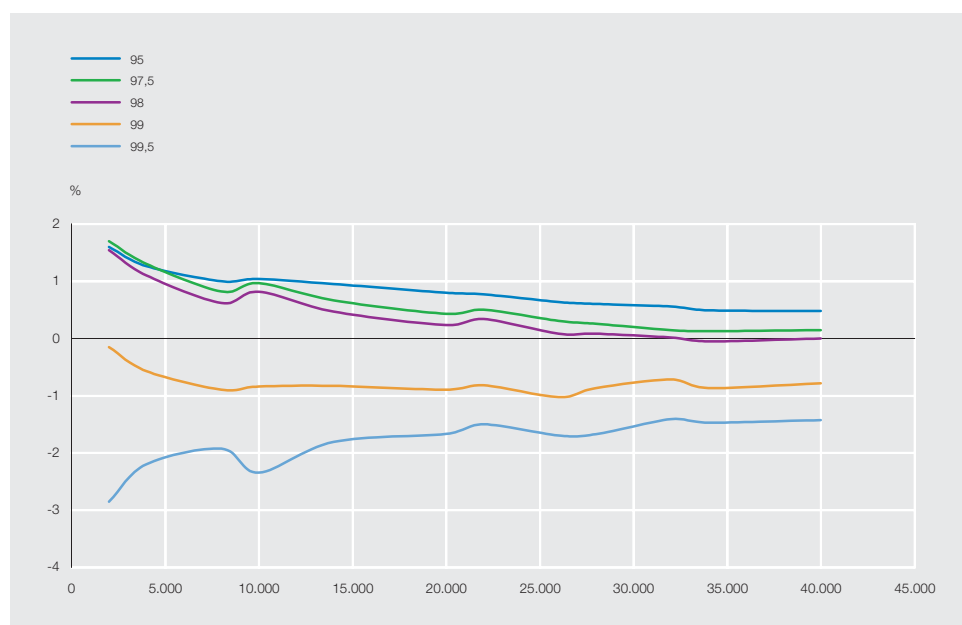
7.4 EL EFECTO DEL TAMAÑO DE LA CARTERA: CREDITRISK⁺ VS. CYRCE

Habiendo realizado los ejercicios anteriores, es de interés particular examinar cómo se comportan las diferencias entre ambos modelos a medida que crece el número de créditos en la cartera. Para ello se tomaron muestras aleatorias de un número creciente de créditos, con las que se le calculó el VaR para varios niveles de confianza por medio de CyRCE⁹ y de CreditRisk⁺¹⁰. La idea es explorar si con el tamaño se suavizan las distribuciones de pérdidas, debido a algún efecto de grandes números. El ejercicio se limitó a estos porque son los dos paradigmas de incumplimiento puro. Los resultados se muestran en el gráfico 1, cuyo eje de abscisas mide el número de créditos y el de ordenadas representa el estadístico.

⁹ Para CyRCE se usó la distribución Gamma como distribución de pérdidas. ¹⁰ Respecto al ejercicio para comparar CyRCE con CreditRisk+ controlando por el tamaño de cartera, se tomaron 500 simulaciones por cada muestra y 23 tamaños de muestra, las cuales iban de 2.000 a 64.000 créditos. La muestra fue con reemplazamiento.

COMPARACIÓN DE CIFRAS DE VaR PRODUCIDAS POR CyRCE
Y CREDITRISK+ A MEDIDA QUE AUMENTA EL NÚMERO DE CRÉDITOS
PARA DISTINTOS NIVELES DE CONFIANZA

GRÁFICO 1



$$\Delta = \frac{\text{VaR}_{\text{CyRCE}} - \text{VaR}_{\text{CreditRisk}^+}}{\text{Valor de la cartera}}$$

Las curvas representan las *diferencias promedio* entre el VaR (relativas al valor de la cartera) obtenido por uno y otro método para distintos niveles de confianza y tamaños de cartera. Es interesante notar dos cosas; a saber: En primer lugar, la diferencia entre valores en riesgo obtenidos por ambos métodos decrece a medida que aumenta el número de créditos, evidenciando, cuando menos empíricamente, que hay un efecto de grandes números. En segundo lugar, el gráfico muestra que, en promedio, el VaR obtenido mediante CyRCE sobrestima al que se obtiene con CreditRisk+ para niveles de confianza inferiores al 98%, mientras que la relación se invierte para niveles de confianza más altos. Sin duda, esto se debe a que la cola de la distribución de pérdidas obtenida mediante CreditRisk+ es más gruesa que la que se obtiene con CyRCE, aun utilizando la distribución Gamma como distribución de pérdidas. Nótese que a un nivel de confianza del 98% y para carteras con más de 25.000 créditos, el VaR producido por CreditRisk+ es prácticamente igual al de CyRCE. Además, para el nivel de confianza del 99,5%, con carteras que exceden los 20.000 créditos, en promedio el VaR que produce CyRCE subestima al que arroja CreditRisk+ en menos del 2%. Evidentemente, estos resultados son congruentes con los obtenidos en la réplica del ejercicio de Gordy, presentada en el apartado anterior, en donde se señaló que, con distribuciones de colas menos gruesas, los VaR a bajos niveles de confianza son mayores que los que producen las distribuciones de colas más gruesas, y que lo contrario sucede para niveles de confianza altos.

7.5 ALGUNOS COMENTARIOS
SOBRE LA COMPARACIÓN

Teniendo en cuenta que, a efectos de comparación, la versión de CreditMetrics™ está limitada a dos estados, no existen diferencias irreconciliables entre los tres modelos en términos conceptuales. En cuanto a los resultados de los ejercicios numéricos, se concluye que las diferencias en las formas de las distribuciones, sobre todo en la cola derecha, se deben principalmente a la volatilidad de las probabilidades de incumplimiento, que crece a medida que esta aumenta, ya sea que esta se mida explícitamente, o que se haga a partir de las correlaciones entre incumplimientos.

Segundo, en virtud de dicha sensibilidad a la volatilidad y dado que en México esta volatilidad es grande, solo la cartera de alta calidad ofrece resultados parecidos para todos los percentiles en los tres modelos. Finalmente, el análisis de robustez confirma que, para cada modelo, la distribución de los montos de los créditos y el tamaño de las carteras no afecta demasiado a los resultados obtenidos, aunque estos puedan diferir significativamente de un modelo a otro, por las razones antes mencionadas.

8 Una prueba de estrés para los créditos comerciales en el sistema financiero mexicano

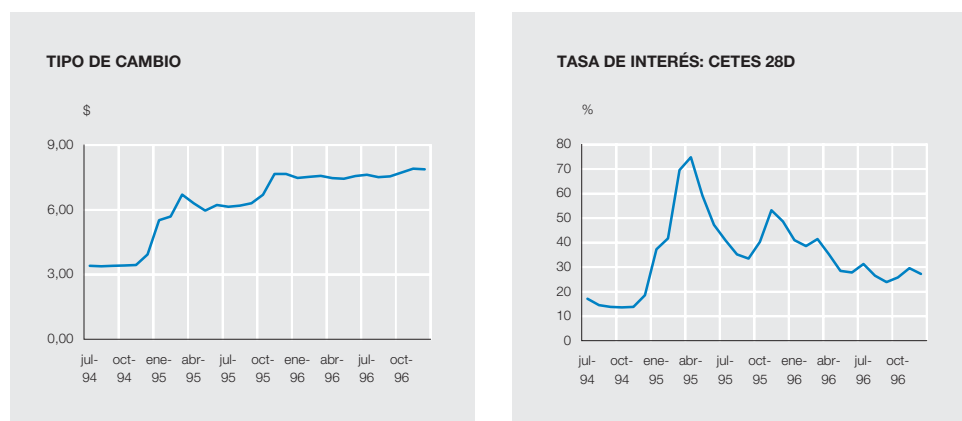
El modelo descrito se utiliza de forma regular para evaluar el nivel de riesgo de crédito de los bancos en el sistema financiero mexicano, presentándose los análisis periódicamente a la Junta de Gobierno del Banco de México. Las estadísticas que se calculan normalmente, tanto a nivel de los bancos individuales como del sistema en su conjunto, son el VaR, las probabilidades de incumplimiento por sector y por banco, la correlación de incumplimientos y los índices de concentración, tanto por números como por riesgos, según lo descrito en la tercera sección de este artículo. Esto se complementa con un análisis para explicar las causas de las variaciones observadas de un mes a otro, o en algún período de interés particular.

Con todas sus virtudes, el VaR como medida de riesgo tiene limitaciones ampliamente conocidas y discutidas; especialmente, su incapacidad para medir las pérdidas que se pueden generar en circunstancias adversas extraordinarias. Cuando se vislumbra la posibilidad de que se presente alguna de estas situaciones, que puede ser altamente dañina para el sistema financiero, aunque, por ser extrema, tiene baja probabilidad de ocurrencia, es necesario tener una medida del impacto sobre la solvencia de algún banco y/o la misma estabilidad del sistema financiero. La respuesta técnica a este problema es la llamada «prueba de estrés», que implica, en primer término, un ejercicio de imaginación para diseñar un escenario nocivo de baja probabilidad de ocurrencia pero plausible y que tendría un fuerte impacto sobre el sistema financiero. Una vez que se llega a un acuerdo en cuanto a la construcción de un «buen» escenario de estrés, el segundo paso es estimar el nivel de pérdidas que se generarían en caso de ocurrir el escenario. Si bien en lo que se refiere a riesgo de mercado hay un paradigma aceptado para estos propósitos, en lo que se refiere a riesgo de crédito no hay consenso en cuanto a la forma correcta de hacer una prueba de estrés. A continuación se presentan, en primer término, los resultados del análisis realizado por los autores del impacto que han tenido las crisis más recientes sobre el crédito en el sistema financiero mexicano. Basado en este análisis, seguidamente se explica la metodología diseñada para realizar una prueba de estrés sobre créditos comerciales en la banca mexicana.

8.1 LECCIONES APRENDIDAS DE LA CRISIS 1994-1996

En el último lustro, México ha sido testigo de varias crisis financieras, entre las que destacan, por su impacto, la crisis mexicana, más conocida como «el efecto tequila», que abarcó el período de fines de diciembre de 1994 hasta 1996; la crisis asiática de 1997 y la crisis rusa de 1998. Haciendo un análisis de la información sobre la manera en que se fueron dando los incumplimientos de deudores en estos períodos de crisis, hemos llegado a las siguientes conclusiones:

- 1 Se requiere una crisis muy severa en cuanto a la magnitud de los cambios en los factores de riesgo observados en los mercados financieros y duradera en el tiempo antes de que los desequilibrios se reflejen en el crédito.
- 2 Hay un rezago o descalce entre el momento en que surgen los desequilibrios en los mercados financieros y el momento en que se ven reflejados en el crédito.

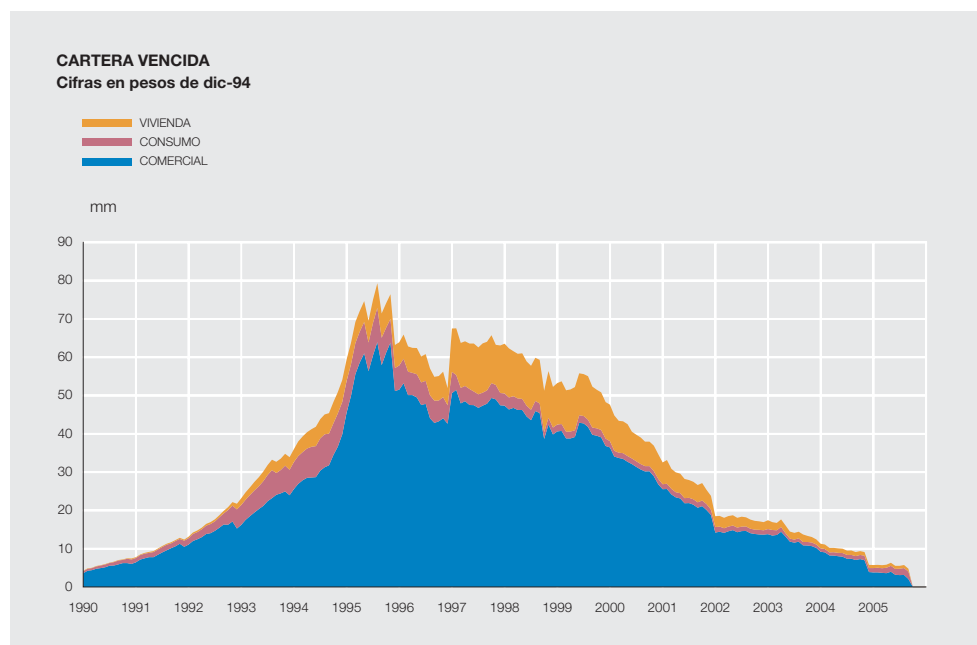
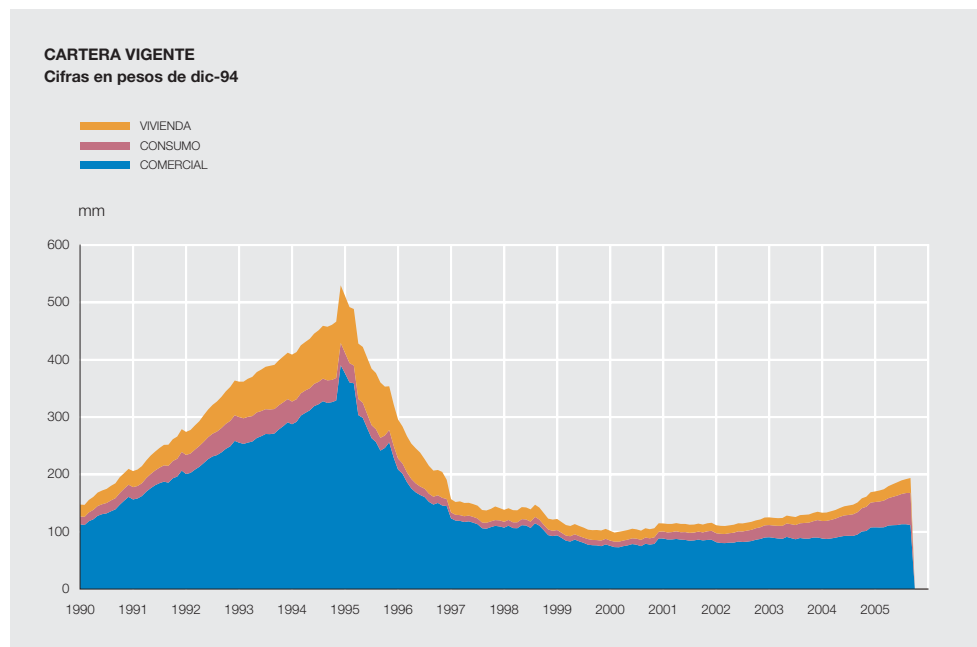


- 3 Los desequilibrios en los mercados pueden ser prolongados y, para efectos de crédito, la prueba de estrés debe realizarse a lo largo de todo el horizonte del escenario de estrés.
- 4 No existe consenso respecto a cuál de los elementos de riesgo (la probabilidad de incumplimiento, la correlación o la pérdida en caso de incumplimiento) es más perjudicial y cómo se comportan en el período de estrés.
- 5 En riesgo de crédito, se incurre en pérdidas en cuanto haya incumplimiento de deudores y no por tener que vender activos que han perdido valor. Esto es distinto de lo que sucede en riesgo de mercado, en donde una pérdida se puede evitar, o cuando menos mitigar, si es posible sostener la posición depreciada hasta el vencimiento o hasta que esta se vuelva a apreciar cuando desaparezca el desequilibrio del mercado.

Las observaciones anteriores tienen que tomarse en cuenta para el diseño de la prueba de estrés. En resumen, de las tres crisis antes citadas, solo se puede afirmar de manera categórica que la única que tuvo un impacto severo en el crédito fue la crisis de 1994 a 1996. Ni en la crisis asiática ni en la rusa se pueden identificar, con algún tipo de fiabilidad estadística, cuáles de los incumplimientos observados en los períodos correspondientes se deben a los desequilibrios asociados a la crisis. Por esta razón, el escenario que se toma como referencia para hacer la prueba de estrés es la crisis de 1994 a 1996.

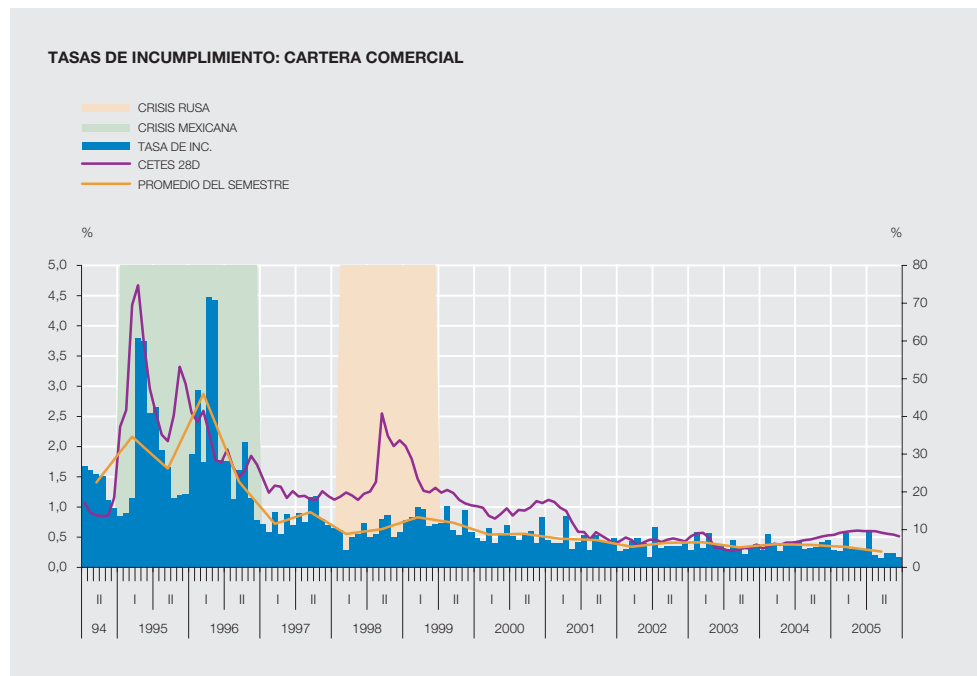
Para poner las cosas en contexto, cabe recordar que la crisis financiera por la que atravesó México de fines de diciembre de 1994 hasta finales de 1996 ha sido la más severa de su historia posrevolucionaria. Aparte de la agitación política, que sin duda creó nerviosismo en los mercados, la economía mexicana presentaba un déficit en cuenta corriente insostenible y un tipo de cambio sobrevaluado. Así, en el momento en que aumenta fuertemente la demanda de dólares por vencimientos de deuda denominada en esta moneda (los llamados «tesobonos»), la presión sobre el tipo de cambio derrumba los mercados. El gráfico 2 representa la evolución de las tasas de interés y el tipo de cambio durante el período de crisis.

El impacto sobre el crédito se puede apreciar en el gráfico 3, en donde se representa el valor del crédito que va cayendo en cartera vencida y el de la cartera vigente del sistema bancario.



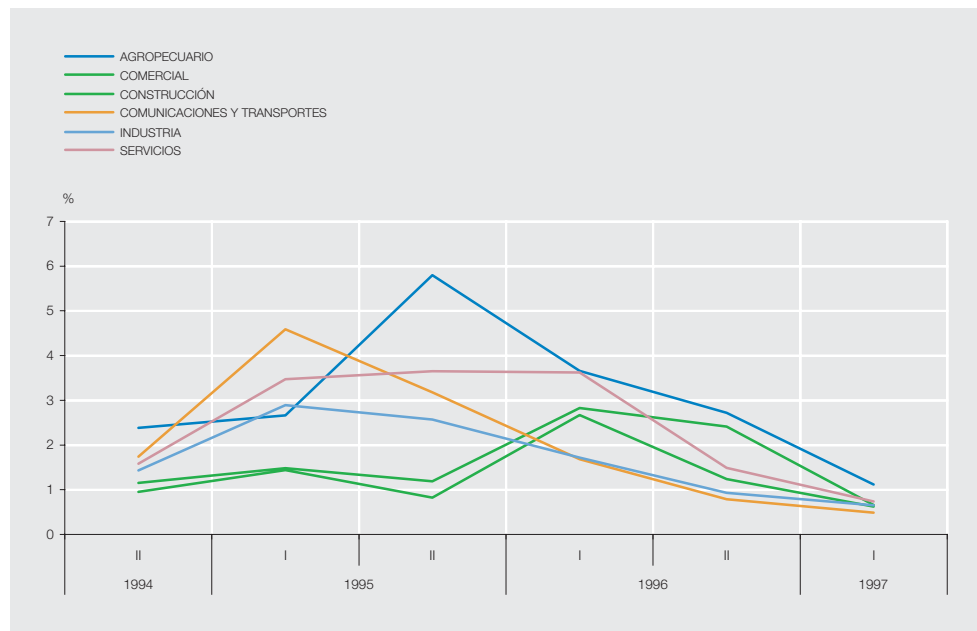
Como se puede observar, desde su punto alto a fines de 1995, en donde la cartera de crédito vigente del sistema valía alrededor de 540.000 millones de pesos, pasó a valer a fines de 1996 menos de la mitad, y en su punto más bajo, en el año 2000, se redujo a alrededor del 20% de este valor. En cuanto a la cartera que cae en incumplimiento, aunque venía creciendo al mismo ritmo que la vigente hasta fines de 1994, entonces se dispara, hasta duplicarse durante 1995 y 1996; para empezar a caer paulatinamente, aunque se mantiene alta prácticamente hasta el año 2000. De ahí en adelante, ha caído de forma sostenida hasta los niveles actuales.

Finalmente, en el gráfico 4 se puede observar el comportamiento mensual de las tasas de incumplimiento de créditos del segundo semestre de 1994 hasta la fecha. Aparte del notorio



EVOLUCIÓN DE LAS TASAS DE INCUMPLIMIENTO POR SECTOR ECONÓMICO

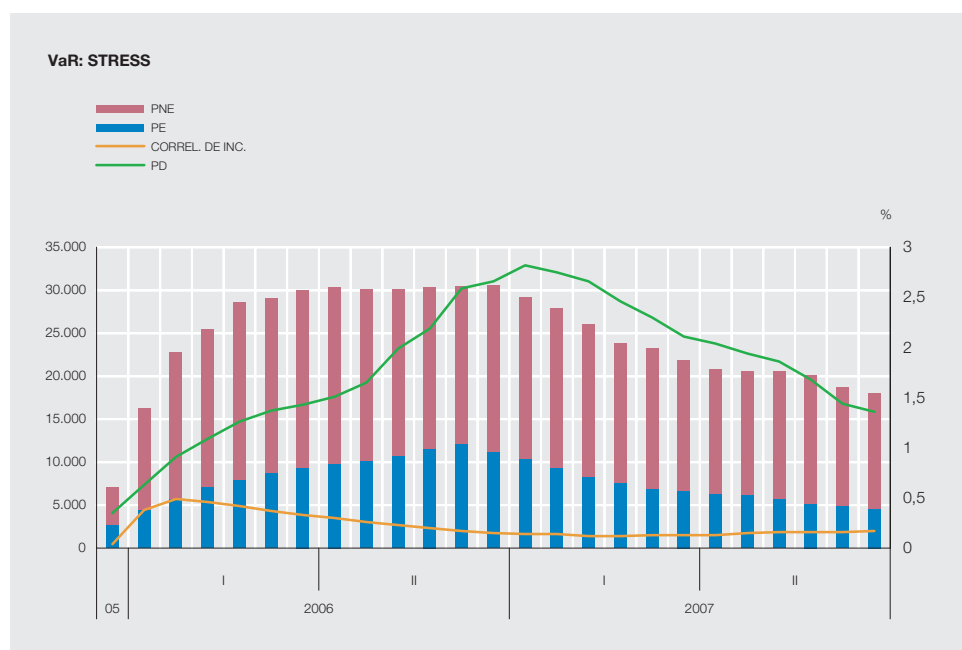
GRÁFICO 5



incremento de la tasa de incumplimiento, que llega a triplicarse en el primer semestre de 1996 respecto a los niveles observados a fines de 1994, destacan dos cosas; a saber: Primero, que el primer salto sucede en el mes de marzo de 1995, en el que la tasa de incumplimiento llega casi al 4%, para luego caer a niveles del 1,3% en el último trimestre del año. Es decir, aunque la crisis de los mercados financieros se hace evidente a fines de 1994, el impacto en el crédito se hace sentir tres meses después. Segundo, en el primer semestre de 1996, se produce una segunda oleada de incumplimientos, que es todavía mayor que la primera y en la que la tasa de incumplimiento llega hasta el 4,5% en los meses de abril y mayo de ese año. De ahí en adelante, la tasa de incumplimiento empieza a caer, aunque hay un fuerte repunte, hasta el

EVOLUCIÓN DEL VALOR EN RIESGO DE CRÉDITO, PROBABILIDADES Y CORRELACIONES DE INCUMPLIMIENTO PARA EL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO BAJO EL ESCENARIO DE ESTRÉS

GRÁFICO 6



3%, en el mes de diciembre. Nótese que en 1997 y 1999 hay pequeños repentes en la tasa de incumplimiento y, aunque coinciden con la crisis asiática y la crisis rusa, es difícil atribuir estos movimientos a dichos desequilibrios del mercado, o siguen siendo consecuencia de la crisis de 1994 a 1996.

Otro aspecto interesante, que se aprecia en el gráfico 5, es que no todos los sectores económicos reaccionaron de la misma manera ante la crisis. Así, los primeros en exhibir altas tasas de incumplimiento fueron los sectores agrícola, de comunicaciones y transportes e industrial. Los créditos comerciales y a la construcción fueron los últimos, mientras que el sector servicios tuvo tasas de incumplimiento altas a lo largo de los 18 meses que duró el período de estrés.

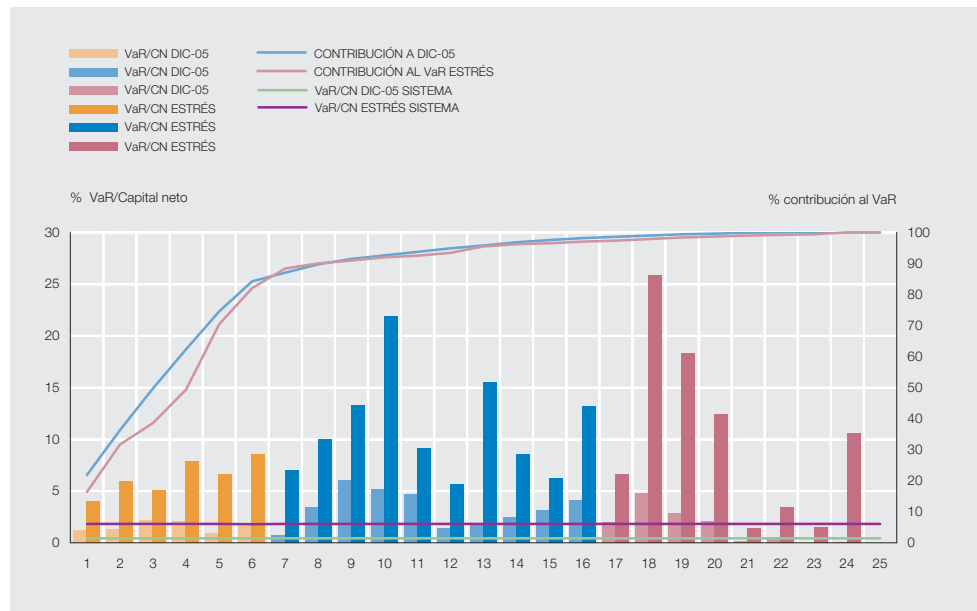
8.2 LA CONSTRUCCIÓN DEL ESCENARIO DE ESTRÉS Y LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA

Basado en lo anterior, el escenario de estrés construido usa como referencia la crisis de 1994 a 1996, y supone que las probabilidades de incumplimiento y sus correlaciones llegan a los niveles observados en ese período, por banco y por sector económico. Sobre las tasas de incumplimiento estresadas, se calculan probabilidades y correlaciones de incumplimiento, con lo cual se puede alimentar el modelo presentado en este artículo y obtener cifras de VaR estresado (para un nivel de confianza del 99%). El gráfico 6 muestra los resultados generales del ejercicio; a saber: La evolución de las probabilidades y correlaciones de incumplimiento durante un período de estrés de 30 meses, así como el VaR (descompuesto en pérdida esperada y no esperada) que se obtendría de variar en dichas proporciones estos parámetros.

Así, de repetirse un escenario semejante al de fines de diciembre de 1994, la probabilidad de incumplimiento estresada aumentaría, hasta alcanzar su punto más alto alrededor de 13 meses después de detonada la crisis, para luego caer durante año y medio, hasta empezar a recuperar valores semejantes a los existentes antes de la crisis. Resulta interesante lo que sucede con la correlación entre incumplimientos, que, al principio, crece rápidamente, hasta un primer máximo alrededor de cuatro meses después de iniciado el período de estrés; luego decrece hasta un punto mínimo en la mitad del período, y repunta nuevamente con una ligera

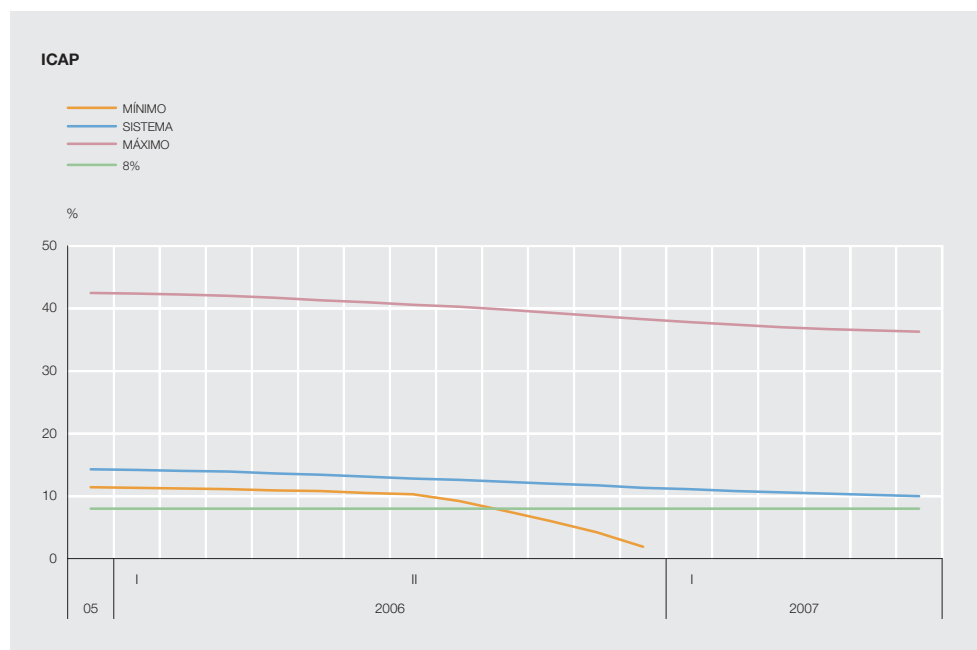
CONTRIBUCIÓN AL RIESGO DEL SISTEMA FINANCIERO DE LA CARTERA COMERCIAL POR BANCO BAJO EL ESCENARIO DE ESTRÉS

GRÁFICO 7



EVOLUCIÓN DEL ÍNDICE DE CAPITALIZACIÓN (ICAP) DE LA BANCA EN EL PERÍODO DE ESTRÉS

GRÁFICO 8

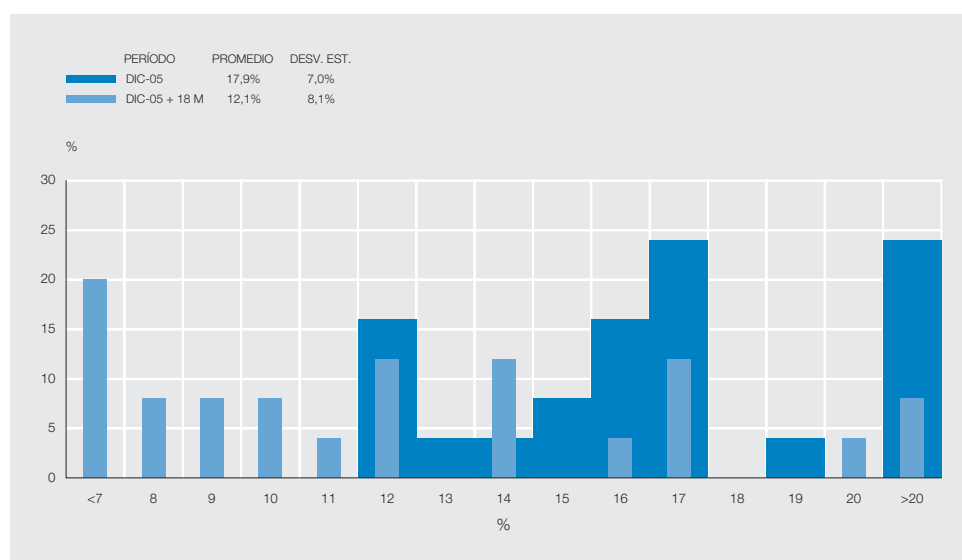


tendencia alcista hasta el final del período. Esto significa que el principal efecto de contagio de incumplimiento de deudores se da al inicio del período de crisis.

El gráfico 7 muestra la contribución al riesgo y una comparativa de VaR sobre capital neto (CN) para la cartera comercial de los niveles actuales respecto al escenario de estrés, para todos los bancos del sistema financiero mexicano. Los bancos se han ordenado en orden descendente de VaR, y las curvas cóncavas que aparecen en la parte superior del gráfico son una especie de curva de Lorenz, que indica el porcentaje de VaR acumulado en el sistema a medida que se van agregando los VaR consecutivos de cada banco. Así, por ejemplo, se aprecia que el VaR (de la cartera comercial) acumulado de los seis primeros bancos representa poco

HISTOGRAMA COMPARATIVO DE LA DISTRIBUCIÓN DEL ICAP EN EL PERÍODO DE ESTRÉS RESPECTO A LOS NIVELES ACTUALES

GRÁFICO 9



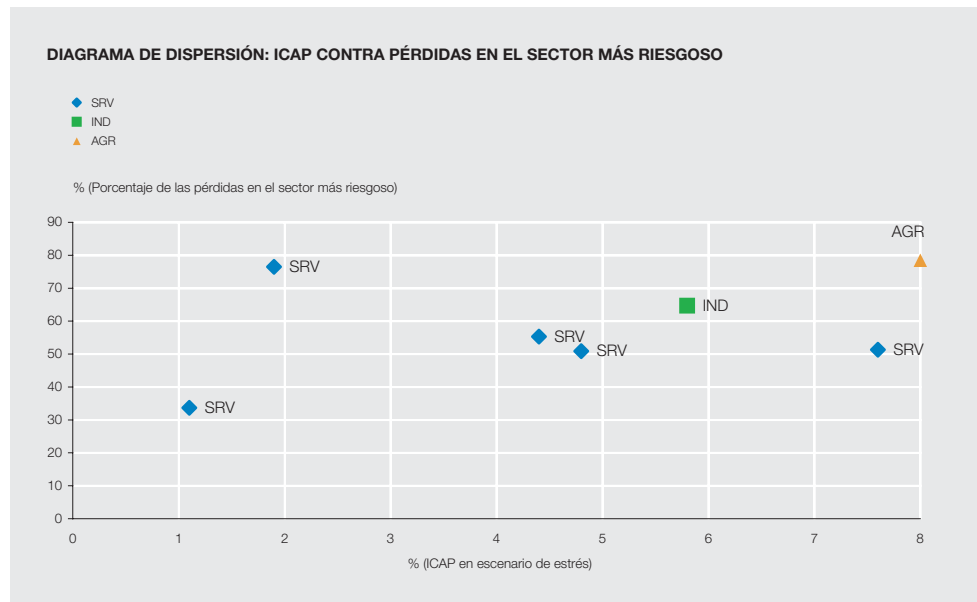
más del 90% del total del sistema, tanto en el escenario a diciembre de 2005 como en el escenario de estrés. Las barras verticales representan el VaR sobre capital neto individual de cada banco; por ejemplo: El banco que más contribuye al riesgo de crédito de la cartera comercial del sistema y cuyo VaR/CN a principios de año era aproximadamente del 1,5%, llegaría en el momento más crítico de la prueba de estrés hasta 4,7%. El banco 18.º en la lista sería el que más capital neto tendría en riesgo respecto a la medida de VaR, llegando a representar más del 25% en el punto más crítico del período de estrés. En el gráfico se aprecia que, ante el escenario de estrés, el promedio de VaR/CN del sistema aumentaría de, aproximadamente, el 1,4% hasta el 6,1% para la cartera comercial (líneas horizontales). Es interesante notar que la curva asociada al escenario de estrés está, en general, por debajo de la del escenario actual. Esto se debe a que aumenta la dispersión de la concentración del riesgo en los bancos que más contribuyen al riesgo del sistema (bancos medianos y pequeños).

En el gráfico 8 se muestra la evolución del índice de capitalización de la banca mexicana (ICAP) bajo el escenario de estrés. En la figura se aprecia tanto el comportamiento de la media del sistema, como los ICAP de los bancos cuyos índices serían el mayor y el menor, respectivamente, el último de los cuales cae por debajo del mínimo del 8% de Basilea aproximadamente en el mes decimoquinto del período de crisis. Este análisis se complementa en el gráfico 9, que representa un histograma del ICAP de la banca en el período de estrés, respecto a los niveles actuales. Llama la atención cómo aumenta la dispersión del 7% al 8,1%, en tanto que el valor medio del ICAP disminuye del 17,9% al 12,1%. Además, se aprecia que, mientras que todos los bancos presentan actualmente ICAP superiores al 12%, bajo el escenario de estrés, el 20% de los bancos tendría índices de capitalización inferiores al 8%, y esto solamente como consecuencia del deterioro de la cartera comercial.

Uno de los atributos más interesantes del modelo es el detalle de análisis que permite. Un ejemplo de esto se muestra en el gráfico 10, donde se presenta un análisis de concentración de riesgo por sector para los siete bancos que terminan con un índice de capitalización por debajo del 8% al final del escenario de estrés. En el gráfico se aprecia que, en relación con los siete bancos en esta situación, el principal segmento donde están concentrados cinco de ellos es el sector de servicios. Así, para el banco cuyo ICAP disminuiría hasta el 2% al concluir el período de estrés, sus pérdidas estarían concentradas en un 80% en el sector servicios

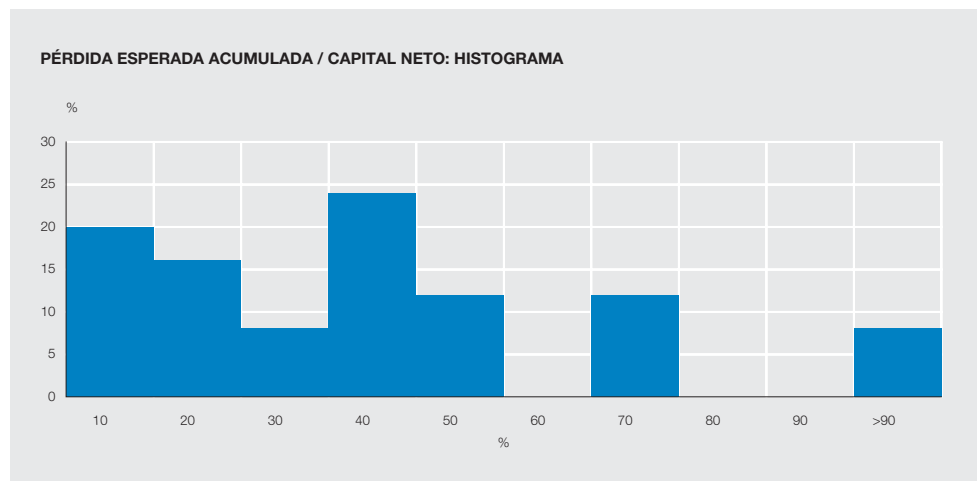
**ANÁLISIS DE LAS PÉRDIDAS POR CONCENTRACIÓN DE RIESGO
DE LOS SIETE BANCOS MÁS AFECTADOS EN EL ESCENARIO DE ESTRÉS**

GRÁFICO 10



**DISTRIBUCIÓN DE LA PÉRDIDA ESPERADA ACUMULADA
RESPECTO AL CAPITAL NETO**

GRÁFICO 11



(SRV). Análogamente, los bancos cuyos ICAP disminuirían hasta el 6% y el 8%, tendrían concentradas sus pérdidas en industria (IND), el primero, al 65%, y en agricultura (AGR), el segundo, al 80%.

Por último, se puede hacer un análisis de la pérdida esperada acumulada a lo largo del período de estrés. En el gráfico 11 se puede apreciar que aproximadamente el 30% de las instituciones bancarias acumularían pérdidas superiores al 50% de su capital neto e, incluso, el 8% de los bancos incurriría en pérdidas superiores al 90%.

**9 Comentarios finales
y conclusiones**

El ejercicio de estrés expuesto en la sección anterior pone de manifiesto el detalle analítico que se puede lograr con el modelo aquí presentado. Desde una medición del riesgo que representan individualmente los bancos y su contribución al riesgo del sistema en su conjunto, hasta la identificación de los segmentos más riesgosos, tanto en escenarios normales como en los de estrés. Además, como se vio en el apartado correspondiente, los resultados del modelo

son comparables a los que se obtendrían con cualquiera de los otros modelos de riesgo de crédito (con las salvedades indicadas en dicho apartado). Al ser los elementos de riesgo exógenos y explícitos, el modelo es particularmente útil para realizar ejercicios de estrés o análisis de riesgo de crédito bajo diferentes escenarios que reflejan cambios en las condiciones del entorno económico y financiero, siempre que se puedan especificar las correspondientes probabilidades y correlaciones de incumplimiento, así como las pérdidas en caso de incumplimiento asociadas con dichos escenarios.

BIBLIOGRAFÍA

- BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION (2004). *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. A Revised Framework*, Basilea.
- CONOVER, W. J. (1999). *Practical Nonparametric Statistics*, tercera edición, John Wiley & Sons.
- FELLER, W. (1971). *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, vol II, segunda edición, John Wiley & Sons.
- FINGER, C. (2003). «Comparaciones entre modelos de incumplimiento y de estados múltiples», en A. Elizondo (coord.), *Medición integral del riesgo de crédito*, capítulo 6, Ed. Limusa.
- GORDY, M. B. (2000). «A Comparative Anatomy of Credit Risk Models», *Journal of Banking and Finance*, 24, pp. 119-149.
- MÁRQUEZ DIEZ-CANEDO, J. (2002). «Capital Adequacy and Credit Risk in Bank Loan Portfolios: A default model that relates capital adequacy to credit risk, measures concentration, and obtains single obligor limits», *Economía, Società e Istituzioni*, 14.
- (2003). «Suficiencia de capital y riesgo de crédito», en A. Elizondo (coord.), *Medición Integral del Riesgo de Crédito*, capítulo 7, Ed. Limusa.
- (2005). «A simplified credit risk model for supervisory purposes in emerging markets», en *Investigating the relationship between the financial and real economy*, BIS papers n.º 22, pp. 328-360.
- WOOLDRIDGE, J. M. (2002). *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, primera edición, MIT Press.