

La modulación matemática en la forma urbana del cantón Riobamba (Ecuador)

Mathematical modulation in the urban form of the canton of Riobamba (Ecuador)

Autores

Fredy Barahona Vecilla. <http://orcid.org/0000-0002-9969-5353>

Universidad Nacional de Chimborazo. Riobamba, Ecuador.

E-mail: fbarahona@unach.edu.ec

Nelson Muy Cabrera. <http://orcid.org/0000-0002-0335-7668>

Universidad Nacional de Chimborazo. Riobamba, Ecuador. mmuy@unach.edu.ec

Olga Barrera Cárdenas. <http://orcid.org/0000-0002-9708-5105>

Escuela superior Politécnica de Chimborazo. Riobamba, Ecuador. obarrera@esepoch.edu.ec

Pedro A. Carretero Poblete. <http://orcid.org/0000-0001-8998-7275>

Universidad Nacional de Chimborazo. Riobamba, Ecuador. pcarretero@unach.edu.ec

Fecha de recibido: 2020-10-29

Fecha de aceptado para publicación: 2020-12-11

Fecha de publicación: 2020-12-31



Resumen

La problemática de partida es el crecimiento desordenado en extensión de la ciudad de Riobamba (tendencia horizontal e irregular), ya que esta no presenta características de orden modular, para lo que se realizó una proyección a los años 2040 y 2100, de cara a visualizar las posibilidades de sugerir correcciones que frenen irregularidades urbanas. Para explicar estos procesos modulares se fusiona información estadística concerniente a la ciudad con la aplicación de fórmulas matemáticas (ecuaciones), que muestran numéricamente qué geometrías (perímetros, áreas) son las adecuadas para un proceso de planificación urbana. Los resultados se dan en base al estudio de polígonos regulares con las siguientes (n) posibilidades ($n=\infty$; $n=6$; $n=5$; $n=4$; $n=3$), que permiten obtener proyecciones de pérdidas de recursos en la construcción y recomendaciones sobre tipos y tamaños óptimos. Con la conclusión de que, en el crecimiento de la ciudad de Riobamba hasta 2014 se hubiese necesitado entre 22.26 Km y 28.62 km, en lugar de los 60.027 Km, que requirió la forma irregular actual. Y resultando que la forma



geométrica más acertada para el crecimiento de la ciudad sería el círculo, ya que al crecer la ciudad de forma indiscriminada va a plantear problemas en el entorno a futuro.

Palabras clave: Ciudades intermedias; modulación matemática; periferia; perímetros óptimos; proyección geométrica.

Abstract

The initial problem is the disorderly growth of the city of Riobamba (horizontal and irregular tendency), since it does not present characteristics of modular order, for which a projection was made to the years 2040 and 2100, in order to visualize the possibilities of suggesting corrections that restrain urban irregularities. To explain these modular processes, statistical information concerning the city is merged with the application of mathematical formulas (equations), which show numerically which geometries (perimeters, areas) are suitable for an urban planning process. The results are given on the basis of the study of regular polygons with the following (n) possibilities ($n=\infty$; $n=6$; $n=5$; $n=4$; $n=3$), which make it possible to obtain projections of resource losses in construction and recommendations on optimal types and sizes. With the conclusion that, in the growth of the city of Riobamba until 2014 would have needed between 22.26 km and 28.62 km, instead of the 60,027 km, which required the current irregular form. And it turned out that the most appropriate geometric shape for the growth of the city would be the circle, since the indiscriminate growth of the city will pose problems in the environment in the future.

Keywords: intermediate cities; mathematical modulation; periphery; optimal perimeters; geometric projection

Introducción

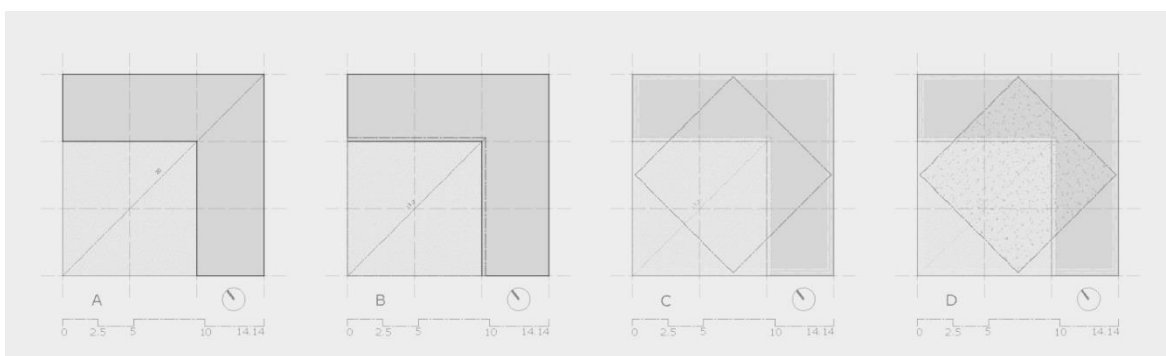
El presente estudio busca, a través de una herramienta matemática y geométrica, prevenir lo que se proyecta en cuanto a población y extensión del área urbana, en este caso de Riobamba, con el fin de que no se produzcan posibles errores al momento de planificar la ciudad. Se pretende inducir la relación estrecha y complementaria que existe entre el ámbito matemático y la arquitectura, recordando que esta última presenta ramificaciones (urbanismo, sistemas constructivos, patrimonio, paisajismo, etc.), y cuyo tronco común es el mismo, este criterio es validado desde el Renacimiento (siglo XVI). Los trabajos de Alberti (1992) hasta Bucci (2020), consideran que las casas hay que proyectarlas como ciudades y las ciudades como casas. Esto permite abordar de manera general lo que en verdad siempre es específico en la arquitectura, esta especificidad tiene que ver con las herramientas usadas en la concepción del proyecto



previo a revelar la cúspide formal y, de entre muchas de ellas, existe una que corresponde al ámbito del módulo, más conocido con su nombre de acción “modulación”. Esta palabra, que representa la acción de modular, ha sido aplicada en diversidad de coyunturas históricas, pero siempre ligado con el ámbito matemático, así basta verificar los distintos escenarios para dar cuenta que las obras perennes en el tiempo son producto de repeticiones modulares ligadas a operaciones matemáticas simples. Para explicar de mejor manera el hecho modular y su influencia matemática, se muestra lo que dice Armesto (1997), quien explica de manera técnica que, aunque la casa sea experimental en referencia a la aplicabilidad de variedad de materiales y su respuesta al paso del tiempo, deja claro que la esencia proyectual tiene que ver con varios factores:

- Un módulo cuadrado perfecto de 14,14 m. de lado y una diagonal de 20 m., que se compone de 9 submódulos cuadrados internos, de los cuales 5 definen el área de vivienda en forma de “L” y los 4 limitan el patio (figura 1, literal A).
- El perímetro del patio, que incluyen los muros que lo limitan (internos y externos), revelando una diagonal de 13,7 m. (figura 1, literal B).
- El giro del perímetro del patio en razón de 45° , centrándolo en el cuadrado original, con el fin de hacer notar que sus diagonales coinciden en longitud con los ejes de los cerramientos externos (figura 1, literal C).
- La correspondencia total de su composición demarcando la esencialidad de la obra, en otras palabras, si se anulase el módulo original de esta ya no existiría la forma arquitectónica expuesta (figura 1, literal D) (Armesto, 1997).

Figura 1. Redibujo de módulos constructivos de la casa en Muuratsalo, Alvar Aalto.



Fuente: Adaptación a partir de Armesto (1997).

Una vez entendido que el ámbito de la arquitectura y sus ramificaciones pertenecen a una sola disciplina, y que la forma de una casa se debería proyectar de la misma manera que una ciudad,



surge la duda del por qué el área urbana de Riobamba solo presenta evidencia de la actuación de un módulo en la zona de la ciudad originaria (Centro Histórico) y nada más.

Para hilvanar la duda planteada es necesario saber que el ámbito urbano de la ciudad de Riobamba, ubicada en la Provincia de Chimborazo (Ecuador) tuvo una población de 94.505 habitantes en el año 1990, 124.807 habitantes en el 2001 y 146.324 habitantes en el año 2010 (Instituto Nacional de Estadísticas y Censos, 1990, 2001, 2010), es decir, que en el lapso de 20 años la población se ha incrementado en un 35,41%, por tanto estadísticamente crece el 1,77% anual, que supera a la media del Ecuador, que según el Banco Mundial hasta el 2019 se estabilizaba en el 1,7%. Los datos anteriores marcan una preocupación y es que, para el caso de Riobamba, las cifras de crecimiento poblacional expuestas se contienen sobre una forma urbana dispersa, horizontal y poligonalmente indescifrable. Lo anterior no es nuevo en el Ecuador, ya que desde los años cincuenta el crecimiento horizontal es rápido y su planificación se ha limitado a dibujar las áreas de crecimiento urbano hacia la periferia. Es imperante debatir sobre el espacio ocupado, el ambiente y la habitabilidad del entorno urbano resultante (Hermida *et al.*, 2015).

Existen varias causales para que las ciudades tengan este comportamiento y ocupación espacial, sin embargo, para este caso se analiza la capacidad de adaptación del sistema de gobernanza a las necesidades de los habitantes, aquí se puede hablar de dos casos, que regularmente se aplican de manera equivocada:

- La primera, que debería cubrir las necesidades básicas de la población de acuerdo a la forma de ocupación, que no es criticada y puesta en juicio, sino que es aceptada, por tanto, es un hecho que es imposible controlar (proceso de densificación), entonces lo que entiende la población a través de sus mandantes es que los destinos son así y no cambian sustancial y estructuralmente del escenario presente, de forma que lo que queda es la adaptación o resiliencia negativa, dejando de lado, por ejemplo la planificación transformadora que dentro de ciertos límites el intento del cambio difiere de la forma de pensar acostumbrada, en la que no hay elección y ni siquiera se es consciente de otras posibilidades (Albrechts *et al.*, 2020).
- La segunda, que tiene que ver con la acción de empeñar las soluciones necesarias por parches momentáneos, debido a compromisos sociales o políticos adquiridos en momentos anteriores a la aparición de problemas, en otras palabras, los gobiernos



locales se pasan dando soluciones a problemas de los cuales ni siquiera conocen el origen, por lo que, no cortan el ámbito subjetivo, sino que lo siguen ampliando.

Estas dos versiones conspiran a que la ciudad mantenga un ritmo de letargo y, por consiguiente, lejana la posibilidad de entender que, si no hay un cambio de paradigma en las futuras planificaciones siempre van a ser esquivas acciones que provoquen desarrollo, que a tenor de Palacio (2013) es una medida irrefutable de prosperidad social, es una guía de estrategia del crecimiento urbano. Es visión proyectiva esencial del territorio y la ciudad. Paralelamente se afecta también la aspiración funcional sostenible o sustentable que toda ciudad quiere tener, entendiendo que para comprender la realidad y mejorarla se necesitan equipos inter, multi y transdisciplinarios, debido a su complejidad, como señala Hermida al indicar que aunque la ciudad sea una creación humana es ya parte de la naturaleza, por lo que la transformación que esta provoca es legítima siempre y cuando respete la capacidad del planeta y las otras especies (Hermida *et al.*, 2015).

Concluyendo este apartado, se puede decir que las ciudades que están en proceso de crecimiento y no son consolidadas en su totalidad, tienen aún posibilidades de corregirse. En qué porcentaje, aún no se puede estimar, y es que esto dependerá de la visión multidisciplinaria con la que se la analice, planifique e intervenga. Recordando la herramienta de proyectación modular y tomándola como una parte disciplinar de las muchas otras que se necesitan para hacer ciudad, se recuerda que la forma geométrica es una organización consciente humana y que, a tenor de Capel, aunque en la actualidad existan varias maneras de ordenar geoméricamente el espacio a la escala de zonas rurales y ciudades, históricamente se han limitado al uso dos de ellas: el círculo y la cuadrícula (Capel, 2002).

La carga informativa anterior dispone que este artículo busque a través de una herramienta geométrica prevenir lo que proyectado en cuanto a población y a extensión del área urbana de Riobamba, con el fin de no seguir cometiendo posibles errores al momento de planificar la ciudad o corregir el crecimiento de la misma. Para posibilitar esta predicción se realiza una selección de formas geométricas, las cuales serán sometidas a un análisis matemático por medio de ecuaciones, el ejercicio busca sobreponer el perímetro y área de polígonos como el círculo (∞ lados), el cuadrado (4 lados iguales), el rectángulo (4 lados, iguales de dos en dos) y el triángulo (3 lados), sobre la superficie irregular de la ciudad de acuerdo a su momento en el tiempo. Dicha actuación pretende ayudar a revelar cómo la ciudad se formó y cuáles serían sus posibles afecciones si el ritmo de crecimiento fuera el mismo.



Metodología

La investigación aplica 3 tipos de métodos: el analítico se justifica desde el punto de vista de relaciones entre arquitectura, urbanismo y matemáticas, especificado ya en la introducción, estos antecedentes soportan los análisis en resultados y discusión; el descriptivo, fue utilizado como método de observación cuantitativa y cualitativa, con la referencia de datos, números y valores en el punto de resultados, discusión y conclusiones; y el comparativo, que se lleva a cabo en el ámbito de los resultados, los que dependen de la utilización de un software matemático para visualizar los diferentes casos.

Se inicia revisando datos censales de la población urbana de la ciudad de Riobamba, estos datos se ajustan a una función exponencial de la forma que permiten proyecciones. Posteriormente se realiza un análisis matemático respecto del perímetro óptimo en función de la forma geométrica poligonal y rectangular. A continuación, se realiza un análisis del perímetro del cantón Riobamba en el año 2014, comparándolo con el perímetro de formas geométricas poligonales y rectangulares como si se hubiesen proyectado para ese año. Con estos datos se proyecta el área y perímetro de la ciudad de Riobamba según su población y se realizan contrastaciones de la longitud del perímetro entre las formas geométricas ya citadas. Luego, considerando que lo actual no se podría modificar (forma urbana de Riobamba), se sugieren dos proyecciones hacia el futuro (años 2040 y 2100) que muestran varias visiones. Por último, se realiza un análisis del perímetro del suelo utilizado en la construcción de viviendas en la zona urbana de Riobamba, relacionando datos (de tesis) precedentes a esta investigación.

Resultados

Estos se manifestaron en cinco momentos, con la ejecución de tres proyecciones, un análisis y una aplicación.

1. Proyección de la población de Riobamba urbana.

Como antecedente del siguiente proceso se emplean datos censales de tres años 1990 (94.505 habitantes), 2001 (124.824) y 2010 (146324), estas cifras reales permitieron tener dos variables, la una dependiente (Y = población) y la otra independiente (X = año), a través de las cuales se realiza un ajuste de curva (proceso de regresión) para la obtención de la ecuación (1).

$$y = 1 * 10^{-14} e^{0,02195x}, \text{ con un } R^2 = 0,9903 \quad (1)$$

Aquí es pertinente indicar que la curva escogida es una función exponencial, característica esencial para representar el crecimiento demográfico, y que permite obtener una información proyectada. Esta función tiene un coeficiente de regresión (R^2) mismo que indica la dispersión



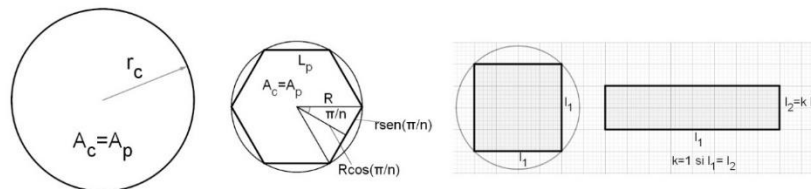
de los valores reales con respecto a la ecuación obtenida, esta última permite realizar proyecciones (futuro) y ajustes (presente, pasado).

Como muestra la ecuación (1), el valor de R^2 tiende a 1, lo que indica que los datos proyectados son confiables; siguiendo esta misma dinámica y con la necesidad de validar planos digitales del área urbana de Riobamba que corresponden al año 2014, se realizó el ajuste de población para este mismo año, dando como resultado 158.120 habitantes, estos insumos fueron utilizados para resolver el resto de resultados.

2. Análisis del perímetro en función de la forma geométrica

Este análisis buscó justificar teóricamente el perímetro óptimo de la forma geométrica en base a una misma área, para esto se considera que el perímetro de la circunferencia es el óptimo en función de un área común compartida por los polígonos regulares; para demostrar esto se considera a $n = \#$ lados, así:

Figura 2. Análisis del perímetro de la circunferencia como el óptimo de las formas geométricas poligonales regulares con una misma área.



El área de la circunferencia es $A_c = \pi (r_c)^2$ (2); El perímetro de la circunferencia es $P_c = 2 \pi r_c$ (3)

El área del polígono de n lados de acuerdo a la figura 1, está dado por $A_p = \frac{n L_p R \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)}{2}$ (4); R es el radio de la circunferencia circunscrita del polígono. De (4) se obtiene la longitud del lado del polígono

$$L_p = \frac{2 A_p}{n R \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)} \quad (5). \text{ Haciendo } A_c = A_p, \text{ es decir reemplazando (2) en (5)} \quad L_p = \frac{2 \pi (r_c)^2}{n R \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)} \quad (6)$$

Por otro lado de la figura 1. se tiene que $L_p = 2 R \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{n}\right)$ (7). Igualando (6) con (7) se halla

$$R = \sqrt{\frac{\pi (r_c)^2}{n \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{n}\right)}} \quad (8). \text{ El perímetro del polígono está dado por } P_p = n L_p \quad (9). \text{ Reemplazando}$$

(6) y (8) en (9), $P_p = 2 r_c \sqrt{\pi n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right)}$ (10). Si el número de lados crece infinitamente, de (10) se

tiene $\lim_{n \rightarrow \infty} P_p = \lim_{n \rightarrow \infty} 2 r_c \sqrt{\pi n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right)} = 2 \pi r_c = P_c$ (Perímetro circunferencia) (11). Para determinar

el polígono óptimo (menor perímetro) se realiza por un proceso inductivo es:

$$\lim_{n \rightarrow 3} P_p = \lim_{n \rightarrow 3} 2 r_c \sqrt{\pi (3) \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)} = 8.08 r_c, \dots, \quad \lim_{n \rightarrow 1000} P_p = \lim_{n \rightarrow 3} 2 r_c \sqrt{\pi (1000) \tan\left(\frac{\pi}{1000}\right)} = 6.28 r_c. \text{ Se deduce que } \lim_{n \rightarrow 1000} P_p < \lim_{n \rightarrow 3} P_p; \text{ luego, } \lim_{n \rightarrow \infty} P_p < \dots < \lim_{n \rightarrow 1000} P_p < \lim_{n \rightarrow 3} P_p \quad (12)$$

De(12) se deduce que si $n \rightarrow \infty$, entonces la circunferencia es el polígono óptimo con menor perímetro. Esto es importante conocer debido a que la simulación en el software matemático se basa en comparar el perímetro de la circunferencia con relación a los diferentes polígonos y al rectángulo.



Figura 2 (continuación). Análisis del perímetro de la circunferencia como el óptimo de las formas geométricas poligonales regulares con una misma área.

Sean los lados l_1 y l_2 con coeficiente de proporcionalidad k ; es decir, $l_2 = kl_1$ (13). El perímetro del

rectángulo se expresa en la siguiente ecuación: $P_{rt}(k) = 2\sqrt{\frac{\pi}{k}} r_c(1+k)$ (14); donde $0 < k < 1$.

El valor de k del rectángulo óptimo (menor perímetro), de (14) se halla a continuación:

$$\frac{dP_{rt}(k)}{dk} = 2\sqrt{\pi} r_c \left(\frac{-1+k}{2\sqrt{k^3}} \right) \quad (15); \quad \frac{dP_{rt}(k)}{dk} = 0 \quad (16);$$

De (16) $k_1 = 1$ y $k_2 = 0$ son puntos críticos. Luego, $\frac{d^2P_{rt}(k)}{dk^2} = 2\pi r_c \left(\frac{3-k}{2\sqrt{k^5}} \right)$ (17), De (17) $\frac{d^2P_{rt}(k_1)}{dk^2} > 0$ con $k_1 = 1$,

esto significa que se trata del polígono de $n = 4$ lados. Finalmente de (17). Cuando $k_2 = 0$,

$$\frac{d^2P_{rt}(k_2)}{dk^2} \rightarrow \infty \quad (18),$$

lo que significa que el perímetro P_{rt} crece al infinito.

Con base en la figura 2, se realizó la tabla 1, en la cual se toma a la circunferencia como el referente para generar las fórmulas del área y perímetro. Estas expresiones se insertaron en un software matemático para comparar el perímetro de varias geométricas poligonales regulares más el rectángulo, por supuesto manteniendo un área común (figura 2 y continuación).

Tabla 1: Área y perímetro de formas poligonales y el rectángulo en función del radio de la circunferencia.

Forma geométrica	Área	Perímetro	Notación
Circunferencia	$A_c = \pi r_c^2$	$P_c = 2\pi r_c$	A_c = Área de la circunferencia r_c = radio de la circunferencia P_c = Perímetro de la circunferencia
Polígono Regular	$A_p = \frac{L_p n R \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)}{2}$ $R = \sqrt{\frac{\pi r_c^2}{n \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}}$	$P_p = \frac{2r_c \sqrt{n\pi \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}}{\sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)}}$ $n \geq 3$	A_p = Área del polígono. n = número de lados del polígono. R = Radio de la circunferencia circunscrita del polígono. L_p = Longitud del lado del polígono P_p = Perímetro del polígono
Cuadrado	$A_{p4} = (l_1)^2$ Haciendo $A_{p4} = A_c$ $(l_1)^2 = 2\pi r_c$ $l_1 = \sqrt{2\pi} r_c$	$P_{p4} = 4l_1$ $P_{p4} = 4\sqrt{2\pi} r_c$	A_{p4} = Área del cuadrado l_1 = Longitud del cuadrado P_{p4} = Perímetro del cuadrado
Rectángulo	$A_{rt} = l_1 l_2$ $l_2 = kl_1$ $A_{rt} = kl_1^2$ Haciendo $A_{rt} = A_c$ $l_1 = \sqrt{\frac{\pi}{k}} r_c$	Relación de la longitud del lado del rectángulo con la longitud del cuadrado $P_{rt} = 2l_1 + 2kl_1$ $P_{rt} = 2l_1(1+k)$ $P_{rt} = 2\sqrt{\frac{\pi}{k}} r_c(1+k)$	A_{rt} = Área del rectángulo l_1 = Lado mayor del rectángulo l_2 = Lado menor del rectángulo k = Coeficiente de proporcionalidad de l_2 respecto a l_1 , donde $0 < k \leq 1$



Considerando la tabla 1 se procedió a analizar y comparar polígonos de $n = 4$ lados, el cuadrado que está compuesto por ángulos rectos y lados iguales, y el rectángulo que también tiene ángulos rectos, pero con lados diferentes de dos en dos.

El resultado que expresa la figura 2, implica que mientras menos diferencia hay entre las longitudes de los lados del rectángulo ($k \rightarrow 1$), este tiene menor perímetro, por tanto, se entiende que la geometría perimetral óptima de estos es el polígono de cuatro lados iguales, porque $l_1 = l_2$, $k = 1$ (figura 2 continuación).

Lo que indica este punto es que todas las expresiones matemáticas que muestra la tabla 1 están en función del radio de la circunferencia (r_c), que como se ha analizado en la figura 2, es el referente óptimo perimetral. También se indica que para el caso del rectángulo además de r_c , se debe calcular el coeficiente de proporcionalidad (k), que es el que permite a esta geometría formar parte de la comparación con los polígonos regulares.

3. Optimización del perímetro en función de la forma geométrica urbana de Riobamba en el año 2014

Con la información precedente se realizó una optimización, que consiste en obtener el menor perímetro considerando una misma área y en función de la forma geométrica urbana de Riobamba. Para lograr esto se manejan los siguientes datos del año 2014, área de 39.4172 Km^2 y perímetro irregular de 60.027 Km ., así:

$$A_c = \pi r_c^2, r_c = \sqrt{\frac{39.4172 \text{ Km}^2}{\pi}}, r_c = 3.5422 \text{ Km}, \text{ y haciendo una estimación de } l_1 = 8.61 \text{ Km (ver figura 3.);}$$

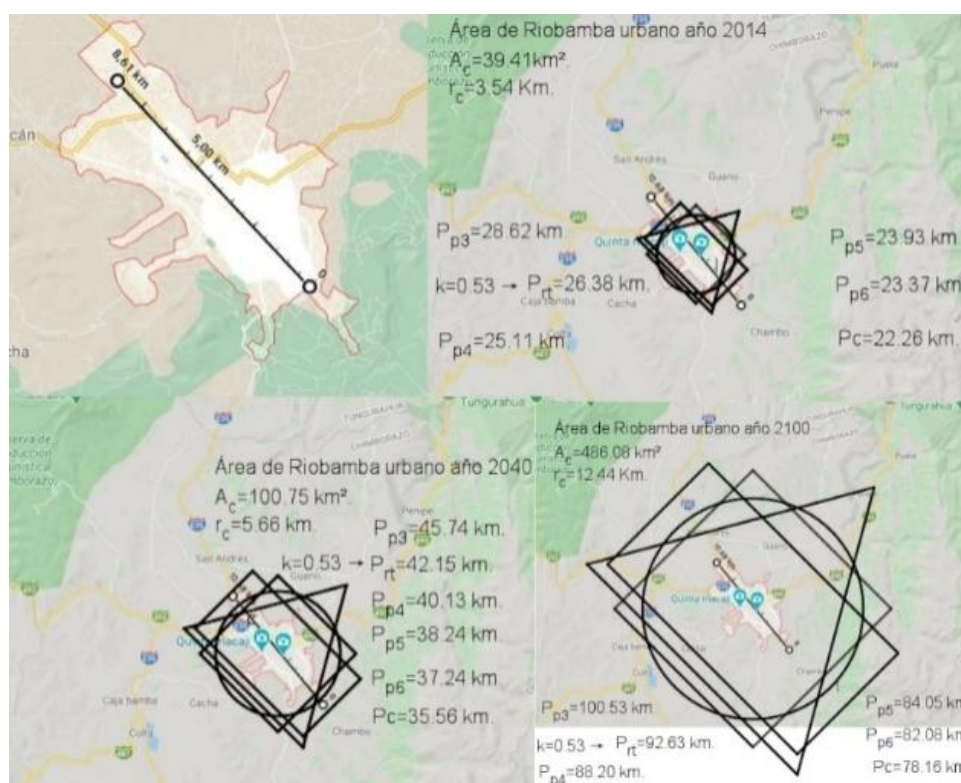
$$\text{Área del rectángulo} = (8.61)l_2 = 39.4172 \text{ Km}^2. l_2 = 4.5781 \text{ Km}; k = \frac{l_2}{l_1} = 0.5317$$

Dentro del cálculo se escoge una longitud (l_1) de 8.61 km (figura 3), suponiendo que para el 2014 Riobamba haya tenido la forma de un rectángulo, esto permitió calcular el valor de l_2 , y el valor de k , con fines de permitir la comparación entre las diversas formas geométricas planteadas para el estudio.

Con estos datos ingresados en el software matemático se obtuvieron los perímetros siguientes:



Figura 3. Perímetro de Riobamba urbano en sus diferentes formas geométricas¹.



La escala grafica con la que se obtuvo la figura 3 es de 5.66 km:1u del software, esto se obtiene de dividir los 12.68 km de longitud referencial en el plano de Riobamba 2014, para las 2.24 unidades del software.

Examinando estos resultados se determinó que el perímetro óptimo es el de la circunferencia con $P_c = 22.26$ Km, en secuencia hasta llegar al perímetro del polígono de tres lados (triangulo) $P_{p3} = 28.62$ Km.

Esto quiere decir que si se hubiese adoptado cualquiera de las formas geométricas expuestas en la figura 3 para circunvalar (perímetro) la zona urbana (área = 39.4172 Km²) de Riobamba en el año 2014, se hubiese necesitado entre 22.26 Km y 28.62 km, en lugar de los 60.027 Km, que requirió la forma irregular.

4. Proyección del perímetro y área de la ciudad de Riobamba según la población

Para establecer esta proyección se necesitaba encontrar el coeficiente de crecimiento (c), que resulta de realizar la división entre la diferencia de áreas para la diferencia de población.

¹ Población 158 120 habitantes. Área 39.4172 Km². Perímetro irregular 60.027 Km. Año 2014. Escala 5.66 Km=unidad del software matemático.



Para el año 2003 el área del cantón Riobamba fue de 22.32 Km² (Gobierno Autónomo Descentralizado Municipal del Cantón Riobamba, 2020/2030) correspondiente a una población ajustada a la curva de crecimiento poblacional $y = 1 * 10^{-14} e^{0,02195x}$ (1) que es de 124.201 habitantes, mientras que para el año 2014 el área es de 39,4172 Km² correspondiente a una población proyectada de 158 120 habitantes, lo que implicó un crecimiento en área de:

$$c = \frac{(39,4172-22,32)Km^2}{(158120-124201)Hab} = 0,0005040597 \frac{Km^2}{Hab} \quad (19)$$

Con esto se reveló el área proyectada en el año 2010 aplicando la siguiente formula:

$$\text{Área proyectada 2010} = \text{Área año 2003} Km^2 + (\text{población año 2010} - \text{población año 2003}) Hab * c \left(\frac{Km^2}{Hab} \right) = 32.718 Km^2 \quad (20).$$

De igual manera se realizó la proyección hasta el año 2100, obteniendo los resultados que se observan en la tabla 2.

Tabla 2. Proyección del perímetro de la ciudad de Riobamba según la población.

Año	Población (habitantes)	Área real 2003 y 2014 (km ²)	Área proyectada (km ²)	r _c (km)
1990	93368	-	-	-
2000	116286	-	-	-
2003	124201	22,32	22,32	2,67
2010	144829		32,718	3,23
2014	158120	39,4172	39,417	3,54
2020	180378		50,636	4,01
2030	224652		72,953	4,82
2040	279794		100,748	5,66
2050	348470		135,365	6,56
2060	434004		178,479	7,54
2070	540532		232,175	8,6
2080	673207		299,052	9,76
2090	838449		382,343	11,03
2100	1044249		486,079	12,44

La tabla 2 muestra que, si se hubiesen implementado estas geometrías como límites de planificación urbana, la ciudad pudo, puede y podría utilizar menos kilómetros en su conformación.



Lo anterior sustentó la obligación de recordar que se está a tiempo de una corrección de la forma urbana de la ciudad, considerando el paso del tiempo y el crecimiento de la población, es así que para los años 2040- 2100 se esperaba una ciudad al menos rectangular y que la diferencia entre los lados de esta sean lo menor posible, hasta optimizarse en un cuadrado y, aún mejor, en un círculo.

5. Proyección del perímetro en función de la forma geométrica hacia el año 2040 y 2100

Para resolver este punto se realizó un montaje escalado de las formas geométricas regulares más el rectángulo sobre el plano de la ciudad del año 2014 (figura 3), el dato introducido en el software matemático es el radio de la circunferencia ($r_c = 5.66 \text{ Km}$), ya obtenido en la tabla 2; es pertinente recordar que para la proyección del rectángulo se mantiene el coeficiente de proporcionalidad (k) en 0.5317.

Considerando estos resultados el perímetro de $P_c = 35.56 \text{ Km}$, en secuencia hasta llegar al perímetro del polígono de tres lados $P_{p3} = 45.74 \text{ Km}$, muestran distancias que pueden ser evaluadas para un proceso continuo de mejora. Entonces, para el año 2040 Riobamba que tendría un área de 100.75 Km^2 , podría adoptar cualquiera de las formas geométricas para circunvalar, necesitando entre 35.56 Km y 45.74 km , al contrario de la forma irregular que es difícil de proyectar porque no sigue un patrón de control.

Con similar proceso se realiza la proyección del perímetro en función de la forma geométrica hacia el año 2100. Para el año 2100, de acuerdo a la tabla 3, $r_c = 12.44 \text{ Km}$; introduciendo este dato en el software matemático tenemos lo mostrado por la figura 3 en el perímetro de la ciudad de Riobamba con sus diferentes formas geométricas posibles para el año 2100.

Según lo anterior el perímetro y el área para la Riobamba urbana del 2100, es $P_c = 78.16 \text{ Km}$, en secuencia hasta llegar al perímetro del polígono de tres lados $P_{p3} = 100.53 \text{ Km}$, y de 486.08 Km^2 respectivamente.

Como se puede apreciar, las proyecciones arrojaron datos que alarman, mostrando que incluso con estas herramientas (optimizadas) las próximas generaciones tendrán que afrontar una difícil situación respecto al aumento indiscriminado de la mancha urbana, lo que implica de manera urgente proyectar soluciones en relación a la forma de la ciudad.

Además, se debe tomar en cuenta que según el Gobierno Autónomo Descentralizado Municipal del Cantón Riobamba (2020/2030), las metas del PDOT (Plan de Desarrollo y Ordenamiento Territorial) es que al 2030 se va a mejorar y aperturar el 39,50 % (83,13 km) de vías en el



cantón, con una meta anual del 3,95 % (8,13 km) dentro del programa: Planificación, diseño y construcción de nuevas vías en el cantón, y dentro de ello la construcción de la "Nueva Circunvalación".

Puede ser una utopía, pero desde el punto de vista matemático sería ideal que se puedan mejorar las condiciones viales (vehiculares, peatonales, ciclísticas), optimizando el crecimiento urbano mediante formas geométricas, esto significaría menos contaminación, ahorro de tiempo, reducción de distancias y datos muy aproximados a la realidad para futuras proyecciones y planificaciones.

Los resultados expuestos en este punto pueden ser un origen para el cambio de percepción en relación a la forma urbana que tiene el habitante sobre su ciudad, que como se conoce tiene mucho que ver con la adaptación a una costumbre antihumana y antitécnica, que conlleva a la creencia de que el crecimiento urbano coherente pertenece solo a los países del primer mundo.

6. Aplicación a la construcción de viviendas

Dadas las consideraciones anteriores, es claro que las deformaciones urbanas (área y perímetro) son consecuencia también de la irresponsabilidad y desconocimiento social sobre la importancia que tiene el fraccionamiento interno de la urbe, cuyas tramas geométricas definen zonas, sectores, manzanas y predios; legal o no, el exceso de tierra entregado, vendido o comprado, actúa como normalizador de equipamientos arquitectónicos con y sin planificación, cuya suma recurrente resulta en porciones constructivas de gran escala, sin las condiciones de infraestructura mínimas, pues bien, este apartado buscó mostrar a la ciudad que el ámbito de la modulación matemática puede influir de manera positiva incluso desde el fraccionamiento para la asignación de tierras (lotes, parcelas, solares, etc.).

Se puede decir que en las áreas de terreno pertenecientes a la zona urbana de la ciudad de Riobamba en los que se ha construido se ha identificado desperdicio de recursos por falta de optimización, para una mejor explicación se recurre a la tesis de Vilema y Herrera, quienes además de indicar los metros cuadrados totales construidos en la ciudad desde el 2013 (46475,52) al 2017 (94725,18), también realizan un proyecto virtual (basado en las características de los planos de construcción de los últimos 6 años y en las ordenanzas del GADM Riobamba), concebido como casa tipo, que comprende una media constructiva de 322.00 m², distribuidos en 2 niveles (Vilema y Herrera, 2019).



Con estos datos se necesita obtener el número de casas tipo y la cantidad de niveles, por lo cual se toma el total de metros cuadrados construidos desde 2013 a 2017, que es de 332665.29 m², y se divide para los 332 m² de una casa sola, así:

$$\text{El número de viviendas} = \frac{332665,29m^2}{332m^2} = 1002 \text{ casas tipo o igual 2004 niveles}$$

De acuerdo a esta información, cada planta tiene 161m² de construcción; aplicando parte de los resultados del artículo se procede a encontrar la forma geométrica óptima, resultando que es un cuadrado de $lado = \sqrt{161m} = 12,69m$; esto significa que el $Perímetro=4\sqrt{161m} = 50.75 m$ de longitud de pared exterior de la vivienda.

Considerando que muy pocas viviendas serán las que tengan esta característica (cuadrado), es necesario analizar y comparar el caso para aquellas que tienen forma rectangular, con fines de mostrar la pérdida de recursos con la variación del perímetro y su afectación en la misma área (161m²). De acuerdo a la arquitectura y a la modulación de viviendas, es preciso señalar que las longitudes (l_2) de 1, 2 y 3 metros, constan solo como ejemplo, ya que en la realidad si se propusieran fueran totalmente antitécnicos.

Las diferentes dimensiones que pueden tener l_1 , l_2 y k para un nivel de 161m², se puede ejemplificar la diferencia entre un terreno con media de $l_2 = 8m$ y $l_1 = 20.13m$ (perímetro 56.25 m), dando como resultado un desperdicio en materiales equivalente a la periferia de 217 niveles tipo de vivienda, en 4 años. En cambio, con el óptimo $l_1 = 12.69m$ y $l_2 = 12.69m$ (perímetro 50.75m), el resultado es que no hay desperdicio.

Discusión

Se ha demostrado, en el presente estudio, que la circunferencia es lo más óptimo en cuanto al perímetro, seguido de los polígonos de n lados y el rectángulo en su orden, corroborado con lo que explica Sáenz (2015) en cuanto a que la figura que tiene menor relación entre el perímetro y el plano que ocupa es el círculo, durante la conferencia en la que relaciona el diseño arquitectónico con las matemáticas.

El crecimiento espacial de las ciudades puede ser por verticalización y por aumento en superficie utilizando tierras de la periferia, es decir, ciudades compactas y ciudades dispersas, y su diferencia es la medida de la densidad de la población (Urriza y Garriz, 2014. p.5). Lo que



se busca en este caso es ocupar toda el área que se ha urbanizado para compactar la ciudad, o simplemente dejar que aumente la superficie de la ciudad dejando vacíos.

Sin embargo, este aspecto es independiente de la forma geométrica, porque se puede planificar una edificación en vertical de forma rectangular o poligonal en la proyección de su planta, y de la misma forma una ciudad puede ser compacta o dispersa de cualquier forma geométrica o irregular. En este sentido, de acuerdo a la forma geométrica de la edificación o la ciudad, podemos optimizar el perímetro, es decir, podremos utilizar menos material o circunvalar la ciudad recorriendo menos kilómetros, y por el contrario recorrer muchos más kilómetros con una forma irregular.

En su estudio sobre el origen de la ciudad cuadrangular hispanoamericana se podría decir que fue Alfonso X de Castilla, mediante el estudio de los clásicos, quien dio el valor de la retícula ortogonal para lo urbano, es decir, la regularidad de su trazado (Tomás, 2017).

La tipología urbana es la ortogonal reticular similar a una red, las calles son lineales intersecadas en a formando un ángulo de 90° , creando manzanas o cuadras rectangulares en suelo plano, la otra es la orgánica que depende de la forma física donde se ubica la ciudad, tiene un patrón urbano indefinido en función de la topografía del suelo (Caballero, 2011).

La centralidad de Riobamba tiene la trama ortogonal, sin embargo, al ir creciendo no se ha mantenido, teniendo como resultado una ciudad de periferia irregular, no por tener el terreno escarpado, pues está ubicada en una llanura, sin embargo, se podría corregir con el tiempo para que tenga una forma reticular, tomando en consideración que el presente proceso muestra múltiples criterios y abre posibilidades investigativas en varios de sus resultados.

Aunque la planificación urbana actual tenga como límite proyectar ciudad a un futuro máximo de 10 o 20 años (Secretaría Técnica Planifica Ecuador, 2019, p.9) la proyección de la población de Riobamba urbano (hasta 2100) ha legitimado ajustar la curva de crecimiento en el año 2014, con fines de fusión con formas geométricas poligonales regulares y rectangular, para determinar perímetros modulares óptimos que guíen posibles correcciones parciales o totales de su forma, durante los procesos presentes y futuros. Con esto también se indica que el crecimiento poblacional siempre va en aumento, salvo que ocurra algún fenómeno que provoque lo contrario, por esto es pertinente para el caso realizar los acercamientos proyectuales en distintos años para conocer cuáles serían las probabilidades de fracaso o de acierto si la ciudad sigue con la tendencia de no ordenar sus límites y por ende toda su capacidad contenedora.



El análisis del perímetro en función de la forma geométrica ha sido pertinente en tanto ha mostrado que matemáticamente los límites de los polígonos regulares son adaptables a un solo valor de superficie; a su vez se ha demostrado que la circunferencia tiene el menor perímetro en comparación con el resto de formas aquí trabajadas, aunque hay que tener en cuenta la irregularidad del terreno a la hora de aplicar las figuras geométricas).

La optimización del perímetro en función de la forma geométrica urbana de Riobamba en el año 2014 resulta importante porque su adaptación gráfica puede escalarse a cualquier tamaño de ciudad, permitiendo una herramienta digital capaz de organizar criterios en beneficio del entorno a intervenir. Se revela también que si la ciudad hubiese continuado sus cánones modulares de fundación podría tener mejores posibilidades de control técnico para con sus límites.

La proyección del perímetro y área de la ciudad de Riobamba según la población ha demostrado que, aunque muchas de ellas sean utópicas permiten anticipación de posibles fenómenos urbanos negativos, y que pueden poner en tela de duda actuaciones contemporáneas (ejemplo para el caso Riobamba, seguir implementando vías sin conocimiento de la realidad esencial).

La proyección del perímetro en función de la forma geométrica hacia el año 2040 y 2100, acercan hipótesis negativas con respecto al proceso de ocupación del área urbana sobre lo que en la actualidad es considerado rural y patrimonio natural (áreas de protección).

La injerencia de la modulación matemática en las ecuaciones y los datos encontrados muestran aplicabilidad en resolver problemas organizativos muy particulares como la construcción, sincerando grupos de causales sociales y técnicos responsables de la condición formal urbana presente.

Conclusiones

El presente estudio ha revelado que el ámbito de la modulación matemática y la forma urbana son innegablemente compatibles, incluso sabiendo que no fueron relacionadas en parte de su pasado (caso Riobamba), esto muestra que la acción holística del sistema modular referenciado por geometrías es adaptable y temporales en el proceso de cambio y transformación de las ciudades.

Referenciando la forma urbana de Riobamba en el año 2014, la circunferencia es la forma óptima perimetral en función de una misma área para la ciudad, con una longitud de 22.26 km,



en comparación con la irregular (azar) de 60.027 km actual, lo que representa una disminución del 63% de la extensión de la ciudad. También se ha determinado que cualquier forma geométrica regular poligonal y el rectángulo tienen un perímetro menor que formas irregulares, por supuesto considerando que se calculan bajo principios de poseer la misma superficie.

Con base a los datos 2003 y 2014 del área urbana de Riobamba, el ajuste y proyección de la población se ha establecido en una constante de crecimiento de 0.0005040597 km²/ Hab.

Considerando este análisis nos da una idea clara de que si no se toman acciones para que el crecimiento urbano de Riobamba sea al menos un triángulo o rectángulo bien definido con una constante de proporcionalidad de sus lados que en lo posible tienda a $k = 1$, nuestras generaciones venideras heredarán una ciudad irregular con muchas dificultades que resolver.

El presente documento ha abierto nuevas posibilidades de investigación en referencia a: porcentajes negativos y positivos de la irregularidad de la forma urbana, otras relaciones sistemáticas entre la forma urbana y arquitectónica, aplicación real de los datos de este artículo en una zona específica de la ciudad y propuesta matemática digital de anulación de proyectos viales dentro de la ciudad.

Conflicto de interés

Los autores declaran no tener conflicto de interés

Referencias

Alberti, L. B. (1485). *De re aedificatoria*. Nicolaus Laurentii, Alamanus.

Albrechts, L., Barbanente, A. y Monno, V. (2020). Practicing transformative planning: the territory-landscape plan as a catalyst or change. *City Territ. and Archit.*, 7(1). 1-13.

<https://doi.org/10.1186/s40410-019-0111-2>

Armesto Aira, A. (1997). La materia y la conciencia: la casa de Aalto en Muratsalo. *DPA: Documents de Projectes d'Arquitectura*, (13), 28-35.

Bucci, A. (Casa da Arquitectura)2020, junio 7). Studio Casa #10. (Archivo de vídeo)
<https://youtu.be/8OC2cGgmWzo>

Caballero, E. (2011). El Concepto de Ladera Urbana. *Revista Ciencias Espaciales*, 4 (1), 41-61.



- Capel, H. (2002). *La morfología de las ciudades. Tomo I: Sociedad, cultura y paisaje urbano* (Vol. 37). Ediciones del Serbal, SA.
- Gobierno Autónomo Descentralizado Municipal del Cantón Riobamba. (2020). Plan de desarrollo y ordenamiento territorial del cantón Riobamba 2020-2030.
<http://www.gadmriobamba.gob.ec/index.php/descarga/category/1096-plan-de-desarrollo-y-ordenamiento-territorial-2020-2030>
- Hermida, A., Orellana, D., Cabrera, N., Osorio, P. y Calle, C. (2015). *La ciudad es esto. Medición y representación espacial para ciudades compactas y sustentables*. Universidad de Cuenca.
- Herrera Mancero, J. A., y Vilema Tigxi, B. M. (2019). *Análisis del flujo metabólico de los materiales de construcción en la Ciudad de Riobamba* (Bachelor's thesis, Universidad Nacional de Chimborazo, 2019).
- Instituto Nacional de Estadísticas y Censos. (1990). *Censo nacional, población y vivienda*.
<http://redatam.inec.gob.ec/cgibin/RpWebEngine.exe/PortalAction>
- Instituto Nacional de Estadísticas y Censos. (2001). *Censo nacional, población y vivienda*.
<http://redatam.inec.gob.ec/cgibin/RpWebEngine.exe/PortalAction>
- Instituto Nacional de Estadísticas y Censos. (2010). *Censo nacional, población y vivienda*.
<http://redatam.inec.gob.ec/cgibin/RpWebEngine.exe/PortalAction>
- Palacio Barra, A. (2013). Resiliencia urbana, resiliencia universitaria. *Urbano*, 16(28).
- Sáenz de Cabezón, E. (4 de diciembre del 2015). Matemáticas y diseño: Ejemplos en la arquitectura actual. (Archivo de Vídeo). <https://www.youtube.com/watch?v=xozHKS4jm4A>
- Secretaría Técnica Planifica Ecuador. (2019). Guía para formulación/actualización del Plan de Desarrollo y Ordenamiento Territorial (PDOT) Cantonal. Planificación.
- Tomás, C. de. (2017). Origen de la ciudad cuadrangular hispanoamericana en las nuevas pueblas del Bajo medio evo español. *Estoa*, 11(6),145-156.
- Urriza, G. y Garriz, E. (2014). ¿Expansión urbana o desarrollo compacto? Estado de situación en una ciudad intermedia. *Revista Universitaria de Geografía*, 23(2), 97-123.