

## Desain Kendali Model Prediktif Kokoh pada Sistem Linier Interkoneksi

### *The Robust Model Predictive Control Design for Linear Interconnected Systems*

Nida Nur Afifah, Solikhatus\*)

Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
Universitas Gadjah Mada

\*E-mail: solikhatus@ugm.ac.id

#### ABSTRACT

In this paper, we discuss the design of robust model predictive control for linear interconnected systems by several constraints. The linear interconnected system is a complex system that consists of several subsystems and the subsystem dynamic is influenced by the states or outputs of the other subsystems. The systems are controlled by formulating and applying the model predictive control on each subsystem. We formulate the optimization problem that minimizes the cost function for each subsystem. The optimization problem is solved by the gradient method to get the minimum cost function. Numerical simulation was conducted to show the effectiveness and performance of robust model predictive control. Based on the results of the numerical simulation and test of the robustness, it can be shown that the robust model predictive control is effective to control the linear interconnected systems.

**Keywords:** Complex systems, model predictive control (MPC), robustness, cost function, gradient.

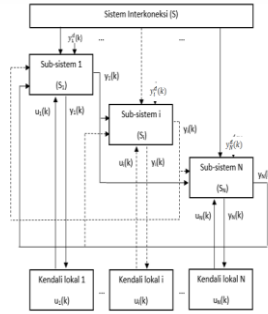
#### PENDAHULUAN

Pada era Revolusi Industri 4.0 telah terjadi banyak kemajuan yang signifikan dalam segala bidang terutama bidang teknologi dan industri. Di dalam proses teknologi dan industri dapat dimodelkan menjadi sistem kompleks yang disusun oleh komponen-komponen penting yang terdiri dari beberapa subsistem yang saling terkoneksi satu dengan yang lainnya. Hubungan antar subsistem disebut sebagai sistem interkoneksi. Beberapa contoh aplikasi dari sistem interkoneksi yaitu pada sistem power, sistem komunikasi, sistem transportasi, dan proses manufaktur. Oleh karena itu, sistem interkoneksi merupakan salah satu permasalahan yang penting untuk dipelajari. Seiring perkembangan zaman, sistem interkoneksi menjadi kajian penelitian yang terus dikembangkan (Narayanan *et al.* 2018). Salah satu yang menjadi kajian penelitian pada bidang ini yaitu kendali dan kestabilan pada sistem interkoneksi.

Pada penelitian terkait sistem interkoneksi, telah banyak dikembangkan berbagai metode kendali untuk menstabilkan sistem interkoneksi. Pada paper ini dikaji tentang bagaimana mendesain kendali model prediktif kokoh pada sistem linier interkoneksi. Sistem linier interkoneksi merupakan sistem kompleks yang terdiri dari beberapa subsistem yang saling

terkoneksi satu sama yang lain. Keberadaan dari interkoneksi diantara sub-subsistem akan membuat sistem menjadi tidak stabil. Pada kendali model prediktif dilakukan prediksi keluaran yang akan datang sepanjang horison prediksi menggunakan model matematika.

Kendali model prediktif bekerja dengan mengoptimalkan fungsi biaya. Kendali model prediktif merupakan salah satu kendali yang populer dan strategis. Kajian dari kendali model prediktif dapat dilihat pada (Maciejowski, 2000 & Camacho, 2007). Kelebihan dari metode kendali model prediktif (KMP) dibandingkan dengan metode yang lain adalah KMP memiliki konsep yang intuitif dan penyetelannya relatif mudah di pelajari. KMP dapat digunakan untuk mengendalikan berbagai proses dari yang sederhana sampai yang kompleks karena mudah diterapkan. KMP terdiri dari dua kasus yaitu KMP berkendala dan KMP tanpa kendala. Pada umumnya KMP dirumuskan dalam masalah optimisasi yang berupa fungsi kuadrat yang dibahas oleh Anton & Rorres (2013); Bazaraa (2016). Selain itu, kendala pada masalah desain kendali dapat ditangani dan dirumuskan dengan sederhana selama proses desain secara sistematis. Metode KMP sangat berguna terutama saat referensi masa depannya diketahui. Salah satu penerapannya yaitu pada robotik.



Gambar 1. Sistem interkoneksi

Diberikan sistem linier interkoneksi yang terdiri dari  $N$  subsistem yang diilustrasikan pada Gambar 1. Misalkan  $y_i^d(k)$  melambangkan keluaran referensi dari subsistem ke- $i$  saat  $k$ ,  $y_i(k)$  melambangkan keluaran subsistem ke- $i$  saat  $k$ ,  $u_i(k)$  melambangkan masukan subsistem ke- $i$  saat  $k$  dengan  $i = 1, 2, \dots, N, k = 0, 1, 2, \dots$ . Misalkan masukan, keluaran, prediksi keluaran dan keluaran referensi pada masing-masing subsistem bernilai skalar. Masalah KMP diselesaikan dengan meminimumkan fungsi biaya (1) pada setiap subsistem. Fungsi biaya dirumuskan sebagai berikut:

$$J_i(k) = \sum_{k_j=h_w^i}^{h_p^i} \left( \hat{y}_i(k+k_j|k) - y_i^d(k+k_j|k) \right)^2 + \lambda_i \sum_{k_j=0}^{h_c^i-1} \left( \Delta \hat{u}_i(k+k_j|k) \right)^2 \quad (1)$$

dengan

$h_w^i$  adalah horizon awal dari subsistem ke- $i$ ,  
 $h_p^i$  adalah horizon prediksi dari subsistem ke- $i$ ,  
 $h_c^i$  adalah horizon kendali dari subsistem ke- $i$ ,  
 $\lambda_i$  adalah pembobot dari subsistem ke- $i$ ,  
 $\Delta \hat{u}_i(k+k_j|k)$  adalah masukan dari subsistem ke- $i$  ketika  $k+k_j$  diketahui saat  $k$ ,  
 $\hat{y}_i(k+k_j|k)$  adalah keluaran dari subsistem ke- $i$  ketika  $k+k_j$  diketahui saat  $k$ ,  
 $y_i^d(k+k_j|k)$  adalah keluaran referensi dari subsistem ke- $i$  ketika  $k+k_j$  diketahui saat  $k$ .

Diberikan sistem diskrit dalam bentuk ruang keadaan yang disajikan oleh Dalhaomi (2016), Ogata (1995), Buchevats & Gruyitch (2022) dari subsistem ke- $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  sebagai berikut:

$$S_i: \begin{cases} x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i u_i(k) + p_i(k) \\ y_i(k) = C_i x_i(k) \end{cases} \quad (2)$$

dengan  $x_i(k)$  adalah keadaan subsistem  $i$  saat  $k$ ,  $u_i(k)$  adalah masukan subsistem  $i$  saat  $k$ ,  $y_i(k)$  adalah keluaran subsistem  $i$  saat  $k$ ,

$$p_i(k) = \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} x_j(k),$$

$A_i, B_i, A_{ij}$  dan  $C_i$  adalah matriks-matriks dengan ukuran sesuai. Dibentuk sistem linier diskrit dalam bentuk ruang keadaan linier waktu invarian yang terdiri dari  $N$  subsistem sebagai berikut:

$$S: \begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (3)$$

dengan,

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_N(k) \end{bmatrix}, u(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_N(k) \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \dots & A_{NN} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_{NN} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C_{NN} \end{bmatrix},$$

dan  $A_{ii} = A_i, B_{ii} = B_i, C_{ii} = C_i$ , seperti pada Persamaan (2) untuk setiap  $i = 1, 2, \dots, N$ . Sistem linier interkoneksi (3) dilambangkan dengan  $S$  merupakan gabungan dari sejumlah berhingga subsistem  $S_i, i = 1, 2, \dots, N$ . Dengan kata lain, sistem linier interkoneksi dapat disajikan sebagai

$$S = \bigcup_{i=1}^N S_i. \quad (4)$$

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah mendesain KMP  $u$  yang kokoh terhadap gangguan untuk sistem linier interkoneksi (3) yang membawa setiap keluaran subsistem sesuai dengan setiap keluaran referensi subsistem yang diberikan.

## METODE

Pada penelitian ini dilakukan kajian literatur tentang sistem linier interkoneksi yang merupakan sistem kompleks yang terdiri dari beberapa subsistem yang terkoneksi satu dengan yang lain. Kemudian memilih metode untuk desain kendali yang sesuai. Karena sistem linier interkoneksi terdapat gangguan pada sejumlah berhingga langkah waktu maka diambil

kendali model prediktif (KMP) kokoh yang mana desain KMP tetap mampu mengendalikan sistem linier interkoneksi dengan gangguan yang terbatas. Berikut langkah-langkah untuk desain KMP:

1. Menentukan fungsi biaya yang akan dioptimalkan. Parameter penting yang harus diketahui adalah keluaran referensi untuk masing-masing subsistem berdasarkan informasi atau fenomena sistem.
2. Merumuskan prediksi keadaan dan prediksi keluaran sistem berdasarkan keadaan awal pada masing-masing subsistem.
3. Merumuskan KMP dengan menggunakan metode gradien.
4. Melakukan simulasi untuk melihat apakah prediksi keluaran telah mengikuti keluaran referensi atau belum.
5. Menguji kekokohan dari KMP yang diperoleh dengan memberikan sejumlah berhingga gangguan pada bagian interkoneksi.
6. Menganalisis hasil uji kekokohan KMP.
7. Membuat kesimpulan.

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Pada bagian ini akan ditentukan prediksi keadaan dan prediksi keluaran Sistem (3). Diberikan nilai keadaan  $x_i(k)$  yang dihitung berdasarkan nilai keadaan dan nilai masukan sebelumnya yaitu  $x_i(k - 1)$  dan  $u_i(k - 1)$  sehingga diperoleh prediksi keadaan yaitu:

$$\hat{x}_i(k|k) = x_i(k)$$

untuk setiap  $i = 1, 2, \dots, N$ . Oleh karena itu prediksi pada interkoneksi diperoleh

$$\hat{p}_i(k|k) = p_i(k)$$

Prediksi keadaan dari subsistem-  $i$  sepanjang langkah waktu  $k_j = 1, 2, \dots, h_p^i$  yaitu:

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(k + k_j|k) &= A_i^{k_j} x_i(k) + \\ &\sum_{m=0}^{k_j-1} A_i^m B_i \hat{u}_i(k + k_j - m - 1|k) + \\ &\sum_{m=0}^{k_j-1} A_i^m \hat{p}_i(k + k_j - m - 1|k). \end{aligned}$$

Oleh karena itu, akan terdapat dua kasus yaitu

1. Jika  $k_j < h_c^i$  maka

$$\hat{u}_i(k + k_j|k) = \sum_{m=0}^{k_j} \Delta \hat{u}_i(k + k_j - m|k) + u_i(k - 1) \tag{5}$$

2. Jika  $k_j \geq h_c^i$  maka

$$\begin{aligned} \hat{u}_i(k + h_c^i - 1|k) &= \hat{u}_i(k + h_c^i|k) \\ &= \hat{u}_i(k + h_c^i + 1|k) \\ &= \dots \\ &= \hat{u}_i(k + h_p^i|k). \end{aligned} \tag{6}$$

Jika Persamaan (5) dan (6) disubstitusikan ke Persamaan (4) maka diperoleh

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(k + k_j|k) &= A_i^{k_j} x_i(k) \\ &+ \sum_{m=0}^{k_j-1} A_i^m B_i \left( \sum_{m=0}^{k_j} \Delta \hat{u}_i(k + k_j - m|k) \right. \\ &\quad \left. + u_i(k - 1) \right) \\ &+ \sum_{m=0}^{k_j-1} A_i^m \hat{p}_i(k + k_j - m - 1|k). \end{aligned} \tag{7}$$

Dari Persamaan (7) diperoleh prediksi keluaran yaitu

$$\begin{aligned} \hat{y}_i(k + k_j|k) &= C_i \hat{x}_i(k + k_j|k) \\ &= C_i A_i^{k_j} x_i(k) + \sum_{m=0}^{k_j-1} C_i A_i^m B_i \left( \sum_{m=0}^{k_j} \Delta \hat{u}_i(k + k_j \right. \\ &\quad \left. - m|k) + u_i(k - 1) \right) + \\ &\sum_{m=0}^{k_j-1} C_i A_i^m \hat{p}_i(k + k_j - m - 1|k). \end{aligned} \tag{8}$$

Persamaan (8) dapat disajikan dalam bentuk matriks sepanjang langkah waktu  $k_j = 1, 2, \dots, h_p^i$ , sebagai berikut:

$$\hat{Y}_i = \psi_i x_i(k) + \Upsilon_i \Delta U_i(k) + \Omega_i u_i(k - 1) + \varphi_i P_i, \tag{9}$$

dengan  $\hat{Y}_i = \begin{bmatrix} \hat{y}_i(k + 1|k) \\ \hat{y}_i(k + 2|k) \\ \vdots \\ \hat{y}_i(k + h_p^i|k) \end{bmatrix}$ ,  $\psi_i = \begin{bmatrix} C_i A_i \\ C_i A_i^2 \\ \vdots \\ C_i A_i^{h_c^i-1} \\ C_i A_i^{h_c^i} \\ \vdots \\ C_i A_i^{h_p^i} \end{bmatrix}$ ,

$$\Delta U_i(k) = \begin{bmatrix} \Delta \hat{u}_i(k|k) \\ \Delta \hat{u}_i(k + 1|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{u}_i(k + h_c^i - 1|k) \end{bmatrix}$$

$$Y_i = \begin{bmatrix} C_i B_i & 0 & \dots & 0 \\ C_i(A_i B_i + B_i) & C_i B_i & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \sum_{m=0}^{h_c^i-2} C_i A_i^m B_i & \dots & C_i B_i & 0 \\ \sum_{m=0}^{h_c^i-1} C_i A_i^m B_i & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{m=0}^{h_p^i-1} C_i A_i^m B_i & \dots & \dots & \sum_{m=0}^{h_c^i-2} C_i A_i^m B_i \end{bmatrix}$$

$$\Omega_i = \begin{bmatrix} C_i B_i \\ C_i(A_i B_i + B_i) \\ \vdots \\ \sum_{m=0}^{h_c^i-2} C_i A_i^m B_i \\ \sum_{m=0}^{h_c^i-1} C_i A_i^m B_i \\ \vdots \\ \sum_{m=0}^{h_p^i-1} C_i A_i^m B_i \end{bmatrix}, P_i = \begin{bmatrix} \hat{p}_i(k|k) \\ \hat{p}_i(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{p}_i(h_p^i-1|k) \end{bmatrix}$$

$$\varphi_i = \begin{bmatrix} C_i A_i^0 & 0 & \dots & 0 \\ C_i A_i^2 & C_i A_i^0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_i A_i^{h_p^i-1} & C_i A_i^{h_p^i-2} & \dots & C_i A_i^0 \end{bmatrix}$$

Fungsi biaya (1) dapat disajikan dalam bentuk kuadratik  $\|X\|_{\Lambda}^2 = X^T \Lambda X$  sebagai berikut:

$$J_i(k) = \|\hat{Y}_i - Y_i^d\|_{Q_i}^2 + \|\Delta U_i(k)\|_{R_i}^2, \quad (10)$$

dengan matriks pembobot  $Q_i$  dan  $R_i$  simetri dan definit positif dari subsistem ke-  $i$  dengan ukuran yang sesuai dan  $Y_i^d$  adalah vektor keluaran referensi yang diharapkan. Didedinisikan error pelacakan (*tracking error*) yaitu selisih antara pelacakan referensi dan prediksi keluaran ketika respon bebas yaitu  $\Delta U_i(k) = 0$ . Error pelacakan dilambangkan dengan  $\Gamma_i$  dapat disajikan dengan persamaan berikut:

$$\Gamma_i = Y_i^d - \psi_i x_i(k) - \Omega_i u_i(k-1) - \varphi_i P_i. \quad (11)$$

Persamaan (9) dan (11) disubstitusikan ke Persamaan (10), maka akan diperoleh:

$$J_i(k) = \|\Upsilon_i \Delta U_i(k) - \Gamma_i\|_{Q_i}^2 + \|\Delta U_i(k)\|_{R_i}^2 \quad (12)$$

sehingga

$$J_i(k) = \Delta U_i(k)^T \Phi_i \Delta U_i(k) - \Delta U_i(k)^T \Psi_i + \sigma_i \quad (13)$$

dengan

$$\sigma_i = \Gamma_i^T Q_i \Gamma_i, \Psi_i = 2\Upsilon_i^T Q_i \Gamma_i, \text{ dan} \\ \Phi_i = 2\Upsilon_i^T Q_i \Upsilon_i + R_i.$$

Selanjutnya, KMP pada sistem linier interkoneksi akan diperoleh dengan meminimumkan Persamaan (10). Nilai optimal  $\Delta U_i(k)$  diperoleh dengan mencari titik kritis dari Persamaan (10) dan menguji minimalnya dengan turunan keduanya. Gradien dari Persamaan (13) terhadap  $\Delta U_i(k)$  dan disamakan dengan nol maka diperoleh

$$\frac{\partial J_i(k)}{\partial \Delta U_i(k)} = 0 \Leftrightarrow \Delta U_i(k) = \frac{1}{2} \Phi_i^{-1} \Psi_i$$

Karena  $\frac{\partial^2 J_i(k)}{\partial^2 \Delta U_i(k)} = 2\Phi_i$  dengan  $\Phi_i$  matriks definit positif maka  $\Delta U_i(k) = \frac{1}{2} \Phi_i^{-1} \Psi_i$  merupakan pemiminal Persamaan (10). Diambil

$$\Delta U_i(k) = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \Delta U_i(k)$$

Dengan kata lain

$$u_i(k) = \Delta U_i(k) + u_i(k-1)$$

Contoh 1. (Dalhaomi, 2016) Diberikan sistem linier interkoneksi yang terdiri dari dua subsistem sebagai berikut:

$$A_1 = 10^{-2} \begin{bmatrix} 52 & 2.8 & 0 \\ 0 & 77.2 & 0.2 \\ 0 & 0 & 4.07 \end{bmatrix},$$

$$A_{12} = 10^{-2} \begin{bmatrix} 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \\ 5 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{21} = 10^{-2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = 10^{-2} \begin{bmatrix} 10.7 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 3.4 \\ 2 & 0 & 50 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.001 \\ 0.787 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.787 \\ 0 \\ 0.001 \end{bmatrix},$$

dan

$$C_1 = C_2 = [1 \ 1 \ 0]$$

Berdasarkan pada bentuk ruang keadaan pada Persamaan (3), maka sistem linier interkoneksi dapat disajikan matriks  $A, B$  dan  $C$  sebagai berikut:

$$A = 10^{-2} \begin{bmatrix} 52 & 2.8 & 0 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 77.2 & 0.2 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 4.07 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10.7 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 21 & 3.4 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 50 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.001 & 0 \\ 0.787 & 0 \\ 0 & 0.787 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix}$$

dan  $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ . Selanjutnya, diambil keadaan awal

$$x(0) = [x_1(0), x_2(0)]^T = [0, 0]^T.$$

Misalkan horison kendali dan horison prediksi di setiap subsistem adalah  $h_p^1 = h_p^2 = 3$  dan  $h_c^1 = h_c^2 = 3$  dengan matriks pembobot untuk keadaan dan masukan sebagai berikut:

$$Q_1 = Q_2 = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}$$

dan

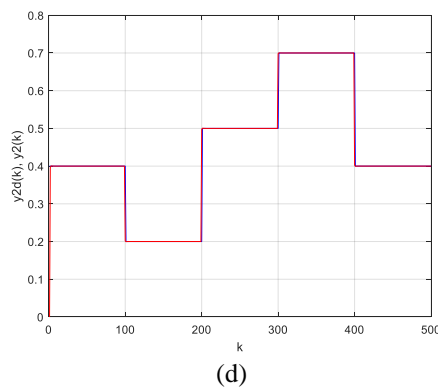
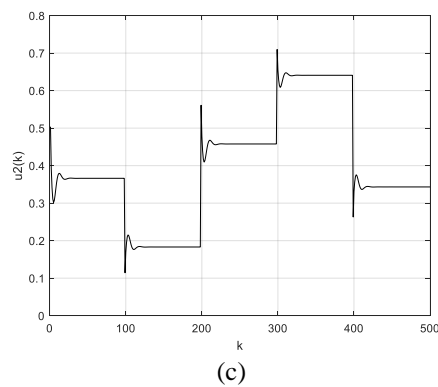
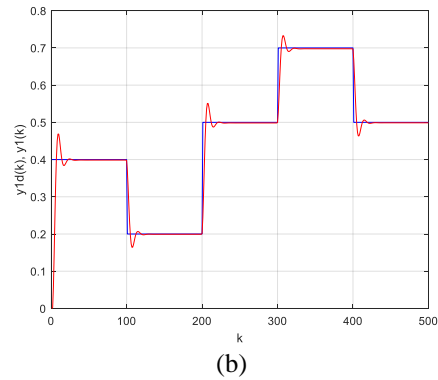
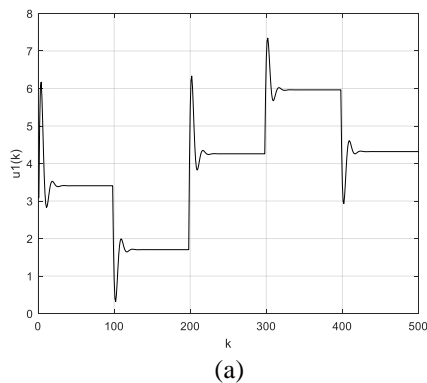
$$R_1 = R_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}.$$

Diketahui keluaran referensi untuk subsistem pertama  $y_1^d$  dan keluaran referensi untuk subsistem ke dua  $y_2^d$  disajikan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Keluaran referensi untuk Subsistem 1 dan Subsistem 2

$k$	$y_1^d$	$y_2^d$
0-100	0.4	0.4
101-200	0.2	0.2
201-300	0.5	0.5
301-400	0.7	0.7
401-500	0.5	0.4

Adapun keluaran prediksi dan keluaran referensi dengan KMP untuk masing-masing subsistem disajikan pada Gambar 2.



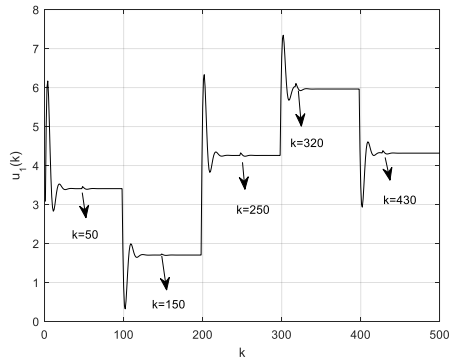
Gambar 2. (a) Trayektori kendali prediktif yang berasosiasi dengan subsistem pertama  $u_1(k)$ . (b) Trayektori keluaran  $y_1(k)$  (—) dan keluaran referensi  $y_1^d(k)$  (---) dari subsistem pertama. (c)

Trayektori kendali prediktif yang berasosiasi dengan subsistem ke-dua  $u_2(k)$ . (d) Trayektori keluaran  $y_2(k)$  (—) dan keluaran referensi  $y_2^d(k)$  (---) dari subsistem ke-dua.

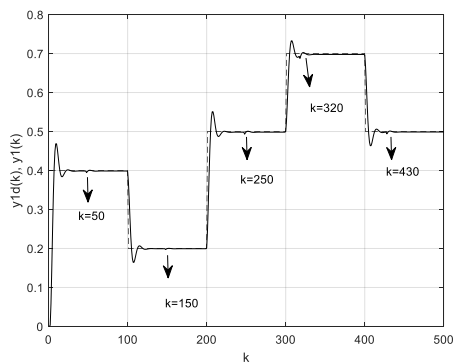
Berdasarkan pada Gambar 2, dari hasil-hasil simulasi numerik dapat dilihat bahwa terdapat perbedaan antara nilai keluaran dan keluaran referensi dari masing-masing subsistem pada permulaan interval waktu langkah kendali.

Kemudian dalam waktu yang relatif singkat, keluaran dari subsistem mengikuti keluaran referensi yang diberikan.

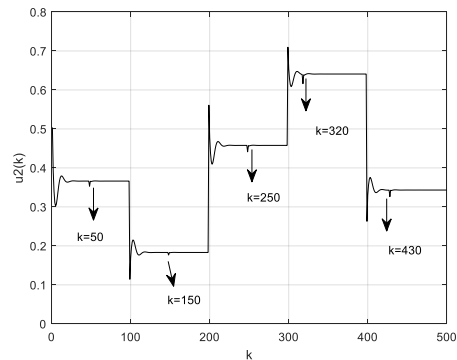
Kemudian akan diselidiki kekokohan dari KMP yang telah didesain dengan memvariasi pada matriks interkoneksi  $A_{12}$  dan  $A_{21}$ . Setelah dilakukan percobaan untuk menguji kekokohan KMP diperoleh bahwa variasi sebesar 15 % pada submatriks  $A_{12}$  dan  $A_{21}$  ketika  $k = 50, 150, 250, 320$  dan  $k = 430$  KMP masih dapat bekerja dengan baik. Pada awalnya terdapat perbedaan yang signifikan akibat gangguan antara keluaran sistem dan keluaran referensi seperti ditunjukkan pada Gambar 3b dan 3d. Kemudian dalam waktu yang relatif singkat keluaran sistem akan mendekati keluaran referensi. Matriks interkoneksi  $A_{12}$  dan  $A_{21}$  menjadi salah satu sumber utama KMP menjadi tidak kokoh karena matriks ini merepresentasikan hubungan interkoneksi suatu subsistem dengan subsistem lain. Keluaran dari suatu subsistem dipengaruhi oleh keadaan atau masukan dari subsistem yang lain. Adapun grafik dari masukan dan keluaran subsistem pertama dan subsistem ke-dua dengan gangguan pada interkoneksi disajikan pada Gambar 3.



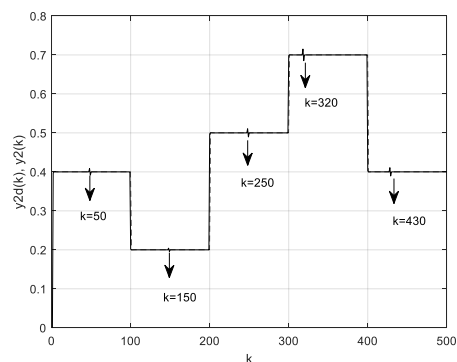
(a)



(b)



(c)



(d)

Gambar 3. (a) Trayektori kendali prediktif yang berasosiasi dengan subsistem pertama  $u_1(k)$ . (b) Trayektori keluaran  $y_1(k)$  (—) dan keluaran referensi  $y_1^d(k)$  (---) dari subsistem pertama. (c)

Trayektori kendali prediktif yang berasosiasi dengan subsistem ke-dua  $u_2(k)$ . (d) Trayektori keluaran  $y_2(k)$  (—) dan keluaran referensi  $y_2^d(k)$  (---) dari subsistem ke-dua.

## KESIMPULAN

Dalam paper ini telah dirumuskan dan disajikan pendekatan baru untuk mendesain kendali pada sistem linier interkoneksi. Pada awalnya sistem linier interkoneksi disajikan dalam suatu blok dan dianalisa secara langsung tanpa dekomposisi. Kemudian sistem linier interkoneksi didekomposisi menjadi sub-subsistem yang terkoneksi satu sama lain. Pendekatan KMP kokoh diperkenalkan dengan mendesain KMP kokoh pada masing-masing subsistem. Untuk setiap subsistem dilakukan proses optimisasi pada masing-masing subsistem yang terkait dengan subsistem tersebut dengan gangguan pada interkoneksinya.

Pendekatan baru ini dikembangkan berdasarkan pada rumusan fungsi biaya yang belum melibatkan hubungan interkoneksi. Penelitian selanjutnya dapat mengembangkan metode kendali yang lain atau melibatkan hubungan interkoneksi pada fungsi tujuan. Untuk membuktikan kebenaran dari metode yang diajukan, dilakukan simulasi numerik. Dari hasil-hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa keefektifan dari strategi kendali yang telah dikembangkan karena KMP kokoh masih dapat bekerja dengan baik dengan gangguan mencapai 15 % dari nilai parameter interkoneksi.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Anton H & Rorres C. 2013. *Elementary Linear Algebra: Applications Version, 11th Edition*. New Jersey: John Wiley and Sons.
- Bazaraa MS *et al.* 2006. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms, 3rd Edition*. New Jersey: John Wiley and Sons.
- Buchevats ZM & Gruyitch LT. 2022. *Linear Discrete-Time Systems*. Taylor and Francis Group. CRC Press.
- Camacho E.F. & Bordons C. 2007. *Model Predictive Control: Second Edition*. London: Springer Verlag.
- Dalhouni *et al.* 2016. Model Based Predictive Control For Linear Interconnected Systems. *Proceeding of the 13th International Multi-Conference on Systems, Signal, and Devices*.
- Maciejowski JM. 2000. *Predictive Control with Constraint*. USA: Prentice Hall.
- Narayanan *et al.* 2018. *Adaptive optimal distributed control of linear interconnected systems*. Prosiding IEEE Symposium series on Computational Intelligence.
- Ogata K. 1995. *Discrete-Time Control System Second Edition*. USA: Prentice Hall International.

