



Universidad Nacional de Asunción
Facultad Politécnica

**Framework de ordenamiento
lexicográfico adaptativo de colores
RGB utilizando parámetros
estadísticos de los histogramas de
cada componente de color**

José Luis Vázquez Noguera

*Tesis presentada a la Facultad Politécnica, Universidad Nacional de Asunción,
como requisito para la obtención del Grado de Doctor en Ciencias de la
Computación.*

San Lorenzo - Paraguay
Agosto, 2018

Universidad Nacional de Asunción

Facultad Politécnica

**Framework de ordenamiento
lexicográfico adaptativo de colores
RGB utilizando parámetros
estadísticos de los histogramas de
cada componente de color**

José Luis Vázquez Noguera

Orientadores:

Prof. Horacio Andrés Legal Ayala, Dr.

Prof. Christian Emilio Schaerer Serra, D.Sc.

Prof. Jaques Facon, Dr.

*Tesis presentada a la Facultad Politécnica, Universidad Nacional de Asunción,
como requisito para la obtención del Grado de Doctor en Ciencias de la
Computación.*

San Lorenzo - Paraguay

Agosto, 2018

Vázquez Noguera, José Luis.

Framework de ordenamiento lexicográfico adaptativo de colores RGB utilizando parámetros estadísticos de los histogramas de cada componente de color/ José L. Vázquez N. Orientadores: Horacio Legal A., Christian E. Schaerer S. y Jacques Facon - - San Lorenzo : FPUNA, 2018.
i-xix; 99p; il:30cm.

Incluye bibliografía (CD)

Tesis Doctoral (Doctorado en Ciencias de la Computación). – UNA. Facultad Politécnica, 2018.

1. Orden lexicográfico. 2. Imágenes en color RGB. 3. Parámetros estadísticos. 4. Histogramas de cada componente de color.

SCDD 005.8

C174d.

Hoja de Aprobación de Tesis

**Framework de ordenamiento lexicográfico
adaptativo de colores RGB utilizando
parámetros estadísticos de los histogramas de
cada componente de color**

José Luis Vázquez Noguera

Tesis de Doctorado aprobada el 24 de Agosto de 2018 por los siguientes
miembros del Jurado de Defensa:

Prof. Dr. Miguel García Torres (UPO-España)

Prof. DSc. Sebastian Alberto Grillo (UAA)

Prof. Dr. Pedro Gardel Sotomayor (UCA-Campus Alto Paraná)

Prof. Dr. Diego Pinto Roa (FP-UNA)

Prof. Dr. Jacques Facon (UFES - Brasil), co-orientador

Prof. DSc. Christian Emilio Schaerer Serra (FP-UNA), co-orientador

Prof. Dr. Horacio Andrés Legal Ayala (FP-UNA), orientador

Prof. Dr. Horacio A. Legal Ayala

Coordinador Académico

Postgrado en Ciencias de la Computación

Facultad Politécnica

Universidad Nacional de Asunción

Prof. DSc. Christian Schaerer

Co-Orientador

*Dedicado a mi familia.
Son lo más importante en mi vida.*

Los amo.

José Luis

Agradecimientos

Agradezco profundamente a Dios. A mis tutores Christian Schaerer, y Jacques Facon por su colaboración en el trabajo. A mi supervisor y amigo, Horacio Legal Ayala, quién fue la persona que me invitó a ser parte del programa de Maestría y Doctorado en Ciencias de la Computación, con quien vengo trabajando durante muchos años. A Edith Falcon, quien siempre me estuvo motivando y alentando. A Diego Pinto, quien me ayudó en mi formación como tutor e investigador en la FP-UNA. A todos mis compañeros del NIDTEC, especialmente a Cristian Cappelletti, Pedro Céspedes, Claudio Barua, Daniel Romero, Santiago Gómez, José Colbes, Rolando Cuevas, Diego Stalder, Rocío Botta, Edgar Godoy, Luis G. Moré, Juan Carlos Cabral, Cristina Parra, Enrique Dávalos, Pastor Perez, Marcos Villagra, Cynthia Villalba, Hyun Ho y Pedro Torres. Con la mayoría de ellos tuve la oportunidad de trabajar y aprender bastante. A mis colegas y amigos, Pedro Gardel, Luis Salgueiro y Laura González, por sus sabios consejos. A Juan Cáceres, Sebastian Grillo, Fabio Lopez y Miguel García por colaborar muchísimo en la presentación del trabajo. A Viviana Jiménez y Mario Monges por acordarse de mi e invitarme a trabajar en investigación. A mis alumnos de trabajo final de grado, y de Maestría que me ayudaron a formarme como tutor de tesis, y aumentar mis conocimientos en mi área de investigación. Un agradecimiento especial a Julio Mello, por ayudarme en esta recta final del Doctorado.

Agradezco al CONACYT por la beca otorgada.

José Luis.

Framework de ordenamiento lexicográfico adaptativo de colores RGB utilizando parámetros estadísticos de los histogramas de cada componente de color

Autor: José Luis Vázquez Noguera

Orientadores:

Prof. Dr. Horacio Legal Ayala.

Prof. DSc. Christian E. Schaerer Serra.

Prof. Dr. Jacques Facon.

Resumen

El ordenamiento lexicográfico es una técnica popular en el filtrado de imágenes. El mismo no se puede aplicar directamente para ordenar colores en imágenes en color RGB, debido a que cada color tiene una importancia similar y un orden no puede definirse de manera trivial *a priori*. En este trabajo se propone un framework de ordenamiento lexicográfico adaptativo para imágenes en color RGB, donde un pixel de color se transforma en un número real. La transformación es el resultado de la ponderación mediante parámetros estadísticos de los histogramas de cada componente de color y se utiliza como el componente principal para la comparación de colores. Este enfoque busca evitar la arbitrariedad, ya que el orden de las prioridades del componente de color se define por la información extraída de la imagen misma. El enfoque propuesto se probó en aplicaciones de reducción de ruido y mejora de contraste. En la reducción de ruido, el framework se compara con las técnicas clásicas de ordenamiento en imágenes con diferentes niveles de ruido. Los resultados muestran que la propuesta superó a los demás métodos, especialmente en aquellos escenarios con niveles de ruido más altos al aplicar el filtro mediana. En la mejora de contraste, se utilizan dos estrategias basadas en morfología matemática. El framework superó al orden lexicográfico clásico con menos distorsión de la imagen.

Palabras clave: Orden lexicográfico; Imágenes en color RGB; Parámetros estadísticos; Histogramas de cada componente de color.

Adaptive RGB color lexicographical ordering framework using statistical parameters from the color component histogram

Author: José Luis Vázquez Noguera

Advisors:

Prof. Dr. Horacio Legal Ayala.

Prof. DSc. Christian E. Schaerer Serra.

Prof. Dr. Jacques Facon.

Summary

In image filtering, the lexicographical order is a popular technique that cannot be directly applied for ordering colors in RGB color images. This is due to the fact that each color has similar importance and an order can not be defined trivially *a priori*. This work proposes an adaptive color lexicographical ordering framework for RGB color images, where a color pixel is transformed to a real number. This transformation is weighted by statistical parameters from each color component histogram and used as the main component for color comparison. The approach seeks to avoid the arbitrariness, since the order of the color component priorities is defined by the information extracted from the image itself. The proposed approach was tested in noise reduction and in contrast enhancement applications. In noise reduction, the framework is compared with classical ordering techniques on images with different levels of noise. Results show that the proposal outperformed the state-of-the art methods, specially in those scenarios with higher noise levels when applying the median filter. In contrast enhancement, two strategies based on mathematical morphology are used. The framework outperformed the classical lexicographical order with less distortion of the image.

Keywords: Lexicographical order; RGB color images; Statistical parameters; Each color component histogram.

Apéndice General

| | |
|--|------------|
| Lista de Figuras | xi |
| Lista de Tablas | xii |
| Lista de Abreviaciones | xiv |
| Lista de Símbolos | xv |
| 1 Introducción | 1 |
| 1.1 Objetivos | 4 |
| 1.1.1 Objetivo General | 4 |
| 1.1.2 Objetivos específicos | 4 |
| 1.2 Estructura de la tesis | 5 |
| 2 Framework de ordenamiento | 6 |
| 2.1 Estrategias de partición de dominio | 12 |
| 2.1.1 Primera estrategia: partición basada en el vecindario del píxel | 12 |
| 2.1.2 Segunda estrategia: dividir la imagen en subregiones | 12 |
| 2.2 Morfología matemática | 14 |
| 2.3 Resumen | 16 |
| 3 Aplicaciones | 17 |
| 3.1 Reducción de ruido | 19 |
| 3.2 Mejora de contraste | 20 |
| 3.2.1 Mejora de contraste local | 22 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3.2.2 | Mejora de contraste utilizando morfología matemática multiescala | 22 |
| 3.2.3 | Primera etapa | 24 |
| 3.2.4 | Segunda etapa | 25 |
| 3.2.5 | Tercera etapa | 26 |
| 3.2.6 | Etapas final | 26 |
| 3.3 | Resumen | 27 |
| 4 | Resultados Experimentales | 29 |
| 4.1 | Reducción de ruido | 29 |
| 4.1.1 | Análisis del tamaño de la ventana del filtro | 31 |
| 4.1.2 | Análisis de número de subregiones y de tamaño de ventana en el framework | 32 |
| 4.1.3 | Comparación de los métodos de ordenamiento | 33 |
| 4.1.4 | Ranking de los métodos de ordenamiento | 35 |
| 4.2 | Mejora de contraste | 37 |
| 4.2.1 | Métricas de evaluación | 37 |
| 4.2.1.1 | Factor de mejora del color (CEF) | 37 |
| 4.2.1.2 | Relación de mejora de contraste (<i>CIR</i>) | 38 |
| 4.2.2 | Resultados del método de mejora de contraste local | 38 |
| 4.2.3 | Resultados del método de mejora de contraste utilizando morfología matemática multiescala | 40 |
| 5 | Conclusiones y trabajos futuros | 44 |
| 5.1 | Conclusiones | 44 |
| 5.2 | Trabajos futuros | 45 |
| A | Resultados del método de mejora de contraste local | 52 |
| B | Publicaciones y presentaciones de trabajos en Conferencias Internacionales | 59 |
| B.0.1 | Publicaciones Relacionadas a esta Tesis | 59 |
| B.0.2 | Publicaciones no Relacionadas a esta Tesis | 60 |
| B.0.2.1 | Revistas Científicas | 60 |

| | |
|---|----|
| B.0.3 Presentaciones en Conferencias Internacionales de trabajos donde se utiliza el método de ordenamiento propuesto | 61 |
|---|----|

Lista de Figuras

| | | |
|-----|--|----|
| 2.1 | Imagen en color de <i>Lenna</i> , en la que cada píxel posee un valor (r, g, b) | 7 |
| 2.2 | Vecindario B de tamaño 3×3 centrado en el píxel (x, y) | 13 |
| 2.3 | Dominio cuando la ventana está en contacto con una subregión. | 13 |
| 2.4 | Dominio cuando la ventana está en contacto con más de una subregión. | 14 |
| 2.5 | Ejemplo de la aplicación del operador dilatación a una imagen sintética en color. | 16 |
| 3.1 | Imagen con diferentes tipos de ruido. | 20 |
| 3.2 | Resultados de la aplicación de diferentes filtros. La imagen fue dividida en 5×5 sub-regiones. | 21 |
| 3.3 | Resultado visual de la aplicación de la mejora de contraste | 23 |
| 3.4 | Elementos estructurantes en escalas múltiples. | 23 |
| 3.5 | Resultados de la aplicación de mejora de contraste. Elemento estructurante inicial 3×3 y dominio W_0 | 27 |
| 4.1 | Ruido gaussiano. MAE promedio de 1700 imágenes (100×17) por tamaño de ventana. Métodos propuestos en la literatura. | 32 |
| 4.2 | Ruido speckle. MAE promedio de 1700 imágenes (100×17) por tamaño de ventana. Métodos propuestos en la literatura. | 32 |
| 4.3 | Ruido gaussiano. MAE promedio de 1700 imágenes por partición de dominio. Framework. | 33 |
| 4.4 | Ruido speckle. MAE promedio de 1700 imágenes por partición de dominio. Framework. | 34 |

| | | |
|------|---|----|
| 4.5 | Ruido gaussiano. MAE promedio de las 100 imágenes por σ^2 . Mejores configuraciones por método de ordenamiento. | 35 |
| 4.6 | Ruido speckle. MAE promedio de las 100 imágenes por σ^2 . Mejores configuraciones por método de ordenamiento. | 35 |
| 4.7 | Ruido gaussiano. Ranking. | 36 |
| 4.8 | Ruido speckle. Ranking. | 36 |
| 4.9 | Resultados de la aplicación de mejora de contraste. Elemento estructurante 7×7 y dominio $W0$ | 41 |
| 4.10 | Resultados de la aplicación de mejora de contraste. Elemento estructurante inicial 3×3 y dominio $W0$ | 43 |

Lista de Tablas

| | | |
|-----|--|----|
| 4.1 | CEF. Mejores resultados promedios | 39 |
| 4.2 | CIR. Mejores resultados promedios. | 40 |
| 4.3 | CEF. Mejores resultados promedios. Experimento 1 | 42 |
| 4.4 | CIR. Mejores resultados promedios. Experimento 1 | 42 |
| A.1 | CEF. Elemento estructurante 3×3 | 53 |
| A.2 | CEF. Elemento estructurante 5×5 | 54 |
| A.3 | CEF. Elemento estructurante 7×7 | 55 |
| A.4 | CIR. Elemento estructurante 3×3 | 56 |
| A.5 | CIR. Elemento estructurante 5×5 | 57 |
| A.6 | CIR. Elemento estructurante 7×7 | 58 |

Lista de Abreviaciones

| | |
|---------------|---------------------------------|
| <i>RGB</i> | <i>Espacio de color RGB.</i> |
| <i>HSI</i> | <i>Espacio de color HSI.</i> |
| <i>HSV</i> | <i>Espacio de color HSV.</i> |
| <i>CMYK</i> | <i>Espacio de color CMYK.</i> |
| <i>L*a*b*</i> | <i>Espacio de color L*a*b*.</i> |
| <i>CIELAB</i> | <i>Espacio de color CIELAB.</i> |
| <i>MM</i> | <i>Morfología Matemática.</i> |

Lista de Símbolos

| | |
|---|---|
| f | Imagen en color. |
| \mathbb{Z} | Conjunto de números enteros. |
| (x, y) | Coordenada espacial que representa un píxel de la imagen. |
| $f(x, y)$ | Color del píxel (x, y) en f . |
| R | Componente de color rojo de una imagen RGB. |
| G | Componente de color verde de una imagen RGB. |
| B | Componente de color azul de una imagen RGB. |
| r | Nivel de intensidad en el componente de color R. |
| g | Nivel de intensidad en el componente de color G. |
| b | Nivel de intensidad en el componente de color B. |
| k | Cantidad de bits. |
| Ω | Conjunto de colores. |
| \mathcal{R} | Relación binaria. |
| $\mathbf{v}, \mathbf{v}', \mathbf{v}''$ | Colores RGB. |
| $\hat{\mathcal{R}}$ | Relación binaria propuesta. |
| \mathbb{R} | Conjunto de números reales. |

| | |
|------------------------------------|--|
| \mathcal{T} | Transformación de reducción de color. |
| ψ | Vector de pesos. |
| $\langle \mathbf{v}, \psi \rangle$ | Producto interno entre el color \mathbf{v} y el vector de pesos ψ . |
| j | j -ésimo componente de color. |
| \mathcal{D} | Dominio. |
| \mathcal{D}_m | Subdominio m de \mathcal{D} . |
| f_j | j -ésimo componente de color de f . |
| i | i -ésimo nivel de intensidad en el rango $\{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$. |
| n_i | Número de píxeles cuyo nivel de intensidad es i . |
| $h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}$ | Histograma del j -ésimo componente de color de f en \mathcal{D}_m . |
| $\mathcal{T}(\mathbf{v})$ | Reducción del color \mathbf{v} usando \mathcal{T} . |
| $\mathcal{T}(\mathbf{v}')$ | Reducción del color \mathbf{v}' usando \mathcal{T} . |
| F | Filtro. |
| g | Imagen en color filtrada. |
| $g(x, y)$ | Color del píxel de (x, y) en g . |
| B | Ventana o elemento estructurante. |
| λ | Total de subregiones en las que es dividida la imagen. |
| W_l | Subregión l . |
| ε | Erosión. |
| δ | Dilatación. |
| $\varepsilon(f, B)$ | Erosión de la imagen f por un elemento estructurante B . |
| (s, t) | Coordenada espacial del elemento estructurante. |

| | |
|-----------------|--|
| $\delta(f, B)$ | Dilatación de la imagen f por un elemento estructurante B . |
| \circ | Apertura de la imagen. |
| \bullet | Cierre de la imagen. |
| $f \circ B$ | Apertura de la imagen f por un elemento estructurante B . |
| $f \bullet B$ | Cierre de la imagen f por un elemento estructurante B . |
| f' | Imagen en color contaminada con ruido. |
| η | Vector de variables aleatorias. |
| η_l | Componente l de η . |
| μ | Promedio de una distribución de probabilidad. |
| σ^2 | Varianza de una distribución de probabilidad. |
| TH | Transformada top-hat. |
| BH | Transformada bottom-hat. |
| $TH(f)$ | Transformada top-hat de f . |
| $BH(f)$ | Transformada bottom-hat de f . |
| f_E | Imagen resultante con mejora de contraste. |
| β | Factor de contraste. |
| K | Número de iteraciones. |
| $TH(f)_l$ | l -escalas de brillo que se extrae de la imagen f . |
| $BH(f)_l$ | l -escalas de oscuridad que se extrae de la imagen f . |
| $TH(f)_{l-1}^S$ | $(l - 1)$ -diferencias en cascada de las escalas de brillo de f . |
| $BH(f)_{l-1}^S$ | $(l - 1)$ -diferencias en cascada de las escalas de oscuridad de f . |
| $TH(f)_M$ | Valor máximo de las escalas de brillos de f . |

| | |
|-----------------|---|
| $BH(f)_M$ | Valor máximo de las escalas de oscuridad de f . |
| $TH(f)_M^S$ | Valor máximo de las escalas de diferencias de brillo de f . |
| $BH(f)_M^S$ | Valor máximo de las escalas de diferencias de oscuridad de f . |
| d | Diferencia absoluta. |
| g_j | j -ésimo componente de color de g . |
| $d(f_j, g_j)$ | Diferencia absoluta entre f_j y g_j . |
| $[f(x, y)]_j$ | Nivel intensidad de (x, y) del componente de color j en f . |
| $[g(x, y)]_j$ | Nivel intensidad de (x, y) del componente de color j en g . |
| MAE | Función de error absoluto medio. |
| $MAE(f, g)$ | MAE entre f y g . |
| CM | Nivel del color. |
| $CM(f)$ | CM de f . |
| CEF | Factor de mejora del color. |
| $CEF(f, f_E)$ | CEF entre f y f_E . |
| γ | Diferencia entre los componentes f_1 y f_2 de una imagen f . |
| β | Diferencia entre un medio de $(f_1 + f_2)$ y f_3 de una imagen f . |
| σ_γ | Desviación estándar de γ . |
| σ_β | Desviación estándar de β . |
| μ_γ | Media aritmética de γ . |
| μ_β | Media aritmética de β . |
| c | Contraste local. |
| $c(x, y)_{f_j}$ | Contraste local (c) para el componente de color f_j en (x, y) . |

| | |
|---------------------------|--|
| ρ | Intensidad del pixel central dentro de una ventana de 3×3 . |
| a | Intensidad promedio de los vecinos de ρ . |
| CIR_{f_j} | Medida de rendimiento de contraste local en f_j . |
| $CIR_{f_j}(c, \check{c})$ | Relación entre CIR_{f_j} de c y \check{c} . |
| CIR | Medida de rendimiento de contraste local en una imagen. |
| $CIR(f)$ | CIR de f . |

Capítulo 1

Introducción

La gestión de imágenes digitales se ha convertido en un área de interés en diferentes disciplinas, como la medicina, la astronomía, etc. Debido a esto, el procesamiento de imágenes ha surgido como un tema de interés para obtener información de las imágenes digitales. El color es probablemente la información más importante de todos los elementos visuales, porque es el estímulo más rápido que llega al cerebro y afecta el sistema nervioso central de las personas [Livingstone y Hubel, 1988].

En el procesamiento de imágenes, el espacio de color es un modelo con una estructura matemática, de modo que el color y las características asociadas a él (saturación, luminosidad, etc.) pueden representarse mediante tuplas de números como, por ejemplo, los espacios de color *RGB*, *CMYK* y *HSI*. En la literatura se han propuesto diferentes espacios de color con diferentes propiedades. Algunos de los espacios de color más usados son *L*a*b** [Hanbury et al., 2001], *HSL* [Hanbury y Serra, 2001a], *CIELAB* [Hanbury y Serra, 2002], *HSI* [Tobar et al., 2007], *HSV* [Lei et al., 2013], y el espacio de color *RGB* [Zaharescu et al., 2003, Gao y Hu, 2013, Wang y Yan, 2012]. Sin embargo, ordenar colores es un problema no trivial, y es necesario en muchos procedimientos matemáticos bien conocidos de procesamiento de imágenes [Aptoula y Lefevre, 2007a].

En particular, la morfología matemática en color requiere el ordenamiento de los colores para definir sus operaciones básicas y extender todas las demás operaciones. La morfología matemática (*MM*) es un en-

foque matemático para muchas aplicaciones de procesamiento de imágenes, como el filtrado, la reducción de ruido, la mejora del contraste, entre otras. *MM* está basado en teoría de conjuntos, teoría de retículos y topología. Este enfoque analiza y procesa estructuras geométricas [Ortiz Zamora, 2002, Noguera et al., 2013]. *MM* fue desarrollado originalmente para imágenes binarias, luego se extendió a imágenes en escala de grises y actualmente se está extendiendo a las imágenes en color. El principal desafío para las aplicaciones de color sigue siendo la selección de un espacio de color apropiado y el ordenamiento de colores [Ledoux et al., 2012, van de Gronde y Roerdink, 2013, Velasco-Forero y Angulo, 2012, Velasco-Forero y Angulo, 2010, Burgeth y Kleefeld, 2013, Velasco-Forero y Angulo, 2011, Hanbury y Serra, 2001b, Angulo, 2010, Aptoula y Lefevre, 2008a, Kleefeld y Burgeth, 2015, Vazquez Noguera et al., 2014, Riveros et al., 2016].

El ordenamiento lexicográfico es uno de los métodos más populares para el ordenamiento de colores [Aptoula y Lefevre, 2007a, Aptoula y Lefevre, 2008b], debido a sus propiedades teóricas deseables y a la posibilidad de personalizar la forma en que se pueden comparar los componentes de color de la imagen [Rivest, 2004, Angulo, 2005b, Aptoula y Lefevre, 2007a, Hanbury y Serra, 2001a, Louverdis et al., 2002b]. Louverdis et al. [Louverdis et al., 2002b] y Vardavoulia et al. [Vardavoulia et al., 2002] presentan un método de ordenamiento lexicográfico en *HSV* para el procesamiento morfológico de imágenes en color. En [Louverdis et al., 2002a], Louverdis et al. proponen una nueva técnica morfológica para el análisis de tamaño y forma de imágenes granulares en color. Angulo y Serra [Angulo y Serra, 2003] presentan un método de ordenamiento lexicográfico en espacios de color *RGB* y *HSL* para compresión de imagen en color - jpeg. Ortiz et al. [Ortiz et al., 2004] usaron el ordenamiento lexicográfico $I \rightarrow H \rightarrow S$ ($H_{ref} = 0^\circ$) para la reducción del ruido gaussiano.

La principal debilidad del ordenamiento lexicográfico es que la mayoría de las decisiones se basan en el primer componente, que ignora todos los demás componentes [Hanbury y Serra, 2002]. Para superar esta limitación se han propuesto algunas variaciones en el ordenamiento lexicográfico. Angulo [Angulo, 2005a] y Sartor et al. [Sartor y Weeks, 2001] añadieron una

medida de distancia a un color de referencia en el primer componente, para incluir información de todo el vector. Ortiz [Ortiz Zamora, 2002] y Angulo [Angulo, 2005b] introdujeron un parámetro α para reducir el número de valores posibles de los componentes. Esta reducción permite que colisionen más colores en el componente y aumenta la probabilidad de utilizar todos los componentes en las comparaciones. Bouchet et al. [Bouchet et al., 2016] usaron lógica difusa para asignar el mismo peso a todos los componentes de color.

Una alternativa al ordenamiento lexicográfico es ordenar los colores por su distancia a un color de referencia. En el espacio $L^*a^*b^*$, la norma euclidiana (distancia al origen $L = 0$, $a = 0$ y $b = 0$) se utiliza a menudo como método de ordenamiento de píxeles, para evaluar la calidad de la reproducción del color, o en técnicas de compresión de imágenes en color [Trémeau, 1998]. Esta estrategia presenta una pequeña diferencia de norma entre colores visualmente similares, sin embargo diferentes colores pueden tener la misma norma. Este problema aumenta cuando se utiliza el espacio de color RGB . Siguiendo la propuesta de Comer et al. [Comer y Delp, 1999], que utilizan la norma euclidiana y un píxel negro como referencia en el espacio RGB , dos colores RGB pueden parecer parcialmente iguales al ojo pero muy diferentes según sus valores de norma. Por lo tanto, el uso de estas estrategias no se recomienda en general para el ordenamiento de colores.

El entrelazado de bits ha mostrado ser eficiente como método de ordenamiento para el filtrado de imágenes en color RGB [Chanussot y Lambert, 1997], aunque prioriza el componente rojo. Idealmente, el componente más importante deberá estar determinado por información local de la imagen.

En este trabajo se propone un framework de ordenamiento adaptativo para imágenes en color RGB basado en parámetros estadísticos locales de los histogramas de cada componente de color.

A continuación se resumen otras contribuciones derivadas del framework:

- Se propone el uso de varios parámetros estadísticos extraídos del histograma local por componente de color para establecer un orden entre

colores. En particular, se utilizan la moda, la media, el mínimo, el máximo, la varianza y la suavidad.

- Se propone dos estrategias para extraer características locales de una imagen. El primero se basa en los vecinos de cada píxel, y el segundo se basa en particiones no solapadas de la imagen.
- Una evaluación robusta para la reducción del ruido es establecida. Esta evaluación analiza el rendimiento de los métodos al aumentar el ruido para diferentes tipos de ruido.
- Se extiende una propuesta simple de mejora de contraste de Stojic et al. [Stojic et al., 2005], para analizar la mejora en la imagen para diferentes valores de contraste. La extensión añade un factor de mejora, que aumenta la cantidad de contraste en la imagen.
- Análogamente, se propone el uso de morfología matemática multiescala para imágenes en color para la mejora de contraste.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo General

Desarrollar un framework de ordenamiento de colores RGB que utilice información local de la imagen.

1.1.2 Objetivos específicos

- Analizar diferentes parámetros estadísticos para cada componente de color.
- Establecer estrategias de extracción de información local de la imagen.
- Seleccionar aplicaciones de procesamientos de imágenes que implique la utilización de ordenamiento de colores.

- Comparar el rendimiento de la propuesta con métodos de ordenamientos clásicos utilizados en la literatura en las aplicaciones seleccionadas [Noguera et al., 2014].

1.2 Estructura de la tesis

El trabajo está organizado de la siguiente manera: en el capítulo 2 se presenta el framework propuesto. En el capítulo 3 se presenta las aplicaciones seleccionadas junto con algunos ejemplos. En el capítulo 4 se muestran los resultados experimentales y en el capítulo 5 las conclusiones y trabajos futuros.

Capítulo 2

Framework de ordenamiento

Una imagen en color puede ser representada como una función $f : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}^3$, donde cada par $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ denota un píxel y $f(x, y) \in \mathbb{Z}^3$ es el color del píxel en (x, y) . En particular, $\mathbf{v} = f(x, y)$ donde $\mathbf{v} = (r, g, b)$ es un color y $r, g, b \in \{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$ es la intensidad de su correspondiente componente R, G y B para k bits. El color en el píxel (x, y) es el resultante de mezclar las intensidades de cada componente de \mathbf{v} para una imagen de color RGB . La intensidad de cada componente es usualmente normalizada, i.e. $r, g, b \in [0, 1]$. El conjunto de colores \mathbf{v} es denotada por Ω .

En la Figura 2.1 se puede observar una imagen en color de Lenna, en la que cada píxel posee un valor (r, g, b) y $r, g, b \in \{0, 1, \dots, 255\}$ ($k=8$) es la intensidad de su correspondiente componente R, G y B .

Una estructura de orden en el conjunto Ω se define mediante una relación binaria homogénea sobre Ω denotada por \mathcal{R} , de tal manera que la relación binaria en un conjunto Ω es definida como una colección de pares ordenados de elementos de Ω especificado por $\mathbf{v}\mathcal{R}\mathbf{v}'$, lo que significa que \mathbf{v} está \mathcal{R} - relacionado con \mathbf{v}' .

Una relación binaria \mathcal{R} en un conjunto Ω es llamada:

1. Reflexiva si $\mathbf{v}\mathcal{R}\mathbf{v}, \quad \forall \mathbf{v} \in \Omega,$
2. Antisimétrica si $\mathbf{v}\mathcal{R}\mathbf{v}' \wedge \mathbf{v}'\mathcal{R}\mathbf{v} \Rightarrow \mathbf{v} = \mathbf{v}', \quad \forall \mathbf{v}, \mathbf{v}' \in \Omega,$
3. Transitiva si $\mathbf{v}\mathcal{R}\mathbf{v}' \wedge \mathbf{v}'\mathcal{R}\mathbf{v}'' \Rightarrow \mathbf{v}\mathcal{R}\mathbf{v}'', \quad \forall \mathbf{v}, \mathbf{v}', \mathbf{v}'' \in \Omega,$



Figura 2.1: Imagen en color de *Lenna*, en la que cada píxel posee un valor (r, g, b) .

4. Total si $\mathbf{v}'\mathcal{R}\mathbf{v} \vee \mathbf{v}\mathcal{R}\mathbf{v}', \quad \forall \mathbf{v}, \mathbf{v}' \in \Omega$.

Una relación binaria \mathcal{R} es llamada de *pre-orden* si cumple con 1 y 3; si a su vez cumple con 2 se convierte en una relación de *orden*. Si adicionalmente cumple con 4, es denotada como *total*, si no lo hace como *parcial*.

En este trabajo se establece una nueva relación de orden, denotada por $\hat{\mathcal{R}}$. Para esto, se presenta una nueva transformación que produce un ordenamiento que evita cualquier criterio arbitrario para asignar mayor prioridad a cualquiera de los tres componentes de color. Para este fin, se define una transformación $\mathcal{T} : \mathbb{Z}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, y luego los colores se ordenan según el valor escalar resultante.

Una transformación de reducción de color se define $\mathcal{T} : \mathbf{v} = f(x, y) \rightarrow \mathbb{R}$ como el producto interno del color \mathbf{v} y un vector de pesos $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$ de la siguiente manera:

Definición 1. Sea $\mathbf{v} = (r, g, b)$ un color RGB, y $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$ un vector de pesos tal que $\psi \in \mathbb{R}^3$, luego la transformación \mathcal{T} se define como el siguiente producto interno:

$$\mathcal{T}(\mathbf{v}) := \langle \mathbf{v}, \psi \rangle. \quad (2.1)$$

Para definir más apropiadamente la transformación \mathcal{T} , el histograma del j -ésimo componente de color es definida como $h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}(i) := n_i$, donde:

- $\mathcal{D}_m \subset \mathcal{D}$ denota cualquier subregión de la imagen.
- f_j es el j -ésimo componente de color de f .
- i representa el i -ésimo nivel de intensidad en el rango $\{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$ del j -ésimo componente.
- n_i es el número de píxeles en la imagen f , cuyo nivel de intensidad es i en el j -ésimo componente de f dentro del dominio \mathcal{D}_m (subconjunto de píxeles (x, y) en la imagen f).

Los valores de ψ se obtienen aplicando una función $\phi \in \mathbb{R}$ sobre el histograma de cada componente de color en el dominio \mathcal{D}_m de la imagen f . En el contexto de este trabajo, la función ϕ se obtiene mediante la aplicación de una función estadística a cada histograma de los componentes R , G y B , $\psi_1 = \phi(h_{f_1}^{\mathcal{D}_m})$, $\psi_2 = \phi(h_{f_2}^{\mathcal{D}_m})$, $\psi_3 = \phi(h_{f_3}^{\mathcal{D}_m})$. Esta función es aplicada para dar más peso al componente cuyo parámetro estadístico posee el valor más alto en el dominio $\mathcal{D}_m \subset \mathcal{D}$ (esto podría ser toda la imagen o parte de ella). La partición del dominio \mathcal{D} para obtener el subdominio \mathcal{D}_m se considera más adelante.

Las siguientes funciones ϕ se aplicaron a cada componente j de la imagen f en todas las pruebas:

- Mean (ϕ_{Me}): la suma de todos los niveles de intensidad i que aparecen en el dominio \mathcal{D}_m dividido por la cantidad de píxeles n en \mathcal{D}_m :

$$\phi_{Me}(h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}) = \sum_{i=0}^{2^k-1} \frac{i \times h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}(i)}{n}, \quad (2.2)$$

donde $n = n_0 + n_1 + \dots + n_{2^k-1}$.

- Minimum (ϕ_{Min}): el menor nivel de intensidad i en el dominio \mathcal{D}_m :

$$\phi_{Min}(h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}) = \min\{i | h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}(i) > 0\}. \quad (2.3)$$

- Maximum (ϕ_{Max}): el mayor nivel de intensidad i en el dominio \mathcal{D}_m :

$$\phi_{Max}(h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}) = \max\{i | h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}(i) > 0\}. \quad (2.4)$$

- Minimum Mode (ϕ_{minM_o}): el menor nivel de intensidad i que aparece más veces en el dominio \mathcal{D}_m :

$$\phi_{minM_o}(h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}) = \min\{i | h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}(i) \geq h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}(i'), \forall i \neq i'\}. \quad (2.5)$$

- Maximum Mode (ϕ_{maxM_o}): el mayor nivel de intensidad i que aparece más veces en el dominio \mathcal{D}_m :

$$\phi_{maxM_o}(h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}) = \max\{i | h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}(i) \geq h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}(i'), \forall i \neq i'\}. \quad (2.6)$$

- Variance (ϕ_{Var}): la varianza de los niveles de intensidad en el dominio \mathcal{D}_m :

$$\phi_{Var}(h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}) = \sum_{i=0}^{2^k-1} \frac{h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}(i) \times (i - \phi_{Me}(h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}))^2}{n}. \quad (2.7)$$

- Smoothness(ϕ_R): medida de suavidad en el dominio \mathcal{D}_m :

$$\phi_R(h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}) = 1 - \frac{1}{1 + \phi_{Var}(h_{f_j}^{\mathcal{D}_m})}. \quad (2.8)$$

El ordenamiento reducido (Orden \mathcal{R}) de la transformación \mathcal{T} consiste en reducir los colores \mathbf{v} y \mathbf{v}' a valores escalares usando la transformación $\mathcal{T}(\mathbf{v})$ y $\mathcal{T}(\mathbf{v}')$. Una vez reducido los colores son ordenados de acuerdo a su orden escalar. En este trabajo se considera la relación binaria \mathcal{R} con respecto a la transformación (2.1) como:

Definición 2. Sean \mathbf{v} y \mathbf{v}' dos colores RGB en el conjunto de colores Ω en un subdominio $\mathcal{D}_m \subset \mathcal{D}$. La relación binaria de orden \mathcal{R} se define por la siguiente implicación:

$$\forall \mathbf{v}, \mathbf{v}' \in \Omega, \quad \mathcal{T}(\mathbf{v}) \leq \mathcal{T}(\mathbf{v}') \Rightarrow \mathbf{v} \leq_{\mathcal{R}} \mathbf{v}'. \quad (2.9)$$

La caracterización de las propiedades de la implicación (2.9) en términos de las propiedades reflexiva y transitiva se da en el siguiente Lema.

Lema 1. *Considere la relación binaria \mathcal{R} en el subdominio $\mathcal{D}_m \subset \mathcal{D}$, la transformación \mathcal{T} definida por la expresión (2.1) y dos colores \mathbf{v} y \mathbf{v}' asociados a los píxeles (x, y) y (x', y') , luego \mathcal{R} es reflexivo y transitivo.*

Demostración. Reflexivo $\mathbf{v}\mathcal{R}\mathbf{v}$. Sea \mathbf{v} un color asociado con un píxel $(x, y) \in \mathcal{D}_m$, luego $\mathcal{T}(\mathbf{v}) \leq \mathcal{T}(\mathbf{v})$, $\mathcal{T}(\mathbf{v}) = q$, $q \in \mathbb{R}$.

Como $q \leq q$, por lo tanto $\mathbf{v} \leq_{\mathcal{R}} \mathbf{v}$, y en consecuencia la relación binaria \mathcal{R} es reflexiva.

Transitiva $\mathbf{v}\mathcal{R}\mathbf{v}' \wedge \mathbf{v}'\mathcal{R}\mathbf{v}'' \Rightarrow \mathbf{v}\mathcal{R}\mathbf{v}''$. Sea \mathbf{v} , \mathbf{v}' y \mathbf{v}'' colores asociados a los píxeles $(x, y) \in \mathcal{D}_m$, $(x', y') \in \mathcal{D}_m$ y $(x'', y'') \in \mathcal{D}_m$, y considerando $\mathcal{T}(\mathbf{v}) = q$, $q \in \mathbb{R}$, $\mathcal{T}(\mathbf{v}') = q'$, $q' \in \mathbb{R}$ y $\mathcal{T}(\mathbf{v}'') = q''$, $q'' \in \mathbb{R}$, luego expresión $\mathcal{T}(\mathbf{v}) \leq \mathcal{T}(\mathbf{v}') \wedge \mathcal{T}(\mathbf{v}') \leq \mathcal{T}(\mathbf{v}'')$ puede ser reducido a $q \leq q' \wedge q' \leq q''$, lo cual implica que $q \leq q''$ y por lo tanto $\mathbf{v} \leq_{\mathcal{R}} \mathbf{v}''$ (en consecuencia la relación binaria \mathcal{R} es transitiva). \square

Observe que la relación binaria \mathcal{R} es *reflexiva* y *transitiva*, por lo tanto es una relación de *pre-orden*. Un problema con la relación binaria \mathcal{R} inducida por la transformación (2.1) es que la misma puede conducir a una transformación *no inyectiva*. Dado dos diferentes colores \mathbf{v} y \mathbf{v}' asociados a diferentes píxeles (x, y) y (x', y') , respectivamente; es deseable que la transformación asegure $\mathcal{T}(\mathbf{v}) \neq \mathcal{T}(\mathbf{v}')$ para $\mathbf{v} \neq \mathbf{v}'$. Desafortunadamente, dependiendo de la transformación, no se puede obtener esta propiedad deseable, y puede ser que $\mathcal{T}(\mathbf{v}) = \mathcal{T}(\mathbf{v}')$. El siguiente lema muestra esta situación:

Lema 2. *Dado dos colores diferentes \mathbf{v} y \mathbf{v}' en el subdominio $\mathcal{D}_m \subset \mathcal{D}$, y el vector de pesos ψ , tal que $\psi \in \mathbb{R}^3$. Existe un conjunto de ψ_l tal que $\mathcal{T}(\mathbf{v}) = \mathcal{T}(\mathbf{v}')$*

Demostración. Para tener, $\mathcal{T}(\mathbf{v}) = \mathcal{T}(\mathbf{v}')$ y suponiendo que ψ y \mathbf{v}' son dados, tenemos:

$$\langle \mathbf{v}, \psi \rangle = \langle \mathbf{v}', \psi \rangle. \quad (2.10)$$

De ahí la ecuación lineal (2.10) tiene un Kernel bi-dimensional \mathcal{K} , y consecuentemente infinitos vectores \mathbf{v} , \mathbf{v}' satisfacen la ecuación (2.10). \square

Por el Lemma 2, la relación binaria \mathcal{R} es *no inyectiva* y, en consecuencia, la propiedad *antisimétrica* no se cumple.

En este punto, estamos interesados en tener una relación de orden en el conjunto de colores Ω asociado a cada subdominio \mathcal{D}_m y transformar la relación binaria \mathcal{R} en inyectiva. Con este fin, consideremos un vector de color extendido $\hat{\mathbf{v}}$ definido como $\hat{\mathbf{v}}_1 = \mathcal{T}(v)$ y $\hat{\mathbf{v}}_l = \mathbf{v}_{l-1}$ para todo $l \geq 2$.

Definición 3. Sean \mathbf{v} y \mathbf{v}' dos colores en el conjunto de colores Ω en un subdominio $\mathcal{D}_m \subset \mathcal{D}$. Una relación de orden lexicográfico, denotada por $\hat{\mathcal{R}}$ es definida por la siguiente implicación:

$$\forall \mathbf{v}, \mathbf{v}' \in \Omega, \hat{\mathbf{v}} \leq_L \hat{\mathbf{v}}' \Rightarrow \mathbf{v} \leq_{\hat{\mathcal{R}}} \mathbf{v}' \quad (2.11)$$

donde \leq_L indica la relación \leq según el orden lexicográfico.

En el siguiente Teorema, se formalizan importantes propiedades de la relación binaria $\hat{\mathcal{R}}$ propuesta.

Teorema 1. El orden entre los colores \mathbf{v} y \mathbf{v}' es un orden total bajo la relación binaria $\hat{\mathcal{R}}$ de la definición 3.

Demostración. La demostración es un resultado directo, considerando que el orden lexicográfico (\leq_L) es de orden total y $\hat{\mathbf{v}} \leq_L \hat{\mathbf{v}}' \Rightarrow \mathbf{v} \leq_{\hat{\mathcal{R}}} \mathbf{v}'$, entonces el ordenamiento $\hat{\mathcal{R}}$ ($\leq_{\hat{\mathcal{R}}}$) es también de orden total. \square

Después de la transformación \mathcal{T} , la prioridad de los componentes de color podría cambiarse en el vector de color extendido. La idea principal detrás de esto consiste en dar mayor prioridad a la transformación \mathcal{T} . De esta manera se busca dar mayor prioridad al componente cuyo histograma tenga mayor parámetro estadístico según la función ϕ asociada a la región \mathcal{D}_m analizada.

Una consecuencia directa de la declaración anterior es la necesidad de una partición apropiada del dominio \mathcal{D} en subdominios \mathcal{D}_m , ya que los subdominios afectan al cálculo de los pesos ψ_l y la transformación \mathcal{T} . En este trabajo, se exploran dos estrategias de partición de dominio: 1) partición basada en el vecindario del píxel y 2) partición de la imagen en subregiones.

Se pueden utilizar otros criterios que produzcan otro tipo de partición. La exploración de las particiones queda como un trabajo futuro.

2.1 Estrategias de partición de dominio

Para calcular los pesos ψ_l es necesario definir el dominio $\mathcal{D}_m \subset \mathcal{D}$. La función ϕ se aplica a los histogramas de cada componente de color ($h_{f_j}^{\mathcal{D}_m}$) en el dominio \mathcal{D}_m .

2.1.1 Primera estrategia: partición basada en el vecindario del píxel

Dada una imagen en color f y un filtro F , la aplicación de F a f puede expresarse como $g(x, y) = F\{\mathbf{v} = f(x, y)\}$, donde (x, y) representa un píxel con un color específico \mathbf{v} y g es la imagen filtrada. Los filtros de orden son operaciones de vecindad no lineales, en las que se aplica una función al vecindario de cada píxel. La idea es mover una ventana B a través de toda la imagen. Esta ventana B se centra en cada píxel de f y obtiene un nuevo valor asignado a g , que es el resultado de seleccionar un píxel de todos los píxeles previamente ordenados en la ventana. Por ejemplo, un píxel en la nueva imagen puede ser el resultado de obtener la mediana, el mínimo o el máximo de los colores ordenados en B .

\mathcal{D}_m es la ventana B (llamado elemento estructurante en morfología matemática (ver la siguiente sección)), donde se aplica la operación (filtro de orden).

La Figura 2.2 muestra el dominio \mathcal{D}_m correspondiente al vecindario B de tamaño 3×3 centrado en el píxel (x, y) .

2.1.2 Segunda estrategia: dividir la imagen en subregiones

Para obtener información local de una imagen f , se divide en λ subregiones $\{W_l\}$, $l = \{1, \dots, \lambda\}$. Sea B una ventana o un elemento estructurante, \mathcal{D}_m

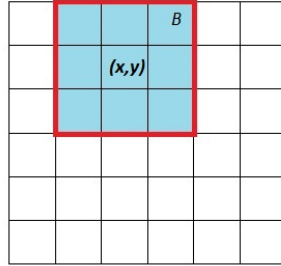


Figura 2.2: Vecindario B de tamaño 3×3 centrado en el píxel (x, y) .

es la unión de todas las subregiones que son tocados por al menos un píxel de B .

La Figura 2.3 muestra la división de la imagen en cuatro subregiones: W_1 , W_2 , W_3 y W_4 . La región delimitada por la ventana B está sombreada. El dominio \mathcal{D}_m para calcular los pesos ψ_l utilizando B representa la zona correspondiente a la subregión W_1 .

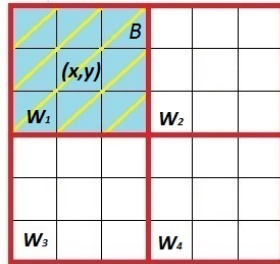


Figura 2.3: Dominio cuando la ventana está en contacto con una subregión.

Cabe descartar que la ventana o filtro no necesariamente estará incluido en una única subregión. Debido a que la ventana o filtro se va trasladando por toda la imagen, puede que toque más de una subregión.

La Figura 2.4 representa un dominio \mathcal{D}_m , donde los pesos serán calculados. El dominio \mathcal{D}_m pertenece a la unión de las subregiones W_1 y W_2 . Esto se debe a que la ventana B está en contacto con ambas subregiones. Esto permite asegurar que el vector de pesos ψ sea el mismo para todo los píxeles en B . De esta manera cuando se desea comparar dos píxeles diferentes (x, y) y (x', y') con el mismo color \mathbf{v} , se pueda obtener la misma transformación $\mathcal{T}(\mathbf{v})$.

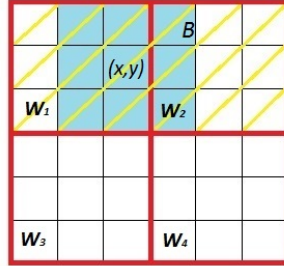


Figura 2.4: Dominio cuando la ventana está en contacto con más de una subregión.

En este contexto, se considera la imagen completa como un caso especial en el que la imagen no se divide en regiones. En este caso, los pesos se calculan a partir de toda la imagen.

En las pruebas, las imágenes de entrada con un tamaño de $M \times N$ píxeles, se dividieron en subregiones $W_{\{1,2,\dots,M' \times N'\}}$ con $\lfloor \frac{M}{M'} \rfloor$ filas y $\lfloor \frac{N}{N'} \rfloor$ columnas, donde $\lfloor \cdot \rfloor$ indica la función piso. De esta manera, se obtiene una nueva matriz con M' filas y N' columnas, cuyo elemento es una subregión W_l . Una versión preliminar del método de ordenamiento utilizando el promedio como peso, y la segunda estrategia de descomposición de dominio fue presentado en la conferencia ICIP 2014 [Noguera et al., 2014].

La relación binaria $\hat{\mathcal{R}}$ que es dependiente de la selección del vector de pesos ψ y del dominio \mathcal{D}_m de donde se va a extraer los parámetros estadísticos como componentes de dicho vector hacen posible tener un framework de ordenamiento. En el framework se pueden configurar diferentes estrategias de partición de dominio con diferentes pesos dependiendo del tipo de imagen a tratar o de la aplicación.

2.2 Morfología matemática

La morfología matemática como caso particular de filtrado de orden se basa en dos operadores básicos: la erosión y la dilatación. Estos operadores pueden ser definidos a partir del mínimo y del máximo dentro de una ventana especial B llamada elemento estructurante. Dada una imagen digital f y un elemento

estructurante B ; la erosión (ε) y la dilatación (δ) de la imagen f con respecto a B son definidas como sigue:

$$\varepsilon(f, B)(x, y) = \min\{f(x - s, y - t), \forall (s, t) \in B\}, \quad (2.12)$$

$$\delta(f, B)(x, y) = \max\{f(x + s, y + t), \forall (s, t) \in B\}. \quad (2.13)$$

La combinación de la erosión y dilatación produce otros operadores como la apertura y el cierre. La apertura \circ y el cierre \bullet de f por B se definen en base a la dilatación y erosión de la siguiente manera:

$$f \circ B = \delta(\varepsilon(f, B), B), \quad (2.14)$$

$$f \bullet B = \varepsilon(\delta(f, B), B). \quad (2.15)$$

En la práctica, la apertura suaviza las zonas brillantes de la imagen. El cierre suaviza las zonas oscuras de la imagen. Un operador se considera morfológico si tiene algunas propiedades tales como antiextensivo o extensivo, idempotente, homotópico y creciente [Serra, 1986].

La extensión de la morfología matemática para imágenes en color sigue siendo un problema abierto [Aptoula y Lefevre, 2007b], principalmente porque no hay un orden natural entre los colores. En una imagen en color RGB, la prioridad del componente de color debe ser seleccionado a priori al aplicar un filtro sobre la imagen utilizando el ordenamiento lexicográfico. Por lo tanto, el mismo filtro de orden puede obtener diferentes resultados dependiendo de las prioridades que se le da a cada componente de color. La Figura 2.5 muestra un ejemplo de la aplicación del operador de dilatación con un elemento estructurante cuadrado B (tamaño 3×3) a una imagen sintética en color (Figure 2.5(a)) usando el ordenamiento lexicográfico $R \rightarrow G \rightarrow B$ y $G \rightarrow B \rightarrow R$. En la imagen de la Figura 2.5(b), se puede observar como los objetos verdes disminuyen de tamaño y aumentan el tamaño de los objetos rojos. En la imagen de la Figura 2.5(c) ocurre exactamente lo contrario. Esto se debe a que el componente rojo tiene una mayor prioridad a la hora

de ordenar en la Figura 2.5(b), mientras que el componente verde tiene una mayor prioridad en la Figura 2.5(c). Este sencillo ejemplo muestra la importancia de elegir adecuadamente la prioridad de los componentes en el orden lexicográfico. De hecho, la selección de prioridad depende en gran medida del tipo de imagen o aplicación.

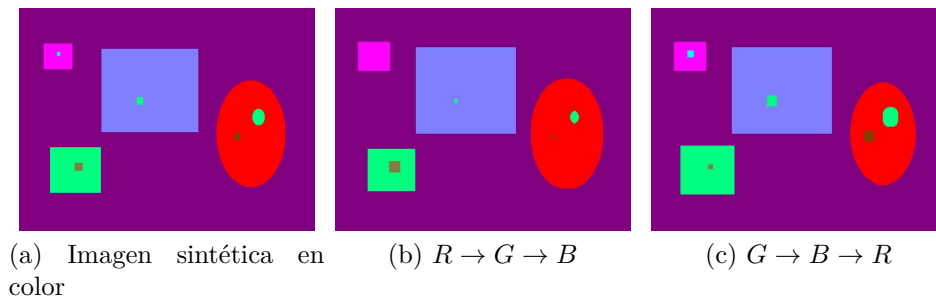


Figura 2.5: Ejemplo de la aplicación del operador dilatación a una imagen sintética en color.

2.3 Resumen

Este capítulo presentó un ordenamiento lexicográfico adaptativo de colores RGB utilizando parámetros estadísticos de los histogramas de cada componente de color. Para lograr este ordenamiento se establecieron dos estrategias de descomposición de dominio. La descomposición de dominio es necesario para extraer los parámetros estadísticos de zonas locales de la imagen. Tanto la selección de descomposición de dominio, así como los parámetros estadísticos hacen posible tener un framework de ordenamiento. También se explica el funcionamiento de un filtro de orden y de un caso particular de filtro de orden (Morfología matemática). En el siguiente capítulo veremos las aplicaciones seleccionadas para la utilización y posterior comparación del framework con ordenamientos clásicos existentes en la literatura.

Capítulo 3

Aplicaciones

En esta tesis doctoral fueron seleccionadas dos aplicaciones que necesitan ordenamiento de colores. La primera aplicación seleccionada es la reducción de ruido utilizando el filtro mediana y la segunda es la mejora del contraste utilizando morfología matemática. Tanto la reducción de ruido, así como la mejora de contraste son necesarias como técnicas de pre-procesamiento de imágenes. Las técnicas de pre-procesamiento son fundamentales como paso previo para muchas otras aplicaciones como la segmentación de imágenes, extracción de características o clasificación.

Para los ejemplos en esta sección y en los experimentos (siguiente sección), se utiliza las siguientes abreviaturas:

- *ED*: La norma euclidiana en *RGB* fue usado como método de ordenamiento color [Ortiz Zamora, 2002].
- *BM*: El ordenamiento por entrelazado de bits en *RGB* fue usado como método de ordenamiento de color [Chanussot y Lambert, 1997].
- *LEX*: El ordenamiento lexicográfico en *RGB* fue usado como método de ordenamiento de color.
- *ALEX*: El ordenamiento α -lexicográfico en *RGB* [Zamora et al., 2001] fue usado como método de ordenamiento de color. El valor de $\alpha = 10$.

- *AMLEX*: El ordenamiento α -módulo lexicográfico en *RGB* [Angulo y Serra, 2003] fue usado como método de ordenamiento de color. El valor de $\alpha = 10$.
- *HLEX*: El ordenamiento lexicográfico $I \rightarrow S \rightarrow H$ fue usado como método de ordenamiento de color.
- *DLAB*: La norma euclidiana en $L^*a^*b^*$ fue usado como método de ordenamiento color [Ortiz Zamora, 2002].
- *MIN*: La relación binaria $\hat{\mathcal{R}}$ fue utilizado para el ordenamiento de color. El vector de pesos utilizado para la transformación fue:

$$\psi = (\phi_{Min}(h_{f_1}^{\mathcal{D}^m}), \phi_{Min}(h_{f_2}^{\mathcal{D}^m}), \phi_{Min}(h_{f_3}^{\mathcal{D}^m})).$$
- *MAX*: La relación binaria $\hat{\mathcal{R}}$ fue utilizado para el ordenamiento de color. El vector de pesos utilizado para la transformación fue:

$$\psi = (\phi_{Max}(h_{f_1}^{\mathcal{D}^m}), \phi_{Max}(h_{f_2}^{\mathcal{D}^m}), \phi_{Max}(h_{f_3}^{\mathcal{D}^m})).$$
- *MO1*: La relación binaria $\hat{\mathcal{R}}$ fue utilizado para el ordenamiento de color. El vector de pesos utilizado para la transformación fue:

$$\psi = (\phi_{minM_o}(h_{f_1}^{\mathcal{D}^m}), \phi_{minM_o}(h_{f_2}^{\mathcal{D}^m}), \phi_{minM_o}(h_{f_3}^{\mathcal{D}^m})).$$
- *MO2*: La relación binaria $\hat{\mathcal{R}}$ fue utilizado para el ordenamiento de color. El vector de pesos utilizado para la transformación fue:

$$\psi = (\phi_{maxM_o}(h_{f_1}^{\mathcal{D}^m}), \phi_{maxM_o}(h_{f_2}^{\mathcal{D}^m}), \phi_{maxM_o}(h_{f_3}^{\mathcal{D}^m})).$$
- *SMO*: La relación binaria $\hat{\mathcal{R}}$ fue utilizado para el ordenamiento de color. El vector de pesos utilizado para la transformación fue:

$$\psi = (\phi_R(h_{f_1}^{\mathcal{D}^m}), \phi_R(h_{f_2}^{\mathcal{D}^m}), \phi_R(h_{f_3}^{\mathcal{D}^m})).$$
- *MEAN*: La relación binaria $\hat{\mathcal{R}}$ fue utilizado para el ordenamiento de color. El vector de pesos utilizado para la transformación fue:

$$\psi = (\phi_{Me}(h_{f_1}^{\mathcal{D}^m}), \phi_{Me}(h_{f_2}^{\mathcal{D}^m}), \phi_{Me}(h_{f_3}^{\mathcal{D}^m})).$$
- *VAR*: La relación binaria $\hat{\mathcal{R}}$ fue utilizado para el ordenamiento de color. El vector de pesos utilizado para la transformación fue:

$$\psi = (\phi_{Var}(h_{f_1}^{\mathcal{D}^m}), \phi_{Var}(h_{f_2}^{\mathcal{D}^m}), \phi_{Var}(h_{f_3}^{\mathcal{D}^m})).$$

3.1 Reducción de ruido

El ruido es una variación aleatoria de brillo o color debido a la captura, el almacenamiento, la transmisión o el procesamiento de las imágenes [Tuzlukov, 2002]. Desde el punto de vista teórico, se han desarrollado varios modelos matemáticos para modelar diferentes tipos de ruido.

Sea f' el resultado de contaminar la imagen f con un cierto tipo de ruido, con el vector $\eta = (\eta_1, \eta_2, \eta_3)$, en el que cada elemento η_l corresponde a una variable aleatoria. Los modelos de ruido utilizados en este trabajo se definen de la siguiente manera:

- Ruido gaussiano: es un ruido aditivo y con una función de densidad de probabilidad gaussiana [Davenport y Root, 1958]. El ruido gaussiano se expresa de la siguiente manera:

$$f'(x, y) = f(x, y) + \eta, \quad (3.1)$$

donde cada componente η_l es una variable aleatoria con una distribución normal, promedio μ , y varianza σ^2 .

- Ruido speckle: es un ruido multiplicativo y con una función de densidad de probabilidad uniforme, definida de la siguiente manera:

$$f'(x, y) = f(x, y) + \eta * f(x, y), \quad (3.2)$$

donde el operador $*$ simboliza el producto Hadamard (elemento a elemento). Cada elemento η_l es un valor aleatorio distribuido uniformemente con un promedio μ y varianza σ^2 .

La Figura 3.1 muestra una imagen (3.1(a)), y la misma imagen después de añadir ruido (3.1(b-c)). Los parámetros de ruido son ($\sigma^2 = 0.105$, $\mu = 0$) para el ruido gaussiano y ($\sigma^2 = 0.05$, $\mu = 0$) para el ruido speckle.

La Figura 3.2 muestra los resultados del filtro mediana en la región de la punta de la pirámide de la imagen en la Figura 3.1(b) que posee ruido gaussiano usando diferentes métodos de ordenamiento. La idea es comparar

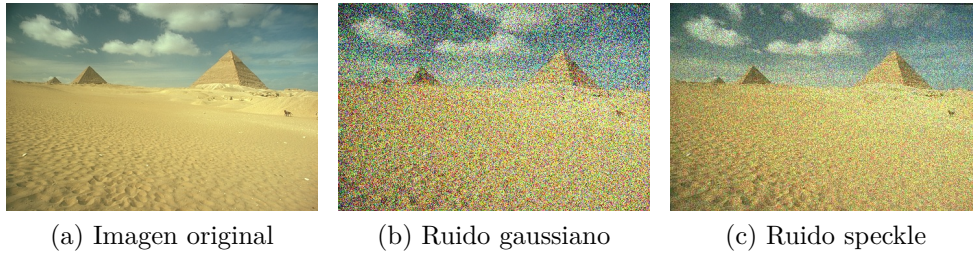


Figura 3.1: Imagen con diferentes tipos de ruido.

los resultados visuales obtenidos por los diferentes métodos de ordenamiento utilizando el mismo filtro, y de esta manera observar cuales obtienen resultados más parecidos a la imagen original.

Los métodos propuestos en la literatura son muy similares visualmente, en el sentido que alcanzan a reducir el ruido, pero los resultados no son tan suaves, y no mantiene la estructura de la pirámide. Se muestran los resultados de usar los métodos de orden en los espacios de color $L^*a^*b^*$ y HSI . En el espacio de color RGB se muestran los métodos BM y ED , y de todos los métodos lexicográficos sólo se muestra el método LEX (Figura 3.2(c-g)).

Las imágenes filtradas utilizando el framework con los diferentes pesos son visualmente mejores que aquellas filtradas utilizando los métodos propuestos en la literatura (la imagen resultante mantiene la estructura de la pirámide y es mucho más suave). También son perceptualmente muy similares entre sí. La Figura 3.2(h)) muestra los resultados del filtro mediana usando el método SMO . Mantener la estructura original de la imagen es muy importante como paso previo para otras aplicaciones de procesamiento de imágenes como la segmentación.

3.2 Mejora de contraste

Basado en la apertura y el cierre, otros operadores como las transformadas top-hat (TH) y bottom-hat (BH) se definen de la siguiente manera:

$$TH(f) = f - (f \circ B), \quad (3.3)$$

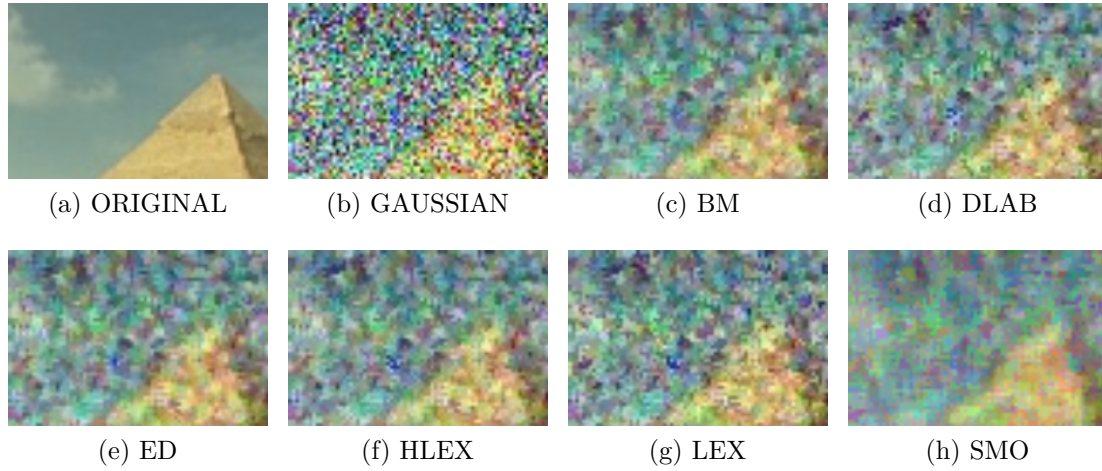


Figura 3.2: Resultados de la aplicación de diferentes filtros. La imagen fue dividida en 5×5 sub-regiones.

$$BH(f) = (f \bullet B) - f. \quad (3.4)$$

Las ventajas de usar TH y BH son las posibilidades de extraer pequeñas regiones brillantes y oscuras en una imagen.

Los operadores con el orden propuesto (framework) no son puramente morfológicos porque no se pueden garantizar propiedades teóricas como la idempotencia para la apertura y el cierre. La información extraída en forma de pesos (como resultado de aplicar una función ϕ) puede ser diferente, un color puede ser considerado mayor o menor que otro color en un dominio \mathcal{D}_m , pero no en otro. Esto hace que la idempotencia no se cumpla en los operadores mencionados. Incluso cuando se utiliza el mismo dominio, los pesos pueden variar en la siguiente iteración (como consecuencia de volver a aplicar el mismo operador), porque la información extraída varía de una iteración a otra. En la literatura, este tipo de operador se llama pseudo-operador [Hanbury y Serra, 2001b] [Aptoula y Lefevre, 2007b] [Aptoula y Lefevre, 2008a] [Angulo, 2010] [Chen et al., 2002].

3.2.1 Mejora de contraste local

Una estrategia de mejora de contraste local consiste en añadir regiones brillantes (TH) y restar las regiones oscuras (BH) de la imagen f como sigue [Stojić et al., 2005]:

$$f_E = f + TH(f) - BH(f), \quad (3.5)$$

donde f_E es la imagen resultante con mejora de contraste.

Para aumentar las regiones brillantes y disminuir las regiones oscuras de una imagen, en este trabajo proponemos generalizar la expresión propuesta en [Stojić et al., 2005] añadiendo el factor β , es decir:

$$f_E = f + \beta \times TH(f) - \beta \times BH(f). \quad (3.6)$$

Este factor influye en el contraste, por lo que aumentar β implica un mayor contraste.

La Figura 3.3 presenta los resultados visuales de la aplicación de la mejora de contraste con los métodos de ordenamiento LEX y $MO1$ a una imagen (Figura 3.3(a)). Podemos ver que ambos métodos mejoran el contraste en relación con la imagen original. A pesar que ambos métodos mejoran los detalles de la imagen, el método propuesto distorsiona menos la imagen de salida. Esto será discutida en el capítulo siguiente.

3.2.2 Mejora de contraste utilizando morfología matemática multiescala

En [Román et al., 2017] se presenta un algoritmo de mejora de contraste utilizando morfología matemática multiescala. El algoritmo es una variación del algoritmo propuesto por Bai et al. [Bai et al., 2012] y consta de cuatro etapas.

El algoritmo realiza la extracción de las características en escalas múltiples de brillo y oscuridad utilizando las transformadas top-hat (TH) y bottom-hat (BH). Se tiene la imagen original f , el número de iteraciones K ,

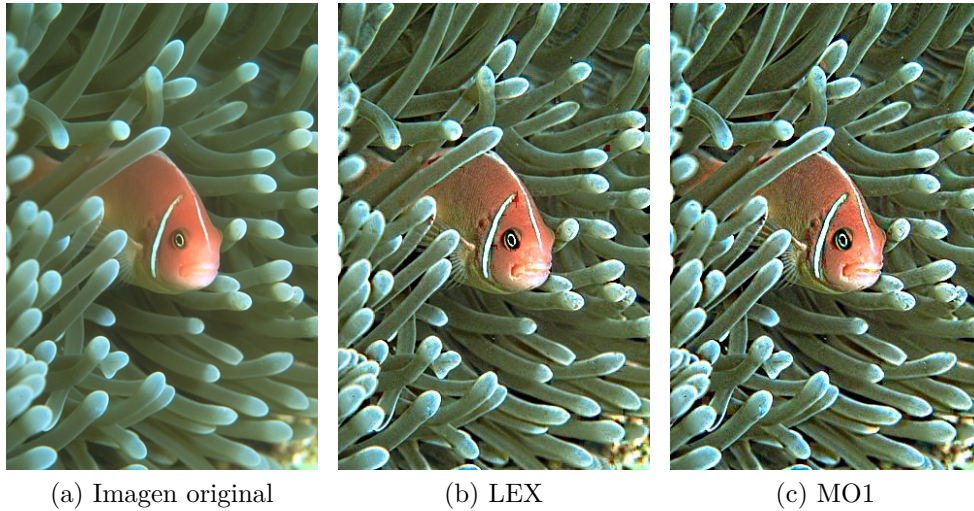


Figura 3.3: Resultado visual de la aplicación de la mejora de contraste

donde en cada iteración el elemento estructurante cuadrado B_K es de tamaño $(2 \times K + 1) \times (2 \times K + 1)$. El centro u origen del elemento estructurante se encuentra en la posición $(K + 1, K + 1)$. Por ejemplo, si $K = 1$ entonces B_1 es de tamaño 3×3 , si $K = 2$ entonces B_2 es de tamaño 5×5 , si $K = 3$ entonces B_3 es de tamaño de 7×7 . En la Figura 3.4 podemos visualizar la forma en que se generan los elementos estructurantes en escalas múltiples. En negrita está resaltado el píxel central que viene a ser el origen del elemento estructurante.

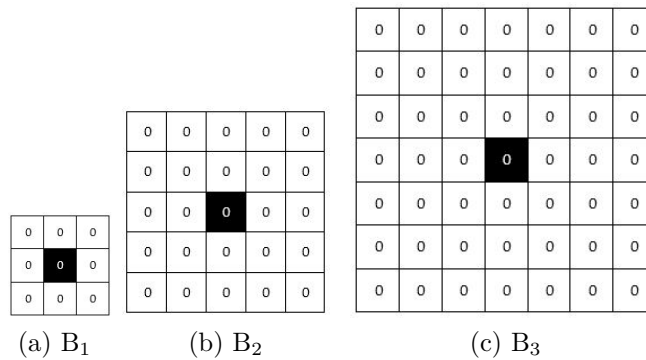


Figura 3.4: Elementos estructurantes en escalas múltiples.

3.2.3 Primera etapa

En una primera etapa se obtienen las múltiples escalas de las regiones brillantes de la imagen f de la siguiente forma:

$$TH(f)_l = f - (f \circ B_l), \quad (3.7)$$

donde $TH(f)_l$ son las l -escalas de brillo que se extrae de la imagen f .

A continuación, las múltiples escalas de las regiones brillantes de la imagen f de 1 a K se pueden expresar como sigue:

$$\begin{aligned} TH(f)_1 &= f - (f \circ B_1), \\ TH(f)_2 &= f - (f \circ B_2), \\ &\dots \\ TH(f)_K &= f - (f \circ B_K). \end{aligned}$$

Análogamente se obtienen regiones oscuras de la imagen f en múltiples escalas de la siguiente forma:

$$BH(f)_l = (f \bullet B_l) - f, \quad (3.8)$$

donde $BH(f)_l$ son las l -escalas de oscuridad que se extrae de la imagen f .

A continuación, las múltiples escalas de las regiones oscuras de la imagen de 1 a K se pueden expresar como sigue:

$$\begin{aligned} BH(f)_1 &= (f \bullet B_1) - f, \\ BH(f)_2 &= (f \bullet B_2) - f, \\ &\dots \\ BH(f)_K &= (f \bullet B_K) - f. \end{aligned}$$

3.2.4 Segunda etapa

Las sustracciones de las múltiples escalas de las regiones brillantes de la imagen f denotadas por $TH(f)_l^S$ se obtienen de la siguiente forma:

$$TH(f)_{l-1}^S = \begin{cases} TH(f)_l - TH(f)_{l-1}, & \text{para } l = 2 \\ TH(f)_l - TH(f)_{l-2}^S, & \text{para } l > 2 \end{cases} \quad (3.9)$$

donde $TH(f)_{l-1}^S$ son las $(l-1)$ -diferencias en cascada de las escalas de brillo de la imagen f .

A continuación, las múltiples escalas de diferencias de las regiones brillantes de la imagen f de 1 a $K-1$ se pueden expresar como sigue:

$$\begin{aligned} TH_1^S &= TH_2 - TH_1, \\ TH_2^S &= TH_3 - TH_1^S, \\ TH_3^S &= TH_4 - TH_2^S, \\ &\dots \\ TH_{K-1}^S &= WTH_K - TH_{K-2}^S. \end{aligned}$$

Análogamente se obtienen las sustracciones de las regiones oscuras en múltiples escalas de la imagen f denotadas por $BH(f)_l^S$ de la siguiente forma:

$$BH(f)_{l-1}^S = \begin{cases} BH(f)_l - BH(f)_{l-1}, & \text{para } l = 2 \\ BH(f)_l - BH(f)_{l-2}^S, & \text{para } l > 2 \end{cases} \quad (3.10)$$

donde $BH(f)_{l-1}^S$ son las $(l-1)$ -diferencias en cascada de las escalas de oscuridad obtenidos de la imagen.

A continuación, las múltiples escalas de sustracciones de las regiones oscuras de la imagen de 1 a $K-1$ se pueden expresar como sigue:

$$\begin{aligned} BH(f)_1^S &= BH(f)_2 - BH(f)_1, \\ BH(f)_2^S &= BH(f)_3 - BH(f)_1^S, \\ BH(f)_3^S &= BH(f)_4 - BH(f)_2^S, \end{aligned}$$

...

$$BH(f)_{K-1}^S = BTH(f)_K - BTH(f)_{K-2}^S.$$

3.2.5 Tercera etapa

En la tercera etapa se calculan los máximos valores entre todas las múltiples escalas que se obtuvieron por etapas:

El valor máximo de las escalas de brillos extraídas de la imagen f denotado por $TH(f)_M$, se define como:

$$TH(f)_M = \max_{1 \leq l \leq K} \{TH(f)_l\}. \quad (3.11)$$

El valor máximo de las escalas de oscuridad extraídas de la imagen f denotado por $BH(f)_M$, se define como:

$$BH(f)_M = \max_{1 \leq l \leq K} \{BH(f)_l\}. \quad (3.12)$$

El valor máximo de las escalas de diferencias de brillo de la imagen f denotado por $TH(f)_M^S$, se define como:

$$TH(f)_M^S = \max_{1 \leq l \leq (K-1)} \{TH(f)_l^S\}. \quad (3.13)$$

El valor máximo de las escalas de diferencias de oscuridad de la imagen f denotado por $BH(f)_M^S$, se define como:

$$BH(f)_M^S = \max_{1 \leq l \leq (K-1)} \{BH(f)_l^S\}. \quad (3.14)$$

3.2.6 Etapa final

En la etapa final se obtiene el aumento del contraste de la imagen de la siguiente forma:

$$f_E = f + (TH(f)_M + TH(f)_M^S) - (BH(f)_M + BH(f)_M^S), \quad (3.15)$$

donde f_E es la imagen resultante con mejora de contraste.

La Figura 3.5 presenta los resultados visuales de la aplicación de la mejora de contraste utilizando morfología matemática multiescala con los métodos de ordenamiento *LEX* y *MO2* a una imagen (Figura 3.5(a)). Podemos ver que ambos métodos mejoran el contraste en relación con la imagen original. El método de mejora de contraste multiescala consigue mejorar más que el método de mejora de contraste local anterior, a costa de mayor distorsión.

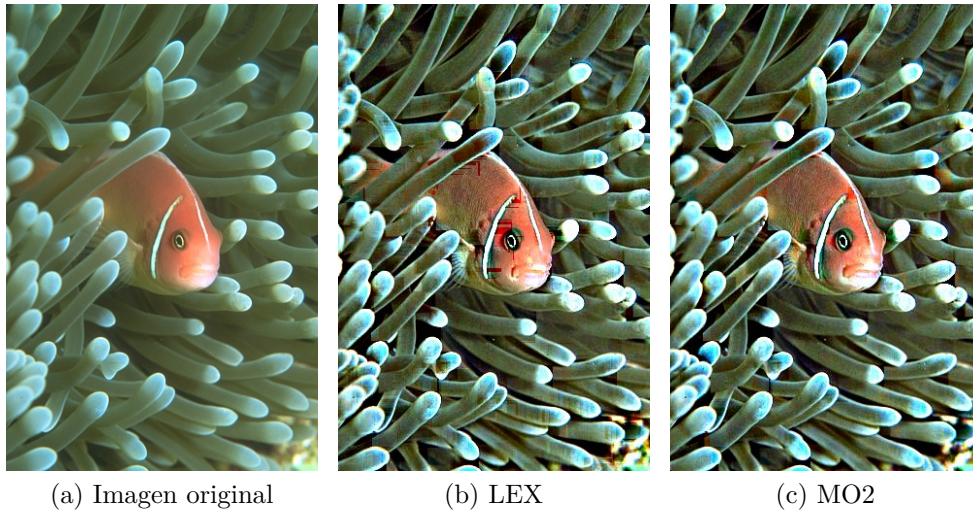


Figura 3.5: Resultados de la aplicación de mejora de contraste. Elemento estructurante inicial 3×3 y dominio $W0$.

3.3 Resumen

Este capítulo presentó las dos aplicaciones seleccionadas que requieren de ordenamiento de colores. La primera aplicación es la de reducción de ruido. Para esta aplicación se presentó dos modelos teóricos de generación de ruido: ruido gaussiano y ruido speckle. Resultados visuales de la aplicación del filtro mediana con los diferentes métodos para la reducción de ruido gaussiano son debatidos. La segunda aplicación es de mejora de contraste. Para esta aplicación se presentó dos métodos de mejora de contraste basadas en morfología

matemática. Resultados visuales de ambos métodos son presentados y debatidos. En el siguiente capítulo se comparan resultados numéricos objetivos y visuales en ambas aplicaciones con los diferentes métodos de ordenamiento.

Capítulo 4

Resultados Experimentales

En este capítulo se presentan diferentes experimentos para evaluar el framework. Los mismos son divididos en dos partes:

1. En la primera parte (Sección 4.1), se evalúa el desempeño de la propuesta en presencia de ruido.
2. En la segunda parte (Section 4.2), se evalúa el desempeño de la propuesta en la aplicación de mejora de contraste. En este caso la mejora de contraste se realiza usando los métodos morfológicos presentado previamente en el capítulo anterior.

El framework fue comparado con: el ordenamiento lexicográfico clásico, α -lexicográfico en RGB [Zamora et al., 2001], α -módulo lexicográfico en RGB [Angulo y Serra, 2003], el ordenamiento lexicográfico $I \rightarrow S \rightarrow H$ [Ortiz et al., 2004], el ordenamiento por entrelazado de bits en RGB [Chanussot y Lambert, 1997], la norma euclidiana en RGB y $L^*a^*b^*$ [Ortiz Zamora, 2002]. Las mismas abreviaturas del capítulo anterior fueron utilizadas para diferenciar los métodos de ordenamiento.

4.1 Reducción de ruido

En esta sección se compara los métodos de ordenamiento en imágenes con ruido después de aplicar un filtro bien conocido para reducir ruido como la mediana.

La diferencia absoluta (d) entre los componentes de color f_j de f y g_j de g es definida como:

$$d(f_j, g_j) = \sum_{\substack{x \in \{1, \dots, M\} \\ y \in \{1, \dots, N\}}} |[f(x, y)]_j - [g(x, y)]_j|. \quad (4.1)$$

La eficiencia del filtro se realiza usando la función de error absoluto medio (MAE). MAE mide cuán cerca están las predicciones de las observaciones reales. Dada una imagen f y su imagen filtrada g , ambas con tamaño $M \times N$, el error absoluto medio viene dado por:

$$MAE(f, g) = \frac{1}{3 \times M \times N} \sum_{j=1}^3 d(f_j, g_j). \quad (4.2)$$

En los experimentos se utiliza 100 imágenes diferentes de [Arbelaez et al., 2007], contaminadas con ruido Gaussiano y speckle. Cabe mencionar que las imágenes de entrada se normalizaron en el intervalo $[0, 1]$ para generar el ruido, y luego se volvieron a cambiar a su intervalo original $[0, 1, \dots, 2^k - 1]$ ($k = 8$) para las aplicaciones de filtro y las evaluaciones posteriores. Tanto para el speckle como para el ruido Gaussiano, el valor de μ se estableció en 0 mientras que σ^2 variaba entre 0.005 y 0.165, en incrementos de 0.01.

Para cada tipo de ruido se evalúa la calidad de la propuesta realizando los siguientes experimentos:

1. Primero, se prueba cómo cambian los resultados al variar el tamaño de la ventana del filtro con los métodos de ordenamiento de la literatura.
2. Luego, se realiza experimentos similares, pero ahora variando el número de subregiones y el tamaño de la ventana con el framework.
3. Se sigue comparando el framework con la mejor configuración de tamaño de ventana, número de subregiones y otros métodos de ordenamiento.
4. Finalmente, se presenta un ranking de los diferentes métodos utilizados con sus mejores configuraciones. Esta clasificación se presenta para diferentes niveles de ruido.

Los resultados diferencian los filtros de orden de cada peso (obtenidos aplicando la función ϕ) según la descomposición de su dominio. Como referencia, se añadió un sufijo WX a las designaciones de los métodos propuestos, donde X representa el número de subregiones en las que se dividió la imagen. Si X es igual a 0 (cero), el vecindario (marcado por la ventana de filtro) es el dominio (primera estrategia). Para distinguir el tamaño de la ventana, se utiliza el sufijo B antes del sufijo WX . Por ejemplo, $B3W0$ implica que se usó una ventana de 3×3 con el vecindario como el dominio. Del mismo modo, $B5W9$ implica que se usó una ventana de 5×5 , y la imagen se dividió en 9 subregiones del mismo tamaño.

4.1.1 Análisis del tamaño de la ventana del filtro

El objetivo del análisis consiste en poder determinar para que tamaños de ventana del filtro se obtienen mejores resultados para reducir ruido para diferentes métodos de ordenamiento existentes en la literatura. Al eje horizontal o de las abscisas se le asigna los valores de tamaño de ventana B y al eje vertical o de las ordenadas se le asignan los valores de la métrica MAE a medida que aumenta B para cada método de ordenamiento.

En la Figura 4.1 se puede observar que el tamaño de la ventana del filtro B es más importante que los métodos de ordenamiento. Para el mismo tamaño de ventana si se encuentran diferencias entre los resultados obtenidos por los diferentes métodos de ordenamiento. En comparación a las ventanas de 3×3 para el ruido gaussiano, mejores resultados pueden ser obtenidos en promedio con ventanas de tamaño 5×5 y 7×7 , con valores de σ^2 entre 0.005 y 0.165 (17 en total \times 100 imágenes) en los métodos propuestos en la literatura. El método ED dió mejores resultados a todos los demás, quedando en segundo lugar el método BM .

En la Figura 4.2 se muestra los resultados del filtro mediana con los métodos de ordenamiento propuestos en la literatura para el ruido speckle. Se puede observar que a menor tamaño de ventana se obtienen mejores resultados en promedio. También el ED es el método con mejor rendimiento.

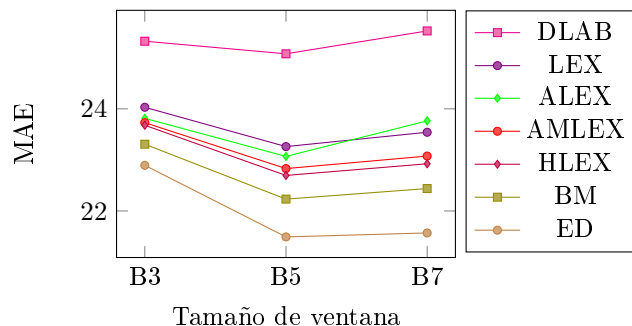


Figura 4.1: Ruido gaussiano. MAE promedio de 1700 imágenes (100×17) por tamaño de ventana. Métodos propuestos en la literatura.

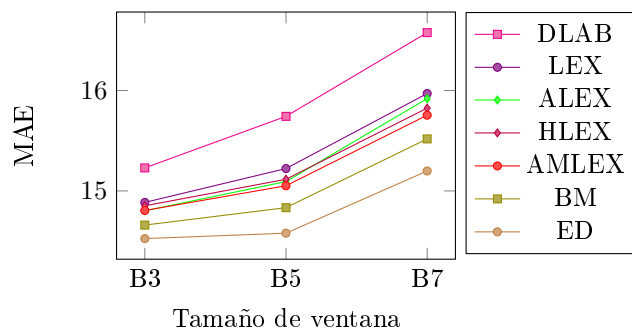


Figura 4.2: Ruido speckle. MAE promedio de 1700 imágenes (100×17) por tamaño de ventana. Métodos propuestos en la literatura.

4.1.2 Análisis de número de subregiones y de tamaño de ventana en el framework

El objetivo del análisis consiste en poder determinar para que números de subregiones y de tamaños de ventana en el framework se obtienen mejores resultados para reducir ruido. Al eje horizontal o de las abscisas se le asigna los valores de tamaño de ventana B y número de subregiones W . Al eje vertical o de las ordenadas se le asignan los valores de la métrica MAE para cada método de ordenamiento.

La Figura 4.3 muestra el comportamiento del filtro mediana para el ruido gaussiano con las diferentes configuraciones de dominio en el framework. Todas las curvas poseen la misma forma, es decir, poseen el mismo comportamiento relativo con respecto a la configuración de dominio. Se

puede observar que para las ventanas de tamaño 5×5 y 7×7 se obtienen mejores resultados en promedio en comparación a las ventanas de tamaño 3×3 (igual que ocurre con los métodos propuestos en la literatura). También se puede observar que el dominio no es tan importante como los pesos, siendo mejor el vecindario como dominio que la división en subregiones para los métodos *MIN*, *MO1*, *MO2*. Estos 3 últimos métodos son los que dan peor resultado, siendo *VAR*, *SMO*, *MAX* y *MEAN* los que obtienen mejores resultados, siendo prácticamente iguales independientemente del dominio que se tome para el cálculo de los pesos.

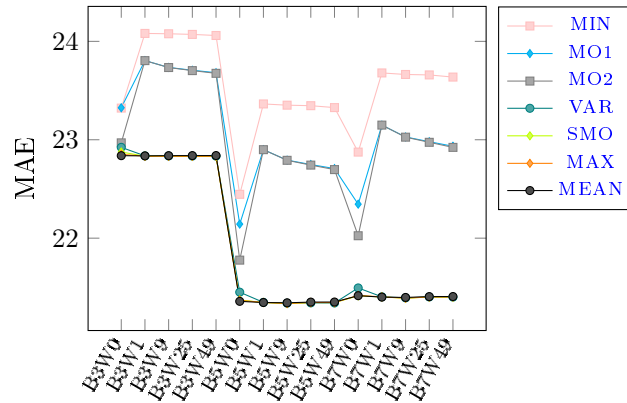


Figura 4.3: Ruido gaussiano. MAE promedio de 1700 imágenes por partición de dominio. Framework.

La Figura 4.4 muestra el comportamiento del framework para el ruido speckle con las diferentes configuraciones de dominio. Todas las curvas poseen la misma forma, es decir, poseen el mismo comportamiento relativo con respecto a la configuración de dominio. Se puede observar que el dominio no es tan importante, excepto en *MIN* que varía un poco los resultados dependiendo de la manera en que se distribuye el dominio y entre los pesos los métodos que obtienen mejores resultados son: *SMO*, *MAX*, *MEAN* y *VAR*.

4.1.3 Comparación de los métodos de ordenamiento

Para cada ruido, se presenta un gráfico de curvas de tendencia con respecto a la variación del parámetro de ruido (σ^2). Cada punto representa el promedio

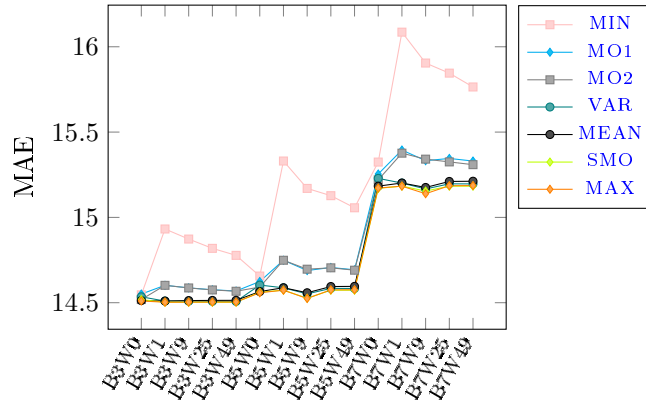


Figura 4.4: Ruido speckle. MAE promedio de 1700 imágenes por partición de dominio. Framework.

de las 100 imágenes de la base de datos [Arbelaez et al., 2007] obtenido por el filtro para un cierto valor de parámetro de ruido (σ^2 , MAE). La curva correspondiente se obtuvo uniendo cada par de puntos sucesivos con la recta que pasa por ambos puntos.

La Figura 4.5 muestra el comportamiento del filtro para ruido gaussiano (con la mejor configuración por método ordenamiento) con el aumento de σ^2 . Al eje horizontal o de las abscisas se le asigna el valor de σ^2 y al eje vertical o de las ordenadas se le asignan los valores de MAE de los diferentes métodos de ordenamiento a medida que aumenta σ^2 . El objetivo de este gráfico es mostrar los valores de la métrica a medida que aumenta el ruido. Se puede observar que los valores de MAE aumentan a medida que σ^2 aumenta. El framework con todos los pesos es mejor a todos los métodos propuestos en la literatura en casi todos los puntos (excepto en los puntos iniciales), siendo $MEAN$, MAX y SMO los 3 mejores, con resultados prácticamente iguales. Esto se puede observar en las leyendas del cuadro de la derecha del gráfico, donde se ordenan los métodos de ordenamiento de acuerdo a su valor de MAE de mayor a menor. Los métodos de ordenamiento resultado del uso de framework son pintados en azul.

La Figura 4.6 muestra el comportamiento del filtro para ruido speckle (con la mejor configuración por método de ordenamiento) con el aumento de σ^2 . Se puede observar que el framework con la mayoría de los pesos es mejor

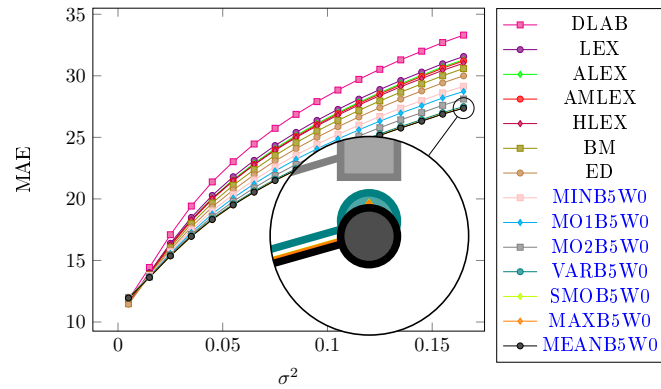


Figura 4.5: Ruido gaussiano. MAE promedio de las 100 imágenes por σ^2 . Mejores configuraciones por método de ordenamiento.

a todos los métodos propuestos en la literatura. Una vez más ED es el mejor método entre los métodos propuestos en la literatura.

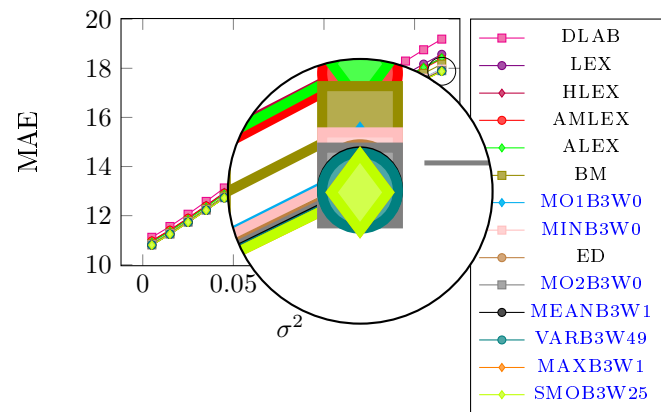


Figura 4.6: Ruido speckle. MAE promedio de las 100 imágenes por σ^2 . Mejores configuraciones por método de ordenamiento.

4.1.4 Ranking de los métodos de ordenamiento

En la Figura 4.7 se presenta un ranking de posiciones (eje ordenada) a medida que aumenta σ^2 (eje abscisa). El objetivo de este ranking es ver como se comportan los diferentes métodos de ordenamiento a medida que σ^2 aumenta, es decir el ruido, sin tener en cuenta el valor específico de MAE que tiene cada método. Hay que recordar que a menor valor de MAE mejor rendimiento,

por lo tanto mejor puesto en el ranking. Se puede observar que a partir de σ^2 igual a 0.015 el framework con los diferentes pesos da mejores resultados a los métodos propuestos en la literatura. Esto indica que con mayor ruido el framework con cualquiera de los pesos da mejor resultado a los demás métodos para ruido gaussiano.

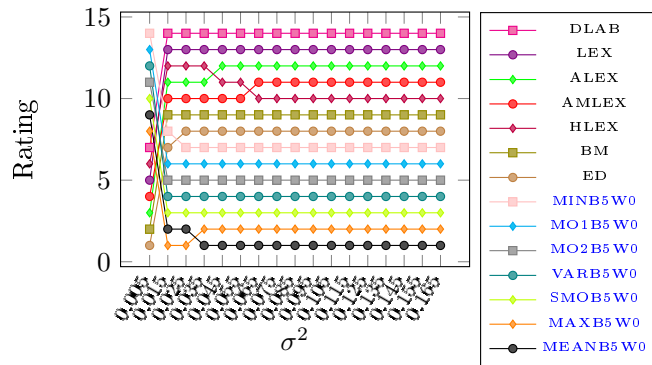


Figura 4.7: Ruido gaussiano. Ranking.

En la Figura 4.8 se puede observar en el ranking de posiciones para ruido speckle que todos los métodos son bastantes estables aunque vaya aumentando el ruido, existiendo pocos saltos. El metodo ED empezó 4to en el ranking y terminó 6to al ser superado por MO y VAR a partir de $\sigma^2 = 0.025$. Una vez más el framework muestra mejor rendimiento a los métodos de ordenamiento de la literatura.

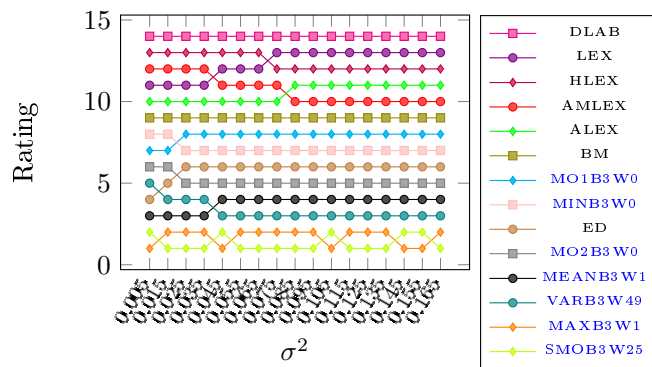


Figura 4.8: Ruido speckle. Ranking.

4.2 Mejora de contraste

En esta sección se explican las métricas de evaluación utilizadas para evaluar los métodos morfológicos de mejora de contraste, junto a los resultados numéricos arrojados por dichas métricas. También se muestra y se debate algunos resultados visuales. Las pruebas fueron realizadas usando una base de datos compuesta de 100 imágenes de [Arbelaez et al., 2007]. El elemento estructurante es un factor importante para mejorar la imagen. Cuanto más grande es el elemento estructurante, mejores son los resultados obtenidos.

4.2.1 Métricas de evaluación

En este trabajo se utilizan dos métricas de evaluación de mejora de contraste. La primera es una métrica de mejora de color y la segunda es una métrica de mejora de contraste local.

4.2.1.1 Factor de mejora del color (CEF)

Esta métrica cuantifica el nivel de la mejora del color de una imagen [Susstrunk y Winkler, 2003]. La ecuación 4.3 representa el nivel del color (CM) de la imagen f de la siguiente forma:

$$CM(f) = \sqrt{\sigma_\gamma^2 + \sigma_\beta^2} + 0.3\sqrt{\mu_\gamma^2 + \mu_\beta^2}, \quad (4.3)$$

donde σ_γ y σ_β corresponden a la desviación estándar de $\gamma = f_1 - f_2$ y $\beta = \frac{1}{2}(f_1 + f_2) - f_3$ respectivamente. De manera similar, μ_γ y μ_β corresponde a la media respectivamente.

El factor de mejora del color (CEF) se obtiene mediante el cociente entre los valores de $CM(f_E)$ y $CM(f)$, es decir:

$$CEF(f, f_E) = \frac{CM(f_E)}{CM(f)}, \quad (4.4)$$

donde $CM(f_E)$ es el resultado obtenido de aplicar la ecuación 4.3 a la imagen contrastada f_E y $CM(f)$ es el resultado de aplicar la ecuación 4.3 a la imagen

original f . Si el cociente es mayor a uno, entonces hay una mejora en el color global de la imagen.

4.2.1.2 Relación de mejora de contraste (CIR)

Esta métrica evalúa la efectividad de la mejora de contraste cuantificando el nivel de mejora de contraste local de la imagen [Wang et al., 2003]. El contraste local (c) para el componente de color f_j en (x, y) y denotada como $c(x, y)_{f_j}$, se define como:

$$c(x, y)_{f_j} = \left| \frac{\rho - a}{\rho + a} \right|, \quad (4.5)$$

donde ρ es la intensidad en (x, y) de f_j , y a es la intensidad promedio de los ocho vecinos en una matriz de 3×3 píxeles centrado en (x, y) de f_j .

La medida de rendimiento CIR_{f_j} se define como la relación entre la imagen mejorada y la imagen original para cada componente de color f_j como:

$$CIR_{f_j}(c, \check{c}) = \frac{\sum_{(x,y)} |c(x, y)_{f_j} - \check{c}(x, y)_{f_j}|^2}{\sum_{(x,y)} c(x, y)_{f_j}^2}, \quad (4.6)$$

donde c y \check{c} son los valores de contraste local de la imagen original y de la imagen mejorada, respectivamente.

La medida de rendimiento CIR de f se define de la siguiente manera:

$$CIR(f) = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 CIR_j. \quad (4.7)$$

4.2.2 Resultados del método de mejora de contraste local

En la Tabla 4.1 se muestran los resultados promedios con las mejores configuraciones para el framework ($B7W1$), junto con los métodos de ordenamiento propuestos en la literatura ($B7$) para la métrica CEF . La estrategia de

mejora de contraste se define por la ecuación 3.6 con β igual a 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Se puede observar que a medida que aumenta β , también aumenta el valor del *CEF*. Los métodos *MIN* (marcado en negrita), *MO1*, *MO2* y *VAR* son los que obtienen mejores resultados. En la Tabla 4.2 se muestran los resultados promedios para el framework con la configuración *B7W0*, junto con los métodos de ordenamiento propuestos en la literatura (*B7*) para la métrica *CIR*. Con β igual a 1, 2, y 3, el método *LEX* es más eficiente. Sin embargo, el método *MO1* es el más eficiente, con β igual a 4, 5, y 6. A partir de los experimentos se puede observar que a medida que aumenta el factor de contraste β se obtienen mejores resultados en ambas métricas utilizando el framework con el método *MO1*. Resultados para diferentes particiones de dominio del framework pueden verse en el APENDICE A.

Tabla 4.1: CEF. Mejores resultados promedios

| Ordenamiento | $\beta=1$ | $\beta=2$ | $\beta=3$ | $\beta=4$ | $\beta=5$ | $\beta=6$ |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| MIN | 1,105 | 1,219 | 1,327 | 1,432 | 1,533 | 1,629 |
| MO1 | 1,1 | 1,21 | 1,313 | 1,414 | 1,512 | 1,605 |
| MO2 | 1,1 | 1,209 | 1,313 | 1,414 | 1,512 | 1,605 |
| VAR | 1,095 | 1,199 | 1,297 | 1,394 | 1,489 | 1,579 |
| HLEX | 1,095 | 1,198 | 1,296 | 1,392 | 1,486 | 1,576 |
| SMO | 1,095 | 1,198 | 1,296 | 1,393 | 1,487 | 1,577 |
| MAX | 1,094 | 1,197 | 1,296 | 1,393 | 1,488 | 1,579 |
| ED | 1,094 | 1,196 | 1,294 | 1,39 | 1,483 | 1,573 |
| MEAN | 1,093 | 1,195 | 1,293 | 1,389 | 1,483 | 1,573 |
| BM | 1,093 | 1,194 | 1,291 | 1,386 | 1,479 | 1,568 |
| AMLEX | 1,093 | 1,192 | 1,286 | 1,379 | 1,471 | 1,559 |
| LEX | 1,091 | 1,186 | 1,276 | 1,365 | 1,453 | 1,538 |
| ALEX | 1,091 | 1,186 | 1,276 | 1,365 | 1,453 | 1,538 |
| LAB | 1,088 | 1,179 | 1,264 | 1,349 | 1,433 | 1,513 |

La Figura 4.9 muestra la cara del pez de la imagen antes vista en el capítulo de Aplicaciones (Figure 4.9(a)). Las imágenes de la Figura 4.9(b-g) también muestran los resultados cuando $\beta = \{1, 2, 3\}$ usando los métodos *LEX* y *MO1* (con estos valores de β el método *LEX* obtiene mejores resultados según la métrica *CIR*). El método *LEX* da más importancia al componente rojo; por lo tanto, aparecen mayores distorsiones en la imagen

Tabla 4.2: CIR. Mejores resultados promedios.

| Ordering | $\beta=1$ | $\beta=2$ | $\beta=3$ | $\beta=4$ | $\beta=5$ | $\beta=6$ |
|----------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| LEX | 6.528 | 17.213 | 26.978 | 35.207 | 42.011 | 47.608 |
| ALEX | 6.527 | 17.212 | 26.977 | 35.206 | 42.01 | 47.607 |
| LAB | 6.516 | 17.193 | 26.936 | 35.15 | 41.929 | 47.49 |
| AMLEX | 6.503 | 17.164 | 26.921 | 35.155 | 41.958 | 47.553 |
| BM | 6.461 | 17.124 | 26.891 | 35.135 | 41.965 | 47.582 |
| ED | 6.451 | 17.105 | 26.886 | 35.142 | 41.982 | 47.613 |
| HLEX | 6.442 | 17.083 | 26.858 | 35.117 | 41.955 | 47.587 |
| MO1 | 6.445 | 17.124 | 26.935 | 35.213 | 42.071 | 47.721 |
| MO2 | 6.441 | 17.112 | 26.917 | 35.194 | 42.051 | 47.7 |
| SMO | 6.438 | 17.069 | 26.838 | 35.095 | 41.931 | 47.563 |
| MIN | 6.437 | 17.107 | 26.914 | 35.19 | 42.044 | 47.687 |
| MAX | 6.43 | 17.063 | 26.84 | 35.1 | 41.944 | 47.582 |
| VAR | 6.395 | 16.934 | 26.62 | 34.814 | 41.609 | 47.203 |
| MEAN | 6.37 | 16.974 | 26.722 | 34.957 | 41.785 | 47.414 |

resultante (un color rojo más oscuro en ciertas áreas de la cara del pez). La distorsión es cada vez más notoria a medida que β aumenta. Este tipo de distorsión también se observa para métodos que son variaciones lexicográficas en el espacio de color RGB . El nivel de distorsión es menor utilizando el framework con todos los métodos de ordenamiento (en las imágenes de la Figura 4.9(e-g) se puede observar los resultados con el método $MO1$).

4.2.3 Resultados del método de mejora de contraste utilizando morfología matemática multiescala

La estrategia de mejora de contraste se define por la ecuación 3.15 con K igual a 1, 2, 3, 4, 5 y 6. En la Tabla 4.3 se muestran los resultados promedios con las mejores configuraciones para el framework ($W0$), junto con los métodos de ordenamiento de la literatura a medida que aumenta la cantidad de iteraciones K para la métrica CEF . Con K igual a 1 el método $DLAB$ obtiene mejor resultado en promedio, para K igual a 2, el método ED es más eficiente (resultados marcados en negrita). Sin embargo, los métodos $MO1$ y $MO2$ son más eficientes, con K igual a 3, 4, 5 y 6. En la Tabla 4.4 se

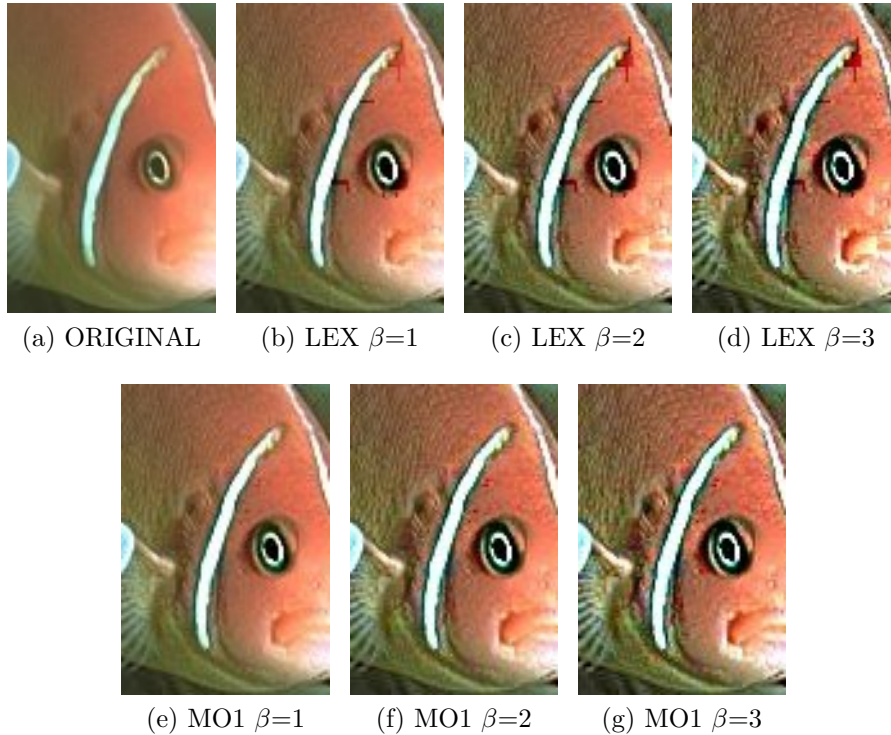


Figura 4.9: Resultados de la aplicación de mejora de contraste. Elemento estructurante 7×7 y dominio $W0$.

muestran los resultados promedios para la métrica *CIR*. Con K igual a 1, 2 y 3 el método *BM* obtiene mejor resultado en promedio y con K igual a 4, 5 y 6, el método *ED* es más eficiente. Para esta estrategia en particular los métodos de ordenamiento de la literatura obtienen mejores resultados según la métrica *CIR*. El método *MAX* es el que obtiene mejores resultados en comparación con los otros métodos obtenidos por el framework.

La Figura 4.10 muestra la imagen completa del pez antes vista en el capítulo de Aplicaciones (Figure 4.10(a)). Las imágenes de la Figura 4.9(b-g) también muestran los resultados cuando $K = \{5, 6\}$ usando los métodos *ED*, *MAX* y *MO2*. El método *ED* es el que obtiene mejores resultados entre los métodos de la literatura según la métrica *CEF* y con estos valores de K el método *ED* obtiene mejores resultados según la métrica *CIR*. El método *MAX* obtiene los mejores resultados según la métrica *CIR* entre los métodos de ordenamiento del framework y *MO2* obtiene los mejores re-

Tabla 4.3: CEF. Mejores resultados promedios. Experimento 1

| Iter. | K = 1 | K = 2 | K = 3 | K = 4 | K = 5 | K = 6 |
|-------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| BM | 1,070 | 1,163 | 1,604 | 1,726 | 1,799 | 1,850 |
| DLAB | 1,098 | 0,985 | 0,936 | 0,917 | 0,901 | 0,887 |
| ED | 1,088 | 1,203 | 1,694 | 1,837 | 1,955 | 2,038 |
| HLEX | 1,065 | 1,165 | 1,660 | 1,806 | 1,879 | 1,979 |
| LEX | 1,063 | 1,150 | 1,583 | 1,697 | 1,783 | 1,856 |
| MAX | 1,071 | 1,168 | 1,608 | 1,747 | 1,818 | 1,907 |
| MIN | 1,057 | 1,152 | 1,612 | 1,717 | 1,806 | 1,893 |
| MO2 | 1,083 | 1,195 | 1,743 | 1,925 | 2,046 | 2,113 |
| MO1 | 1,083 | 1,195 | 1,743 | 1,925 | 2,046 | 2,113 |
| MEAN | 1,072 | 1,171 | 1,628 | 1,767 | 1,857 | 1,946 |
| SMO | 1,071 | 1,167 | 1,606 | 1,745 | 1,820 | 1,910 |
| VAR | 1,073 | 1,172 | 1,635 | 1,788 | 1,885 | 1,968 |

Tabla 4.4: CIR. Mejores resultados promedios. Experimento 1

| Iter. | K = 1 | K = 2 | K = 3 | K = 4 | K = 5 | K = 6 |
|-------|--------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| BM | 2,301 | 4,655 | 17,297 | 20,248 | 22,446 | 24,241 |
| DLAB | 2,172 | 4,371 | 16,160 | 19,044 | 21,109 | 22,769 |
| ED | 2,270 | 4,624 | 17,250 | 20,270 | 22,486 | 24,310 |
| HLEX | 1,978 | 4,088 | 15,540 | 18,454 | 20,649 | 22,487 |
| LEX | 2,293 | 4,630 | 17,213 | 20,137 | 22,307 | 24,085 |
| MAX | 2,262 | 4,554 | 17,091 | 20,031 | 22,219 | 24,039 |
| MIN | 2,248 | 4,521 | 16,950 | 19,882 | 22,054 | 23,873 |
| MO2 | 2,256 | 4,542 | 17,120 | 19,971 | 22,152 | 23,969 |
| MO1 | 2,256 | 4,542 | 17,120 | 19,972 | 22,152 | 23,969 |
| MEAN | 2,261 | 4,553 | 17,092 | 20,026 | 22,210 | 24,023 |
| SMO | 2,262 | 4,554 | 17,091 | 20,029 | 22,219 | 24,037 |
| VAR | 2,259 | 4,550 | 17,075 | 20,005 | 22,176 | 23,991 |

sultados según la métrica *CEF*. En las imágenes resultantes de utilizar el método *ED* aparecen mayores distorsiones por toda la imagen. El nivel de distorsión es bastante menor utilizando el framework con todos los métodos de ordenamiento (en las imágenes de la Figura 4.10(d-e) se puede observar los resultados con el método *MAX* y en las imágenes de la Figura 4.10(f-g) el método *MO2*). En muchas ocasiones la sobre-mejora del contraste local hace que las imágenes de color pierdan su apariencia natural.

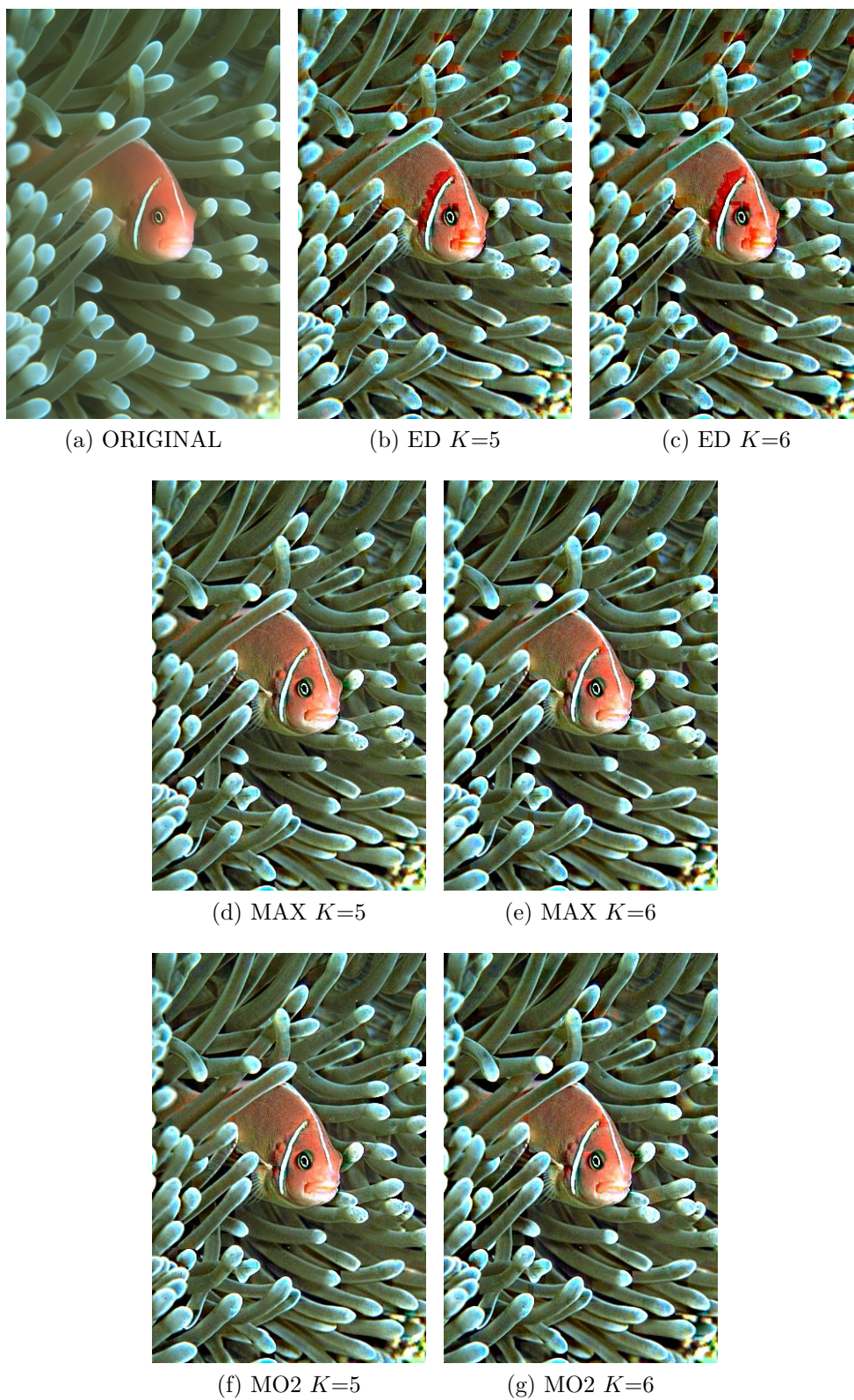


Figura 4.10: Resultados de la aplicación de mejora de contraste. Elemento ⁴³estructurante inicial 3×3 y dominio W_0 .

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

5.1 Conclusiones

Este trabajo presentó un nuevo framework para ordenar colores de imágenes *RGB*. La principal ventaja del framework es que el ordenamiento se realiza extrayendo información de cada histograma de los componentes de color en un dominio determinado de la imagen (Objetivo General).

La moda, la media, el mínimo, el máximo, la varianza y la suavidad fueron analizados de manera a establecer prioridades entre los componentes de color para su posterior ordenamiento (Objetivo específico 1).

Se propuso dos estrategias de partición de dominio para extraer parámetros estadísticos de cada componente de color. La primera estrategia consiste en el vecindario del píxel y la segunda estrategia en una partición en subregiones de la imagen (Objetivo específico 2).

Se realizaron pruebas para dos aplicaciones de procesamiento de imágenes: reducción de ruido y mejora de contraste (Objetivo específico 3).

El filtro mediana se utilizó para la eliminación de ruido y el criterio *MAE* como evaluación numérica. El framework obtuvo mejores rendimientos a los métodos de ordenamiento clásicos encontrados en la literatura con una cantidad considerable de ruido gaussiano, y para el ruido speckle con diferentes parámetros estadísticos de los histogramas (Objetivo específico 4). Los experimentos mostraron que las estrategias de partición de dominio no

eran tan importantes como los parámetros estadísticos de los histogramas de cada componente de color para obtener buenos resultados (Objetivo específico 1 y 2).

Para la aplicación de mejora de contraste se utiliza morfología matemática. Para el efecto, se extendió un simple método de mejora de contraste local, para analizar la mejora en la imagen para diferentes valores de contraste. Para la misma aplicación se propone el uso de morfología matemática multi-escala (Objetivo específico 3). La moda como parámetro estadístico obtuvo mejores resultados que los otros métodos de ordenamiento. Los resultados muestran que el enfoque propuesto es competitivo, tiene en general mejores resultados y es robusto en términos de introducir menos distorsión en la imagen.

5.2 Trabajos futuros

Los trabajos futuros incluyen:

- La extensión del framework a otras operaciones de morfología matemática.
- La utilización de otros parámetros estadísticos como la entropía por cada histograma de los componentes de color.
- Explorar otras particiones del dominio para extraer información local de la imagen.
- Probar el framework de ordenamiento en otras aplicaciones como la segmentación de imágenes.

Referencias Bibliográficas

- [Angulo, 2005a] Angulo, J. (2005a). Morphological color processing based on distances. application to color denoising and enhancement by centre and contrast operators. En *Proc. of VIIP*, páginas 314–319.
- [Angulo, 2005b] Angulo, J. (2005b). Unified morphological color processing framework in a lum/sat/hue representation. En *Mathematical Morphology: 40 Years On*, páginas 387–396. Springer.
- [Angulo, 2010] Angulo, J. (2010). Pseudo-morphological image diffusion using the counter-harmonic paradigm. En *Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems*, páginas 426–437. Springer.
- [Angulo y Serra, 2003] Angulo, J. y Serra, J. (2003). Morphological coding of color images by vector connected filters. En *Signal Processing and Its Applications, 2003. Proceedings. Seventh International Symposium on*, volumen 1, páginas 69–72. IEEE.
- [Aptoula y Lefevre, 2007a] Aptoula, E. y Lefevre, S. (2007a). A comparative study on multivariate mathematical morphology. *Pattern Recognition*, 40(11):2914–2929.
- [Aptoula y Lefevre, 2007b] Aptoula, E. y Lefevre, S. (2007b). Pseudo multivariate morphological operators based on α -trimmed lexicographical extrema. En *Image and Signal Processing and Analysis, 2007. ISPA 2007. 5th International Symposium on*, páginas 367–372. IEEE.

- [Aptoula y Lefevre, 2008a] Aptoula, E. y Lefevre, S. (2008a). α -trimmed lexicographical extrema for pseudo-morphological image analysis. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 19(3):165–174.
- [Aptoula y Lefevre, 2008b] Aptoula, E. y Lefevre, S. (2008b). On lexicographical ordering in multivariate mathematical morphology. *Pattern Recognition Letters*, 29(2):109–118.
- [Arbelaez et al., 2007] Arbelaez, P., Fowlkes, C., y Martin, D. (2007). The berkeley segmentation dataset and benchmark. *see <http://www.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/bsds>*.
- [Bai et al., 2012] Bai, X., Zhou, F., y Xue, B. (2012). Image enhancement using multi scale image features extracted by top-hat transform. *Optics & Laser Technology*, 44(2):328–336.
- [Bouchet et al., 2016] Bouchet, A., Alonso, P., Pastore, J. I., Montes, S., y Díaz, I. (2016). Fuzzy mathematical morphology for color images defined by fuzzy preference relations. *Pattern Recognition*.
- [Burgeth y Kleefeld, 2013] Burgeth, B. y Kleefeld, A. (2013). Morphology for color images via loewner order for matrix fields. En *Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing*, páginas 243–254. Springer.
- [Chanussot y Lambert, 1997] Chanussot, J. y Lambert, P. (1997). Bit mixing paradigm for multivalued morphological filters. En *IEE conference publication*, volumen 2, páginas 804–808. Institution of Electrical Engineers.
- [Chen et al., 2002] Chen, T., Wu, Q., Rahmani-Torkaman, R., y Hughes, J. (2002). A pseudo top-hat mathematical morphological approach to edge detection in dark regions. *Pattern Recognition*, 35(1):199–210.
- [Comer y Delp, 1999] Comer, M. L. y Delp, E. J. (1999). Morphological operations for color image processing. *Journal of electronic imaging*, 8(3):279–289.

- [Davenport y Root, 1958] Davenport, W. B. y Root, W. L. (1958). *Random signals and noise*. McGraw-Hill New York.
- [Gao y Hu, 2013] Gao, C.-J. Z. X.-H. y Hu, X.-Y. (2013). An adaptive lexicographical ordering of color mathematical morphology. *Journal of Computers*, 24(3).
- [Hanbury y Serra, 2001a] Hanbury, A. y Serra, J. (2001a). Mathematical morphology in the hls colour space. En *BMVC*, páginas 1–10. Citeseer.
- [Hanbury y Serra, 2002] Hanbury, A. y Serra, J. (2002). Mathematical morphology in the cielab space. *Image Analysis and Stereology*, 21(3):201–206.
- [Hanbury et al., 2001] Hanbury, A., Serra, J., et al. (2001). Mathematical morphology in the $l^* a^* b^*$ colour space. *Perancis: Centre de Morphologie Mathématique Ecole des Mines de Paris*.
- [Hanbury y Serra, 2001b] Hanbury, A. G. y Serra, J. (2001b). Morphological operators on the unit circle. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 10(12):1842–1850.
- [Kleefeld y Burgeth, 2015] Kleefeld, A. y Burgeth, B. (2015). Processing multispectral images via mathematical morphology. En *Visualization and Processing of Higher Order Descriptors for Multi-Valued Data*, páginas 129–148. Springer.
- [Ledoux et al., 2012] Ledoux, A., Richard, N., y Capelle-Laize, A.-S. (2012). Limits and comparisons of orderings using colour distances. *Traitement du Signal*, 29(1-2):65–82.
- [Lei et al., 2013] Lei, T., Wang, Y., Fan, Y., y Zhao, J. (2013). Vector morphological operators in hsv color space. *Science China Information Sciences*, 56(1):1–12.
- [Livingstone y Hubel, 1988] Livingstone, M. y Hubel, D. (1988). Segregation of form, color, movement, and depth: anatomy, physiology, and perception. *Science*, 240(4853):740–749.

- [Louverdis et al., 2002a] Louverdis, G., Andreadis, I., y Tsalides, P. (2002a). Morphological granulometries for color images. En *Proc. 2nd Hellenic Conf. Artificial Intelligence*, páginas 333–342. Citeseer.
- [Louverdis et al., 2002b] Louverdis, G., Vardavoulia, M. I., Andreadis, I., y Tsalides, P. (2002b). A new approach to morphological color image processing. *Pattern recognition*, 35(8):1733–1741.
- [Noguera et al., 2014] Noguera, J. L. V., Ayala, H. L., Schaerer, C. E., y Facon, J. (2014). A color morphological ordering method based on additive and subtractive spaces. En *Image Processing (ICIP), 2014 IEEE International Conference on*, páginas 674–678. IEEE.
- [Noguera et al., 2013] Noguera, J. L. V., Ayala, H. L., Schaerer, C. E., y Rolon, M. (2013). Mathematical morphology for counting trypanosoma cruzi amastigotes. En *Computing Conference (CLEI), 2013 XXXIX Latin American*, páginas 1–12. IEEE.
- [Ortiz et al., 2004] Ortiz, F., Torres, F., y Gil, P. (2004). Gaussian noise elimination in colour images by vector-connected filters. En *Pattern Recognition, 2004. ICPR 2004. Proceedings of the 17th International Conference on*, volumen 4, páginas 807–810. IEEE.
- [Ortiz Zamora, 2002] Ortiz Zamora, F. G. (2002). *Procesamiento morfológico de imágenes en color: aplicación a la reconstrucción geodésica*.
- [Riveros et al., 2016] Riveros, C., Morel, H., Ayala, H. L., y Noguera, J. L. V. (2016). Color ordering strategy based on loewner order applied to the mathematical morphology. En *Computing Conference (CLEI), 2016 XLII Latin American*, páginas 1–7. IEEE.
- [Rivest, 2004] Rivest, J.-F. (2004). Morphological operators on complex signals. *Signal Processing*, 84(1):133–139.
- [Román et al., 2017] Román, J. C. M., Ayala, H. L., y Noguera, J. L. V. (2017). Image color contrast enhancement using multiscale morphology. *Journal of Computational Interdisciplinary Sciences*, 8(11):119–129.

- [Sartor y Weeks, 2001] Sartor, L. J. y Weeks, A. R. (2001). Morphological operations on color images. *Journal of Electronic Imaging*, 10(2):548–559.
- [Serra, 1986] Serra, J. (1986). Introduction to mathematical morphology. *Computer vision, graphics, and image processing*, 35(3):283–305.
- [StojiC et al., 2005] StojiC, T., Reljin, I., y Reljin, B. (2005). Local contrast enhancement in digital mammography by using mathematical morphology. En *Signals, Circuits and Systems, 2005. ISSCS 2005. International Symposium on*, volumen 2, páginas 609–612. IEEE.
- [Susstrunk y Winkler, 2003] Susstrunk, S. E. y Winkler, S. (2003). Color image quality on the internet. En *Electronic Imaging 2004*, páginas 118–131. International Society for Optics and Photonics.
- [Tobar et al., 2007] Tobar, M. C., Platero, C., González, P. M., y Asensio, G. (2007). Mathematical morphology in the hsi colour space. En *Pattern Recognition and Image Analysis*, páginas 467–474. Springer.
- [Trémeau, 1998] Trémeau, A. (1998). Analyse dâimages couleur: du pixel à la scène. *HDR, Université de Saint-Etienne*.
- [Tuzlukov, 2002] Tuzlukov, V. (2002). *Signal processing noise*, volumen 8. CRC Press.
- [van de Gronde y Roerdink, 2013] van de Gronde, J. J. y Roerdink, J. B. (2013). Group-invariant frames for colour morphology. En *Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing*, páginas 267–278. Springer.
- [Vardavoulia et al., 2002] Vardavoulia, M., Andreadis, I., y Tsalides, P. (2002). Vector ordering and morphological operations for colour image processing: fundamentals and applications. *Pattern Analysis and Applications*, 5(3):271–287.
- [Vazquez Noguera et al., 2014] Vazquez Noguera, J. L., Legal Ayala, H., Schaerer, C. E., y Facon, J. (2014). A color morphological ordering method

- based on additive and subtractive spaces. En *Image Processing (ICIP), 2014 IEEE International Conference on*, páginas 674–678. IEEE.
- [Velasco-Forero y Angulo, 2010] Velasco-Forero, S. y Angulo, J. (2010). Morphological processing of hyperspectral images using kriging-based supervised ordering. En *Image Processing (ICIP), 2010 17th IEEE International Conference on*, páginas 1409–1412. IEEE.
- [Velasco-Forero y Angulo, 2011] Velasco-Forero, S. y Angulo, J. (2011). Supervised ordering in: Application to morphological processing of hyperspectral images. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 20(11):3301–3308.
- [Velasco-Forero y Angulo, 2012] Velasco-Forero, S. y Angulo, J. (2012). Random projection depth for multivariate mathematical morphology. *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of*, 6(7):753–763.
- [Wang y Yan, 2012] Wang, L. y Yan, L. (2012). Edge detection of color image using vector morphological operators. En *Computer Science and Network Technology (ICCSNT), 2012 2nd International Conference on*, páginas 2211–2215. IEEE.
- [Wang et al., 2003] Wang, Y.-P., Wu, Q., Castleman, K. R., y Xiong, Z. (2003). Chromosome image enhancement using multiscale differential operators. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 22(5):685–693.
- [Zaharescu et al., 2003] Zaharescu, E., Zamfir, M., y Vertan, C. (2003). Color morphology-like operators based on color geometric shape characteristics. En *Signals, Circuits and Systems, 2003. SCS 2003. International Symposium on*, volumen 1, páginas 145–148. IEEE.
- [Zamora et al., 2001] Zamora, F. G. O., Torres-Medina, F., Lopez-Angulo, J., y Mendez, S. P. (2001). Comparative study of vectorial morphological operations in different color spaces. En *Intelligent Systems and Advanced Manufacturing*, páginas 259–268. International Society for Optics and Photonics.

APENDICE A

Resultados del método de mejora de contraste local

En este apartado se presentan los resultados promedios para diferentes particiones de dominio utilizando los elementos estructurantes 3×3 ($B3$), 5×5 ($B5$) y 7×7 ($B7$). Como referencia, se añadió un sufijo WX a las designaciones de los métodos propuestos, donde X representa el número de subregiones en las que se dividió la imagen. Si X es igual a 0 (cero), el vecindario (elemento estructurante) es el dominio (primera estrategia). Del mismo modo, $W9$ implica que la imagen se dividió en 9 subregiones del mismo tamaño. En la Tabla A.1 se puede observar los resultados promedios de $B3$ para la métrica CEF . En la Tabla A.2 se puede observar los resultados promedios de $B5$ para la métrica CEF . En la Tabla A.3 se puede observar los resultados promedios de $B7$ para la métrica CEF .

En la Tabla A.4 se puede observar los resultados promedios de $B3$ para la métrica CIR . En la Tabla A.5 se puede observar los resultados promedios de $B5$ para la métrica CIR . En la Tabla A.6 se puede observar los resultados promedios de $B7$ para la métrica CIR .

Tabla A.1: CEF. Elemento estructurante 3×3

| Ordering | $\beta=1$ | $\beta=2$ | $\beta=3$ | $\beta=4$ | $\beta=5$ | $\beta=6$ |
|----------|--------------|--------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| MINW1 | 1,024 | 1,063 | 1,106 | 1,15 | 1,195 | 1,24 |
| MO2W1 | 1,021 | 1,056 | 1,096 | 1,138 | 1,181 | 1,224 |
| MO1W1 | 1,021 | 1,056 | 1,096 | 1,138 | 1,181 | 1,224 |
| MO2W25 | 1,021 | 1,055 | 1,094 | 1,135 | 1,177 | 1,219 |
| MO1W25 | 1,021 | 1,055 | 1,094 | 1,135 | 1,177 | 1,219 |
| MO2W9 | 1,02 | 1,055 | 1,094 | 1,135 | 1,177 | 1,219 |
| MAXW1 | 1,02 | 1,054 | 1,094 | 1,135 | 1,177 | 1,219 |
| MO1W9 | 1,02 | 1,055 | 1,094 | 1,135 | 1,177 | 1,219 |
| MO2W49 | 1,02 | 1,054 | 1,093 | 1,134 | 1,176 | 1,218 |
| HLEX | 1,02 | 1,054 | 1,093 | 1,133 | 1,174 | 1,216 |
| SMOW1 | 1,02 | 1,054 | 1,093 | 1,134 | 1,175 | 1,217 |
| MO1W49 | 1,02 | 1,054 | 1,093 | 1,134 | 1,176 | 1,218 |
| VARW1 | 1,02 | 1,054 | 1,093 | 1,133 | 1,174 | 1,216 |
| SMOW0 | 1,02 | 1,055 | 1,094 | 1,136 | 1,178 | 1,221 |
| SMOW9 | 1,02 | 1,054 | 1,093 | 1,134 | 1,175 | 1,217 |
| SMOW25 | 1,02 | 1,054 | 1,093 | 1,133 | 1,175 | 1,216 |
| SMOW49 | 1,02 | 1,054 | 1,093 | 1,133 | 1,175 | 1,216 |
| MAXW9 | 1,02 | 1,054 | 1,093 | 1,134 | 1,175 | 1,217 |
| MEANW1 | 1,02 | 1,054 | 1,092 | 1,133 | 1,174 | 1,215 |
| MAXW25 | 1,02 | 1,054 | 1,092 | 1,133 | 1,175 | 1,216 |
| MAXW49 | 1,02 | 1,054 | 1,092 | 1,133 | 1,174 | 1,216 |
| BM | 1,02 | 1,053 | 1,091 | 1,131 | 1,171 | 1,212 |
| MINW9 | 1,02 | 1,053 | 1,092 | 1,133 | 1,174 | 1,215 |
| ED | 1,02 | 1,053 | 1,091 | 1,131 | 1,171 | 1,212 |
| AMLEXW0 | 1,02 | 1,052 | 1,088 | 1,127 | 1,165 | 1,205 |
| MEANW9 | 1,02 | 1,053 | 1,091 | 1,132 | 1,173 | 1,214 |
| VARW9 | 1,02 | 1,053 | 1,091 | 1,131 | 1,172 | 1,213 |
| MEANW25 | 1,02 | 1,053 | 1,091 | 1,131 | 1,172 | 1,214 |
| MEANW49 | 1,02 | 1,053 | 1,091 | 1,131 | 1,172 | 1,213 |
| VARW0 | 1,02 | 1,056 | 1,098 | 1,143 | 1,189 | 1,235 |
| VARW25 | 1,02 | 1,052 | 1,09 | 1,131 | 1,171 | 1,212 |
| VARW49 | 1,019 | 1,052 | 1,09 | 1,13 | 1,171 | 1,212 |
| MO1W0 | 1,019 | 1,052 | 1,09 | 1,131 | 1,171 | 1,212 |
| MAXW0 | 1,019 | 1,052 | 1,091 | 1,131 | 1,172 | 1,214 |
| MO2W0 | 1,019 | 1,052 | 1,09 | 1,131 | 1,172 | 1,213 |
| MEANW0 | 1,019 | 1,052 | 1,09 | 1,13 | 1,17 | 1,211 |
| LEX | 1,019 | 1,049 | 1,084 | 1,119 | 1,155 | 1,191 |
| MINW0 | 1,019 | 1,052 | 1,089 | 1,129 | 1,169 | 1,21 |
| ALEX | 1,019 | 1,049 | 1,084 | 1,119 | 1,155 | 1,192 |
| MINW25 | 1,019 | 1,051 | 1,089 | 1,129 | 1,17 | 1,211 |
| MINW49 | 1,019 | 1,051 | 1,088 | 1,128 | 1,168 | 1,209 |
| LAB | 1,018 | 1,045 | 1,075 | 1,106 | 1,138 | 1,17 |

Tabla A.2: CEF. Elemento estructurante 5×5

| Ordering | $\beta=1$ | $\beta=2$ | $\beta=3$ | $\beta=4$ | $\beta=5$ | $\beta=6$ |
|----------|--------------|--------------|-------------|-------------|--------------|--------------|
| MINW1 | 1,066 | 1,148 | 1,23 | 1,31 | 1,388 | 1,465 |
| MO1W1 | 1,06 | 1,136 | 1,213 | 1,29 | 1,365 | 1,44 |
| MO2W1 | 1,06 | 1,136 | 1,213 | 1,29 | 1,365 | 1,44 |
| MO1W9 | 1,059 | 1,134 | 1,21 | 1,285 | 1,359 | 1,433 |
| MO2W9 | 1,059 | 1,134 | 1,21 | 1,285 | 1,359 | 1,433 |
| MO1W25 | 1,058 | 1,133 | 1,209 | 1,284 | 1,358 | 1,432 |
| MO2W25 | 1,058 | 1,133 | 1,209 | 1,284 | 1,358 | 1,432 |
| MO2W49 | 1,058 | 1,132 | 1,208 | 1,282 | 1,356 | 1,43 |
| MO1W49 | 1,058 | 1,132 | 1,207 | 1,282 | 1,356 | 1,43 |
| VARW1 | 1,057 | 1,13 | 1,204 | 1,277 | 1,349 | 1,421 |
| HLEX | 1,057 | 1,13 | 1,203 | 1,276 | 1,348 | 1,42 |
| SMOW1 | 1,057 | 1,13 | 1,204 | 1,277 | 1,349 | 1,421 |
| MAXW1 | 1,057 | 1,13 | 1,204 | 1,277 | 1,35 | 1,423 |
| SMOW9 | 1,057 | 1,129 | 1,203 | 1,276 | 1,348 | 1,421 |
| SMOW25 | 1,057 | 1,129 | 1,203 | 1,276 | 1,348 | 1,42 |
| SMOW49 | 1,057 | 1,129 | 1,203 | 1,276 | 1,348 | 1,42 |
| MINW9 | 1,057 | 1,13 | 1,205 | 1,279 | 1,352 | 1,425 |
| MAXW9 | 1,056 | 1,129 | 1,203 | 1,276 | 1,348 | 1,421 |
| ED | 1,056 | 1,128 | 1,201 | 1,273 | 1,344 | 1,416 |
| SMOW0 | 1,056 | 1,129 | 1,203 | 1,277 | 1,349 | 1,423 |
| MEANW1 | 1,056 | 1,128 | 1,201 | 1,274 | 1,345 | 1,418 |
| MAXW25 | 1,056 | 1,128 | 1,202 | 1,275 | 1,347 | 1,42 |
| BM | 1,056 | 1,127 | 1,2 | 1,271 | 1,342 | 1,413 |
| MAXW49 | 1,056 | 1,128 | 1,201 | 1,274 | 1,346 | 1,419 |
| VARW9 | 1,056 | 1,128 | 1,201 | 1,274 | 1,345 | 1,418 |
| AMLEXW0 | 1,056 | 1,125 | 1,195 | 1,265 | 1,334 | 1,403 |
| MEANW9 | 1,056 | 1,127 | 1,2 | 1,272 | 1,344 | 1,416 |
| VARW25 | 1,055 | 1,127 | 1,2 | 1,273 | 1,345 | 1,417 |
| MEANW25 | 1,055 | 1,127 | 1,2 | 1,272 | 1,344 | 1,416 |
| MO1W0 | 1,055 | 1,127 | 1,201 | 1,275 | 1,347 | 1,42 |
| MEANW49 | 1,055 | 1,126 | 1,199 | 1,272 | 1,343 | 1,416 |
| VARW49 | 1,055 | 1,126 | 1,2 | 1,272 | 1,345 | 1,417 |
| LEX | 1,055 | 1,121 | 1,188 | 1,254 | 1,319 | 1,386 |
| ALEX | 1,055 | 1,121 | 1,188 | 1,254 | 1,32 | 1,386 |
| MO2W0 | 1,055 | 1,126 | 1,2 | 1,273 | 1,346 | 1,419 |
| MINW25 | 1,054 | 1,126 | 1,199 | 1,272 | 1,345 | 1,418 |
| MINW0 | 1,054 | 1,125 | 1,198 | 1,271 | 1,342 | 1,415 |
| MAXW0 | 1,054 | 1,125 | 1,199 | 1,271 | 1,343 | 1,416 |
| MEANW0 | 1,054 | 1,125 | 1,198 | 1,27 | 1,341 | 1,414 |
| MINW49 | 1,054 | 1,125 | 1,198 | 1,27 | 1,342 | 1,415 |
| VARW0 | 1,052 | 1,126 | 1,204 | 1,281 | 1,357 | 1,434 |
| LAB | 1,052 | 1,114 | 1,176 | 1,237 | 1,297 | 1,359 |

Tabla A.3: CEF. Elemento estructurante 7×7

| Ordenamiento | $\beta=1$ | $\beta=2$ | $\beta=3$ | $\beta=4$ | $\beta=5$ | $\beta=6$ |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| MINW1 | 1,105 | 1,219 | 1,327 | 1,432 | 1,533 | 1,629 |
| MO1W1 | 1,1 | 1,21 | 1,313 | 1,414 | 1,512 | 1,605 |
| MO2W1 | 1,1 | 1,209 | 1,313 | 1,414 | 1,512 | 1,605 |
| MO2W9 | 1,098 | 1,205 | 1,307 | 1,407 | 1,504 | 1,597 |
| MO1W9 | 1,098 | 1,205 | 1,307 | 1,407 | 1,504 | 1,597 |
| MO2W25 | 1,096 | 1,203 | 1,305 | 1,404 | 1,501 | 1,594 |
| MO1W25 | 1,096 | 1,203 | 1,305 | 1,404 | 1,501 | 1,594 |
| MO1W49 | 1,096 | 1,202 | 1,303 | 1,402 | 1,499 | 1,591 |
| MO2W49 | 1,096 | 1,201 | 1,303 | 1,402 | 1,499 | 1,591 |
| VARW1 | 1,095 | 1,199 | 1,297 | 1,394 | 1,489 | 1,579 |
| HLEX | 1,095 | 1,198 | 1,296 | 1,392 | 1,486 | 1,576 |
| SMOW1 | 1,095 | 1,198 | 1,296 | 1,393 | 1,487 | 1,577 |
| MAXW1 | 1,094 | 1,197 | 1,296 | 1,393 | 1,488 | 1,579 |
| SMOW9 | 1,094 | 1,197 | 1,295 | 1,392 | 1,486 | 1,577 |
| SMOW25 | 1,094 | 1,197 | 1,295 | 1,392 | 1,486 | 1,577 |
| ED | 1,094 | 1,196 | 1,294 | 1,39 | 1,483 | 1,573 |
| SMOW49 | 1,094 | 1,197 | 1,295 | 1,392 | 1,486 | 1,576 |
| MINW9 | 1,094 | 1,198 | 1,298 | 1,397 | 1,493 | 1,585 |
| MAXW9 | 1,093 | 1,196 | 1,295 | 1,392 | 1,486 | 1,577 |
| MEANW1 | 1,093 | 1,195 | 1,293 | 1,389 | 1,483 | 1,573 |
| MAXW25 | 1,093 | 1,196 | 1,294 | 1,391 | 1,485 | 1,576 |
| SMOW0 | 1,093 | 1,196 | 1,294 | 1,391 | 1,486 | 1,577 |
| VARW9 | 1,093 | 1,195 | 1,293 | 1,39 | 1,485 | 1,576 |
| BM | 1,093 | 1,194 | 1,291 | 1,386 | 1,479 | 1,568 |
| MAXW49 | 1,093 | 1,195 | 1,293 | 1,39 | 1,484 | 1,575 |
| AMLEXW0 | 1,093 | 1,192 | 1,286 | 1,379 | 1,471 | 1,559 |
| MO1W0 | 1,092 | 1,196 | 1,295 | 1,393 | 1,489 | 1,581 |
| MEANW9 | 1,092 | 1,193 | 1,29 | 1,387 | 1,481 | 1,571 |
| VARW25 | 1,092 | 1,194 | 1,293 | 1,39 | 1,485 | 1,576 |
| MO2W0 | 1,092 | 1,195 | 1,294 | 1,391 | 1,487 | 1,579 |
| MEANW25 | 1,091 | 1,193 | 1,29 | 1,386 | 1,48 | 1,571 |
| MINW25 | 1,091 | 1,194 | 1,293 | 1,391 | 1,486 | 1,577 |
| MINW0 | 1,091 | 1,193 | 1,292 | 1,389 | 1,483 | 1,574 |
| VARW49 | 1,091 | 1,193 | 1,292 | 1,389 | 1,484 | 1,575 |
| MEANW49 | 1,091 | 1,192 | 1,289 | 1,386 | 1,48 | 1,57 |
| LEX | 1,091 | 1,186 | 1,276 | 1,365 | 1,453 | 1,538 |
| ALEXW0 | 1,091 | 1,186 | 1,276 | 1,365 | 1,453 | 1,538 |
| MINW49 | 1,09 | 1,192 | 1,29 | 1,387 | 1,483 | 1,574 |
| MAXW0 | 1,09 | 1,192 | 1,29 | 1,387 | 1,481 | 1,572 |
| LAB | 1,088 | 1,179 | 1,264 | 1,349 | 1,433 | 1,513 |
| MEANW0 | 1,087 | 1,187 | 1,282 | 1,377 | 1,471 | 1,56 |
| VARW0 | 1,086 | 1,189 | 1,29 | 1,391 | 1,489 | 1,583 |

Tabla A.4: CIR. Elemento estructurante 3×3

| Ordering | $\beta=1$ | $\beta=2$ | $\beta=3$ | $\beta=4$ | $\beta=5$ | $\beta=6$ |
|----------|--------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| LEX | 2,293 | 7,472 | 13,479 | 19,458 | 25,066 | 30,189 |
| ALEX | 2,293 | 7,472 | 13,478 | 19,457 | 25,064 | 30,187 |
| LAB | 2,282 | 7,435 | 13,41 | 19,348 | 24,917 | 29,999 |
| AMLEX | 2,282 | 7,441 | 13,437 | 19,41 | 25,021 | 30,149 |
| BM | 2,27 | 7,416 | 13,411 | 19,387 | 25,006 | 30,144 |
| MO1W0 | 2,262 | 7,394 | 13,38 | 19,354 | 24,967 | 30,104 |
| MO2W0 | 2,262 | 7,391 | 13,372 | 19,342 | 24,954 | 30,089 |
| SMOW1 | 2,262 | 7,387 | 13,366 | 19,337 | 24,949 | 30,087 |
| SMOW25 | 2,262 | 7,387 | 13,366 | 19,335 | 24,948 | 30,084 |
| SMOW9 | 2,262 | 7,387 | 13,365 | 19,334 | 24,946 | 30,082 |
| SMOW49 | 2,262 | 7,387 | 13,366 | 19,336 | 24,947 | 30,083 |
| ED | 2,262 | 7,387 | 13,365 | 19,331 | 24,94 | 30,072 |
| SMOW0 | 2,261 | 7,383 | 13,358 | 19,324 | 24,93 | 30,06 |
| MAXW1 | 2,261 | 7,383 | 13,36 | 19,328 | 24,939 | 30,075 |
| HLEX | 2,261 | 7,383 | 13,357 | 19,322 | 24,929 | 30,059 |
| MEANW1 | 2,261 | 7,386 | 13,365 | 19,334 | 24,945 | 30,08 |
| MAXW9 | 2,261 | 7,383 | 13,358 | 19,325 | 24,935 | 30,069 |
| MEANW25 | 2,26 | 7,383 | 13,36 | 19,326 | 24,934 | 30,067 |
| VARW1 | 2,26 | 7,383 | 13,355 | 19,316 | 24,918 | 30,043 |
| MEANW9 | 2,26 | 7,384 | 13,361 | 19,329 | 24,938 | 30,073 |
| MAXW49 | 2,26 | 7,381 | 13,355 | 19,32 | 24,927 | 30,06 |
| MAXW25 | 2,26 | 7,381 | 13,356 | 19,321 | 24,928 | 30,061 |
| MEANW49 | 2,26 | 7,383 | 13,359 | 19,325 | 24,933 | 30,066 |
| MEANW0 | 2,259 | 7,385 | 13,365 | 19,334 | 24,946 | 30,081 |
| MO1W9 | 2,259 | 7,383 | 13,361 | 19,325 | 24,93 | 30,061 |
| MO2W9 | 2,259 | 7,383 | 13,361 | 19,325 | 24,931 | 30,062 |
| MO1W49 | 2,259 | 7,382 | 13,359 | 19,323 | 24,928 | 30,059 |
| MO2W49 | 2,259 | 7,382 | 13,358 | 19,322 | 24,927 | 30,058 |
| MAXW0 | 2,259 | 7,379 | 13,355 | 19,32 | 24,929 | 30,062 |
| VARW9 | 2,258 | 7,374 | 13,339 | 19,294 | 24,892 | 30,014 |
| MO1W25 | 2,258 | 7,383 | 13,36 | 19,325 | 24,932 | 30,062 |
| MO2W25 | 2,258 | 7,383 | 13,361 | 19,326 | 24,933 | 30,063 |
| VARW25 | 2,258 | 7,374 | 13,336 | 19,289 | 24,884 | 30,003 |
| VARW49 | 2,258 | 7,372 | 13,334 | 19,286 | 24,878 | 29,996 |
| MINW0 | 2,257 | 7,381 | 13,359 | 19,327 | 24,939 | 30,075 |
| MO2W1 | 2,256 | 7,376 | 13,35 | 19,312 | 24,916 | 30,047 |
| MO1W1 | 2,256 | 7,376 | 13,349 | 19,312 | 24,916 | 30,046 |
| VARW0 | 2,253 | 7,354 | 13,301 | 19,236 | 24,811 | 29,914 |
| MINW49 | 2,246 | 7,347 | 13,305 | 19,258 | 24,861 | 29,994 |
| MINW25 | 2,245 | 7,339 | 13,291 | 19,24 | 24,84 | 29,972 |
| MINW9 | 2,242 | 7,33 | 13,273 | 19,214 | 24,807 | 29,932 |
| MINW1 | 2,237 | 7,307 | 13,227 | 19,147 | 24,719 | 29,825 |

Tabla A.5: CIR. Elemento estructurante 5×5

| Ordering | $\beta=1$ | $\beta=2$ | $\beta=3$ | $\beta=4$ | $\beta=5$ | $\beta=6$ |
|----------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| LEX | 4,594 | 13,221 | 21,915 | 29,732 | 36,484 | 42,269 |
| ALEX | 4,594 | 13,221 | 21,914 | 29,731 | 36,482 | 42,268 |
| LAB | 4,578 | 13,187 | 21,855 | 29,641 | 36,365 | 42,127 |
| AMLEX | 4,576 | 13,18 | 21,865 | 29,685 | 36,441 | 42,234 |
| BM | 4,55 | 13,145 | 21,838 | 29,663 | 36,432 | 42,239 |
| ED | 4,538 | 13,116 | 21,803 | 29,632 | 36,411 | 42,222 |
| SMOW1 | 4,535 | 13,112 | 21,801 | 29,634 | 36,413 | 42,227 |
| MO1W0 | 4,535 | 13,129 | 21,835 | 29,68 | 36,469 | 42,295 |
| SMOW9 | 4,535 | 13,11 | 21,797 | 29,629 | 36,407 | 42,22 |
| MEANW1 | 4,535 | 13,112 | 21,802 | 29,637 | 36,417 | 42,233 |
| SMOW25 | 4,535 | 13,109 | 21,795 | 29,628 | 36,406 | 42,219 |
| SMOW49 | 4,535 | 13,109 | 21,796 | 29,629 | 36,407 | 42,22 |
| HLEXW0 | 4,533 | 13,105 | 21,786 | 29,613 | 36,387 | 42,194 |
| MAXW1 | 4,533 | 13,105 | 21,789 | 29,62 | 36,397 | 42,212 |
| MO2W0 | 4,533 | 13,12 | 21,819 | 29,663 | 36,451 | 42,277 |
| VARW1 | 4,532 | 13,095 | 21,758 | 29,57 | 36,33 | 42,132 |
| MEANW9 | 4,532 | 13,106 | 21,791 | 29,626 | 36,406 | 42,222 |
| MAXW9 | 4,531 | 13,102 | 21,784 | 29,615 | 36,392 | 42,206 |
| MEANW25 | 4,531 | 13,102 | 21,788 | 29,622 | 36,403 | 42,222 |
| SMOW0 | 4,53 | 13,096 | 21,774 | 29,599 | 36,369 | 42,175 |
| MEANW49 | 4,53 | 13,102 | 21,787 | 29,62 | 36,402 | 42,218 |
| MAXW49 | 4,53 | 13,098 | 21,777 | 29,607 | 36,383 | 42,197 |
| MAXW25 | 4,53 | 13,098 | 21,777 | 29,608 | 36,384 | 42,197 |
| MO1W9 | 4,528 | 13,109 | 21,795 | 29,628 | 36,409 | 42,231 |
| MEANW0 | 4,528 | 13,108 | 21,802 | 29,641 | 36,429 | 42,251 |
| MO2W9 | 4,528 | 13,108 | 21,793 | 29,626 | 36,407 | 42,229 |
| MO2W25 | 4,528 | 13,104 | 21,786 | 29,613 | 36,386 | 42,2 |
| MO1W25 | 4,528 | 13,105 | 21,786 | 29,612 | 36,386 | 42,2 |
| MO1W49 | 4,527 | 13,1 | 21,783 | 29,613 | 36,39 | 42,205 |
| MO2W49 | 4,527 | 13,099 | 21,781 | 29,611 | 36,388 | 42,202 |
| VARW9 | 4,526 | 13,075 | 21,729 | 29,54 | 36,298 | 42,096 |
| MINW0 | 4,526 | 13,107 | 21,807 | 29,65 | 36,441 | 42,264 |
| MAXW0 | 4,525 | 13,092 | 21,773 | 29,604 | 36,385 | 42,2 |
| VARW25 | 4,525 | 13,068 | 21,718 | 29,526 | 36,283 | 42,082 |
| MO2W1 | 4,524 | 13,105 | 21,793 | 29,62 | 36,395 | 42,214 |
| MO1W1 | 4,524 | 13,105 | 21,792 | 29,62 | 36,395 | 42,213 |
| VARW49 | 4,523 | 13,065 | 21,715 | 29,526 | 36,283 | 42,081 |
| VARW0 | 4,507 | 13,02 | 21,638 | 29,41 | 36,136 | 41,908 |
| MINW49 | 4,504 | 13,051 | 21,731 | 29,563 | 36,346 | 42,169 |
| MINW25 | 4,497 | 13,034 | 21,705 | 29,531 | 36,31 | 42,132 |
| MINW9 | 4,488 | 13,002 | 21,652 | 29,466 | 36,236 | 42,047 |
| MINW1 | 4,468 | 12,938 | 21,542 | 29,321 | 36,061 | 41,848 |

Tabla A.6: CIR. Elemento estructurante 7×7

| Ordenamiento | $\beta=1$ | $\beta=2$ | $\beta=3$ | $\beta=4$ | $\beta=5$ | $\beta=6$ |
|--------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| LEX | 6,528 | 17,213 | 26,978 | 35,207 | 42,011 | 47,608 |
| ALEX | 6,527 | 17,212 | 26,977 | 35,206 | 42,01 | 47,607 |
| LAB | 6,516 | 17,193 | 26,936 | 35,15 | 41,929 | 47,49 |
| AMLEX | 6,503 | 17,164 | 26,921 | 35,155 | 41,958 | 47,553 |
| BM | 6,461 | 17,124 | 26,891 | 35,135 | 41,965 | 47,582 |
| ED | 6,451 | 17,105 | 26,886 | 35,142 | 41,982 | 47,613 |
| MEANW1 | 6,446 | 17,092 | 26,872 | 35,133 | 41,978 | 47,62 |
| MO2W1 | 6,445 | 17,119 | 26,903 | 35,157 | 41,988 | 47,616 |
| MO1W1 | 6,445 | 17,119 | 26,902 | 35,156 | 41,988 | 47,616 |
| SMOW1 | 6,445 | 17,091 | 26,871 | 35,139 | 41,983 | 47,619 |
| MO1W0 | 6,445 | 17,124 | 26,935 | 35,213 | 42,071 | 47,721 |
| SMOW9 | 6,444 | 17,087 | 26,866 | 35,13 | 41,973 | 47,611 |
| SMOW49 | 6,444 | 17,085 | 26,863 | 35,127 | 41,972 | 47,608 |
| SMOW25 | 6,444 | 17,085 | 26,863 | 35,128 | 41,971 | 47,608 |
| MAXW1 | 6,443 | 17,08 | 26,856 | 35,118 | 41,96 | 47,595 |
| HLEX | 6,442 | 17,083 | 26,858 | 35,117 | 41,955 | 47,587 |
| MO2W0 | 6,441 | 17,112 | 26,917 | 35,194 | 42,051 | 47,7 |
| MEANW9 | 6,44 | 17,082 | 26,859 | 35,12 | 41,964 | 47,605 |
| VARW1 | 6,44 | 17,06 | 26,804 | 35,046 | 41,866 | 47,487 |
| MAXW9 | 6,439 | 17,076 | 26,854 | 35,113 | 41,956 | 47,59 |
| MEANW25 | 6,439 | 17,08 | 26,86 | 35,124 | 41,967 | 47,608 |
| SMOW0 | 6,438 | 17,069 | 26,838 | 35,095 | 41,931 | 47,563 |
| MAXW25 | 6,438 | 17,071 | 26,845 | 35,104 | 41,945 | 47,579 |
| MINW0 | 6,437 | 17,107 | 26,914 | 35,19 | 42,044 | 47,687 |
| MEANW49 | 6,436 | 17,074 | 26,851 | 35,113 | 41,959 | 47,6 |
| MAXW49 | 6,436 | 17,067 | 26,838 | 35,095 | 41,938 | 47,575 |
| MO1W25 | 6,433 | 17,079 | 26,854 | 35,109 | 41,942 | 47,572 |
| MO2W25 | 6,433 | 17,078 | 26,853 | 35,108 | 41,941 | 47,571 |
| VARW9 | 6,431 | 17,032 | 26,777 | 35,008 | 41,826 | 47,445 |
| MO1W9 | 6,431 | 17,078 | 26,852 | 35,112 | 41,958 | 47,59 |
| MO2W9 | 6,431 | 17,077 | 26,851 | 35,11 | 41,957 | 47,589 |
| MAXW0 | 6,43 | 17,063 | 26,84 | 35,1 | 41,944 | 47,582 |
| MO2W49 | 6,43 | 17,069 | 26,843 | 35,099 | 41,94 | 47,576 |
| MO1W49 | 6,429 | 17,067 | 26,841 | 35,097 | 41,939 | 47,575 |
| VARW25 | 6,427 | 17,025 | 26,768 | 35,004 | 41,821 | 47,437 |
| VARW49 | 6,425 | 17,024 | 26,763 | 34,996 | 41,815 | 47,427 |
| MINW49 | 6,404 | 17,035 | 26,818 | 35,087 | 41,936 | 47,581 |
| VARW0 | 6,395 | 16,934 | 26,62 | 34,814 | 41,609 | 47,203 |
| MINW25 | 6,395 | 17,005 | 26,779 | 35,045 | 41,895 | 47,539 |
| MINW9 | 6,377 | 16,96 | 26,713 | 34,965 | 41,803 | 47,439 |
| MEANW0 | 6,37 | 16,974 | 26,722 | 34,957 | 41,785 | 47,414 |
| MINW1 | 6,329 | 16,838 | 26,526 | 34,736 | 41,532 | 47,131 |

APENDICE B

Publicaciones y presentaciones de trabajos en Conferencias Internacionales

En este apartado se se enumeran las publicaciones relacionadas a este trabajo de Tesis Doctoral (los trabajos también son adjuntados). Se citan además, artículos científicos de este autor durante el periodo de Tesis, pero que no están directamente relacionadas a la investigación presentada en este trabajo. Se omiten versiones preliminares de artículos científicos, que luego fueron extendidas y publicadas en otros medios.

B.0.1 Publicaciones Relacionadas a esta Tesis

- Revista Científica

1. Julio César Mello Román, Horacio Legal Ayala, and José Luis Vázquez Noguera. “*Image color contrast enhancement using multiscale morphology*”. *Journal of Computational Interdisciplinary Sciences*, 8(11):119-129, 2017.

- Conferencia Internacional

1. José Luis Vázquez Noguera, Horacio Legal Ayala, Christian E

Schaerer, and Jacques Facon. A color morphological ordering method based on additive and subtractive spaces. *In Image Processing (ICIP), 2014 IEEE International Conference on*, pages 674678. IEEE, 2014.

B.0.2 Publicaciones no Relacionadas a esta Tesis

B.0.2.1 Revistas Científicas

- Francisco Gómez Vela, Domingo S. Rodriguez-Baena, José Luis Vázquez Noguera. “*Structure Optimization for Large Gene Networks Based on Greedy Strategy*”. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2018.
- Pabla B. Aquino-Morínigo, Freddy R. Lugo-Solís, Diego P. Pinto-Roa, Horacio Legal Ayala, and José Luis Vázquez Noguera. “*Bi-histogram equalization using two plateau limits*”. *Signal, Image and Video Processing*, 11(5): 857-864, 2017.
- Luis Guillermo Moré Rodríguez; José Luis Vázquez Noguera; Diego Pinto Roa; “*Contrast Enhancement of Color Images using a Multi-Objective Optimization Framework*”. *Research in Computing Science*, 147(4):135-143, 2017.
- Jesús M. Romero Riveros; Pablo J. López Estigarribia; José Luis Vázquez Noguera; Cristian Cappelletti; Diego Pinto Roa; Cynthia E. Villaba Cardozo; “*Integrated, reliable and cloud-based personal health record: a scoping review*”. *Health Informatics - An International Journal (HIJ)*, 5:1-20, 2016.
- Laura Raquel Bareiro Paniagua, Deysi Natalia Leguizamón Correa, Diego P. Pinto-Roa, and José Luis Vázquez Noguera. “*Computerized Medical Diagnosis of Melanocytic Lesions based on the ABCD approach*”. *CLEI Electronic Journal*, 19(2), 2016.

B.0.3 Presentaciones en Conferencias Internacionales de trabajos donde se utiliza el método de ordenamiento propuesto

1. José Luis Vázquez Noguera, Horacio Legal Ayala, Christian E Schaerer, and Jacques Facon. Morphological reconstruction in additive and subtractive image color spaces. *The International Congress of Mathematicians (ICM)*, 2014.
2. Edgar Ruben Godoy Liseras; Horacio Legal-Ayala; José Luis Vázquez Noguera; A new alternative for morphological reconstruction of RGB color images. In: *The Conference of Computational Interdisciplinary Science (CCIS)*, 2016.
3. Martin R. Poletti; Joan Ruax; Horacio Legal-Ayala; José Luis Vázquez Noguera; A proposal for the implementation of Watershed segmentation algorithm for color images based on immersions simulations. In: *The Conference of Computational Interdisciplinary Science (CCIS)*, 2016.

Image color contrast enhancement using multiscale morphology

Julio César Mello Román^a, Horacio Legal Ayala^a and José Luis Vázquez Noguera^{a1}

^aNational University of Asuncion, San Lorenzo, Paraguay

Received on September 30, 2016 / accepted on October 10, 2016

Abstract

Contrast enhancement aims to improve color images in terms of human interpretation and further processing in other stages of digital image processing. The multiscale mathematical morphology technique is widely used to enhance contrast in grayscale images. The extension for mathematical morphology for color images is not an easy task, because the images can be defined by different color spaces, which are represented by n-dimensional vectors and there is no single way of ordering vectors. HSI color space is used to represent the color of pixels and a lexicographical order ($I \rightarrow S \rightarrow H$) is imposed for processing. The fundamental morphological operations will be extended from this ordering to be applied into color images. In this work, a contrast enhancement algorithm is presented using the features extracted from the color image by the transformed multiscale top-hat. To evaluate the proposed method, various tests were performed using different color images. The experimental results show the effectiveness of the method, in which contrast enhancement was evaluated by the color enhancement factor (CEF) Metric. Also the visual inspection was used.

Keywords: Color image, contrast enhancement, multiscale mathematical morphology, color enhancement factor.

1. Introduction

Contrast enhancement is a technique used in digital image processing to improve the appearance of images and make them more suitable for human vision. This technique comprises a set of operations that improves the visual quality of the image. These operations allow to enhance the brightness characteristics and the contrast of an image and also intensifies the details present on it.

Contrast enhancement is important because it is useful for further applications such as medical imaging [3], fingerprint recognition [5], geoscience [12], biomedical engineering [13, 11] and computer vision [8].

¹E-mail Corresponding Author: jlvazquez@pol.una.py

In digital image processing there are several techniques for contrast enhancement, such as histogram equalization, which improves the contrast of an image by a redistribution of the gray levels [4]; and the multiscale morphology that has shown efficiency in contrast enhancement for grayscale images [2].

In this paper we propose the usage of multiscale mathematical morphology for color images. The main inconvenience is that color images can be defined in different color spaces where pixels are represented by n -dimensional vectors. The HSI color space is adopted because it has compatible characteristics with the perception of human vision [14]. The lexicographical order $I \rightarrow S \rightarrow H$ [7] is used to order the pixels of color images. Furthermore, a contrast enhancement algorithm that applies the top-hat multiscale transform is presented for color images.

The paper is organized as follows: In section 2, the basics of mathematical morphology are presented. In section 3 the proposed algorithm is detailed. In section 4, experimental results are shown using color images from a public database, and section 5 contains the conclusions and future work.

2. Mathematical morphology

Mathematical morphology is used by many applications. Its extension to color images is a challenging task, because there is an inconvenience due to the absence of a natural order between vectors that are used to represent pixels of an image [8]. Then the basics of morphological operators are presented below.

Mathematical morphology is based on two basic operations: erosion (minimization) and dilation (maximization).

Given an image f and one structuring element g , in which pixels are respectively represented by cartesian coordinates (u, v) and (s, t) , where the dilation ($f \oplus g$) and erosion ($f \ominus g$) of an image can be defined as:

$$(f \oplus g)(u, v) = \max\{f(u-s, v-t) + g(s, t) | (u-s, v-t) \in f, (s, t) \in g\} \quad (1)$$

$$(f \ominus g)(u, v) = \min\{f(u+s, v+t) - g(s, t) | (u+s, v+t) \in f, (s, t) \in g\} \quad (2)$$

For all pixels, the erosion and dilation operations are denoted as $(f \oplus g)$ and $(f \ominus g)$. In order to get the maximum and the minimum using the dilation and erosion operations, color image pixels need to be ordered. Considering that color is represented as vectors, and no natural order is defined for them, the extent of mathematical morphology in color spaces is not trivial, since we need to adopt a color space and an order within this space. In this paper, the HSI color space and the lexicographic order $I \rightarrow S \rightarrow H$ [7] are used to order the pixels.

The operations of erosion and dilation of de color image with square structuring element 3×3 using the lexicographical order $I \rightarrow S \rightarrow H$ are illustrated in the Figure 1.

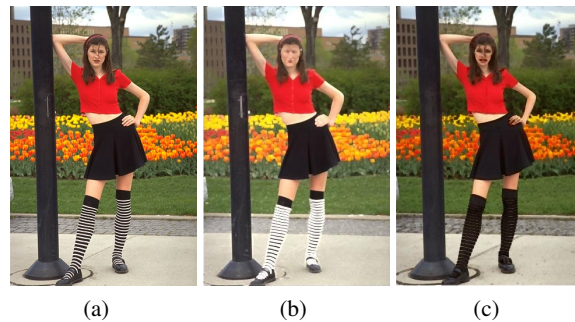


Figure 1: Original image (a), dilation (b) and erosion (c).

All the mathematical morphology can be extended by the dilation and erosion operations.

The opening \circ and closing \bullet of f by g operations are defined from the concepts of dilation and erosion as follows:

$$f \circ g = (f \ominus g) \oplus g \quad (3)$$

$$f \bullet g = (f \oplus g) \ominus g \quad (4)$$

The operations of opening and closing of de color image with square structuring element 3×3 using the lexicographical order $I \rightarrow S \rightarrow H$ are illustrated in the Figure 2.

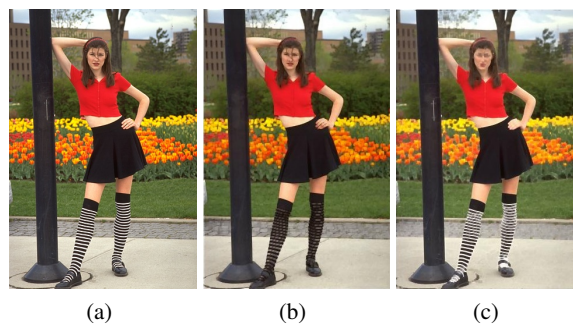


Figure 2: Original image (a), opening (b) and closing (c).

Given the opening and closing operations, the white top-hat transform (WTH) and the black top-hat transform (BTH) for an image f are defined as follows:

$$WTH = f - f \circ g \quad (5)$$

$$BTH = f \bullet g - f \quad (6)$$

The operations of white top-hat and black top-hat of de color image with square structuring element 3×3 using the lexicographical order $I \rightarrow S \rightarrow H$ are illustrated in the Figure 3.

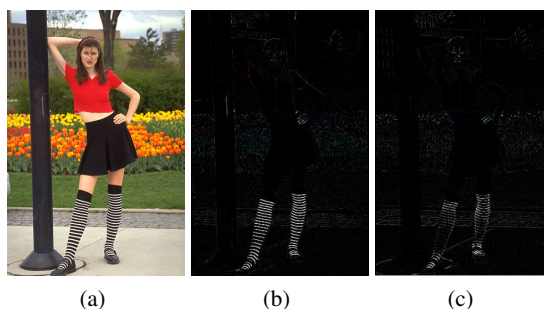


Figure 3: Original image (a), white top-hat (b) and black top-hat (c).

When using opening and closing operators, the bright and dark areas of the image are attenuated, respectively (WTH obtained bright areas, meanwhile with BTH obtained dark areas of the image).

3. Proposal

The contrast enhancement for the image f based on the top-hat transform consists on adding the bright areas of the image f and subtracting the dark areas of the image f as follows [9]:

$$f_E = f + WTH - BTH \quad (7)$$

where f_E is the resulting image with enhanced contrast.

The algorithm proposed in this paper is a variation of the technique described by Bai, Zhou and Xue [2] for grayscale images. They propose a method of contrast enhancement that extracts image features by multi-scale top-hat transform which we call BZX algorithm. Next, to get a better understanding, the method description is exposed. The structuring element is dilated $n - 1$ times, where n is the number of iterations:

$$\begin{aligned}
g_1 &= g_1 \\
g_2 &= g_1 \oplus g_1 \\
g_3 &= g_2 \oplus g_1 = g_1 \oplus g_1 \oplus g_1 \\
&\vdots \\
g_n &= g_{n-1} \oplus g_1 = \underbrace{g_1 \oplus g_1 \oplus g_1 \oplus \cdots \oplus g_1}_{\text{dilated } n-1 \text{ times}}
\end{aligned}$$

First, the bright and dark zones in different scales are obtained, as follows:

$$WTH_i = \begin{cases} WTH_1 = f - f \circ g_1 \\ WTH_2 = f - f \circ g_2 \\ WTH_3 = f - f \circ g_3 \\ \vdots \\ WTH_n = f - f \circ g_n \end{cases} \quad (8)$$

$$BTH_i = \begin{cases} BTH_1 = f \bullet g_1 - f \\ BTH_2 = f \bullet g_2 - f \\ BTH_3 = f \bullet g_3 - f \\ \vdots \\ BTH_n = f \bullet g_n - f \end{cases} \quad (9)$$

In a second step, the dark and bright zones in different scales differences are obtained as follows:

$$WTHV_i = \begin{cases} WTHV_1 = WTH_2 - WTH_1 \\ WTHV_2 = WTH_3 - WTH_2 \\ WTHV_3 = WTH_4 - WTH_3 \\ \vdots \\ WTHV_{n-1} = WTH_n - WTH_{n-1} \end{cases} \quad (10)$$

$$BTHV_i = \begin{cases} BTHV_1 = BTH_2 - BTH_1 \\ BTHV_2 = BTH_3 - BTH_2 \\ BTHV_3 = BTH_4 - BTH_3 \\ \vdots \\ BTHV_{n-1} = BTH_n - BTH_{n-1} \end{cases} \quad (11)$$

In a third stage, the maximum values for every scale are calculated:

$$\begin{aligned}
WTH_{max} &= \max_{1 \leq i \leq n} WTH_i \\
WTHV_{max} &= \max_{1 \leq i \leq n-1} WTHV_i \\
BTH_{max} &= \max_{1 \leq i \leq n} BTH_i \\
BTHV_{max} &= \max_{1 \leq i \leq n-1} BTHV_i
\end{aligned}$$

Finally, the contrast enhancement for the image is obtained as follows:

$$f_E = f + (WTH_{max} + WTHV_{max}) - (BTH_{max} + BTHV_{max}) \quad (12)$$

The variations of the proposed algorithm by Bai, Zhou and Xue involve replacing equations 10 by 13 and 11 by 14. To get the differences of the bright and dark zones in different scales, the following equations are proposed:

$$WTHV_i = \begin{cases} WTHV_1 = WTH_2 - WTH_1 \\ WTHV_2 = WTH_3 - WTHV_1 \\ WTHV_3 = WTH_4 - WTHV_2 \\ \vdots \\ WTHV_{n-1} = WTH_n - WTHV_{n-2} \end{cases} \quad (13)$$

$$BTHV_i = \begin{cases} BTHV_1 = BTH_2 - BTH_1 \\ BTHV_2 = BTH_3 - BTHV_1 \\ BTHV_3 = BTH_4 - BTHV_2 \\ \vdots \\ BTHV_{n-1} = BTH_n - BTHV_{n-2} \end{cases} \quad (14)$$

Figure 4 shows the proposed algorithm in this article. This gives a better result based on the metric as defined below for images in grayscale and color.

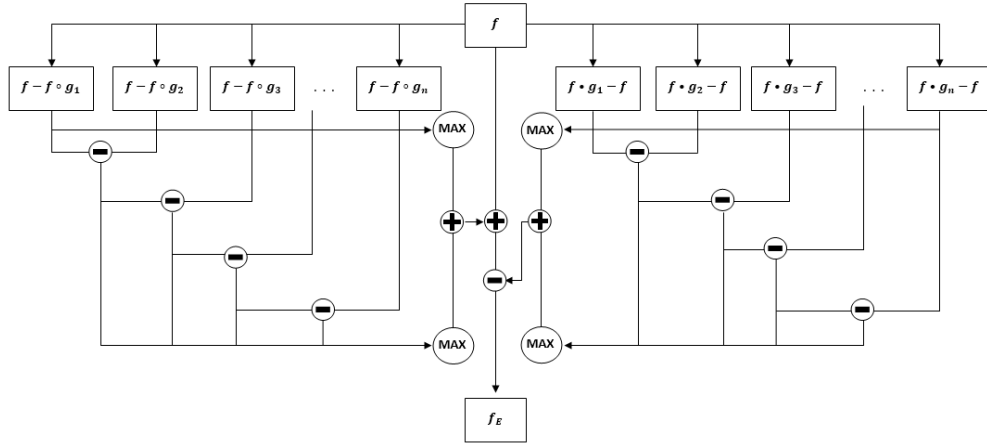


Figure 4: Scheme of the proposed algorithm.

4. Results

In this section the obtained results by the scale algorithms for grayscale and color images will be exposed.

4.1. Contrast enhancement metrics

The contrast enhancement metrics are shown to measure the quality of the resulting images.

- **Contrast:** It is a metric applied to assess the contrast enhancement of grayscale images. Is defined as:

$$C = \sqrt{\sum_{j=0}^{L-1} (j - E(f))^2 \times p(j)} \quad (15)$$

where j represents the value of the pixel (u, v) of the image f , L are the gray levels, $E(f)$ represents the average image intensity and $p(j)$ is the probability of occurrence for the j value. The resulting contrast value, has to be bigger than the original image. This will suppose an improvement.

- **Color Enhancement Factor (CEF):** This metric is used to evaluate contrast enhancement in color images. This metric quantifies the level of contrast enhancement of an image as mentioned in [10], applied to the image f . It is based on the mean and standard deviation of two axes of a simple representation of opposite colors with $\gamma = f_1 - f_2$ and $\beta = \frac{1}{2}(f_1 + f_2) - f_3$, where f_1 represents the channel R , f_2 represents the channel G and f_3 represents the channel B in RGB color space. The equation 16 represents the level of contrast enhancement of the image f as follows:

$$CM(f) = \sqrt{\sigma_\gamma^2 + \sigma_\beta^2} + \sqrt{\mu_\gamma^2 + \mu_\beta^2} \quad (16)$$

where σ_γ and σ_β respectively correspond to the standard deviation of γ and β . In the same way, μ_γ and μ_β corresponds to the mean.

Then the CEF is calculated as the rate between the values of $CM(f_E)$ and $CM(f)$:

$$CEF = \frac{CM(f_E)}{CM(f)} \quad (17)$$

where $CM(f_E)$ is the value obtained from the contrast image f_E product of applying the equation 16 and $CM(f)$ represents the result of applying the equation 16, to the original image f . If the result is bigger than 1; then the

metric of the equation 17 indicates an improvement in the contrast otherwise there is no improvement.

4.2. Experimental results

We used 20 images of a public database [1] for testing both images in grayscale and color images. The input parameters were the original image f , the number of iterations $n = 7$ and the initial square structuring element g of 3×3 .

The *Contrast* metric was used to evaluate the results. It is noticeable that both algorithms improves the contrast of the original images in grayscale, but our proposal is better numerically . Figure 5 (a) shows the original image; Figure 5 (b) shows enhanced image with the BZX algorithm and Figure 5 (c) is the enhanced image with the proposed algorithm. The resulting image obtained using the proposed algorithm displays higher brightness and sharpness of details with respect to the original image and the BZX algorithm.

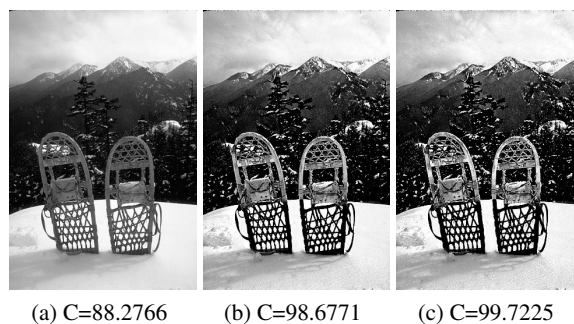


Figure 5: Visual results obtained by the algorithms for grayscale images.

Also 20 color images were processed, where the *CEF* metric was used to evaluate the results. The BZX algorithm achieved successful results by a rate of around 80%, while the proposed algorithm had successful results by a rate of 95%. The Figure 6 (a) shows the original image, Figure 6 (b) shows the image obtained with the BZX algorithm and Figure 6 (c) is the image obtained with the proposed algorithm. In the resulting image, higher brightness is achieved compared to the original image and the BZX algorithm.

5. Conclusions and Future Work

In this paper, one algorithm for contrast enhancement was presented using the multiscale top-hat transform, which is a variation of the proposal made by Bai,

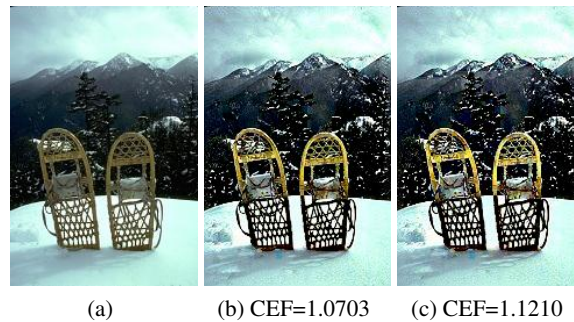


Figure 6: Visual results obtained by the algorithms for color images.

Zhou and Xue [2]. Both algorithms were implemented for grayscale images, as a first step, and then for color images.

The extent of mathematical morphology to color images was performed with the choice of a method of lexicographic order ($I \rightarrow S \rightarrow H$) in the color space HSI.

Experimental results show improvements in contrast for grayscale images according to the metric *Contrast*, and also in color images according to the metric *CEF*. It is also noteworthy that visual evaluation of resulting images, for the technique proposed here are satisfactory. Therefore the algorithm presented represents a feasible solution for contrast enhancement in color images.

As future work, comparisons can be made in other color spaces, in order analyse differences with other contrast enhancement algorithms.

Acknowledgments. Authors José Luis Vázquez and Horacio Legal wish to acknowledge partial financial support from CONACYT under project #14-INV-202.

References

- [1] Arbelaez, P., Fowlkes, C., & Martin, D. (2007). The berkeley segmentation dataset and benchmark. see <http://www.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/bsds>.
- [2] Bai, X., Zhou, F., & Xue, B. (2012). Image enhancement using multi scale image features extracted by top-hat transform. *Optics & Laser Technology*, 44(2), 328-336.

- [3] Boccignone, G., & Picariello, A. (1997, April). Multiscale contrast enhancement of medical images. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1997. ICASSP-97., 1997 IEEE International Conference on* (Vol. 4, pp. 2789-2792). IEEE.
- [4] Garg, R., Mittal, B., & Garg, S. (2011). Histogram equalization techniques for image enhancement. *International Journal of Electronics & Communication Technology*, 2(1), 107-111.
- [5] Hong, L., Wan, Y., & Jain, A. (1998). Fingerprint image enhancement: algorithm and performance evaluation. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 20(8), 777-789.
- [6] Lambert, P., & Chanussot, J. (2000). Extending mathematical morphology to color image processing. *Proc. CGIP 2000*.
- [7] Ortiz, F., Torres, F., & Gil, P. (2004, August). Gaussian noise elimination in colour images by vector-connected filters. In *Pattern Recognition, 2004. ICPR 2004. Proceedings of the 17th International Conference on* (Vol. 4, pp. 807-810). IEEE.
- [8] Ortiz Zamora, F. G. (2002). *Procesamiento morfológico de imágenes en color: aplicación a la reconstrucción geodésica*.
- [9] Soille, P. (2013). *Morphological image analysis: principles and applications*. Springer Science & Business Media.
- [10] Susstrunk, S. E., & Winkler, S. (2003, December). Color image quality on the internet. In *Electronic Imaging 2004* (pp. 118-131). International Society for Optics and Photonics.
- [11] Truc, P. T., Khan, M. A., Lee, Y. K., Lee, S., & Kim, T. S. (2009). Vessel enhancement filter using directional filter bank. *Computer Vision and Image Understanding*, 113(1), 101-112.
- [12] Yang, C., Lu, L., Lin, H., Guan, R., Shi, X., & Liang, Y. (2008). A fuzzy-statistics-based principal component analysis (FS-PCA) method for multi-spectral image enhancement and display. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 46(11), 3937-3947.
- [13] Yang, G. Z., & Hansell, D. M. (1997). CT image enhancement with wavelet analysis for the detection of small airways disease. *IEEE Transactions on medical imaging*, 16(6), 953-961.

- [14] Zamora, F. G. O., Torres-Medina, F., Lopez-Angulo, J., & Mendez, S. P. (2001, October). Comparative study of vectorial morphological operations in different color spaces. In *Intelligent Systems and Advanced Manufacturing* (pp. 259-268). International Society for Optics and Photonics.

A COLOR MORPHOLOGICAL ORDERING METHOD BASED ON ADDITIVE AND SUBTRACTIVE SPACES

José Luis Vázquez Noguera* Horacio Legal Ayala* Christian E. Schaerer* Jacques Facon†

* Polytechnic Faculty, National University of Asuncion - San Lorenzo, Paraguay
† PPGIa - PUCPR-Pontifícia Universidade Católica do Paraná - Curitiba - Pr, Brazil

ABSTRACT

Mathematical morphology, based on lattice theory, is a non-linear technique. In color image processing, it is necessary to determine a color space and an ordering to obtain a lattice structure. The classical lexicographical ordering is a total ordering where the choice of the main color component is not a trivial issue. In this work, to avoid this choice, a vectorial method in additive and subtractive color spaces is proposed. The method first consists of a pre-ordering relation based on the image local intensity and a second ordering that ensures a total ordering, in the case that the order between two pixels cannot be established. Experimental results based on morphological erosion and dilation show the proposed approach to be promising in processing color images.

Index Terms— Mathematical morphology, image color space, vector ordering, lexicographical ordering.

1. INTRODUCTION

The increasing volume of information provided by color images needs new and more efficient tools. Color Mathematical Morphology is one of them. Mathematical morphology is based on the lattice theory [1] where grayscale operators have been extensively studied [2]. The extension for the color context is a challenge. This is where a color space and an order relation have to be defined to provide a lattice structure.

Motivated by the researches on the extension of the mathematical morphology to color images $L^*a^*b^*$ [3], *HLS* [4], *CIELAB* [5], *HSI* [6], *HSV* [7], *RGB* [8–10] and its applications [11–20], we propose a new lattice structure based on additive and subtractive color spaces, applying a windowing partition. The sensitivity of the operators when the proposed color ordering relation is applied to the partition (windows) of the image is also discussed, in order to restrict the image's information to local properties.

This work also proposes a histogram based approach to order the colors, as opposed to [10], which orders the pixels according to the probability density of the appearance of similar colors in the histogram, we consider each color channel separately and order the pixels giving weights to the channels that have a greater amount of high intensity pixels.

The remainder of the paper is organized as follows. In section 2 the partial and complete ordering background is introduced. The extension to color spaces as well as the proposed combination and the specific operation of erosion and dilation are introduced in section 3. The experimental results are presented in section 4 and the conclusion is in section 5.

2. FUNDAMENTALS OF COLOR MATHEMATICAL MORPHOLOGY

A brief description of the theoretical concepts for color morphological operators is provided. Therefore, basic concepts of ordering theory are also introduced. For a thorough study of the theory of ordering the reader can refer to [21].

Definition 1. Let n channels C_k , $1 \leq k \leq n$ with $0 \leq I_k \leq t_{max}$ and $I_k = I(C_k)$, where t_{max} is the maximum intensity. An additive or subtractive color, denoted by \mathbf{C} , respecting the channels C_k is defined as $\mathbf{C} = (I_1, I_2, \dots, I_n)$.

The additive color tends to the white color, when the intensities in the channels are increased to t_{max} (and to black when they are decreasing). On the contrary, the subtractive color, increasing intensities in the channels, leads to the black color (and decrease in the white color).

In order to mainly consider the local information analyzed by morphological operators, the image f is partitioned in windows denoted by $B \subset f$. In our proposal, we used a histogram information to highlight the importance of each channel. For example, in the RGB color space, if a window has big amounts of high intensity red pixels, it means that the red channel is very important for that window and it should have a high weight when comparing pixels. In this context, we use the following definition:

Definition 2. The histogram of a window B in a digital image f , with n color channels, is a discrete function $h(\cdot, \cdot)$ defined as:

$$h_B(i, C_j) = b_{ij}, \quad (1)$$

where i , C_j and b_{ij} represent the i -th intensity level, the j -th color channel and the amount of window pixels with intensity i on the color channel C_j , respectively.

The morphological ordering proposed as before (introduced at 3), considered as a binary relation on a set A denoted by \mathcal{R} , has to satisfy the following properties:

1. Reflexive if $x\mathcal{R}x, \forall x \in A$,
2. Antisymmetric if $x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}x \Rightarrow x = y, \forall x, y \in A$,
3. Transitive if $x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}z \Rightarrow x\mathcal{R}z, \forall x, y, z \in A$,
4. Total if $x\mathcal{R}y \vee y\mathcal{R}x, \forall x, y \in A$.

A binary relation \mathcal{R} is called a *pre-ordering* if properties 1 and 3 are satisfied. Additionally, if property 2 is satisfied, then the binary relation \mathcal{R} becomes an *ordering*, and if property 4 is satisfied, then it is denoted as *total*, otherwise as *partial*.

The structure in the color space is given by the lattice. A complete lattice \mathcal{L} is a nonempty set with a partial ordering \mathcal{R} , such that any non-empty subset \mathcal{P} of \mathcal{L} has an infimum and a supremum.

According to [22], a vector ordering of $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$ with components $v_i (i = 1, \dots, n)$ can be classified into the following groups: Marginal ordering, Conditional (sequential) ordering, Reduced ordering, and Partial ordering. The last one is not described in this work because it does not add any further information to get better insight of the proposed method.

In a Reduced ordering (R-ordering), vectors are first reduced to scalar values and then ranked according to their natural scalar ordering. For example in \mathbb{R}^n , R-ordering could consist in first defining a transformation $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ and then sorting the vectors of \mathbb{R}^n according to the scale of their projection in \mathbb{R}^n by T , i.e.:

$$\forall \mathbf{v}, \mathbf{v}' \in \mathbb{R}^n, \mathbf{v} \leq \mathbf{v}' \Leftrightarrow T(\mathbf{v}) \leq T(\mathbf{v}'). \quad (2)$$

A Marginal ordering compares each vector component independently:

$$\forall \mathbf{v}, \mathbf{v}' \in \mathbb{R}^n, \mathbf{v} \leq \mathbf{v}' \Leftrightarrow \forall i \in \{1, \dots, n\}, v_i \leq v'_i \quad (3)$$

In the Conditional (sequential) ordering (C-ordering), the vectors are sorted by some marginal components selected sequentially according to different conditions. The lexicographical ordering is a well-known example of C-ordering that potentially uses all available components of the vectors:

$$\forall \mathbf{v}, \mathbf{v}' \in \mathbb{R}^n, \mathbf{v} \leq \mathbf{v}' \Leftrightarrow \exists i \in \{1, \dots, n\}, (\forall j < i, v_j = v'_j) \wedge (v_i \leq v'_i) \quad (4)$$

Our proposed approach is framed in two orders. The first step is a reduced ordering (R ordering), while the second step is a Conditional (sequential) ordering (C-ordering).

3. PROPOSAL

A vector ordering approach in additive and subtractive color spaces based on steps is presented. The first step, which will

always be performed, consists in establishing a pre-ordering relation \leq according to local features in a pre-specified window.

While no ordering between colors is established in the first step, a lexicographical ordering is used in the second step.

Initially, the digital image f is divided into windows $W_1, W_2, \dots, W_k \in f$. Hence, instead of considering the properties in the entire domain of the image they are considered only in a part of it.

In order to avoid having two adjacent pixels, each of them belonging to different adjacent windows, with different weights; we consider to B_p window corresponding to the structuring element S_p , centered in p , that is the set of windows W_i that touches a pixel q , such that $q \in S_p$, i.e:

$$\forall i, W_i \subseteq B_p \rightarrow \exists x \in S_p : x \in W_i, \quad (5)$$

This assure that the information in B_p window can be provided by more than one W_i window. W_i is equal a B_p if all pixels of S_p are contained in W_i .

Each pixel $q \in S_p$ has a color \mathbf{C} . In the proposed approach, we considered that the color channel C_i of color \mathbf{C} is more important if it has a greater intensity I_i . This importance is computed by using weights α_j per pixel, computed as follows:

$$\alpha_j(q) = \frac{\sum_{i=0}^{t_{max}} (i+1) \times h_{B_p}(i, C_j)}{m} \quad (6)$$

where B_p window is composed of m pixels and h_{B_p} is the histogram of B_p window.

A transformation $T(q) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, based on the weights α_j of pixel q , is then defined as follows:

$$T(q) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \times I_j. \quad (7)$$

Once transformed, the pixels are ordered according to the R-ordering.

3.1. Properties of the proposal

The binary relation properties of pixel comparison with respect to the transformation (7) are formalized in the following proposition.

Proposition 3.1. *Lets consider the structuring element S , the binary relation \leq , the transformation (7) and the pixels p and q . Because $p\mathcal{R}q \equiv T(p) \leq T(q)$, then $p\mathcal{R}q$ is reflexive and transitive. Consequently the binary relation \mathcal{R} is pre-ordering $\forall p, q \in S$.*

Proof. Reflexive: $p\mathcal{R}p$

Let p be a pixel of S , then:

$$\begin{aligned} T(p) &\leq T(p) \\ T(p) &= k, k \in \mathbb{R} \\ \therefore k &\leq k \end{aligned}$$

Transitive: $p_1 \mathcal{R} p_2 \wedge p_2 \mathcal{R} p_3 \Rightarrow p_1 \mathcal{R} p_3$

Let p_1, p_2 y p_3 pixels of S , then:

$$\begin{aligned} T(p_1) &\leq T(p_2) \wedge T(p_2) \leq T(p_3) \\ T(p_i) &= k_i, k_i \in \mathbb{R} \\ k_1 &\leq k_2 \wedge k_2 \leq k_3 \\ \therefore k_1 &\leq k_3 \end{aligned}$$

Which proves that the relation \leq is a pre-ordering. \square

Observe that since the relation is pre-ordering, in some cases it is possible to find a pair of pixels where $q_1 \neq q_2$ such that $T(q_1) = T(q_2)$ with respect to the structuring element S_p . In this case, to discriminate the pixels, it is necessary to complement the transformation. This is achieved with the lexicographical ordering (C-ordering), prioritizing the channel C_i having greater weight α_i in S_p , and seeking to prioritize local image features. If $\alpha_i = \alpha_j$, then an arbitrary lexicographical ordering criterion is taken. As the lexicographical ordering is total order [23], our ordering v defines a complete lattice, this ensures that the proposal is a total ordering relation.

In general, we expect to solve the ordering in the first step as it is the main contribution of this work. If the operation reaches step 2 of the ordering, we expect to solve the equality by the α_i criterion to avoid an arbitrary ordering.

3.2. Erosion and dilation

In this section, erosion and dilation, for both additive and subtractive color are defined. Both operations are possible by using the ordering relation v which defines a complete lattice.

The vectorial erosion (ε_S) and dilation (δ_S) of a color image f by structuring element S with the vectorial ordering v are expressed as: for additive color

$$\varepsilon_S(f)(x) = \inf_{s \in S} \{f(x + s)\} \quad (8)$$

$$\delta_S(f)(x) = \sup_{s \in S} \{f(x - s)\} \quad (9)$$

and for subtractive color.

$$\varepsilon_S(f)(x) = \sup_{s \in S} \{f(x - s)\} \quad (10)$$

$$\delta_S(f)(x) = \inf_{s \in S} \{f(x + s)\}. \quad (11)$$

Note that the operations were exchanged due to the properties of the subtractive colors explained in section 2. The subtractive color increasing intensities in the channels leads to the black color (and decreasing to the white color).

The expressions above are equivalent to the traditional definitions of binary dilation and erosion. In fact, the grayscale case is a particular case of the proposal.

4. EXPERIMENTAL RESULTS

The morphological erosion and dilation for synthetic and real color images were applied. In the experiments, the RGB and CMYK color spaces were respectively chosen as additive and subtractive color spaces. The selection of these spaces was due to the extensive use of RGB in computer screens and CMYK in printing systems [24]. A cross-shaped structuring element consisting of five pixels (S^{cross}) for the first example and 3×3 -square ($S^{3 \times 3}$) for the second example were used.

The input $M \times N$ images were partitioned into windows of $\lfloor \frac{M}{m} \rfloor \times \lfloor \frac{N}{n} \rfloor$ pixels. In this way, a new matrix of m rows and n columns which elements were the defined windows, where $\lfloor \cdot \rfloor$ denotes the floor function.

Example 1. Fig. 1 depicts an RGB image (used in [14]) of size 36×24 pixels, containing six cross-like structures with the RGB colors [128,255,0], [0,128,255], [0,0,0], [255,255,255], [235,249, 18] and [249,155,18] on a red background, i.e. ([255,0,0]). In order to illustrate the importance of using windows, the image (a) in Fig. 1 was dilated. The image was dilated using m and n equal to 1 (i.e. the image was not divided) can be seen in the image (b) in Fig. 1. The RGB colors [249,155,18] and [255,255,255] were dilated. The RGB color [235,249, 18] was not dilated, although it is fairly close to C_i channels to these colors. The problem was that the latter color was dominated by the red background ([255,0,0]) having more pixels in the entire image.

In Fig. 1(c), in order to work more locally, 16 windows (where m and n were equal to 4) were used to solve the problem.

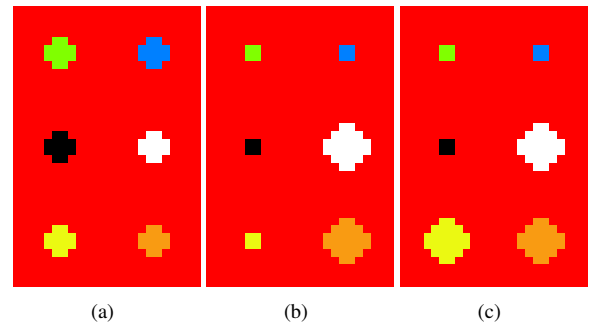


Fig. 1. (a) Original Image I; (b) The dilation of image (a) using 1 window; (c) The dilation of image (a) using 16 windows.

Example 2. Fig. 2(a) depicts the original image “Lenna” of size 512×512 pixels, and 2(b) image was corrupted with 10% salt noise. Fig. 2(c) shows the erosion in the *CMYK* space of the image corrupted with salt noise. In Fig. 2(d) the linear mean filter was applied to the image corrupted with salt noise. The image obtained in Fig. 2(c) shows better result for removing salt noise than the mean filter. The values of m and n were equal to 2 for all the cases.



Fig. 2. (a) Lenna; (b) Noisy version of (a); (c) The erosion of image (b); (d) Linear mean filter of (b)

We have implemented and carried out comparative tests concerning color morphology. The methods compared and their configurations are given in Table 1.

Table 1. The orderings participating in experimental comparison

| Method | Acronym | Configuration |
|-----------------------------------|------------|---------------|
| Lexicographical | L | - |
| α -modulus lexicographical | α L | $\alpha = 10$ |
| Our proposal | OPr | - |

As a quantitative measure, the normalised mean squared error (*NMSE*) was used:

$$NMSE = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \|f(i, j) - f'(i, j)\|^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \|f(i, j)\|^2} \quad (12)$$

where N and M represent the image dimensions, while

$f(i, j)$ and $f'(i, j)$ denote respectively the vector pixels at position (i, j) for the original and filtered images.

The filter employed for smoothing was open-close close-open (*OCCO*). *OCCO* is defined as the pixelwise average of open-close and close-open:

$$OCCO_S(f) = \frac{1}{2}\gamma_S(\phi_S(f)) + \frac{1}{2}\phi_S(\gamma_S(f)) \quad (13)$$

where $\gamma_S(f)$ and $\phi_S(f)$ denote respectively the vector opening (erosion followed by dilation) and closing (dilation followed by erosion) operators.

The image Lenna was corrupted with 5% salt noise and 5% pepper noise. The image corrupted was filtered with *OCCO*. The values of m and n were equal to 1 and the structuring element used is 3×3 -square ($S^{3 \times 3}$). Table 2 shows the *NMSE* results of the different ordering methods.

Table 2. *NMSE* $\times 100$ values for the Lenna image obtained against uncorrelated salt and pepper noise.

| | L | α L | OPr |
|------|---------------|---------------|---------------|
| RGB | 0.0736 | 0.0728 | 0.0732 |
| GBR | 0.0728 | 0.0735 | 0.0732 |
| BRG | 0.0764 | 0.0748 | 0.0732 |
| Mean | 0.0743 | 0.0737 | 0.0732 |

The obtained mean *NMSE* measure indicates that our method had the best performance. For all cases in this article, in the second step of the proposal, the arbitrary lexicographical ordering criterion was not observed as expected. Due to the fact, any arbitrary lexicographical ordering criterion would give the same result.

5. CONCLUSIONS

An ordering method for color mathematical morphology in additive or subtractive color spaces has been proposed. The proposal aims to reduce the weight of the channel priority in the lexicographical ordering. Experimental results have shown that it can be achieved by obtaining local information using the windowing process. Different divisions of windows can be used according to the problem at hand, leaving it up to the user.

The authors are very enthusiastic with the proposal and are testing it with image databases, in order to quantify the relative importance between the step one to two of the proposal. The authors are also working in the extension of other morphological operations for this method.

6. REFERENCES

- [1] C. Ronse, "Why mathematical morphology needs complete lattices". *Signal processing*, vol. 2, no. 2, pp. 129-154, 1990.
- [2] J.L. Vázquez Noguera, H. Legal Ayala, C.E. Schaerer and Miriam Rolon, "Mathematical morphology for counting Trypanosoma cruzi amastigotes". *Computing Conference (CLEI), XXXIX Latin American*, 2013, pp. 1 - 12.
- [3] A. Hanbury, and J. Serra, "Mathematical Morphology in the $L^* a^* b^*$ Colour Space". *Perancis: Centre de Morphologie Mathématique Ecole des Mines de Paris*, 2001.
- [4] A. Hanbury, and J. Serra, "Mathematical morphology in the HLS colour space". *12th British Machine Vision Conference*, 2001.
- [5] A. Hanbury, and J. Serra, "Mathematical morphology in the CIELAB space". *Image Analysis and Stereology*, vol. 21, no. 3, pp. 201-206, 2002.
- [6] M. C. Tobar, C. Platero, P. M. González, and G. Asensio, "Mathematical Morphology in the HSI Colour space". *Pattern Recognition and Image Analysis. Springer Berlin Heidelberg*, 2007, pp. 467-474.
- [7] T. Lei, Y. Wang, Y. Fan, and J. Zhao, "Vector morphological operators in HSV color space". *Science China Information Sciences*, vol. 56, no. 1, pp. 1-12, 2013.
- [8] E. Zaharescu, M. Zamfir, and C. Vertan, "Color morphology-like operators based on color geometric shape characteristics". *Proceedings of the International Symposium on Signals, Circuits and Systems*, vol. 1, pp. 145-148, 2003.
- [9] C.J. Zhao, X.H. Gao, and X.Y. Hu, "An Adaptive Lexicographical Ordering of Color Mathematical Morphology". *Journal of Computers*, vol. 24, no. 3, pp. 51-59, 2007.
- [10] X. Benavent, E. Dura, F. Vegara, and J. Domingo, "Mathematical Morphology for Color Images: An Image-Dependent Approach". *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2012, pp. 1-18, 2012.
- [11] A. Ledoux, N. Richard, and A.S. Capelle-Laize, "Limits and comparisons of ordering using colour distances". *Traitement du Signal*, vol. 29, pp. 65-82, 2012.
- [12] S. Velasco-Forero, and J. Angulo, "Random projection depth for multivariate mathematical morphology". *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 6, pp. 753-763, 2012.
- [13] A. Climan, M. Ivanovici, and R. Nol, "Probabilistic pseudo-morphology for grayscale and color images". *Pattern Recognition*, vol. 47, no 2, pp. 721-735, 2014.
- [14] B. Burgeth, and A. Kleefeld, "Morphology for color images via Loewner order for matrix fields". *Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing. Springer Berlin Heidelberg*; vol. 7883, pp. 243-254, 2013.
- [15] S. Velasco-Forero, and J. Angulo, "Morphological processing of hyperspectral images using kriging-based supervised ordering". *17th IEEE International Conference on Image Processing*, 2010, pp. 1409-1412.
- [16] S. Velasco-Forero, and J. Angulo, "Supervised ordering in R^p : application to morphological processing of hyperspectral images". *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 20, pp. 3301-3308, 2011.
- [17] A. Hanbury, and J. Serra, "Morphological operators on the unit circle". *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 10, no. 12 pp. 1842-1850, 2001.
- [18] J. Angulo, "Pseudo-morphological image diffusion using the counter-harmonic paradigm". *Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems. Springer Berlin Heidelberg*, vol. 6474, pp. 426-437, 2010.
- [19] E. Aptoula, and S. Lefvire, " ∞ -trimmed lexicographical extrema for pseudo-morphological image analysis". *Journal of Visual Communication and Image Representation*, vol. 19, no. 3, pp. 165-174, 2008.
- [20] E. Aptoula, "Analyse d'images couleur par morphologie mathématique, application la description, l'annotation et la recherche d'images". *Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur-Strasbourg I*, 2008.
- [21] J. Serra, "Anamorphoses and function lattices". *E. R. Dougherty (ed.), Mathematical Morphology in Image Processing, chap. 13, Marcel Dekker, New York*, 1993, pp. 483-523.
- [22] V. Barnett, "The ordering of multivariate data". *Journal of the Statistical Society A*, vol. 139, no. 3 pp. 318-355, 1976.
- [23] E.D. Bloch, "Proofs and fundamentals: a first course in abstract mathematics". *Birkhuser; 1 edition*, 2000.
- [24] S.K. Tin, and T.D. Newman, "Color conversion with many input channels". *U.S. Patent No. 8,120,617*, February 2012.