Stoa
Vol. 14, no. 28, 2023, pp. 97-121
ISSN 2007-1868
DOI: https://doi.org/10.25009/st.2023.28.2737

FILOSOFÍA TRASCENDENTAL Y TEORÍA DE CATEGORÍAS: ¿PUEDE LA SÍNTESIS INTERPRETARSE COMO UN MORFISMO?

ARTURO ROMERO CONTRERAS
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
arturo.romerocon@correo.buap.mx

RESUMEN: En este texto nos interrogamos por la manera en que la teoría matemática de categorías exige y permite reformular el sujeto trascendental kantiano. Asumimos la tesis kantiana de que explicar la posibilidad de la matemática nos remite a una estructura subjetiva determinada. Pero no apelamos a la ciencia de su tiempo, sino a la nuestra, representada de manera emblemática por la teoría de categorías. Afirmamos entonces, de la mano de Kant y Fichte, que el problema fundamental de la filosofía trascendental es el de la síntesis, que ellos piensas como principio de identidad. Argumentamos que este principio no puede explicar la teoría de categorías, la cual ofrece un concepto más rico de relación en el término "morfismo". Finalmente probamos si el principio de identidad expresado como "A es A" y como "$A = A$" puede ser desplazado por uno más general: "$A \to A$".

PALABRAS CLAVE: teoría de categorías · filosofía trascendental · Kant · síntesis · Fichte

ABSTRACT: In this paper we discuss the implications of category theory in transcendental's philosophy concept of subject. We assume Kant's thesis that to explain the possibility of mathematics implies a determinate structure of subjectivity. But we consider here contemporary mathematics, especially category theory. We claim that, following Kant and Fichte, the fundamental problem of transcendental philosophy lies in explaining the concept of synthesis, thought classically as principle of identity. We argue that category theory offers a more nuanced and complex concept of relationship, which in turn could replace that of "syntesis". This concept is "morphism". We

Recibido el 1 de marzo de 2023
Aceptado el 3 de agosto de 2023

conclude by considering to which extent the principle of identity, expressed both as "A is A" and as "$A = A$", can be replaced by the more general expression: "$A \to A$".

KEYWORDS: category theory · transcendental philosophy · Kant · synthesis · Fichte

1. Kant, crítica, identidad, igualdad

La *Crítica de la razón pura* (que en adelante abreviamos como *Krv*, por sus siglas en alemán) nos ofrece una teoría de la experiencia. De la *estructura* de la experiencia, para ser más precisos. La estructura de la experiencia nos revela, al mismo tiempo, la *operación* de un sujeto en la producción del conocimiento. Ese sujeto será llamado un "yo". Por la Introducción de la *Krv* y los *Prolegómenos* sabemos que el escepticismo de Hume constituye la gran objeción, para Kant, a la filosofía racionalista, pues le niega toda certeza apodíctica. Y sabemos también que la física de Newton reserva una respuesta. La existencia de una ciencia pura de la naturaleza resulta inexplicable dentro del empirismo humeano. Pero la verdadera maravilla para Kant la constituyen las matemáticas. Ellas son la verdadera ciencia, pues logran sintetizar intuiciones y conceptos de manera pura.

La *Krv* es una obra que abarca muchos aspectos del saber y la experiencia, pero metodológicamente depende de una elucidación sobre la posibilidad de la matemática. El sujeto será visto, entonces, como aquella figura capaz de hacer matemáticas. Es, por tanto, crucial que se entienda el sentido de la matemática en Kant, pues de ello depende la comprensión de la obra. Kant mismo lo dice: la *Krv* entera está consagrada a responder la pregunta de cómo son posibles los juicios sintéticos a priori. Y el emblema de la ciencia que produce juicios sintéticos a priori es la matemática. La pregunta será entonces: ¿cómo debe estar constituido un sujeto para poder hacer matemáticas? Lo que exige, a su vez, saber qué son las matemáticas. Que la matemática resguarda una de las posibilidades más altas del espíritu humano está en el hecho de que para Kant ella cumple lo que la metafísica promete y no puede cumplir, a saber, *conocer* el mundo de manera pura. Pero si ella conoce, es porque tiene acceso a la sensibilidad (pura) y porque puede realizar una *síntesis* entre ella y los conceptos puros del entendimiento.

Ahora, toda síntesis significa cierta compatibilización entre lo mismo y lo otro, la identidad y la diferencia. Lo "mismo" no necesita sintetizarse con lo "mismo", pues hay una homogeneidad de base; y lo "mismo" y lo "diferente", si son completamente distintos, no pueden ser reunidos de ninguna manera. Para Kant la razón pura puede entenderse como la constante efectuación de síntesis en la intuición, la imaginación y el entendimiento. Pero todas ellas están sometidas a una síntesis suprema: la unidad trascendental de apercepción. En la *deducción de las categorías* de la *Krv* se dice lo siguiente: "El yo pienso debe poder acompañar todas mis representaciones; de otro modo se representaría algo en mí que no podría ser pensado, lo que equivale a decir que la representación o sería imposible o por lo menos no sería nada para mí (B 132/B158)". Dicha unidad implica siempre una *aprehensión* de la representación, la cual es triple, pues tiene lugar: a) en la sensibilidad [*Anschauung*] como modificaciones del espíritu [*Gemüt*], b) en la imaginación [*Einbildung*] como su reproducción y c) en el concepto como su reconocimiento [*Rekognition*].

Este *yo pienso* es una autorrelación que, sin embargo, no implica una autointuición o intuición intelectual. En la unidad sintética originaria de apercepción "soy consciente de mí mismo no tal como aparezco [*erscheine*] ante mí, ni como yo soy para mí mismo, sino sólo en cuanto que soy [*daß ich bin*] (B 157). Pero si esta frase no dice nada sobre qué sea el yo, es porque se limita a proveer una *forma lógica* que reúne las representaciones y las pone a disposición del yo mismo. Es una suerte de *espacio* donde podrán encontrarse las representaciones y donde podrán unirse en síntesis sucesivas. La unidad sintética de apercepción es "el punto más alto del cual dependen todo uso del entendimiento, incluso la totalidad de la lógica y, tras ella, la filosofía trascendental, pues esta facultad es el entendimiento mismo" (B 134). Pero ¿qué *forma* presenta dicha unidad de apercepción? La de la *identidad*. La unidad trascendental que aporta el yo se comprende como la conciencia de la identidad (formal) del sí mismo (A 108).

La forma de la identidad lógica la conocemos, aunque Kant no la mencione explícitamente y es la de: $A = A$. Pero Kant nos ha dicho que con la autoconciencia se afirma que "yo soy". Y si quisiéramos formular la identidad en términos predicativos diríamos algo como "yo soy yo". Pero ¿qué relación hay entre las proposiciones "yo soy", "yo soy yo" y "yo=yo"? ¿Son todas ellas analíticas? ¿Y se expresa en ellas el mismo sentido de identidad? Kant distingue entre juicios analíticos y sintéticos. Los juicios analíticos unen sujeto y predicado, afirma, por medio de la *identidad* (A7), mientras que los juicios sintéticos lo hacen sin ella. Todo juicio analítico es necesario, pero vacío. Todo juicio sintético agrega conocimiento, ensancha nuestro conocimiento del objeto, pero no posee necesidad alguna.

Ahora, cuando Kant habla de juicios también incluye ejemplos matemáticos que no se expresan en el lenguaje natural y que no tienen la relación sujeto-predicado, como la expresión "$7+5=12$" (B 205). Eso quiere decir que la forma general de la proposición puede expresarse tanto en un juicio del tipo "*S* es *P*", como en una igualdad matemática como "$x+y=z$". Lo mismo vale cuando hablamos del yo. Las siguientes dos formas parecen posibles para expresar la identidad: "yo soy yo" y "yo=yo".

Consideremos entonces esta fórmula: "yo=yo". Ella encierra algo lógico-matemático y algo filosófico a la vez. Filosóficamente, nos provee la estructura unificadora última de la experiencia. Pero esta expresión posee un elemento lógico (la identidad) y uno matemático, la igualdad capturada por el signo "=". Aclaremos el problema. Toda la *Krv* descansa en la unidad trascendental de apercepción. Dicha unidad la garantiza un yo. Y este yo tiene la estructura de la autoconciencia. Dicha autoconciencia se expresa en un juicio de identidad, es decir, analítico. Así, toda la *Krv* parece depender del principio lógico de la identidad. Pero ¿cómo puede depender una instancia sintética, de un principio meramente analítico?

Ahora, *stricto sensu*, la identidad del yo no debería ser ni lógica ni matemática, sino la condición de posibilidad de toda lógica y toda matemática. Sin embargo, no hay modo de expresar dicha identidad, más que con el lenguaje haciendo uso de la proposición "*S* es *P*", o con un símbolo matemático. Esta conexión entre predicación e igualdad la encontramos claramente reconocida en la *Grundlage der gesamten Wissenschaftslehre* de 1794 (en adelante *GWL*) de Fichte: " '*A* es *A*' (en tanto $A=A$, pues éste es el significado de la cópula lógica" (I 93).

Si consideramos exclusivamente la unidad trascendental de apercepción, que constituye la síntesis suprema, veremos que su función consiste en dar espacio a una multiplicidad de representaciones que, sin embargo, están a disposición de un mismo y único *yo*, el cual dispone de ellas para elaborar juicios. La adscripción de autoría o propiedad de las representaciones ("estas son *mis* representaciones") parece apuntar hacia lo que hoy entendemos como un conjunto simple, es decir, una colección de elementos sin estructura. Para toda representación ($\forall v$), se cumple que ésta pertenecería a un yo ($v \in Y$). Pero el conocimiento es esencialmente una *actividad* de enjuiciamiento, de establecimiento de relaciones que *estructuran* la experiencia. No debe confundirse entonces la función lógica, unificadora y pasiva del yo (como conjunto universo) con su función sintética y activa, donde los juicios no se agregan *desde* *fuera* a elementos últimos atómicos (las representaciones). Como yo formal pasivo es conjunto universo. Como yo formal activo es producción constante de *relaciones* que *estructuran* las representaciones de manera dinámica. Dicho de otro modo: la mera *pertenencia* no requiere actividad ni el surgimiento de nada *nuevo*. La síntesis judicativa, por el contrario, requiere actividad y su resultado no está asegurado por una regla fija. Pero este problema lo detecta y plantea Fichte con gran claridad. Es también Fichte quien hace de la *síntesis* el concepto central de la filosofía trascendental, así como quien equipara predicación e igualdad. A continuación, analizamos brevemente la posición de Fichte al respecto en la *GWL*. Ello nos permitirá comprender mejor el papel de la síntesis en la filosofía trascendental, así como sus limitaciones.

2. Fichte ante la relación planteada por Kant

El gran mérito de Fichte consiste en haber hecho de la relación el término central, la incógnita fundamental de la filosofía crítica. Mientras que para Kant la "*X*" de la filosofía es la cosa en sí, que, visto del lado subjetivo consiste solamente en la forma de un objeto en general, de "algo", para Fichte la "*X*" apunta a la relación misma: cópula, unidad, síntesis.

En la *GWL* Fichte da a conocer su "solución" al problema kantiano. El problema había sido planteado anteriormente por Reinhold y Jacobi. El primero había insistido en la necesidad de un primer principio que *unificara* el edificio kantiano, estructurado a partir de oposiciones, pero que resultaban insatisfactorias para ofrecer un sistema completo de la razón. Jacobi, por su parte, habría señalado la vacuidad del yo kantiano, al separarse de toda realidad en la fundamentación del conocer. Él habría puesto también de relieve el carácter problemático de la cosa en sí, sin la cual, según la famosa frase, no se podría entrar al sistema kantiano, pero con la cual, tampoco se podía permanecer en él. Así, la filosofía kantiana estaría incompleta por arriba (al faltar un primer principio unificador) y por abajo (al requerir la cosa en sí, prohibiendo al mismo tiempo cualquier conocimiento de ella en cuanto tal): En ambos casos Kant ofrecería una *teoría de la relación* insuficiente. Fichte aborda ambos problemas en los principios primero y segundo de la *GWL*, pero los subordina, tal que la relación del yo con el no-yo estará subordinado al principio llamado de identidad.[1]

[1] Schelling, por su parte, llevará la preocupación "fichteana" más lejos, buscando un primer principio no subjetivo, sino absoluto. Eso implicaría que el segundo principio, la relación del yo con el no-yo, debería tener el mismo rango que el primero, el de identidad subjetiva. Y la pregunta absoluta debería

Como hemos dicho, es Fichte quien señala el problema de la filosofía trascendental: explicar la función sintética del yo, que eventualmente nos llevará no a la *síntesis del conocimiento*, sino a la *síntesis de sí mismo* (o principio de autoproducción). Esto nos permitirá entender mejor lo que el propio Kant ha dicho de la autoconciencia, pero también del límite que Kant no desea traspasar. Adelantamos, pues, que Fichte presentará una filosofía de la síntesis (*Zusammenhang*, más que *Synthese*) capaz de ofrecer una salida a la problemática kantiana que, sin embargo, viola ciertos límites que el proyecto crítico había planteado inicialmente.

Fichte comienza anunciado lo que debe ser buscado: un primer principio (*erster Grundsatz*) que deberá brindar su fundamento al saber humano. El saber humano se realiza en la conciencia. La conciencia posee una estructura dual que reconoce dos términos: sujeto (el que piensa) y objeto (lo pensado). El primer principio es aquello que debe pensarse para que sea posible dicha relación. Los objetos de nuestro conocimiento pueden ser demostrados y determinados. Pero no el primer principio, pues éste hace posible toda prueba y toda determinación. Ningún saber empírico nos sirve. Tampoco está probada la legitimidad de la lógica. Sin embargo, la lógica ofrece el terreno más seguro que tenemos. Puesto que la reflexión es libre, se puede tomar una afirmación cualquiera que nos convenza para tratar de ascender hasta el primer principio. La lógica nos provee formas indubitables, evidentes. Si tomamos una de ellas y abstraemos todo lo particular, podremos llegar a su fundamento. Fichte elige la forma por excelencia de la lógica en la cual se expresa todo saber, que es la proposición, que toma como un “hecho de conciencia”.

Fichte afirma entonces: “Cualquiera acepta la proposición ‘A es A’ (en tanto que $A = A$, pues ese es el significado de cópula lógica)”. Se asume que de dicha proposición no cabe duda alguna, por lo que puede ser afirmada (*gesetzt*) sin mayores razones (*ohne allen weiteren Grund*) como verdadera e indubitable. Hemos avanzado desde el principio de este texto que no es evidente que “$A = A$” y “*A* es *A*” sean proposiciones intercambiables; que la cópula ejerza con el verbo “ser” la misma función que el signo matemático “=”. Está oculto lo que quiera decir lo mismo: si se refiere a lo idéntico, a lo igual, a lo análogo, a lo similar, etcétera. Pero volveremos sobre ello. Fichte sí distingue, en cambio, entre dos formas de proposición: “*A* es” y “*A* es *B*” (o “*A*

resolver la relación entre el principio de identidad, propio de la filosofía trascendental, y la relación yo y no-yo, vista desde el objeto, propio de una filosofía de la naturaleza. Pero, al menos en su obra temprana, la idea de vínculo se terminaría disolviendo en un archi primer principio de indiferencia.

es *A*"). La primera afirma la existencia de algo. La segunda, pone en relación un sujeto y un predicado. La primera es absoluta. La segunda, implica un *condicional*: "A es B" resulta verdadera *sí y sólo sí* A es verdadera. El nexo de la proposición "*A* es *B*" está subordinado a la forma condicional: "Si *A*, entonces *B*". Se atiende aquí a la forma, dice Fichte, no al contenido.

Pero esta forma lógica posee una *conexión necesaria* (*einen notwendigen Zusammenhang*) entre el sujeto y el predicado. Si *A*, *entonces, necesariamente B*. Fichte hereda aquí de Kant el problema fundamental filosófico de la *relación*. *Synthesis* (Kant) y *Zusammenhang* (Fichte) son los modos fundamentales de interpretar la relación entre términos últimos. Y recordemos que sujeto y objeto son los términos últimos que en la filosofía clásica alemana recopilan y sintetizan las oposiciones clásicas de la filosofía occidental: existencia-posibilidad, mente-cuerpo, idea-realidad, etcétera. Explicado el problema de la relación como vínculo deberá aclararse, retrospectivamente, la historia del pensamiento occidental.

La palabra *Zusammenhang* contiene el elemento "*zusammen*", es decir, en conjunto, y "*hang*" pender, lo que equivale tanto como a decir que algo pende en conjunto. En sentido literal podría decirse: "codepender". Sujeto y objeto "codependen". Todavía queda por resolver si *A* es el caso, si existe. Ahora, ya se cuenta con un resultado, a saber, que el vínculo o codependencia entre sujeto y objeto, que Fichte identifica con la incógnita de la filosofía, su "*X*", está en el yo y es puesta por el yo. Así, el yo no solamente *afirma A* y algo sobre *A*, *sino su conexión misma* [*Zusammenhang*]. Dicha conexión es afirmada "en el yo y por el yo", así, "*X* queda solamente en relación a una *A* posible; pero la *X* se afirma efectivamente [*wirklich*] en el yo". Pero si *X* el predicado es afirmado por el yo, al igual que la conexión sujeto-predicado, es decir, si ambos están en el yo y por el yo, ¿qué estatuto tiene *A* como sujeto de la oración? Fichte concluye que *A* existe en la conexión "*A* es *B*" solamente como afirmada por el yo y en la conexión que éste avanza: "Cuando *A* es afirmada [*gesetzt*] *en el yo*, entonces es *afirmada*, o bien, ella *es*".

Queda así eliminado el condicional de "*A* es *B*" será verdadera sí *A* lo es. En la proposición misma, en el terreno de la enunciación del yo de su saber, *A* vale por ser dicha, por ser afirmada, por jugar el papel de un sujeto que será unido a un predicado: "*A* es para un yo juzgador precisa y exclusivamente en virtud de su ser puesto [*Gesetzsein*] en el yo". De ahí se concluye, finalmente, la proposición fundamental: "se afirma que en el yo [. . .] existe algo, que es siempre igual [*gleich*], siempre uno [*Eins*] y precisamente el mismo [*ebendasselbe*], y la *X* puesta por antonomasia de puede expresar también así: "yo=yo", "yo soy yo". En esta proposición están en conexión necesaria el yo actividad (*Handlung*) y el yo pasivo (*Tat*). En los juicios sobre el mundo, un predicado sobre una cosa puede ser verdadera o falsa. Pero en el terreno del yo, donde el objeto no está en un territorio distinto al sujeto, la conexión exige necesariamente que el yo sea, que exista. Es decir, el yo es real para sí mismo en su actividad, él produce efectos sobre sí mismo. Conocer es conocerse. Pero conocerse, en tanto actividad, es producirse. Y la producción requiere es mínimo "desfase" entre lo activo y lo pasivo, el sujeto y el objeto, los cuales se reconcilian en un proceso de autorrelación.

Fichte resume su posición de la siguiente manera: "Aquello cuyo ser (esencia) consiste tan sólo en que se afirma como existente es el yo, como sujeto absoluto. En tanto que él se *afirma*, él es; y en cuanto que él es, se afirma; y el yo es para el yo absoluto y necesario. Aquello que no es para sí, no es un yo" (I, 97). Esto quiere decir que el yo es real para sí mismo en tanto atestigua su propia actividad. Y su actividad no es otra que la de afirmarse frente a sí. Sin embargo, esta relación consigo mismo, que parece estar *supuesta* en la filosofía trascendental kantiana, supone una relación *directa* del yo consigo mismo. Para Kant el yo no tiene acceso a sí mismo, pues se limita a ejecutar la función formal de unificación, que se aplica sobre las representaciones, no sobre sí mismo. Sin duda con ello Kant evita paradojas de autorreferencia, que trata directamente en la *Dialéctica trascendental*. Pero la cuestión no parece zanjada.

Hemos dicho que entre Kant y Fichte se juega una interpretación de la relación como síntesis. Las oposiciones clásicas de la filosofía se resuelven en esta idea de relación que debería articular, al mismo tiempo, identidad y diferencia. Pero tanto Kant como Fichte acuden a la lógica y a la matemática de su tiempo para dar forma a dicha síntesis, por más que, de derecho, sea la filosofía la que deba fundar lógica y matemática por igual. Lo que esto hace ver no es una circularidad del proceder filosófico, como dice Fichte, sino un dominio conceptual que no se encuentra todavía asignado con exclusividad a la filosofía, la lógica o la matemática. Es en este territorio de nadie donde se juegan las nociones de identidad, diferencia, igualdad, equivalencia, etc. Pero este *interregnum* permite también crear *puentes* entre filosofía, lógica y matemática, sin que uno esté comprometido a asumir el contexto completo de justificación. El uso de la matemática en filosofía es constante en la tradición que Kant llama metafísica (Descartes, Spinoza, Leibniz), de la cual se distancia al reclamar los derechos de la intuición. Es también esta proximidad la que justifica una sección como la doctrina trascendental del método, donde Kant se aboca a la tarea de distinguir entre el proceder matemático y el proceder filosófico.

Pero, como hemos dicho, la matemática entra por la puerta de atrás, de manera no consciente, porque es ella, junto con la lógica, la que provee los marcos argumentales para pensar relaciones básicas, como la identidad y la diferencia. Siguiendo el impulso trascendental kantiano por pensar una síntesis que imponga, por un lado, *límites* y, por el otro, posibilite en encuentro de lo heterogéneo, intentamos aquí esbozar la aportación de la matemática contemporánea a partir de la teoría de categorías. De lo que se trata no es de "aplicar" la matemática a la filosofía, o de resolver una cuestión filosófica por el recurso a la matemática. Se trata, más bien, de recobrar lo que hay de filosófico en la matemática contemporánea y que nos conduce a ese terreno movedizo donde filosofía, lógica y filosofía se encuentran. Una vez explorado el terreno de la teoría de categorías y lo que ella tiene qué decir sobre la síntesis, la igualdad, la identidad o la equivalencia, volveremos a Kant y a Fichte con una nueva luz. Finalmente probaremos si la idea categórica de morfismo puede reemplazar, absorber y desplazar tanto a la forma predicación, como a la forma de la igualdad. Si esta empresa tiene éxito, el primer principio deberá formularse así $A \to A$ (la dirección de la flecha no debe engañarnos respecto a la reciprocidad no visible entre los términos, y que resulta fácil de apreciar en la fórmula $A = A$).

Esta fórmula $A \to A$ deberá mostrar, al menos, qué tipos de relaciones puede establecer la A consigo misma y con algo otro, B. Pero deberá también aportar elementos para decidir si esta relación es inicio y final, si es autosuficiente o si más bien ésta debe inscribirse en una red más amplia de relaciones, que aquí caracterizamos con flechas.

3. La teoría de categorías como matemáticas conceptuales

Una de las definiciones contemporáneas más sugestivas de la matemática es la de ciencia que estudia los patrones (Devlin, 1994; Olivieri, 1997; Resnik, 1997): reales o imaginarios, visuales, mentales, estáticos, dinámicos, cualitativos, o cuantitativos, etc., dando así lugar a diferentes ramas de la matemática. Hardy expresa esta idea en una referencia ya clásica: "A mathematician, like a painter or a poet, is a maker of patterns. If his patterns are more permanent than theirs, it is because they are made with ideas." (2005, p. 15). Algunos ejemplos: aritmética y teoría de números → patrones numéricos y del contar; geometría *to* patrones de las formas; cálculo → patrones de movimiento; lógica → patrones de razonamiento; teoría de la probabilidad → patrones del azar; topología → patrones de proximidad y posición (Devlin, 2008, p. 293). Dichos patrones hacen surgir los objetos mismos de consideración matemática, aunque, por otro lado, aquellos pueden ser entendidos como aspectos de los objetos (Olivieri, 1997). Como sea, todo patrón expresa un modo de *relación*. Esta visión surge sin duda a partir del establecimiento de la matemática pura, y Poincaré (1914) lo expresa claramente con motivo del análisis de uno de sus representantes, Richard Dedkind: "Los matemáticos no estudian los objetos, sino las relaciones entre los objetos; les resulta indiferente el reemplazar estos objetos por otros, mientras que las relaciones no cambien. La materia no les importa, sólo la forma". Bien podríamos hablar así de relaciones numéricas, relaciones de forma, relaciones de movimiento, relaciones de razonamiento, etcétera. Como lo expresa también de manera afortunada Thomas: "La matemática, en su cambio de los algoritmos a la teoría, se desplazó de lo que podíamos hacer con los números al estudio de relaciones entre números, relaciones entre puntos, líneas y planos" (2008, p. 250). La relación puede entenderse tanto como un modo de it conexión entre elementos discretos, como un despliegue continuo y dinámico, donde lo que se conecta son sus momentos de manera suave.

La matemática no estaría en condiciones de dialogar con la filosofía si aquella no se hubiese vuelto radicalmente conceptual, rebasando lo que Kant pudo creer de ella, a saber, que trataba con objetos y no, fundamentalmente, con relaciones entre objetos, a partir de las cuales obtienen su definición. La matemática alcanza este nivel en cuanto repite el gesto de la filosofía: preguntarse por sus propios fundamentos. La así llamada crisis de los fundamentos del siglo XX estaba motivada por una pregunta urgente: ¿qué unifica el campo matemático? No se trataba ya de la identidad de un objeto, ni de un grupo de objetos, ni de una teoría o rama de la matemática, sino de la *totalidad de la disciplina*, con sus objetos y sus métodos de demostración. A esta pregunta respondió, en primer lugar, la teoría de conjuntos como teoría metamatemática. Ella tenía encomendada la tarea de ofrecer a las matemáticas un fundamento. ¿Qué significa aquí fundamento? Una teoría de elementos primitivos con los cuales *construir* la totalidad de los objetos de la matemática. En la teoría de conjuntos todo conjunto puro está compuesto de conjuntos puros. Como lo expresa con gran claridad Jean-Pierre-Marquis (2017, p. 138), eso significa *analíticamente*, que todo conjunto puede descomponerse hasta un primitivo, que es el conjunto vacío y, sintéticamente, que, comenzando con el conjunto vacío, un conjunto puro, es posible construir diferentes tipos de conjuntos a partir de diferentes operaciones bien conocidas. Pero esto contraviene lo que hemos dicho, a saber, que la matemática no se ocupa de objetos particulares y determinados, ni siquiera los conjuntos. La teoría de conjuntos permite siempre conocer exactamente de qué están compuestos todos los objetos matemáticos, que son entendidos como otros conjuntos, pero con alguna estructura adicional. Es decir, la teoría nos ofrece individuos ya constituidos y perfectamente bien definidos, es atómica. Esto significa, en primer lugar, que la estructura y relaciones que encontramos en diferentes objetos matemáticos es extrínseca a los átomos constituyentes. En segundo lugar, que siempre sabemos qué son los objetos, a saber: conjuntos. Las relaciones no definen a los objetos primitivos. Pero, como argumenta también Jean-Pierre Marquis, si todo objeto matemático es un conjunto, entonces debe de tener, en última instancia un conjunto puro en su base, pero la definición de un objeto matemático en términos estructurales busca, precisamente, evitar este "descenso" hasta componentes últimos: "los elementos y las propiedades del conjunto de base [*underlying set*] como algo específico y concreto son completamente irrelevantes" (Marquis, 2017, p. 140).

La teoría de categorías empata mejor con las caracterizaciones de la matemática como una ciencia de patrones y relaciones abstractas que no exigen la postulación de ningún tipo de objeto privilegiado, ningún individuo ya constituido ni a partir del cual pudiese obtenerse el universo de objetos matemáticos por construcción (no en el sentido kantiano). En ella las relaciones constituyen a los objetos, o, mejor, los objetos solamente se dejan apreciar a partir de relaciones donde ellos se expresan en y a través de otros objetos.

La teoría de categorías provee un acceso conceptual a las matemáticas (Lawvere y Schanuel, 2005). Pero ¿qué quiere decir aquí conceptual? La teoría de categorías es, en palabras de Marquis: "la arquitectónica de las matemáticas" (Marquis, 2006, p. 251), es decir, la teoría que hace accesible, matemáticamente, a la propia matemática; se trataría, por decirlo así de una autoexplicitación de la matemática a través de ella misma. Que la matemática se explique a sí misma quiere decir solamente, que ella se torna reflexiva. Es conceptual, porque es reflexiva. Reflexividad significa, a su vez, que una estructura solamente puede ser explicada por otra estructura. A nivel de la estructura más básica, la categoría, análogamente, un objeto solamente puede ser explicado por otro a partir de una relación.

Un ejemplo clásico de relación, que podemos ver sea como conexión entre dos entidades separadas o como un proceso, es la idea de función. En una función comenzamos con dos elementos: dominio y codominio, y establecemos una regla que nos permite asignar elementos de uno con elementos del otro. Es así como asignamos funciones que expliquen el desarrollo en un sistema en el tiempo en la ciencia natural. Pero podemos interpretar la relación $f{:}x \to y$, que aquí llamamos función, prescindiendo absolutamente de los números y de toda idea de medida o tamaño. En topología, por ejemplo, la flecha de la expresión utilizada no remite ya a una función, sino a una "deformación continua". Poincaré llama a esta relación homeomorfismo. El nombre deja ver cierto concepto de igualdad: ὅμοιος = igual. Pero la igualdad de la forma que aquí interesa es lo que se *conserva* en una variación. La topología es una rama matemática que considera el espacio de manera cualitativa a partir de relaciones no numéricas de cercanía y continuidad. En el diagrama podemos ver ejemplos de homeomorfismo o de equivalencia (o isomorfismo) topológico. Cada objeto de la extrema izquierda puede ser deformado continuamente en los objetos de la derecha, lo cual se indica con una flecha. Cada uno de los cuatro objetos es topológicamente el mismo.

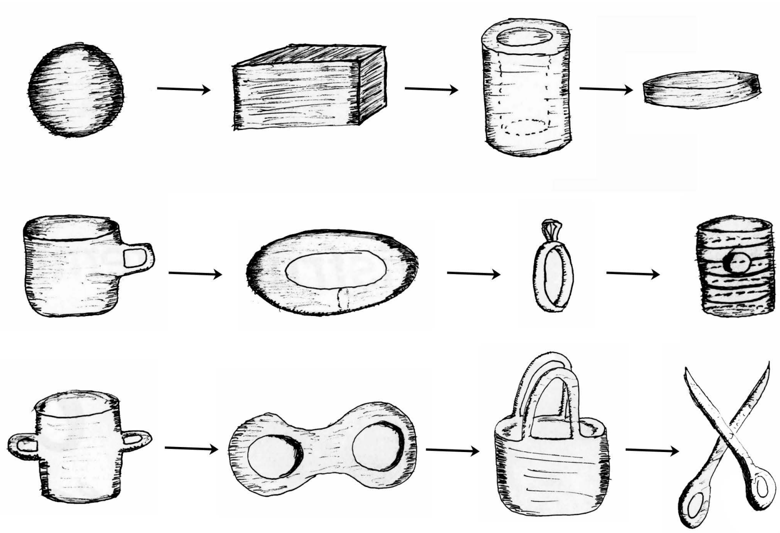

Figura 1.

El concepto de deformación continua expresa, entonces, la dimensión de cambio, la transformación, mientras que el "homo", del concepto de homeomorfismo, la invarianza. La teoría de categorías generaliza esta flecha que aparece como funciones, cuando hablamos de conjuntos, como deformaciones continuas, cuando hablamos de espacios topológicos, o de homomorfismo de grupo, cuando hablamos de la estructura algebraica grupo.

Volvamos al ejemplo de las funciones. En ellas asociábamos elementos de dos conjuntos por medio de una regla. Pero esta regla puede asociar los elementos de muchas maneras. Tenemos funciones donde la regla nos permite asociar elementos con una regla $1:1$. Esto se llama una función biyectiva. Sin embargo, la regla puede mandar dos elementos del primer conjunto, el dominio, a uno sólo del codominio, o bien, mandar cada elemento del domino a cada elemento del codominio dejando, sin embargo, elementos de este último sin una pareja en el dominio. En cada caso se cumple el hecho de que haya una función. En todos los casos se preserva estructura, pero este "preservar" puede adoptar diversos modos. En teoría de categorías se generalizan estas ideas más allá del campo de funciones.

En la siguiente tabla podemos ver la relación entre funciones (teoría de conjuntos) y morfismos (teoría de categorías).

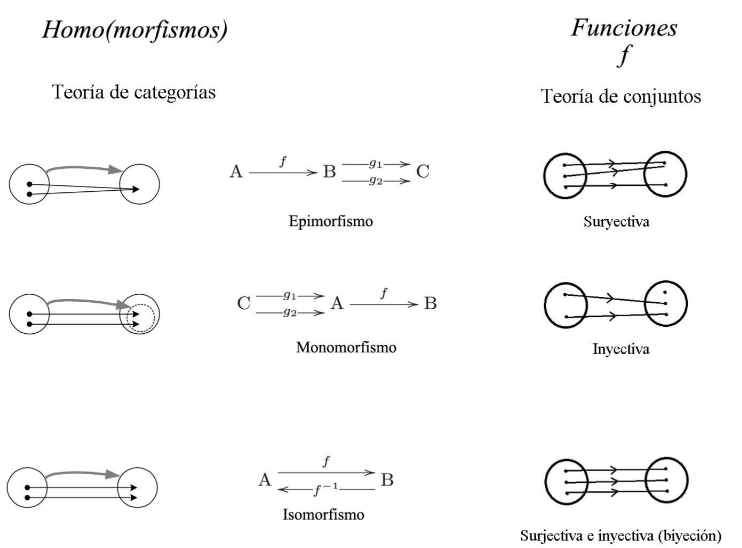

Figura 2.

En los tres casos podemos hablar de equivalencia. Demos un ejemplo. Cuando tomamos la superficie de una esfera ($\mathbb{R}^3$) y la proyectamos sobre un plano ($\mathbb{R}^2$), tenemos un ejemplo de *epimorfismo*. Esto es lo que hacemos al proyectar la superficie de la esfera, que constituye el planeta tierra, y la proyectamos sobre un plano (es así obtenemos el mapamundi). La esfera "vive" en un espacio de tres dimensiones y es más amplio que el del mapa. Cuando proyectamos la esfera en el plano necesariamente perdemos información. Ahí debemos decidir qué información deseamos conservar y qué conservar. [2]

Figura 3. T:$\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$.[3]

Entre los términos A y B, representados por círculos, existen diferentes modalidades de equivalencia. Ya arribaremos a ello pero para recordar la motivación pensemos solamente por un instante qué tipo de relación o relaciones puede o podría tener un yo consigo mismo. Repito, aquí podríamos pensar en morfismos que van de un objeto a sí mismo $A \to A$. El más simple será la identidad. Pero tenemos otros más ricos. Ahora, notamos también que las flechas tienen una dirección, es decir, que las relaciones están dirigidas. En el caso de un isomorfismo, el camino que lleva de A a B es el inverso del que nos lleva de B a A. Es posible "ir y regresar" sin pérdida. Pero no es el caso de los otros dos. En un epimorfismo perdemos información cuando pasamos de tres

[2] Schelling, por su parte, llevará la preocupación "fichteana" más lejos, buscando un primer principio no subjetivo, sino absoluto. Eso implicaría que el segundo principio, la relación del yo con el no-yo, debería tener el mismo rango que el primero, el de identidad subjetiva. Y la pregunta absoluta debería resolver la relación entre el principio de identidad, propio de la filosofía trascendental, y la relación yo y no-yo, vista desde el objeto, propio de una filosofía de la naturaleza. Pero, al menos en su obra temprana, la idea de vínculo se terminaría disolviendo en un archiprimer principio de indiferencia.

[3] Tomada del video: Dimensions - A walk through mathematics, capítulo 1, bajo licencia creative commons. Información: http://www.dimensions-math.org/Dim_CH1_E.htm. En Youtube: https://www.youtube.com/embed/zL3olJKXQo0?list=PLw2BeOjATqrsZAYGGJTbAWkhKEV7-C44nk.

a dos dimensiones. En el caso del monomorfismo, el sitio de llegada es más "amplio" que el de inicio. Ahí "ganamos" información.

4. Algunos elementos formales de la teoría de categorías

El concepto de morfismo nos coloca en el problema de establecer cuándo son dos cosas iguales (vid. Mazur, 2008). O mejor, se trata de pensar una teoría de la relación que admita la igualdad, la identidad y la equivalencia como tipos suyos. Un morfismo suele expresarse con una flecha: $\rightarrow$. La teoría de categorías constituye un lenguaje matemático donde pueden expresarse todos los objetos matemáticos a partir de sus relaciones con otros. Si llamamos a la construcción de objetos matemática, entonces la teoría de categorías es una metamatemática. Esta condición no se debe a ninguna superioridad. La teoría de categorías es la reflexión de la matemática frente a sí misma, el momento en el que ella filosofa haciendo matemáticas y hace matemáticas filosofando.

Intentemos presentar más formalmente algunas ideas básicas de la teoría de categorías. Las estructuras *mínimas* (no hay elementos últimos fuera de relaciones estructurales, como en la teoría de conjuntos) se llaman categorías. Están compuestas de *objetos* y *morfismos* (relaciones entre objetos). Ellas deben cumplir, además, ciertos axiomas, que son mínimos. Toda categoría consta de la siguiente información: objetos y morfismos (o mapeos) (Lawvere y Schanuel, 2005, p.21). En el siguiente diagrama podemos ver los objetos A, B y C, enlazados por los morfismos f, g y $g \circ h$.

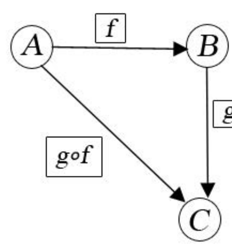

Figura 4.

1. Objetos

a. Formalmente, existe una clase de objetos (*ob*) de una categoría C: $ob(\mathscr{C})$

2. Mapeos

a. También llamados morfismos u homomorfismos, los mapeos constituyen las relaciones entre objetos. Existe una colección de homomorfismos de una categoría C —escrita: ${}_{\mathrm{hom}}\mathscr{C}$— que relacionan cada par de objetos en ella. Siendo A y B dos objetos en $\mathscr{C}$ ($A, B \in \mathscr{C}C$), el grupo de homeomorfismos entre A y B se denota: ${}_{\mathrm{hom}}\mathscr{A}(A,B)$.

b. Cada mapa o morfismo f posee un inicio y un destino, o, como en las funciones, un dominio y un codominio. En la expresión $A \to B$, A es el dominio y B, el codominio. Esta relación está dirigida, pues $A \to B$ no es necesariamente equivalente a $B \to A$.

c. Los mapeos se pueden denotar con una f o con una flecha:

$f\!:\!A \to B$ o $A \xrightarrow{f} B$

d. Existen dos mapeos fundamentales:

i. *Identidad* (i_A, id_A o 1_A): para cada objeto x en la categoría C existe un morfismo donde x opera como dominio y codominio a la vez:

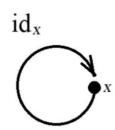

Figura 5. $1_x\!:\!x \to x$

ii. *Composición* ($\circ$): dados tres objetos A, B, C en $\mathscr{C}$ y dos morfismos: $f\!:\!A \to B$ y $g\!:\!B \to C$, entonces existe un morfismo $g \circ f\!:\!A \to C$.

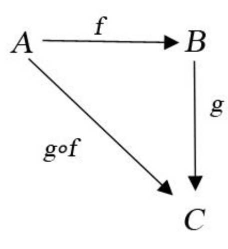

Figura 6.

Todo mapeo en una categoría debe cumplir, además, las siguientes reglas:

1. De *identidad*: la composición de un morfismo y la identidad de uno de sus términos es equivalente al morfismo. Si $fcolonA \rightarrow B$ entonces $\mathrm{id}B \circ f = f$ y $f \circ \mathrm{id}_A = f$:

Figura 7.

2. De *asociatividad*: es posible realizar la operación de composición en diferentes órdenes equivalentes, tal que resultan posibles diferentes *caminos* equivalentes. Si existen cuatro objetos A, B, C, D en $\mathscr{C}$ y tres funciones, f, g, h entre ellos: $f{:}A \rightarrow B$, $g{:}B \rightarrow C$ y $h{:}C \rightarrow D$, entonces: $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$.

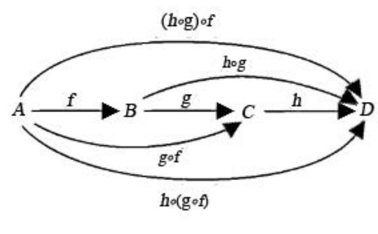

Figura 8.

Las flechas más simples conectan dos objetos, pero los conjuntos de flechas producen *trayectos* entre aquellos, lo que nos da la estructura de conectividad de la categoría.

Damos ahora un resumen de los puntos más relevantes del concepto de morfismo. Una flecha implica siempre una diferencia: el punto de inicio y de llegada. Una flecha puede componerse con otras flechas. Un conjunto de flechas puede constituir trayectos. Las categorías están estructuradas por trayectos. La relación más simple de un objeto consigo mismo es la identidad. Pero la identidad no engendra los otros tipos de relación. Por el contrario, la flecha es el elemento genérico, y puede ser simple (como la identidad) o complejo. La relación entre el mismo término ($A \to A$) o entre dos ($A \to B$) no cambia la estructura de la categoría: en ambos casos hay una diferencia mínima, que no puede remitir a la unidad simple y sin atributos. En todo momento hay estructura. Los morfismos no intentan asegurar identidad, sino *preservación* de estructura. En este sentido, una estructura no está sujeta a sí o no, preservación o no preservación, sino a grados. Pero estructura de una categoría está dada no a pesar, sino en y por el tránsito mismo. En otras palabras, la variación es el componente esencial del morfismo. La variación o transformación son esenciales a la constitución de la categoría. Las flechas tienen dirección. Eso quiere decir que no da lo mismo "ir" que "venir". Si combinamos la propiedad de dirección de las flechas y la existencia de diferentes tipos de equivalencia, entonces obtenemos la asimetría. En un epimorfismo no podemos regresar y recuperar la misma información de inicio. Un autorrelación puede ser temporal si se introduce un elemento de asimetría que da una dirección a la relación consigo mismo. Entre dos objetos A y B o entre un mismo objeto A y A puede existir una multitud de flechas. La flecha $A \to B$ puede incluir una multitud de ellas. De ese modo, A y B serán tan ricos como lo sean sus flechas. A y B pueden operar como puntos de una categoría, como los vértices de un grafo dirigido, pero ellos mismos pueden poseer estructura en sí mismos. Las relaciones más ricas se realizan entre estructuras y no entre puntos. Puesto que un objeto puede estar conectado con múltiples flechas queda establecido que él consiste en todas sus variaciones posibles. En otras palabras, un objeto no está dado por una descripción determinada, sino por una conexión con otro. Si posee varias conexiones, entonces él mismo consiste en una multitud de "perspectivas". Hay, entonces, una variedad "horizontal", expresada por movimiento de variación que lleva de un objeto a otro. Pero puede haber también una variedad "vertical" en la cual diferentes relaciones o "visiones" del mismo objeto conviven y se superponen.

La flecha crea entonces la diferencia entre el inicio y el final, un intervalo donde se decidirá una relación. En ella se convocan objetos que cumplan con esa regla de preservación de estructura en la variación. Es decir, que la flecha implica no sólo diferencia de inicio entre los relata, sino también un tipo especial de relación que los conecta. En esta relación un objeto se constituye por otro, o bien, expresa lo que es por su relación con otro. Pero esta relación no es necesariamente recíproca, puede existir asimetría. Además, pueden existir simultaneidad de relaciones que nos dan un objeto “caleidoscópico”, si se quiere. Finalmente, una categoría, que puede ser vista como un pequeño universo, está compuesta de objetos entrelazados por trayectos, que constituyen una estructura de conectividad. Hay algo irreducible en esta estructura de conectividad o, mejor dicho, la estructura no puede nunca ser reducida a elementos puntuales y solitarios, ni siquiera a la vacía autorrelación de la identidad, pues ella está siempre referida a objetos y los objetos sólo existen en relaciones.

5. De vuelta al idealismo trascendental

El idealismo alemán pudo ofrecer una interpretación filosófica e incluso especulativa de la lógica sobre la base de una naturalidad adquirida. La lógica, ligada al lenguaje natural y a una de sus formas más usuales y estables, la predicación, no parecía capaz de moverse ya. El modelo del razonar básico podía darse por firmemente establecido. Las matemáticas, en cambio, un terreno en explosión, suscitaron los más grandes debates. Se especulaba mucho sobre la matemática, pero no *con* la matemática. Por el contrario, se especulaba poco sobre la lógica, pero mucho con ella. Nuestra situación es más compleja. Primero, porque lo lógica no remite ya a un campo establecido y seguro que nos pudiese dar la clave de todo razonar adecuado. Existen lógicas. Clásicas, contraclásicas, no-clásicas. Lógicas de primer y segundo orden. Lógicas que incorporan condiciones temporales o que operan en el terreno del deber, como la deóntica. Las lógicas multivaluadas pueden avanzar modelos discretos (V,F,X) o continuos $(V----F)$ como la lógica de Lukasiweicz. Se puede suspender de manera regulada el principio de no contradicción o el de tercero excluido. La matemática se ha desarrollado en el último siglo de manera sorprendente. En cuanto a su unidad no tenemos tanto una selva de universos, como grandes teorías metamatemáticas que contienden por la comprensión de la matemática a nivel global. La teoría de conjuntos y la teoría de categorías ofrecen no sólo dos modos de fundamentar la matemática, sino dos modos de entender la fundamentación y, con ello, dos modos de comprender la matemática. La subjetividad trascendental no puede ya tomar como modelo a “la lógica” o a “la matemática” pues éstas no constituyen campos unificados. O, mejor, su unidad no puede realizarse en ningún modelo determinado, sino en un campo abstracto de relaciones que se especifican en cada sistema determinado o en ramas específicas de la matemática. El sujeto trascendental debe dar cuenta de este nuevo nivel de abstracción y de esta capacidad de establecer relaciones, pero no bajo tal o cual sistema de categorías o conceptos concreto, sino a partir de un sistema muy general donde los individuos y sus cualidades palidecen. Tenemos multitud de lógicas y de matemáticas, entrelazadas por medio de categorías muy abstractas donde incluso la diferencia entre lógica y matemática se difumina.

Lo que tenemos, entonces, son estructuras de estructuras, de estructuras mostrando la estructura de otras estructuras. Pero en este juego surgen patrones, relaciones complejas y no arbitrarias y todo un modo de ver el universo desde el punto de vista formal. Hemos querido seguir aquí una cierta inspiración de la filosofía clásica alemana, a saber, ofrecer una lectura filosófica de nuestros modos formales de comprender el mundo con un sujeto. Es evidente que ni "sujeto" ni "objeto" pueden ser empleados ya como de costumbre: ni como puntos, ni como par de opuestos, sino con espacios con su propio espesor y estructura. Pero es precisamente la rica producción lógico-matemática de los últimos cien años lo que nos coloca en posición de volver a interrogar las viejas cuestiones de la filosofía, especialmente la cuestión de la "relación" última.

Según intentamos mostrar, para Kant y para Fichte la noción central de la filosofía es la de síntesis. La síntesis, que Fichte entiende como co-depender (*Zusamennghang*) originario, atañe a dos términos o modalidades del ser: sujeto y objeto, pero solamente a un término que los engloba: el sujeto, que es llamado "yo". En él coinciden el lado objetivo y subjetivo y se entrelazan en la proposición de la identidad: "yo=yo". El "yo" es sintético en cuanto que ofrece la condición última de posibilidad de toda síntesis. Y ello, porque él se sintetiza a sí mismo, pero no es claro cómo la identidad formal puede cumplir esta tarea. Por otro lado, hacer del yo el objeto de sí mismo en una relación reflexiva absoluta elimina todo el problema de la síntesis, que consiste en relacionar lo heterogéneo. ¿Cómo es entonces el yo heterogeneidad consigo mismo y unidad sintética? ¿Y cómo entrelaza el yo la variedad ya no solamente de objetos, sino de modos de considerarlos?

El sujeto no puede unificarse directa y totalmente en tanto que no existe un modo en que él pueda recuperar la totalidad del campo matemático, no se diga el campo entero de las ciencias, a partir de unos cuantos principios. Él no constituye un campo homogéneo que pueda captarse a partir del principio de identidad. Pero un sujeto "dividido" en parcelas no es un sujeto. Él supone siempre y en todo momento, una estructura de conectividad, que es una estructura que lo relaciona consigo mismo a partir de sus "contenidos" o "representaciones". No existe, pues, una totalidad, si por ello se entiende un campo homogéneo o estructurado a partir de un único criterio. Hay, regiones. Ellas están interconectadas, constituyen el campo de la experiencia, pero no existe tampoco una regla que las interconecte a todas de manera simple o trivial. El sujeto opera como estructura de conectividad, pero no sólo de objetos sino, fundamentalmente, de *campos de objetos*, que aquí hemos comparado con las categorías. La matemática intenta producir su unidad a partir de flechas que permitan *transitar* de un dominio a otro. El sujeto mismo no puede entonces comprenderse sino como una constante actividad de traducción de y entre sus registros o ámbitos de experiencia.

Una de las ideas centrales del algebra y que recupera la teoría de categorías consiste en pensar el objeto, en cuanto en relación consigo mismo (endomorfismo), como un conjunto de *perspectivas simultáneas que mantienen una invariante*. El ejemplo del grupo de simetría es claro: un cuadrado, por ejemplo, está dado por todas las transformaciones (reflexiones y rotaciones) que preservan cierta estructura (invarianza).

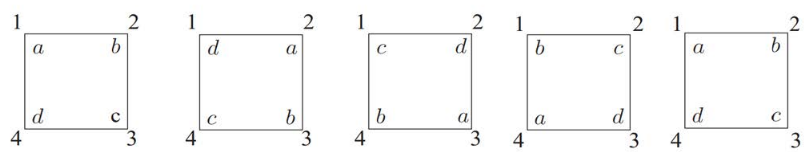

Figura 9.

La objetividad del cuadrado no está dada de antemano tal que sea indiferente a las transformaciones. Son las transformaciones las que dan al cuadrado su "ser". Así, un yo capaz de esta matemática no podría contentarse con "reunir" de manera indiferente las perspectivas del objeto, sino que debe producir la objetividad del objeto a partir de su variación y de la recolección (*interconexión*) de dichas variaciones. El sujeto, entonces, en cuanto alguien que ejecuta una acción sintética de estas perspectivas simultáneas del objeto, debe, él mismo efectuar variaciones de sí mismo y recolectarlas en una estructura.

Detengámonos en la idea de *variación*. El principio de identidad siempre devuelve lo mismo, el inicio y el final del morfismo giran, por decirlo así, en círculo estéril. Lo que este principio pretende asegurar, la relación del sujeto consigo mismo y con una totalidad de objetos, puede capturarse mejor con la idea de una flecha, que *incluye* la identidad de los objetos, pero que asegura, en un sentido más fundamental, una estructura rica de relaciones o de conectividad. Un sujeto definido a partir de flechas, es decir, a partir de morfismos que lo conectan consigo mismo de manera compleja exige que éste sea complejo. En la identidad el término idéntico a sí mismo constituye un punto en el espacio formal; en el mejor de los casos es un punto "desdoblado", que va de sí mismo a sí mismo. Este trayecto no agrega nada, tampoco asegura una red de relaciones más amplia, capaz de entrelazar representaciones. Se trata de camino *reversible*. El sujeto debería constituir, en sí mismo, un conjunto de miradas suyas sobre sí mismo. Miradas simultáneas que le arrojan diferentes relaciones o puntos de vista sobre sí mismo. Miradas que se encuentran entrelazadas, pero no bajo un único principio. Ahora, si el principio fundamental de la teoría de categorías consiste en la relación como transformación, entonces éste debería pensarse también como aquella invariante en y a través de sus transformaciones. Aclaremos, como ya lo hemos hecho más arriba, que la invarianza es un patrón en la variación.

Se ha dicho que el "giro copernicano" de Kant consiste más bien en un giro "ptolemaico", en tanto que las cosas deberán girar en torno al sujeto y no el sujeto en torno a ellas. El sol, como las cosas, son lanzadas a la periferia para colocar en el centro al sujeto y al planeta tierra. Sin embargo, debe pensarse en que lo esencial del giro copernicano consiste en decidir quién pone las preguntas. La naturaleza responde, pero sólo a lo que nosotros logramos formular como una pregunta. El modo de preguntar de la ciencia es la variación. En términos experimentales significa aislar variables y manipularlas para ver sus efectos. En términos formales, significa descubrir invariantes sobre la base de una variación. En ambos casos, hay un juego, una manipulación, una experimentación si se quiere, que da la base de toda contrastación. Al explicar un fenómeno no tenemos meramente el lado objetivo y el subjetivo. Tenemos un sujeto que varía algo del objeto y, guardando registro o memoria de todas las posiciones asignadas a aquel, establece lo cambiante y lo constante. Si queremos saber lo que pertenece a la cosa y lo que pertenece al sujeto en nuestro conocimiento, una correlación rígida y dual no deja lugar para averiguarlo. Es la variación del punto de vista subjetivo, de la perspectiva de la cosa, la comparación entre miradas y entre cosas, el contraste y la variación pues, lo que permite ir decidiendo lo subjetivo y lo objetivo (en sus diversos modos y grados) y lo que entendemos por semejante o desemejante.

Si una categoría no es nunca simple, no se compone de elementos, sino que ella es estructural de inicio, el sujeto debe serlo también. Él debe poseer una riqueza inicial, es decir, no puede ser puntual (ni vacío). De modo clásico, el principio de identidad es una flecha que tiene por inicio y fin el mismo objeto como punto. Pero en cuanto este punto se mira como un objeto complejo, entonces la relación consigo se vuelve sintética. Pensado en este sentido, el yo no puede ser concebido puntualmente, sino "extenso". Ahora, la riqueza de ese yo depende también de un carácter estructural de base. La simplicidad de la identidad no puede engendrar una estructura. En la teoría de categorías la identidad es uno de los morfismos que están incluidos en la estructura que se llama categoría y no al revés. Es decir, la identidad no puede producir una categoría. La categoría, como vimos, incluye el morfismo identidad, pero también otros posibles, así como las otras reglas, como composición, asociatividad, lo que incluye la posibilidad de varios elementos.

La profunda idea del idealismo alemán consiste en postular que todo pensar (algo) implica, necesariamente, una relación consigo mismo. Todo pensar es *pensarse*. Pero este pensarse se despliega como estructura de conectividad. El sujeto puede pensarse entonces no como una forma de la unidad, ni una estructura de *conexión* (a través de morfismos). Lo que importa con los morfismos es la estructura de conexidad y, en ello, la dirección de los enlaces, así como lo que se preserva y lo que se pierde en cada caso. Existen diferentes tipos de equivalencia: identidad, isomorfismo, epimorfismo, monomorfismo. Un sujeto capaz de pensar todas estas relaciones de alguna manera las despliega en sí mismo. Él es ese conjunto de morfismos que van de sí mismo a sí mismo no uno sólo. En otras palabras, el morfismo identidad debe convivir con otros más. Y no es aquel el que da estructura y orden a la estructura. Y puesto que aquí no hay sino estructuras y estructuras de estructuras, entonces queda claro por qué un sujeto se relaciona consigo mismo a partir de flechas que cubren a otras flechas.

La igualdad matemática y la identidad lógica resultan ser casos de una idea más amplia de relación. La relación del sujeto consigo mismo debería desplegarse entonces como una *multitud de flechas*, que podemos escribir con una sola por comodidad: Yo‘*to*Yo, a condición de que entendemos al yo como sujeto complejo, sintético y generador. Pero insistamos en el doble carácter de la flecha: "temporal", porque implica secuencia, proceso, irreversibilidad; y "espacial", porque la flecha puede componerse de otras flechas, porque cada objeto incluye una multitud de perspectivas gracias a la multitud de morfismos que lo enlazan con todos los otros objetos de una categoría. El yo se desplegaría entonces como simultaneidad de relaciones consigo mismo. Este punto es esencial, porque la identidad, tal como la piensa Kant a propósito de la unidad trascendental de apercepción busca asegurar la simultaneidad de las representaciones, pero no la simultaneidad de miradas. Está asumido que se mira de un único modo. La visión categórica del sujeto nos mostraría una subjetividad relativa a sí misma (autorrelación, donde la identidad es su *componente* más simple), diferente de sí, porque puede *relacionarse* consigo misma (toda relación exige, por lo menos, dos términos), pero de diferente manera (porque posee cierta estructura y no es un mero punto).

Hemos seguido un camino sinuoso, pero relativamente simple. Hemos repetido el argumento trascendental, según el cual un sujeto es, de algún modo, lo que hace. Él se define por las operaciones que realiza sobre un campo. Pero puesto que este campo es el de sus pensamientos y sensaciones, entonces no hace sino operar sobre sí mismo (aunque no sólo). Hemos querido mostrar que la definición de un objeto como conjunto de relaciones con otros nos permite pensar al yo precisamente como conjunto de relaciones consigo mismo, pero que no se agotan en la abstracta identidad. Hemos querido mostrar que este sujeto, al relacionarse consigo mismo, no se aprehende a sí mismo de manera total. Por el contrario, establece relaciones determinadas, con puntos de inicio y final. Ellos pueden implicar pérdida o ganancia en cuanto a lo que se preserva de estructura en el tránsito. Si esto es así, entonces el sujeto estará en una relación temporal consigo mismo, donde no hay reversibilidad, ni la integridad de su ser está asegurada. Este camino es más un programa que una prueba, en el sentido que se quiera. Sin embargo, es fiel a la pregunta trascendental, a saber, cómo debe ser una subjetividad tal que pueda ejecutar el tipo de matemáticas que existen realmente.

Referencias

Devlin, K. (1994), *Mathematics: The Science of Patterns. The Search for Order in Life, Mind, and the Universe*, Scientific American Library, Nueva York.

—— (2008), "What Will Count as Mathematics in 2100?", en B. Gold, y R. Simons (2008), pp. 291-312.

Fichte, G. (1956), *Grundlage der gesamenten Wissenschaftslehre (1794)*, (Philosophische Bibliothek. Band 246. Nachdruck auf der Grundlage der zweiten von Fritz Medicus herausgegebenen Auflage von 1922 mit einem Sachregister von Awin Diemer), Felix Meiner, Hamburg.

Gold, B. y Simons, R. (2008), *Proof and other Dilemmas. Mathematics and Philosophy*, The Mathematical Association of America, Washington.

Hardy, G. H. (2005), *A Mathematician's Apology*, University of Alberta Mathematical Sciences Society. Versión electrónica disponible en: http://www.math.ualberta.ca/mss/

Kant, I. (1956), *Kritik der Reinen Vernunft*, Unveränderter Neudruck der von Raymund Schmidt besorgten Ausgabe (nach der zweiten durchgesehenen Auflage von 1930), Philosophische Bibliothek, Band 37a, Felix Meiner, Hamburg.

Landry, E. (2017), *Categories for the Working Philosopher*, Oxford University Press, Oxford.

Lawvere, W. y Schanuel, S. (2005), *Conceptual mathematics. A First Introduction to Categories*, Cambridge University Press, Cambridge/Nueva York/Melbourne.

Marquis, J.-P. (2006). "What is Category Theory?", en G. Sica (2006), pp. 221-254.

—— (2017), "Unfolding FOLDS: A Foundational Framework for Abstract Mathematical Concepts", en E. Landry (2017), pp. 136-162.

Olivieri, G. (1997), "Mathematics. A Science of Patterns", *Synthese*, vol. 112, pp. 379-402.

Resnik, M. (1997), *Mathematics as a Science of Patterns*, Oxford University Press, Oxford.

Sica, G. (comp.) (2006), *What is Category Theory?*, Polimetrica International Scientific Publisher, Monza.

Thomas, R. S. D., (2008). "Extreme Science: Mathematics as the Science of Relations as Such", en B. Gold y R. Simons (2008), pp. 245-264.