

U 188

MODELOVÁNÍ JEDNOOSÝCH TAHOVĚ DEFORMAČNÍCH  
VLASTNOSTÍ TKANIN PLÁTNOVÉ VAZBY POČÍTAČEM

(kandidátská disertační práce)

Liberec, listopad 1985

Autor: RNDr. Pavel Kavan

Školitel: Doc. Ing. Josef Černý, CSc.

Mateřské pracoviště: Státní výzkumný ústav textilní, Liberec

Školící pracoviště: Fakulta textilní VŠST, Liberec

## Resumé

V práci je formulován tahově deformační model tkaniny plátnové vazby, předpokládající idealizovaný lichoběžníkový tvar neutrálních os nití, nelineární tahové křivky nití, ohybovou tuhost nití a zploštění nití ve vazných bodech tkaniny. Je nalezena numerická metoda výpočtu modelových rovnic pro podmínky jednoosé tahové zkoušky tkanin ve směru osnovy a útku. Modelové tahové křivky spočtené pro režnou tkaninu ze směsových ba/VsS přízí a dvě režné tkaniny z viskózových přízí vykazují poměrně dobrý souhlas s experimentálně zjištěnými jednoosými tahovými křivkami těchto tkanin.

## O B S A H

Titulní list	
Resumé	
Obsah	
Použité symboly	str.
1. ÚVOD	1
1.1. Úvodní charakteristika problému	1
1.2. Uspořádání práce	3
2. ZPŮSOBY MODELOVÁNÍ TAHOVĚ DEFORMAČNÍCH VLASTNOSTÍ TKANIN - PŘEHLED O SOUČASNÉM STAVU PROBLEMATIKY	4
2.1. Fyzikální přístupy k mechanice hmot pevné fáze	4
2.2. Textilie a jejich vymezení z hlediska stavby hmoty	6
2.3. Způsoby modelování mechaniky textilií, speciálně tahově deformačních vlastností tkanin	8
2.3.1. Modelování mechanických vlastností textilních materiálů	8
2.3.2. Modelování mechanických vlastností přízí	11
2.3.3. Modelování mechanických vlastností tkanin	13
2.4. Shrnutí	14
3. CÍL PRÁCE	17
4. TEORETICKÁ ČÁST: MODELOVÁNÍ JEDNOOŚYCH TAHOVĚ DEFORMAČNÍCH VLASTNOSTÍ TKANIN PLÁTNOVÉ VAZBY POČÍTAČEM	18
4.1. Návrh tahově deformačního modelu tkaniny s plátňovou vazbou	18
4.1.1. Modelové předpoklady o tkanině s plátňovou vazbou	19
4.1.1.1. Idealizovaný tvar nití	19

4.1.1.2.	Tahově deformační vlastnosti nití	21
4.1.1.3.	Silové působení mezi nitěmi obou soustav v tkanině	24
4.1.1.4.	Zplošťování nití ve vazném bodě tkaniny	27
4.1.1.5.	Ohybové vlastnosti nití	29
4.1.1.6.	Neuvažované jevy	31
4.1.1.7.	Shrnutí předpokladů	32
4.1.2.	Formulace matematických vztahů pro modelový element tkaniny	33
4.1.2.1.	Použitá metodika	34
4.1.2.2.	Zavedené označení	35
4.1.2.3.	Vzdálenost neutrálních os nití ve vazném bodě	37
4.1.2.4.	Velikost silového působení mezi nitěmi ve vazném bodě, relace mezi působícími silami a geometrií modelového elementu	37
4.1.2.5.	Působení hypotetické tahové síly	41
4.1.2.6.	Úplná soustava rovnic pro trojúhelníkové části modelového elementu	42
4.1.2.7.	Rovnice pro tahovou deformaci modelového elementu	43
4.1.2.8.	Shrnutí	50
4.2.	Matematické řešení	51
4.2.1.	Charakteristika problému	51
4.2.2.	Zvolená metodika řešení	52
4.2.2.1.	Určení hypotetické tahové síly $F_{21}^*$ a veličin $l_{01}$ , $l_{02}$ pro hypotetický počáteční stav	53
4.2.2.2.	Určení modelové tahové křivky tkaniny	57
4.2.2.3.	Podmínky existence řešení	63
4.2.2.4.	Důsledky podmínek řešitelnosti pro výpočetní postup	74
4.2.2.5.	Návrh vývojového diagramu pro výpočetní program	79
4.2.3.	Sestavení výpočetního programu pro stolní kalkulač HP 9810 A	81
4.2.3.1.	Způsob zadání funkcí $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$ , $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$ a $f = f(\bar{F}_k)$	81

4.2.3.2. Výpočetní program	84
4.2.3.3. Práce s kalkulátorem při výpočtu modelové tahové křivky	86
4.3. Celkové shrnutí	90
5. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST: METODIKA A VÝSLEDKY PROVEDENÝCH EXPERIMENTŮ	92
5.1. Použité experimentální vzorky	92
5.2. Zjištění parametrů vnitřní struktury zkoumaných tkanin	94
5.2.1. Metodika vyhodnocení mikroskopických řezů tkanin	94
5.2.2. Hodnoty zjištěných parametrů tkanin	97
5.3. Studium zplošťování nití ve vazném bodě tkaniny	99
5.3.1. Navržená experimentální metodika	99
5.3.2. Zjištěné výsledky	103
5.4. Tahově deformační vlastnosti zkoumaných tkanin	106
5.4.1. Metodika jednoosé tahové zkoušky	106
5.4.2. Zjištěné tahové křivky přízí a tkanin	108
6. DISKUSE ZJIŠTĚNÝCH VÝSLEDKŮ A VÝPOČET MODELOVÝCH TAHOVÝCH KŘIVEK TKANIN	112
6.1. Parametry vnitřní struktury tkanin	112
6.2. Zplošťování nití při vzájemném kontaktu	113
6.3. Tahové křivky přízí a tkanin	114
6.4. Výpočet modelových tahových křivek tkanin a jejich porovnání s experimentálně zjištěnými tahovými křivkami	115
7. ZÁVĚRY PRO REALIZACI VE SPOLEČENSKÉ PRAXI	123
8. NÁVRH DALŠÍHO POSTUPU PŘI MODELOVÁNÍ TAHOVĚ DEFORMAČNÍCH VLASTNOSTÍ TKANIN	125
Literatura	127
Dodatky	130
Přílohy	135

## Použité symboly

- $g_1$  ... funkce reprezentující tahovou křivku nitě v podélné soustavě tkaniny
- $g_2$  ... funkce reprezentující tahovou křivku nitě v příčné soustavě tkaniny
- $E_{n1}$  ... tahová deformace nitě v podélné soustavě tkaniny
- $E_{n2}$  ... tahová deformace nitě v příčné soustavě tkaniny
- $E_{n1max}$  ... tažnost nitě v podélné soustavě tkaniny
- $E_{n2max}$  ... tažnost nitě v příčné soustavě tkaniny
- $E_{n1in}\rangle$  ... tahová deformace příslušející inflexnímu bodu na tahové křivce nitě v podélné soustavě tkaniny
- $E_{n2in}\rangle$  ... tahová deformace příslušející inflexnímu bodu na tahové křivce nitě v příčné soustavě tkaniny
- $\vec{F}_t$  ... tahová síla
- $\vec{F}_n$  ... složka tahové síly  $\vec{F}_t$  do směru nitě
- $\vec{F}_o$  ... složka tahové síly  $\vec{F}_t$  do směru kolmého k síle  $\vec{F}_t$
- $\vec{F}_v$  ... síla (viz obr. 8)
- $\vec{F}_k$  ... výsledná kolmá síla, kterou působí ve vazném bodě nit jedné soustavy na nit opačné soustavy
- $\vec{F}_{kmax}$  ... maximální kolmá síla, pro niž je známa vzdálenost neutrálních os nití ve vazném bodě tkaniny
- $d$  ... vzdálenost neutrálních os nití ve vazném bodě tkaniny
- $f$  ... funkce definovaná v odstavci 4.1.1.4.
- $f_o$  ... hodnota funkce  $f$  pro  $\vec{F}_k = 0$
- $f_k$  ... hodnota funkce  $f$  pro  $\vec{F}_k = \vec{F}_{kmax}$
- $C$  ... konstanta rovná hypotetické tahové síle působící na modelový element tkaniny v příčném směru

$p_1, a_1, l_1, l_{21}, \alpha_1 \dots$  veličiny určující geometrii

modelového lichoběžníkového elementu podélné  
nitě v tkanině v obecném stavu napjatosti  
(viz obr. 14 b)

$p_2, a_2, l_2, l_{22}, \alpha_2 \dots$  veličiny určující geometrii

modelového lichoběžníkového elementu příčné ni-  
tě v tkanině v obecném stavu napjatosti  
(viz obr. 14 b)

"\*" ... hvězdička u libovolné veličiny značí, že veli-  
čina je uvažována v reálném počátečním stavu

"o" ... index "o" u libovolné veličiny značí, že ve-  
ličina je uvažována v hypotetickém počátečním  
stavu

$\bar{T}_{Lo}$  ... průměrná jemnost osnovních přízí

$\bar{T}_{Lu}$  ... průměrná jemnost útkových přízí

$\bar{D}_o$  ... průměrná dostava osnovy

$\bar{D}_u$  ... průměrná dostava útku

$\bar{F}$  ... průměrná tloušťka tkaniny

$\bar{\rho}_s$  ... průměrná plošná hmotnost tkaniny

$\sigma_j$  ... směrodatná odchylka veličiny  $j$

$A_o^*, B_o^*, D_o^*, \alpha_o^*, \sigma_o^* \dots$  parametry vnitřní struktury  
osnovních přízí v tkanině

$A_u^*, B_u^*, D_u^*, \alpha_u^*, \sigma_u^* \dots$  parametry vnitřní struktury  
útkových přízí v tkanině

$\gamma_o^*$  ... veličina definovaná v odstavci 5.2.1.

$\gamma_u^*$  ... veličina definovaná v odstavci 5.2.1.

$\sigma_{ok}^*$  ... veličina definovaná vztahem (90a)

$\sigma_{uk}^*$  ... veličina definovaná vztahem (90b)

$\vec{G}$  ... váha závaží

$r, s$  ... geometrické veličiny definované v odstavci  
5.3.1.

$\sigma$  ... napětí definované vztahem (95)

- $l, l_0$  ... okamžitá a počáteční délka vzorku  
 $\rho$  ... měrná hmotnost textilního materiálu  
 $K_1, K_2, K_3, K_4$  ... konstanty definované vztahem (96)  
 $\epsilon_1$  ... tahová deformace modelového elementu tkaniny v podélném směru  
 $\epsilon_{1kon}$  ... tažnost tkaniny v podélném směru  
 $\epsilon_{n1}^{mez}$  ... tahová deformace nitě podélné soustavy tkaniny definovaná vztahem (60)  
 $\epsilon_{n2}^{\#}$  ... tahová deformace nitě příčné soustavy tkaniny definovaná vztahem (71)  
 $l_{1min}$  ... nejmenší možná hodnota veličiny  $l_1$   
 $l_{1max}$  ... největší možná hodnota veličiny  $l_1$   
 $\varphi$  ... funkce definovaná vztahem (66a)  
 $k$  ... veličina definovaná vztahem (66b)  
 $k_{min}$  ... veličina definovaná vztahem (73)  
 $k_H$  ... veličina definovaná vztahem (78)  
 $k_{max}$  ... veličina definovaná vztahem (81)  
 $D_{min}$  ... veličina definovaná vztahem  $D_{min} = \frac{k_{min}}{F_{k1}}$   
 $n$  ... požadovaná přesnost řešení



## 1. ÚVOD

### 1.1. Úvodní charakteristika problému

Jedním z hlavních požadavků, který se promítá do nejrůznějších oblastí současného života naší společnosti, je požadavek urychleného uplatňování výsledků vědy a techniky v praxi. Důležitou rolí v tomto procesu sehrává výzkum: "Základní výzkum má nezastupitelnou úlohu v rozvoji vědy, která vytváří východiska pro aplikovaný výzkum, technický a technologický vývoj a celou strukturu moderní výroby" (citováno ze Zprávy předsednictva ÚV KSČ přednesené na 8.zasedání ÚV KSČ v červnu 1983).

Mezi nejdůležitější úkoly našeho textilního výzkumu v současné době patří hledání nových textilních technologií, které by při zpracování méně kvalitních nebo netradičních textilních materiálů umožnily výrobu textilií vysokých užitných vlastností. Nutnou podmínkou při hledání těchto nových technologií je ovšem znalost souvislostí mezi vnitřní strukturou textilií a jejich výslednými vlastnostmi.

Jak v oděvním průmyslu, tak v technické praxi jsou používány k nejrůznějším účelům tkaniny. V komplexu všech fyzikálních vlastností tkanin zaujímají důležité místo jejich tahově deformační vlastnosti. Příčinou této skutečnosti je požadavek uživatelů, aby u oděvů vyrobených z tkanin nedocházelo vlivem různých působících sil při jejich praktickém užívání k větším rozměrovým změnám nebo dokonce k destrukci; od technických tkanin jsou pak požadovány zcela konkrétní mechanické vlastnosti (např. vysoká pevnost, schopnost akumulovat vysokou deformační energii apod.) pro daný účel jejich použití.

Z praxe je známo, že tahově deformační vlastnosti tkanin jsou ovlivněny nejen tahově deformačními vlastnostmi nití, z nichž jsou vyrobeny, ale podstatnou

měrou též jejich vnitřní strukturou. Důležitou roli při studiu příčinných souvislostí mezi strukturou tkanin a jejich tahově deformačními vlastnostmi má metoda fyzikálního modelování. Předložená práce se zabývá modelováním jednoosých tahových křivek tkanin plátňové vazby počítačem, přičemž východiskem k tomuto modelování je konkrétní vnitřní struktura tkanin.

Po dohodě se školicím pracovištěm i mateřským pracovištěm je předložená práce součástí řešení resortního výzkumného úkolu FYZOP, který byl řešen ve Státním výzkumném ústavu textilním v Liberci v letech 1980 - 1985. Předmětem úkolu byl "Teoretický výzkum fyziologie, vlastností, struktury a hodnocení textilií". Předložená práce je zahrnuta v etapě E 04, nazvané "Závislosti užitných vlastností textilií na struktuře".

Na tomto místě bych rád poděkoval všem odborníkům, kteří přispěli svou radou ke vzniku práce. Je mou milou povinností poděkovat především Doc. Ing. J.Černému, CSc. za zájem, s jakým přistupoval k mé práci v procesu jejího řešení. Děkuji vedení SVÚT v Liberci, které mi umožnilo realizovat práci v dobrých podmínkách a s využitím dostupné experimentální a výpočetní techniky. Svými radami a podnětnými diskusemi mi byli nápomocni spolupracovníci RNDr. Koldinský, Ing. Neckář, CSc., Ing. Švehla, A.Kovářová, prom.mat., Ing. Markes, CSc. a mnozí další. Můj dík patří též Ing. Švehlové za pečlivé provedení mikroskopických řezů, jež mi umožnilo vyhodnotit parametry vnitřní struktury studovaných tkanin. Při prováděných experimentech se se mnou ochotně podělili o své bohaté praktické zkušenosti s.Bártl a s.Holec. Pečlivé překreslení obrázků a doplnění vztahů do originálu práce ochotně provedla B.Kovářová, na rozmnožení práce se podílely s.Teplá, s.Gabrielová, Ing. Kašparová, s.Spůřová a s.Šířová. Všem upřímně děkuji.

## 1.2. Uspořádání práce

Práce je rozdělena na 8 částí. Po úvodu následuje přehled poznatků o současném stavu problematiky modelování tahově deformačních vlastností tkanin, jak tyto poznatky vyplývají z odborné literatury. Ve třetí části je formulován cíl práce. Ve čtvrté části je navržen tahově deformační model tkaniny plátňové vazby a formulovány matematické vztahy platné pro modelový element tkaniny. Pátá část obsahuje metodiku a výsledky provedených experimentů, šestá část pak diskusí těchto výsledků a výpočet modelových tahových křivek. V sedmé části jsou vyjádřeny závěry pro realizaci ve společenské praxi a v osmé části je navržen další postup při modelování tahově deformačních vlastností tkanin.

Matematické vztahy jsou v práci značeny arabskými číslicemi v kulatých závorkách (např. rovnice (16) apod.). Výjimkou z tohoto pravidla jsou jednak stěžejní rovnice patřící do soustavy modelových rovnic tkaniny, které jsou číslovány římskými číslicemi v kulatých závorkách (rovnice (I) až (XI)), jednak rovnice odvozené v dodatcích k práci, ty jsou značeny písmenem "D" a arabskými číslicemi (tj. např. rovnice (D2) apod.).

Obrázky a tabulky uvedené v přehledu o současném stavu problematiky (kapitola 2.) mají v označení písmeno "A" (např. obrázek A1, tabulka AI), obrázky a tabulky v přílohách mají v označení písmeno "P" (tj. např. obrázek P1, tabulka PIV apod.).

## 2. ZPŮSOBY MODELOVÁNÍ TAHOVĚ DEFORMAČNÍCH VLASTNOSTÍ TKANIN - PŘEHLED O SOUČASNÉM STAVU PROBLEMATIKY

### 2.1. Fyzikální přístupy k mechanice hmot pevné fáze

V současném pohledu fyziky na hmoty pevné fáze, konkrétně na jejich mechanické vlastnosti, lze rozlišit několik možných přístupů. Jejich typy jsou znázorněny v tabulce A I.

Prvními dvěma uvedenými typy jsou přístupy fyziky k hmotě pevné fáze buď jako ke kontinuu (tj. spojitému prostředí), nebo jako diskontinuu (tj. nespojitému prostředí). Pohled na hmotu pevné fáze jako na kontinuum je pochopitelně v nesouhlasu s veškerými dosavadními poznatky o stavbě hmoty. Praxe však ukazuje, že při studiu vnějšího silového působení na pevnou fázi a deformací vzniklých v důsledku tohoto silového působení lze mnohdy vycházet z pracovní hypotézy o spojitém rozložení hmoty v daném objektu, které se silovým působením mění. K zavedení takové hypotézy musí být ovšem nutně splněn předpoklad, že studovaný objekt je mnohem větší v porovnání s rozměry částic hmoty a obsahuje tudíž ve svém objemu velmi vysoký počet těchto částic. Z českých fyziků, kteří se zabývali mechanikou kontinua pevné fáze, je třeba jmenovat především M. Brdičku, autora známé knihy [12]. Opakem kontinua je rozložení hmoty v reálných objektech, které obsahují

Typy přístupu fyziky k mechanice hmot pevné fáze	
kontinuum	↔ diskontinuum
linearita	↔ nelinearita
malé deformace	↔ velké deformace
"nereologie"	↔ reologie
heuristický přístup	↔ strukturální přístup
silový přístup	↔ energetický přístup

Tabulka A I

soustavu diskrétních hmotných bodů. Chovají-li se tyto reálné objekty tak, že vlivem působení vnějších sil nedochází k podstatným změnám jejich tvaru, lze dospět abstrakcí k pojmu tuhého tělesa, u něhož vzájemné vzdálenosti diskrétních hmotných bodů jsou neproměnné. V české literatuře o mechanice tuhých těles sehrála průkopnickou roli dnes již klasická kniha V.Trkala [13].

V podobném protikladu jako kontinuum a diskontinuum stojí proti sobě linearita a nelinearita mechanických vlastností pevné fáze. Obecně je chování reálných objektů nelineární. V první aproximaci lze však u mnohých mechanických vlastností konkrétních objektů jevy vyšších řádů zanedbat a pracovat s lineárními vztahy mezi zkoumanými fyzikálními veličinami.

S pojmy linearity a nelinearity mechanických vlastností pevné fáze úzce souvisejí pojmy malých deformací a velkých deformací. U velkého počtu reálných objektů lze při malých deformacích vystačit s lineárními vztahy mezi napětím a deformací, kdy každá složka tenzoru napětí je lineární funkcí všech složek tenzoru deformace. V takových případech pak mluvíme o platnosti Hookova zákona pro daný typ deformace [14]. Při velkých deformacích jsou však vztahy mezi složkami tenzoru napětí a složkami tenzoru deformace již nelineární.

Známý výrok řeckého filozofa Herakleita "panta rhei" (vše plyne a mění se) vyjadřuje velmi významnou skutečnost potvrzenou zkušenostmi i mnoha experimenty, že vlastnosti hmoty jsou funkcí času. V případě mechanických vlastností pevné fáze to konkrétně znamená, že tyto vlastnosti se s časem mění a má na ně vliv též celá deformační historie uvažovaného hmotného objektu. K tenzoru napětí a tenzoru deformace je tedy obecně nutné připojit velmi důležitou veličinu - čas - a zkoumat veškeré relace též v časových souvislostech (kromě času mohou mít na mechanické vlastnosti hmot pevné fáze vliv též další veličiny, jako teplota, atmosférický tlak,

vlhkost vzduchu apod.). Pojmem reologie pevné fáze (vznikl z výše uvedeného výroku "panta rhei") lze tedy rozumět takový přístup fyziky k hmotě, který uvažuje napětí a deformace v hmotě nejen v ustáleném stavu, ale především časové změny tohoto stavu a rychlost, s jakou tyto změny probíhají. Z české literatury o reologii hmot je třeba jmenovat knihu Z.Sobotky [15], která je prvním souborným dílem tohoto druhu v ČSSR. Opakem reologie, pro který není vžitý ustálený název a který je proto v tabulce A I uveden pojmem "nereologie", lze pak rozumět vztahy mezi napětím a deformací hmot pevné fáze v určitých časových, teplotních (případně dalších) definovaných podmínkách.

Při konkrétním modelování mechanických vlastností pevné fáze je pak možno rozlišit heuristický přístup a strukturální přístup. První z nich je významný zejména jako metodika objevování nových poznatků o mechanice pevné fáze, druhý užívá za východisko konkrétní strukturu hmoty ve studovaném objektu. Strukturální model je tedy reálnějším odrazem skutečnosti v porovnání s heuristickou hypotézou a závěry z něho plynoucí zpětně ovlivňují a upřesňují naše představy o struktuře hmoty v daném objektu.

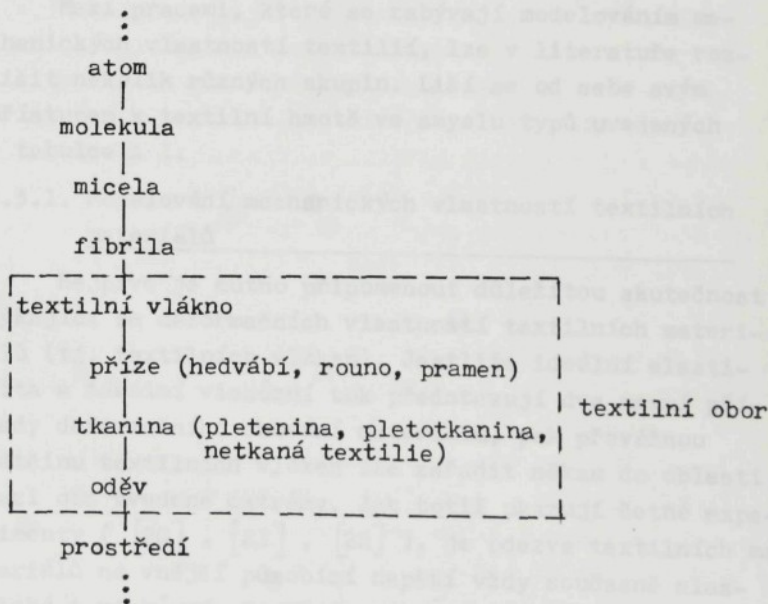
Konečně z hlediska techniky řešení, kterou fyzika použije v daném případě, lze hovořit o silovém přístupu a energetickém přístupu. Oba přístupy jsou zcela rovnocenné, rozdíl mezi nimi spočívá pouze v tom, které veličiny jsou použity k formulování předpokladů modelu: silový přístup vychází z podmínek rovnováhy sil, energetický přístup stanoví předpoklady o energii systému. Přitom oběma postupy lze v principu dospět ke stejným výsledkům.

## 2.2. Textilie a jejich vymezení z hlediska stavby hmoty

Podle současných znalostí fyziky o struktuře hmoty lze textilie zařadit do schematického řetězce,

zobrazeného na obr. A 1. Tento řetězec znázorňuje hierarchii stavby hmoty a je možno jej považovat za nekonečný jak směrem k menším elementům hmoty (tj. elementárním částicím), tak směrem ke složitějším hmotným systémům makrosvěta. Čárkovaně je na obrázku vymezena oblast, kterou se zabývá textilní obor: nejmenším uvažovaným útvarem je textilní vlákno, následují příze, hedvábí, rouno nebo pramen jako vyšší útvary, dále tkanina, pletenina, pletotkanina nebo netkaná textilie a nakonec oděv jako nejvyšší uvažovaný útvar textilního oboru. Všechny jmenované útvary bývají zahrnovány do obecného pojmu "textilie".

Zaměříme pozornost pouze na řetězec vlákno - příze - tkanina - oděv. Při tomto pohledu lze považovat vlákno za základní textilní útvar. Seskupením vláken zcela specifickým způsobem, v němž převládá



obr. A 1

jeden určitý směr, vzniká příze. Ta má vlivem specifického seskupení vláken zcela určité fyzikální i geometrické vlastnosti, které způsobují, že je příze vnímána člověkem jako samostatný textilní útvar. Vzájemným provázáním zpravidla dvou soustav přízí vzniká pak tkanina. Vzhledem k vlastnostem příze lze však za základní textilní útvar určující některé vlastnosti tkaniny považovat právě přízi. Podobně mnohé vlastnosti oděvu jsou určeny vlastnostmi použité tkaniny.

Z provedené úvahy je zřejmé, že některé vlastnosti daného textilního útvaru jsou rozhodující měrou určeny vždy vlastnostmi nejbližšího nižšího útvaru. Proto klasifikuje např. B. Neckář ve své práci [16] i přízi jako jednoduchý textilní útvar a teprve tkaninu jako složený textilní útvar.

### 2.3. Způsoby modelování mechaniky textilií, speciálně tahově deformační vlastnosti tkanin

Mezi pracemi, které se zabývají modelováním mechanických vlastností textilií, lze v literatuře rozlišit několik různých skupin. Liší se od sebe svým přístupem k textilní hmotě ve smyslu typů uvedených v tabulce A I.

#### 2.3.1. Modelování mechanických vlastností textilních materiálů

Nejprve je nutno připomenout důležitou skutečnost týkající se deformačních vlastností textilních materiálů (tj. textilních vláken). Jestliže ideální elasticita a ideální viskózní tok představují dva mezní případy deformačního chování materiálu, pak převážnou většinu textilních vláken lze zařadit někam do oblasti mezi oba uvedené extrémy. Jak totiž ukazují četné experimenty ( [20] , [21] , [22] ), je odezva textilních materiálů na vnější působící napětí vždy současně elastická i viskózní. Proto jsou textilní materiály obecně



považovány za látky viskoelastické. Kromě toho v praktických aplikacích jsou textilní vlákna podrobována zpravidla velkým deformacím, při nichž se chovají nelineárně. Těmito skutečnostmi je již do značné míry omezen počet možností, jak přistupovat k modelování mechanických vlastností textilních materiálů.

První a značně obsáhlou skupinu modelů mechanického chování textilních materiálů tvoří reologické modely, které vycházejí z hypotézy o spojitém prostředí. Jejich princip spočívá ve vytváření tzv. "mechanických analogů", které jsou určitou kombinací základních elementů, nejčastěji pružin a tlumičů. Jejich výhodou je to, že vhodnou kombinací zmíněných elementů lze vytvořit takové modelové systémy, které poměrně věrně reprodukují viskoelastickou odezvu reálných textilních materiálů na konkrétní způsob namáhání. Vlastnosti nejčastěji používaných kombinací základních elementů jsou popsány např. v práci J.J.Aklonise [23], A.V.Tobolského [24], Z.Sobotky [15] a dalších ([25]-[30]). Reologické modely jsou modely heuristickými, což je jejich hlavní nevýhodou. Obsahují zpravidla velmi mnoho parametrů, které jen zřídka kdy (a spíše náhodou) korespondují se strukturálními nebo materiálovými veličinami textilního vlákna. Reologické modely tedy nemohou vést k hlubšímu pochopení vztahů mezi strukturou textilních materiálů a jejich viskoelastickými vlastnostmi.

Druhou skupinu modelů mechanického chování textilních materiálů tvoří molekulární modely, které vycházejí z konkrétní struktury molekul textilních vláken. Již klasickými v této skupině jsou modely V.A. Kargina a G.L.Slonimského (citovány v [31]), P.E. Rouseho [32], F.Buecheho [33] a B.H.Zimma [34]. Jejich společným základem je rozčlenění molekuly textilního vlákna na samostatné kinetické segmenty, což jsou takové nejmenší části molekuly, které se vyznačují

stejnými viskoelastickými vlastnostmi. V důsledku interakcí se sousedními molekulami působí na každý segment odpor proti jeho pohybu, a proto modely předpokládají, že je každý segment obklopen viskózním prostředím. Viskoelastické vlastnosti každého jednotlivého segmentu jsou pak v modelech reprezentovány paralelním spojením pružiny a tlumiče podobně jako v reologických modelech. Někteří další autoři modifikovali modely P.E.Rouseho [32], F.Buecheho [33] a B.H.Zimma [34] i pro textilní materiály se složitější molekulární strukturou. Jako příklad je možno uvést T.Y.Liu a D.S.Songa, kteří modifikovali zmíněné modely pro kopolymerní textilní vlákna [38]. Z dalších novějších prací, které se zabývají molekulárními modely textilních materiálů, lze jmenovat práce A.S. Krausze a H.Eyringa [35], J.R.Whitea [36], S.H. Josepha [37] a dalších autorů. Modely navržené v pracích [35] - [37] bývají nazývány polohovými modely, neboť odvozují viskoelastické vlastnosti textilních materiálů na základě tepelně aktivovaných přeskoků částí molekul mezi různými polohami danými lokálním minimem potenciální energie (z hlediska typů přístupu uvedených v tabulce A I se tedy jedná o energetické modely). Společným východiskem těchto modelů jsou termodynamické principy platné v textilních vláknech.

Z fyzikálního hlediska jsou molekulární modely exaktnější v porovnání s reologickými modely, neboť příčiny daných viskoelastických vlastností textilních materiálů hledají v jejich molekulární struktuře a ve fyzikálních zákonitostech platných mezi molekulami. To je také jejich hlavní předností. Molekulární modely tedy představují cestu, jak hlouběji poznat příčinné souvislosti mezi strukturou a z ní vyplývajícími vlastnostmi textilních vláken, s cílem ovlivnit jejich strukturu tak, aby byly získány textilní materiály požadovaných vlastností. Jedinou nevýhodou molekulárních

modelů je skutečnost, že v důsledku poměrně značné strukturální složitosti molekulárních systémů textilních vláken vznikají při řešení obtíže matematického charakteru.

### 2.3.2. Modelování mechanických vlastností přízí

Experimentům a jejich výsledkům, které se zabývají mechanickými vlastnostmi přízí, bylo již věnováno značné množství prací. Totéž lze říci o problematice modelování mechanických vlastností přízí. Zde se nebudeme detailně zabývat všemi dostupnými pracemi, všimneme si opět spíše různých přístupů, které volí autoři při modelování mechanických vlastností přízí.

Z přehledu uvedeného v odstavci 2.3.1. je zřejmé, že deformační chování samotných textilních materiálů (tj. textilních vláken) je viskoelastické a tedy obecně velmi složité. Příze je složena z textilních vláken a má zcela specifickou vnitřní strukturu. Proto lze očekávat, že mechanické vlastnosti příze budou ovlivněny jak vlastnostmi vláken, tak současně i vnitřní strukturou příze. Jak ukazují četné práce, např. [51], [52], [16], je tento předpoklad správný.

Práce zabývající se modelováním mechanických vlastností přízí je možno v zásadě rozdělit do tří skupin:

První skupina prací obsahuje opět reologické modely, jimiž se jejich autoři snaží modelovat různé mechanické vlastnosti přízí. Tak např. R.Dhingra a R.Postle navrhují ve své práci [41] pro ohyb přízí dvouprvkový Voigtův-Kelvinův model, A. Vitkauskas a A.Matukonis [42] aplikují na napěťové relaxace přízí zobecněný Maxwellův model, A.Stalevič a V.Romanov [43] používají reologického modelu k popisu tečení ("creepu") přízí. Další reologické modely lze najít např. v pracích [17], [18], [19]. Společným

nedostatkem všech těchto modelů je jejich odtrženost od konkrétní vlákněné struktury přízeí.

Do druhé skupiny lze zařadit práce vycházející z představy příze jako orientovaného vlákněného kontinua, přičemž vlastnosti příze jsou v nich odvozovány řešením diferenciální rovnice rovnováhy elementu příze. Jako příklad lze uvést práci B.Neckáře [47] nebo dalších autorů ( [51] , [53] , [54] , [55] ).

V třetí skupině prací jsou pak obsaženy strukturální modely příze. Jejich autoři odvozují mechanické vlastnosti příze z vlastností textilních vláken a vycházejí přitom z konkrétní vlákněné struktury a mezivlákněných interakcí v přízích. Tento přístup je pochopitelně značně obtížný, takže se neobejde bez řady idealizací a zjednodušení. Tak např. N.C. Huang ( [44] , [45] ) analyzuje nejprve geometrii příze složené ze dvou nekonečných vláken, která jsou mírně zakroucena. Poté na základě rovnováhy sil působících mezi oběma vlákny při namáhání příze tahem a ohybem modeluje tahově deformační vlastnosti této příze. Zajímavá je též práce M.Konopáska [46] , v níž autor definuje šroubovicový model zborčených vláken v přízích tvarovaných zakrucováním. Vychází přitom z předpokladu, že při tahové deformaci šroubovice je celková deformační energie rovna součtu ohybové a torzní energie jednotlivých smyček. Na základě geometrických a mechanických vlastností takových zborčených vláken odvozuje autor vztah mezi silou příčné kontrakce vlákna a deformační silou. Další strukturální modely příze lze nalézt např. v pracích [48]- [50].

Strukturální modely přízeí jsou ze všech tří uvedených skupin modelů nejexaktnější, protože respektují konkrétní vlákněnou strukturu přízeí. Z hlediska techniky řešení používají tyto modely jak silového přístupu, tak energetického přístupu (viz tabulka A I).

### 2.3.3. Modelování mechanických vlastností tkanin

Jak bylo diskutováno v odstavci 2.2., za základní textilní útvar tkanin tvořených přízemi lze považovat osnovní a útkové příze. Převážná většina prací, které se zabývají modelováním mechanických vlastností tkanin, vychází z konkrétní přízové struktury dané tkaniny. Navrhované modely jsou tedy strukturální. V souvislosti s tím ovšem vyvstává nejprve problém, jak popsat přízovou strukturu tkanin.

K problematice vnitřní struktury tkanin přistupují různí autoři odlišným způsobem. Tak např. F.Th. Peirce ( [56] , [57] ) aproximuje neutrální osu přízí v tkanině kruhovými oblouky v místě opásání a příkými úseky mezi dotyky příze s přízemi příčné soustavy. N.G.Novikov [58] definoval celkem 9 fází provázání přízí v tkanině plátnové vazby. Jednotlivé fáze se navzájem liší tím, jak vazné body vyčnívají z roviny tkaniny. R.M.Hoffman nahradil ve své práci [59] tvar neutrálních os přízí v tkanině plátnové vazby sinusoidou. Geometrickými úvahami o struktuře tkaniny se zabývali dále A.Kemp [60] a J.B.Hamilton [61] . Známa je také práce B.Olofssona [62] , který aproximuje neutrální osu příze pomocí spojitě ohybové čáry vetknutého nosníku namáhaného nad mez lineární pružnosti. Z českých autorů se touto problematikou soustavněji zabývá S.Nosek ( [63] , [64] ). V práci [63] např. navrhuje neutrální osu přízí v tkanině ve tvaru rovnoosé hyperboly, která je pro další výpočty geometrie tkaniny mnohem výhodnější v porovnání s oběma krajními aproximacemi (kruhovými oblouky spojené rovnými úseky nebo sinusoida).

Také tvar příčného řezu příze v místě vazného bodu tkaniny je často diskutovaným problémem. Z četných experimentů (viz např. práce L.Švehlové a B.Neckáře [5] ) vyplývá, že i ve stavu bez vnějšího napětí mají příze

v místech vazných bodů tkaniny zploštělý tvar. Modelováním zploštění přízí při jejich tlakovém namáhání ve směru kolmém ke geometrické ose přízí se zabývali R.Kovář [65] (pro účely pletenin) a dále S.Kawabata, M. Niwa a H.Kawai [66] .

Při modelování samotných tahově deformačních vlastností tkanin vycházejí autoři z určité navržené geometrie tkaniny. K určení modelových tahových křivek tkaniny pak užívají buď předpokladu o minimu deformační energie tkaniny, nebo analyzují silové působení mezi přízemi v tkanině. K první jmenované skupině patří práce S.Jonga a R.Postlea [67] , G.A.V.Leafa a K.H.Kandila [68] , W.Hearlea a W.Shanahana ( [69] , [70] ) a dalších autorů. Technikou analýzy silového působení mezi přízemi v tkanině pracovali např. B. Olofsson [62] a S.Kawabata, M.Niwa a H.Kawai [66] . Práce poslední jmenované trojice autorů aproximuje tvar neutrálních os přízí v tkanině "pilovitou" funkcí a předpokládá stlačitelnost přízí ve vazných bodech tkaniny. Zanedbává naopak ohybovou tuhost přízí. Z rozboru silového působení mezi oběma soustavami přízí ve vazných bodech tkaniny jsou pak v práci [66] odvozeny dvouosé tahové vlastnosti (tj. tahové křivky při dvouosém namáhání), jednoosé tahové vlastnosti (tj. jednoosé tahové křivky) a stříhové vlastnosti tkaniny. K řešení soustavy odvozených rovnic používají autoři grafických metod.

Mechanické vlastnosti tkanin mohou být ovšem studovány též z pohledu na textilie jako na ortotropní kompozitní materiály. Takové přístupy využívají zákonitostí platných ve spojitém prostředí. Jako příklad lze uvést práci L.Sodomky [75] .

#### 2.4. Shrnutí

Vrátíme-li se nyní zpět k tabulce A I, v níž jsou uvedeny možné typy přístupu fyziky k mechanice hmot

pevné fáze, zjistíme, že při modelování mechanických vlastností textilií používají autoři jen některé z uvedených typů přístupu:

- Při pohledu na textilní hmotu je používán u textilních vláken a přízí jak kontinuální přístup, tak diskontinuální přístup, zatímco u tkanin v převážné většině případů jen diskontinuální přístup.
- Větší část modelů mechanického chování textilií patří k nelineárním modelům, které postihují nelineární mechanické jevy v textiliích.
- Nezbytnou nutností je zřejmě uvažování velkých deformací v modelech mechanického chování textilií, neboť v praktických aplikacích zpravidla dosahují deformace textilií relativně vysokých hodnot.
- Navrhované modely používají jak nereologického, tak reologického přístupu v závislosti na podmínkách, pro něž jsou uvažovány. Je-li však formulován reologický model, nebývá zpravidla strukturální.
- Modely mechanického chování textilních vláken a přízí používají jak heuristického, tak strukturálního pohledu, kdežto modely mechanických vlastností tkanin jsou v převážné většině případů strukturální.
- Z hlediska techniky řešení používají modely jak silového, tak energetického přístupu.

Z tabulky A I a z výše uvedených úvah vyplývá, že nejexaktnějším modelem mechanického chování textilií by byl diskontinuální nelineární strukturální reologický model uvažující velké deformace. Takový komplexně pojatý model mechaniky textilií však vzhledem k značné obtížnosti problematiky zůstává doposud jen přáním a kýženým cílem odborníků textilního oboru. Je ovšem

nutné konstatovat, že veškeré práce na poli teoretického výzkumu mechaniky textilií i jejich praktických aplikací směřují k takovému komplexnímu modelu textilií.

V předložené práci bude formulován fyzikální model jednoosých tahově deformačních vlastností tkanin plátnové vazby. Z hlediska diskutovaných přístupů k textilní hmotě se bude jednat o diskontinuální nelineární nereologický strukturální model tkaniny, respektující podmínky běžně experimentálně prováděné jednoosé tahové zkoušky, tj. uvažující velké tahové deformace tkaniny v jednom směru při konstantní deformační rychlosti a konstantních experimentálních podmínkách (konstantní teplota, relativní vlhkost vzduchu apod.).



### 3. CÍL PRÁCE

Cílem předložené práce je formulovat fyzikální tahově deformační model tkaniny plátňové vazby, jenž by vycházel z konkrétní vnitřní struktury této tkaniny a uvažoval všechny fyzikální jevy, které se rozhodující měrou podílejí na tahově deformačních vlastnostech tkaniny.

Hlavními požadavky kladenými na zmíněný model je jednak jeho schopnost předpovědět jednoosou tahovou křivku tkaniny při znalosti parametrů její vnitřní struktury, jednak jeho snadná řešitelnost (tj. řešitelnost za nepřítomnosti příliš dlouhou výpočetní dobu) pomocí běžně dostupné výpočetní techniky.

#### 4. TEORETICKÁ ČÁST:

##### MODELOVÁNÍ JEDNOOŚYCH TAHOVĚ DEFORMAČNÍCH VLASTNOSTÍ TKANIN PLÁTNOVÉ VAZBY POČÍTAČEM

##### 4.1. Návrh tahově deformačního modelu tkaniny s plátnovou vazbou

Přestože tkaniny s plátnovou vazbou lze z hlediska strukturálního řadit k nejjednodušším plošným textilním útvarům, je modelování jejich vnitřní struktury a tahově deformačních vlastností poměrně složitým problémem. V případě tkanin tvořených přízemi jsou jejich tahově deformační vlastnosti do značné míry podmíněny mechanickými vlastnostmi přízí. Ty jsou však přímým projevem mechanických vlastností textilních vláken a mezivláknenných interakcí v přízích. Vlastnosti vláken jsou důsledkem jejich samotné vnitřní struktury. Podobně tahově deformační vlastnosti tkanin z hedvábných nití jsou závislé na mechanických vlastnostech použitého hedvábí a ty mají svou příčinu ve vnitřní struktuře samotného hedvábí. Tímto postupem by bylo možno dospět až k molekulární nebo i atomární stavbě textilní hmoty. Je zřejmé, že modelové zvládnutí celého takového systému není vzhledem k jeho značné složitosti prozatím uskutečnitelné.

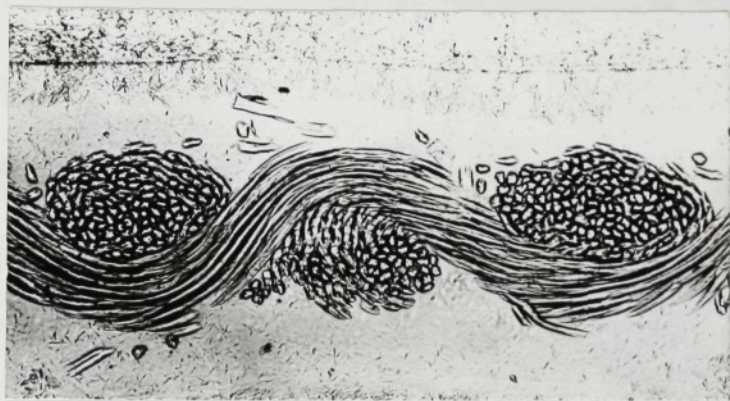
Při modelování struktury a vlastností tkanin je tedy nutné jednak stanovit nejmenší útvar textilní hmoty, který bude model ještě brát v úvahu, a dále do jisté míry idealizovat vnitřní strukturu i fyzikální zákonitosti v tkaninách formulováním celé řady zjednodušujících předpokladů. Fyzikálních jevů, které se v tkaninách uplatňují, je veliké množství. Jen jejich výčet by nebyl snadnou záležitostí. Je však nezbytné vybrat a zahrnout do uvažovaného modelu alespoň ty jevy, které nejvíce podmiňují studovanou vlastnost tkanin.

V této kapitole bude navržen fyzikální model pro tahově deformační vlastnosti tkanin s plátňovou vazbou. Předpoklady, z nichž tento model vychází, jsou uvedeny v následujícím odstavci.

#### 4.1.1. Modelové předpoklady o tkanině s plátňovou vazbou

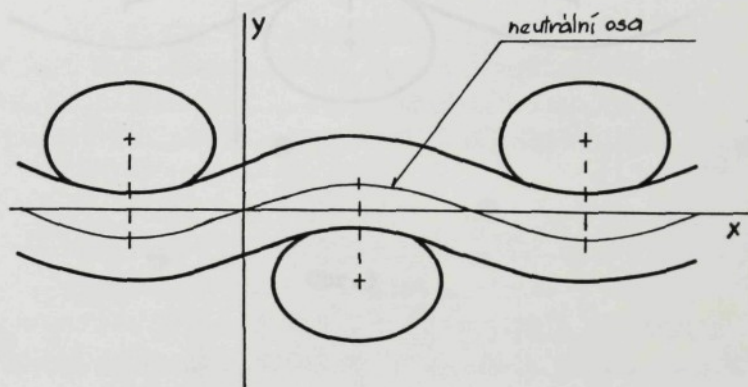
##### 4.1.1.1. Idealizovaný tvar nití

Na obr.1 je znázorněn mikroskopický řez typickou tkaninou plátňové vazby. Definujeme-li neutrální osu nitě jako čáru spojující těžiště všech příčných řezů nitě, má zřejmě neutrální osa osnovních i útkových nití v tkanině plátňové vazby tvar nějaké harmonické funkce, jak je to schematicky znázorněno na obr.2. Protože autorovi práce není známa a ani v dostupné odborné literatuře nebyla nalezena metoda, která by umožnila experimentálně zjistit skutečný tvar neutrální osy nitě v konkrétní tkanině, je třeba tento tvar předpokládat přijetím určité hypotézy. Jak bylo uvedeno v druhé kapitole této práce, aproximují někteří autoři tvar neutrální osy nitě v tkanině např. pomocí funkce sinus  $x$ ,



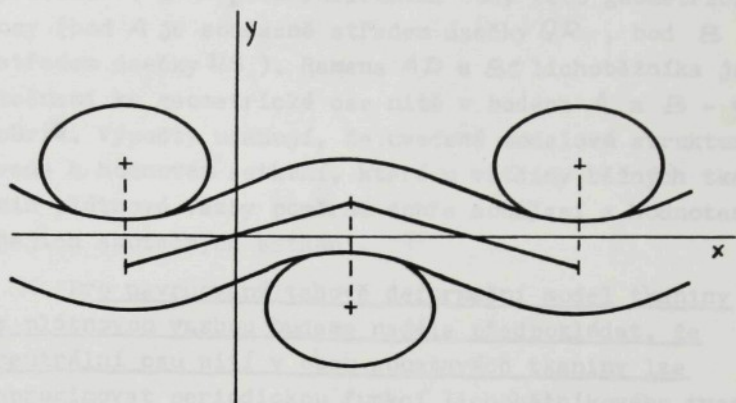
Obr.1

jiní pomocí částí kružnic spojených úsečkami apod. Velikou nevýhodou většiny aproximací, které využívají "obloukových" křivek, je značná komplikovanost matematického řešení rovnic, formulovaných na základě těchto struktur.

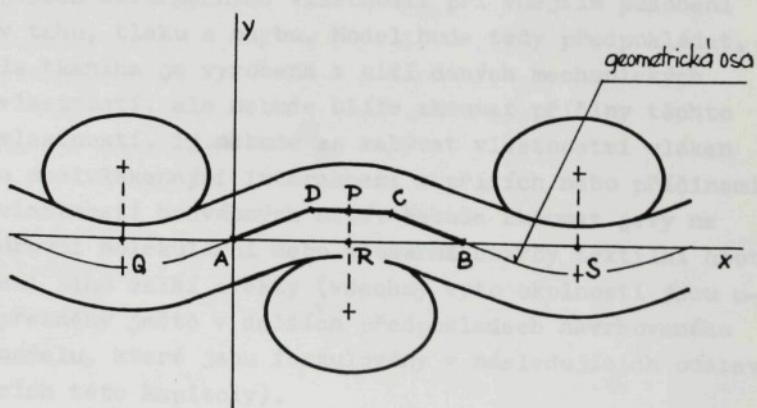


Obr.2

Jak zjistil autor této práce v první etapě studia tahově deformačních vlastností tkanin [1], vede i nejjednodušší aproximace neutrální osy nitě pomocí úseček - viz obr.3 - k poměrně složité soustavě rovnic pro tahovou deformaci tkanin, která je řešitelná pouze numericky pomocí počítače. Z této skutečnosti vyplývá nutnost volit takový modelový tvar neutrální osy nití v tkanině, který by jednak nebyl příliš odlišný od skutečného tvaru neutrální osy, ale který by současně vedl k rovnicím dobře řešitelným (tj. řešitelným za nepřilíživě dlouhou dobu) dostupnou výpočetní technikou. Z předložené práce bude zřejmé, že oba uvedené požadavky splňuje "lichoběžníková" aproximace tvaru neutrální osy nití, znázorněná na obr.4. V ní body A, B a P leží na geometrické ose nitě,



Obr. 3



Obr. 4

přičemž  $A$  a  $B$  jsou inflexními body této geometrické osy (bod  $A$  je současně středem úsečky  $QR$ , bod  $B$  středem úsečky  $RS$ ). Ramena  $AD$  a  $BC$  lichoběžníka jsou tečnami ke geometrické ose nitě v bodech  $A$  a  $B$  - viz obr.4. Výpočty ukazují, že uvedená modelová struktura vede k hodnotám setkání, které u většiny běžných tkanin plátňové vazby poměrně dobře souhlasí s hodnotami jejich skutečných setkání.

Pro navrhovaný tahově deformační model tkaniny s plátňovou vazbou budeme nadále předpokládat, že neutrální osu nití v obou soustavách tkaniny lze aproximovat periodickou funkcí lichoběžníkového tvaru, znázorněného na obr.4.

#### 4.1.1.2. Tahově deformační vlastnosti nití

Vzhledem k poměrně značné složitosti tkanin z hlediska jejich vnitřní struktury bude navrhovaný tahově deformační model uvažovat jako nejmenší útvary textilní hmoty v tkanině osnovní a útkové nitě včetně jejich deformačních vlastností při vnějším působení v tahu, tlaku a ohybu. Model bude tedy předpokládat, že tkanina je vyrobena z nití daných mechanických vlastností, ale nebude blíže zkoumat příčiny těchto vlastností. Tj. nebude se zabývat vlastnostmi vláken a mezivláknými interakcemi v přízích nebo příčinami vlastností hedvábných nití. Nebude zkoumat jevy na úrovni molekulární nebo atomární stavby textilní hmoty ani jiné další efekty (všechny tyto okolnosti jsou upřesněny ještě v dalších předpokladech navrhovaného modelu, které jsou formulovány v následujících odstavcích této kapitoly).

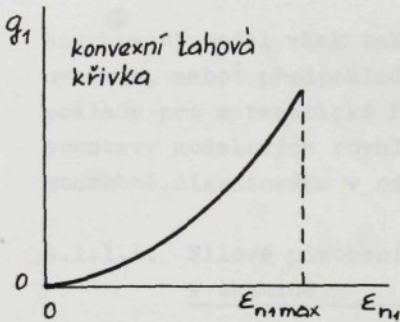
Předpokládejme, že tahové křivky (tj. závislosti tahová síla - poměrné prodloužení) osnovních a útkových nití tkaniny <sup>1)</sup> jsou dány funkcemi  $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$  a  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$  těchto vlastností:

1. Funkce  $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$  je definována pro argumenty z intervalu  $\epsilon_{n1} \in \langle 0; \epsilon_{n1max} \rangle$ , funkce  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$  pro argumenty z intervalu  $\epsilon_{n2} \in \langle 0; \epsilon_{n2max} \rangle$ .
2. Obě funkce jsou hladké.
3.  $g_1(0) = 0$ ,  $g_2(0) = 0$
4. Obě funkce jsou v celém svém definičním oboru rostoucí.
5. Funkce mají nejvýše jeden inflexní bod. Má-li funkce  $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$  inflexní bod v  $\epsilon_{n1} = \epsilon_{n1inf}$ , pak pro všechna  $\epsilon_{n1} \in \langle \epsilon_{n1inf} \rangle$  je  $\frac{d^2 g_1(\epsilon_{n1})}{d \epsilon_{n1}^2} > 0$ . Podobně má-li funkce  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$  inflexní bod v  $\epsilon_{n2} = \epsilon_{n2inf}$ , pak pro všechna  $\epsilon_{n2} \in \langle \epsilon_{n2inf} \rangle$  je  $\frac{d^2 g_2(\epsilon_{n2})}{d \epsilon_{n2}^2} > 0$ . Tj. v intervalu mezi počátkem a inflexním bodem jsou obě funkce konvexní.

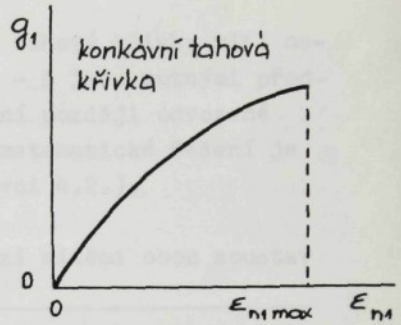
Kvůli názornosti jsou možné typy přepokládaných tahových křivek nití znázorněny na obrázcích 5a až 5d pro případ osnovních nití. Tahové křivky útkových nití nejsou uvedeny, jejich možné typy jsou zcela shodné. Na obr.5a je znázorněna tahová křivka tvaru konvexní funkce, na obr.5b křivka tvaru konkávní funkce, na obr.5c křivka tvaru přímé úměrnosti a na obr.5d tahová křivka s jedním inflexním bodem, jejíž část I je konvexní a část II konkávní.

---

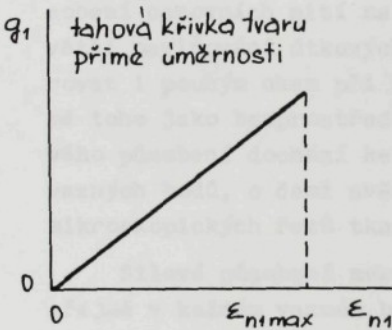
1) Poznámka: Kromě obvyklých termínů "osnovní nitě" a "útkové nitě" budeme později v práci užívat výrazů "podélné nitě" a "příčné nitě". Oba tyto pojmy souvisejí s podmínkami jednoosé tahové zkoušky. Termínem "podélné nitě" budeme rozumět tu soustavu nití v tkanině, jejichž směr bude totožný se směrem tahové deformace tkaniny při jednoosé tahové zkoušce. Termín "příčné nitě" pak bude označovat opačnou soustavu nití v tkanině.



obr. 5a



obr. 5b



obr. 5c



obr. 5d

Jakýkoliv jiný tvar tahových křivek nití v tkanině nesplňuje jeden nebo i více předpokladů, které byly uvedeny výše pod body 1 - 5, a není tudíž pro navrhovaný tahově deformační model tkaniny přípustný. Je třeba podotknout, že v praxi se vyskytují nitě, jejichž tahové křivky mají složitější průběh tahové síly v závislosti na poměrném prodloužení v porovnání s obrázky 5a - 5d (často je tvar těchto tahových křivek zejména v poslední fázi tahové deformace nitě důsledkem již probíhajících destruktivních jevů v nitě).



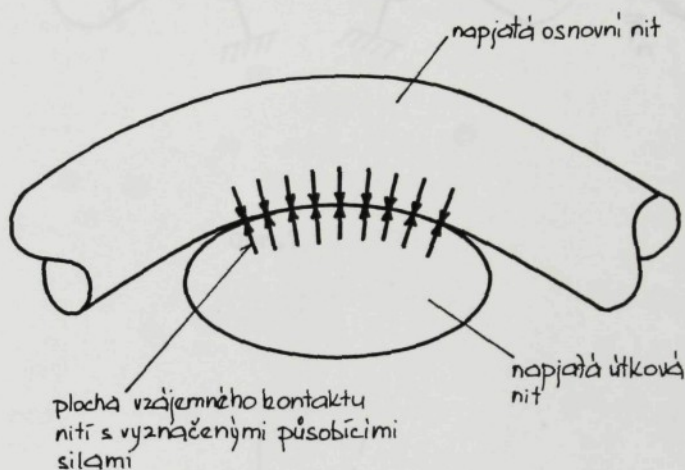
Navrhovaný model však takové tahové křivky nití ne-  
uvažuje, neboť předpoklady 1 - 5 jsou nutnými před-  
poklady pro matematické řešení později odvozené  
soustavy modelových rovnic (matematické řešení je  
podrobně diskutováno v odstavci 4.2.).

#### 4.1.1.3. Silové působení mezi nitěmi obou soustav v tkanině

Při jednoosé tahové deformaci tkaniny s plát-  
novou vazbou např. ve směru osnovních nití dochází  
k vyrovnávání a protahování těchto nití. Ve vazných  
bodech tkaniny a jejich blízkém okolí, kde jsou nitě  
obou soustav ve vzájemném kontaktu, roste silové pů-  
sobení osnovních nití na nitě útkové, což způsobuje  
větší navlňování útkových nití. Tento jev lze pozoro-  
vat i pouhým okem při tahové zkoušce tkaniny. Kro-  
mě toho jako bezprostřední důsledek zmíněného silo-  
vého působení dochází ke zplošťování nití v okolí  
vazných bodů, o čemž svědčí snímky získané metodou  
mikroskopických řezů tkanin.

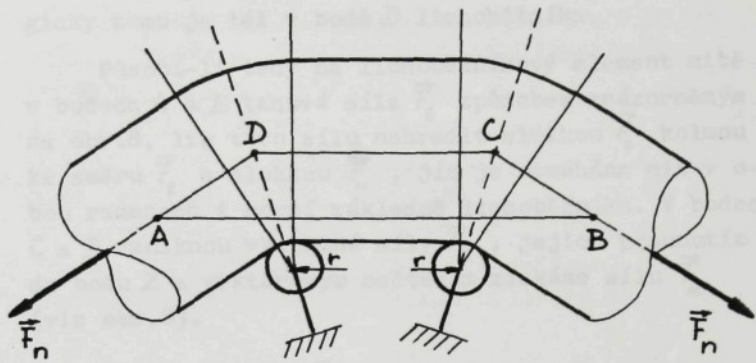
Silové působení mezi nitěmi obou soustav je  
zřejmě v každém vazném bodě tkaniny rozloženo po ce-  
lé ploše vzájemného kontaktu nití, jak je to schema-  
ticky znázorněno na obr.6. Protože vzhledem k malým  
rozměrům plochy vzájemného kontaktu nití obou soustav  
nelze prozatím toto silové působení experimentálně  
určit (a ani v dostupné odborné literatuře nenalezl  
autor práce žádnou zmínku o tom, že by zmíněné silové  
působení bylo již detailně studováno), je nezbytné  
stanovit zjednodušující předpoklady. Pro navrhovaný  
tahově deformační model tkaniny budeme předpokládat,  
že mezi osnovními a útkovými nitěmi v tkanině nepů-  
sobí smykové třecí síly (tj. síly tečné ke stykové  
ploše obou nití budeme považovat za nulové). Při  
předpokládaném lichoběžníkovém tvaru neutrální osy  
nití v obou soustavách tkaniny (viz obr.4 v odstavci

4.1.1.1.) si pak lze představit element nitě v okolí vazného bodu způsobem znázorněným na obr.7<sup>1)</sup>. V něm obě hypotetické kladky mají zanedbatelně malý poloměr ( $r \ll DC$ ) a pohybují se bez tření, takže síla  $\vec{F}_n$  působící ve směru ramena  $DA$  a  $CB$  lichooběžníka  $ABCD$  se přenesou beze změny velikosti do oblasti horní základny  $CD$ . Na obr.7a je znázorněna část obr.7 ve zvětšeném měřítku:

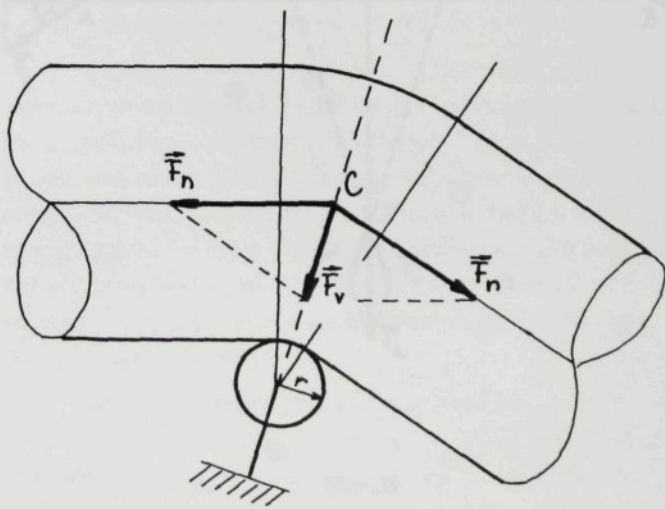


Obr.6

<sup>1)</sup> Poznámka: V práci budou dále definovány některé síly působící na modelový element tkaniny. Protože se jedná o vektorové veličiny, budou příslušné symboly těchto sil zapisovány se šipkou (např. síla  $\vec{F}_n$  na obr.7). Kromě tohoto způsobu zápisu však budeme v práci užívat též symbolů bez šipek, a to v případě, že budeme chtít vyjádřit pouze velikost příslušné síly (např.  $F_n \equiv |\vec{F}_n|$  bude značit velikost síly  $\vec{F}_n$ ).



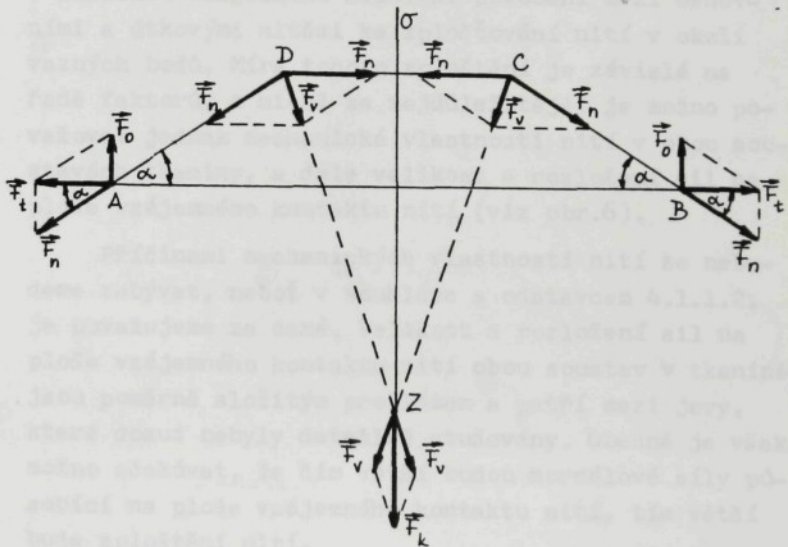
Obr.7



Obr.7a

v bodě  $C$  působí ve směru ramene i základny lichoběžníka síly  $\vec{F}_n$ , jejich výslednicí je síla  $\vec{F}_v$ . Analogicky tomu je též v bodě  $D$  lichoběžníka.

Působí-li tedy na lichoběžníkový element nitě v bodech  $A$  a  $B$  tahová síla  $\vec{F}_t$  způsobem znázorněným na obr.8, lze tuto sílu nahradit složkou  $\vec{F}_o$  kolmou ke směru  $\vec{F}_t$  a složkou  $\vec{F}_n$ , jíž je namáhána nit v obou ramenech i horní základně lichoběžníka. V bodech  $C$  a  $D$  vzniknou výsledné síly  $\vec{F}_v$ , jejich posunutím do bodu  $Z$  a vektorovým sečtením získáme sílu  $\vec{F}_k$  (viz obr.8).



Obr.8

Pro navrhovaný tahově deformační model tkaniny budeme nadále považovat veškeré setrvačné síly působící při tahové deformaci tkaniny za zanedbatelně malé a budeme předpokládat, že na lichoběžníkový element nitě v tkanině působí síly ve shodě s obr.8. Výslednici  $\vec{F}_k$  budeme považovat za jedinou sílu, kterou působí ve vazném bodě tkaniny element jedné soustavy nití na element druhé soustavy nití (a naopak - dle principu akce a reakce). Složky  $\vec{F}_0$  v bodech  $A$  a  $B$  budou zřejmě v rovnováze s těmitěž složkami opačného směru příslušejícími sousedním elementům uvažované nitě.

#### 4.1.1.4. Zplošťování nití ve vazném bodě tkaniny

Jak již bylo uvedeno v odstavci 4.1.1.3., při tahové deformaci tkaniny s plátňovou vazbou dochází v důsledku vzájemného silového působení mezi osnovními a útkovými nitěmi ke zplošťování nití v okolí vazných bodů. Míra tohoto zploštění je závislá na řadě faktorů, z nichž za nejdůležitější je možno považovat jednak mechanické vlastnosti nití v obou soustavách tkaniny, a dále velikost a rozložení sil na ploše vzájemného kontaktu nití (viz obr.6).

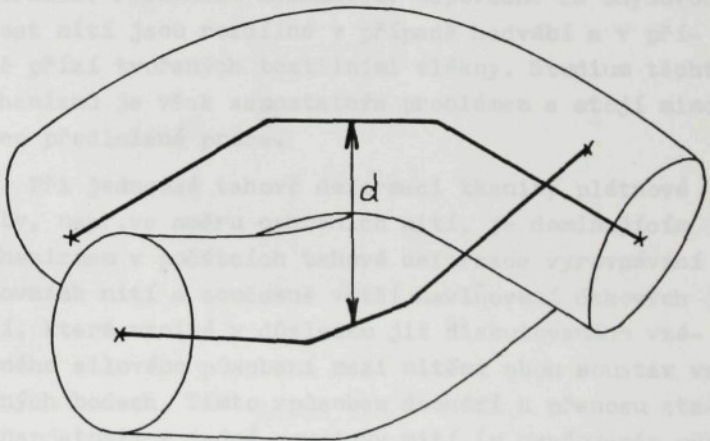
Příčinami mechanických vlastností nití se nebudeme zabývat, neboť v souhlase s odstavcem 4.1.1.2. je považujeme za dané. Velikost a rozložení sil na ploše vzájemného kontaktu nití obou soustav v tkanině jsou poměrně složitým problémem a patří mezi jevy, které dosud nebyly detailně studovány. Obecně je však možno očekávat, že čím větší budou normálové síly působící na ploše vzájemného kontaktu nití, tím větší bude zploštění nití.

Pro navrhovaný tahově deformační model tkaniny budeme předpokládat, že vzdálenost  $d$  neutrálních os osnovní a útkové nitě ve vazném bodě tkaniny (viz obr.9) závisí pouze na výsledné síle  $\vec{F}_k$  mezi nitěmi,

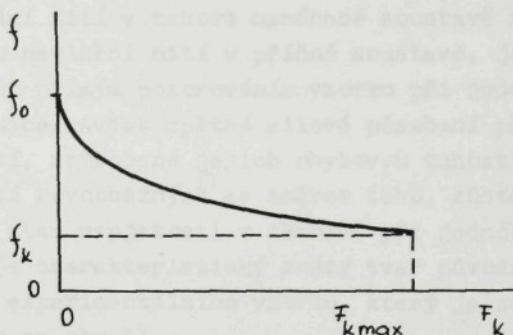
jak byla tato síla zavedena v odstavci 4.1.1.3., a je dána funkcí  $f = f(F_k)$  těchto vlastností:

1. Funkce je definována pro argumenty  $F_k \in \langle 0; F_{kmax} \rangle$ .
2. Funkce je hladká.
3.  $f(0) = f_0 > 0$ ,  $f(F_{kmax}) = f_k > 0$ .
4. Funkce je v celém svém definičním oboru klesající.

Pro názornost je typ funkce  $f = f(F_k)$  zobrazen na obr.10. Hodnota  $f_0$  představuje vzdálenost  $d$  neutrálních os osnovní a útkové nitě ve vazném bodě tkaniny ve stavu, kdy je vzájemné silové působení mezi nitěmi nulové ( $F_k = 0$ ). S rostoucí silou  $F_k$  klesá tato vzdálenost až na určitou hodnotu  $f_k$  pro  $F_k = F_{kmax}$ , přičemž hodnota  $F_{kmax}$  koresponduje s takovými silovými poměry v deformované tkanině, kdy právě nastane destrukce prvních nití.



Obr. 9



Obr.10

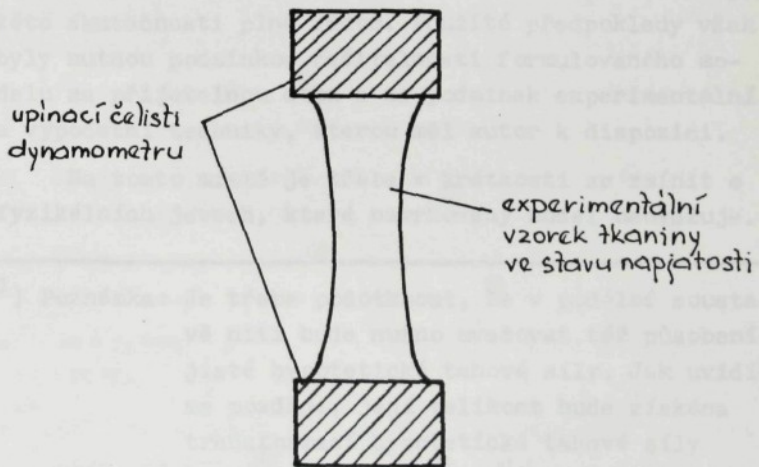
#### 4.1.1.5. Ohybové vlastnosti nití

Ohybová tuhost nití patří k dalším vlastnostem, které mohou mít nemalý vliv na tahové deformační vlastnosti tkanin, zejména v počátcích jejich tahové deformace. Fyzikální mechanismy odpovědné za ohybovou tuhost nití jsou rozdílné v případě hedvábí a v případě přízí tvořených textilními vlákny. Studium těchto mechanismů je však samostatným problémem a stojí mimo rámec předložené práce.

Při jednoosé tahové deformaci tkaniny plátnové vazby, např. ve směru osnovních nití, je dominujícím mechanismem v počátcích tahové deformace vyrovnávání osnovních nití a současně větší navlňování útkových nití, které vzniká v důsledku již diskutovaného vzájemného silového působení mezi nitěmi obou soustav ve vazných bodech. Tímto způsobem dochází k přenosu stavu napjatosti z jedné soustavy nití (v uvažovaném případě tahově namáhaných osnovních nití) na druhou soustavu (útkové nitě). Útkové nitě se však v důsledku své ohybové tuhosti "brání" většímu navlňování tím, že zpětně silově působí na osnovní nitě. V dalším

průběhu tahové deformace tkaniny dojde prakticky k vyrovnání nití v tahově namáhané soustavě a k maximálnímu navlnění nití v příčné soustavě, jak se lze přesvědčit přímým pozorováním vzorku při jednoosé tahové zkoušce. Avšak zpětné silové působení příčné soustavy nití, způsobené jejich ohybovou tuhostí, na soustavu nití rovnoběžných se směrem tahu, zůstává. Pro okamžitý stav napjatosti v tkanině při jednoosé tahové zkoušce je charakteristický známý tvar původně obdélníkového experimentálního vzorku, který je schematicky znázorněn na obr.11.

Ohybová tuhost nití má tedy vliv na tahovou deformaci tkaniny, a proto je nutné zahrnout tuto vlastnost nití do navrhovaného tahově deformačního modelu tkaniny. Ve zmíněném modelu budeme aproximovat vliv ohybové tuhosti nití na tahově deformační vlastnosti tkaniny zavedením hypotetické tahové síly. Tato hypotetická síla bude jakousi dodatečnou silou ke skutečné tahové síle a její velikost bude proměnným vstupním parametrem



Obr.11



modelu. Zřejmě čím větší bude hodnota zvolené hypotetické síly v příčném směru, tím větší bude i zpětné silové působení příčné soustavy nití na soustavu podélnou a případ bude ekvivalentní situaci, kdy nitě v příčné soustavě mají větší ohybovou tuhost.

Předpokládáme tedy, že při jednoosé tahové deformaci tkaniny působí v příčném směru hypotetická tahová síla, která simuluje ohybovou tuhost nití v příčném směru. Předpokládáme dále pro jednoduchost, že tato hypotetická tahová síla je konstantní v průběhu celé tahové deformace tkaniny<sup>1)</sup>.

#### 4.1.1.6. Neuvažované jevy

V odstavcích 4.1.1.1. až 4.1.1.5. byly uvedeny předpoklady, z nichž vychází navrhovaný tahově deformační model tkaniny s plátňovou vazbou. Autor této práce se jimi snažil postihnout všechny fyzikální jevy, které podle jeho názoru nejvíce podmiňují tahové deformace tkanin. Současně však zmíněné předpoklady do jisté míry idealizují a zjednodušují vnitřní strukturu i fyzikální zákonitosti v tkaninách. Autor si je této skutečnosti plně vědom. Použité předpoklady však byly nutnou podmínkou řešitelnosti formulovaného modelu za přijatelnou dobu a za podmínek experimentální a výpočetní techniky, kterou měl autor k dispozici.

Na tomto místě je třeba v krátkosti se zmínit o fyzikálních jevech, které navrhovaný model neuvažuje.

---

<sup>1)</sup> Poznámka: Je třeba podotknout, že v podélné soustavě nití bude nutno uvažovat též působení jisté hypotetické tahové síly. Jak uvidíme později, její velikost bude získána transformací hypotetické tahové síly z příčného směru do směru podélného při respektování všech předpokladů a vnitřní struktury navrhovaného modelu.

Některé z nich již byly uvedeny v odstavcích 4.1.1.1. až 4.1.1.5. Jedná se o jevy a jejich příčiny, které se vyskytují v nitích a všech menších útvarech textilní hmoty (vláknech, fibrilách atd). Model dále neuvažuje smykové ani jiné třecí síly mezi nitěmi v tkanině. Nepřihlíží ani k setrvačným silám, které mohou působit při tahové deformaci tkaniny, neboť předpokládá experimentální metodiku běžné jednoosé tahové zkoušky, při níž je vzorek protahován konstantní deformační rychlostí. Formulovaný model není modelem reologickým a neuvažuje proto čas, který je jinak velmi důležitou fyzikální veličinou při popisu chování všech viskoelastických systémů. Vliv veškerých viskoelastických procesů, které v textilních materiálech a tudíž i nitích a tkaninách při jejich deformacích bezesporu probíhají, je eliminován právě předpokladem konstantní rychlosti a konstantních podmínek (teploty, vlhkosti vzduchu atd.) při tahové deformaci.

#### 4.1.1.7. Shrnutí předpokladů

Pro přehlednost provedeme nyní shrnutí všech předpokladů, z nichž vychází navrhovaný tahově deformační model tkaniny s plátnovou vazbou. Model předpokládá:

1. Idealizovaný lichoběžníkový tvar neutrální osy nití v obou soustavách tkaniny (viz obr.4).
2. Speciální tvar tahových křivek osnovních a útkových nití (viz obr.5a - 5d).
3. Neexistenci smykových ani jiných třecích sil mezi nitěmi obou soustav v tkanině.
4. Neexistenci setrvačných sil při tahové deformaci tkaniny.
5. Silové působení mezi nitěmi obou soustav ve vazném bodě tkaniny prostřednictvím jediné síly (viz síla  $\vec{F}_k$  na obr.8).

6. Zplošťování nití ve vazném bodě tkaniny v závislosti na velikosti vzájemné kolmé síly mezi nitěmi (viz obr.10).
7. Ohybovou tuhost nití v tkanině, simulovanou pomocí konstantních hypotetických tahových sil v obou soustavách nití v tkanině.
8. Konstantní deformační rychlost a konstantní podmínky (teplota, vlhkost vzduchu atd.) při tahové zkoušce.

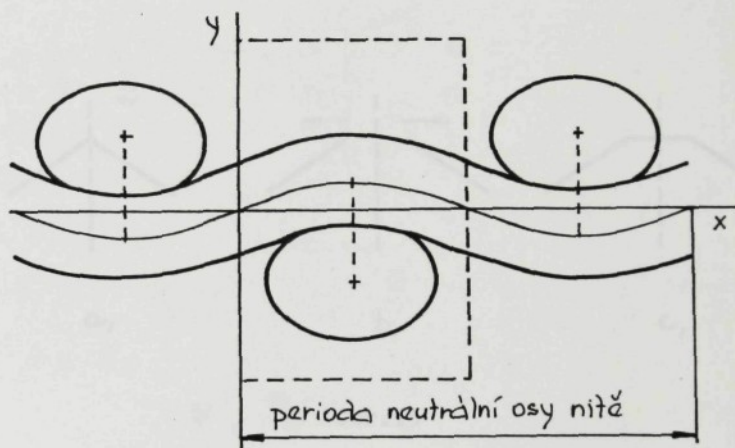
Vzhledem k výše uvedeným předpokladům bude formulovaný model schopen předpovědět jednoosou tahovou křivku tkaniny plátňové vazby, a to při tahových deformacích ve směru osnovy a ve směru útku. Tahové deformace tkaniny v jiných směrech nebude schopen modelovat, neboť při nich se již značnou měrou uplatňují smykové tření mezi nitěmi, vzájemný posuv nití a další jevy, které předložený model nebere v úvahu.

Odvození a formulace systému matematických rovnic, které popisují navrhovaný tahově deformační model tkaniny, jsou předmětem následujícího odstavce 4.1.2.

#### 4.1.2. Formulace matematických vztahů pro modelový element tkaniny

Jak již bylo diskutováno v odstavci 4.1.1.1., vyznačují se tkaniny plátňové vazby speciální symetrií ve směru osnovních i útkových nití. Vznik jejich periodické struktury lze myšlenkově chápat jako postupnou translaci prostorové jednotky, obsahující ve směru osnovy i útku právě jednu periodu neutrální osy příslušné nitě. Nárys této prostorové jednotky je schematicky znázorněn na obr.12. Jak vyplývá z předpokládaného rozložení sil ve tkanině v napjatém stavu (viz obr.8

v odstavci 4.1.1.3.), je možno pro navrhovaný tahově deformační model tkaniny uvažovat základní strukturální jednotku ještě menší, obsahující pouze polovinu periody neutrální osy nití v obou soustavách (nárys této základní jednotky je na obr.12 vyznačen čárkovanou čarou). Vzhledem k aproximovanému tvaru neutrální osy osnovních i útkových nití pomocí lichoběžníkové funkce (viz předpoklad v odstavci 4.1.1.1.), bude však mít tato základní strukturální jednotka tvar znázorněný na obr.9.

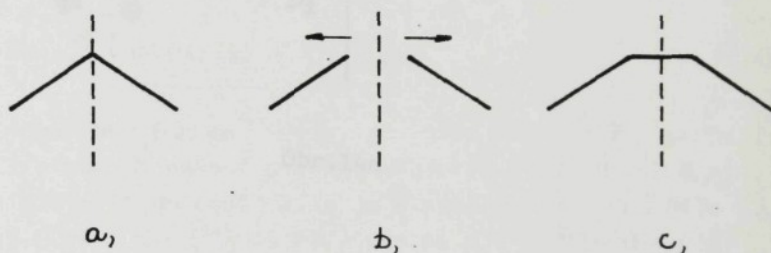


Obr.12

#### 4.1.2.1. Použitá metodika

Autor této práce se v první etapě studia tahově deformačních vlastností tkanin zabýval "trojúhelníkovým" modelem tkaniny, v němž byla neutrální osa nití v obou soustavách aproximována pomocí úseček (viz obr.3 a odkaz na práci [1] v odstavci 4.1.1.1.). V další etapě pak přešel k "lichoběžníkovému" modelu

tkaniny, který je předmětem předložené práce. Protože lichoběžníkový element nitě lze chápat tak, že vznikl z trojúhelníkového elementu "vložením" části příslušející horní základně lichoběžníka, jak je to schematicky znázorněno na obr.13a, b, c, bylo pro autora výhodné zformulovat nejprve matematické vztahy platné pro trojúhelníkové části lichoběžníkového elementu nití a teprve potom odvodit vztahy platné pro celý lichoběžníkový element. Uvedené metodiky je použito v dalších odstavcích této kapitoly. Je nutno ještě zdůraznit, že veškerá odvození důsledně vycházejí z předpokladů formulovaných v odstavcích 4.1.1.1. až 4.1.1.7.



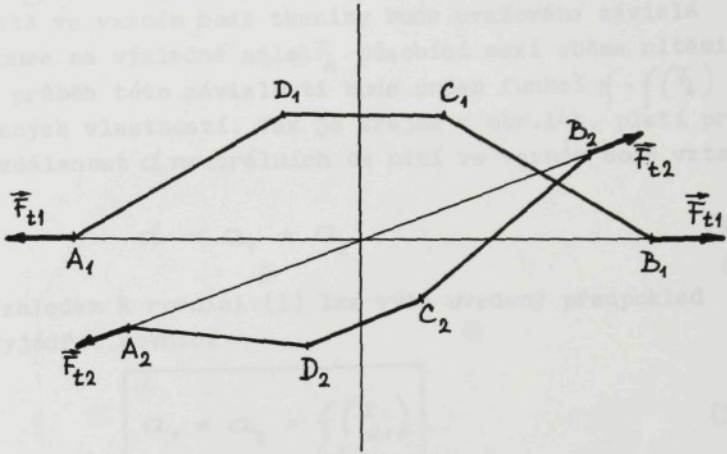
Obr.13

#### 4.1.2.2. Zavedené označení

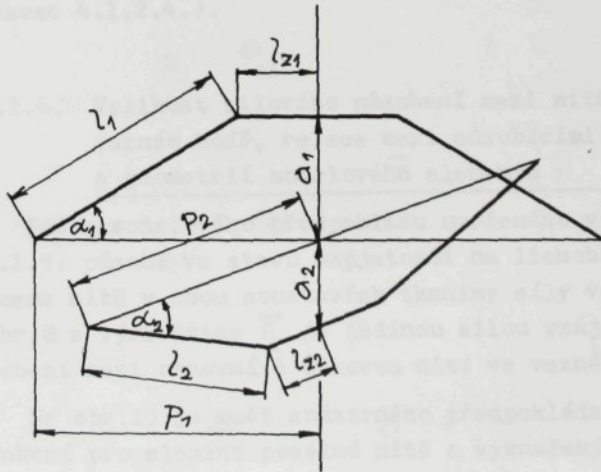
Označme indexem 1 všechny veličiny a symboly týkající se tahově namáhané (podélné) soustavy nití a indexem 2 všechny veličiny a symboly příslušející opačné (příčné) soustavě nití. Na obr.14a jsou znázorněny samotné lichoběžníkové elementy  $A_1, B_1, C_1, D_1$  a  $A_2, B_2, C_2, D_2$  neutrálních os nití z uvažované základní strukturální jednotky a vyznačeny působící tahové síly  $\vec{F}_{21}, \vec{F}_{12}$ .

Pro pozdější snazší formulaci matematických vztahů zavedeme délkové veličiny  $p_1, l_1, l_{21}, a_1, p_2, l_2,$

$l_{22}$ ,  $a_2$  a úhlové veličiny  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ . Tyto veličiny se týkají obecného (tj.napjatého) stavu modelového elementu tkaniny a jejich význam je zřejmý z obr.14b.



Obr.14a



Obr.14b

4.1.2.3. Vzdálenost neutrálních os nití ve vazném bodě

V odstavci 4.1.1.4. byl stanoven modelový předpoklad, že vzdálenost  $d$  neutrálních os osnovní a útkové nitě ve vazném bodě tkaniny bude uvažována závislá pouze na výsledné síle  $F_k$  působící mezi oběma nitěmi a průběh této závislosti bude určen funkcí  $f = f(F_k)$  daných vlastností. Jak je zřejmé z obr.14b, platí pro vzdálenost  $d$  neutrálních os nití ve vazném bodě vztah

$$d = a_1 + a_2 \quad (1)$$

Vzhledem k rovnici (1) lze výše uvedený předpoklad vyjádřit rovnicí

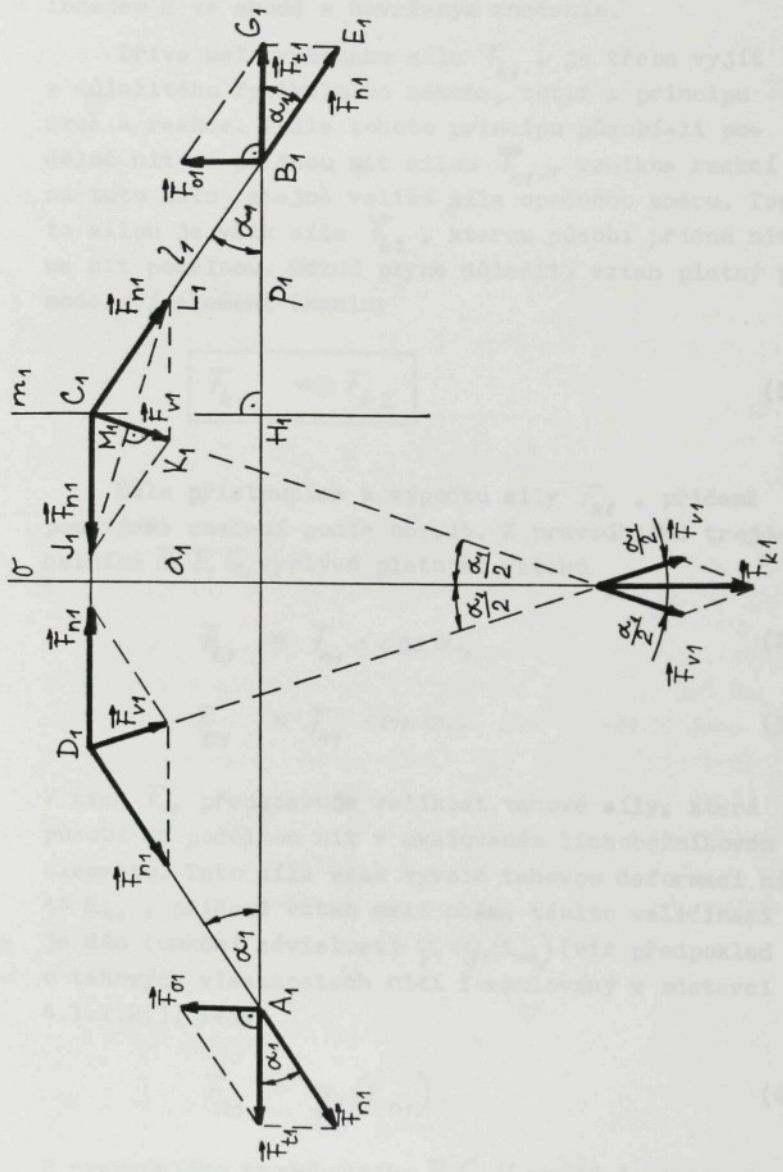
$$\boxed{a_1 + a_2 = f(F_{k_1})} \quad (I)$$

V argumentu funkce  $f = f(F_k)$  je užito hodnoty  $F_{k_1}$ , tj. síly, kterou působí v daném napjatém stavu podélná nit na nit příčnou (tato síla je stejně veliká jako síla  $F_{k_2}$ , jíž působí nit příčné soustavy na nit podélnou - viz odstavec 4.1.2.4.).

4.1.2.4. Velikost silového působení mezi nitěmi ve vazném bodě, relace mezi působícími silami a geometrií modelového elementu

Podle modelového předpokladu uvedeného v odstavci 4.1.1.3. působí ve stavu napjatosti na lichoběžníkový element nitě v obou soustavách tkaniny síly ve shodě s obr.8 a výslednice  $\vec{F}_k$  je jedinou silou vzájemného působení mezi osnovní a útkovou nití ve vazném bodě.

Na obr.15 je opět znázorněno předpokládané silové působení pro element podélné nitě s vyznačenými veličinami  $P_1, l_1, a_1$ . Pro element příčné nitě by byl obrázek



Obr. 15



analogický, všechny veličiny by byly pouze označeny indexem 2 ve shodě s navrženým značením.

Dříve než vypočteme sílu  $F_{k1}$ , je třeba vyjít z důležitého fyzikálního zákona, totiž z principu akce a reakce. Podle tohoto principu působí-li podélná nit na příčnou nit silou  $\vec{F}_{k1}$ , vznikne reakcí na tuto sílu stejně veliká síla opačného směru. Touto silou je však síla  $\vec{F}_{k2}$ , kterou působí příčná nit na nit podélnou. Odtud plyne důležitý vztah platný pro modelový element tkaniny

$$\boxed{F_{k1} = F_{k2}} \quad (II)$$

Dále přistoupíme k výpočtu síly  $F_{k1}$ , přičemž použijeme značení podle obr.15. Z pravouhlého trojúhelníka  $B_1 E_1 G_1$  vyplývá platnost vztahů

$$F_{t1} = F_{n1} \cdot \cos \alpha_1 \quad (2)$$

$$F_{\sigma1} = F_{n1} \cdot \sin \alpha_1 \quad (3)$$

V nich  $F_{n1}$  představuje velikost tahové síly, která působí na podélnou nit v uvažovaném lichoběžníkovém elementu. Tato síla však vyvolá tahovou deformaci nitě  $\epsilon_{n1}$ , přičemž vztah mezi oběma těmito veličinami je dán funkční závislostí  $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$  (viz předpoklad o tahových vlastnostech nití formulovaný v odstavci 4.1.1.2.). Tedy

$$F_{n1} = g_1(\epsilon_{n1}) \quad (4)$$

Z pravouhlého trojúhelníka  $B_1 C_1 H_1$  vyplývá platnost vztahů

$$\cos \alpha_1 = \frac{p_1}{l_1} \quad (5)$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{a_1}{l_1} \quad , \quad (6)$$

kde pro délku  $l_1$  ramene lichoběžníka platí podle Pythagorovy věty

$$l_1 = \sqrt{a_1^2 + p_1^2} \quad (7)$$

Dosazením vztahů (4) a (5) do rovnice (2) získáme při použití (7) rovnici

$$\boxed{F_{L_1} = g_1(\varepsilon_{n_1}) \cdot \frac{P_1}{\sqrt{a_1^2 + p_1^2}}} \quad , \quad (III)$$

která vyjadřuje souvislost mezi tahovou silou  $F_{L_1}$  a geometrickými rozměry lichoběžníkového elementu.

Jak je zřejmé z obr.15, působí v bodě  $C_1$  lichoběžníkového elementu na nit tahová síla  $\vec{F}_{n_1}$  jak ve směru ramene  $C_1B_1$  lichoběžníka, tak ve směru jeho horní základny  $C_1D_1$ . Rovnoběžník sil  $C_1J_1K_1L_1$  je tedy kosočtvercem a výsledná síla  $\vec{F}_{v_1}$  má velikost jeho úhlopříčky  $C_1K_1$ . Jak vyplývá z rovnoběžnosti základen  $A_1B_1$  a  $C_1D_1$  lichoběžníka  $A_1B_1C_1D_1$ , má úhel  $L_1C_1J_1$  velikost  $(\pi - \alpha_1)$ , takže úhel  $L_1C_1K_1$  je  $\frac{\pi - \alpha_1}{2}$ . V pravoúhlém trojúhelníku  $L_1C_1M_1$  platí tedy vztah

$$\frac{F_{v_1}}{2} = F_{n_1} \cdot \cos\left(\frac{\pi - \alpha_1}{2}\right) \quad , \quad (8)$$

odkud pro sílu  $F_{v_1}$  plyne rovnice

$$F_{v_1} = 2 F_{n_1} \cdot \cos\left(\frac{\pi - \alpha_1}{2}\right) \quad (9)$$

nebo při použití identity  $\cos\left(\frac{\pi-\alpha_1}{2}\right) = \sin\frac{\alpha_1}{2}$  rovnice

$$F_{v_1} = 2 F_{n_1} \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2} \quad (10)$$

Protože uvažovaný lichoběžníkový element nitě je osově souměrný podle osy  $\sigma$  (viz obr.15), působí též v bodě  $D_1$  stejně veliká síla  $\vec{F}_{v_1}$ . Posunutím sil  $\vec{F}_{v_1}$  z bodů  $C_1$  a  $D_1$  do bodu  $Z_1$ , ležícího na ose souměrnosti  $\sigma$ , a jejich vektorovým sečtením získáme sílu  $\vec{F}_{k_1}$ . Pro její velikost platí vztah

$$F_{k_1} = 2 F_{v_1} \cdot \cos \frac{\alpha_1}{2} \quad (11)$$

nebo s využitím rovnice (10) vztah

$$F_{k_1} = 4 F_{n_1} \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2} \cos \frac{\alpha_1}{2} \quad (12)$$

Odtud na základě známé identity  $2 \sin \frac{\alpha_1}{2} \cos \frac{\alpha_1}{2} = \sin \alpha_1$  získáme

$$F_{k_1} = 2 F_{n_1} \cdot \sin \alpha_1 \quad (13)$$

Ze vzájemného porovnání rovnic (3) a (13) je zřejmé, že

$$F_{k_1} = 2 F_{0_1} \quad (14)$$

tj. že hledaná síla  $F_{k_1}$  je rovna právě dvojnásobku síly  $F_{0_1}$ .

Dosazením vztahů (4) a (6) do rovnice (13) získáme při použití (7) rovnici

$$F_{k_1} = 2 g_1 (\epsilon_{n_1}) \cdot \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + p_1^2}} \quad (IV)$$

kteřá uvádí do souvislosti sílu  $F_{k1}$ , s geometrickými rozměry lichoběžníkového elementu.

Na závěr tohoto odstavce je třeba se zmínit o důležité skutečnosti. Veškeré výše uvedené úvahy a odvození vztahů byly prováděny pro modelový element podélné nitě, tj. nitě, která je v tkanině rovnoběžná se směrem působící jednoosé tahové síly  $F_{t1}$ . Zcela analogicky lze tytéž úvahy provést i pro modelový element příčné nitě. Je zřejmé, že stejné typy rovnic jako rovnice (III) a (IV) budou platné též pro modelový element příčné nitě. Místo veličin  $p_1$ ,  $a_1$  a tahové křivky  $g_1(\epsilon_{n1})$  podélné nitě v nich budou ovšem vystupovat veličiny  $p_2$ ,  $a_2$  a tahová křivka  $g_2(\epsilon_{n2})$  příčné nitě. Můžeme tedy psát rovnice

$$F_{t2} = g_2(\epsilon_{n2}) \cdot \frac{p_2}{\sqrt{a_2^2 + p_2^2}} \quad (V)$$

a

$$F_{k2} = 2g_2(\epsilon_{n2}) \cdot \frac{a_2}{\sqrt{a_2^2 + p_2^2}} \quad (VI)$$

#### 4.1.2.5. Působení hypotetické tahové síly

Podle předpokladu uvedeného v odstavci 4.1.1.5. je v navrhovaném tahově deformačním modelu tkaniny simulována ohybová tuhost příčných nití prostřednictvím hypotetické tahové síly působící v příčném směru a tato hypotetická tahová síla je konstantní v průběhu celé tahové deformace tkaniny. Platí tedy

$$F_{t2} = C \quad (VII)$$

kde parametr  $C$  je zvolenou konstantou.

4.1.2.6. Úplná soustava rovnic pro trojúhelníkové části modelového elementu

V odstavcích 4.1.2.3. až 4.1.2.5. byly na základě dříve stanovených předpokladů odvozeny matematické vztahy platné pro modelový element tkaniny. Kvůli snazší orientaci napíšeme nyní získané rovnice přehledně do soustavy:

$$a_1 + a_2 = f(F_{k1}) \quad (\text{I})$$

$$F_{k1} = F_{k2} \quad (\text{II})$$

$$F_{t1} = g_1(\varepsilon_{n1}) \cdot \frac{p_1}{\sqrt{a_1^2 + p_1^2}} \quad (\text{III})$$

$$F_{k1} = 2g_1(\varepsilon_{n1}) \cdot \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + p_1^2}} \quad (\text{IV})$$

$$F_{t2} = g_2(\varepsilon_{n2}) \cdot \frac{p_2}{\sqrt{a_2^2 + p_2^2}} \quad (\text{V})$$

$$F_{k2} = 2g_2(\varepsilon_{n2}) \cdot \frac{a_2}{\sqrt{a_2^2 + p_2^2}} \quad (\text{VI})$$

$$F_{t2} = C \quad (\text{VII})$$

Protože v rovnicích (I) - (VII) vystupují kromě sil  $F_{t1}, F_{t2}, F_{k1}, F_{k2}$  geometrické veličiny  $a_1, a_2, p_1, p_2$ , je zřejmé, že tyto rovnice popisují stav trojúhelníkových částí modelových lichoběžníkových elementů nití v obou soustavách tkaniny, jak byly tyto trojúhelníkové části zavedeny v odstavci 4.1.2.1. Jsou-li funkce  $f=f(F_{k1}), g_1=g_1(\epsilon_{n1}), g_2=g_2(\epsilon_{n2})$  známé z experimentu a je-li zvolena hodnota parametru  $C$ , pak k určitému stavu trojúhelníkové části modelového elementu danému např. hodnotou veličiny  $p_1$  lze na základě rovnic (I) - (VII) stanovit hodnoty sedmi zbývajících veličin  $a_1, a_2, p_2, F_{t1}, F_{t2}, F_{k1}, F_{k2}$ . Rovnice (I) - (VII) tvoří tedy úplnou soustavu rovnic pro trojúhelníkové části modelového elementu tkaniny.

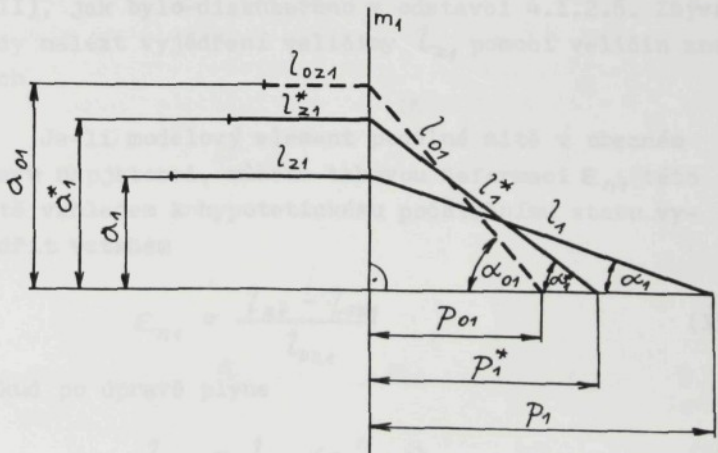
#### 4.1.2.7. Rovnice pro tahovou deformaci modelového elementu

Protože hlavním cílem předložené práce je modelování jednoosých tahových křivek (tj. závislostí tahové síly  $F_{t1}$  na deformaci  $\epsilon_1$ ) tkanin pomocí navrhovaného modelu, je třeba odvodit vztah pro tahovou deformaci  $\epsilon_1$  modelového elementu. Podle předpokladu v odstavci 4.1.1.5. působí při tahové deformaci tkaniny konstantní hypotetická tahová síla v příčném směru, simulující ohybovou tuhost příčných nití. Ve vazném bodě modelového elementu vznikne však v důsledku této hypotetické tahové síly určitá kolmá síla, kterou bude působit element příčné nitě na element podélné nitě, a ta vyvolá vznik jisté hypotetické tahové síly též v podélném směru.

Vzhledem k působícím hypotetickým tahovým silám je třeba rozlišit celkem tři stavy modelového elementu tkaniny. Tyto stavy jsou schematicky znázorněny na obr. 16 pro polovinu modelového elementu podélné nitě. Tuto polovinu lze myšlenkově získat jako část modelového elementu, která je na obr. 15 znázorněna v pravé polo-

rovině dané osou  $\sigma$ , za předpokladu, že by při tahových deformacích zůstávala osa  $m_1$  na stejném místě. Jak bude zřejmé z dalších úvah, lze užít tohoto předpokladu, aniž by jím byla ovlivněna hledaná deformace  $\epsilon_1$  modelového elementu podélné nitě. Zmíněné tři stavy modelového elementu jsou následující:

1. Hypotetický počáteční stav - příslušné veličiny jsou na obr.16 označeny indexem "0" (stav je dán veličinami  $l_{0z1}$ ,  $l_{01}$ ,  $a_{01}$ ,  $p_{01}$ ,  $\alpha_{01}$ ). Jedná se o modelový stav při nulových hodnotách hypotetických i skutečných tahových sil.
2. Reálný počáteční stav - příslušné veličiny jsou na obr.16 označeny symbolem "\*" (stav je dán veličinami  $l_{z1}^*$ ,  $l_1^*$ ,  $a_1^*$ ,  $p_1^*$ ,  $\alpha_1^*$ ). Jedná se o stav, kdy na modelový element působí pouze hypotetické tahové síly. Tento stav budeme považovat za výchozí, délky  $l_{z1}^*$  a  $l_1^*$  budou odpovídat skutečným délkám příslušných úseků nití u nenapjaté reálné tkaniny. Stav je v soulase se skutečností, že i bez působení reálných tahových sil mají nitě v tkanině určitou ohybovou tuhost.



Obr.16

3. Obecný stav napjatosti - příslušné veličiny na obr. 16 jsou bez dodatečného označení (stav je dán veličinami  $l_{z1}$ ,  $l_1$ ,  $\alpha_1$ ,  $p_1$ ,  $\alpha_1$ ). Jedná se o obecný stav, kdy na modelový element působí jak hypotetické, tak skutečné tahové síly.

Nyní odvodíme vztah pro tahovou deformaci  $\epsilon_1$  modelového elementu. Tahovou deformací elementu budeme rozumět rozdíl napjaté a počáteční délky elementu, vydělený touto počáteční délkou. Vzhledem k zavedenému označení veličin podle obr.16 bude tedy tahová deformace  $\epsilon_1$  modelového elementu dána vztahem

$$\epsilon_1 = \frac{p_1 + l_{z1} - (p_1^* + l_{z1}^*)}{p_1^* + l_{z1}^*} \quad . \quad (\text{VIII})$$

Z veličin vystupujících v rovnici (VIII) lze hodnoty  $p_1^*$  a  $l_{z1}^*$  považovat za známé, neboť budou u reálné tkaniny dány hodnotami jejích strukturních parametrů před tahovou zkouškou, tj. ve stavu bez napětí. Veličinu  $p_1$  můžeme v tomto okamžiku považovat též za známou, neboť její hodnota vyplyne z řešení soustavy rovnic (I) - (VII), jak bylo diskutováno v odstavci 4.1.2.6. Zbývá tedy nalézt vyjádření veličiny  $l_{z1}$  pomocí veličin známých.

Je-li modelový element podélné nitě v obecném stavu napjatosti, můžeme tahovou deformaci  $\epsilon_{n1}$  této nitě vzhledem k hypotetickému počátečnímu stavu vyjádřit vztahem

$$\epsilon_{n1} = \frac{l_{z1} - l_{0z1}}{l_{0z1}} \quad , \quad (15)$$

odkud po úpravě plyne

$$l_{z1} = l_{0z1}(\epsilon_{n1} + 1) \quad . \quad (16)$$



Podobně je-li modelový element podélné nitě v reálném počátečním stavu, lze tahovou deformací  $\varepsilon_{n1}^*$  této nitě vyjádřit vztahem

$$\varepsilon_{n1}^* = \frac{l_{z1}^* - l_{0z1}}{l_{0z1}} . \quad (17)$$

V důsledku zavedených hypotetických tahových sil je totiž nutno reálný počáteční stav modelově chápat tak, že nitě již vykazují jisté protažení vzhledem k hypotetickému počátečnímu stavu. Z rovnice (17) plyne po úpravě

$$l_{0z1} = \frac{l_{z1}^*}{\varepsilon_{n1}^* + 1} . \quad (18)$$

Dosazením vztahu (18) do rovnice (16) získáme pro veličinu  $l_{z1}$  výraz

$$l_{z1} = \frac{\varepsilon_{n1} + 1}{\varepsilon_{n1}^* + 1} \cdot l_{z1}^* , \quad (IX)$$

v němž vystupují tahové deformace  $\varepsilon_{n1}^*$  a  $\varepsilon_{n1}$  modelového elementu podélné nitě v reálném počátečním stavu a v obecném stavu.

Na obr.17a je stejně jako na obr.16 znázorněna polovina modelového elementu podélné nitě, nyní pouze pro hypotetický počáteční stav a reálný počáteční stav, avšak včetně působící hypotetické tahové síly  $\vec{F}_{t1}^*$  (znázornění síly  $\vec{F}_{V1}^*$ , která vznikne v bodě  $C_1^*$ , je zde vynecháno). Složka  $\vec{F}_{n1}^*$  této hypotetické tahové síly napíná modelový element nitě. Pro její velikost platí vztah (viz obr.17a)

$$F_{n1}^* = \frac{F_{t1}^*}{\cos \alpha_1^*} , \quad (19)$$

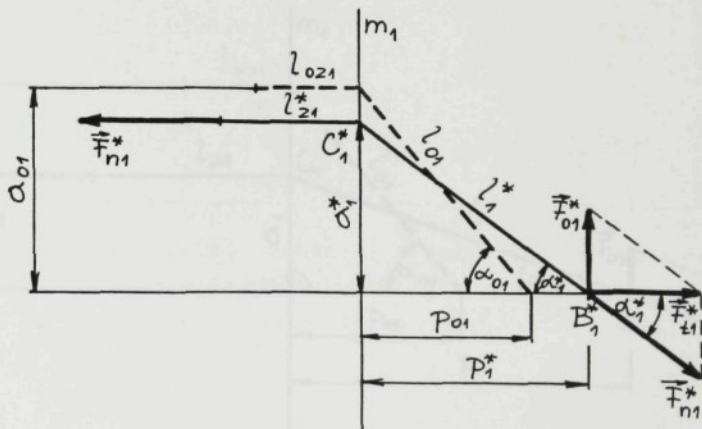
který lze upravit použitím známé identity  $\cos \alpha_1^* = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1^*}}$  na tvar

$$F_{n1}^* = F_{t1}^* \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1^*} . \quad (20)$$

Z obr.17a je zřejmé, že  $\operatorname{tg} \alpha_1^* = \frac{a_1^*}{p_1^*}$ , takže pro složku  $F_{n1}^*$  je možno psát

$$F_{n1}^* = F_{t1}^* \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{a_1^*}{p_1^*} \right)^2} \quad (X)$$

Vrátíme-li se však nyní k předpokladům uvedeným v odstavci 4.1.1.2., je tahová křivka podélné nitě dána funkcí  $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$ , která je v celém svém definičním oboru rostoucí. Existuje k ní tedy inverzní funkce, kterou označíme jako  $\epsilon_{n1} = \epsilon_{n1}(g_1)$ . K síle  $F_{n1}^*$  dané vztahem (X), která působí na modelový element podélné nitě, lze určit pomocí funkce  $\epsilon_{n1} = \epsilon_{n1}(g_1)$  příslušnou tahovou deformaci  $\epsilon_{n1}^*$  tohoto modelového elementu podélné nitě v reálném počátečním stavu.



Obr.17a

Zcela analogickým postupem je možno odvodit vztahy potřebné k určení tahové deformace  $\varepsilon_{n1}$  modelového elementu podélné nitě v obecném stavu napjatosti. Na obr.17b je znázorněna obdobná situace jako na obr.17a, avšak pro hypotetický počáteční stav a pro obecný stav napjatosti. Podle obr.17b lze analogicky ke vztahu (19) psát

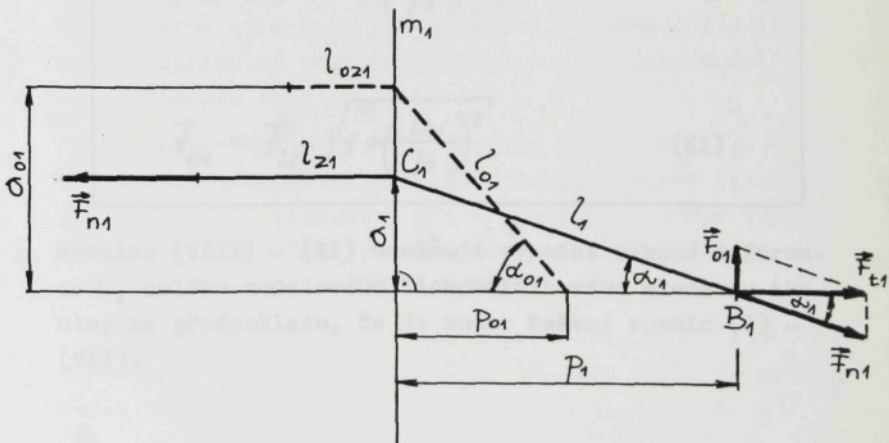
$$F_{n1} = \frac{F_{t1}}{\cos \alpha_1} \quad (21)$$

nebo po úpravě

$$F_{n1} = F_{t1} \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1} \quad (22)$$

Protože nyní  $\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{a_1}{p_1}$ , plyne ze vztahu (22) rovnice

$$F_{n1} = F_{t1} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{a_1}{p_1}\right)^2} \quad (XI)$$



Obr.17b

V ní veličiny  $a_1$ ,  $p_1$ ,  $F_{t1}$  je možno považovat za známé, neboť jejich hodnoty vyplynou z řešení soustavy rovnic (I) - (VII). K síle  $F_{n1}$  dané rovnicí (XI) lze opět určit pomocí funkce  $\varepsilon_{n1} = \varepsilon_{n1}(g_1)$  příslušnou tahovou deformaci  $\varepsilon_{n1}$  modelového elementu podélné nitě v obecném napjatém stavu.

Na závěr tohoto odstavce napíšeme výše odvozené výsledné rovnice přehledně do soustavy:

$$\varepsilon_1 = \frac{p_1 + l_{z1} - (p_1^* + l_{z1}^*)}{p_1^* + l_{z1}^*} \quad (\text{VIII})$$

$$l_{z1} = \frac{\varepsilon_{n1} + 1}{\varepsilon_{n1}^* + 1} \cdot l_{z1}^* \quad (\text{IX})$$

$$F_{n1}^* = F_{t1}^* \sqrt{1 + \left(\frac{a_1^*}{p_1^*}\right)^2} \quad (\text{X})$$

$$F_{n1} = F_{t1} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{a_1}{p_1}\right)^2} \quad (\text{XI})$$

Rovnice (VIII) - (XI) umožňují výpočet tahové deformace  $\varepsilon_1$  celého modelového lichoběžníkového elementu tkaniny za předpokladu, že je známo řešení rovnic (I) - (VII).

#### 4.1.2.8. Shrnutí

V odstavcích 4.1.2.1. až 4.1.2.7. byly formulovány matematické vztahy pro navrhovaný lichoběžníkový model tkaniny s plátňovou vazbou. Nejprve byla odvozena soustava rovnic (I) - (VII), které se týkají trojúhelníkových částí modelových lichoběžníkových elementů nití v obou soustavách tkaniny. Rovnice (I) - (VII) jsou vzájemně nezávislé, obsahují sedm neznámých veličin  $a_1, a_2, p_2, \bar{F}_{z1}, \bar{F}_{z2}, \bar{F}_{k1}, \bar{F}_{k2}$  a tvoří tedy úplnou soustavu rovnic pro trojúhelníkové části modelového elementu tkaniny. Jinými slovy, rovnice (I) - (VII) je zcela určen libovolný stav trojúhelníkových částí modelového elementu tkaniny.

Dalším důležitým výsledkem, který vyplynul z provedených úvah, je nutnost rozlišovat vzhledem k působícím hypotetickým tahovým silám celkem tři stavy modelového elementu tkaniny. Jedná se o hypotetický počáteční stav, reálný počáteční stav a obecný stav napjatosti modelového elementu. Tato skutečnost neznamená z matematického hlediska žádné dodatečné komplikace, neboť (jak bylo řečeno výše) rovnice (I) - (VII) určují libovolný stav trojúhelníkových částí modelového elementu tkaniny.

Nakonec byly odvozeny rovnice (VIII) - (XI), které jsou již platné pro celý lichoběžníkový element podélné nitě v tkanině a které umožňují výpočet tahové deformace  $\epsilon_1$  modelového elementu tkaniny, je-li známo řešení rovnic (I) - (VII).

Souhrnně lze tedy říci, že rovnice (I) - (XI) určují jednoosou tahovou křivku tkaniny plátňové vazby podle navrhovaného modelu.

Matematické řešení rovnic (I) - (XI) je předmětem následující druhé části této kapitoly.

## 4.2. Matematické řešení

### 4.2.1. Charakteristika problému

V první části této kapitoly byl navržen tahově deformační model tkaniny plátnové vazby a byly odvozeny matematické vztahy popisující tento model.

Nejprve byla získána soustava sedmi vzájemně nezávislých rovnic (I) - (VII), které určují libovolný stav trojúhelníkových částí modelového elementu tkaniny. V těchto rovnicích vystupuje celkem 8 veličin, z nichž 4 se týkají geometrie trojúhelníkových částí modelového elementu (veličiny  $a_1, a_2, p_1, p_2$ ) a ostatní silových poměrů v modelovém elementu (veličiny  $F_{L1}, F_{L2}, F_{K1}, F_{K2}$ ). Je-li jedna ze zmíněných 8 veličin dána, je v principu možné stanovit na základě rovnic (I) - (VII) hodnoty ostatních 7 veličin. Ačkoliv rovnice (I) - (VII) nejsou z matematického hlediska složité, nemá soustava v důsledku nelinearity vztahů (I), (III) - (VI) analytické řešení, a je proto nutné řešit ji numericky pomocí počítače.

Dále byly odvozeny rovnice (VIII) - (XI), týkající se lichoběžníkového elementu podélné nitě v tkanině. Pomocí těchto rovnic lze již poměrně lehce vypočítat tahovou deformaci  $\epsilon_1$  modelového elementu tkaniny, je-li známo řešení rovnic (I) - (VII).

Jádrem problému je tedy matematické řešení soustavy rovnic (I) - (VII). Autor této práce navrhl nejprve několik variant numerického výpočtu zmíněné soustavy rovnic a sestavil programy těchto výpočtů pro stolní kalkulačtor HP 9810 A, který měl k dispozici. Nevýhodou navržených výpočetních variant byla příliš dlouhá doba, kterou potřeboval kalkulačtor k nalezení modelové tahové křivky tkaniny (řádově několik hodin). Teprve podrobným rozбором všech matematických vztahů se autorovi podařilo nalézt podmínky existence řešení a na jejich základě sestavit

výpočetní postup a program, který zaručuje rychlou konvergenci veličin ke skutečnému řešení rovnic (výpočet jednoho bodu modelové tahové křivky trvá při použití tohoto programu asi 40 sekund, výpočet celé modelové křivky pak několik minut).

Analýza matematických vztahů, podmínky existence řešení rovnic (I) - (VII), z nich vyplývající výpočetní postup a sestavený výpočetní program pro stolní kalkulátor HP 9810 A jsou předmětem následujících odstavců této kapitoly.

#### 4.2.2. Zvolená metodika řešení

Jak bylo diskutováno v odstavci 4.1.2.7., je třeba v důsledku předpokládaných hypotetických tahových sil rozlišovat celkem tři stavy modelového elementu tkaniny. Jedná se o hypotetický počáteční stav bez působících tahových sil, reálný počáteční stav při působících hypotetických tahových silách a obecný stav napjatosti, kdy v podélném směru působí na modelový element tkaniny obecná tahová síla  $F_{t1}$ , a v příčném směru tahová síla  $F_{t2} = F_{t2}^* = C$  (dle předpokladu je tato síla konstantní v průběhu celé tahové deformace).

Z této skutečnosti je třeba vycházet při matematickém řešení soustavy rovnic (I) - (VII). Pro řešení byla zjištěna jako nejschůdnější následující metodika, která spočívá v provedení dvou kroků:

1.krok: - k zadané hypotetické tahové síle  $F_{t2}^* = C$  určit hypotetickou tahovou sílu  $F_{t1}^*$  v reálném počátečním stavu, a dále

- určit hodnoty veličin  $l_{01}, l_{02}$  pro hypotetický počáteční stav.

2.krok: - k zadané tahové síle  $F_{t1}$  určit tahovou deformaci  $\epsilon_1$  modelového elementu (tj. vypočítat jeden bod modelové tahové křivky). Opakováním

výpočtu pro jiné hodnoty síly  $F_{t1}^*$  získat postupně celý průběh modelové tahové křivky.

Veškeré matematické vztahy, které jsou nezbytné k řešení problému podle výše uvedené metodiky, budou odvozeny v odstavcích 4.2.2.1. a 4.2.2.2. V odstavci 4.2.2.3. budou formulovány podmínky existence řešení, v odstavci 4.2.2.4. pak důsledky těchto podmínek pro výpočetní postup a v odstavci 4.2.2.5. bude navržen konkrétní výpočetní postup.

4.2.2.1. Určení hypotetické tahové síly  $F_{t1}^*$  a veličin  $l_{01}, l_{02}$  pro hypotetický počáteční stav.

Předpokládejme, že jsou zadány veličiny  $a_1^*, a_2^*, p_1^*, p_2^*, l_{21}^*, l_{22}^*, F_{t2}^* = C$ .

Napíšeme rovnici (V) pro reálný počáteční stav:

$$F_{t2}^* = g_2^*(\epsilon_{n2}^*) \cdot \frac{p_2^*}{\sqrt{a_2^{*2} + p_2^{*2}}} \quad (23)$$

Symbolem  $g_2^*(\epsilon_{n2}^*)^*$  je zde označena hodnota funkce  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$  pro  $\epsilon_{n2} = \epsilon_{n2}^*$  ( $g_2^*(\epsilon_{n2}^*)$  značí tedy tahovou sílu, která působí na příčnou nit modelového elementu tkaniny v reálném počátečním stavu). Dále vyjádříme rovnici (VII) pro reálný počáteční stav:

$$F_{t2}^* = C \quad (24)$$

Z rovnosti pravých stran vztahů (23), (24) plyne po úpravě

$$g_2^*(\epsilon_{n2}^*) = C \cdot \frac{\sqrt{a_2^{*2} + p_2^{*2}}}{p_2^*} \quad (25)$$



Analogicky lze vyjádřit rovnice (IV) a (VI) pro reálný počáteční stav:

$$F_{k1}^* = 2g_1^*(\varepsilon_{n1}^*) \cdot \frac{a_1^*}{\sqrt{a_1^{*2} + p_1^{*2}}} \quad (26)$$

$$F_{k2}^* = 2g_2^*(\varepsilon_{n2}^*) \cdot \frac{a_2^*}{\sqrt{a_2^{*2} + p_2^{*2}}} \quad (27)$$

Symbolem  $g_1^*(\varepsilon_{n1}^*)$  je zde označena hodnota funkce  $g_1 = g_1(\varepsilon_{n1})$  pro  $\varepsilon_{n1} = \varepsilon_{n1}^*$  ( $g_1^*(\varepsilon_{n1}^*)$  značí tedy tahovou sílu, která působí na podélnou nit modelového elementu tkaniny v reálném počátečním stavu). Protože platí rovnice (II) pro reálný počáteční stav, tj.

$$F_{k1}^* = F_{k2}^* \quad (28)$$

plyne z rovností pravých stran vztahů (26), (27) rovnice

$$g_1^*(\varepsilon_{n1}^*) \cdot \frac{a_1^*}{\sqrt{a_1^{*2} + p_1^{*2}}} = g_2^*(\varepsilon_{n2}^*) \cdot \frac{a_2^*}{\sqrt{a_2^{*2} + p_2^{*2}}} \quad (29)$$

Dosazením vztahu (25) do rovnice (29) získáme po úpravě

$$g_1^*(\varepsilon_{n1}^*) = C \cdot \frac{a_2^*}{p_2^*} \cdot \frac{\sqrt{a_1^{*2} + p_1^{*2}}}{a_1^*} \quad (30)$$

Vyjádříme-li rovnici (III) pro reálný počáteční stav, tj.

$$F_{t1}^* = g_1^*(\varepsilon_{n1}^*) \cdot \frac{p_1^*}{\sqrt{a_1^{*2} + p_1^{*2}}} \quad (31)$$

a použijeme-li pro  $g_1^*(\varepsilon_{n1}^*)$  vztahu (30), získáme po malé úpravě rovnici

$$F_{t1}^* = C \cdot \frac{a_2^* p_1^*}{a_1^* p_2^*} \quad (32)$$

Vztah (32) je hledanou relací pro výpočet hypotetické tahové síly  $F_{t1}^*$ , která působí na podélnou nit modelového elementu tkaniny v reálném počátečním stavu.

Poznámka: Dosazením rovnice (30) do rovnice (26) získáme po malé úpravě vztah

$$F_{k1}^* = 2C \cdot \frac{a_2^*}{p_2^*} \quad (32a)$$

Rovnice (32a) vyjadřuje hypotetickou sílu  $F_{k1}^*$ , kterou působí ve vazném bodě v reálném počátečním stavu podélná nit na nit příčnou, pomocí známých veličin  $a_2^*$ ,  $p_2^*$  a  $F_{t2}^* = C$ .

Dále odvodíme vztahy pro výpočet veličin  $l_{01}$ ,  $l_{02}$  modelového elementu tkaniny v hypotetickém počátečním stavu. Protože tahové křivky nití v obou soustavách tkaniny jsou dle předpokladu uvedeného v odstavci 4.1.1.2. dány rostoucími funkcemi  $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$  a  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$ , existují k nim funkce inverzní (funkci inverzní k funkci  $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$  jsme již dříve označili jako  $\epsilon_{n1} = \epsilon_{n1}(g_1)$ , funkci inverzní k funkci  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$  označíme nyní jako  $\epsilon_{n2} = \epsilon_{n2}(g_2)$ ). K hodnotě  $g_2^*$  ( $\epsilon_{n2}^*$ ) dané rovnicí (25) lze tedy určit pomocí funkce  $\epsilon_{n2} = \epsilon_{n2}(g_2)$  příslušnou tahovou deformaci  $\epsilon_{n2}^*$  příčné nitě v reálném počátečním stavu. Jak je zřejmé z obr.18, který analogicky k obr.17a znázorňuje geometrii modelového elementu příčné nitě v hypotetickém počátečním stavu a reálném počátečním stavu, je možno deformaci  $\epsilon_{n2}^*$  vyjádřit vztahem

$$\epsilon_{n2}^* = \frac{l_2^* - l_{02}}{l_{02}} \quad (33)$$

Vztah (32) je hledanou relací pro výpočet hypotetické tahové síly  $F_{t1}^*$ , která působí na podélnou nit modelového elementu tkaniny v reálném počátečním stavu.

---

Poznámka: Dosazením rovnice (30) do rovnice (26) získáme po malé úpravě vztah

$$F_{k1}^* = 2C \cdot \frac{a_2^*}{p_2^*} \quad (32a)$$

Rovnice (32a) vyjadřuje hypotetickou sílu  $F_{k1}^*$ , kterou působí ve vazném bodě v reálném počátečním stavu podélná nit na nit příčnou, pomocí známých veličin  $a_2^*$ ,  $p_2^*$  a  $F_{t2}^* = C$ .

---

Dále odvodíme vztahy pro výpočet veličin  $l_{01}$ ,  $l_{02}$  modelového elementu tkaniny v hypotetickém počátečním stavu. Protože tahové křivky nití v obou soustavách tkaniny jsou dle předpokladu uvedeného v odstavci 4.1.1.2. dány rostoucími funkcemi  $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$  a  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$ , existují k nim funkce inverzní (funkci inverzní k funkci  $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$  jsme již dříve označili jako  $\epsilon_{n1} = \epsilon_{n1}(g_1)$ , funkci inverzní k funkci  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$  označíme nyní jako  $\epsilon_{n2} = \epsilon_{n2}(g_2)$ ). K hodnotě  $g_2^*$  ( $\epsilon_{n2}^*$ ) dané rovnicí (25) lze tedy určit pomocí funkce  $\epsilon_{n2} = \epsilon_{n2}(g_2)$  příslušnou tahovou deformaci  $\epsilon_{n2}^*$  příčné nitě v reálném počátečním stavu. Jak je zřejmé z obr.18, který analogicky k obr.17a znázorňuje geometrii modelového elementu příčné nitě v hypotetickém počátečním stavu a reálném počátečním stavu, je možno deformaci  $\epsilon_{n2}^*$  vyjádřit vztahem

$$\epsilon_{n2}^* = \frac{l_2^* - l_{02}}{l_{02}} \quad (33)$$

Odtud po úpravě plyne vztah

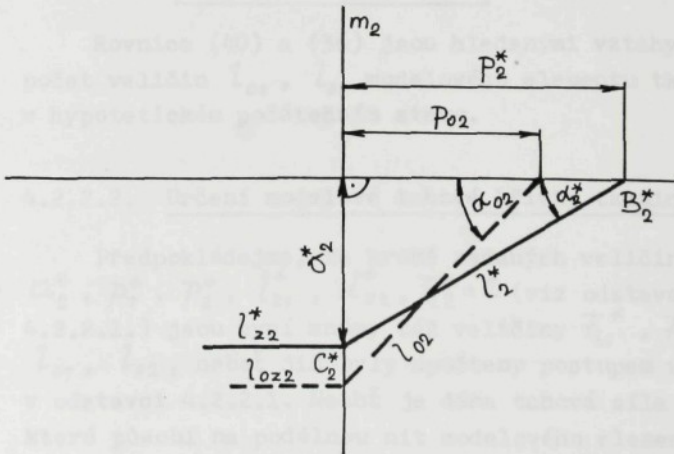
$$\lambda_{02} = \frac{\lambda_2^*}{\epsilon_{n2}^* + 1} \quad (34)$$

nebo při použití Pythagorovy věty (viz obr.18)

$$\lambda_2^* = \sqrt{a_2^{*2} + p_2^{*2}} \quad (35)$$

vztah

$$\lambda_{02} = \frac{\sqrt{a_2^{*2} + p_2^{*2}}}{\epsilon_{n2}^* + 1} \quad (36)$$



Obr.18

K hodnotě  $g_1^*(\epsilon_{n1}^*)$  dané rovnicí (30) lze pomocí funkce  $\epsilon_{n1} = \epsilon_{n1}(g_1)$  určit příslušnou tahovou deformaci  $\epsilon_{n1}^*$  podélné nitě v reálném počátečním stavu. Jak je dále zřejmé z obr.17a, je možno tuto deformaci vyjádřit vztahem

$$\epsilon_{n1}^* = \frac{l_1^* - l_{01}}{l_{01}} \quad (37)$$

Odtud po úpravě plyne vztah

$$l_{01} = \frac{l_1^*}{\epsilon_{n1}^* + 1} \quad (38)$$

nebo při použití Pythagorovy věty (viz obr.17a)

$$l_1^* = \sqrt{a_1^{*2} + p_1^{*2}} \quad (39)$$

vztah

$$l_{01} = \frac{\sqrt{a_1^{*2} + p_1^{*2}}}{\epsilon_{n1}^* + 1} \quad (40)$$

Rovnice (40) a (36) jsou hledanými vztahy pro výpočet veličin  $l_{01}$ ,  $l_{02}$  modelového elementu tkaniny v hypotetickém počátečním stavu.

#### 4.2.2.2. Určení modelové tahové křivky tkaniny

Předpokládejme, že kromě zadaných veličin  $a_1^*$ ,  $a_2^*$ ,  $p_1^*$ ,  $p_2^*$ ,  $l_{21}^*$ ,  $l_{22}^*$ ,  $F_{t2}^* = C$  (viz odstavec 4.2.2.1.) jsou nyní známy též veličiny  $F_{t1}^*$ ,  $F_{k1}^*$ ,  $l_{01}$ ,  $l_{02}$ , neboť již byly spočteny postupem uvedeným v odstavci 4.2.2.1. Nechť je dána tahová síla  $F_{t1}^*$ , která působí na podélnou nit modelového elementu tkaniny, a nechť je tato hodnota větší než hypotetická tahová síla  $F_{t1}^*$ . Cílem 2.kroku řešení ve smyslu zvolené metodiky (viz odstavec 4.2.2.) je určit k této

tahové síle příslušnou tahovou deformaci  $\varepsilon_1$  modelového elementu (tj. vypočítat jeden bod modelové tahové křivky) a opakováním výpočtu pro jiné hodnoty síly  $F_{t1}$  získat postupně celý průběh modelové tahové křivky. V tomto odstavci odvodíme matematické vztahy, jimiž lze zmíněný numerický výpočet provést.

Nejprve je třeba navrhnout hodnotu veličiny  $l_1$ , která určuje délku podélné nitě v trojúhelníkové části lichoběžníkového elementu tkaniny v obecném stavu napjatosti (viz obr.17b). Je zřejmé, že navržená hodnota musí být větší než délka  $l_1^*$  téže nitě v reálném počátečním stavu, neboť v důsledku tahové síly  $F_{t1} > F_{t1}^*$  nastane určité protažení nitě. Podle Pythagorovy věty platí pro navrženou délku  $l_1$  vztah

$$l_1 = \sqrt{a_1^2 + p_1^2} \quad (7)$$

Tahovou deformaci  $\varepsilon_{n1}$  podélné nitě v trojúhelníkové části lichoběžníkového elementu lze vyjádřit vztahem (viz obr.17b)

$$\varepsilon_{n1} = \frac{l_1 - l_{01}}{l_{01}} \quad (41)$$

nebo při použití (7) vztahem

$$\varepsilon_{n1} = \frac{\sqrt{a_1^2 + p_1^2}}{l_{01}} - 1 \quad (42)$$

K takto spočtené hodnotě  $\varepsilon_{n1}$  je možno nalézt pomocí tahové křivky  $g_1 = g_1(\varepsilon_{n1})$  podélné nitě hodnotu příslušné tahové síly  $g_1(\varepsilon_{n1})$ , již je tato nit napínána.

Jak plyne z rovnice (III), platí pro veličinu  $p_1$  vztah

$$p_1 = \frac{F_{t1} \cdot \sqrt{a_1^2 + p_1^2}}{g_1(\varepsilon_{n1})} \quad (43)$$

Jeho užitím lze vypočítat hodnotu  $p_1$ .

Podle vztahu

$$a_1 = \sqrt{l_1^2 - p_1^2} \quad , \quad (44)$$

který plyne z rovnice (7), je dále možno určit hodnotu veličiny  $a_1$  a podle rovnice (IV)

$$F_{k1} = 2g_1(\epsilon_{n1}) \cdot \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + p_1^2}} \quad (IV)$$

pak sílu  $F_{k1}$ , jíž působí podélná nit na nit příčnou.

Protože tahová síla  $F_{t1}$  byla zadána větší než hypotetická tahová síla  $F_{t1}^*$ , je zřejmé, že také síla  $F_{k1}$  bude větší než hypotetická síla  $F_{k1}^*$  určená vztahem (32a) (viz odstavec 4.2.2.1.). Hypotetická síla  $F_{k1}^*$  však není reálnou silou, vznikla pouze v důsledku modelově zavedených hypotetických tahových sil  $F_{t1}^*$ ,  $F_{t2}^*$ , které simulují ohybovou tuhost nití. Vzhledem k této skutečnosti není možno při výpočtu zploštění nití ve vazném bodě vycházet ze síly  $F_{k1}$  dané rovnicí (IV), nýbrž ze síly  $(F_{k1} - F_{k1}^*)$ . Pomocí známé závislosti  $f = f(F_k)$  lze najít hodnotu  $f(F_{k1} - F_{k1}^*)$ , tj. okamžitou vzdálenost neutrálních os podélné a příčné nitě ve vazném bodě, a užitím vztahu

$$a_2 = f(F_{k1} - F_{k1}^*) - a_1 \quad , \quad (45)$$

který plyne z rovnice (I), lze pak určit hodnotu veličiny  $a_2$ .

Protože podle rovnice (II) je

$$F_{k1} = F_{k2} \quad , \quad (II)$$

lze rovnicí (VI) psát ve tvaru

$$F_{k1} = 2g_2(\epsilon_{n2}) \cdot \frac{a_2}{\sqrt{a_2^2 + p_2^2}} \quad . \quad (46)$$

Odtud po úpravě plyne

$$\sqrt{a_2^2 + p_2^2} = \frac{2g_2(\varepsilon_{n2}) \cdot a_2}{F_{k1}} \quad (47)$$

Vyjádříme-li nyní tahovou deformaci  $\varepsilon_{n2}$  příčné nitě v trojúhelníkové části lichoběžníkového elementu jako

$$\varepsilon_{n2} = \frac{l_2 - l_{02}}{l_{02}} \quad (48)$$

a uijeme-li pro veličinu  $l_2$  vyjádření podle Pythagorovy věty

$$l_2 = \sqrt{a_2^2 + p_2^2} \quad , \quad (49)$$

získáme vztah

$$\varepsilon_{n2} = \frac{\sqrt{a_2^2 + p_2^2}}{l_{02}} - 1 \quad (50)$$

nebo po dosazení z rovnice (47) vztah

$$\boxed{\varepsilon_{n2} = \frac{2g_2(\varepsilon_{n2}) \cdot a_2}{F_{k1} l_{02}} - 1} \quad (51)$$

Rovnice (51) obsahuje tahovou deformaci  $\varepsilon_{n2}$  jak na levé straně, tak na pravé straně jako argument funkce  $g_2 = g_2(\varepsilon_{n2})$ . Je zřejmé, že při známém průběhu tahové křivky  $g_2 = g_2(\varepsilon_{n2})$  příčné nitě je v principu možné vypočítat na základě rovnice (51) vhodným iteračním postupem tahovou deformaci  $\varepsilon_{n2}$  příčné nitě a k ní příslušející tahovou sílu  $g_2(\varepsilon_{n2})$ , která působí na příčnou nit v daném stavu napjatosti modelového elementu.

Ponechme problém zmíněného iteračního postupu prozatím stranou a předpokládejme, že hodnoty  $\varepsilon_{n2}$  a  $g_2(\varepsilon_{n2})$  jsou již nalezeny. Z rovnice (46) plyne po úpravě vztah

$$p_2 = a_2 \sqrt{\left(\frac{2g_2(\varepsilon_{n2})}{F_{k1}}\right)^2 - 1} \quad , \quad (52)$$

jehož užitím lze pak vypočítat hodnotu veličiny  $p_2$ .



Podle rovnice (V)

$$F_{t2} = g_2(\varepsilon_{n2}) \cdot \frac{P_2}{\sqrt{a_2^2 + P_2^2}} \quad (V)$$

je dále možno určit tahovou sílu  $F_{t2}$  v příčném směru. Tuto sílu je třeba porovnat se zadanou hodnotou  $F_{t2}^* = C$ , neboť model předpokládá v průběhu celé tahové deformace tkaniny působení konstantní tahové síly  $F_{t2}^* = C$  v příčném směru (viz odstavec 4.1.1.5.). Zřejmě čím menší bude výraz

$$\frac{|F_{t2} - F_{t2}^*|}{F_{t2}^*} \quad , \quad (53)$$

tím menší bude rozdíl mezi tahovou silou  $F_{t2}$  a předpokládanou hypotetickou tahovou silou  $F_{t2}^*$  a tím více se bude blížit hodnota veličiny  $l_1$ , navržená na počátku 2.kroku, k hledané skutečné hodnotě této veličiny vyhovující rovnicím (I) - (VII). Výrazu (53) lze tedy použít k stanovení přesnosti nalezeného řešení. Definujeme-li veličinu  $n$  jako bezrozměrné číslo vyjadřující nejvyšší přípustnou relativní odchylku vypočtené tahové síly  $F_{t2}$  od zadané hypotetické tahové síly  $F_{t2}^*$  a nazveme-li tuto veličinu požadovanou přesností nalezeného řešení, pak zřejmě za kritérium dostatečné přesnosti nalezeného řešení lze považovat podmínku

$$\frac{|F_{t2} - F_{t2}^*|}{F_{t2}^*} < n \quad . \quad (54)$$

Předpokládejme, že je stanovena určitá hodnota požadované přesnosti  $n$  nalezeného řešení. Pak mohou nastat dvě možnosti:

1. Podmínka (54) není splněna. V tom případě nalezené řešení rovnic (I) - (VII) není vyhovující z hlediska požadované přesnosti, je třeba vrátit se na počátek 2.kroku, navrhnout jinou hodnotu veličiny  $l_1$ ,

znovu provést výše uvedené výpočty a opět zkoumat podmínku (54). Zmíněný cyklus: návrh  $l_1$  - výpočty - testace podmínky (54) je třeba provádět tak dlouho, až podmínka (54) bude splněna. Pak je možno pokračovat v řešení výpočtem tahové deformace  $\varepsilon_1$  (viz další postup řešení 2.kroku).

2. Podmínka (54) je splněna. V tom případě nalezené řešení rovnic (I) - (VII) je vyhovující z hlediska požadované přesnosti a je možno pokračovat v řešení výpočtem tahové deformace  $\varepsilon_1$  (viz další postup řešení 2.kroku).

Další postup řešení 2.kroku.

Bylo-li výše uvedeným postupem nalezeno vyhovující řešení soustavy rovnic (I) - (VII), které se týkají trojúhelníkových částí lichoběžníkových elementů nití v tkanině, lze přistoupit k výpočtu tahové deformace  $\varepsilon_1$  celého modelového elementu tkaniny.

Nejprve je třeba určit podle rovnice (X)

$$F_{n1}^* = F_{t1}^* \sqrt{1 + \left(\frac{a_1^*}{P_1^*}\right)^2} \quad (X)$$

tahovou sílu  $F_{n1}^*$ , která působí na podélnou nit v reálném počátečním stavu. K této hodnotě  $F_{n1}^*$  je dále možno nalézt pomocí funkce  $\varepsilon_{n1} = \varepsilon_{n1}(g_1)$  hodnotu příslušné tahové deformace  $\varepsilon_{n1}^*$  podélné nitě v reálném počátečním stavu.

Obdobně je třeba určit podle rovnice (XI)

$$F_{n1} = F_{t1} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{a_1}{P_1}\right)^2} \quad (XI)$$

tahovou sílu  $F_{n1}$ , působící na podélnou nit v daném stavu napjatosti, a nelézt k ní pomocí funkce  $\varepsilon_{n1} = \varepsilon_{n1}(g_1)$  hodnotu příslušné tahové deformace  $\varepsilon_{n1}$  podélné nitě ve stavu napjatosti.

Užitím rovnice (IX)

$$l_{z1} = \frac{\varepsilon_{n1} + 1}{\varepsilon_{n1}^* + 1} \cdot l_{z1}^* \quad (\text{IX})$$

lze pak vypočítat hodnotu veličiny  $l_{z1}$  a podle rovnice (VIII)

$$\varepsilon_1 = \frac{P_1 + l_{z1} - (P_1^* + l_{z1}^*)}{P_1^* + l_{z1}^*} \quad (\text{VIII})$$

lze nakonec určit hledanou tahovou deformaci  $\varepsilon_1$  celého modelového elementu tkaniny.

V tomto odstavci byl naznačen výpočetní postup, jehož užitím je v principu možno nalézt k zadané tahové síle  $F_{t1}$  příslušnou tahovou deformaci  $\varepsilon_1$  modelového elementu tkaniny. Dvojici hodnot  $\varepsilon_1$ ,  $F_{t1} - F_{t1}^*$  budeme dále považovat za souřadnice jednoho bodu modelové tahové křivky tkaniny (za skutečnou tahovou sílu budeme uvažovat hodnotu  $F_{t1}$  zmenšenou o hypotetickou tahovou sílu  $F_{t1}^*$ , neboť síla  $F_{t1}^*$  simuluje pouze ohybovou tuhost podélných nití v tkanině). Je zřejmé, že opakováním zmíněného výpočetního postupu pro další hodnoty zadané tahové síly  $F_{t1}$ , lze postupně určit celý průběh hledané modelové tahové křivky tkaniny s plátňovou vazbou.

#### 4.2.2.3. Podmínky existence řešení

Z výpočetního postupu naznačeného v odstavci 4.2.2.2. vyplývají určité podmínky, jejichž splnění je nutným předpokladem pro existenci řešení soustavy rovnic (I) - (XI). V tomto odstavci provedeme podrobnou analýzu některých vztahů použitých ve zmíněném výpočetním postupu a odvodíme podmínky, jež z těchto vztahů vyplývají.

Zkoumejme nejprve vztah (44). Je zřejmé, že výraz pod odmocninou na pravé straně rovnice (44) musí být nezáporný, tj.

$$L_1^2 - P_1^2 \geq 0. \quad (55)$$

Použijeme-li pro  $P_1$  vyjádření daného vztahem (43), v němž za odmocninu na pravé straně napíšeme  $L_1$  (viz vztah (7)), přejde podmínka (55) na tvar

$$L_1^2 - \left[ \frac{F_{t1} \cdot L_1}{g_1(\varepsilon_{n1})} \right]^2 \geq 0 \quad (56)$$

nebo po úpravě na tvar

$$L_1^2 \left\{ 1 - \left[ \frac{F_{t1}}{g_1(\varepsilon_{n1})} \right]^2 \right\} \geq 0. \quad (57)$$

Vzhledem k tomu, že  $L_1^2$  je vždy kladné, stačí zkoumat podmínku

$$1 - \left[ \frac{F_{t1}}{g_1(\varepsilon_{n1})} \right]^2 \geq 0. \quad (58)$$

Protože ve stavu napjatosti modelového elementu tkaniny je  $F_{t1} > 0$  a  $g_1(\varepsilon_{n1}) > 0$ , bude podmínka (58) splněna právě tehdy, když

$$\frac{g_1(\varepsilon_{n1})}{F_{t1}} \geq 1. \quad (59)$$

V mezním případě bude ve vztahu (59) platit znaménko rovnosti. Označme takové  $\varepsilon_{n1}$ , pro něž tento mezní případ nastane, symbolem  $\varepsilon_{n1}^{mez}$ . Pak ovšem

$$\boxed{g_1(\varepsilon_{n1}^{mez}) = F_{t1}}. \quad (60)$$

Protože funkce  $g_1 = g_1(\varepsilon_{n1})$  je v celém svém definičním oboru rostoucí a dosahuje svého maxima pro  $\varepsilon_{n1} = \varepsilon_{n1max}$ , je zřejmé, že vztahem

$$\boxed{g_1(\varepsilon_{n1max}) = F_{t1max}} \quad (61)$$

je určena maximální přípustná tahová síla  $F_{L_1}$  (označili jsme ji zde symbolem  $F_{L_1 \max}$ ). Užitím vztahu (61) lze k dané tahové křivce  $g_1 = g_1(\varepsilon_{n1})$  podélné nitě jednou provždy stanovit tuto hodnotu  $F_{L_1 \max}$ .

Dále je zřejmé, že na základě rovnice (60) je možno k dané hodnotě  $F_{L_1} \leq F_{L_1 \max}$  určit hodnotu  $\varepsilon_{n1}^{mez}$  a užitím vztahu

$$L_{1 \min} = L_{01} (1 + \varepsilon_{n1}^{mez}) \quad (62)$$

určit též nejmenší možný návrh  $L_{1 \min}$  veličiny  $L_1$ . Pro každé  $L_1 < L_{1 \min}$  již totiž podmínka (59) není splněna.

Je třeba ještě podotknout, že hodnota navrhované veličiny  $L_1$  je omezena též shora. Příčinou této skutečnosti je přetržení podélné nitě v okamžiku, kdy její tahová deformace dosáhne hodnoty  $\varepsilon_{n1 \max}$  (viz předpoklady o tahových vlastnostech nití uvedené v odstavci 4.1.1.2.). Označíme-li hodnotu veličiny  $L_1$  v okamžiku přetrhu podélné nitě symbolem  $L_{1 \max}$ , pak zřejmě platí

$$L_{1 \max} = L_{01} (1 + \varepsilon_{n1 \max}) \quad (63)$$

Vztahem (63) je určen absolutně největší možný návrh  $L_{1 \max}$  veličiny  $L_1$ .

Poznámka: Rovnice (63) určuje absolutně největší hodnotu  $L_{1 \max}$  navrhované veličiny  $L_1$ , a to vzhledem k pevnosti podélné nitě. Nelze však vyloučit, že při návrhu určité hodnoty  $L_1$  by i při splnění podmínky  $L_1 \leq L_{1 \max}$  byla hodnota veličiny  $a_1$  vypočtená dle vztahu (44) větší než hodnota  $f(\frac{F_{k1}}{F_{k1}^*})$ . Taková situace však není reálná, neboť dle rovnice (45) pak vychází  $a_2$  záporné. V programu pro výpočet modelové tahové křivky tkaniny je proto nutné

testovat pro každou navrhovanou hodnotu veličiny  $l$ , podmínku

$$f(F_{k1} - F_{k1}^*) - a_1 \geq 0. \quad (63a)$$

Dále se budeme zabývat rovnicemi (51) a (52). Rovnice (51) požaduje nalezení tahové deformace  $\epsilon_{n2}$  příčné nitě v modelovém elementu tkaniny, vyhovující podmínce

$$\epsilon_{n2} = \frac{2g_2(\epsilon_{n2}) \cdot a_2}{F_{k1} \cdot l_{02}} - 1. \quad (51)$$

Vztah (52) odvozený z rovnice (46) je správný, neboť veličina  $p_2$  musí být vzhledem k tomu, jak byla definována, kladná. Z rovnice (52) však vyplývá, že výraz pod odmocninou musí být nezáporný, tj.

$$\left( \frac{2g_2(\epsilon_{n2})}{F_{k1}} \right)^2 - 1 \geq 0. \quad (64)$$

Řešením vztahu (64) jsou podmínky

$$\frac{2g_2(\epsilon_{n2})}{F_{k1}} \geq 1 \quad (65a)$$

a

$$\frac{2g_2(\epsilon_{n2})}{F_{k1}} \leq -1, \quad (65b)$$

z nichž fyzikální smysl má pouze podmínka (65a). Funkce  $g_2(\epsilon_{n2})$  je totiž v celém svém definičním oboru nezáporná a síla  $F_k$  je kladná (s výjimkou hypotetického počátečního stavu, kdy  $F_{k1} = 0$ ; tohoto stavu se však výpočetní postup netýká), takže i hodnota zlomku  $\frac{2g_2(\epsilon_{n2})}{F_{k1}}$  musí být vždy nezáporná.

Zaveďme označení

$$\frac{2g_2(\varepsilon_{n2})}{F_{k1}} = \varphi(\varepsilon_{n2}) \quad (66a)$$

a

$$\frac{a_2}{v_{02}} = k . \quad (66b)$$

Protože veličiny  $a_2$ ,  $v_{02}$  jsou vždy kladné (vylučujeme zde případ zcela rovné příčné nitě v modelovém elementu tkaniny, v němž by  $a_2=0$ ), je zřejmě kladná i výše definovaná veličina  $k$ .

Vzhledem k zavedenému označení přejdou podmínky (51) a (65a) na tvar

$$\boxed{\begin{aligned} \varepsilon_{n2} &= \varphi(\varepsilon_{n2}) \cdot k - 1 & \textcircled{1} \\ \varphi(\varepsilon_{n2}) &\geq 1 & \textcircled{2} \end{aligned}}$$

kde jsme první podmínku označili symbolem  $\textcircled{1}$ , druhou podmínku symbolem  $\textcircled{2}$ .

V dalším postupu se budeme podrobněji zabývat oběma podmínkami.

#### Analýza podmínky $\textcircled{1}$

Podmínce  $\textcircled{1}$  vyhovují průsečíky funkcí

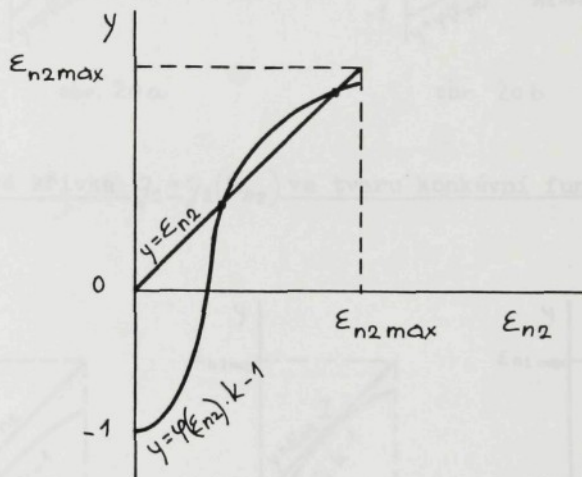
$$y = \varphi(\varepsilon_{n2}) \cdot k - 1 \quad (67)$$

a

$$y = \varepsilon_{n2} \quad (68)$$

Vzhledem k předpokládaným vlastnostem funkce  $g_2 = g_2(\varepsilon_{n2})$  a vzhledem k tomu, že  $k$  dané vztahem (66b) je vždy

kladné, je funkce (67) definována pro argumenty  $\varepsilon_{n2} \in \langle 0; \varepsilon_{n2 \max} \rangle$ , vychází vždy z bodu o souřadnicích  $\varepsilon_{n2} = 0, y = -1$  a je v celém svém definičním oboru rostoucí. Funkce (68) má stejný definiční obor a jejím grafem je přímka jdoucí z počátku souřadnic do bodu o souřadnicích  $\varepsilon_{n2} = \varepsilon_{n2 \max}, y = \varepsilon_{n2 \max}$  (viz obr.19).

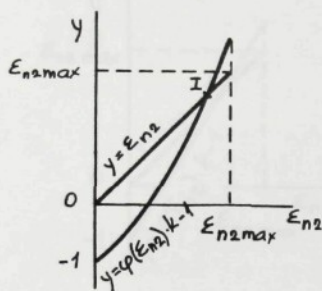


Obr.19

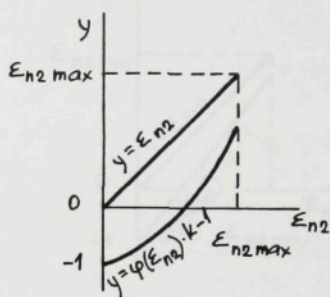
Z hlediska možných tvarů tahové křivky  $g_2 = g_2(\varepsilon_{n2})$  příčné nitě (viz obr.5a - 5d v odstavci 4.1.1.2.) existují následující možnosti pro funkce  $y = \varphi(\varepsilon_{n2}) \cdot k - 1$  a  $y = \varepsilon_{n2}$ , schematicky znázorněné na obr.20a, b, 21a - e, 22a, b, 23a - e :



1. Tahová křivka  $g_2 = g_2(\varepsilon_{n2})$  ve tvaru konvexní funkce

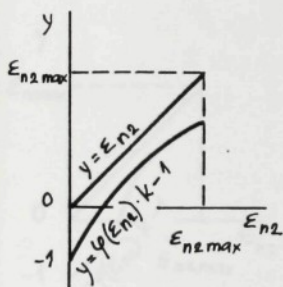


obr. 20 a

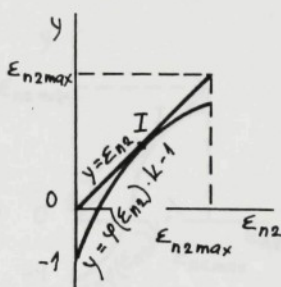


obr. 20 b

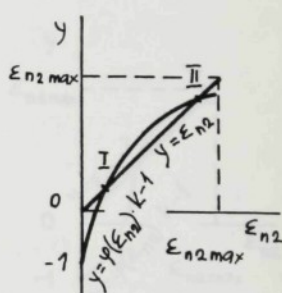
2. Tahová křivka  $g_2 = g_2(\varepsilon_{n2})$  ve tvaru konkávní funkce



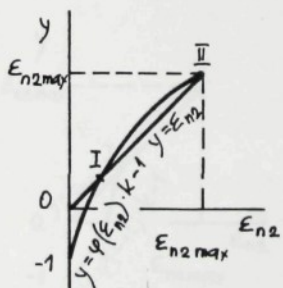
obr. 21 a



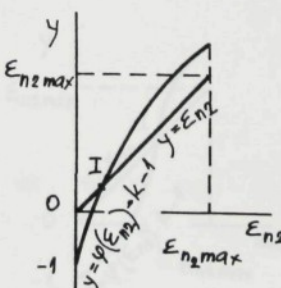
obr. 21 b



obr. 21 c

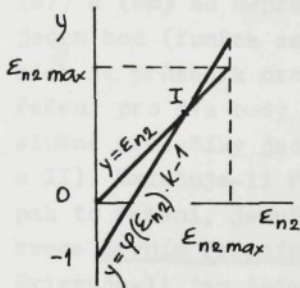


obr. 21 d

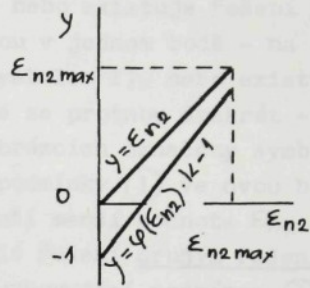


obr. 21 e

3. Tahová křivka  $g_2 = g_2(\varepsilon_{n2})$  tvaru přímé úměrnosti

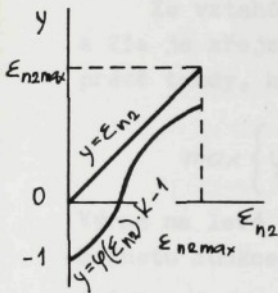


obr. 22 a

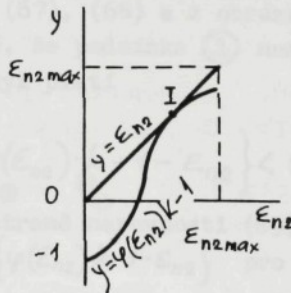


obr. 22 b

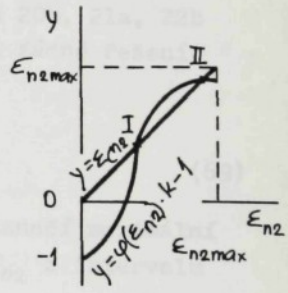
4. Tahová křivka  $g_2 = g_2(\varepsilon_{n2})$  s jedním inflexním bodem



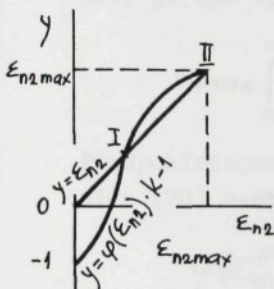
obr. 23 a



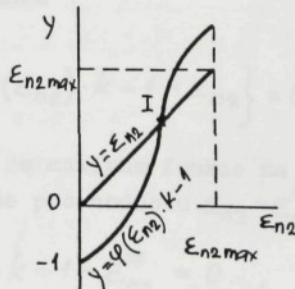
obr. 23 b



obr. 23 c



obr. 23 d



obr. 23 e

Z přehledu daných možností je zřejmé, že podmínka (1) nemusí být splněna buď v žádném bodě (funkce (67) a (68) se neprotnou), nebo existuje řešení pro jeden bod (funkce se protnou v jednom bodě - na obrázcích je průsečík označen symbolem I), nebo existuje řešení pro dva body (funkce se protnou dvakrát - příslušné průsečíky jsou na obrázcích označeny symboly I a II). Existuje-li řešení podmínky (1) ve dvou bodech, pak to řešení, jemuž přísluší menší hodnota  $\varepsilon_{n2}$ , nazveme prvním řešením a zbylé řešení druhým řešením. Existuje-li jen jeden bod vyhovující podmínce (1), nazveme jej prvním řešením.

Dále prozkoumáme samostatně dva případy:

- A. Podmínka (1) nemá žádné řešení.
- B. Podmínka (1) má jedno nebo dvě řešení.

A. Podmínka (1) nemá žádné řešení

Ze vztahů (67), (68) a z obrázků 20b, 21a, 22b a 23a je zřejmé, že podmínka (1) nemá žádné řešení právě tehdy, když platí

$$\max \left\{ \varphi(\varepsilon_{n2}) \cdot k - 1 - \varepsilon_{n2} \right\} < 0 \quad (69)$$

Výraz na levé straně nerovnosti (69) značí maximální hodnotu funkce  $\left\{ \varphi(\varepsilon_{n2}) \cdot k - 1 - \varepsilon_{n2} \right\}$  pro  $\varepsilon_{n2}$  z intervalu  $0 \leq \varepsilon_{n2} \leq \varepsilon_{n2 \max}$ .

Hraniční případ, kdy nerovnost (69) přestane platit, je dán vztahem

$$\max \left\{ \varphi(\varepsilon_{n2}) \cdot k - 1 - \varepsilon_{n2} \right\} = 0 \quad (70)$$

Předpokládejme, že maximum funkce na levé straně rovnice (70) nastane pro hodnotu  $\varepsilon_{n2} = \varepsilon_{n2}^{\#}$ . Pak lze psát

$$\varphi(\varepsilon_{n2}^{\#}) \cdot k - 1 - \varepsilon_{n2}^{\#} = 0 \quad (71)$$

odkud plyne

$$k = \frac{1 + \varepsilon_{n2}^{\#}}{\varphi(\varepsilon_{n2}^{\#})} \quad (72)$$

Tuto hraniční hodnotu veličiny  $k$  označíme  $k_{min}$ . Tedy

$$\boxed{k_{min} = \frac{1 + \varepsilon_{n2}^{\#}}{\varphi(\varepsilon_{n2}^{\#})}} \quad (73)$$

a pro hraniční případ můžeme v tomto značení psát

$$\max \left\{ \varphi(\varepsilon_{n2}) \cdot k_{min} - 1 - \varepsilon_{n2} \right\} = 0 \quad (74)$$

nebo s využitím (66a) pak

$$\boxed{\max \left\{ 2g_2(\varepsilon_{n2}) \cdot \frac{k_{min}}{F_{k1}} - 1 - \varepsilon_{n2} \right\} = 0} \quad (75)$$

Označme v rovnici (75) zlomek  $\frac{k_{min}}{F_{k1}}$  symbolem  $D_{min}$ , tj.  $\frac{k_{min}}{F_{k1}} = D_{min}$ . Pak při znalosti funkce  $g_2 = g_2(\varepsilon_{n2})$  lze podle rovnice (75) hodnotu  $D_{min}$  vhodnou numerickou metodou jednou provždy stanovit (viz Dodatek I).

Předpokládejme nyní, že je dáno určité  $k$ . Platí-li  $k < k_{min}$ , pak podmínka (1) nemá žádné řešení. Naopak je-li  $k \geq k_{min}$ , má podmínka (1) jedno nebo dvě řešení (viz dále případ B).

#### B. Podmínka (1) má jedno nebo dvě řešení

Zkoumejme dále případ, kdy  $k \geq k_{min}$ . Pak je-li tahová křivka  $g_2 = g_2(\varepsilon_{n2})$  konkávní nebo s jedním inflexním bodem, může existovat i druhé řešení podmínky (1) (viz obr. 2lc, d, 23c, d). Ze zmíněných obrázků je zřejmé, že druhé řešení existuje jen tehdy, když koncový bod funkce  $y = \varphi(\varepsilon_{n2}) \cdot k - 1$  leží pod přímkou  $y = \varepsilon_{n2}$

nebo nejvýše na ní. V hraničním případě, leží-li koncový bod právě na přímce (viz obr. 21d, 23d), platí

$$\varphi(\varepsilon_{n2max}) \cdot k - 1 = \varepsilon_{n2max} . \quad (76)$$

Hodnotu veličiny  $k$ , jež vyhovuje vztahu (76), označíme  $k_H$ . Tedy

$$\varphi(\varepsilon_{n2max}) \cdot k_H - 1 = \varepsilon_{n2max} , \quad (77)$$

odkud pro hodnotu  $k_H$  plyne

$$\boxed{k_H = \frac{1 + \varepsilon_{n2max}}{\varphi(\varepsilon_{n2max})}} \quad (78)$$

Je zřejmé, že hodnota  $k_H$  je vždy větší nebo nejvýše rovna hodnotě  $k_{min}$ . Dále je evidentní, že je-li  $k_H > k_{min}$ , pak v prostoru hodnot  $k \in (k_{min}; k_H)$  existuje první a druhé řešení podmínky ①, zatímco pro  $k > k_H$  existuje jen první řešení podmínky ①. Je-li  $k_H = k_{min}$ , existuje pro  $k \geq k_H = k_{min}$  též jen první řešení podmínky ①.

Z výše uvedených poznatků vyplývá, že stanovíme-li hodnotu  $k_{min}$  podle vztahu (73), hodnotu  $k_H$  podle vztahu (78) a je-li dáno určité  $k$  (viz vztah (66b)), lze z hlediska splnění podmínky ① rozhodnout o počtu řešení takto:

Je-li  $k < k_{min} \leq k_H$ , pak neexistuje řešení podmínky (1)

Je-li  $k = k_{min} < k_H$   
 nebo  $k_{min} = k_H \leq k$   
 nebo  $k_{min} < k_H < k$ ,  
 pak existuje první řešení podmínky (1)

Je-li  $k_{min} < k \leq k_H$ , pak existuje první a druhé řešení podmínky (1)

Zkoumejme ještě, jak se mění první a druhé řešení, zvětšuje-li se  $k$ . Z obrázků 21b, c, d a 23b, c, d je zřejmé, že s rostoucím  $k$  od hodnoty  $k_{min}$  do hodnoty  $k_H$  se  $\varepsilon_{n2}$  vyhovující prvnímu řešení snižuje, zatímco  $\varepsilon_{n2}$  vyhovující druhému řešení se zvětšuje.

Analýza podmínky (2)

Zkoumejme dále podmínku (2), tj. podmínku

$$\varphi(\varepsilon_{n2}) \geq 1 \quad (2)$$

Má-li být splněna, musí nutně platit

$$\varphi(\varepsilon_{n2max}) \geq 1 \quad (79)$$

V opačném případě nelze podmínku (2) nikdy splnit.

Předpokládejme, že existuje  $\varepsilon_{n2}$  vyhovující jak podmínce (1), tak současně i podmínce (2). Pro takové  $\varepsilon_{n2}$  platí

$$\varphi(\varepsilon_{n2}) \cdot k - 1 = \varepsilon_{n2} \quad (1)$$

$$\varphi(\varepsilon_{n2}) \geq 1, \quad (2)$$

odkud plyne

$$k \leq 1 + \varepsilon_{n2} \quad (80)$$

V mezním případě platí v podmínce (2) znaménko rovnosti. Takové  $\varepsilon_{n2}$ , pro něž je  $\varphi(\varepsilon_{n2}) = 1$ , označíme jako  $\varepsilon_{n2}^{mez}$ . Tedy  $\varphi(\varepsilon_{n2}) = \varphi(\varepsilon_{n2}^{mez}) = 1$ . Vhodnou hodnotu  $k$ , jíž je nutno užít, aby vyšlo právě  $\varepsilon_{n2} = \varepsilon_{n2}^{mez}$ , označíme jako  $k_{max}$ . Pro tuto hodnotu  $k_{max}$  lze podle (80) psát

$$k_{max} = 1 + \varepsilon_{n2}^{mez} \quad (81)$$

Je-li tedy  $k = k_{max}$ , vyhovuje podmínce (1) i podmínce (2) řešení  $\varepsilon_{n2} = \varepsilon_{n2}^{mez}$ . Avšak  $\varepsilon_{n2} = \varepsilon_{n2}^{mez}$  může být z hlediska podmínky (1) buď prvním řešením, nebo druhým řešením. Snadno se lze přesvědčit, že je-li  $\varepsilon_{n2} = \varepsilon_{n2}^{mez}$  druhým řešením, pak první řešení nevyhovuje podmínce (2) (první řešení je pak  $\varepsilon_{n2} < \varepsilon_{n2}^{mez}$ , takže  $\varphi(\varepsilon_{n2}) < \varphi(\varepsilon_{n2}^{mez})$  a  $\varphi(\varepsilon_{n2}) < 1$ ).

Nejprve vyšetříme případ, kdy  $k = k_{max}$  a  $\varepsilon_{n2} = \varepsilon_{n2}^{mez}$  je prvním řešením z hlediska podmínky (1). Jestliže nyní zmenšíme hodnotu  $k$ , pak podle tvrzení uvedeného v závěru analýzy podmínky (1) bude nové první řešení  $\varepsilon_{n2} > \varepsilon_{n2}^{mez}$ , takže  $\varphi(\varepsilon_{n2}) > \varphi(\varepsilon_{n2}^{mez})$  a  $\varphi(\varepsilon_{n2}) > 1$ , čímž je podmínka (2) automaticky splněna.

Tedy:

První řešení vyhovuje podmínce (2) vždy, platí-li  $k \leq k_{max}$ .

Poznámka: Pak ovšem vyhovuje podmínce (2) také druhé řešení.

Dále vyšetříme případ, kdy  $k = k_{max}$  a  $\varepsilon_{n2} = \varepsilon_{n2}^{mez}$  je druhým řešením z hlediska podmínky (1) (první řešení pak nevyhovuje podmínce (2), jak bylo ukázáno výše).

Jestliže nyní zvětšíme hodnotu  $k$ , potom podle tvrzení v závěru analýzy podmínky (1) bude nové druhé řešení  $\varepsilon_{n2} > \varepsilon_{n2}^{mez}$ , takže  $\varphi(\varepsilon_{n2}) > \varphi(\varepsilon_{n2}^{mez})$  a  $\varphi(\varepsilon_{n2}) > 1$ , čímž je podmínka (2) automaticky splněna.

Tedy:

Druhé řešení vyhovuje podmínce (2) vždy, platí-li  $k > k_{max}$ .

#### 4.2.2.4. Důsledky podmínek řešitelnosti pro výpočetní postup

Nyní provedeme shrnutí všech podmínek, které vyplývají z analýzy matematických vztahů použitých v navrženém výpočetním postupu, a všimneme si důsledků, jež mají tyto podmínky pro konkrétní výpočetní postup.

Při realizaci výpočetního postupu naznačeného v odstavci 4.2.2.2. je nezbytné:

- a) Určit maximální přípustnou tahovou sílu  $F_{t1max}$  (viz vztah (61)).<sup>1)</sup> Navržená tahová síla  $F_{t1}$ , k níž je výpočetním postupem hledána tahová deformace  $\varepsilon_1$  modelového elementu tkaniny, musí splňovat podmínku  $F_{t1} \leq F_{t1max}$ .
- b) Určit na základě vztahu (60) k navržené tahové síle  $F_{t1}$  hodnotu  $\varepsilon_{n1}^{mez}$  a dle vztahu (62) pak nejmenší možný návrh  $l_{1min}$  veličiny  $l_1$ . Podle rovnice (63) vypočítat dále největší možný návrh  $l_{1max}$  veličiny  $l_1$ . Navrhnout hodnotu  $l_1$ , splňující podmínku  $l_{1min} \leq l_1 \leq l_{1max}$ .

---

<sup>1)</sup> Poznámka: Ze vztahu (61) je zřejmé, že tato maximální přípustná tahová síla  $F_{t1max}$  je přímo rovna pevnosti podélné nitě.



- c) K navržené hodnotě  $l_1$ , určit hodnoty  $a_1$ ,  $\{(\bar{F}_{k1} - F_{k1}^*)\}$  a testovat podmínku  $\{(\bar{F}_{k1} - F_{k1}^*)\} - a_1 \geq 0$ . Je-li tato podmínka splněna, lze pokračovat dále (viz bod d). V opačném případě je nutné vrátit se zpět k bodu b) a provést nový návrh veličiny  $l_1$ , přičemž nová hodnota  $l_1$  musí být menší než dříve navrhovaná hodnota (správnost tohoto požadavku je zdůvodněna v Dodatku II).
- d) Určit dle vztahu (66a) hodnotu  $\varphi(\varepsilon_{n2 \max})$  a testovat podmínku (79), tj.  $\varphi(\varepsilon_{n2 \max}) \geq 1$ . Je-li tato podmínka splněna, lze pokračovat dále (viz bod e). V opačném případě je nutné vrátit se zpět k bodu b) a provést nový návrh veličiny  $l_1$ , přičemž nová hodnota  $l_1$  musí být menší než dříve navrhovaná hodnota (správnost tohoto požadavku je zdůvodněna v Dodatku II).
- e) Určit hodnoty  $k_{\min}$  (vztah (73)),  $k_H$  (vztah (78)),  $k_{\max}$  (vztah (81)) a  $k$  (vztah (66b)).
- f) Testovat podmínku  $k \geq k_{\min}$ . Je-li tato podmínka splněna, lze pokračovat dále (viz bod g). V opačném případě je nutné vrátit se zpět k bodu b) a provést nový návrh veličiny  $l_1$ , přičemž nová hodnota  $l_1$  musí být menší než dříve navrhovaná hodnota (zdůvodnění lze nalézt v Dodatku II).
- g) Testovat relaci  $k \leq k_{\max}$ . Při jejím splnění vyhovuje podmínkám ① a ② první řešení, a existuje-li, také druhé řešení. Není-li relace splněna, je třeba pokračovat dále (viz bod h).
- h) Testovat relaci  $k \leq k_H$ . Při jejím splnění vyhovuje podmínkám ① a ② druhé řešení. Není-li relace splněna, je nutné vrátit se zpět k bodu b) a provést nový návrh veličiny  $l_1$ , přičemž nová hodnota  $l_1$  musí být větší než dříve navrhovaná hodnota (zdůvodnění lze nalézt v Dodatku II).

Jak bylo uvedeno v odstavci 4.2.2.2., navrhovaný výpočetní postup vede vždy k určení tahové síly  $F_{t2}$ , která je pak porovnávána s hodnotou konstantní hypotetické tahové síly  $F_{t2}^* = C$  na základě podmínky (54):

$$\frac{|F_{t2} - F_{t2}^*|}{F_{t2}^*} < n. \quad (54)$$

Při jejím splnění je nalezené řešení rovnic (I) - (VII) vyhovující z hlediska požadované přesnosti a je možno vypočítat tahovou deformaci  $\epsilon_1$  modelového elementu tkaniny.

Není-li podmínka (54) splněna, je další postup závislý na tom, které řešení splňovalo podmínky (1) a (2). Pokud podmínky (1) a (2) splňovalo první řešení, pak při  $\frac{F_{t2} - F_{t2}^*}{F_{t2}^*} > 0$  je třeba volit nový návrh veličiny  $l_1$  menší, při  $\frac{F_{t2} - F_{t2}^*}{F_{t2}^*} < 0$  naopak větší než předchozí návrh (zdůvodnění lze nalézt v Dodatku II) a celý výpočet opakovat tak dlouho, až podmínka (54) je splněna. Pokud podmínkám (1) a (2) vyhovovalo druhé řešení, nelze jednoznačně určit, zda nový návrh veličiny  $l_1$  má být větší nebo menší než předchozí návrh. V tomto případě je nezbytné nejprve otestovat, při které z obou možností (větší  $l_1$  nebo menší  $l_1$ ) nastane pokles hodnoty výrazu  $\frac{|F_{t2} - F_{t2}^*|}{F_{t2}^*}$  (tj. při jakém návrhu se řešení zlepší z hlediska požadované přesnosti). Teprve potom lze volit nový návrh veličiny  $l_1$  a celý výpočet opakovat tak dlouho, až je podmínka (54) splněna.

Poznámka:

Jak je uvedeno v odstavcích 4.2.2.3. a 4.2.2.4., může z hlediska diskutovaných podmínek (1) a (2) existovat buď jedno řešení (nazvané prvním řešením), nebo dvě řešení (nazvaná prvním a druhým řešením), nebo

jedno řešení, které je však vzhledem k podmínce (1) druhým řešením. Zde je nutno podotknout, že má-li existovat druhé řešení, musí funkce  $y = \varphi(\varepsilon_{n2}) \cdot k - 1$  protnout funkci  $y = \varepsilon_{n2}$  směrem "shora dolů" (viz obr. 21c, d, 23c, d), tj. musí existovat bod, v němž derivace funkce  $y = \varphi(\varepsilon_{n2}) \cdot k - 1$  je menší než derivace funkce  $y = \varepsilon_{n2}$ , tedy

$$k \cdot \varphi'(\varepsilon_{n2}) < 1 \quad (82)$$

Protože  $k > 0$ , plyne odtud

$$\varphi'(\varepsilon_{n2}) < \frac{1}{k} \quad (83)$$

nebo při vyjádření  $k$  ze vztahu  $y = \varphi(\varepsilon_{n2}) \cdot k - 1$  a s přihlédnutím k tomu, že v průsečíku křivek je  $y = \varepsilon_{n2}$ , pak

$$\varphi'(\varepsilon_{n2}) < \frac{\varphi(\varepsilon_{n2})}{1 + \varepsilon_{n2}} \quad (84)$$

Protože dle (66a) je  $\varphi(\varepsilon_{n2}) = \frac{2g_2(\varepsilon_{n2})}{F_{k1}}$ , platí pro derivaci  $\varphi'(\varepsilon_{n2})$  vztah  $\varphi'(\varepsilon_{n2}) = \frac{2}{F_{k1}} g_2'(\varepsilon_{n2})$  a dosazením veličin  $\varphi(\varepsilon_{n2})$ ,  $\varphi'(\varepsilon_{n2})$  do relace (84) získáme po malé úpravě vztah

$$g_2'(\varepsilon_{n2}) < \frac{g_2(\varepsilon_{n2})}{1 + \varepsilon_{n2}} \quad (85)$$

Jak již bylo diskutováno v odstavci 4.2.2.3., může druhé řešení nastat jen v případě, že funkce  $g_2 = g_2(\varepsilon_{n2})$  je konkávní nebo s jedním inflexním bodem. Z obrázků 5b, 5d je zřejmé, že derivace obou těchto funkcí klesá pro  $\varepsilon_{n2} \rightarrow \varepsilon_{n2max}$  a dosahuje své nejmenší hodnoty pro  $\varepsilon_{n2} = \varepsilon_{n2max}$ . Odtud vyplývá, že vztah (85) bude splněn tím spíše, čím větší bude hodnota  $\varepsilon_{n2}$  (funkce  $g_2(\varepsilon_{n2})$  roste s rostoucím  $\varepsilon_{n2}$  mnohem rychleji než funkce  $1 + \varepsilon_{n2}$ ). Vztah tedy musí být splněn alespoň pro  $\varepsilon_{n2} = \varepsilon_{n2max}$ , tj.

$$\boxed{g'_2(\varepsilon_{n_2 \max}) < \frac{g_2(\varepsilon_{n_2 \max})}{1 + \varepsilon_{n_2 \max}}} \quad (86)$$

Snadno se lze přesvědčit, že tato podmínka v převážné většině případů není u reálných tahových křivek nití splněna (např. pro průměrnou tahovou křivku nití, z nichž je utkána tkanina I - viz experimentální část této práce, vychází  $g'_2(\varepsilon_{n_2 \max}) \doteq 76$ , zatímco  $\frac{g_2(\varepsilon_{n_2 \max})}{1 + \varepsilon_{n_2 \max}} \doteq 2,6$ ). Podmínka (86) by mohla být splněna pouze u takových nití, jejichž tahová křivka by při vyšších tahových deformacích byla prakticky rovnoběžná s osou deformací; takové nitě by vykazovaly růst tahové deformace při konstantní nebo jen velmi pomalu rostoucí tahové síle, tj. probíhalo by u nich prakticky tečení.

Z provedeného rozboru je tedy zřejmé, že tzv. druhé řešení má spíše teoretický význam a v reálných případech prakticky nenastane.

Dodejme ještě nakonec, že pokud by v daném konkrétním případě přesto podmínkám (1) a (2) vyhovovalo první a druhé řešení, pak z fyzikálních důvodů by bylo nutné preferovat první řešení, jemuž přísluší menší hodnota tahové deformace  $\varepsilon_{n_2}$  příčné nitě a tedy i menší tahová deformace  $\varepsilon_1$  celého modelového elementu tkaniny. Neexistuje totiž důvod, proč by modelový element tkaniny měl při tahové deformaci uskutečňované z výchozího stavu relativně malou deformační rychlostí přejít z jednoho rovnovážného stavu do jiného rovnovážného stavu, mezi nimiž je určitá potenciálová bariéra pružnosti.

#### 4.2.2.5. Návrh vývojového diagramu pro výpočetní program

Na základě výpočetního postupu naznačeného v odstavcích 4.2.2.1., 4.2.2.2., podmínek existence řešení odvozených v odstavci 4.2.2.3. a důsledků těchto podmínek formulovaných v odstavci 4.2.2.4. bylo možno provést návrh vývojového diagramu programu pro výpočet modelové tahové křivky tkaniny. Vzhledem k poměrné složitosti problému byly sestaveny dva samostatné vývojové diagramy:

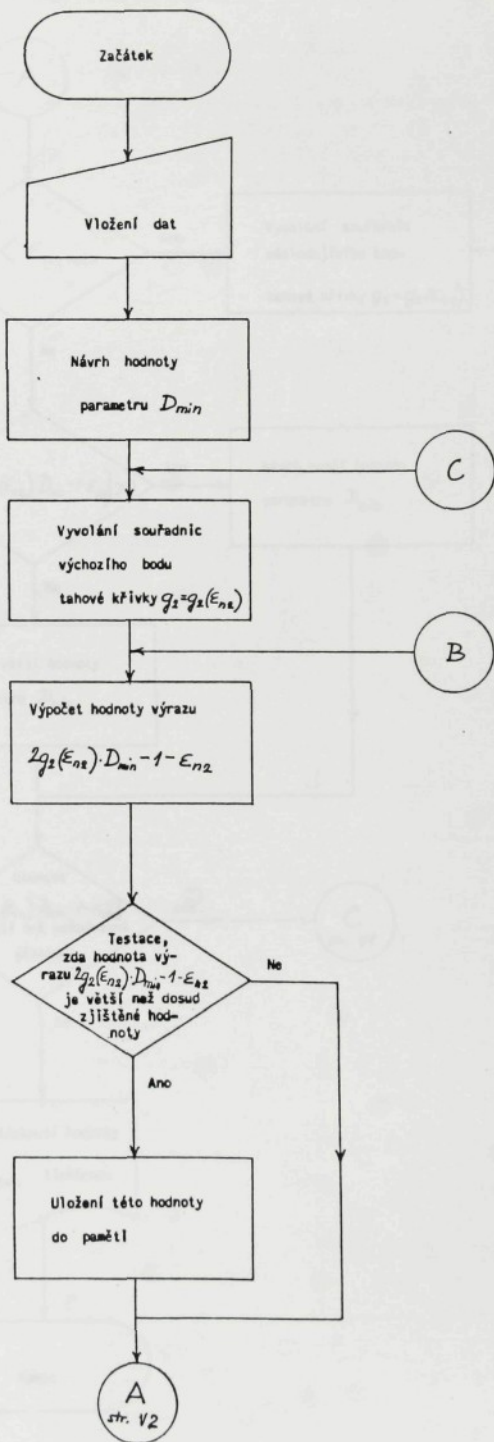
1. vývojový diagram úvodního programu (úvodní program je samostatným programem pro výpočet parametru  $D_{min}$ . Hodnota tohoto parametru je pak jedním ze vstupních dat hlavního programu).
2. vývojový diagram hlavního programu (hlavní program je samostatným programem určeným k výpočtu modelové tahové křivky tkaniny).

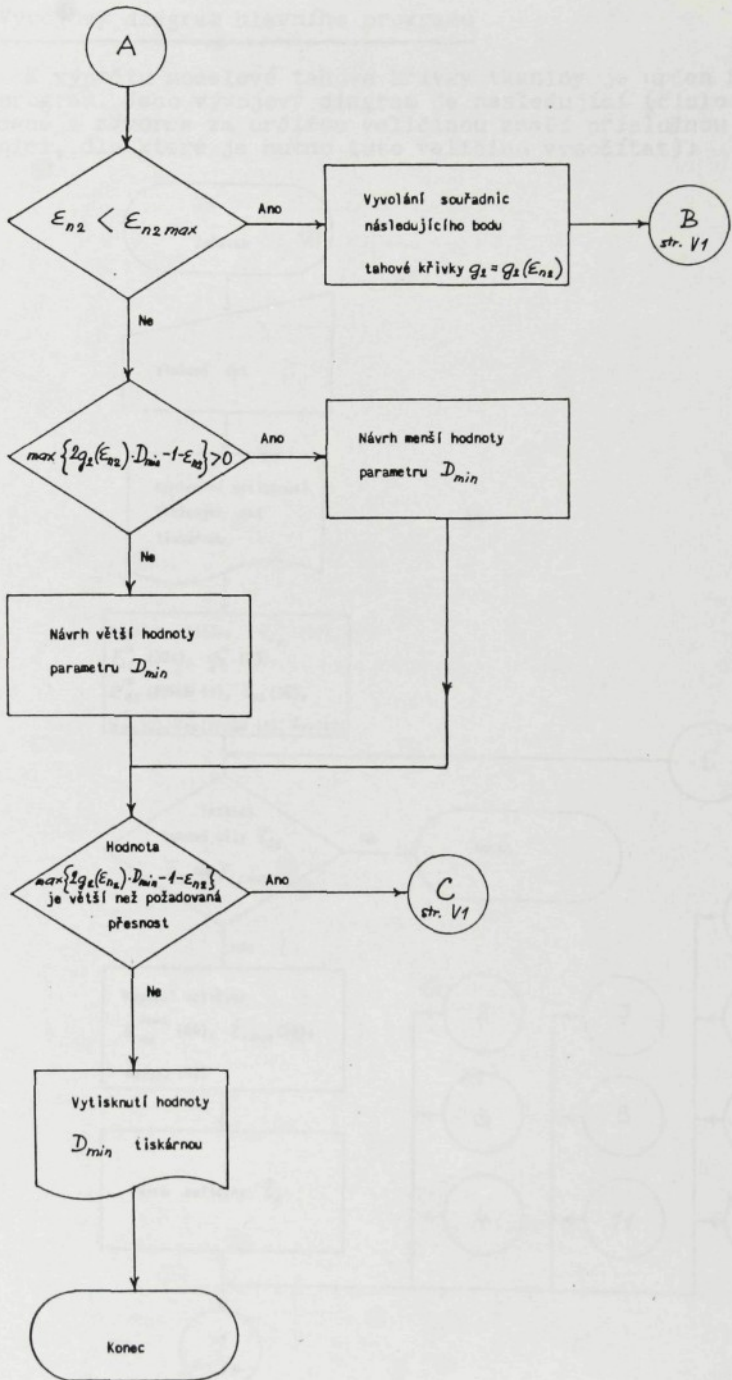
#### 1. Vývojový diagram úvodního programu

Jak bylo diskutováno v odstavci 4.2.2.3., při ověřování podmínek existence řešení rovnic (I) - (XI) je nezbytné určit mimo jiné též hodnotu parametru

$$D_{min} = \frac{k_{min}}{F_{k1}} \text{ (viz rovnice (75)). K nalezení parametru } D_{min}$$

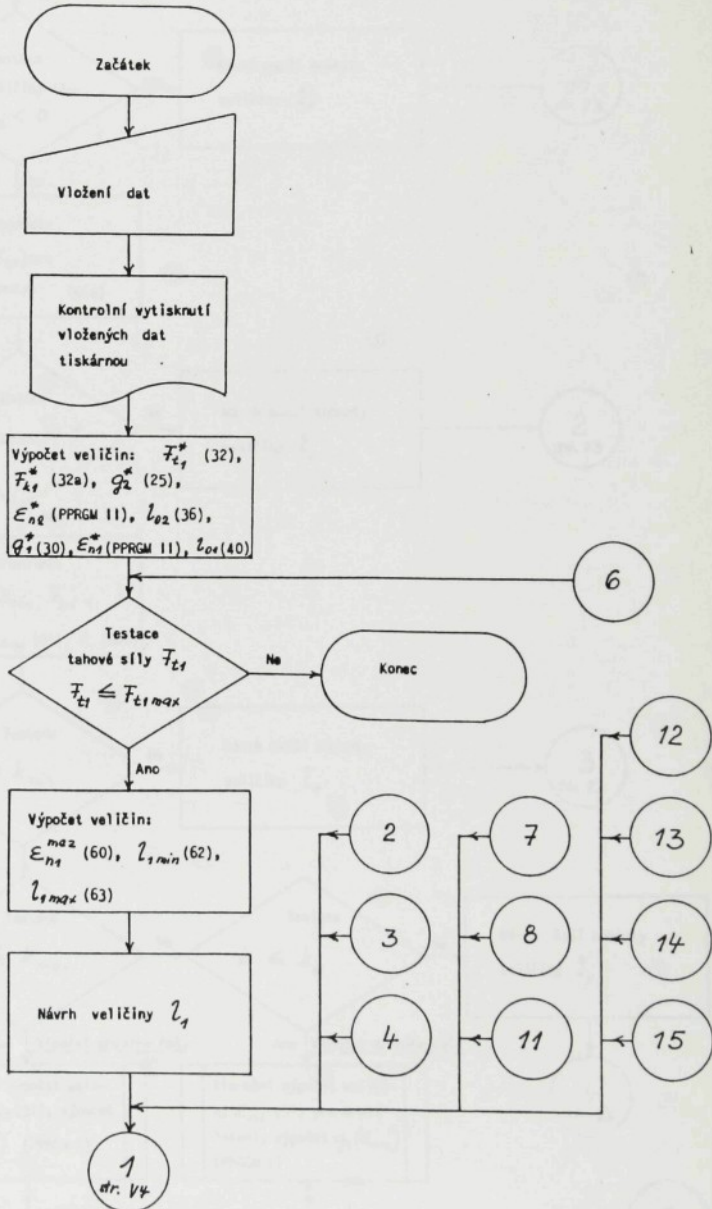
stačí znát pouze tahovou křivku  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$  příčné nitě, samotný výpočet je však třeba provést vhodnou numerickou metodou na počítači. V Dodatku I je naznačen postup, jehož užitím lze parametr  $D_{min}$  určit. Podle tohoto postupu byl navržen následující vývojový diagram úvodního programu pro výpočet parametru  $D_{min}$  :



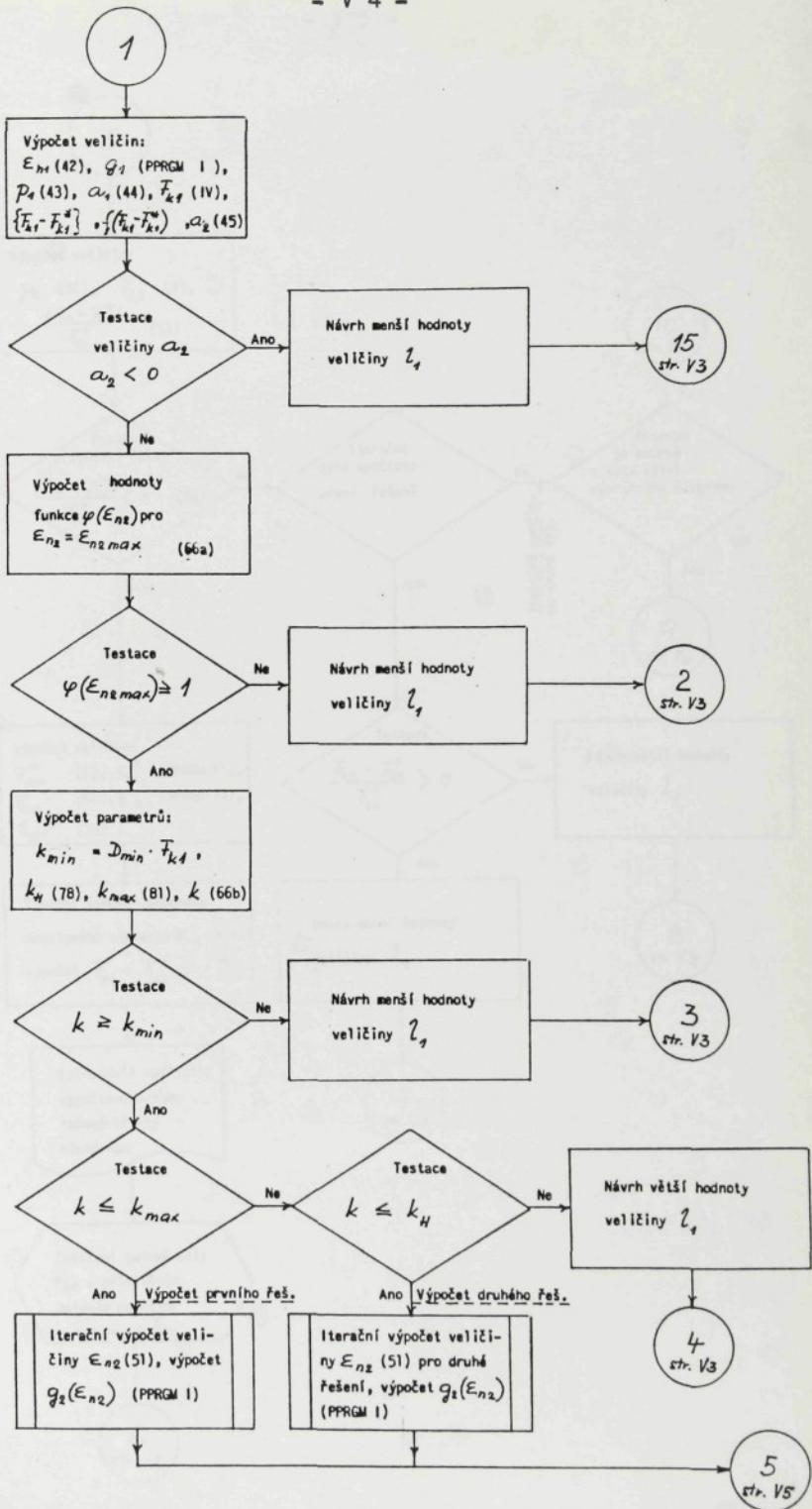


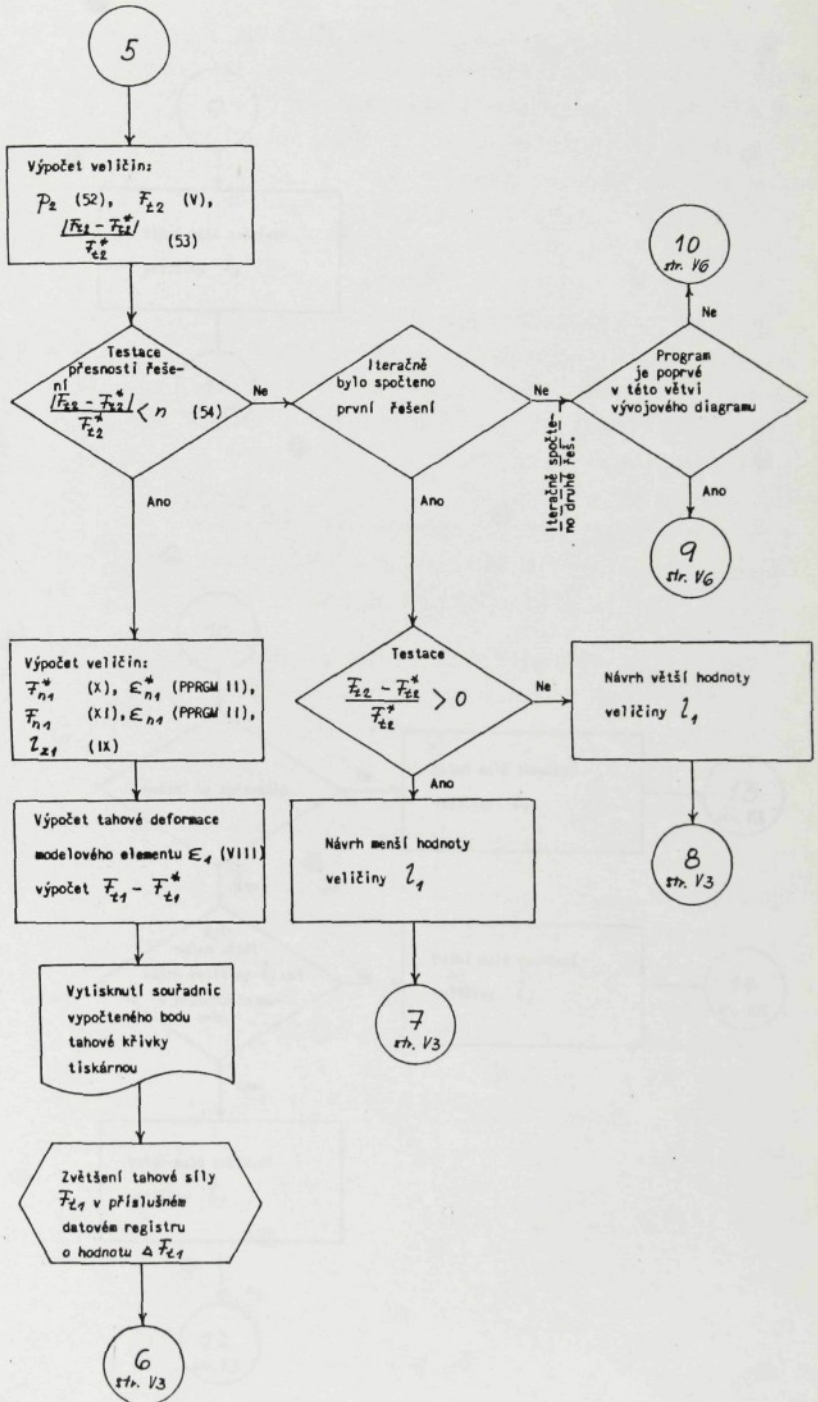
## 2. Vývojový diagram hlavního programu

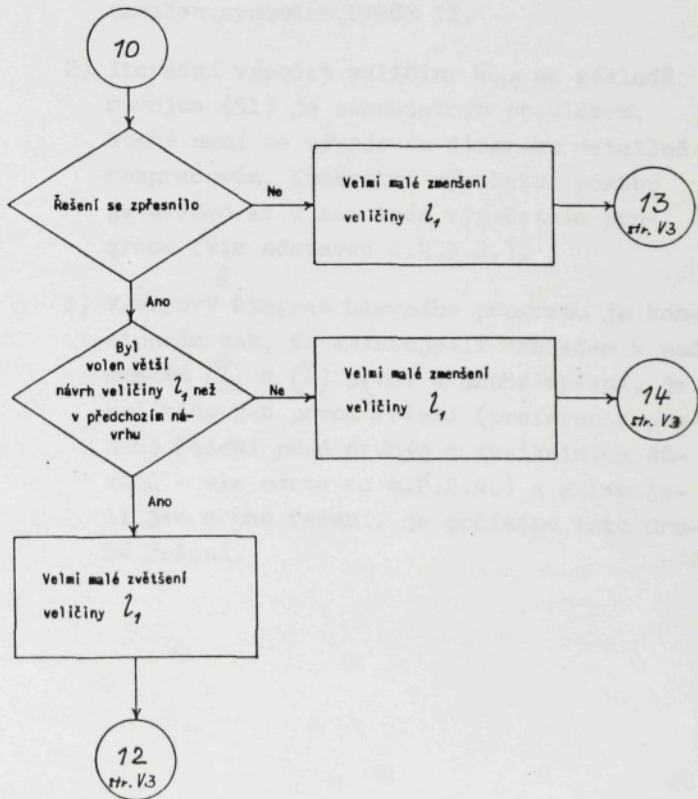
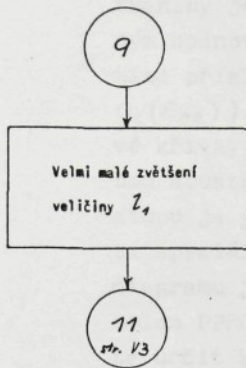
K výpočtu modelové tahové křivky tkaniny je určen hlavní program. Jeho vývojový diagram je následující (číslo uvedené v závorce za určitou veličinou značí příslušnou rovnici, dle které je nutno tuto veličinu vypočítat):











Poznámky: 1) V průběhu výpočtu modelové tahové křivky tkaniny je potřebné několikrát určit k daným hodnotám tahové deformace  $\varepsilon_{n1}$  (nebo  $\varepsilon_{n2}$ ) nitě příslušné tahové síly  $g_1(\varepsilon_{n1})$  (nebo  $g_2(\varepsilon_{n2})$ ). Východiskem jsou zde známé tahové křivky  $g_1 = g_1(\varepsilon_{n1})$  a  $g_2 = g_2(\varepsilon_{n2})$  nití v obou soustavách tkaniny. Při výpočetním postupu je pro tento účel předpokládáno užití speciálního podprogramu, ve vývojovém diagramu je tento podprogram označen symbolem PPRGM I. Obdobně je třeba několikrát určit k daným hodnotám tahové síly  $g_1(\varepsilon_{n1})$  (nebo  $g_2(\varepsilon_{n2})$ ) příslušné tahové deformace  $\varepsilon_{n1}$  (nebo  $\varepsilon_{n2}$ ) nitě. Zde je předpokládáno též užití speciálního podprogramu, ve vývojovém diagramu je tento podprogram označen symbolem PPRGM II.

- 2) Iterační výpočet veličiny  $\varepsilon_{n2}$  na základě rovnice (51) je samostatným problémem, který není ve vývojovém diagramu detailně rozpracován. Konkrétní výpočetní postup je uveden až v samotném výpočetním programu (viz odstavec 4.2.3.2.).
- 3) Vývojový diagram hlavního programu je koncipován tak, že existuje-li vzhledem k podmínkám ① a ② první a druhé řešení, je počítáno jen první řešení (preferance prvního řešení před druhým z fyzikálních důvodů - viz odstavec 4.2.2.4.) a existuje-li jen druhé řešení, je počítáno toto druhé řešení.

#### 4.2.3. Sestavení výpočetního programu pro stolní kalkulátor HP 9810 A

---

Konkrétní sestavení úvodního výpočetního programu a hlavního výpočetního programu podle vývojových diagramů uvedených v odstavci 4.2.2.5. je závislé jednak na způsobu zadání funkcí  $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$ ,  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$  a  $f = f(\overline{F}_k)$ , a dále na programovém jazyku počítače, na němž mají být modelové tahové křivky hledány.

Nejprve si všimneme prvního z obou zmíněných problémů.

##### 4.2.3.1. Způsob zadání funkcí $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$ , $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$ a $f = f(\overline{F}_k)$

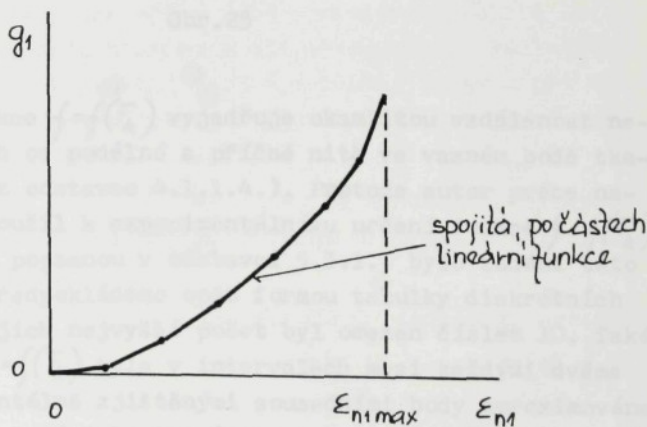
---

Funkce  $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$  vyjadřuje tahovou křivku podélných nití a funkce  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$  tahovou křivku příčných nití v tkanině. Formulovaný model předpokládá, že obě tyto funkce mají některé speciální vlastnosti (viz odstavec 4.1.1.2.) a dále že jejich průběh pro danou konkrétní tkaninu je známý.

Protože autor této práce používal při vyhodnocování experimentálně zjištěných tahových křivek nití metody popsané v práci [ 11 ], bylo zadání funkcí  $g_1 = g_1(\epsilon_{n1})$  a  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$  předpokládáno formou tabulek, tj. pomocí souřadnic diskretních bodů na tahových křivkách. Přitom nejvyšší počet bodů na každé tahové křivce byl omezen číslem 24.

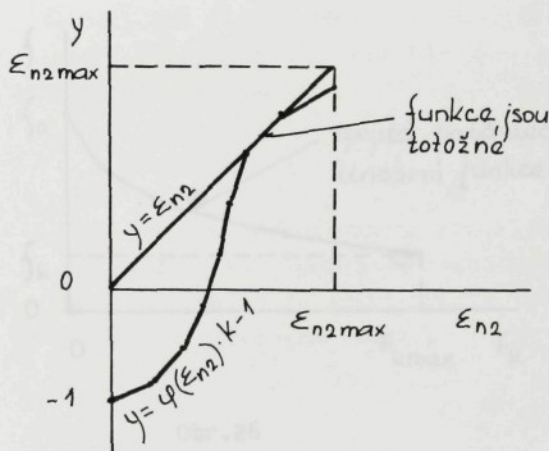
Za těchto podmínek existovaly v zásadě dvě možnosti, jak určovat hodnoty obou funkcí v oblastech mezi zmíněnými diskretními body. První možností bylo provádět lineární interpolace mezi každými dvěma sousedními body, druhou možností pak proložení nějaké hladké křivky (např. polynomu) množinou diskretních bodů.

Autor zvolil první z obou možností, důvodem byla snaha o jednoduchou interpolaci, která by neměla přílišné nároky na programovou kapacitu kalkulátoru. Výsledná tahová křivka nitě má pak tvar spojitě, po částech lineární funkce, která je schematicky znázorněna na obr. 24 pro případ podélné nitě. Taková funkce však není hladká, jak požadoval předpoklad ad 2. v odstavci 4.1.1.2. Je ovšem třeba konstatovat, že předpoklad o hladkosti tahových křivek nití nebyl při formulování modelu nezbytně nutný. Autor jej použil spíše z důvodů metodických, aby mohl model snáze formulovat. Upustíme-li od předpokladu hladkosti tahových křivek nití, zůstanou veškeré dosud vyjádřené úvahy a vztahy v platnosti. Jediné komplikace by mohly teoreticky nastat při hledání průsečíku funkcí  $y = \varphi(\epsilon_{n2})^{k-1}$  a  $y = \epsilon_{n2}$  (viz analýza podmínky ① a vztahy (67), (68) v odstavci 4.2.2.3.) v případě, že by obě tyto funkce byly v intervalu mezi dvěma zadanými sousedními body totožné. Zmíněná situace je schematicky znázorněna na obr.25.



Obr.24

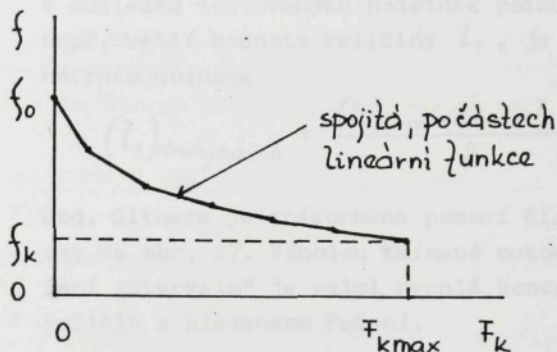
Pak by totiž průsečík obou funkcí nebyl jednoznačně určen. Tento případ je však jen velmi málo pravděpodobný, a proto k němu není brán ve výpočetním programu zřetel.



Obr.25

Funkce  $f = f(\bar{r}_k)$  vyjadřuje okamžitou vzdálenost neutrálních os podélné a příčné nitě ve vazném bodě tkaniny (viz odstavec 4.1.1.4.). Protože autor práce navrhl a použil k experimentálnímu určení funkce  $f = f(\bar{r}_k)$  metodiku popsanou v odstavci 5.3.1., bylo zadání této funkce předpokládáno opět formou tabulky diskrétních bodů. Jejich nejvyšší počet byl omezen číslem 10. Také funkce  $f = f(\bar{r}_k)$  byla v intervalech mezi každými dvěma experimentálně zjištěnými sousedními body aproximována lineárními závislostmi (viz schematický obr.26) a při výpočtech byly prováděny lineární interpolace mezi

těmito body. Předpoklad ad 2. v odstavci 4.1.1.4. o hladkosti funkce  $f = f(F_k)$  byl též pouze formální a jeho nesplnění nezpůsobuje při výpočtech žádné dodatečné obtíže.



Obr.26

#### 4.2.3.2. Výpočetní program

Autor práce měl v době formulování tahově deformačního modelu tkaniny k dispozici stolní kalkulátor HP 9810 A. Proto byl úvodní i hlavní program pro výpočet modelových tahových křivek sestaven právě pro tento kalkulátor.

V příloze I je uveden výpis úvodního programu, v příloze II pak výpis hlavního programu z kalkulátoru HP 9810 A.

Poznámka: Vzhledem k monotónnosti závislosti parametrů

$\varphi(E_{n2max})$ ,  $k$  a  $\frac{F_{t2} - F_{t2}^*}{F_{t2}^*}$  na veličině  $\mathcal{L}_1$  (viz body c) - g) a podmínka (54) v odstavci 4.2.2.4.) bylo možno použít v hlavním programu při návrzích veličiny  $\mathcal{L}_1$  metody "půlení intervalu". Hlavní program je proto



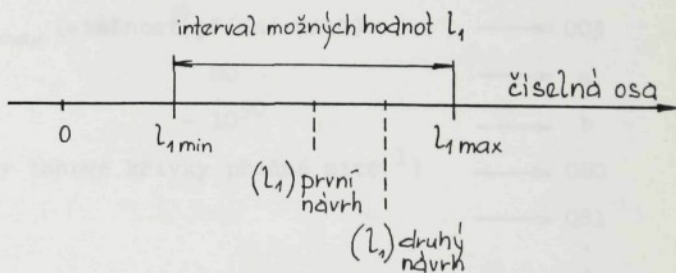
sestaven tak, že prvním návrhem veličiny  $l_1$  je hodnota

$$(l_1)_{\text{první návrh}} = \frac{l_{1\text{min}} + l_{1\text{max}}}{2},$$

tj. aritmetický průměr hodnot  $l_{1\text{min}}$  a  $l_{1\text{max}}$ , daných rovnicemi (62) a (63). Je-li pak v důsledku testovaných podmínek požadována např. větší hodnota veličiny  $l_1$ , je druhým návrhem hodnota

$$(l_1)_{\text{druhý návrh}} = \frac{(l_1)_{\text{první návrh}} + l_{1\text{max}}}{2}$$

atd. Situace je znázorněna pomocí číselné osy na obr. 27. Výhodou zmíněné metody "půlení intervalu" je velmi rychlá konvergence veličin k hledanému řešení.



Obr.27

#### 4.2.3.3. Práce s kalkulátorem při výpočtu modelové tahové křivky

---

Postup práce se stolním kalkulátorem HP 9810 A při hledání modelové tahové křivky tkaniny spočívá nejprve v samostatném provedení výpočtů daných úvodním programem (jejich výsledkem je hodnota parametru  $D_{min}$ ) a poté v samostatném provedení výpočtů dle hlavního programu (jejich výsledkem je modelová tahová křivka tkaniny). V dalším uvedeme konkrétní postup práce s kalkulátorem při realizaci obou programů.

##### I. Postup práce s kalkulátorem při realizaci úvodního programu

Konkrétní postup spočívá v provedení následujících úkonů:

1. Načtení úvodního programu z magnetické pásky do paměti počítače.
2. Vložení dat (šipka určuje příslušný datový registr):

$n$ (=požadovaná přesnost, např. $10^{-3}$ )	→	001
0	→	000
1	→	002
$\varepsilon_{n2 max}$ (=tažnost příčné nitě)	→	003
80	→	a
$- 10^{90}$	→	b
body tahové křivky příčné nitě <sup>1)</sup>	→	080
	→	081
		.
		.
	→	103

3. Start programu tlačítkem CONTINUE

Po skončení výpočtu vytiskne tiskárna hledanou hodnotu parametru  $D_{min}$ .

- 1) Poznámka: Vzhledem k tomu, že stolní kalkulačtor HP 9810 A má relativně malý počet datových registrů, byla zvolena jakási "zhuštěná forma" zadávání bodů tahových křivek nití. Každý bod tahové křivky je zadán do jediného datového registru počítače v podobě takového desetinného čísla, že jeho celá část (tj. část čísla nalevo od desetinné čárky) značí tisícinásobek tahové síly v newtonech a desetinné číslo zmenšené o jeho celou část pak tahovou deformací příslušnou tahové síle (např. desetinné číslo 1259,005 značí bod tahové křivky, jehož souřadnice jsou  $\epsilon_h = 1259,005 - 1259 = 0,005$  ;  $q(\epsilon_h) = 1,259$  N). Prvním bodem tahové křivky příčné nitě je bod o souřadnicích  $[0 ; 0]$  , posledním bodem pak bod o souřadnicích  $[\epsilon_{h2max} ; q_{2max}]$  , tedy bod odpovídající tažnosti a pevnosti nitě. Body tahové křivky je třeba zadat v podobě výše zmíněných desetinných čísel postupně dle rostoucí tahové síly do datových registrů 080 až 103. Celkem lze zadat tahovou křivku nejvýše 24 body. Je-li jejich počet menší, zůstanou některé datové registry vyšších pořadových čísel neobsazeny.

## II. Postup práce s kalkulaátorem při realizaci hlavního programu

Konkrétní postup spočívá v provedení následujících úkonů:

1. Načtení hlavního programu z magnetické pásky do paměti počítače.

2. Vložení dat (šipka určuje příslušný datový registr):

$a_1^*$	—————→	001
$a_2^*$	—————→	002
$p_1^*$	—————→	003
$p_2^*$	—————→	004
$l_{z1}^*$	—————→	005
$l_{z2}^*$	—————→	006
$F_{t2}^* = C$	—————→	007
$F_{t1}$	—————→	008
$n$ (= požadovaná přesnost)	—————→	009
konečný bod tahové křivky podélné nitě, tj. bod o souřadnicích		
$[\varepsilon_{n1max}, g_{1max}]$ 1)	—————→	010
konečný bod tahové křivky příčné nitě, tj. bod o souřadnicích		
$[\varepsilon_{n2max}, g_{2max}]$ 1)	—————→	012
$F_{kmax}$ 2)	—————→	013
$D_{min}$	—————→	015

1) Poznámka: Bod je nutno zadat v podobě jediného desetinného čísla, jak je naznačeno v poznámce na str. 87.

2) Poznámka:  $F_{kmax}$  je největší hodnota kolmé síly  $\overline{F}_k$ , pro niž je známo zploštění nití ve vazném bodě (viz funkce  $f = f(\overline{F}_k)$  v odstavci 4.1.1.4.).

body tahové křivky podélné nitě <sup>1)</sup>	→	050
	→	051
	·	
	·	
	→	073
body tahové křivky příčné nitě <sup>1)</sup>	→	080
	→	081
	·	
	·	
	→	103
body závislosti $f = f(\bar{F}_k)$ (nejvýše 10 bodů):		
	$\bar{F}_k^1$	→ 030
	$f(\bar{F}_k^1)$	→ 031
	$\bar{F}_k^2$	→ 032
	$f(\bar{F}_k^2)$	→ 033
	·	
	·	
	$\bar{F}_k^{10}$	→ 048
	$f(\bar{F}_k^{10})$	→ 049

3. Start programu tlačítkem CONTINUE .

Kalkulátor postupně vypočte a vytiskne tiskárnou souřadnice  $\varepsilon_1$  a  $(\bar{F}_{t1} - \bar{F}_{t1}^*)$  jednotlivých bodů modelové tahové křivky tkaniny. První bod vychází z hodnoty  $\bar{F}_{t1}$  zadané na počátku do registru 008, další body pak odpovídají hodnotám této počáteční síly zvětšované postupně o krok  $\Delta\bar{F}_{t1} = 0,1 \text{ N}$  . Jakmile alespoň v jedné

---

<sup>1)</sup> Poznámka: Každý bod je nutno zadat v podobě jediného desetinného čísla, jak je naznačeno v poznámce na str. 87.

soustavě nití dosáhne složka tahové síly do směru jedné nitě hodnoty, která je rovna nebo větší než pevnost této nitě, výpočet se zastaví, tiskárna kalkulátoru vytiskne "KONEC" a modelová tahová křivka je tak ukončena.

#### 4.3. Celkové shrnutí

V této kapitole byl formulován tahově deformační model tkaniny plátnové vazby. Model vychází z předpokladů, které do jisté míry idealizují vnitřní strukturu i fyzikální zákonitosti uvažované tkaniny: předpokládá lichoběžníkový tvar neutrální osy nití v obou soustavách tkaniny, dále speciální průběh tahových křivek osnovních a útkových nití, bere v úvahu zplošťování nití ve vazných bodech tkaniny a přihlíží k ohybové tuhosti nití. Zanedbává naopak třecí síly mezi nitěmi a setrvačné síly při tahové deformaci tkaniny. Vzhledem k těmto skutečnostem je formulovaný model schopen modelovat jednoosou tahovou křivku tkaniny plátnové vazby při tahových deformacích ve směru osnovy a útku.

V kapitole byly dále odvozeny matematické vztahy pro popis struktury a fyzikálních vlastností modelového elementu tkaniny, stanoveny podmínky jejich řešitelnosti, navržen vývojový diagram a sestaven program výpočtu modelové jednoosé tahové křivky tkaniny pro stolní kalkulátor HP 9810 A.

Na tomto místě je třeba zdůraznit, že stanovené podmínky byly pouze nutnými a nikoliv postačujícími podmínkami řešitelnosti modelových rovnic. Na základě těchto podmínek byl navržen výpočetní postup. Odtud je zřejmé, že existuje-li řešení modelových rovnic,

pak navrženým postupem lze toto řešení nalézt. Pokud se týče samotné existence řešení, je možno ji očekávat, neboť tahově deformační chování reálné tkaniny plátňové vazby je známo z experimentu a model strukturu a tahově deformační vlastnosti takové tkaniny až na určité idealizace postihuje.

## 5. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST:

### METODIKA A VÝSLEDKY PROVEDENÝCH EXPERIMENTŮ

#### 5.1. Použité experimentální vzorky

K ověření platnosti navrženého tahově deformačního modelu tkaniny byly vybrány 3 tkaniny plátňové vazby. Jednalo se o tkaniny v režném stavu, pro účely dalšího popisu je označíme jako tkanina I, tkanina II a tkanina III.<sup>1)</sup> Tkanina I byla typem technické tkaniny, která byla získána z n.p.Slezan Veselí na Moravě. V osnově i v útku je u ní použita tatáž příze (směsová klasicky předená příze 60% bavlna / 40% viskóza), tkanina je používána po potisku a pogumování k výrobě nafukovacích lehátek. Tkaniny II, III byly získány z n.p.Tiba Beroun. Jedná se o podkladové tkaniny, které jsou v osnově i v útku tvořeny viskózovými BD přízemi, používají se k výrobě šatovek a dekoračních tkanin.

Jemnosti použitých přízí byly zjištěny vždy na 40 vzorcích téže příze metodikou dle [9], a to u tkaniny I na původních přízích a u tkanin II, III na přízích od páraných z režných tkanin. Základní parametry tkanin byly zjištěny na odšlichtovaných vzorcích obvyklými zkušebními metodami ([2], [3], [4]). Získané výsledky jsou uvedeny v tabulce I.

---

<sup>1)</sup> Poznámka: Tkanina I byla získána též v upraveném stavu. Protože experimenty ukázaly, že úpravou tkaniny nastaly podstatné změny tahově deformačních vlastností tkaniny v porovnání s režnými vzorky, byla tato upravená tkanina z dalšího studia vyloučena.



	Tkanina I	Tkanina II	Tkanina III
Materiál	ba/VSS	viskóza	viskóza
Jemnost osnovních přízí $\bar{T}_{t0}$ [tex]	29,0	23,5	29,7
Směrodatná odchylka $\sigma_{\bar{T}_{t0}}$ [tex]	0,5	1,0	1,6
Jemnost útkových přízí $\bar{T}_{tú}$ [tex]	29,0	26,6	59,6
Směrodatná odchylka $\sigma_{\bar{T}_{tú}}$ [tex]	0,5	0,3	0,9
Dostava osnovy $\bar{D}_0$ [m <sup>1</sup> ]	2237	2600	2560
Směrodatná odchylka $\sigma_{\bar{D}_0}$ [m <sup>1</sup> ]	24	21	52
Dostava útku $\bar{D}_ú$ [m <sup>1</sup> ]	2265	1990	1870
Směrodatná odchylka $\sigma_{\bar{D}_ú}$ [m <sup>1</sup> ]	63	57	48
Tloušťka tkaniny $\bar{l}$ [m]	$446 \cdot 10^{-6}$	$540 \cdot 10^{-6}$	$678 \cdot 10^{-6}$
Směrodatná odchylka $\sigma_{\bar{l}}$ [m]	$12 \cdot 10^{-6}$	$14 \cdot 10^{-6}$	$9 \cdot 10^{-6}$
Plošná hmotnost $\bar{\rho}_s$ [kg · m <sup>2</sup> ]	0,144	0,140	0,220
Směrodatná odchylka $\sigma_{\bar{\rho}_s}$ [kg · m <sup>2</sup> ]	0,002	0,003	0,005

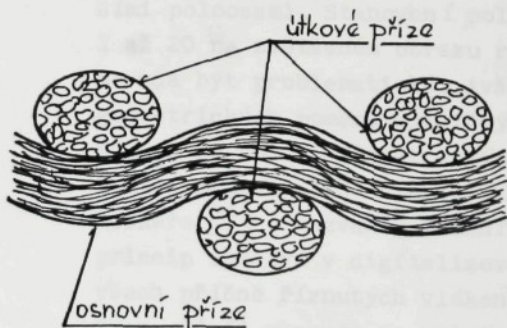
Tabulka I

## 5.2. Zjištění parametrů vnitřní struktury zkoumaných tkanin

### 5.2.1. Metodika vyhodnocení mikroskopických řezů tkanin

K určení parametrů vnitřní struktury zkoumaných tkanin bylo použito metodiky vyhodnocení mikroskopických řezů tkanin. Experimentální příprava mikroskopických řezů tkanin je podrobně popsána v práci L.Švehlové a B.Neckáře [5], zde se zaměříme na jeden z možných způsobů jejich vyhodnocení.

Předpokládejme, že byl proveden mikroskopický řez tkaninou např.ve směru osnovní příze, přičemž rovina řezu je kolmá k rovině tkaniny a leží v ní geometrická osa osnovní příze. Promítnutím tohoto řezu na matnici profilprojektoru získáme jeho obraz ve zvětšeném měřítku, jak je schematicky znázorněno na obr.28.



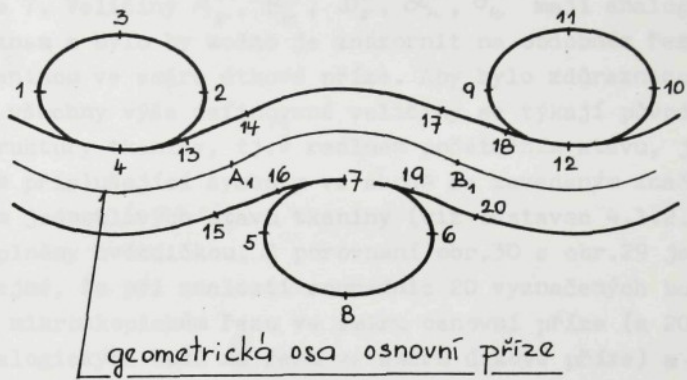
Obr.28

Pomocí digitalizačního zařízení DIGIMET [6] lze nyní postupně sejmout a vyděrovat na děrnou pásku souřadnice 20 bodů, které jsou vyznačeny na obr.29. Body 1 až 4, 5 až 8 a 9 až 12 jsou "krajními" body příčných řezů útkových přízí, body 13 až 16 a 17 až 20 leží na obrysu podélně zobrazené osnovní příze v blízkosti inflexních bodů  $A_1$ ,  $B_1$ , geometrické osy této příze. <sup>1)</sup>

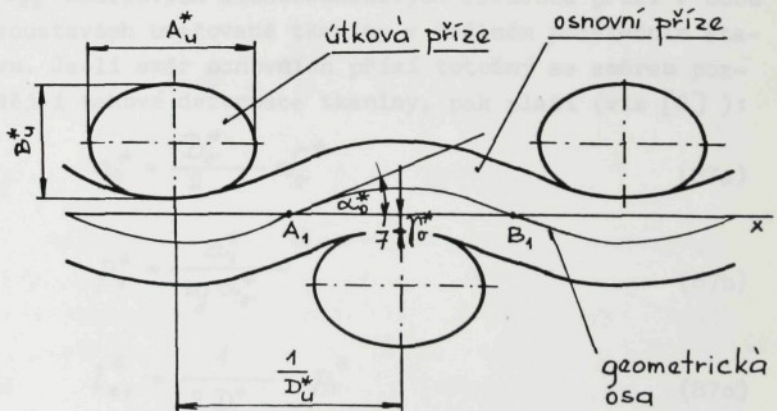
Definujme nyní veličiny  $A_\sigma^*$ ,  $A_u^*$ ,  $B_\sigma^*$ ,  $B_u^*$ ,  $D_\sigma^*$ ,  $D_u^*$ ,  $\alpha_\sigma^*$ ,  $\alpha_u^*$ ,  $\sigma_\sigma^*$ ,  $\sigma_u^*$  způsobem, který je zřejmý z obr.30. Veličiny  $A_u^*$ ,  $B_u^*$  mají význam šířky a tloušťky útkové příze ve vazném bodě tkaniny,  $D_u^*$  je dostava útkových přízí,  $\alpha_\sigma^*$  ostrý úhel, který svírá tečna ke geometrické ose osnovní příze, vedená jejím inflexním bodem, s osou  $x$ , a veličina  $\sigma_\sigma^*$  je dána vztahem  $|\sigma_\sigma^*| = \rho_\sigma^*$ ,

---

<sup>1)</sup> Poznámka: Protože příčně říznuté útkové příze mají tvar podobný elipse, lze body 1, 2, 5, 6, 9, 10 definovat přesněji jako průsečíky příslušné elipsy s jejími hlavními poloosami a body 3, 4, 7, 8, 11, 12 jako průsečíky příslušné elipsy s jejími vedlejšími poloosami. Stanovení polohy bodů 1 až 20 na zvětšeném obrazu reálného řezu se zdá být problematické. Avšak porovnání geometrických poměrů zjištěných na základě těchto 20 bodů s geometrickými poměry získanými metodou L.Švehlové, P.Kavana a B. Neckáře [7], nazvanou SECANT DPT-1 (její princip spočívá v digitalizování středů všech příčně říznutých vláken v příčném řezu přízí) ukazuje na velmi dobrý souhlas obou metod. Z uvedeného porovnání současně vyplývá, že oko experimentátora klade okrajový bod příčného řezu příze přibližně na izodensu se zaplněním  $\mu = 0,30$ .



Obr.29



Obr.30

v němž  $\gamma_0^*$  je vzdálenost bodu 7 od osy  $x$ ,  $\sigma > 0$ , leží-li osa  $x$  nad bodem 7, a  $\sigma < 0$ , leží-li osa  $x$  pod bodem 7. Veličiny  $A_0^*$ ,  $B_0^*$ ,  $D_0^*$ ,  $\alpha_u^*$ ,  $\sigma_u^*$  mají analogický význam a bylo by možno je znázornit na obdobném řezu tkaninou ve směru útkové příze. Aby bylo zdůrazněno, že všechny výše definované veličiny se týkají původní struktury tkaniny, tj. v reálném počátečním stavu, jsou jim příslušející symboly ve shodě se zavedeným značením jednotlivých stavů tkaniny (viz odstavec 4.1.2.7.) doplněny hvězdičkou. Z porovnání obr.30 s obr.29 je zřejmé, že při znalosti souřadnic 20 vyznačených bodů na mikroskopickém řezu ve směru osnovní příze (a 20 analogických bodů na řezu ve směru útkové příze) a dále při znalosti zvětšení obrazu řezů vzhledem k jejich skutečné velikosti, lze vypočítat hodnoty všech výše definovaných veličin užitím elementárních vztahů analytické geometrie. Program výpočtu těchto veličin pomocí stolního kalkulátoru HP 9810 A je uveden v práci [7].

V práci [8] jsou odvozeny vztahy, jejichž užitím lze již vypočítat parametry  $a_1^*$ ,  $p_1^*$ ,  $l_{z1}^*$ ,  $a_2^*$ ,  $p_2^*$ ,  $l_{z2}^*$  modelových lichoběžníkových elementů přízí v obou soustavách uvažované tkaniny v reálném počátečním stavu. Je-li směr osnovních přízí totožný se směrem pozdější tahové deformace tkaniny, pak platí (viz [8]):

$$a_1^* = \frac{B_0^*}{2} - \sigma_0^* \quad , \quad (87a)$$

$$p_1^* = \frac{a_1^*}{\operatorname{tg} \alpha_0^*} \quad , \quad (87b)$$

$$l_{z1}^* = \frac{1}{2 D_u^*} - p_1^* \quad (87c)$$

a analogicky

$$a_2^* = \frac{B_u^*}{2} - \sigma_u^* \quad , \quad (88a)$$

$$p_2^* = \frac{a_2^*}{\operatorname{tg} \alpha_u^*} \quad , \quad (88b)$$

$$l_{z2}^* = \frac{1}{2D_\sigma^*} - p_2^* \quad . \quad (88c)$$

Není-li splněna logická podmínka

$$\sigma_\sigma^* + \sigma_u^* = 0 \quad , \quad (89)$$

je nutno ve vztazích (87a) a (88a) nahradit veličiny  $\sigma_\sigma^*$ ,  $\sigma_u^*$  korigovanými veličinami  $\sigma_{\sigma k}^*$ ,  $\sigma_{u k}^*$ , které podmínku typu (89) splňují. Návrh korigovaných veličin  $\sigma_{\sigma k}^*$ ,  $\sigma_{u k}^*$  lze provést např.dle vztahů (viz [7] )

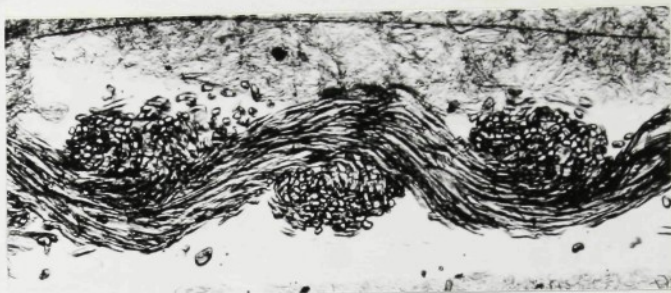
$$\sigma_{\sigma k}^* = \sigma_\sigma^* - \frac{B_\sigma^*}{B_\sigma^* + B_u^*} (\sigma_\sigma^* + \sigma_u^*) \quad , \quad (90a)$$

$$\sigma_{u k}^* = \sigma_u^* - \frac{B_u^*}{B_\sigma^* + B_u^*} (\sigma_\sigma^* + \sigma_u^*) \quad . \quad (90b)$$

### 5.2.2. Hodnoty zjištěných parametrů tkanin

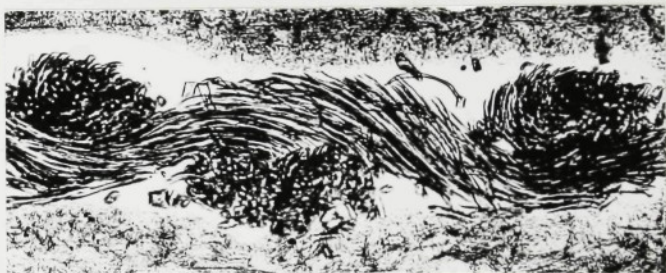
Od každé ze zkoumaných tkanin bylo provedeno 60 mikroskopických řezů ve směru osnovní příze a 60 mikroskopických řezů ve směru útkové příze. Pro ilustraci geometrických struktur těchto tkanin jsou na obrázcích 3la-f uvedeny fotografie jejich řezů.

Každý mikroskopický řez byl promítnut na matnici profilprojektoru a pomocí digitalizačního zařízení



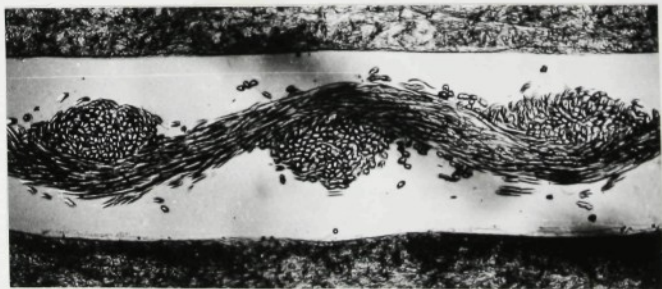
obr. 31 a

(mikroskopický řez tkaninou I provedený ve směru osnovní příže - zvětšeno 100 x )



obr. 31 b

(mikroskopický řez tkaninou I provedený ve směru útkové příže - zvětšeno 100 x )



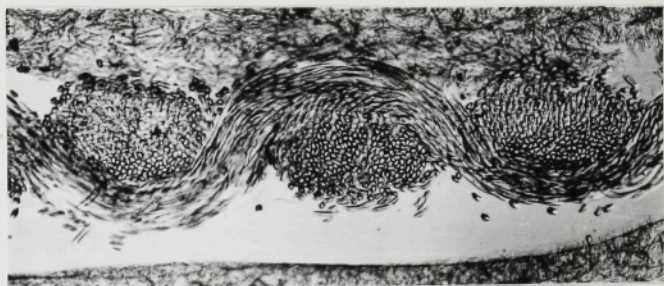
obr. 31 c

(mikroskopický řez tkaninou II provedený ve směru osnovní příže - zvětšeno 75 x )



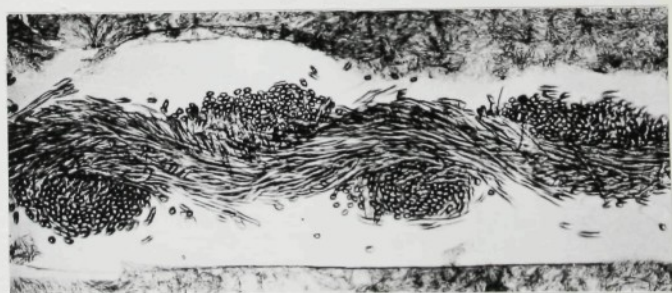
obr. 31 d

(mikroskopický řez tkaninou II provedený ve směru útkové příze - zvětšeno 75 x )



obr. 31 e

(mikroskopický řez tkaninou III provedený ve směru osnovní příze - zvětšeno 75 x )



obr. 31 f

(mikroskopický řez tkaninou III provedený ve směru útkové příze - zvětšeno 75 x )



DIGIMET byly u něho vyděrovány na děrnou pásku souřadnice definovaných 20 bodů. Děrná páska byla výpočetně zpracována na stolním kalkulátoru HP 9810 A užitím programu uvedeného v práci [7]. Hodnoty veličin  $A_o^*$ ,  $A_u^*$ ,  $B_o^*$ ,  $B_u^*$ ,  $D_o^*$ ,  $D_u^*$ ,  $\alpha_o^*$ ,  $\alpha_u^*$ ,  $\sigma_o^*$ ,  $\sigma_u^*$ , získané z každého jednotlivého řezu, byly pak přepočteny pomocí vztahů (87), (88) a (90) na výchozí parametry  $\bar{\alpha}_1^*$ ,  $\bar{p}_1^*$ ,  $\bar{l}_{z1}^*$ ,  $\bar{\alpha}_2^*$ ,  $\bar{p}_2^*$ ,  $\bar{l}_{z2}^*$  lichoběžníkového modelu tkaniny. Z výsledků všech 60 řezů téhož druhu byly nakonec vždy určeny průměrné hodnoty těchto parametrů. Jsou uvedeny spolu s příslušnými směrodatnými odchylkami v tabulce II.

	Tkanina I	Tkanina II	Tkanina III
$\bar{\alpha}_1^*$ [m]	$9,72 \cdot 10^{-5}$	$8,11 \cdot 10^{-5}$	$8,70 \cdot 10^{-5}$
$\bar{\sigma}_{\alpha_1^*}$ [m]	$1,07 \cdot 10^{-5}$	$1,41 \cdot 10^{-5}$	$1,65 \cdot 10^{-5}$
$\bar{\alpha}_2^*$ [m]	$8,58 \cdot 10^{-5}$	$2,09 \cdot 10^{-5}$	$1,67 \cdot 10^{-5}$
$\bar{\sigma}_{\alpha_2^*}$ [m]	$1,29 \cdot 10^{-5}$	$0,60 \cdot 10^{-5}$	$0,74 \cdot 10^{-5}$
$\bar{p}_1^*$ [m]	$14,09 \cdot 10^{-5}$	$7,58 \cdot 10^{-5}$	$9,01 \cdot 10^{-5}$
$\bar{\sigma}_{p_1^*}$ [m]	$1,83 \cdot 10^{-5}$	$1,44 \cdot 10^{-5}$	$1,98 \cdot 10^{-5}$
$\bar{p}_2^*$ [m]	$14,06 \cdot 10^{-5}$	$12,48 \cdot 10^{-5}$	$5,82 \cdot 10^{-5}$
$\bar{\sigma}_{p_2^*}$ [m]	$2,45 \cdot 10^{-5}$	$3,87 \cdot 10^{-5}$	$2,68 \cdot 10^{-5}$
$\bar{l}_{z1}^*$ [m]	$7,98 \cdot 10^{-5}$	$17,54 \cdot 10^{-5}$	$17,73 \cdot 10^{-5}$
$\bar{\sigma}_{l_{z1}^*}$ [m]	$1,16 \cdot 10^{-5}$	$3,61 \cdot 10^{-5}$	$4,25 \cdot 10^{-5}$
$\bar{l}_{z2}^*$ [m]	$8,29 \cdot 10^{-5}$	$6,75 \cdot 10^{-5}$	$13,71 \cdot 10^{-5}$
$\bar{\sigma}_{l_{z2}^*}$ [m]	$1,86 \cdot 10^{-5}$	$2,26 \cdot 10^{-5}$	$5,44 \cdot 10^{-5}$

Tabulka II

### 5.3. Studium zplošťování nití ve vazném bodě tkaniny

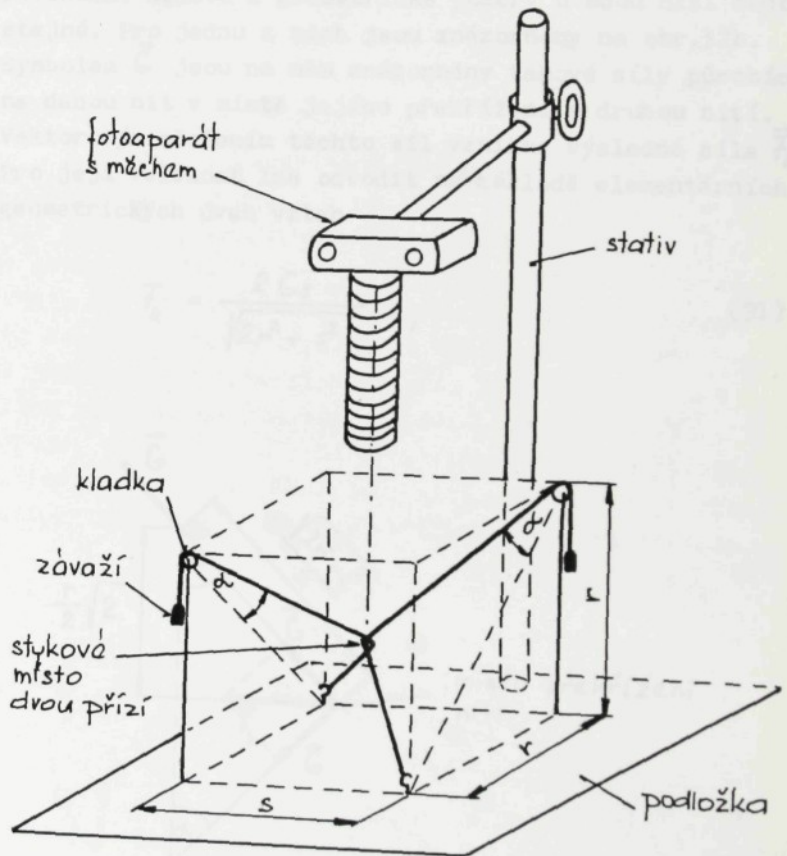
#### 5.3.1. Navržená experimentální metodika

Při formulování navrhovaného tahově deformačního modelu tkaniny s plátňovou vazbou byl učiněn předpoklad, že vzdálenost  $d$  neutrálních os osnovní a útkové nitě ve vazném bodě tkaniny závisí pouze na výsledné síle  $F_k$  působící mezi oběma nitěmi a dále že tato vzdálenost je dána klesající funkcí  $f = f(F_k)$  (viz odstavec 4.1.1.4.). Protože v odborné literatuře nenašel autor práce studii, která by se detailněji zabývala problematikou zplošťování nití ve vazném bodě tkaniny, navrhl k potvrzení zmíněného předpokladu vlastní experimentální metodiku.

Metodika vychází z předpokladů, že u nití v tkaninách plátňové vazby jsou geometrické osy a neutrální osy nití totožné a geometrická osa každé osnovní nitě a geometrická osa každé útkové nitě leží v těchto tkaninách v navzájem kolmých rovinách. Začnou-li na tkaninu působit tahové síly současně ve směru osnovních i útkových nití, vzniknou ve vazných bodech složky sil kolmé k rovině tkaniny. Geometrická struktura tkaniny se v důsledku všech působících sil změní, přičemž změny struktury je možno očekávat u samotných nití obou soustav ve vazných bodech a jejich okolí.

Uvažujme experimentální uspořádání schematicky znázorněné na obr.32a. Předpokládejme, že na podložce stavětu je umístěno duté těleso tvaru pravouhlého hranolu o rozměrech hran  $s$ ,  $h$ ,  $r$ , které má ve dvou protilehlých rozích na horní základně umístěny malé kladky se zanedbatelně malou hmotností a pohybující se se zanedbatelně malým třením. Upevníme-li ve dvou protilehlých rozích na dolní základně hranolu dvě nitě zanedbatelně malé hmotnosti, vedeme-li je přes obě kladky způsobem zřejmým z obr.32a a zavěsíme-li na jejich konce stejná závaží, přenesou se síly způsobené vahou

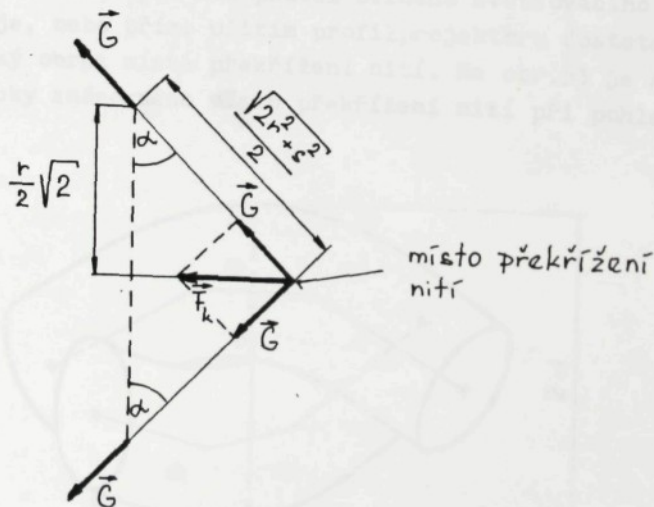
každého závaží přes uvažované kladky a ve směru neutrální osy obou nití bude působit stejně veliká tahová síla. Bude-li současně smykové tření působící mezi nitěmi v místě jejich vzájemného překřížení zanedbatelně malé, přenesou se tahové síly v nitích prakticky beze změny velikosti i do částí nití pod místem překřížení. Reakcí na tahové síly v nitích v místech upevnění jejich



Obr. 32a

spodních konců vzniknou v těchto místech stejně velké síly opačného směru, takže situace je ekvivalentní pří-  
 padu, kdy též v rozích spodní základny by nitě byly ve-  
 vedeny přes kladky a napínány stejně velikými závažími.  
 Z uvedeného rozboru je zřejmé, že nitě se překříží  
 přesně v místě geometrického středu hranolu, a zaned-  
 báme-li tloušťku nití, pak jejich neutrální osy budou  
 mít směr tělesových úhlopříček hranolu. Kromě toho je  
 evidentní, že obě nitě budou ležet v navzájem kolmých  
 rovinách. Silové a geometrické poměry u obou nití budou  
 stejné. Pro jednu z nich jsou znázorněny na obr.32b.  
 Symbolem  $\vec{G}$  jsou na něm znázorněny tahové síly působící  
 na danou nit v místě jejího překřížení s druhou nití.  
 Vektorovým složením těchto sil vznikne výsledná síla  $\vec{F}_k$ .  
 Pro její velikost lze odvodit na základě elementárních  
 geometrických úvah vztah

$$F_k = \frac{2 G_s}{\sqrt{2r^2 + s^2}} \quad (91)$$



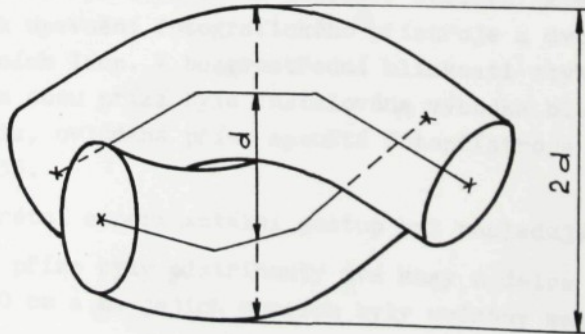
Obr.32b

pro úhel  $\alpha$  platí

$$\alpha = \arccos \frac{r \sqrt{2}}{\sqrt{2r^2 + s^2}} \quad (92)$$

Síla  $\vec{F}_k$  je silou vzájemného silového působení mezi uvažovanými nitěmi v místě jejich překřížení a je tedy odpovědná za případné zploštění nití v tomto místě. Navržené experimentální uspořádání tak do jisté míry simuluje silové působení mezi osnovní a útkovou nití ve vazném bodě tkaniny s plátňovou vazbou, přičemž úhel  $\alpha$  daný rovnicí (92) je pro limitní případ velmi malých sil  $\vec{G}$  analogický např. úhlu  $\alpha_{\sigma}^*$  ve skutečné tkanině (viz obr.30).

Z geometrie experimentu dále vyplývá, že při pohledu ze směru normály k podložce stativu (viz obr. 32a) se jeví překřížení nití ve skutečné velikosti a je proto výhodné dané místo z tohoto směru vyfotografovat. Při použití fotografického přístroje s měchem lze dosáhnout na fotografickém filmu až několikanásobně zvětšeného obrazu skutečnosti. Při vyhodnocování filmu získáme pak buď pomocí běžného zvětšovacího přístroje, nebo přímo užitím profilprojektoru dostatečně velký obraz místa překřížení nití. Na obr.33 je schematicky znázorněno místo překřížení nití při pohledu



obr.33

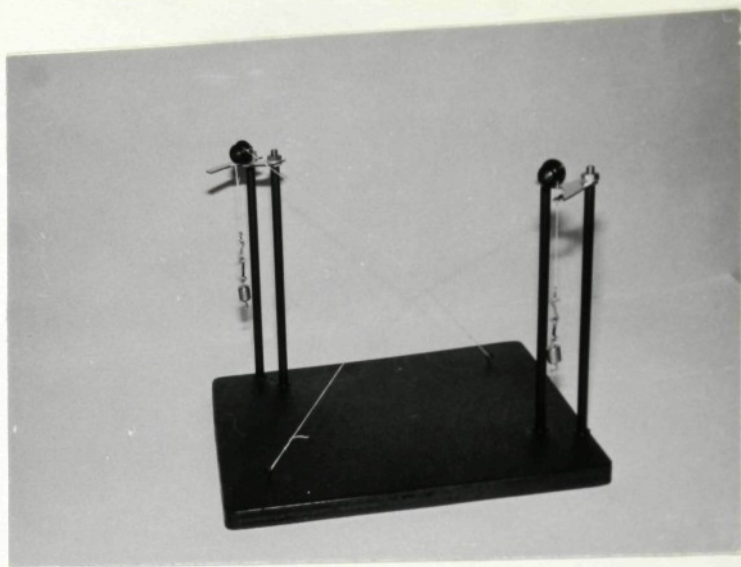
ze směru normály k podložce stativu. Je-li  $d$  vzdálenost neutrálních os nití v místě jejich překřížení, pak vzdálenost vnějších obrysů obou nití v tomto místě je rovna  $2d$  (viz obr.33). Napínáním nití různě velikými závažími lze tak studovat míru zploštění nití při různých velikostech síly  $\vec{F}_k$ .

### 5.3.2. Zjištěné výsledky

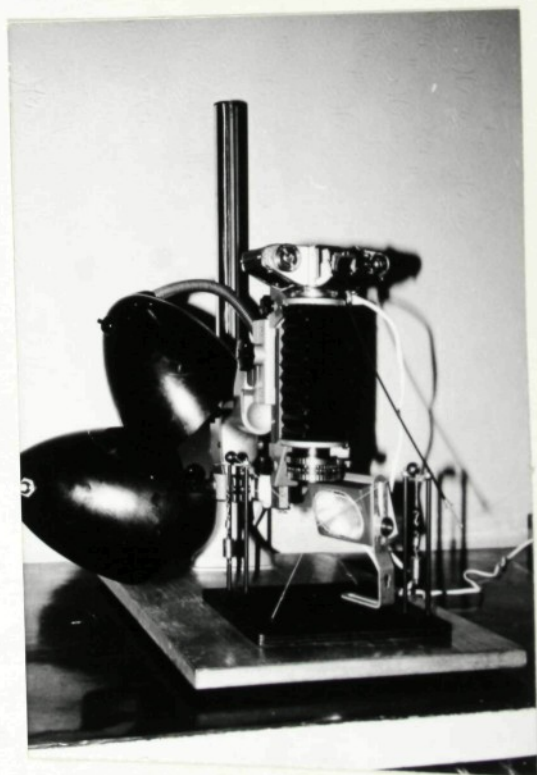
Metodikou popsanou v odstavci 5.3.1. byly detailně studovány vlastnosti přízí, z nichž je vyrobena tkanina I. K experimentům byl zkonstruován stojánek sestávající z dřevěné podložky, dvou ramen opatřených malými kladkami na kuličkových ložiskách a z dvou háček k uchycení přízí - viz obr.34. Vzhledem k rozměrům stojánku ( $S = 13,1$  cm;  $r = 16,0$  cm) měl úhel  $\alpha$  (viz vztah (92)) velikost  $\alpha \approx 30^\circ$ . Pro napínání přízí byla vyrobena sada dvojic stejných závaží o hmotnostech 0,102 g, 0,306 g, 0,612 g, 4,08 g, 25,48 g, 173,3 g. Každé závaží bylo opatřeno dvěma háčky, což umožňovalo zavěšovat závaží jedno na druhé. Postupným zavěšováním jednotlivých závaží bylo možno získat tahové síly na přízích o velikostech  $G = 1$  mN, 4 mN, 10 mN, 50 mN, 300 mN, 2000 mN a jim odpovídající výsledné síly v místě překřížení přízí o velikostech  $F_k = 1$  mN, 4 mN, 10 mN, 50 mN, 300 mN, 2000 mN (viz vztah (91)). Stojánek byl umístěn na podložce stativu, který sloužil k upevnění fotografického přístroje a dvou osvětlovacích lamp. V bezprostřední blízkosti stykového místa obou přízí byla instalována výbojka bleskového světla, ovládaná přímo spouští fotopřístroje - viz obr.35.

Konkrétní experimentální postup byl následující:

- 1) Z příze byly odstřiženy dva kusy o délce přibližně 30 cm a na jejich koncích byly uvázány malé smyčky.



obr. 34



obr. 35

- 2) Konce obou přízí byly smyčkami navléknuty na háčky stojánku, příze poté překříženy a volnými konci převléknuty přes kladky.
- 3) Vlastní experiment začal okamžikem současného zavěšení dvojice nejmenších závaží na volné konce obou přízí. Od tohoto okamžiku byl měřen čas. Po uplynutí 1 minuty byl exponován první snímek.
- 4) Další dvojice závaží byly postupně zavěšovány k předchozím závažím, a to v časech  $t = 2$  min, 4 min, 6 min, 8 min a 10 min, další snímky byly exponovány v časech  $t = 3$  min, 5 min, 7 min, 9 min a 11 min.

---

Poznámka: K fotografování přízí byl použit fotopřístroj Exakta VX 1000 s přídatným měchem. Vždy 1 sekundu před exponováním snímku byly časovým spínačem rozsvíceny 2 lampy s příkonem 2 x 500 W, exponování snímku bylo prováděno po dobu 1/30 sekundy při cloně 22 a při současném záblesku bleskové výbojky na film MA-8. Vysoké clony bylo použito s cílem dosáhnout co největší hloubky ostrosti snímků. Ihned po expozici byly lampy zhasnuty, aby nedocházelo k nadměrnému zahřívání přízí. V době mezi zavěšením závaží a exponováním snímku bylo vždy provedeno přetočení filmu a pečlivé zaostření fotopřístroje. Při zavěšení posledních dvou dvojic závaží bylo nezbytné lehce fixovat polohu závaží vzhledem k ramenům s kladkami pomocí úzkých proužků lepicí pásky, neboť v opačném případě docházelo k roztocení zavěšených závaží v důsledku zákrutu přízí a příze se přetrhly.



Výše uvedeným postupem bylo získáno celkem 30 serií po 6 snímcích. Pro ilustraci je jedna ze serií uvedena na obrázcích 36a-f při 34-násobném zvětšení (nejmenší dílek na zobrazených stupnicích má velikost 0,1 mm). Na snímcích je dobře patrný vzrůst zploštění přízí v místě jejich kontaktu při rostoucí výsledné síle  $\bar{F}_k$ .

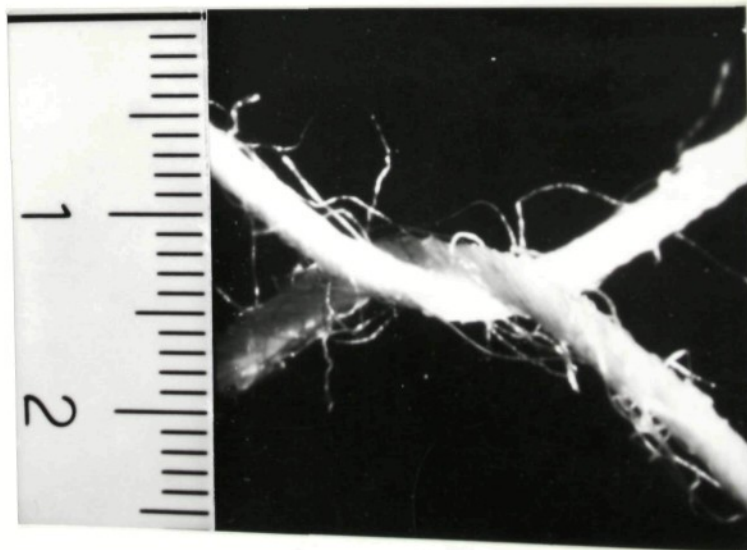
Po vyvolání byly filmy vyhodnoceny pomocí profilprojektoru. Každý snímek byl promítnut ve zvětšeném měřítku na matnici přístroje (poměr zvětšených snímků vůči skutečnosti činil 150 : 1) a papírovým měřítkem byla vždy změřena vzdálenost  $2d$  vnějších obrysů přízí v místě jejich překřížení. Výsledky zjištěné vyhodnocením jednotlivých serií snímků jsou uvedeny v tabulce III (při největší použité síle  $\bar{F}_k$  se v několika případech příze přetrhla, proto jsou v tabulce některá místa proškrtuta). Průměrné vzdálenosti  $\bar{d}$  neutrálních os obou přízí při jednotlivých silách  $\bar{F}_k$  jsou uvedeny již ve skutečných rozměrech v tabulce IV (pro nulovou sílu  $\bar{F}_k$  je v tabulce uvedena hodnota  $\bar{d} = 236 \mu\text{m}$ , zjištěná změřením volného průměru příze metodou dle [10]).

Na obr.37 jsou vyneseny body odpovídající průměrné veličině  $\bar{d}$ , zjištěné z 30 měření, pro hodnoty síly  $\bar{F}_k = 1 \text{ mN}, 4 \text{ mN}, 10 \text{ mN}$  a  $50 \text{ mN}$ . Předpokládáme-li, že pro veličinu  $d$  příslušnou určité síle  $\bar{F}_k$  platí normální rozdělení, pak svorky kolem každého bodu na obr. 37 vyznačují dle Studentova rozdělení (viz např. [73]) 95%-ní interval spolehlivosti. Experimentálními body byla proložena křivka tvaru exponenciály. Ze zmíněného obrázku je zřejmé, že již při malých silách  $\bar{F}_k$  vzdálenost neutrálních os nití ztlačně klesá, při větších silách  $\bar{F}_k$  se pokles s rostoucí silou zmenšuje.

Na obr.38 jsou vyneseny hodnoty  $\bar{d}$  v závislosti na přirozeném logaritmu síly  $\bar{F}_k$ , tentokrát pro všechny použité hodnoty  $\bar{F}_k$  (hodnotu  $\bar{d}$  pro nulovou sílu  $\bar{F}_k$  znázornit nelze, neboť  $\lim_{\bar{F}_k \rightarrow 0} (\ln \bar{F}_k) = -\infty$ ). Z obrázku je



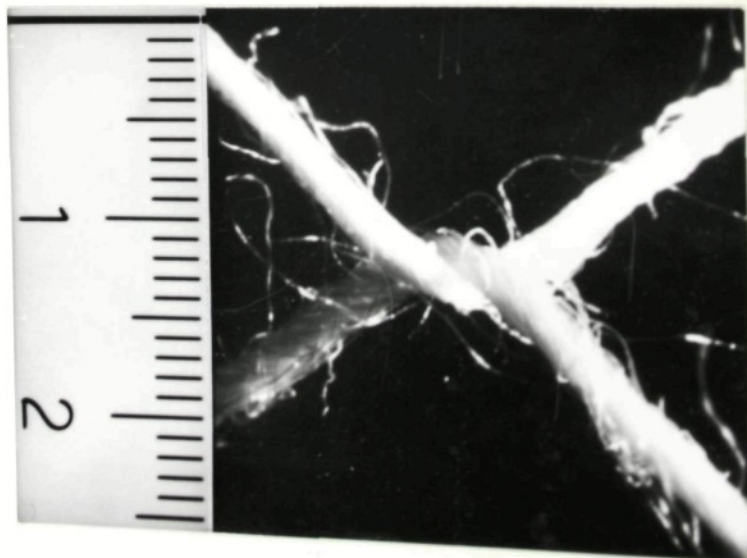
obr. 36 a  
(zploštění přízí při  $F_k = 1 \text{ mN}$ )



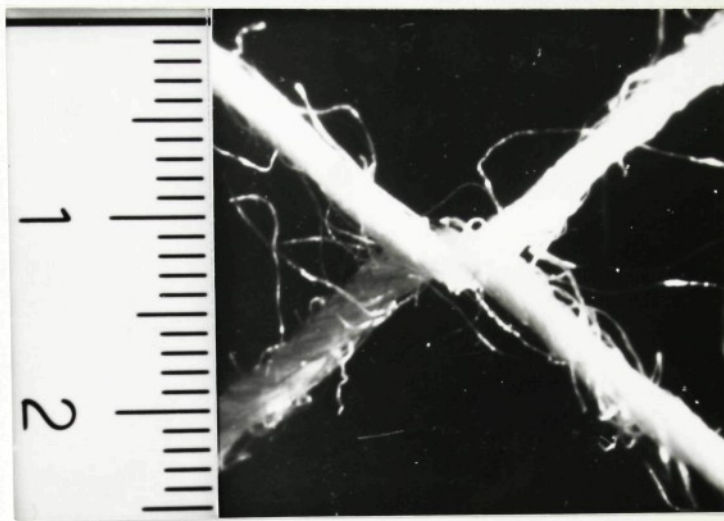
obr. 36 b  
(zploštění přízí při  $F_k = 4 \text{ mN}$ )



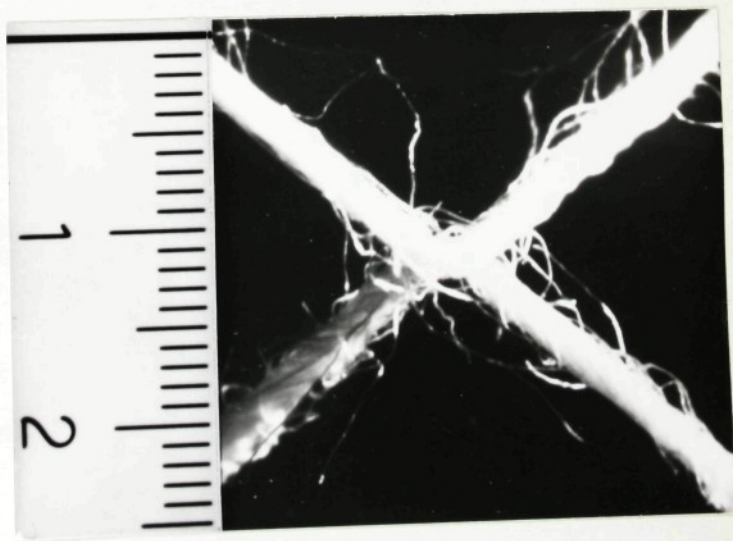
obr. 36 c  
(zploštění přízí při  $F_k = 10 \text{ mN}$ )



obr. 36 d  
(zploštění přízí při  $F_k = 50 \text{ mN}$ )



obr. 36 e  
(zploštění přízí při  $F_k = 300$  mN)



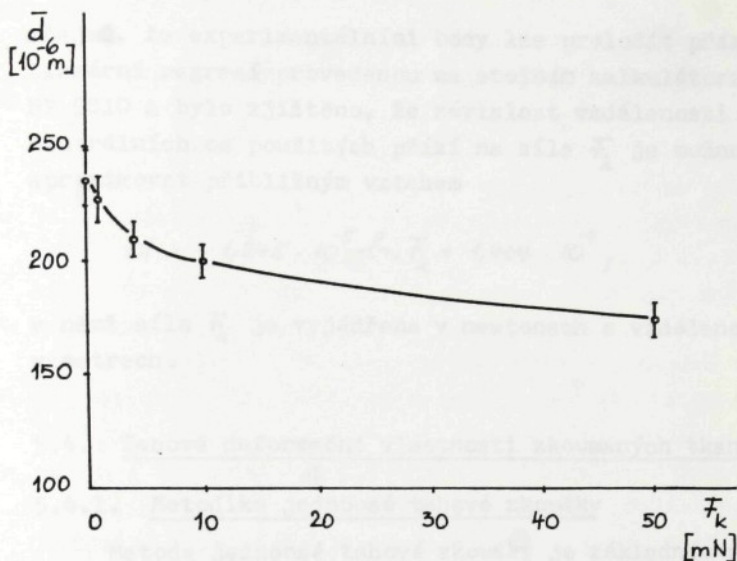
obr. 36 f  
(zploštění přízí při  $F_k = 2000$  mN)

Tabulka III

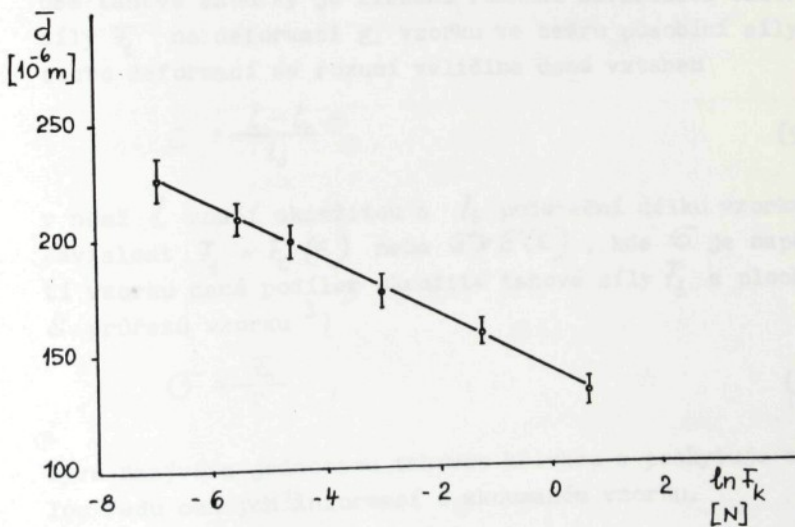
Číslo serie	Vzdálenosti $2d$ [mm] vnějších obrysů přízí v místě jejich překřížení (hodnoty jsou zvětšeny profilprojektorem) při různých silách $F_k$					
	$F_k = 1$ mN	$F_k = 4$ mN	$F_k = 10$ mN	$F_k = 50$ mN	$F_k = 300$ mN	$F_k = 2000$ mN
1	71	68	62	52	49	36
2	60	56	54	48	39	40
3	68	67	66	58	54	48
4	74	67	66	61	53	—
5	76	69	59	53	53	43
6	65	62	61	56	49	47
7	75	62	61	52	45	—
8	64	60	59	50	44	—
9	82	75	74	67	58	37
10	70	66	61	60	51	39
11	53	51	49	49	40	35
12	65	60	56	54	46	36
13	61	56	57	51	52	34
14	77	74	69	58	59	43
15	85	66	61	52	45	38
16	80	69	65	58	49	49
17	60	58	58	50	47	42
18	72	63	61	56	47	37
19	58	56	53	49	44	38
20	60	58	57	52	46	42
21	64	57	59	52	48	31
22	61	59	55	49	41	—
23	63	58	53	47	39	—
24	78	73	71	62	52	44
25	60	60	58	47	40	—
26	64	63	58	53	46	37
27	70	65	60	56	50	39
28	69	66	60	57	52	41
29	76	68	66	60	45	53
30	71	65	61	68	45	—
$\overline{2d}$ [mm]	68,4	63,2	60,3	53,4	47,6	39,8
$\overline{G_{2d}}$ [mm]	7,9	5,9	5,5	5,7	5,2	4,6

Tabulka IV

Průměrná vzdálenost $\overline{d}$ [μm] neutrálních os přízí v místě jejich překřížení (ve skutečných rozměrech) při různých silách $F_k$						
$F_k = 0$	$F_k = 1$ mN	$F_k = 4$ mN	$F_k = 10$ mN	$F_k = 50$ mN	$F_k = 300$ mN	$F_k = 2000$ mN
236	226	209	199	176	157	131
$\overline{G_{\overline{d}}} = 34$	26	20	18	18	17	15



obr.37



obr.38

zřejmé, že experimentálními body lze proložit přímkou. Lineární regresí provedenou na stolním kalkulátoru HP 9810 A bylo zjištěno, že závislost vzdálenosti  $d$  neutrálních os použitých přízí na síle  $F_k$  je možno aproximovat přibližným vztahem

$$d \doteq - 1,245 \cdot 10^5 \ln F_k + 1,404 \cdot 10^4, \quad (93)$$

v němž síla  $F_k$  je vyjádřena v newtonech a vzdálenost  $d$  v metrech.

#### 5.4. Tahově deformační vlastnosti zkoumaných tkanin

##### 5.4.1. Metodika jednoosé tahové zkoušky

Metoda jednoosé tahové zkoušky je základním a současně velmi často používaným experimentem ke zjišťování tahově deformačních vlastností nití a plošných textilií. Její princip spočívá v jednoosé tahové deformaci studovaného vzorku konstantní deformační rychlostí z počátečního stavu až do okamžiku destrukce vzorku. Cílem jednoosé tahové zkoušky je získání funkční závislosti tahové síly  $F_t$  na deformaci  $\varepsilon$  vzorku ve směru působící síly; touto deformací se rozumí veličina daná vztahem

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0}, \quad (94)$$

v němž  $l$  značí okamžitou a  $l_0$  počáteční délku vzorku. Závislost  $F_t = F_t(\varepsilon)$  nebo  $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ , kde  $\sigma$  je napětí vzorku dané podílem okamžité tahové síly  $F_t$  a plochy  $S$  průřezu vzorku <sup>1)</sup>

$$\sigma = \frac{F_t}{S}, \quad (95)$$

bývá nazývána jednoosou tahovou křivkou a poskytuje celou řadu cenných informací o zkoumaném vzorku.

K uskutečnění jednoosé tahové zkoušky bývá zvykem používat některého z komerčně vyráběných dynamometrů. SVÚT v Liberci je vybaven dynamometrem Instron (typ TM-M) s maximální silou 1000 N. Dodatečné instalování inkrementálního snímače deformace přímo na jedné z obou šroubových tyčí dynamometru a použití digitalizačního zařízení DIGIMET [6] umožňuje získávat kromě grafického záznamu též digitální záznam průběhu tahové křivky na děrné pásce (na obr.39 je detail upnutí vzorku tkaniny do čelistí dynamometru při tahové zkoušce, na obr.40 je znázorněno uspořádání digitalizačního zařízení DIGIMET (uprostřed) včetně číslicového voltmetru a děrovače děrné pásky (nahore) a stabilizovaného zdroje napětí (dole)). Děrná páska pak slouží k počítačovému zpracování tahových křivek pomocí stolního kalkulátoru HP 9810 A. Výpočetní program používaný v SVÚT k vyhodnocení tahových křivek textilií [11] zpracuje data příslušné tahové zkoušky vždy od okamžiku, kdy tahová síla na vzorku dosáhla zvolené hodnoty předpětí, a na souřadnicovém zapisovači PLOTTER nakreslí tahovou křivku v podobě spojitě, po částech lineární funkce se zvoleným konstantním krokem deformace. Po grafickém znázornění každé tahové křivky je

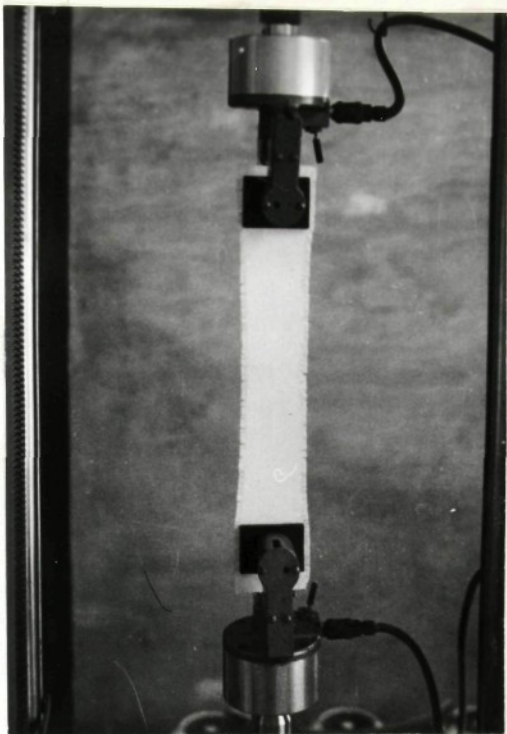
---

1) Poznámka: U textilií je obtížné určit plochu  $S$  okamžitého průřezu textilních vláken ve vzorku. Proto je zvykem vztahovat tahovou sílu na jemnost vzorku a napětí  $\sigma$  vyjadřovat v jednotkách  $[\frac{N}{tex}]$ . Snadno lze totiž ukázat, že platí vztah

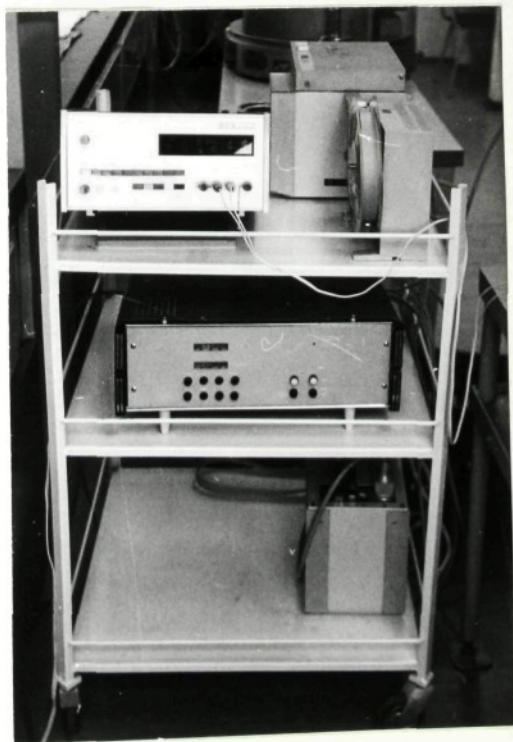
$$\sigma = \rho \cdot \sigma_{tex},$$

v němž  $\sigma$   $[\frac{N}{m^2}]$  je napětí definované rovnicí (95),  $\rho$   $[\frac{g}{cm^3}]$  měrná hmotnost daného textilního materiálu (tj. textilních vláken) a  $\sigma_{tex}$  napětí v jednotkách  $[\frac{N}{tex}]$ .





obr. 39



obr. 40

nutné rozhodnout volbou vhodného tlačítka na klávesnici kalkulátoru, zda má nebo nemá být tato křivka zařazena do dalších výpočtů. Po takovémto zpracování všech tahových křivek daného souboru textilních vzorků vypočte kalkulátor průměrné hodnoty tahových sil příslušné jednotlivým diskretním hodnotám deformace, vytiskne formou tabulky průměrnou tahovou křivku včetně průměrné pevnosti, průměrné tažnosti a směrodatných odchylek  $\sigma$  jednotlivých sil při daných deformacích a vše znázorní též graficky na PLOTTERU.

#### 5.4.2. Zjištěné tahové křivky přízí a tkanin

Od každé ze zkoumaných tkanin I, II, III bylo připraveno celkem 60 vzorků o rozměrech 300 x 58 mm, z toho 30 vzorků s delší stranou rovnoběžnou se směrem osnovy a 30 vzorků s delší stranou rovnoběžnou se směrem útku. <sup>1)</sup> Odpáráním krajových nití byly vzorky upraveny na zkušební rozměr 300 x 50 mm. Z tkanin II a III bylo dále opatrně odpáráno vždy 50 kusů osnovních přízí a 50 kusů útkových přízí o délce přibližně 500 mm.

Všechny experimentální vzorky tkanin a přízí (včetně příze tkaniny I, která byla navinuta na potáčích) byly klimatizovány po dobu 72 hodin v klimatické skříni Feutron 3001 při teplotě  $(293 \pm 2)$  K  $(tj. (20 \pm 2)^{\circ}C)$  a relativní vlhkosti vzduchu  $(65 \pm 2)\%$ .

Na dynamometru Instron byly nejprve zjištěny jednoosé tahové křivky přízí zkoumaných tkanin při teplotě  $(293 \pm 2)$  K  $(tj. (20 \pm 2)^{\circ}C)$  a relativní vlhkosti vzduchu  $(65 \pm 5)\%$ . Upínací délka přízí činila 400 mm, rychlost posunu příčnicku byla  $1,67 \cdot 10^{-3}$  m/s  $(tj. 10 \frac{cm}{min})$ .

---

<sup>1)</sup> Poznámka: Od tkaniny I bylo navíc připraveno dalších 90 vzorků s delší stranou rovnoběžnou se směrem osnovy. Tyto vzorky sloužily později k provedení některých speciálních experimentů.

Průběh tahových křivek byl zaznamenán na děrnou pásku a ta byla zpracována na stolním kalkulátoru HP 9810 A metodikou popsanou v odstavci 5.4.1.

Na obr.P1 v příloze jsou pro ilustraci znázorněny jednotlivé tahové křivky všech 50 kusů příze, z níž je vyráběna tkanina I. Z obrázků je zřejmé, že tažnosti vzorků se pohybovaly v poměrně širokém intervalu deformací od 0,040 až do 0,084. Podobně pevnosti vzorků kolísaly v intervalu sil od zhruba 3200 do přibližně 6800 impulsů (tahová síla je zde znázorněna v relativní škále dané rozsahem DIGIMETu; v daném případě odpovídalo 8660 impulsů síle 5 N, takže zmíněný interval pevností byl přibližně 1,8 až 3,9 N). Na obr.41 je pak znázorněna průměrná tahová křivka zmíněného souboru 50 vzorků příze. Pomocí dvou bodů příslušných stejné deformaci je vždy k průměrné tahové síle v daném okamžiku vymezen interval, určený touto průměrnou silou zvětšenou a zmenšenou o směrodatnou odchylku  $\sigma$ . Kříž, který je na obrázku zobrazen, má svůj střed v bodě odpovídajícím průměrné tažnosti a průměrné pevnosti souboru přízí, vzdálenosti koncových bodů na obou ramenech kříže od středu kříže znázorňují pak intervaly dané směrodatnými odchylkami průměrné tažnosti a průměrné pevnosti souboru přízí. Průměrné tahové křivky přízí z tkanin II a III jsou znázorněny na obrázcích 42a, b, 43a, b.

Za stejných podmínek teploty a relativní vlhkosti vzduchu byly pak na dynamometru Instron zjištěny jednoosé tahové křivky vzorků tkanin I, II, III. Upínací délka vzorků činila 200 mm, rychlost posuvu příčnicku byla  $8,33 \cdot 10^{-4}$  m/s (tj. 5 cm/min).

Na obr.P2 v příloze jsou opět pro ilustraci znázorněny jednotlivé tahové křivky všech 30 vzorků tkaniny I ve směru osnovy. Průměrné tahové křivky vzorků tkanin I, II, III jsou pak uvedeny na obrázcích 44a, b, 45a, b, 46a, b.

Aby bylo zjištěno, jaký vliv na jednoosou tahovou křivku zkoumaných tkanin má deformační rychlost použita při tahové zkoušce, byly na závěr provedeny 3 speciální experimenty: 30 vzorků tkaniny I s delší stranou rovnoběžnou se směrem osnovy bylo deformováno tahem až do přetrhu za jinak stejných podmínek jako při předchozích experimentech, avšak deformační rychlostí

$8,33 \cdot 10^{-6}$  m/s (tj. 0,05 cm/min), tentýž počet pak deformační rychlostí  $8,33 \cdot 10^{-5}$  m/s (tj. 0,5 cm/min) a konečně stejný počet deformační rychlostí  $8,33 \cdot 10^{-3}$  m/s

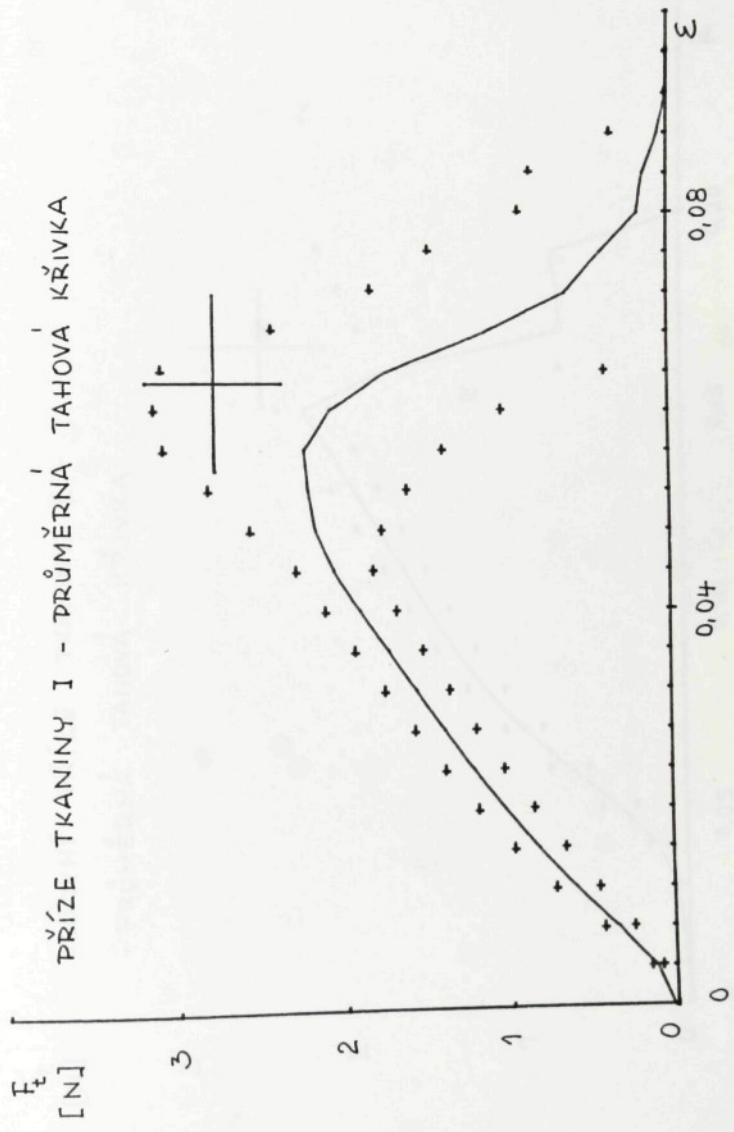
(tj. 50 cm/min). Průměrné tahové křivky tkaniny I získané z těchto tří experimentů jsou uvedeny na obrázcích P3 až P5 v příloze. Ze znázornění těchto průměrných tahových křivek tkaniny I (včetně průměrné tahové křivky této tkaniny získané při původní deformační rychlosti

$8,33 \cdot 10^{-4}$  m/s (tj. 5 cm/min)) do jediného obrázku (viz obr.47) je zřejmé, že změna deformační rychlosti v rozsahu 3 řádů nezpůsobuje u tkaniny I ve směru osnovních přízí podstatné změny jednoosých tahových křivek. Při vzrůstu deformační rychlosti mezi  $8,33 \cdot 10^{-6}$  m/s

(tj. 0,05 cm/min) a  $8,33 \cdot 10^{-4}$  m/s (tj. 5 cm/min) nastává posun tahové křivky směrem k větším hodnotám deformace (tažnost vzorků se zvětšuje přibližně o hodnotu  $\epsilon = 0,045$ ) a současně mírně vzrůstá pevnost vzorků (z hodnot kolem 300 N na zhruba 340 N). Další vzrůst deformační rychlosti o 1 řád však již vede opět k posunu tahové křivky zpět k menším hodnotám deformace a také pevnost vzorků mírně klesá.

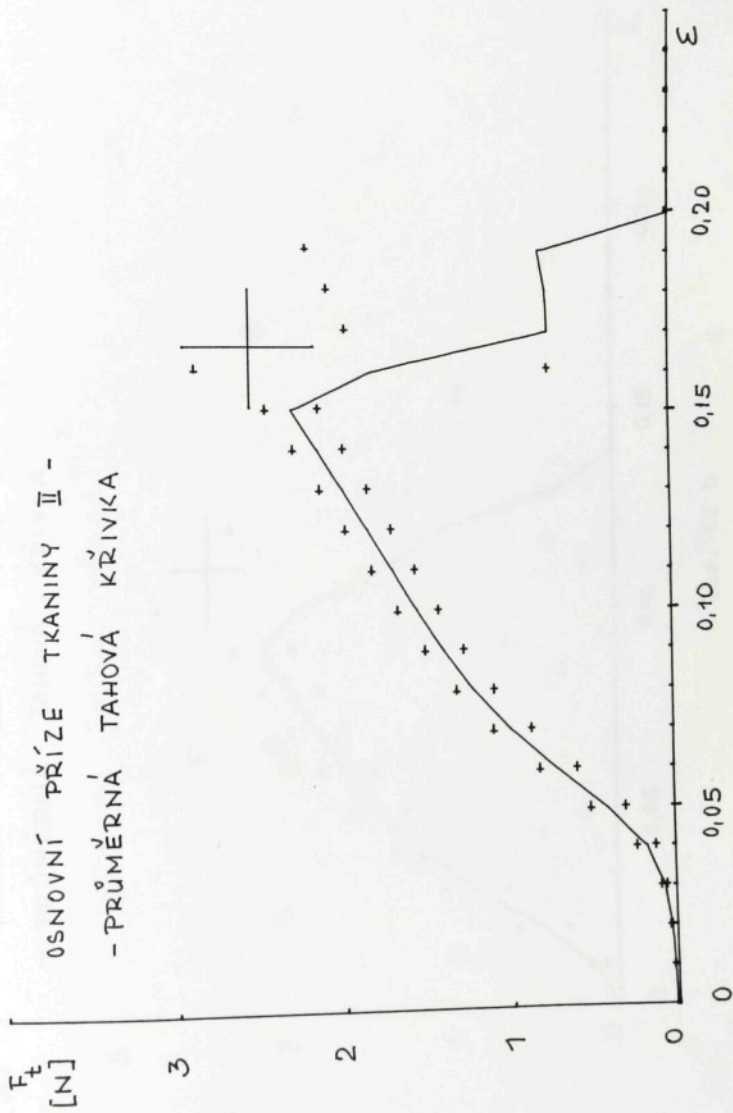
Nakonec je třeba ještě doplnit, že vzorky přízí i tkanin byly při tahových zkouškách upínány do čelistí dynamometru nepředpjaté (dokonce spíše mírně volné). Teprve při počítačovém zpracování tahových křivek bylo kalkulátoru zadáváno jisté předpětí. Snahou autora bylo získat tahové křivky včetně jejich počátečních prů-



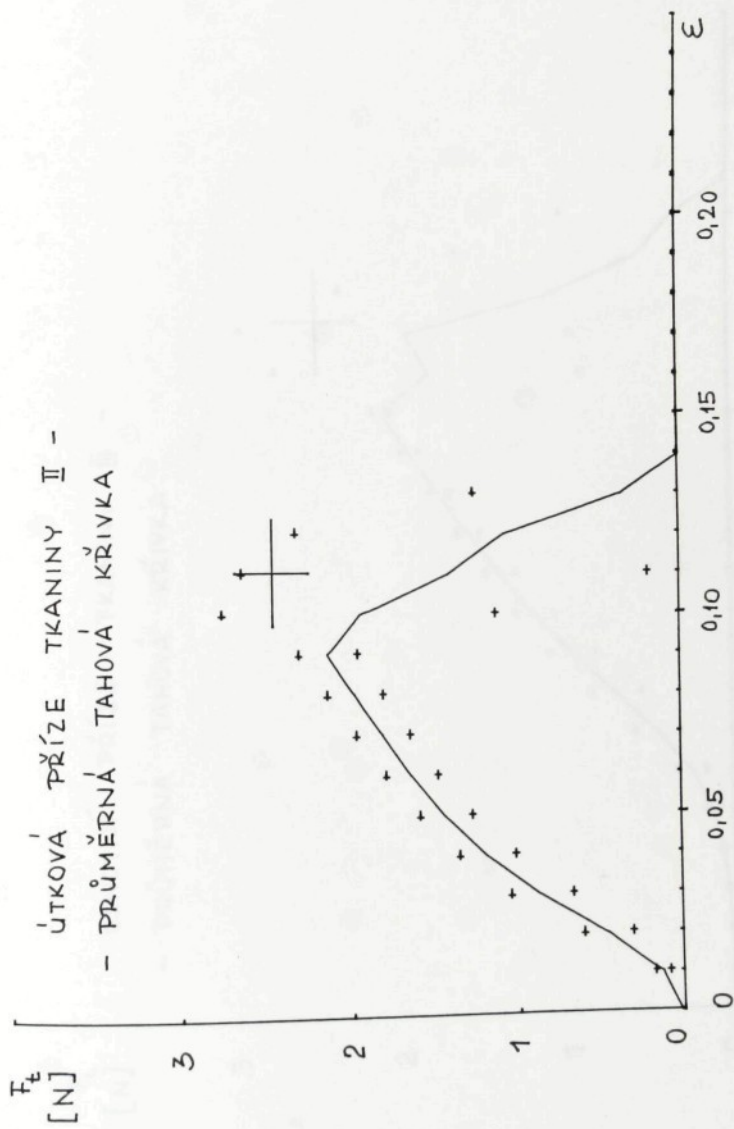


obr. 41

OSNOVNÍ PŘÍZE TKANINY II -  
- PRŮMĚRNÁ TAHOVÁ KŘIVKA

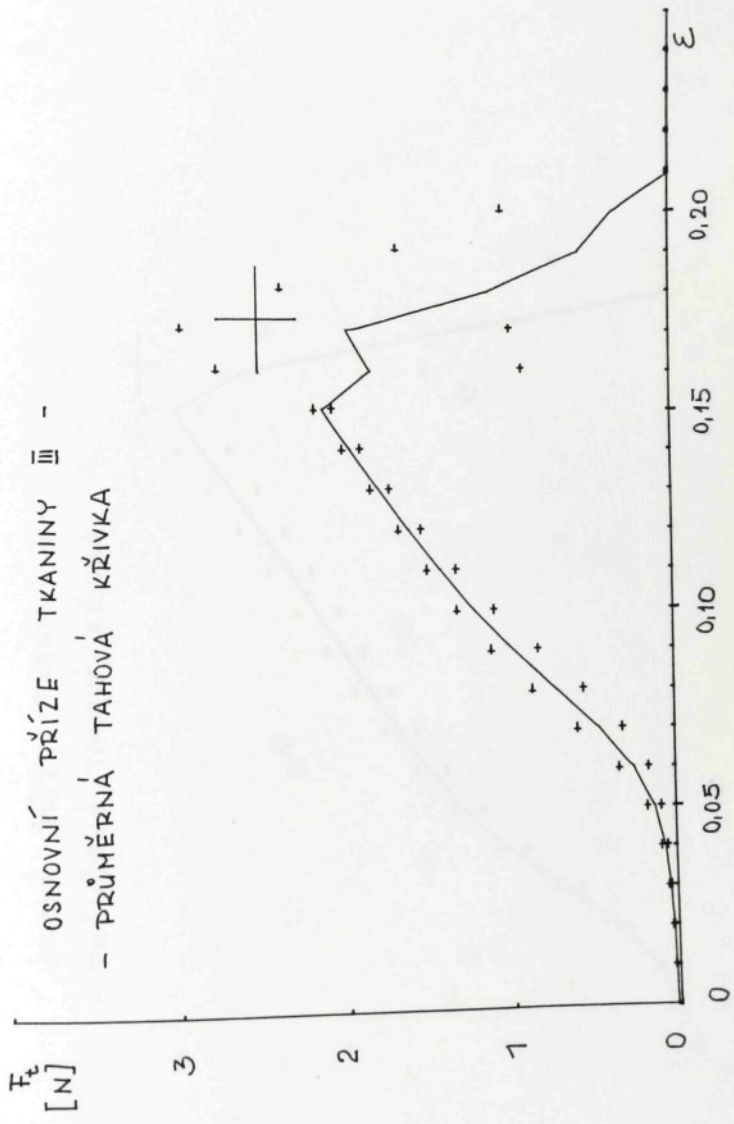


obr. 42 a

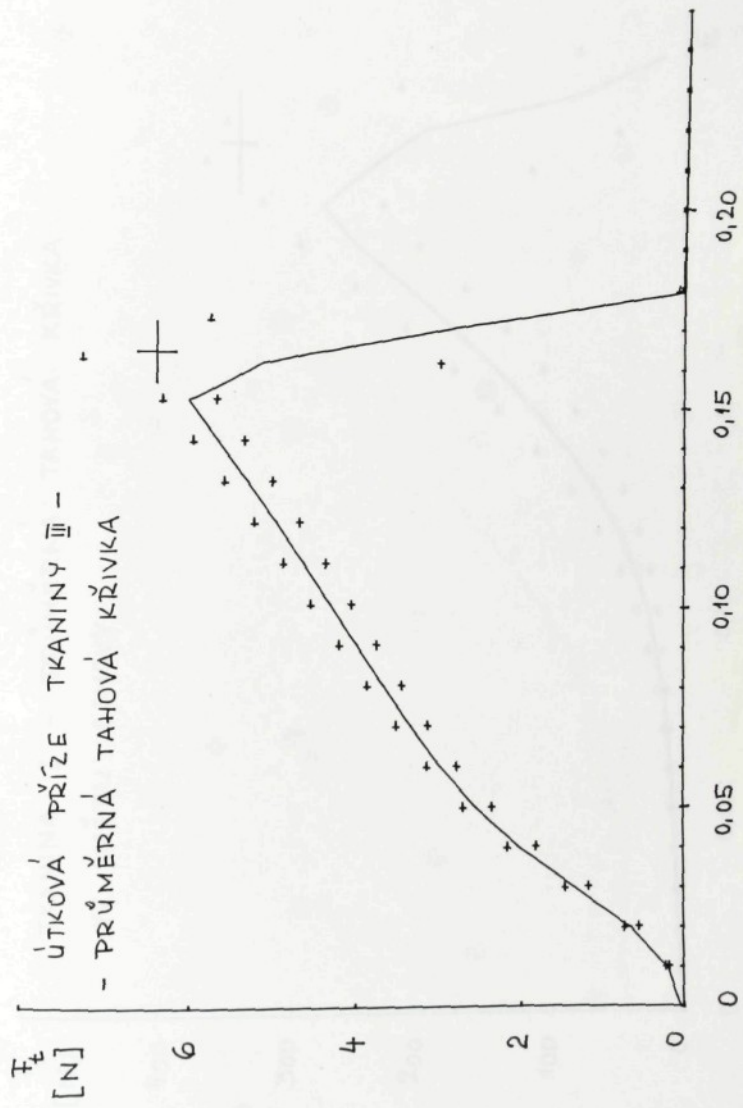


obr. 42 b



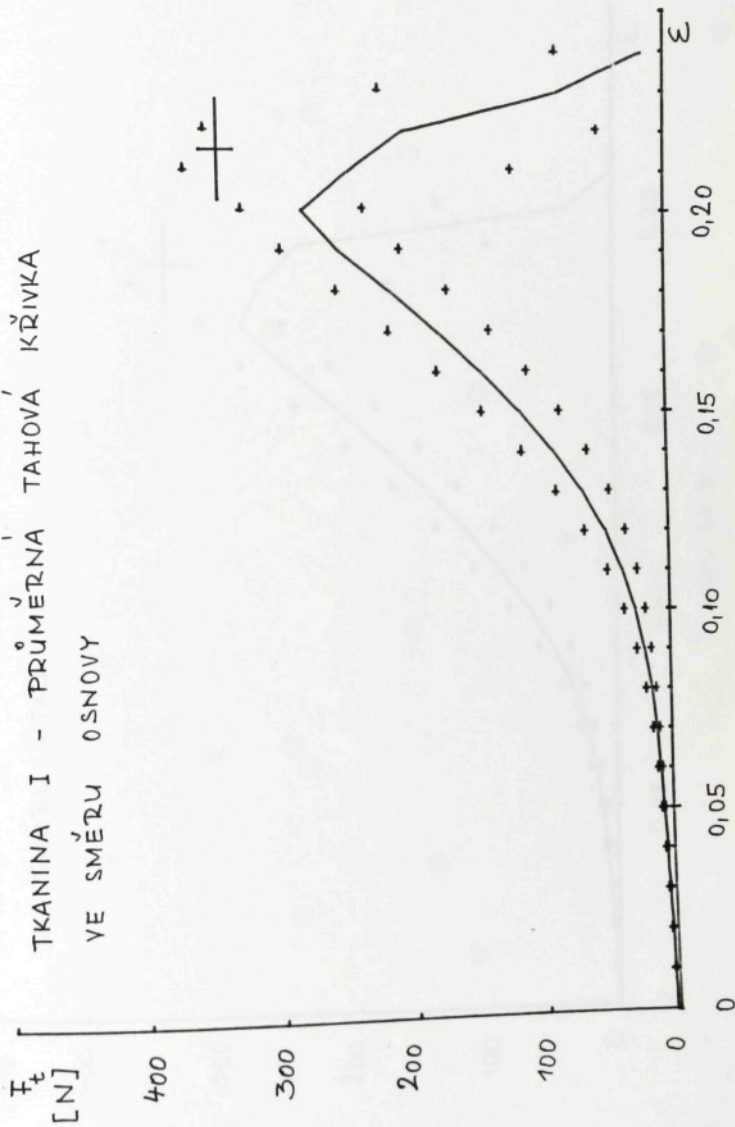


obr. 43 a

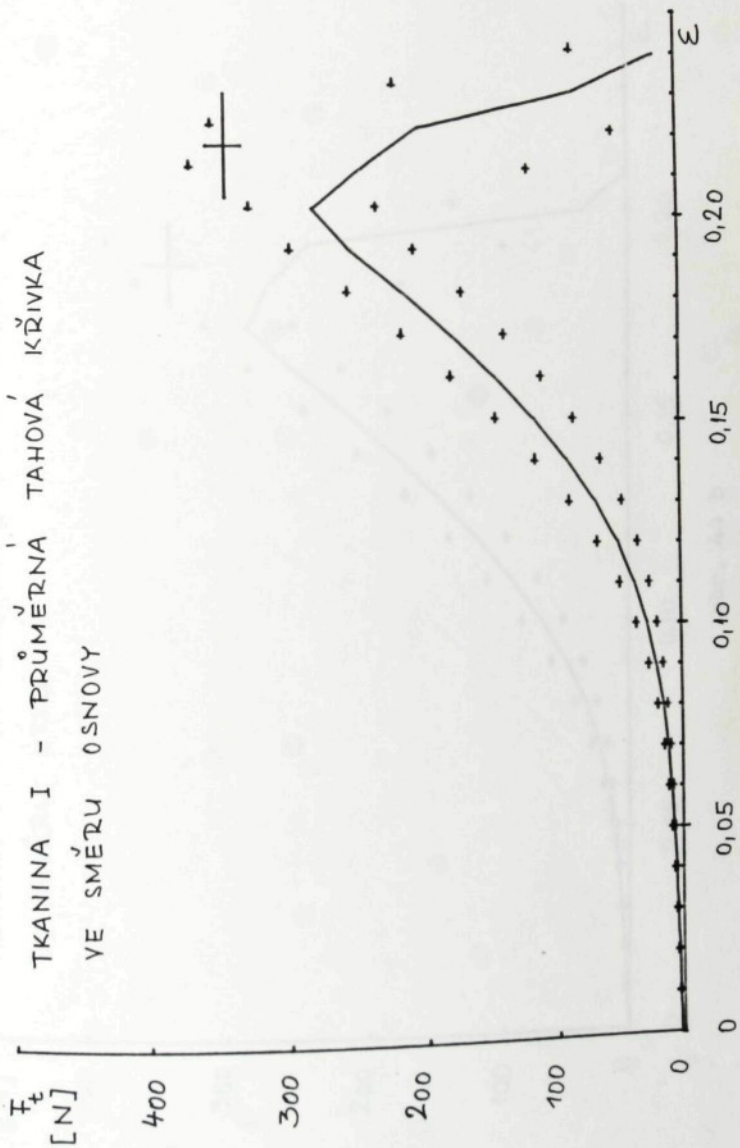


obr. 43 b

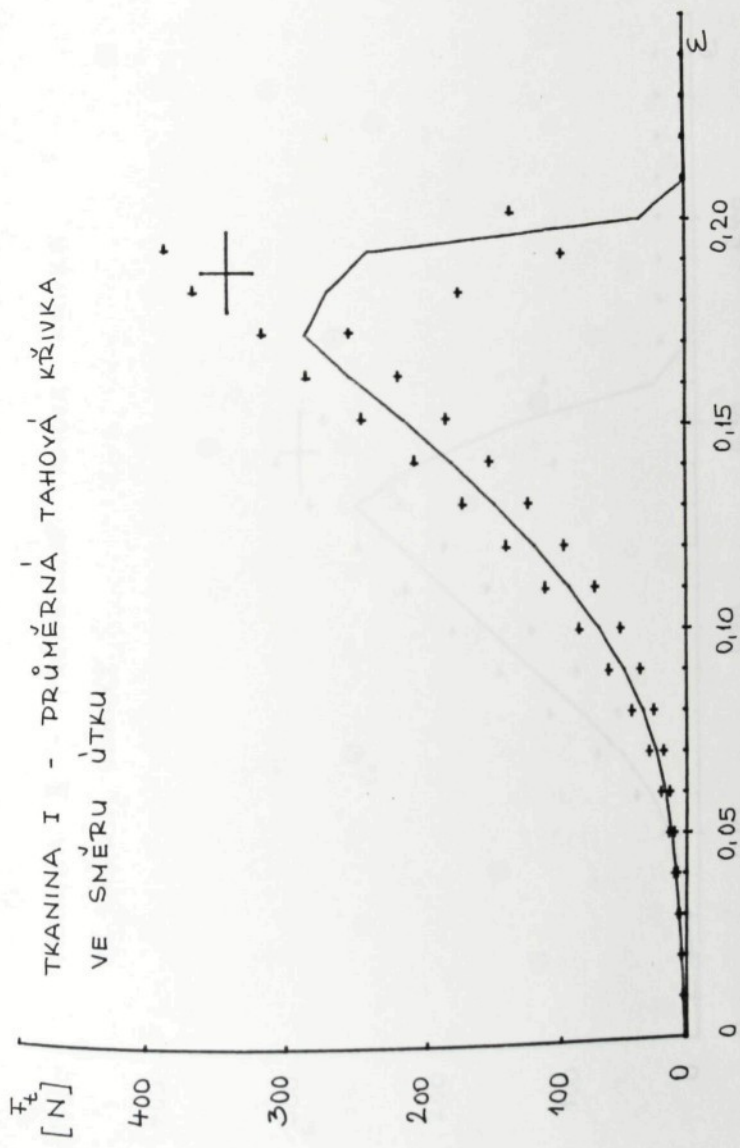
TKANINA I - PRŮMĚRNÁ TAHOVÁ KŘIVKA  
VE SMĚRU OSNOVY



TKANINA I - PRŮMĚRNÁ TAHOVÁ KŘIVKA  
VE SMĚRU OSNOVY

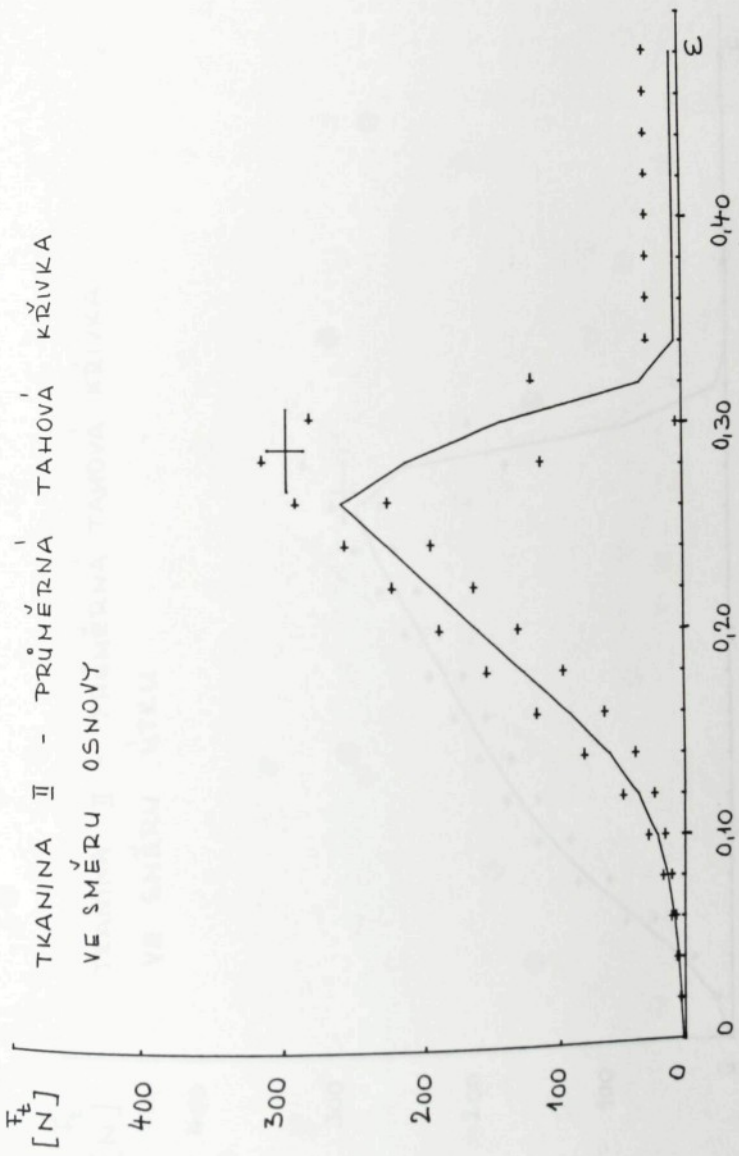


obr. 44 a



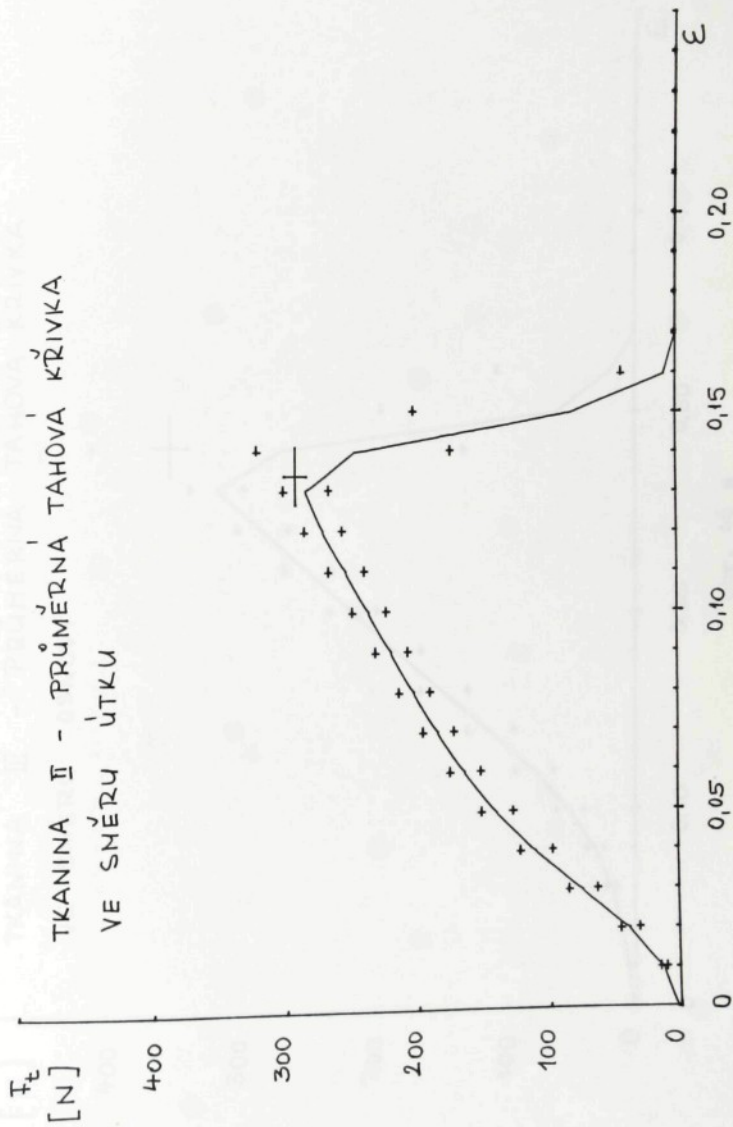
obr. 44 b

TKANINA II - PRŮMĚRNÁ TAHOVÁ KŘIVKA  
 VE SMĚRU OSNOVY

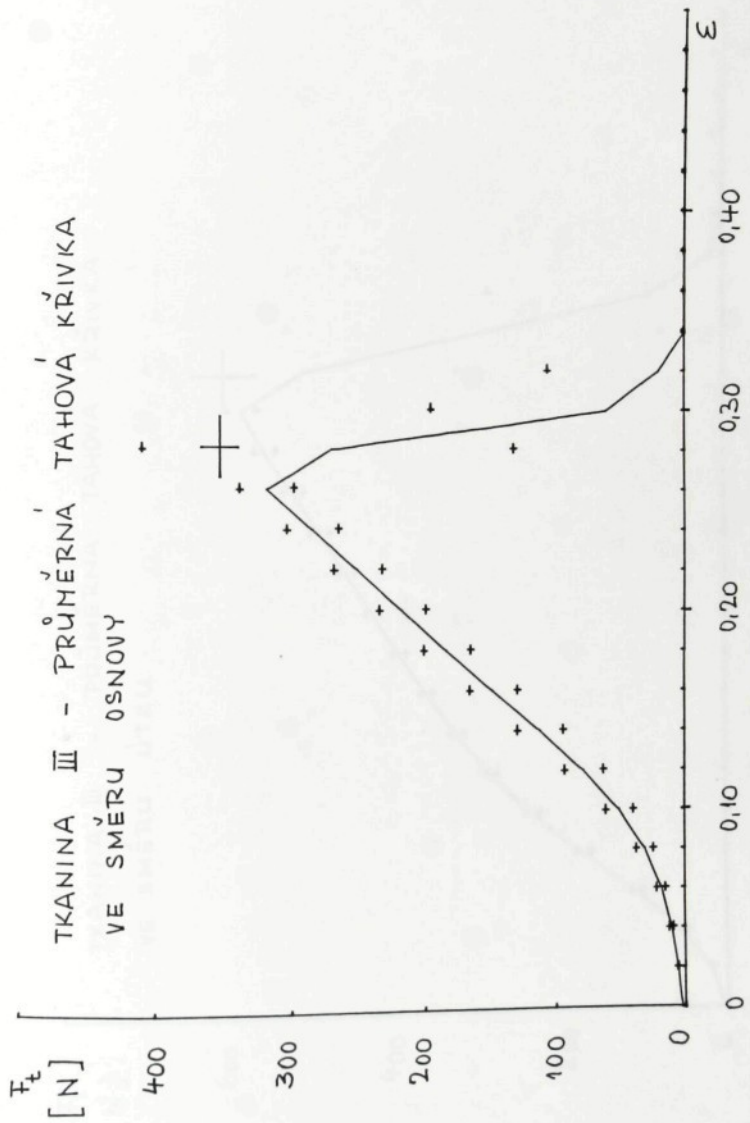


obr. 45 a

TKANINA II - PRŮMĚRNÁ TAHOVÁ KŘIVKA  
VE SMĚRU ÚTKU



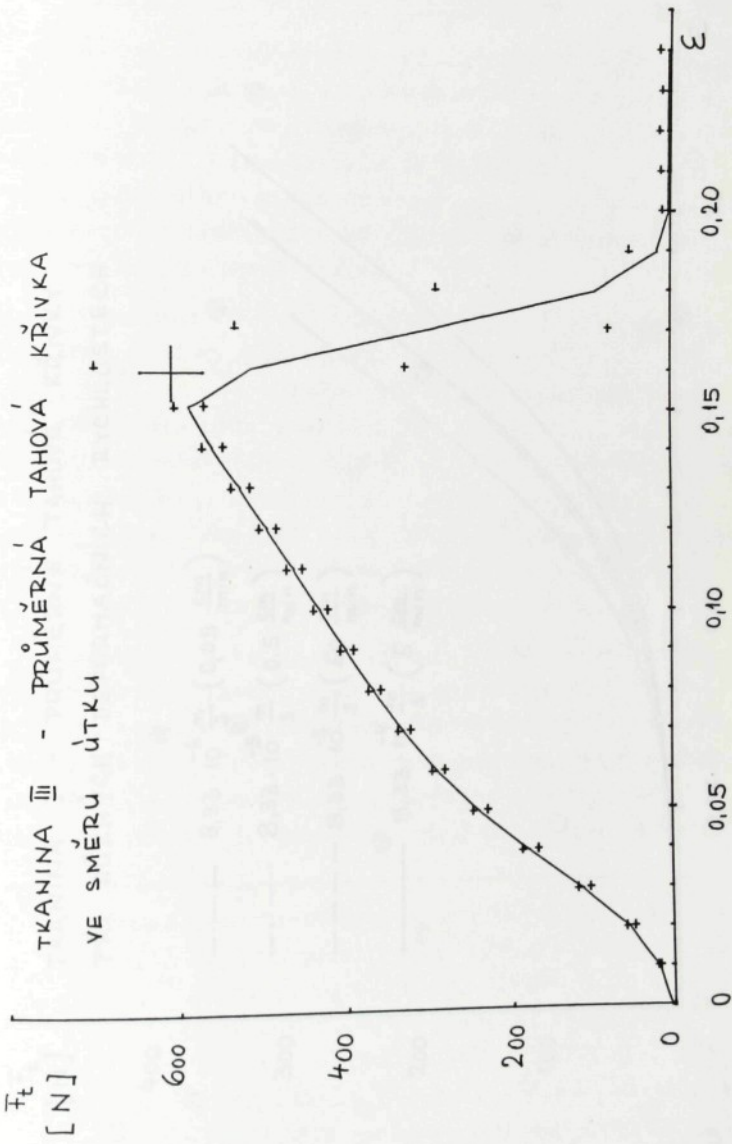
TKANINA III - PRŮMĚRNÁ TAHOVÁ KŘIVKA  
VE SMĚRU OSNOVY



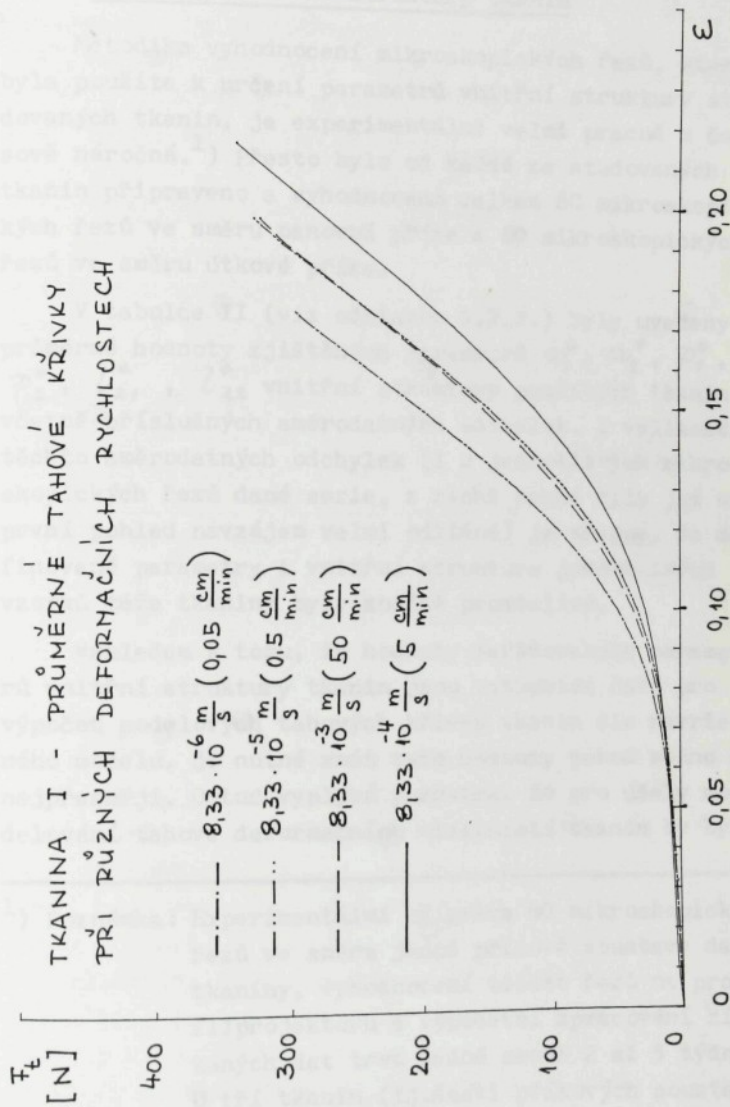
obr. 46 a



TKANINA III - PRŮMĚRNÁ TAHOVÁ KŘIVKA  
VE SMĚRU ÚTKU



TKANINA I - PRŮMĚRNÉ TAHOVÉ KŘIVKY  
PŘI RŮZNÝCH DEFORMAČNÍCH RYCHLOSTECH



## 6. DISKUSE ZJIŠTĚNÝCH VÝSLEDKŮ A VÝPOČET MODELOVÝCH TAHOVÝCH KŘÍVEK TKANIN

### 6.1. Parametry vnitřní struktury tkanin

Metodika vyhodnocení mikroskopických řezů, která byla použita k určení parametrů vnitřní struktury studovaných tkanin, je experimentálně velmi pracná a časově náročná.<sup>1)</sup> Přesto bylo od každé ze studovaných tkanin připraveno a vyhodnoceno celkem 60 mikroskopických řezů ve směru osnovní příze a 60 mikroskopických řezů ve směru útkové příze.

V tabulce II (viz odstavec 5.2.2.) byly uvedeny průměrné hodnoty zjištěných parametrů  $a_1^*$ ,  $a_2^*$ ,  $p_1^*$ ,  $p_2^*$ ,  $l_{21}^*$ ,  $l_{22}^*$  vnitřní struktury použitých tkanin včetně příslušných směrodatných odchylek. Z velikostí těchto směrodatných odchylek (i z jednotlivých mikroskopických řezů dané serie, z nichž mnohé byly již na první pohled navzájem velmi odlišné) je zřejmé, že definované parametry i vnitřní struktura jednotlivých vzorků téže tkaniny byly značně proměnlivé.

Vzhledem k tomu, že hodnoty definovaných parametrů vnitřní struktury tkanin jsou vstupními daty pro výpočet modelových tahových křivek tkanin dle navrženého modelu, je nutné znát tyto hodnoty pokud možno co nejpřesněji. Odtud vyplývá poznatek, že pro účely modelování tahově deformačních vlastností tkanin by bylo

---

<sup>1)</sup> Poznámka: Experimentální příprava 60 mikroskopických řezů ve směru jedné přízové soustavy dané tkaniny, vyhodnocení těchto řezů na profilprojektoru a výpočetní zpracování získaných dat trvá jedné osobě 2 až 3 týdny. U tří tkanin (tj. šesti přízových soustav) představuje provedení a vyhodnocení takového experimentu práci po dobu přibližně 3 až 4 měsíců.

potřebné připravit a vyhodnotit ve směru každé přízové soustavy mnohem větší počet (řádově několik set) mikroskopických řezů. Protože časové nároky na takový experiment by byly značně vysoké, je tento postup problematický. Další možností by bylo hledat jiný způsob, jak zjišťovat parametry vnitřní struktury tkanin bez použití techniky mikroskopických řezů. Autorovi práce však takový způsob není znám.

## 6.2. Zplošťování nití při vzájemném kontaktu

Experimentální metoda navržená autorem k určení závislosti zploštění dvou překřížených přízí na vzájemné kolmé síle působící mezi nimi (viz odstavec 5.3.1.) je schopna zachytit zploštění přízí v diskrétních časových okamžicích při použitém režimu silového namáhání. Tento režim je ovšem velmi složitý: od okamžiku zavěšení prvních dvou závaží na volné konce obou přízí nastává napěťová relaxace přízí, jejíž průběh je závislý na viskoelastických vlastnostech přízí. Také zploštění přízí v místě jejich překřížení je funkcí času (při experimentech bylo možno pozorovat přímo na matnici fotonpřístroje, že zploštění přízí se postupně zvětšuje, přičemž největší změna nastává krátce po zavěšení závaží). Po uplynutí 2 minut byla přidána další dvě závaží a od tohoto okamžiku probíhala další napěťová relaxace přízí, avšak při větším napětí, atd. Použitý způsob zatěžování přízí lze tedy charakterizovat jako systém postupně prováděných napěťových relaxací přízí při vzrůstajících hodnotách napětí. Tomuto režimu zřejmě také odpovídá časový průběh zploštění přízí v místě jejich překřížení. Vzhledem k této časové závislosti zploštění byly právě voleny pravidelné časové okamžiky (1, 3, 5, 7, 9 a 11 minut od začátku experimentu) pro exponování snímků.

Zjištěný exponenciální pokles vzdálenosti neutrálních os přízí s rostoucí silou  $F_k$  (viz obr.37, 38

a rovnice (93)) lze vysvětlit postupným přibližováním a změnou polohy vláken v silově namáhaném příčném průřezu příze. Postupné ustalování tohoto poklesu při větších hodnotách síly  $F_k$  je zřejmě způsobeno vzrůstajícím počtem vzájemných kontaktů mezi vlákny, kdy vlákna zaujímají stále těsnější uspořádání v přízi. Zjištěná závislost (93) je v poměrně dobrém soulase s experimenty provedenými R.Kovářem [65] při trochu odlišném uspořádání přízi. R.Kovář aproximoval nalezenou závislost funkcí typu

$$2d = \frac{K_1}{1 + K_2 \cdot F_k^k} + K_4, \quad (96)$$

kde  $K_1$ , až  $K_4$  jsou konstanty.

Při navrženém experimentálním uspořádání je vzájemná poloha obou přízí stále stejná ( $\alpha \approx 30^\circ$ ), zatímco při tahové deformaci tkaniny se příslušné úhly postupně mění. Přesto lze vyslovit předpoklad, že alespoň v počátečních tahové deformace tkaniny nastává v jejích vazných bodech obdobná deformace průřezu přízi jako u navržené experimentální metody.

### 6.3. Tahové křivky přízí a tkanin

U dynamometru Instron používaného v SVÚT v Liberci je pravidelně zjišťována přesnost přístroje metodikou dle [71], a to včetně digitalizačního zařízení DIGIMET. Při poslední kontrole dynamometru bylo zjištěno, že na všech silových rozsazích je relativní chyba síly vyděrované na děrnou pásku menší než 1%. Protože tahové křivky jednotlivých vzorků přízí byly zjišťovány při rozsahu 5 N (u útkových přízí tkaniny III byl rozsah 10 N), jsou tyto tahové křivky zatíženy absolutní chybou menší než 0,05 N (útkové příze tkaniny III absolutní chybou menší než 0,1 N). Tahové křivky jednotlivých vzorků tkanin byly zjišťovány při

rozsahu 500 N (u vzorků tkaniny III ve směru útku byl rozsah 1000 N), takže absolutní chyba těchto tahových křivek je menší než 5 N (u vzorků tkaniny III ve směru útku menší než 10 N). Tahové křivky jednotlivých vzorků téže příze nebo téže tkaniny se při stejných deformacích navzájem liší o mnohem větší hodnoty tahových sil, než jaké byly výše uvedeny. Příčinou této skutečnosti jsou však již rozdílné tahové deformační vlastnosti jednotlivých náhodně vybraných vzorků téže příze nebo téže tkaniny. Proto byla zjišťována vždy průměrná tahová křivka pro daný soubor náhodně vybraných vzorků téže příze nebo téže tkaniny.

Ze speciálních experimentů diskutovaných v odstavci 5.4.2. vyplynulo, že změnou deformační rychlosti dynamometru v rozsahu 3 řádů nedochází u vzorků tkaniny I ve směru osnovních přízí k podstatnějším změnám jednoosých tahových křivek. Vzhledem k této skutečnosti je možno u tkaniny I ve směru osnovy zanedbat rozdíly tahových křivek způsobené různou deformační rychlostí připadající na jednotku délky samotné příze a jednotku délky příze zatkané v tkanině (i při použití téže deformační rychlosti na jednotku délky samotné příze a na jednotku délky tkaniny totiž vychází vlivem zvlnění příze v tkanině deformační rychlost vztažená na jednotku délky příze zatkané v tkanině nepatrně menší). Stejně zanedbání provedeme též u útkového směru tkaniny I a u osnovního i útkového směru tkanin II a III.

#### 6.4. Výpočet modelových tahových křivek tkanin a jejich porovnání s experimentálně zjištěnými tahovými křivkami

---

Formulovaný tahově deformační model tkaniny předpokládá, že tahové křivky osnovních i útkových přízí této tkaniny mají průběh shodný s jedním z typů znázorněných na obr.5a až 5d (viz odstavec 4.1.1.2.).

V příloze v tabulce P I jsou uvedeny průběhy experimentálně zjištěných průměrných tahových křivek přízí jednotlivých tkanin, jak byly spočteny počítačem (jedná se o tabulkově vyjádřené tahové křivky z obrázků 41, 42a, b, 43a, b). Je třeba podotknout, že jednotlivé body tahových křivek odpovídají průměrným hodnotám tahových sil daného souboru 50 vzorků téže příze vždy pouze do deformace, při níž v daném souboru nastal přetrh první příze. Od této deformace výše je totiž průměrná tahová křivka spočtená počítačem již ovlivněna postupně praskajícími přízemi. Proto byla každá průměrná tahová křivka od této deformace výše extrapolována již lineární závislostí směřující do bodu průměrné tažnosti a pevnosti celého souboru přízí. V tabulce P I jsou uvedeny též směrnice lineárních úseků průměrných tahových křivek mezi jednotlivými spočtenými body (tahové křivky jsou uvažovány v podobě spojitých, po částech lineárních funkcí). Z hodnot těchto směrnic je zřejmé, že průměrná tahová křivka příze tkaniny I je typu znázorněného na obr.5d, tj. jedná se o tahovou křivku s "jedním inflexním bodem" <sup>1)</sup> (směrnice nejprve roste, pak klesá), zatímco průměrné tahové křivky ostatních přízí mají tvar odlišný od typů znázorněných na obr.5a až 5d. Za účelem splnění předpokladů navrhovaného modelu byly proto silové souřadnice některých bodů těchto průměrných tahových křivek trochu pozměněny. Provedené změny jsou relativně malé vzhledem ke směrodatným odchýlkám sil při daných deformacích a vedou k tahovým křivkám s "jedním inflexním bodem", jak je zřejmé z tabulky P I.

---

<sup>1)</sup> Poznámka: Pojem inflexního bodu nemá u tahové křivky uvažované v podobě spojitě, po částech lineární funkce smysl. Proto je tento pojem uveden v uvozovkách a je jím míněna pouze analogie s hladkou křivkou.

Předpokládejme, že u všech přízí ze studovaných tkanin lze ztotožnit geometrickou osu s neutrální osou. Předpokládejme dále, že experiment popsaný v odstavcích 5.3.1. a 5.3.2. vystihuje z hlediska geometrie i působících sil podmínky, které existují ve vazných bodech studovaných tkanin při jejich jednoosém tahovém namáhání. Pak závislost znázorněná na obr.37, 38 představuje pokles vzdálenosti  $d$  neutrálních os přízí ve vazných bodech tkaniny I při rostoucí kolmé síle  $F_k$ . Předpokládejme, že též v tkaninách II a III nastává při rostoucí síle  $F_k$  podobný pokles vzdálenosti  $d$  neutrálních os přízí ve vazných bodech a že poměr okamžité vzdálenosti  $d$  při určité síle  $F_k$  a původní vzdálenosti  $d_0$  při nulové síle  $F_k$ <sup>1)</sup> je u těchto tkanin stejný jako tentýž poměr u tkaniny I. Pak při splnění též ostatních předpokladů (viz předpoklady 1, 3, 4, 5, 7, 8 uvedené v odstavci 4.1.1.7.) lze vypočítat jednoosé modelové tahové křivky studovaných tkanin podle navrženého tahové deformačního modelu.

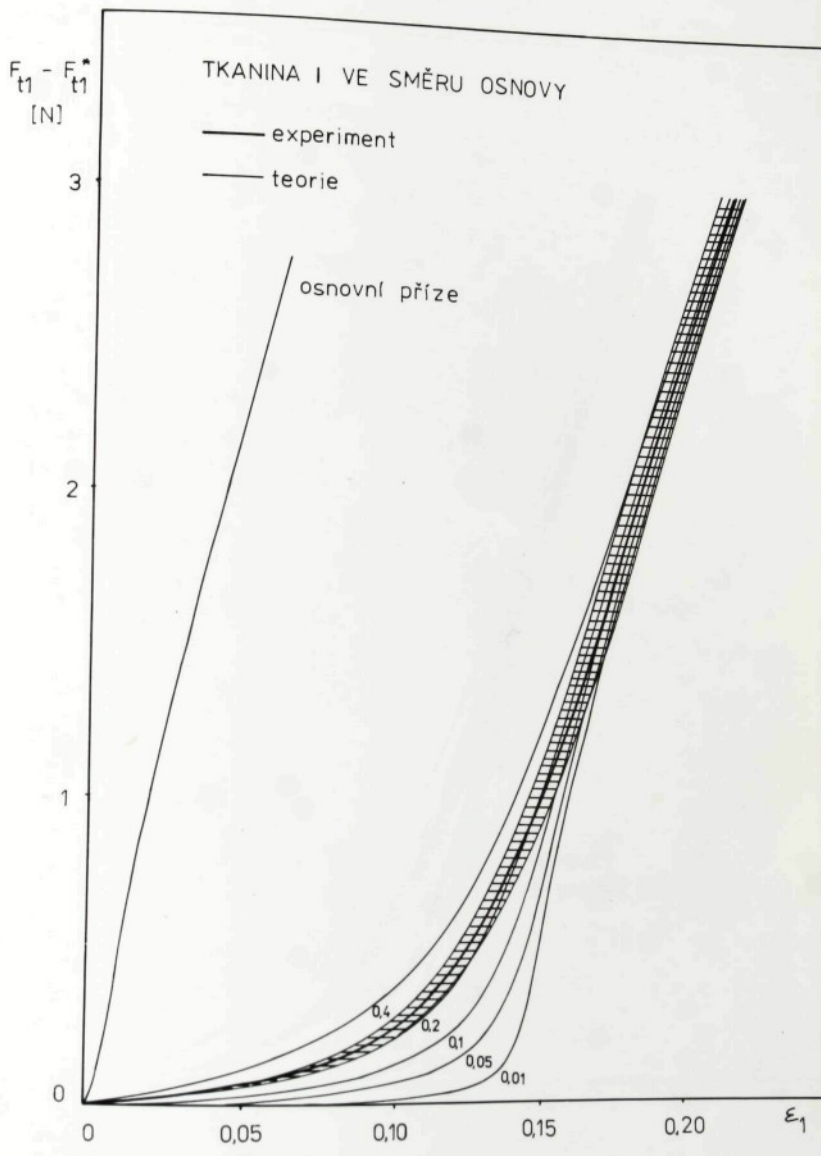
Na obrázcích 48a, b, 49a, b a 50a, b jsou znázorněny slabými čarami modelové tahové křivky tkanin I, II, III, spočtené pro požadovanou přesnost  $\eta = 10^{-3}$  na stolním kalkulátoru HP 9810 A pro různé hodnoty hypotetické tahové síly  $F_{t2}^* = C$  (tyto hodnoty jsou uvedeny pouze číslem, tj. bez jednotek, jimiž jsou newtony, u každé modelové křivky). K výpočtu modelových tahových křivek byly použity úvodní a hlavní program, jejichž výpisy jsou v přílohách I a II této práce. Silnější čarou jsou na obrázcích 48 až 50 uvedeny experimentálně zjištěné průměrné tahové křivky těchto tkanin vztažené vždy

---

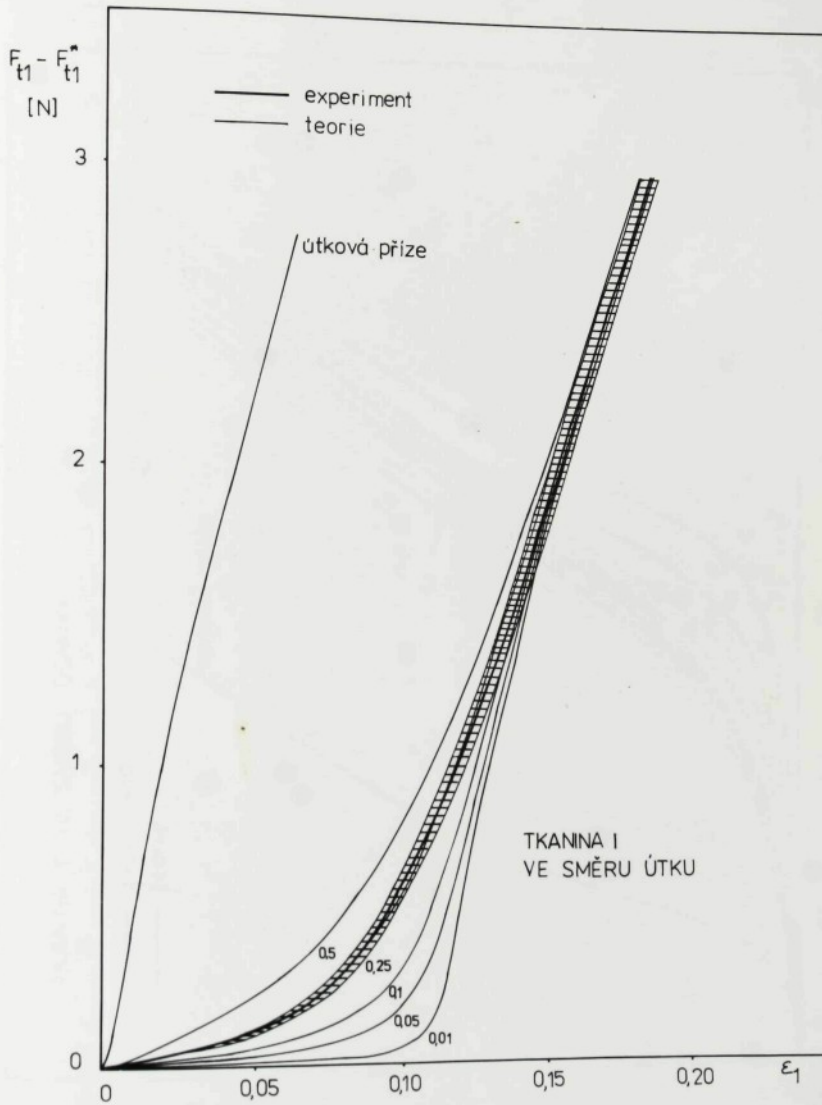
<sup>1)</sup> Poznámka: Podle rovnice (1) a podle zavedeného značení platí pro vzdálenost  $d_0$  neutrálních os přízí vztah

$$d_0 = a_1^* + a_2^* .$$

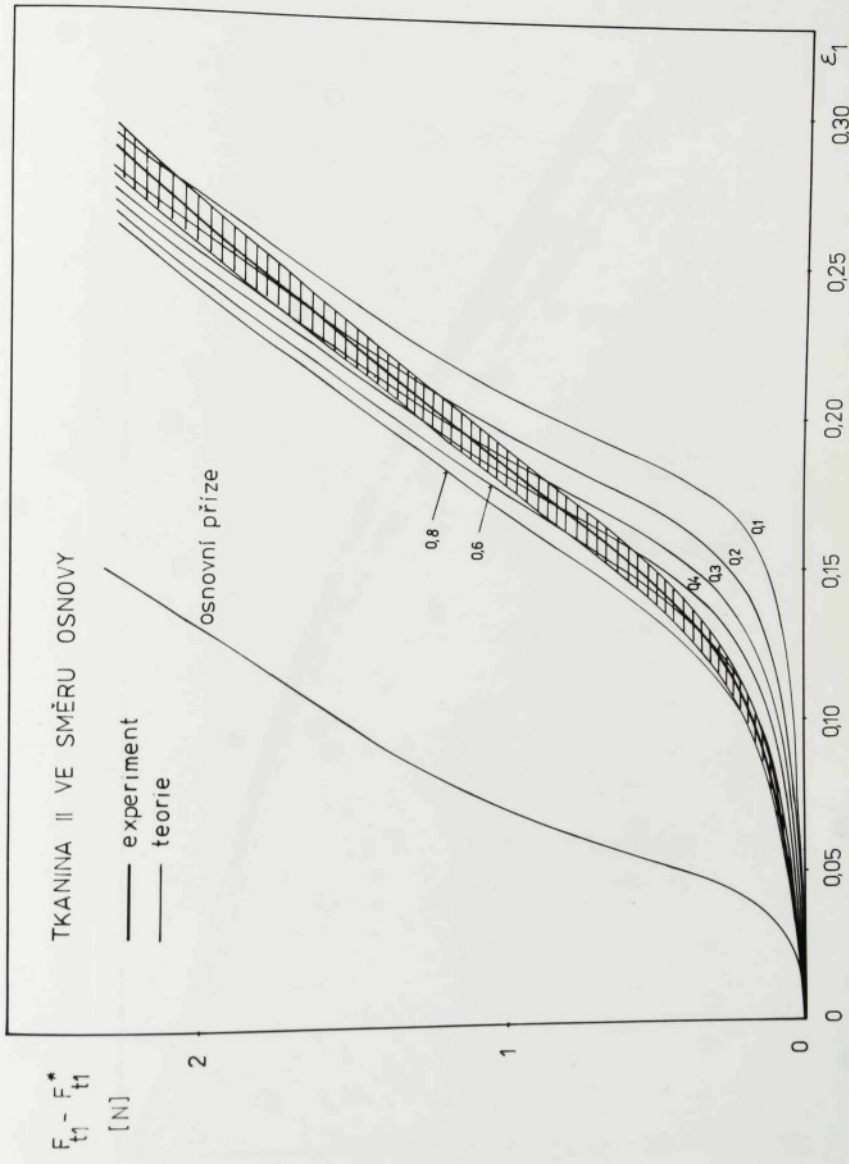




obr. 48 a



obr. 48 b



obr. 49 a

$F_{t1} - F_{t1}^*$   
[N]

TKANINA II VE SMĚRU ÚTKU

3

0,02

0,01

0,05

útková příze

2

1

— experiment  
— teorie

0,05

0,01

0

0

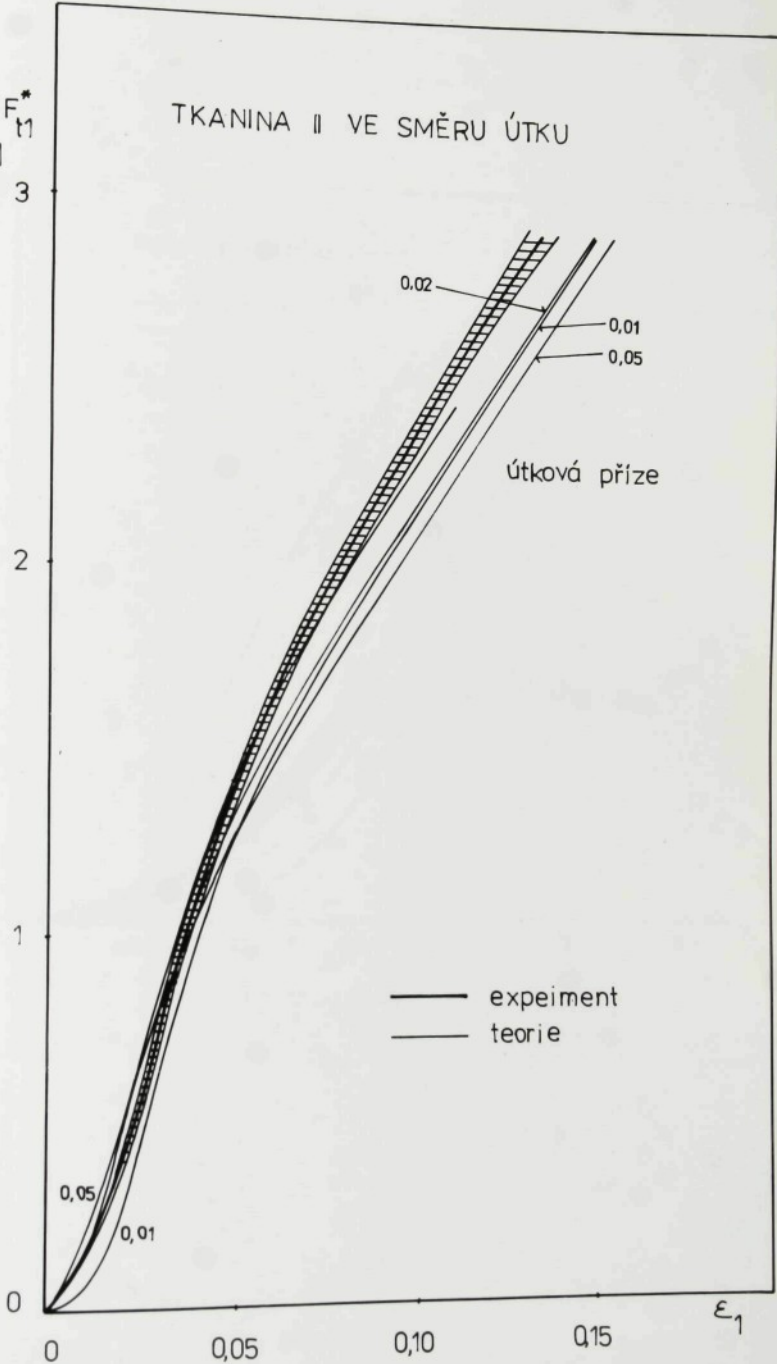
0,05

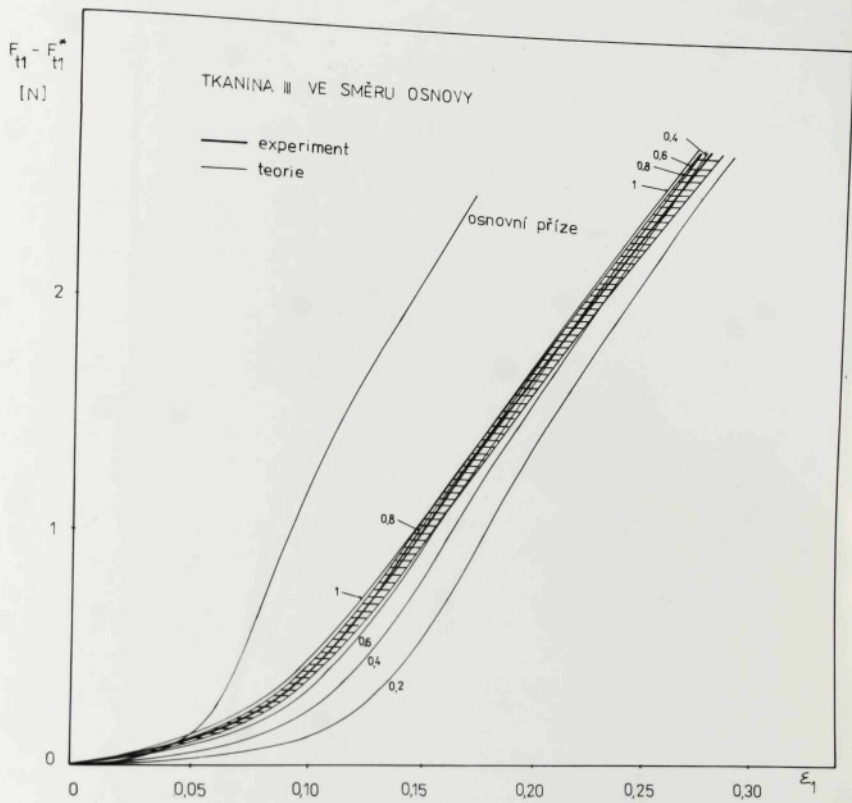
0,10

0,15

$\epsilon_1$

obr. 49 b

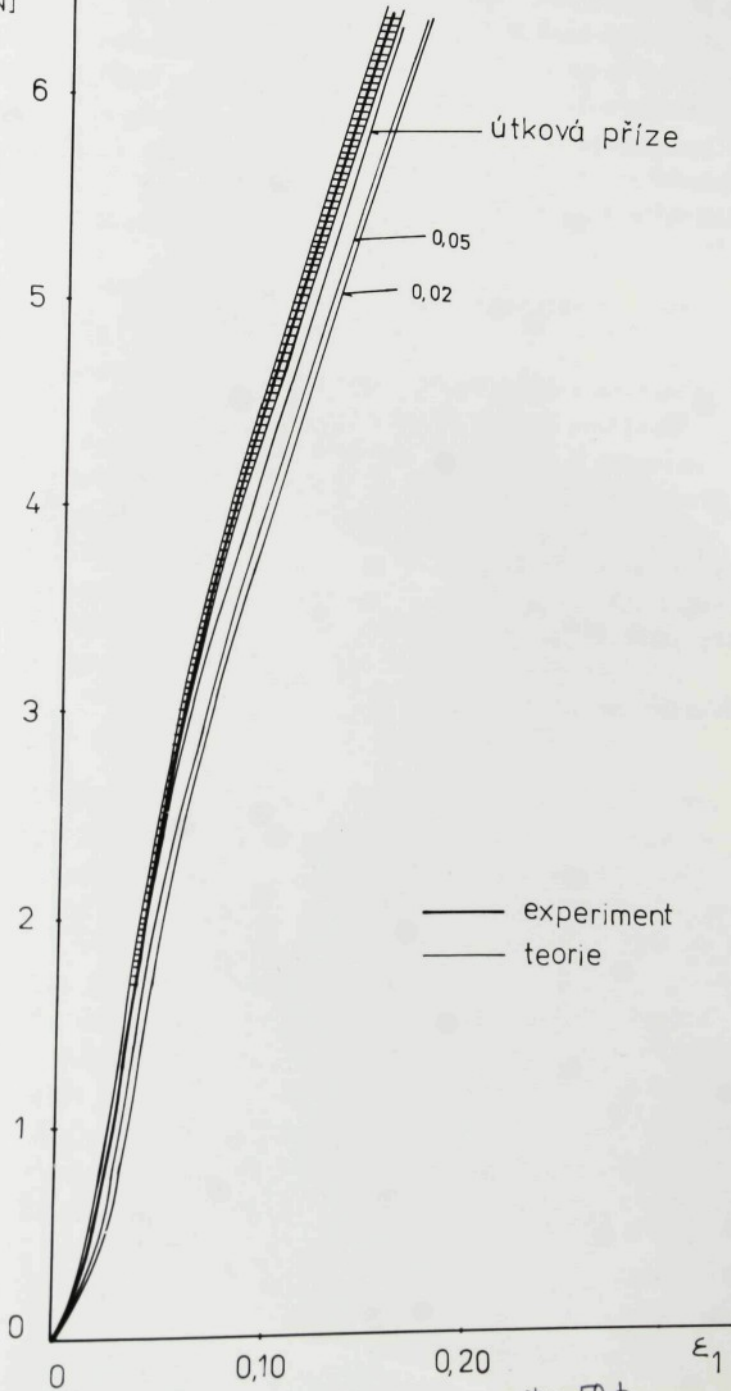




obr. 50 a

$F_{t1} - F_{t1}^*$   
[N]

TKANINA III VE SMĚRU ÚTKU



na jednu přízi v tahově namáhané soustavě. Předpokládáme-li, že pro tahovou sílu  $F_t$  při určité dané tahové deformaci  $\epsilon_1$  tkanin I, II, III platí normální rozdělení, pak vyšrafované pásy kolem experimentálních tahových křivek tkanin představují podle Studentova rozdělení 95%-ní interval spolehlivosti. Na zmíněných obrázcích jsou znázorněny též experimentálně zjištěné tahové křivky příslušných přízí.

V následujících bodech jsou zformulovány poznatky vyplývající z obrázků 48 až 50:

- 1) U tkaniny I jsou modelové tahové křivky spočtené pro oba přízové směry ve velmi dobrém souhlasu s experimentálními tahovými křivkami. U tahových křivek ve směru osnovy je nejlepší souhlas experimentu s teorií při deformacích menších než zhruba 0,145 pro  $F_{t2}^* = C \in (0,2 \text{ N}; 0,4 \text{ N})$ , při větších deformacích pak pro  $F_{t2}^* = C \in (0,05 \text{ N}; 0,2 \text{ N})$ . U tahových křivek ve směru útku je nejlepší souhlas při deformacích menších než přibližně 0,10 pro  $F_{t2}^* = C \in (0,25 \text{ N}; 0,5 \text{ N})$  a při větších deformacích pak pro  $F_{t2}^* = C \in (0,05 \text{ N}; 0,1 \text{ N})$ .
- 2) U tkaniny II ve směru osnovních přízí jsou patrné určité tvarové rozdíly mezi modelovými křivkami a experimentální tahovou křivkou. Při deformacích menších než zhruba 0,13 je nejlepší souhlas křivek pro  $F_{t2}^* = C \in (0,6 \text{ N}; 0,8 \text{ N})$ , při deformacích větších než přibližně 0,23 pak pro  $F_{t2}^* = C \in (0,1 \text{ N}; 0,2 \text{ N})$ . Ve směru útkových přízí souhlasí modelové křivky s experimentální tahovou křivkou pouze při počátečních deformacích (do hodnot zhruba 0,03), a to pro  $F_{t2}^* = C \in (0,01 \text{ N}; 0,05 \text{ N})$ . Při větších deformacích rostou pak modelové křivky pomaleji než experimentální tahová křivka.

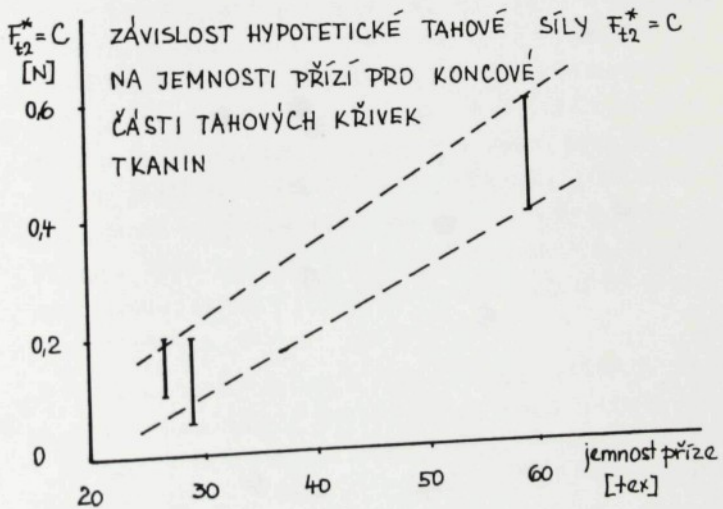
což umožňuje podélné soustavě přízí dosáhnout při stejné tahové síle větší tahové deformace. V limitním případě  $F_{t2}^* = C \rightarrow 0$  by příčná soustava nepůsobila silově na podélnou soustavu přízí. Tato podélná soustava přízí by se tahově deformovala bez nároků na tahovou sílu (tj. při nulové tahové síle) až do okamžiku jejího úplného vyrovnání. Od tohoto okamžiku by pak modelová tahová křivka tvarově souhlasila s tahovou křivkou příze, neboť by v tkanině již dále probíhala tahová deformace zcela rovné podélné soustavy přízí.

- 5) V tabulce V jsou přehledně uvedeny intervaly hypotetické tahové síly  $F_{t2}^* = C$ , pro něž souhlasí modelové tahové křivky s experimentálně zjištěnými tahovými křivkami tkanin I, II, III. Tyto intervaly jsou rozlišeny pro počáteční části tahových křivek ( $\epsilon_1 < 0,2 \cdot \epsilon_{1kon}$ ) a pro koncové části tahových křivek ( $\epsilon_1 > 0,8 \cdot \epsilon_{1kon}$ , kde  $\epsilon_{1kon}$  je průměrná konečná deformace tkaniny, tj. její průměrná tažnost). Z tabulky je zřejmé, že u všech studovaných tkanin nastává pokles hodnot hypotetické tahové síly  $F_{t2}^*$  při rostoucí tahové deformaci tkaniny. Z této skutečnosti lze učinit závěr, že předpoklad o konstantní hodnotě hypotetické tahové síly  $F_{t2}^* = C$  neodpovídá realitě. Správnější by bylo předpokládat nějakou klesající závislost hypotetické tahové síly  $F_{t2}^*$  na tahové deformaci  $\epsilon_1$  tkaniny, bližší průběh závislosti  $F_{t2}^* = F_{t2}^*(\epsilon_1)$  (kromě již zmíněného klesajícího charakteru) však nelze na základě provedených experimentů určit.
- 6) Na obr. 52 jsou znázorněny intervaly hypotetických tahových sil  $F_{t2}^* = C$  zjištěné pro koncové části tahových křivek ( $\epsilon_1 > 0,8 \cdot \epsilon_{1kon}$ ) v závislosti na jemnostech přízí v příčné soustavě tkaniny. Protože z šesti přízí použitých k výrobě tkanin I, II, III



Modelové tahové křivky tkaniny	Jemnost přízí v příčné soustavě $T_2$ [tex]	Interval hypotetické tahové síly $F_{t2}^* = C$ [N]	
		pro deformace menší než $0,2 \cdot \epsilon_{1kon}$	pro deformace větší než $0,8 \cdot \epsilon_{1kon}$
I ve směru osnovy	29,0	0,2 - 0,4	0,05 - 0,2
I ve směru útku	29,0	0,25 - 0,5	0,05 - 0,1
II ve směru osnovy	26,6	0,6 - 0,8	0,1 - 0,2
II ve směru útku	23,5	0,01 - 0,05	---
III ve směru osnovy	59,6	0,7 - 0,9	0,4 - 0,6
III ve směru útku	29,7	---	---

Tabulka V



obr. 52

jich má pět jemnost jen málo odlišnou (od 23,5 tex do 29,7 tex) a jen jedna příze je svou jemností (59,6 tex) výrazně odlišná od ostatních, nelze formulovat na základě obr.52 žádné přesné závěry. Je však možno vyslovit hypotézu, že s rostoucí jemností příze v příčné soustavě tkaniny se hypotetická tahová síla  $T_{t2}^*$  zvyšuje. Tato hypotéza, kterou by bylo nutno teprve potvrdit provedením rozsáhlejšího experimentu, by byla v soulase s empirickou zkušeností, že silnější příze má větší ohybovou tuhost.

Na závěr provedené diskuse lze konstatovat, že navržený tahově deformační model tkaniny plátnové vazby je schopen předpovědět přibližný průběh jednoosé tahové křivky studovaných tkanin při jednoosé tahové zkoušce prováděné ve směru osnovních a útkových přízí za experimentálních podmínek deformační rychlosti, teploty a relativní vlhkosti vzduchu, které byly použity.

## 7. ZÁVĚRY PRO REALIZACI VE SPOLEČENSKÉ PRAXI

Z textilní praxe je známo, že tahově deformační vlastnosti tkanin zaujímají důležité místo v komplexu všech fyzikálních vlastností tkanin. Uplatňují se významným způsobem nejen při praktickém užívání oděvů vyrobených z tkanin, ale zejména u mnohých technických tkanin jsou tahově deformační vlastnosti zcela rozhodující pro daný účel jejich použití.

U oděvních výrobků z tkanin je nutné znát především pevnosti a tažnosti použitých tkanin, aby při užívání oděvů nedocházelo k jejich destrukci. Avšak i v případě, že nedojde k destrukci oděvního výrobku při jeho silovém namáhání, mohou se nevhodné tahově deformační vlastnosti použité tkaniny projevit např. špatným vzhledem oděvu v důsledku převládajících trvalých deformací nad deformacemi elastickými.

U technických tkanin je důležité znát detailně jejich tahově deformační vlastnosti při různých způsobech silového namáhání. Na mnohé technické tkaniny jsou totiž kladeny vysoké nároky nejen z hlediska jejich pevnosti a tažnosti, ale též z hlediska schopnosti těchto tkanin akumulovat vysokou deformační energii při jednorázovém nebo častěji opakovaném silovém namáhání. Jako příklad, s jehož problematikou se autor setkal v poslední době v SVÚT v Liberci, lze uvést tkaniny používané k výrobě sportovních lehátek s kovovou kostrou. U nich tkanina při prudším dosednutí člověka musí akumulovat značně vysokou energii, aniž by nastala její destrukce.

Jednoosá tahová křivka tkaniny obsahuje velmi důležité informace o deformačních vlastnostech tkaniny při jejím tahovém namáhání. Jedná se nejen o pevnost a tažnost tkaniny dané souřadnicemi koncového bodu tahové křivky, ale zejména o deformační energii, kterou je tkanina schopna akumulovat (tato deformační energie je

úměrná ploše pod tahovou křivkou), tahový modul a j. Praxe klade zcela konkrétní požadavky na tahově deformační vlastnosti tkanin. Proto je důležité nejen umět tyto vlastnosti experimentálně určit, ale především najít způsob, jak tyto vlastnosti vhodnou konstrukcí tkanin ovlivnit. Postupovat v této problematice pouze na základě empirických zkušeností, získávaných neustálým opakováním cyklu: výroba tkaniny  $\longrightarrow$  experimentální určení tahově deformačních vlastností  $\longrightarrow$  změna konstrukčních parametrů tkaniny, je z ekonomického i časového hlediska značně neefektivní. Významnou úlohu v urychlení tohoto cyklu může mít předpověď tahově deformačních vlastností na základě vhodného fyzikálního modelu, který vychází z vnitřní struktury tkanin a uvažuje ty fyzikální jevy v tkaninách, které jsou pro jejich výsledné tahově deformační vlastnosti rozhodující.

Navržený tahově deformační model tkaniny plátňové vazby, který je předmětem předložené práce, není tedy samoučelný. Je příspěvkem k pochopení souvislostí mezi strukturou tkanin a jejich tahově deformačními vlastnostmi. A poznání těchto souvislostí je důležitým krokem k výpočetnímu navrhování tkanin požadovaných vlastností.

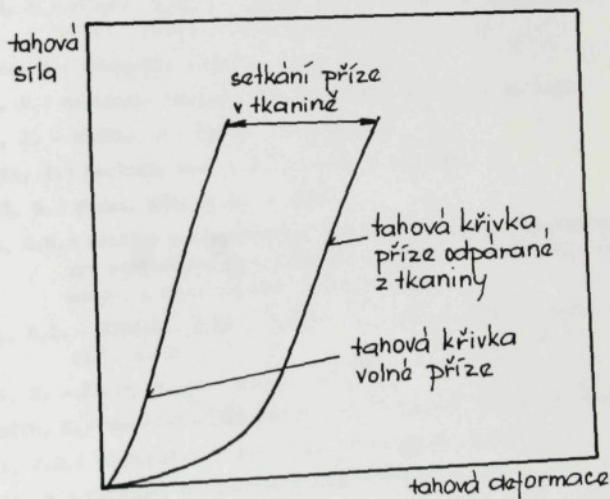
## 8. NÁVRH DALŠÍHO POSTUPU PŘI MODELOVÁNÍ TAHOVĚ DEFORMAČNÍCH VLASTNOSTÍ TKANIN

Navržený tahově deformační model tkaniny není možno považovat za ukončený. Jeho aplikováním na tři konkrétní tkaniny plátnové vazby byla získána řada poznatků, kterých je třeba využít k dalšímu zdokonalení a upřesnění modelu. Na základě těchto poznatků lze navrhnout následující postup při dalším modelování tahově deformačních vlastností tkanin:

- 1) Konkrétní výpočty ukázaly, že již malé změny v parametrech struktury tkanin vedou často k významným změnám tvaru i polohy modelových tahových křivek. Protože způsob zjištění parametrů vnitřní struktury tkanin metodikou vyhodnocení jejich mikroskopických řezů je velmi pracný a nalezené hodnoty parametrů jsou zatíženy relativně velkými chybami, je třeba hledat novou, rychlejší a přesnější experimentální metodu bez použití mikroskopických řezů. Druhou možností by bylo vyhodnocovat sice stejný počet mikroskopických řezů, avšak zjištěné parametry upřesňovat porovnáním setkání modelové struktury se skutečným setkáním tkaniny. Toto skutečné setkání tkaniny je však nutno určovat nikoliv běžně používanou metodikou dle [74], nýbrž na základě posunutí průměrné tahové křivky přízí opatrně odparaných z tkaniny dané délky a tahově deformovaných z této výchozí délky vzhledem k průměrné tahové křivce vzorků volných přízí, jak je zřejmé z obr.53.
- 2) Provést rozsáhlejší experiment zahrnující zjištění parametrů vnitřní struktury a jednoosých tahových křivek u většího počtu materiálově i konstrukčně odlišných tkanin plátnové vazby. Porovnáním modelových tahových křivek s experimentálními tahovými

křivkami nalézt funkční závislosti hypotetické tahové síly  $F_{t2}^*$  na tahové deformaci  $\epsilon_1$  tkaniny v podélném směru a na jemnosti přízí v příčné soustavě tkaniny.

- 3) Rozšířit předpoklady navrženého modelu o jevy, které se uplatňují u tkanin plátňové vazby deformovaných tahem v jiných směrech než ve směru osnovy a útku, a modelovat tak jednoosé tahové křivky tkanin v libovolném směru.
- 4) Provést zobecnění modelu i pro jiné druhy vazeb používaných při výrobě tkanin.



obr. 53

L i t e r a t u r a :

- [1] KAVAN, P.: Modelování tahově deformačních vlastností tkanin. [Dílčí výzkumná zpráva SV 21 - XII/82.] Liberec, SVÚT 1982.
- [2] ČSN 80 0814.
- [3] ČSN 80 0844.
- [4] ČSN 80 0845.
- [5] ŠVEHLOVÁ, L. - NECKÁŘ, B.: Metoda diagnostiky deformace nitě v příčném řezu vazným bodem tkaniny. [Interní výzkumná zpráva SV 16 - XII/82.] Liberec, SVÚT 1982.
- [6] JAKSCH, I. - HANZLÍK, H. - ZÁPOTOCKÝ, J.: Automatický převod souřadnic tahové křivky z přístroje Instron do děrné pásky. [Zlepšovací návrh ZN - 39/79.] Liberec, SVÚT 1979.
- [7] ŠVEHLOVÁ, L. - KAVAN, P. - NECKÁŘ, B.: Některé strukturální zákonitosti tkanin s plátňovou vazbou. [Dílčí výzkumná zpráva SV 30 - XII/83.] Liberec, SVÚT 1983.
- [8] KAVAN, P.: Deformační vlastnosti tkanin - lichoběžníkový model plátňové vazby. [Dílčí výzkumná zpráva SV 31 - XII/83.] Liberec, SVÚT 1983.
- [9] ČSN 80 0702.
- [10] ZP - T4/80: Zjišťování průměru přízí průmětem. [Zvláštní předpis.] Liberec, SVÚT 1980.
- [11] NECKÁŘ, B.: Příčné rozměry a tahová křivka přízí. [Výzkumná zpráva SV 10 - XII/81.] Liberec, SVÚT 1981.
- [12] BRDIČKA, M.: Mechanika kontinua. Praha 1959.
- [13] TRKAL, V.: Mechanika hmotných bodů a tuhého tělesa. Praha 1956.
- [14] HORÁK, Z. - KRUPKA, F.: Fyzika. Praha 1976.
- [15] SOBOTKA, Z.: Reologie hmot a konstrukcí. Praha 1981.
- [16] NECKÁŘ, B.: Příze. SNTL Praha (v tisku).
- [17] KUKIN, G.N.: Příčiny vzniknověníja javlenija ustalosti těkstilnych nitěj pri mnogokratnom rastějaženii. In: Sborník věd. prací Vys. šk. stroj. a text. Liberec 1969, s. 225.
- [18] VOGEL, N.I. - ŠTEKLER, A.I. - KLENOV, V.B., Techn. tekst. prom., č. 1, 1977, s. 14.
- [19] AKSAN, S. - ŽUREK, W., Prace inst. wlok., 24, 1974, s. 65.
- [20] MEREDITH, R.: The Mechanical Properties of Textile Fibres. Amsterdam 1956.
- [21] FERRY, J.D.: Viscoelastic Properties of Polymers. New York 1961.
- [22] HARRIS, M.: Handbook of Textile Fibres. Washington 1954.
- [23] AKLONIS, J.J. - MAC KNIGHT, W.J. - SHEN, M.: Introduction to Polymer Viscoelasticity. New York 1972.
- [24] TOBOLSKY, A.V.: Vlastnosti a struktura polymerů. Praha 1963.
- [25] KUMAR, S. - GUPTA, V.B., Text. Res. J., 48, č. 7, 1978, s. 429.
- [26] GUPTA, V.B. - KUMAR, S., Text. Res. J., 47, č. 10, 1977, s. 647.
- [27] DECROIX, Y., Thèse de Doctorat Univ. Claude Bernard, Lyon 1974.

- [28] TOUSSAINT, A. - LHONT, L., Progress in Organic Coatings, 11, 1983, s. 139.
- [29] JOSHI, V.S. - KOTHARI, N.R., Text. Res. J., 40, č. 8, 1970, s. 764.
- [30] DAVIS, J.L., Journal of Polymer Science, 2, 1964, s. 1311.
- [31] GUL, V.E. - KULEZNEV, V.N.: Struktura i mehaničeskije svojstva polimerov. Moskva 1966.
- [32] ROUSE, P.E., J. Chem. Phys., 21, 1953, s. 1272.
- [33] BUECHE, F., J. Chem. Phys., 22, 1954, s. 603.
- [34] ZIMM, B.H., J. Chem. Phys., 24, 1956, s. 269.
- [35] KRAUSZ, A.S. - EYRING, H.: Deformation Kinetics. New York 1975.
- [36] WHITE, J.R., Materials Science and Engineering, 45, 1980, s. 35.
- [37] JOSEPH, S.H., Journal of Polymer Science, 16, 1978, s. 1071.
- [38] LIU, T.Y. - SOONG, D.S., Macromolekules, 13, 1980, s. 853.
- [39] REKTORYS, K. a.j.: Přehled užité matematiky. Praha 1968.
- [40] BARTSCH, H.J.: Matematické vzorce. Praha 1963.
- [41] DHINGRA, R. - POSTLE, R., J. Text. Inst., 67, 1976, s. 426.
- [42] VITKAUSKAS, A. - MATUKONIS, A., Techn. tekst. prom., č. 1, 1969, s. 27.
- [43] STALEVIČ, A.M. - ROMANOV, V.A., Techn. tekst. prom., č. 6, 1979, s. 12.
- [44] HUANG, N.C., Text. Res. J., 48, 1978, s. 61.
- [45] HUANG, N.C., Text. Res. J., 47, 1977, s. 73.
- [46] KONOPASEK, M., Text. Res. J., 46, 1976, s. 278.
- [47] NECKÁŘ, B.: Fyzikální model vnitřní struktury přize. [Kandidátská disertace.] Liberec 1977. - VŠST. Fakulta textilní.
- [48] ŽUREK, W. - GODOŇ, J., Text. Res. J., 41, 1971, s. 984.
- [49] ŽUREK, W., Techn. tekst. prom., č. 4, 1977, s. 135.
- [50] VINOGRADOVA, T.V., Tekst. prom., 33, 1973, s. 80.
- [51] HEARLE, J.W.S. - GROSBURG, P. - BACKER, S.: Structural Mechanics of Fibres, Yarns and Fabrics. Vol. 1. New York, London, Sydney, Toronto 1969.
- [52] ŽUREK, W.: Structura przędzy. Warszawa 1971.
- [53] CHENG, C.C. - WHITE, J. L. - DUCKETT, K.E., Text. Res. J., 44, 1974, s. 798.
- [54] BUDNIKOV, V.I., Nauč.- issled. trudy Mosk. text. inst., T.10, 1948, s. 29.
- [55] WHITE, J.L. - CHENG, C.C. - SPRUIELL, J.E.: Some Aspects of Mechanics of Continuous Filament Twisted Yarns... In: Appl. Polym. Symp., č. 27, 1975, s. 275.
- [56] PEIRCE, F.Th., J. Text. Inst., T 45, 1957, s. 28.
- [57] PEIRCE, F.Th., Text. Res. J., 1947, s. 123.
- [58] NOVIKOV, N.T., Tekst. Prom., 6, 1946.
- [59] HOFFMAN, R.M., Text. Res. J., 22, 1952, s. 170.
- [60] KEMP, A., J. Text. Inst., 49 T, 1958, s. 44.
- [61] HAMILTON, J.B., J. Text. Inst., 55 T, 1964, s. 66.
- [62] OLOFFSON, B., J. Text. Inst., 55 T, 1964, s. 541.
- [63] NOSEK, S.: Struktura tkaniny z tkacích strojů, zejména víceprošlupních. VÚB Ústí n. Orlicí.



- [64] NOSEK, S.: Struktura a geometrie tkanin. Knížnice VÚB, 1974.
- [65] KOVÁŘ, R.: Struktura a vlastnosti zátažných pletenin. [Výzkumná zpráva úkolu VŠST FT 004] Liberec, VŠST 1980.
- [66] KAWABATA, S. - NIWA, M. - KAWAI, H., J. Text. Inst., 64, 1973, s. 21.
- [67] JONG, S. - POSTLE, R., J. Text. Inst., 68, 1977, s. 350.
- [68] LEAF, G.A.V. - KANDIL, K.H., J. Text. Inst., 71, 1980, s. 1.
- [69] HEARLE, J.W.S. - SHANAHAN, W.J., J. Text. Inst., 69, 1978, s. 81.
- [70] SHANAHAN, W.J. - HEARLE, J.W.S., J. Text. Inst., 69, 1978, s. 92.
- [71] ČSN 25 0251.
- [72] ČSN 01 0197.
- [73] ANDĚL, J.: Matematická statistika. Praha 1978.
- [74] ZP - Tl/69: Zjišťování procenta setkání osnovy a útku ve tkaninách. [Zvláštní předpis.] Liberec, SVÚT 1969.
- [75] SODOMKA, L., Textil, 40, 1985, s. 237.
- [76] ČSN 36 9030.
- [77] 8. zasedání ÚV KSČ ve dnech 15. a 16. června 1983, Praha 1983.

Dodatek I

Jak bylo uvedeno v odstavci 4.2.2.3., parametr  $k$  definovaný vztahem (66b) je vždy kladný. Proto musí být kladný též parametr  $k_{min}$  (viz vztah (73)). Veličina  $F_{k1}$  je v každém stavu napjatosti modelového elementu tkaniny také kladná. Vzhledem k těmto skutečnostem je parametr  $\frac{k_{min}}{F_{k1}} = D_{min}$  v rovnici (75) vždy kladný. Kromě toho hodnota výrazu  $2g_2(\epsilon_{n2}) \cdot D_{min}^{-1 - \epsilon_{n2}}$  v rovnici (75) se chová monotónně v závislosti na  $D_{min}$ . Je tedy zřejmé, že při zadané tahové křivce  $g_2 = g_2(\epsilon_{n2})$  příčné nitě lze při zkusmo navržené hodnotě parametru  $D_{min}$  vypočítat pro libovolně hustě uvažované body na tahové křivce množinu hodnot výrazu  $2g_2(\epsilon_{n2}) \cdot D_{min}^{-1 - \epsilon_{n2}}$ , z těchto hodnot vybrat hodnotu maximální a tu dle rovnice (75) porovnat s nulou. Je-li zmíněná maximální hodnota kladná, znamená to, že zkusmo navržená hodnota parametru  $D_{min}$  byla příliš veliká a je nutno jí v dalším výpočetním cyklu zmenšit. Je-li maximální hodnota naopak záporná, znamená to, že parametr  $D_{min}$  byl navržen příliš malý a je tedy nutné jej v dalším cyklu zvětšit. Při návrzích hodnot parametru  $D_{min}$  v jednotlivých cyklech je přitom výhodné užít metody "půlení intervalu", která velmi rychle konverguje k hledanému řešení. Po dostatečném počtu výpočetních cyklů lze tímto způsobem získat libovolně přesně hodnotu parametru  $D_{min}$ .

Dodatek II

Výpočetní postup naznačený v odstavci 4.2.2.2. vychází z návrhu hodnoty veličiny  $l_1$ . Dále pokračuje výpočtem tahové deformace  $\epsilon_{n1}$  podélné nitě podle vztahu (41)

$$\epsilon_{n1} = \frac{l_1 - l_{01}}{l_{01}} \quad (41)$$

a poté určením hodnoty veličiny  $p_1$ , kterou lze dle (43) a s využitím (7) vyjádřit vztahem

$$p_1 = \frac{F_{t1} l_1}{g_1(\varepsilon_{n1})} \quad (D1)$$

Následuje výpočet hodnoty veličiny  $a_1$ , pro kterou dle (44) a (D1) platí

$$a_1 = l_1 \sqrt{1 - \left( \frac{F_{t1}}{g_1(\varepsilon_{n1})} \right)^2} \quad (D2)$$

Pak postup pokračuje určením veličiny  $F_{k1}$ , kterou lze podle (IV) při současném využití (7) a (D2) vyjádřit vztahem

$$F_{k1} = 2 \sqrt{[g_1(\varepsilon_{n1})]^2 - F_{t1}^2} \quad (D3)$$

Následuje výpočet síly  $F_{k1} - F_{k1}^*$ , nalezení hodnoty  $f(F_{k1} - F_{k1}^*)$  pomocí známého průběhu funkce  $f = f(F_k)$  a výpočet veličiny  $a_2$ , dané vztahem (45)

$$a_2 = f(F_{k1} - F_{k1}^*) - a_1 \quad (45)$$

Po iteračním výpočtu veličiny  $\varepsilon_{n2}$  ze vztahu (51)

$$\varepsilon_{n2} = \frac{2g_2(\varepsilon_{n2}) \cdot a_2}{F_{k1} l_{02}} - 1 \quad (51)$$

pak následuje určení veličiny  $p_2$  podle vztahu (52)

$$p_2 = a_2 \sqrt{\left( \frac{2g_2(\varepsilon_{n2})}{F_{k1}} \right)^2 - 1} \quad (52)$$

a nakonec výpočet tahové síly  $F_{t2}$  podle rovnice (V)

$$F_{t2} = g_2(\varepsilon_{n2}) \cdot \frac{p_2}{\sqrt{a_2^2 + p_2^2}} \quad (V)$$

Pro účely dalších úvah vyjádříme tahovou sílu  $F_{t2}$  pomocí veličin  $\varepsilon_{n2}$ ,  $a_2$  a  $F_{k1}$ . Dosazením vztahu (52) do rovnice (V) získáme po úpravě vztah

$$F_{t2} = \frac{F_{k1}}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{2q_2(\varepsilon_{n2})}{F_{k1}}\right)^2 - 1} \quad (D4)$$

nebo při použití relace

$$\frac{2q_2(\varepsilon_{n2})}{F_{k1}} = (1 + \varepsilon_{n2}) \cdot \frac{l_{02}}{a_2}, \quad (D5)$$

plynoucí z rovnice (51), pak hledaný vztah

$$F_{t2} = \frac{F_{k1}}{2} \cdot \sqrt{\left[(1 + \varepsilon_{n2}) \cdot \frac{l_{02}}{a_2}\right]^2 - 1}. \quad (D6)$$

Zkoumejme nyní, jak se budou měnit jednotlivé veličiny v závislosti na velikosti návrhu  $l_1$ . Předpokládejme, že  $l_1$  roste. Pak podle vztahu (41) roste též  $\varepsilon_{n1}$ , neboť  $l_{01}$  v rovnici (41) je konstantní. S rostoucím  $\varepsilon_{n1}$  však roste také veličina  $q_1(\varepsilon_{n1})$ , protože model předpokládá rostoucí tahové křivky nití v obou soustavách tkaniny (viz odstavec 4.1.1.2.). Vzhledem k tomu, že tahová síla  $F_{t1}$  je při daném výpočtu konstantní, vyplývá z rovnice (D2) též vzrůst veličiny  $a_1$ . Podle rovnice (D3) roste také  $F_{k1}$ . Protože však model předpokládá klesající průběh funkce  $f = f(F_{k1})$  (viz odstavec 4.1.1.4.) veličina  $f(F_{k1})$  klesá. Z rovnice (45) je dále zřejmé, že při klesajícím  $f(F_{k1})$  a současně rostoucím  $a_1$  veličina  $a_2$  klesá.

Je zřejmé, že analogickou úvahou v opačném směru lze dokázat vzrůst veličiny  $l_1$  při poklesu veličiny  $a_2$ .

Označíme-li symbolem  $\uparrow$  vzrůst a symbolem  $\downarrow$  pokles příslušné veličiny, pak výsledky výše provedených úvah lze znázornit následujícím schématem:

$$\boxed{\uparrow \mathcal{L}_1 \iff \uparrow \varepsilon_{n_1} \iff \uparrow a_1 \iff \uparrow F_{k_1} \iff \downarrow a_2} \quad (D7)$$

Pomocí relace (D7) lze již snadno dokázat tvrzení uvedená v odstavci 4.2.2.4.:

V bodě c) zmíněného odstavce je testována podmínka (63a), tj.  $f(\overline{F}_{k_1} - \overline{F}_{k_1}^*) - a_1 \geq 0$ . Dle rovnice (45) je tato podmínka ekvivalentní s podmínkou  $a_2 \geq 0$ . Při jejím nesplnění platí  $a_2 < 0$  a je tedy třeba, aby při novém návrhu veličiny  $\mathcal{L}_1$  hodnota  $a_2$  vzrostla. Z relace (D7) však vyplývá, že ke vzrůstu veličiny  $a_2$  dojde právě tehdy, když nastane pokles veličiny  $\mathcal{L}_1$ . Tím je dokázáno tvrzení, že při nesplnění podmínky (63a) je nutno při novém návrhu veličiny  $\mathcal{L}_1$  volit hodnotu  $\mathcal{L}_1$  menší než v předchozím návrhu.

V bodě d) zmíněného odstavce je testována podmínka (79), tj.  $\varphi(\varepsilon_{n_2 \max}) \geq 1$ . Není-li tato podmínka splněna, platí  $\varphi(\varepsilon_{n_2 \max}) < 1$  a je tedy třeba, aby při novém návrhu veličiny  $\mathcal{L}_1$  hodnota  $\varphi(\varepsilon_{n_2 \max})$  vzrostla. Podle vztahu (66a) platí  $\varphi(\varepsilon_{n_2 \max}) = \frac{2g_2(\varepsilon_{n_2 \max})}{F_{k_1}}$ . Protože

$g_2(\varepsilon_{n_2 \max})$  je tahová síla působící na příčnou nit modelového elementu tkaniny v okamžiku její destrukce (tedy  $g_2(\varepsilon_{n_2 \max})$  je pro danou příčnou nit konstanta rovná pevnosti nitě), může vzrůst hodnoty  $\varphi(\varepsilon_{n_2 \max})$  pro splnění podmínky (79) nastat pouze poklesem veličiny  $F_{k_1}$ . Z relace (D7) však vyplývá, že k poklesu veličiny  $F_{k_1}$  dojde právě tehdy, když klesne veličina  $\mathcal{L}_1$ . Tím je dokázáno tvrzení, že při nesplnění podmínky (79) je třeba při novém návrhu veličiny  $\mathcal{L}_1$  volit hodnotu  $\mathcal{L}_1$  menší než v předchozím návrhu.

V bodě f) odstavce 4.2.2.4. je testována podmínka  $k \geq k_{\min}$ . Není-li tato podmínka splněna, platí  $k < k_{\min}$  a je tedy třeba, aby při novém návrhu veličiny  $\mathcal{L}_1$

hodnota  $k$  vzrostla. Podle definičního vztahu (66b) platí  $k = \frac{a_2}{\tau_{02}}$ . Protože  $\tau_{02}$  je konstanta, nastane vzrůst veličiny  $k$  pouze při vzrůstu hodnoty  $a_2$ . Z relace (D7) však vyplývá, že ke vzrůstu veličiny  $a_2$  dojde právě tehdy, když klesne veličina  $\tau_1$ . Tím je dokázáno tvrzení, že při nesplnění podmínky  $k \geq k_{\min}$  je třeba při novém návrhu veličiny  $\tau_1$  volit hodnotu  $\tau_1$  menší než v předchozím návrhu.

V bodě h) odstavce 4.2.2.4. je testována podmínka  $k \leq k_H$ . Není-li splněna, platí  $k > k_H$  a je tedy třeba, aby při novém návrhu veličiny  $\tau_1$  hodnota  $k$  klesla. Podle vztahu (66b) však pokles hodnoty  $k$  může nastat pouze poklesem veličiny  $a_2$ . Z relace (D7) pak vyplývá, že pokles veličiny  $a_2$  nastane právě tehdy, když vzroste  $\tau_1$ . Tím je dokázáno tvrzení, že při nesplnění podmínky  $k \leq k_H$  je třeba při novém návrhu veličiny  $\tau_1$  volit hodnotu  $\tau_1$  větší než v předchozím návrhu.

V odstavci 4.2.2.4. je dále testována podmínka (54)

$$\frac{|F_{t2} - F_{t2}^*|}{F_{t2}^*} < n. \quad (54)$$

Předpokládejme, že podmínka (54) není splněna. Nechť podmínky ① a ② (viz odstavec 4.2.2.3.) splňuje první řešení. Pak při rostoucím  $\tau_1$  klesá dle relace (D7)  $a_2$  a podle vztahu (66b) klesá též veličina  $k$ . Podle tvrzení v odstavci 2.2.3. však s klesajícím  $k$  hodnota  $\varepsilon_{n2}$  vyhovující prvnímu řešení roste. S rostoucím  $\tau_1$  dále dle relace (D7) roste  $F_{k1}$  a klesá  $a_2$ . Ze vztahu (D6) je pak zřejmé, že tahová síla  $F_{t2}$  roste a v důsledku toho roste i hodnota zlomku  $\frac{F_{t2} - F_{t2}^*}{F_{t2}^*}$ . Tím je dokázáno tvrzení, že při  $\frac{F_{t2} - F_{t2}^*}{F_{t2}^*} > 0$  je třeba volit nový návrh veličiny  $\tau_1$  menší, zatímco při  $\frac{F_{t2} - F_{t2}^*}{F_{t2}^*} < 0$  naopak větší než předchozí návrh.

Přílohy

Příloha I (výpis úvodního programu z kalkulátoru HP 9810 A)

0000--LBL--51	0050--XFR--67	0100--I--01
0001--R--62	0051--3--03	0101--UP--27
0002--XFR--67	0052--UP--27	0102--b--14
0003--10D--31	0053--XFR--67	0103--UP--27
0004--1--13	0054--b--06	0104--G--15
0005--UP--27	0055--CHT--47	0105--JN--25
0006--HT--64	0056--X1--52	0106--CHT--47
0007-----34	0057--GTO--44	0107--CHT--47
0008--UP--27	0058--LBL--51	0108--X1Y--53
0009--I--01	0059--C--61	0109--GTO--44
0010--R--00	0060--CNT--47	0110--LBL--51
0011--R--00	0061--R--00	0111--Y--56
0012--R--00	0062--UP--27	0112--CHT--47
0013--DIV--35	0063--b--14	0113--XFR--67
0014--JN--25	0064--CHT--47	0114--Y--07
0015--XTO--23	0065--CHT--47	0115--UP--27
0016--5--05	0066--CHT--47	0116--3--03
0017--VTO--40	0067--X1Y--53	0117--DIV--35
0018--R--06	0068--GTO--44	0118--JN--25
0019--XFR--67	0069--LBL--51	0119--FHT--42
0020--R--00	0070--3--63	0120--FHT--42
0021--UP--27	0071--CHT--47	0121--J--63
0022--XFR--67	0072--XFR--67	0122--FHT--42
0023--2--02	0073--R--00	0123--PHT--45
0024--F--33	0074--UP--27	0124--STP--41
0025--2--02	0075--XFR--67	0125--LBL--51
0026--DIV--35	0076--3--03	0126--C--61
0027--VTO--40	0077--+--33	0127--I--01
0028--7--07	0078--2--02	0128--XTO--23
0029--XFR--67	0079--DIV--35	0129--+--33
0030--5--05	0080--VTO--40	0130--a--13
0031--X--36	0081--R--00	0131--GTO--44
0032--I--01	0082--GTO--44	0132--LBL--51
0033--1--24	0083--LBL--51	0133--R--62
0034--XFR--67	0084--E--60	0134--LBL--51
0035--6--06	0085--LBL--51	0135--Y--66
0036--b--34	0086--3--03	0136--3--03
0037--b--14	0087--XFR--67	0137--R--00
0038--X1Y--30	0088--R--60	0138--XTO--23
0039--CHT--47	0089--UP--27	0139--a--33
0040--CHT--47	0090--XFR--67	0140--CHS--52
0041--X1Y--52	0091--2--02	0141--LS--01
0042--GTO--44	0092--2--02	0142--EEA--26
0043--LBL--51	0093--2--02	0143--Y--11
0044--R--66	0094--DIV--35	0144--R--00
0045--CHT--47	0095--VTO--40	0145--XTO--23
0046--XTO--23	0096--2--02	0146--b--14
0047--b--14	0097--LBL--51	0147--GTO--44
0048--LBL--51	0098--E--60	0148--LBL--51
0049--B--66	0099--XFR--67	0149--R--62
		0150--END--46



Príloha II (výpis hlavného programu z kalkulátoru HP 9810 A)

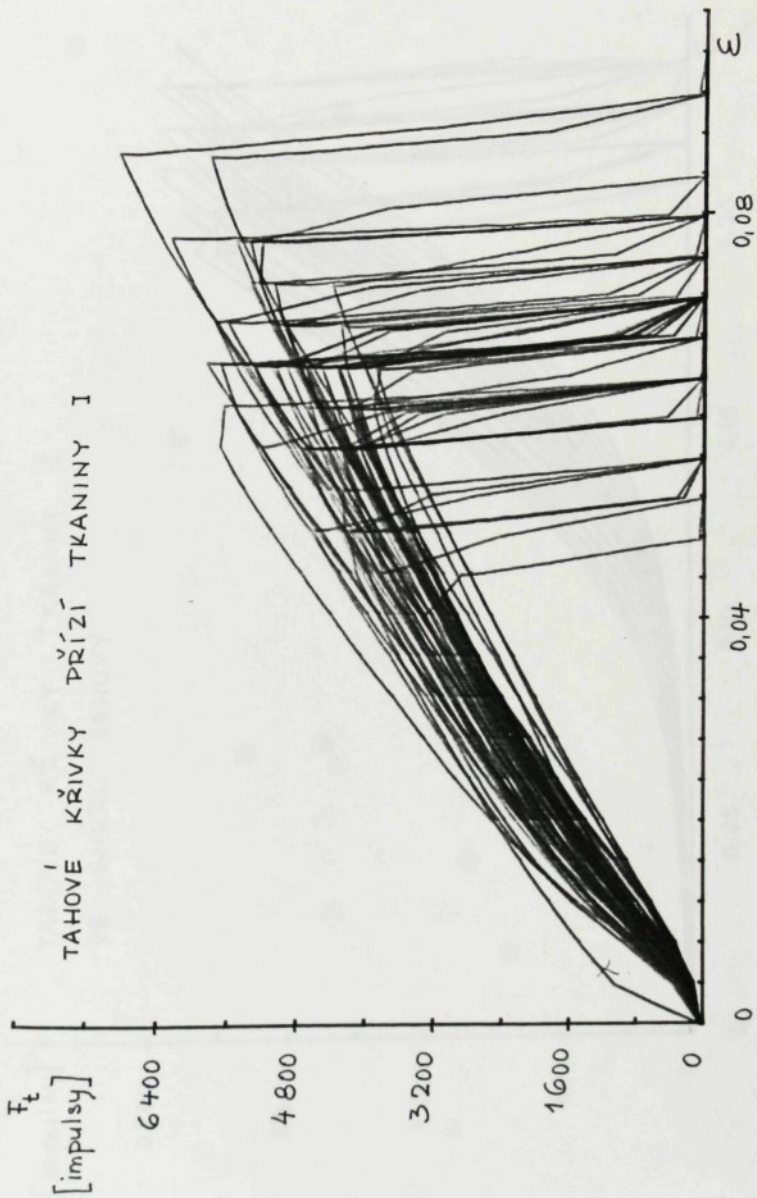
0000--CLX--37	0100--X--36	0150--XFR--67	0200--X30--12	0250--GTO--44
0001--FHT--42	0101--SEL--64	0151--I--01	0201--UP--27	0251--S/R--77
0002--FHT--42	0102--C--61	0152--DIV--35	0202--XFR--67	0252--LBL--51
0003--XTO--23	0103--FHT--42	0153--XFR--67	0203--4--04	0253--R--62
0004--R--62	0104--XFR--67	0154--4--04	0204--X30--12	0254--XFR--67
0005--H--74	0105--7--07	0155--DIV--35	0205--4--04	0255--I--01
0006--0--71	0106--PHT--45	0156--XFR--67	0206--4--04	0256--X30--12
0007--H--64	0107--FHT--42	0157--7--07	0207--4--04	0257--UP--27
0008--R--62	0108--FHT--42	0158--4--04	0208--UP--27	0258--XFR--67
0009--XFR--67	0109--F--16	0159--4--04	0209--XFR--67	0259--3--03
0010--C--02	0110--XTO--23	0160--FHT--42	0210--I--01	0260--X30--12
0011--K--55	0111--I--01	0161--FHT--42	0211--4--04	0261--4--04
0012--I--65	0112--FHT--42	0162--F--16	0212--UP--27	0262--4--04
0013--H--74	0113--XFR--67	0163--XTO--23	0213--I--01	0263--4--04
0014--R--62	0114--8--10	0164--I--01	0214--I--01	0264--UP--27
0015--R--62	0115--PHT--45	0165--X--36	0215--4--04	0265--XFR--67
0016--CLP--20	0116--FHT--42	0166--X--36	0216--4--04	0266--I--01
0017--I--72	0117--FHT--42	0167--PHT--45	0217--4--04	0267--4--04
0018--I--65	0118--I--01	0168--XTO--23	0218--I--01	0268--UP--27
0019--C--61	0119--4--04	0169--0--00	0219--I--01	0269--I--01
0020--R--74	0120--E--60	0170--XFR--67	0220--XFR--67	0270--I--01
0021--0--71	0121--XTO--23	0171--3--03	0221--I--01	0271--4--04
0022--B--50	0122--R--72	0172--X30--12	0222--X30--12	0272--4--04
0023--E--50	0123--0--71	0173--UP--27	0223--UP--27	0273--4--04
0024--X30--12	0124--XTO--23	0174--XFR--67	0224--XFR--67	0274--I--01
0025--CMT--47	0125--4--04	0175--4--04	0225--3--03	0275--3--03
0026--H--70	0126--FHT--42	0176--X30--12	0226--X30--12	0276--4--04
0027--0--71	0127--XFR--67	0177--4--04	0227--4--04	0277--FHT--42
0028--E--60	0128--9--11	0178--4--04	0228--4--04	0278--FHT--42
0029--E--60	0129--PHT--45	0179--4--04	0229--4--04	0279--L--72
0030--L--72	0130--FHT--42	0180--UP--27	0230--UP--27	0280--0--00
0031--CLP--20	0131--FHT--42	0181--XFR--67	0231--XFR--67	0281--I--01
0032--XFR--67	0132--3--03	0182--4--04	0232--3--03	0282--CLX--37
0033--XFR--67	0133--CMT--47	0183--DIV--35	0233--X--36	0283--L--72
0034--I--01	0134--H--70	0184--XFR--67	0234--XFR--67	0284--0--00
0035--E--60	0135--I--65	0185--7--07	0235--7--07	0285--2--02
0036--E--60	0136--H--73	0186--XTO--23	0236--XFR--67	0286--FHT--42
0037--I--65	0137--FHT--42	0187--XTO--23	0237--XFR--67	0287--FHT--42
0038--I--65	0138--XFR--67	0188--I--14	0238--4--04	0288--XFR--67
0039--I--65	0139--I--01	0189--8--10	0239--DIV--35	0289--I--01
0040--CMT--47	0140--5--05	0190--0--00	0240--XFR--67	0290--6--06
0041--I--65	0141--PHT--45	0191--XTO--23	0241--I--01	0291--PHT--45
0042--I--65	0142--PHT--45	0192--I--01	0242--4--04	0292--CLP--20
0043--XTO--23	0143--PHT--45	0193--4--04	0243--XTO--23	0293--C--61
0044--E--60	0144--XFR--67	0194--GTO--44	0244--5--05	0294--XFR--67
0045--E--60	0145--2--02	0195--S/R--77	0245--5--05	0295--I--01
0046--CLP--20	0146--FHT--42	0196--LBL--51	0246--0--00	0296--0--00
0047--I--62	0147--XFR--67	0197--R--62	0247--XTO--23	0297--GTO--44
0048--I--60	0148--3--03	0198--XFR--67	0248--I--01	0298--S/R--77
0049--X--36	0149--X--36	0199--3--03	0249--I--01	0299--LBL--51

0300	F	15	0350	FMT	42	0400	UP	27	0450	DIV	35	0500	LBL	51	0550		34
0301	UP	27	0351	FRT	42	0401	YTO	40	0451	2	00	0501	XFR	67	0551		01
0302	XFR	67	0352	A	13	0402	A	13	0452	X	36	0502	XFR	67	0552		01
0303	B	10	0353	M	01	0403	XFR	67	0453	XFR	67	0503	IND	31	0553	XFR	67
0304	X-Y	53	0354	M	01	0404	A	13	0454	X	36	0504	IND	31	0554	IND	31
0305	X-Y	53	0355	M	01	0405	X	36	0455	X	36	0505	X	36	0555	X	36
0306	X-Y	53	0356	M	01	0406	DIV	35	0456	X	36	0506	X	36	0556	X	36
0307	LBL	51	0357	CLX	31	0407	L	01	0457	CHT	47	0507	XFR	67	0557	XFR	67
0308	X-Y	53	0358	L	01	0408	YTO	40	0458	UP	27	0508	J	75	0558	X	36
0309	CHT	47	0359	L	01	0409	YTO	40	0459	UP	27	0509	J	75	0559	X	36
0310	YTO	40	0360	M	01	0410	B	14	0460	YTO	40	0510	CHT	47	0560	X-Y	53
0311	B	14	0361	M	01	0411	B	14	0461	2	00	0511	2	00	0561	2	00
0312	5	05	0362	VE	24	0412	0	00	0462	3	03	0512	XTO	23	0562	XFR	67
0313	0	00	0363	FMT	42	0413	XTO	23	0463	XFR	67	0513	XTO	23	0563	XFR	67
0314	XTO	23	0364	XFR	67	0414	L	01	0464	2	00	0514	XTO	23	0564	XFR	67
0315	L	01	0365	L	01	0415	L	01	0465	UP	27	0515	XTO	23	0565	XFR	67
0316	L	01	0366	B	10	0416	GTO	44	0466	XFR	67	0516	GTO	44	0566	XFR	67
0317	GTO	44	0367	PHT	45	0417	SFR	77	0467	X	36	0517	GTO	44	0567	XFR	67
0318	SFR	77	0368	CHN	25	0418	LBL	51	0468	CHN	25	0518	LBL	51	0568	XFR	67
0319	LBL	51	0369	CHN	25	0419	J	63	0469	XFR	67	0519	LBL	51	0569	XFR	67
0320	R	62	0370	CHT	47	0420	A	13	0470	X	36	0520	J	63	0570	XFR	67
0321	XFR	67	0371	CHT	47	0421	UP	27	0471	X	36	0521	UP	27	0571	XFR	67
0322	L	01	0372	CHT	47	0422	XFR	67	0472	X	36	0522	UP	27	0572	XFR	67
0323	L	01	0373	CHT	47	0423	XFR	67	0473	X	36	0523	XTO	23	0573	XFR	67
0324	UP	27	0374	CHT	47	0424	X	36	0474	X	36	0524	XTO	23	0574	XFR	67
0325	L	01	0375	CHT	47	0425	XFR	67	0475	X	36	0525	XTO	23	0575	XFR	67
0326	L	01	0376	CHT	47	0426	XFR	67	0476	X	36	0526	XTO	23	0576	XFR	67
0327	L	01	0377	CHT	47	0427	XFR	67	0477	X	36	0527	XTO	23	0577	XFR	67
0328	CHT	47	0378	CHT	47	0428	XFR	67	0478	X	36	0528	XTO	23	0578	XFR	67
0329	CHT	47	0379	CHT	47	0429	XFR	67	0479	X	36	0529	XTO	23	0579	XFR	67
0330	CHT	47	0380	CHT	47	0430	XFR	67	0480	CHT	47	0530	XTO	23	0580	XFR	67
0331	CHT	47	0381	CHT	47	0431	XFR	67	0481	CHT	47	0531	XTO	23	0581	XFR	67
0332	CHT	47	0382	CHT	47	0432	XFR	67	0482	CHT	47	0532	XTO	23	0582	XFR	67
0333	CHT	47	0383	CHT	47	0433	XFR	67	0483	CHT	47	0533	XTO	23	0583	XFR	67
0334	CHT	47	0384	CHT	47	0434	XFR	67	0484	CHT	47	0534	XTO	23	0584	XFR	67
0335	CHT	47	0385	CHT	47	0435	XFR	67	0485	CHT	47	0535	XTO	23	0585	XFR	67
0336	CHT	47	0386	CHT	47	0436	XFR	67	0486	CHT	47	0536	XTO	23	0586	XFR	67
0337	CHT	47	0387	CHT	47	0437	XFR	67	0487	CHT	47	0537	XTO	23	0587	XFR	67
0338	CHT	47	0388	CHT	47	0438	XFR	67	0488	CHT	47	0538	XTO	23	0588	XFR	67
0339	CHT	47	0389	CHT	47	0439	XFR	67	0489	CHT	47	0539	XTO	23	0589	XFR	67
0340	CHT	47	0390	CHT	47	0440	XFR	67	0490	CHT	47	0540	XTO	23	0590	XFR	67
0341	CHT	47	0391	CHT	47	0441	XFR	67	0491	CHT	47	0541	XTO	23	0591	XFR	67
0342	CHT	47	0392	CHT	47	0442	XFR	67	0492	CHT	47	0542	XTO	23	0592	XFR	67
0343	CHT	47	0393	CHT	47	0443	XFR	67	0493	CHT	47	0543	XTO	23	0593	XFR	67
0344	CHT	47	0394	CHT	47	0444	XFR	67	0494	CHT	47	0544	XTO	23	0594	XFR	67
0345	CHT	47	0395	CHT	47	0445	XFR	67	0495	CHT	47	0545	XTO	23	0595	XFR	67
0346	CHT	47	0396	CHT	47	0446	XFR	67	0496	CHT	47	0546	XTO	23	0596	XFR	67
0347	CHT	47	0397	CHT	47	0447	XFR	67	0497	CHT	47	0547	XTO	23	0597	XFR	67
0348	CHT	47	0398	CHT	47	0448	XFR	67	0498	CHT	47	0548	XTO	23	0598	XFR	67
0349	CHT	47	0399	CHT	47	0449	XFR	67	0499	CHT	47	0549	XTO	23	0599	XFR	67
0350	CHT	47	0400	CHT	47	0450	XFR	67	0500	CHT	47	0550	XTO	23	0600	XFR	67

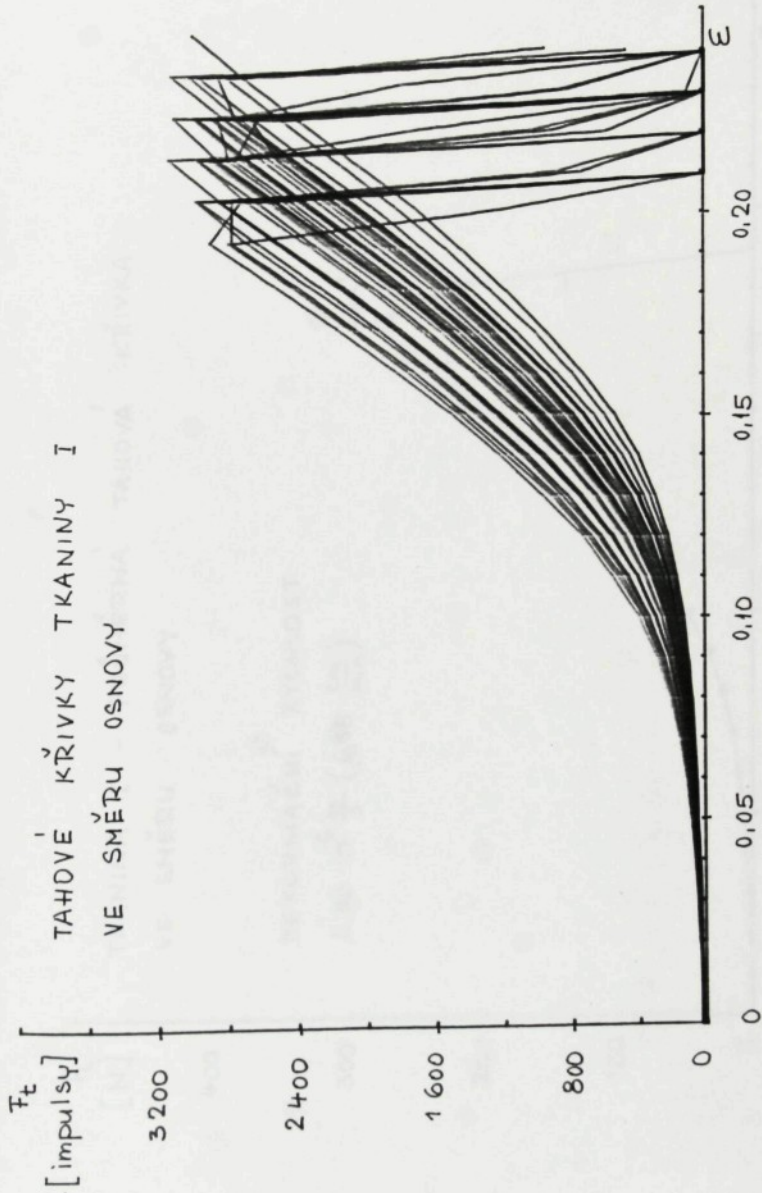




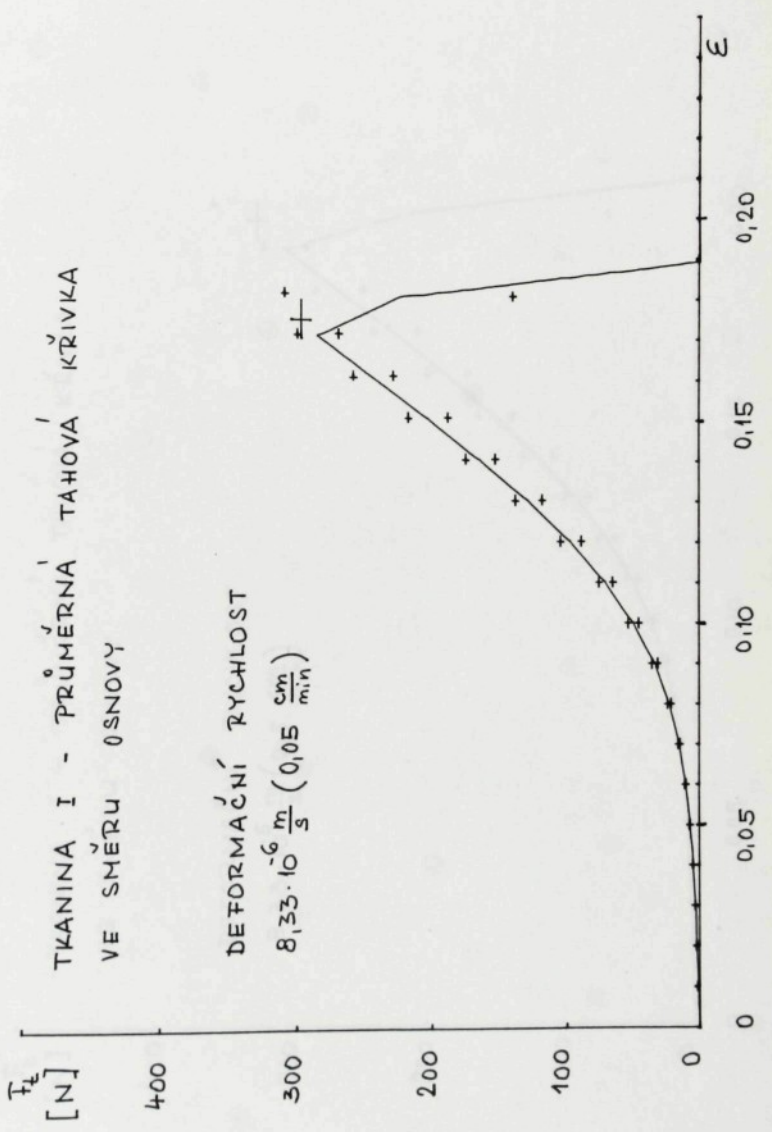




obr. P 1

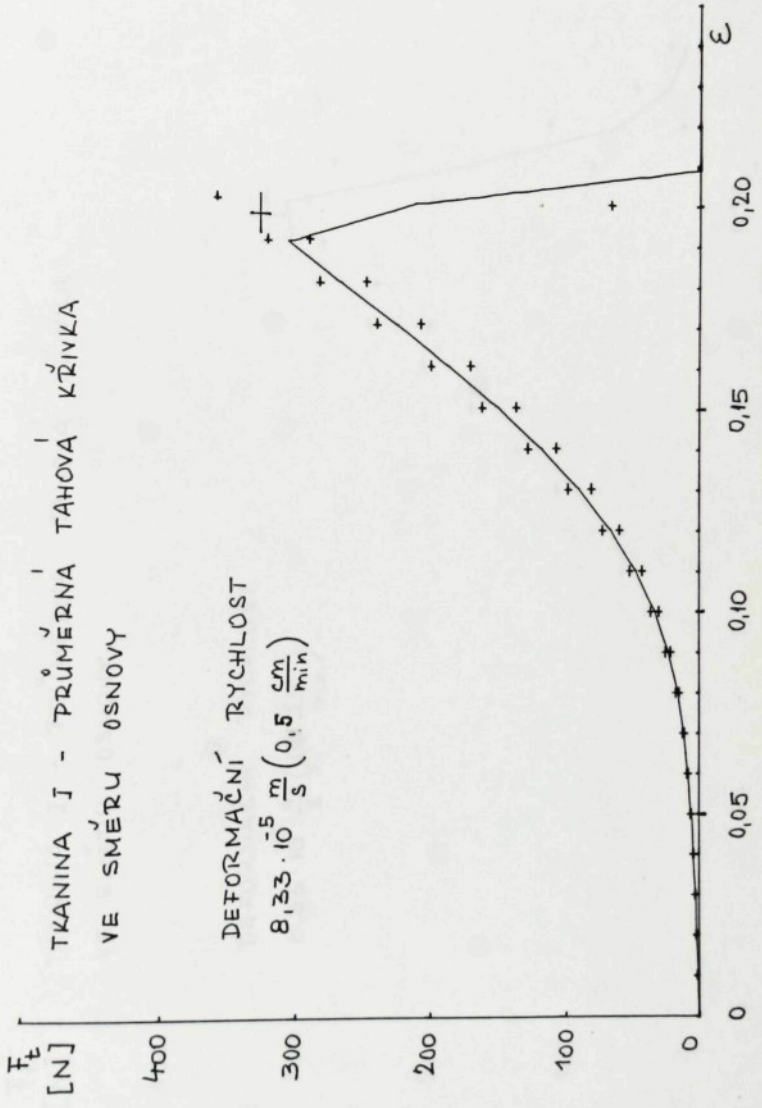


obr. P 2

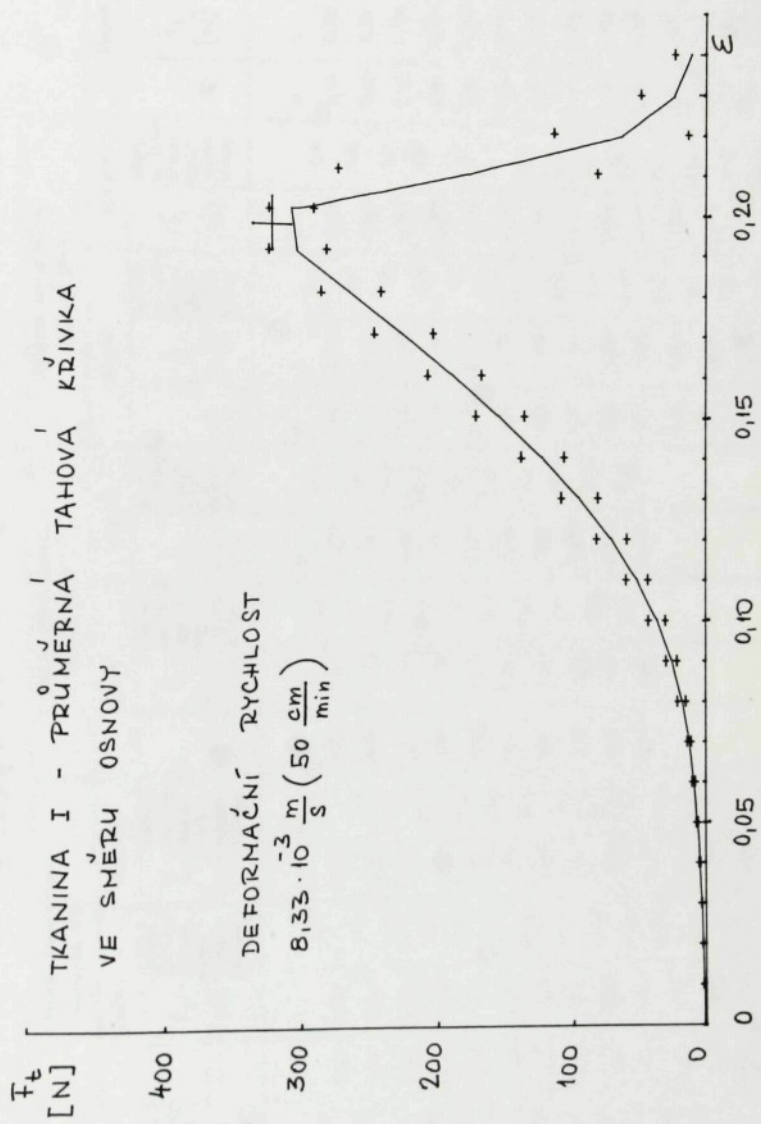


obr. P 3





obr. P 4



obr. P 5

Tabulka P I

TEKABIVA I			T K A N I N A I I						T K A N I N A I I I							
Průměrná tahová křivka a útkových přízi			Průměrná tahová křivka osnovních přízi			Průměrná tahová křivka útkových přízi			Průměrná tahová křivka osnovních přízi			Průměrná tahová křivka útkových přízi				
$\varepsilon$	$F_L$ [N]	směrnice lineárních částí tahové křivky	původní		upravená		$\varepsilon$	$F_L$ [N]	směrnice lineárních částí tahové křivky	původní		upravená		$\varepsilon$	$F_L$ [N]	směrnice lineárních částí tahové křivky
			$\varepsilon$	$F_L$ [N]	$\varepsilon$	$F_L$ [N]				$\varepsilon$	$F_L$ [N]	$\varepsilon$	$F_L$ [N]			
0	0	29,8	0	0	0	13,0	0	0	2,6	0	0	0	0	0	0	19,8
0,004	0,119	55,3	0,01	0,024	2,0	0,130	0,01	0,130	0,026	0,014	0,01	0,198	0,198	0,198	0,198	44,3
0,008	0,340	63,3	0,02	0,041	2,1	0,462	0,02	0,462	0,035	0,030	0,02	0,641	0,641	0,641	0,641	69,1
0,012	0,593	57,8	0,03	0,077	3,6	0,866	0,03	0,866	0,049	0,049	0,03	1,332	1,332	1,332	1,332	67,9
0,016	0,824	51,3	0,04	0,179	10,2	1,192	0,04	1,192	0,077	0,077	0,04	2,011	2,011	2,011	2,011	54,3
0,020	1,029	47,8	0,05	0,411	23,2	2,49	0,05	2,49	0,134	0,134	0,05	2,554	2,554	2,554	2,554	43,3
0,024	1,220	44,0	0,06	0,720	30,9	2,644	0,06	2,644	0,257	0,257	0,06	2,987	2,987	2,987	2,987	36,6
0,028	1,396	42,5	0,07	0,996	27,6	1,816	0,07	1,816	0,462	0,462	0,07	3,353	3,353	3,353	3,353	34,7
0,032	1,566	42,3	0,08	1,217	22,1	1,982	0,08	1,982	0,721	0,721	0,08	3,682	3,682	3,682	3,682	34,5
0,036	1,735	42,0	0,09	1,398	18,1	2,145	0,09	2,145	0,984	0,984	0,09	4,009	4,009	4,009	4,009	34,1
0,040	1,903	39,5	0,10	1,555	15,7	2,465	0,10	2,465	1,221	1,221	0,10	4,330	4,330	4,330	4,330	33,4
0,044	2,061	38,0	0,11	1,702	14,7	1,740	0,11	1,740	1,619	1,619	0,11	4,658	4,658	4,658	4,658	33,1
0,053	2,768		0,12	1,849	14,8	1,905	0,12	1,905	1,795	1,795	0,12	4,989	4,989	4,989	4,989	32,8
			0,13	1,997	14,9	2,068	0,13	2,068	1,954	1,954	0,13	5,337	5,337	5,337	5,337	32,6
			0,14	2,146	14,9	2,230	0,14	2,230	1,964	1,964	0,14	5,689	5,689	5,689	5,689	32,4
			0,15	2,301	15,5	2,360	0,15	2,360	1,964	1,964	0,15	6,040	6,040	6,040	6,040	32,2
				16,7	16,7	12,7			16,6	16,6						34,2