

Pengukuran *Value at Risk* Portofolio Saham Optimal Menggunakan Copula-GARCH dengan Pendekatan *Single Index Model*

Siti Firdaus, Ulil Azmi, dan Galuh Oktavia Siswono
Departemen Aktuaria, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
e-mail: ulilazmi0211@gmail.com

Abstrak—Investasi merupakan penanaman uang atau modal dalam suatu perusahaan atau proyek guna memperoleh keuntungan. Diantara sekian banyak sekuritas yang ada, saham menjadi sekuritas yang mengalami kenaikan jumlah investor secara signifikan karena dapat memberikan keuntungan yang cukup besar. Dibalik keuntungan yang besar, terdapat risiko yang harus dihadapi oleh investor. Sehingga, investor perlu menerapkan strategi yang dapat meminimalkan risiko serta mengukur risiko pada portofolio. Dalam penelitian ini dilakukan diversifikasi dan estimasi risiko dengan menggunakan pendekatan *Single Index Model*, *Copula-GARCH*, dan *Value at Risk*. Data yang digunakan adalah data harga penutupan saham bulanan pada saham yang terdaftar pada LQ45 selama periode 1 Desember 2010 hingga 31 Desember 2021. Berdasarkan metode *Single Index Model*, didapatkan tujuh saham yang masuk dalam portofolio optimal yang terdiri atas saham BBKA (10,48%), BBNI (4,22%), BBRI (24,88%), BBTN (2,41%), BMRI (8,53%), KLBK (21,90%), dan TLKM (27,58%). Setelah itu dilakukan pemodelan Copula-GARCH pada harga penutupan saham bulanan menggunakan lima jenis copula yang terdiri atas Copula Normal, *Student-t*, Gumbel, Frank, dan Clayton. Didapatkan model copula terbaik untuk ketujuh saham yaitu Copula *Student-t* dengan nilai *maximum log-likelihood* sebesar 92,42. Hasil estimasi *Value at Risk* pada tingkat kepercayaan 95% menggunakan simulasi Monte Carlo berdasarkan model Copula *Student-t* menunjukkan angka kerugian maksimum sebesar 0,0439. Hal ini berarti bahwa kemungkinan kerugian yang dihadapi investor tidak akan melebihi 0,0439 bagian dari modal investasi. Semakin besar tingkat kepercayaan yang digunakan, maka semakin besar pula nilai *Value at Risk*.

Kata Kunci—Copula, GARCH, Portofolio, *Single Index Model*, *Value at Risk*.

I. PENDAHULUAN

INVESTASI dapat diartikan sebagai penanaman uang atau modal dalam suatu instansi atau proyek dengan tujuan memperoleh keuntungan. Menurut Kustodian Sentral Efek Indonesia (KSEI), salah satu instrumen investasi yang cukup populer saat ini adalah saham [1]. Saham merupakan bukti atas bagian kepemilikan dari suatu instansi. Saham dinilai dapat memberikan imbal hasil atau *return* yang ini cukup tinggi. Namun, *return* yang tinggi akan diikuti dengan risiko yang tinggi pula.

Risiko dapat diminimalisir dengan melakukan diversifikasi. Diversifikasi dilakukan dengan mengkombinasikan sejumlah aset serta menentukan proporsi masing-masing aset menjadi sebuah portofolio [2]. Rachmatullah, et.al. (2021) mengatakan bahwa metode *Single Index Model* dapat membentuk portofolio yang lebih optimal dibandingkan dengan metode *Markowitz* [3].

Value at Risk merupakan salah satu metode statistika yang

dapat mengukur kemungkinan kerugian maksimum yang akan dihadapi oleh investor. Terdapat tiga pendekatan yang umum digunakan untuk menghitung *Value at Risk* antara ialah varian-kovarian, simulasi historis, dan monte carlo [4].

Copula pertama kali diperkenalkan oleh Sklar pada 1959 sebagai fungsi distribusi multivariat dengan marginal univariat berdistribusi uniform standar [5]. Metode ini tidak membutuhkan asumsi distribusi normal dan sering kali dipadukan dengan GARCH karena dapat membangun model univariat GARCH untuk aset keuangan individu yang memiliki volatilitas cukup tinggi [6]. Chen, et.al. (2020) mengestimasi *VaR* pada portofolio yang mengandung Bitcoin [7].

Dalam penelitian ini dilakukan estimasi *Value at Risk* pada data harga penutupan bulanan saham yang berturut-turut masuk dalam Indeks LQ45 dari Januari 2010 hingga Desember 2021 menggunakan Copula-GARCH. Dan saham yang masuk dalam portofolio optimal akan ditentukan menggunakan pendekatan *Single Index Model*.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Return

Return saham merupakan tingkat pengembalian untuk saham biasa dan merupakan pembayaran kas yang diterima sebagai akibat dari suatu saham pada saat awal investasi, diberikan pada Persamaan 1 berikut:

$$R_{it} = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (1)$$

Dimana R_{it} adalah *return* saham i periode t , P_t adalah harga saham i periode t , dan P_{t-1} adalah harga saham periode $t - 1$ [8].

B. Risiko

Risiko atau *risk* merupakan suatu kemungkinan realisasi *actual return* lebih rendah dibanding dengan *return* minimum yang diharapkan (*expected return*) [9]. Semakin besar risiko, maka semakin besar pula *return* yang akan dihasilkan.

C. Teori Portofolio

Dalam teori portofolio dinyatakan bahwa risiko (*risk*) dan pengembalian (*return*) harus dipertimbangkan dengan asumsi kerangka formal untuk mengukur keduanya dalam pembentukan portofolio tersedia. Tujuan dari dibentuknya portofolio adalah untuk meminimalisir risiko tanpa mengorbankan pengembalian yang dihasilkan dengan melakukan diversifikasi. Portofolio dapat dikatakan efisien apabila dapat memberikan imbal hasil harapan yang maksimal dengan tingkat risiko sama atau mengandung

tingkat risiko minimum dengan imbal hasil harapan yang sama. Sedangkan portofolio dapat dikatakan optimal apabila portofolio tersebut sesuai dengan karakter investor, dengan asumsi semua investor adalah *risk averse* yang mengusahakan tingkat imbal balik yang lebih besar untuk tambahan satu unit risiko yang sama. Portofolio yang efisien belum tentu merupakan portofolio yang optimal. Sedangkan portofolio optimal merupakan portofolio efisien [10].

D. Single Index Model

Single Index Model atau yang biasa disebut sebagai model indeks tunggal merupakan metode pembentukan portofolio yang dikembangkan oleh Willam Sharpe (1963) dengan menyederhanakan perhitungan pada model Markowitz [11]. Metode ini menyeleksi saham-saham yang akan masuk dalam portofolio optimal dengan membandingkan *Excess Return To Beta* (ERB) dengan *cut off point* sebagai batasan.

Pembentukan Portofolio optimal menggunakan metode *Single Index Model* (SIM) dapat dibagi menjadi tiga tahap, yaitu [9].

Pertama, pemeringkatan saham berdasarkan *Excess Return to Beta* (ERB) yang merupakan rasio yang menunjukkan nilai ekstra atau nilai lebih dari *return* yang akan diterima tiap unit risiko. ERB dapat dirumuskan dalam Persamaan 2 sebagai berikut:

$$ERB = \frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i} \tag{2}$$

Kedua, penentuan *Cut Off Rate* yang dilakukan guna memisahkan saham-saham yang masuk atau keluar dari portofolio optimal. Pada pendekatan *Single Index Model*, nilai maksimum dari C_i merupakan *cut off point* (C^*). Nilai C_i dapat dirumuskan dalam Persamaan 3 sebagai berikut:

$$C_i = \frac{\sigma_m^2 \sum_{j=1}^i (\bar{R}_j - R_f) \beta_j}{\sigma_{e_j}^2} \frac{\beta_j^2}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \frac{\beta_j^2}{\sigma_{e_j}^2}} \tag{3}$$

Ketiga, penentuan Proporsi Optimal yang dilakukan dengan mencari nilai Z_i dari setiap sekuritas yang masuk dalam kriteria portofolio optimal. Nilai Z_i dapat didefinisikan dalam Persamaan 4 sebagai berikut:

$$Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{e_i}^2} \left(\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i} - C^* \right) \tag{4}$$

Pembobotan tiap sekuritas dapat dilakukan dengan menggunakan Persamaan 5 sebagai berikut:

$$w_i = \frac{Z_i}{\sum_{j=1}^N Z_j} \tag{5}$$

E. Value at Risk

Value at Risk merupakan metode pengukuran risiko yang memperkirakan kerugian maksimum pada suatu portofolio pada tingkat kepercayaan tertentu yang bisa saja terjadi di masa yang akan datang secara statistik, diberikan pada Persamaan 6 berikut ini.

$$Prob[R < R^*] = \int_{-\infty}^{R^*} f(R) dR = \alpha \tag{6}$$

Dimana R^* adalah kuartil ke- α dari distribusi imbal hasil. *Value at Risk* pada level konfidensi $(1 - \alpha)$ dapat didefinisikan dalam persamaan sebagai berikut:

$$VaR_{(1-\alpha)} = W_0 R^* \tag{7}$$

Dengan W_0 merupakan jumlah uang yang diinvestasikan pada suatu periode $t = 0$ [12].

F. Simulasi Monte Carlo

Simulasi Monte Carlo merupakan metode parametrik yang digunakan untuk membangkitkan data acak pada pengembalian faktor risiko (*risk factor return*) dari estimasi distribusi parameter [13]. Umumnya metode ini menggunakan asumsi bahwa pengembalian faktor risiko berdistribusi normal multivariat dan matriks kovarian dapat menjelaskan ketergantungan antar pengembalian dari faktor risiko. Tetapi, Monte Carlo sangat fleksibel karena dapat digunakan pada distribusi multivariat yang berbeda pada pengembalian faktor risikonya dengan melakukan modifikasi [14].

G. Uji Normalitas

Uji kolmogorov smirnov merupakan alat uji statistik yang digunakan untuk menentukan apakah suatu sampel berasal dari suatu populasi yang memiliki sebaran data tertentu atau mengikuti distribusi statistik tertentu. Hipotesis dari uji kolmogorov smirnov meliputi,

- H_0 : data mengikuti distribusi normal,
- H_1 : data tidak mengikuti distribusi normal.

Dengan statistik uji diberikan pada Persamaan 8:

$$D = \sup_x |S_{(x)} - F_0(x)| \tag{8}$$

Dimana $S_{(x)}$ adalah nilai distribusi kumulatif dari data sampel dan $F_0(x)$ adalah nilai distribusi kumulatif dari distribusi normal. Dengan daerah kritis tolak H_0 jika $D > K_{1-\alpha, n}$, dimana n adalah banyaknya observasi atau amatan.

H. Uji Stasioneritas

Kestasioneran data dapat diketahui menggunakan Uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) dengan hipotesis sebagai berikut:

- H_0 : $\delta = 0$,
- H_1 : $\delta < 0$.

Dengan statistik uji sebagai Persamaan 9 berikut:

$$\tau^* = \frac{\hat{\delta}}{se(\hat{\delta})} \tag{9}$$

Apabila nilai $|\tau^*|$ lebih besar dari nilai kritis τ *Dickey Fuller* dengan derajat bebas (df) dan taraf nyata α atau nilai p -value lebih besar dari α maka keputusannya adalah tolak H_0 . Sehingga data dapat dikatakan bersifat stasioner [15].

I. Model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

Tsay (2010) menyatakan bahwa model ARIMA secara umum dapat dirumuskan dalam persamaan sebagai berikut [15]: Pertama, model ARIMA ($p, 0, 0$) atau AR(q), diberikan pada Persamaan 10:

$$r_t = \phi_0 + \phi_1 r_{t-1} + \dots + \phi_p r_{t-p} + a_t \tag{10}$$

Kedua, model ARIMA ($0, 0, q$) atau MA (q), diberikan pada Persamaan 11:

$$r_t = c_0 + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \tag{11}$$

Ketiga, model ARIMA ($p, 0, q$) atau ARMA (p, q),

diberikan pada Persamaan 12:

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i r_{t-i} + a_t - \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i} \quad (12)$$

Keempat, model ARIMA (p, d, q), diberikan pada Persamaan 13:

$$W_t = \theta_0 + \phi_1 W_{t-1} + \dots + \phi_p W_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (13)$$

Dengan,

$$W_t = r_t - r_{t-1} = \phi_1(r_{t-1} - r_{t-2}) + \phi_2(r_{t-2} - r_{t-3}) + \dots + \phi_p(r_{t-p} - r_{t-p-1}) + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q}$$

Dimana untuk mengidentifikasi model perlu dilakukan pemeriksaan plot ACF dan PACF.

Pengujian signifikansi parameter dilakukan dengan menggunakan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \phi = 0$, parameter sama dengan nol,

$H_1: \phi \neq 0$, parameter tidak sama dengan nol.

Dan statistik uji sebagai Persamaan 14 berikut:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\phi}}{SE(\hat{\phi})} \quad (14)$$

Keputusan tolak H_0 apabila $|t_{hitung}| > t_{1-\frac{\alpha}{2}, df=n-n_p}$ atau $p\text{-value} < \alpha$ dengan n_p adalah banyaknya parameter.

Cryer (2008) mengatakan bahwa salah satu kriteria dalam memilih model terbaik adalah kriteria AIC [16]. AIC dalam ditulis dalam Persamaan 15 sebagai berikut:

$$AIC = -2 \log(MLL) + 2k \quad (15)$$

J. Uji Lagrange Multiplier

Uji yang sering digunakan untuk mengidentifikasi efek ARCH adalah Uji Lagrange Multiplier dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 0$, tidak terdapat efek ARCH

H_1 : minimal terdapat satu $\alpha_i \neq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, p$, terdapat efek ARCH

Dan statistik uji sebagai Persamaan 16 berikut:

$$F = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/m}{SSR_1/(T-2m-1)} \quad (16)$$

Keputusan Tolak H_0 apabila $F > \chi_m^2(\alpha)$ atau $p\text{-value}$ statistik uji F lebih kecil dari nilai α [15].

K. Model Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity (GARCH)

Tsay (2010) mengatakan bahwa secara umum, bentuk model ARCH(q) sebagai Persamaan 17 berikut [15].

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i a_{t-i}^2 \quad (17)$$

Sedangkan model GARCH (q, p) secara umum dapat didefinisikan dalam Persamaan 18 sebagai berikut.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (18)$$

L. Copula

Terdapat dua macam copula yang sering digunakan dalam dunia keuangan yaitu copula Elliptical dan Archimedean. Copula elliptical merupakan copula dari distribusi elips. Terdapat dua copula yang sangat penting dalam keluarga Elliptical, yaitu sebagai berikut [17]:

1. Copula Normal. Copula Normal dapat ditulis dalam fungsi pada Persamaan 19 sebagai berikut:

$$C_P^n(u) = \Phi_P(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_d)) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_d)} \dots \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_1)} \frac{\exp(-\frac{1}{2}x'P^{-1}x)}{(2\pi)^{\frac{d}{2}} \sqrt{\det P}} dx_1 \dots dx_d \quad (19)$$

2. Copula Student-t. Copula Student-t dapat ditulis dalam fungsi Persamaan 20 sebagai berikut:

$$C_{P,v}^t(u) = t_{P,v}(t_v^{-1}(u_1), \dots, t_v^{-1}(u_d)) = \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u_d)} \dots \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u_1)} \frac{\Gamma(\frac{v+d}{2})}{\Gamma(\frac{v}{2})(\pi v)^{\frac{d}{2}} \sqrt{\det P}} \left(1 + \frac{x'P^{-1}x}{v}\right)^{-\frac{v+d}{2}} dx_1 \dots dx_d \quad (20)$$

Copula Archimedean adalah copula multivariat kontinu yang memiliki bentuk sederhana, namun memiliki range yang lebar untuk struktur dependensi yang mudah diimplementasikan [17].

1. Copula Clayton. Copula Clayton berdimensi d diberikan pada Persamaan 21 sebagai berikut:

$$C(u) = \left[\sum_{i=1}^d u_i^{-\alpha} - n + 1\right]^{-\frac{1}{\alpha}} \quad (21)$$

2. Copula Frank. Copula Frank berdimensi d diberikan pada Persamaan 22 sebagai berikut:

$$C(u) = -\frac{1}{\alpha} \ln \left\{ 1 + \frac{\prod_{i=1}^d e^{-\alpha u_i} - 1}{(e^{-\alpha} - 1)^{n-1}} \right\} \quad (22)$$

3. Copula Gumbel. Copula Gumbel berdimensi d diberikan pada Persamaan 23 sebagai berikut:

$$C(u) = \exp \left\{ -\left[\sum_{i=1}^d (-\ln u_i)\right]^{\frac{1}{\alpha}} \right\} \quad (23)$$

M. Maximum Likelihood Estimation (MLE)

Apabila $\mathfrak{X} = \{x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{dt}\}_{t=1}^T$ merupakan matriks data sampel yang dapat dirumuskan dalam persamaan log-likelihood sebagai Persamaan 24 berikut:

$$l(\theta) = \sum_{t=1}^T \ln c(F_1(x_{1t}), F_2(x_{2t}), \dots, F_d(x_{dt})) + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^d \ln f_j(x_{jt}) \quad (24)$$

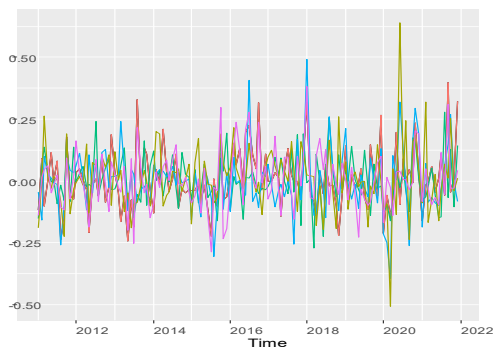
dengan θ adalah kumpulan parameter dari marginal dan copula. Dengan menggunakan fungsi peluang densitas dari marjinal dan copula pada fungsi log-likelihood sebelumnya, estimasi maximum likelihood didapatkan nilai maksimum sebagai Persamaan 25 berikut [17]:

$$\hat{\theta}_{MLE} = \max_{\theta \in \Theta} l(\theta) \quad (25)$$

III. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder harga penutupan saham bulana pada saham yang berturut-turut terdaftar dalam LQ45 selama periode Januari 2011 hingga Desember 2021. Data dikumpulkan melalui website <https://id.investing.com/>.

Langkah analisis diawali dengan menghitung actual return, expected return, standar deviasi, dan varian saham. Lalu menghitung kovarian antar saham individu dan IHSG. Setelah itu menghitung Alpha dan Beta untuk mendapatkan Variance Error Residuals. Kemudian menghitung Cut Off Rate untuk mendapatkan cut off point (nilai maksimum cut



Gambar 1. Actual return saham.

Tabel 1. Expected return, standar deviasi, dan varian saham individual

Saham	Expected Return	St. Dev	Variance
ADRO	0,0060	0,1200	0,0144
ASII	0,0033	0,0757	0,0057
BBCA	0,0084	0,0893	0,0080
BBNI	0,0092	0,0964	0,0093
BBRI	0,0138	0,0825	0,0068
BBTN	0,0094	0,1312	0,0172
BMRI	0,0090	0,0761	0,0058
GGRM	0,0014	0,0826	0,0068
INDF	0,0043	0,0683	0,0047
INTP	0,0027	0,0980	0,0096
JSMR	0,0049	0,0854	0,0073
KLBF	0,0091	0,0671	0,0045
PGAS	-0,0007	0,1278	0,0163
PTBA	0,0026	0,1160	0,0134
SMGR	0,0027	0,0971	0,0094
TLKM	0,0090	0,0626	0,0039
UNTR	0,0035	0,0876	0,0077
UNVR	0,0038	0,0658	0,0043

off rate) yang nantinya akan dijadikan batasan untuk menentukan saham yang akan masuk ke dalam portofolio optimal. Setelah menghitung *Excess Return To Beta*, dilakukan pengambilan keputusan saham yang masuk dalam portofolio dengan membandingkan nilai ERB dengan *cut off point*. Apabila nilai ERB lebih besar dari *cut off point*, maka saham tersebut masuk dalam portofolio optimal. Lalu dilakukan pembobotan untuk masing-masing saham pada portofolio optimal serta menghitung *Expected Return* dan *Variance* portofolio tersebut.

Selanjutnya adalah melakukan analisis deskriptif pada saham yang masuk dalam portofolio optimal. Lalu menentukan orde ARIMA berdasarkan plot ACF dan PACF serta dilakukan uji diagnostik pada residual model ARIMA. Pemilihan model ARIMA terbaik ditentukan berdasarkan nilai AIC. Setelah mendapatkan model ARIMA terbaik, dilakukan uji heterokedastisitas pada residual kuadratnya menggunakan uji *Lagrange Multiplier*. Apabila terdapat unsur heterokedastisitas pada residual kuadratnya, dilakukan pemodelan GARCH. Residual dari model GARCH akan dimodelkan dengan lima jenis copula yang diantaranya ialah Copula Normal, *Student-t*, Clayton, Gumbel, dan Frank. Dari kelima copula, dipilih model copula terbaik berdasarkan nilai likelihood terbesar lalu dilakukan estimasi VaR menggunakan simulasi Monte Carlo.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Pembentukan Portofolio Optimal dengan Single Index Model

Dalam menentukan saham yang masuk dalam portofolio

Tabel 2. Kovarian saham individual dan IHSG

Saham	Kovarian	Saham	Kovarian
ADRO	0,0017	INTP	0,0020
ASII	0,0021	JSMR	0,0019
BBCA	0,0014	KLBF	0,0014
BBNI	0,0030	PTBA	0,0018
BBRI	0,0026	SMGR	0,0025
BBTN	0,0033	TLKM	0,0011
BMRI	0,0024	UNTR	0,0013
GGRM	0,0012	UNVR	0,0005
INDF	0,0013		

Tabel 3. Alpha, beta, dan variance error residual saham individual

Saham	α	β	$\sigma^2_{e_i}$
ADRO	0,0005	1,0579	0,01620
ASII	-0,0034	1,2743	0,00837
BBCA	0,0040	0,8413	0,00913
BBNI	-0,0005	1,8586	0,01490
BBRI	0,0056	1,5808	0,01085
BBTN	-0,0013	2,0562	0,02406
BMRI	0,0013	1,4945	0,00941
GGRM	-0,0023	0,7207	0,00766
INDF	0,0002	0,7867	0,00567
INTP	-0,0037	1,2297	0,01205
JSMR	-0,0013	1,1993	0,00962
KLBF	0,0047	0,8620	0,00571
PTBA	-0,0030	1,0809	0,02180
SMGR	-0,0052	1,5163	0,01534
TLKM	0,0054	0,6932	0,01316
UNTR	-0,0008	0,8232	0,00470
UNVR	0,0021	0,3393	0,00877

optimal, digunakan pendekatan *Single Index Model* pada 18 saham yang meliputi ADRO, ASII, BBCA, BBNI, BBRI, BBTN, BMRI, GGRM, INDF, INTP, JSMR, KLBF, PGAS, PTBA, SMGR, TLKM, UNTR, dan UNVR.

Gambar 1 menunjukkan grafik *actual return* beberapa saham dengan volatilitas yang cukup tinggi yaitu saham ADRO, BBTN, INTP, PGAS, dan PTBA.

Tabel 1 menunjukkan bahwa terdapat 1 saham yang memiliki nilai *expected return* negatif yaitu saham PGAS (-0,0007). Warna abu-abu menunjukkan saham dengan nilai *expected return* positif serta masuk dalam perhitungan selanjutnya.

Tabel 2 menunjukkan nilai kovarian saham individual dengan IHSG. Kovarian yang bernilai positif memiliki arti kecenderungan kedua sekuritas bergerak searah. Ketika *actual return* dari indeks pasar mengalami kenaikan maka *actual return* dari saham individual juga akan mengalami kenaikan begitu juga sebaliknya.

Tabel 3 menunjukkan bahwa terdapat 8 saham yang memiliki nilai alpha positif. Saham yang memiliki nilai *alpha* positif mencerminkan kinerja lebih baik dari indeks pasar dan sebaliknya. Tabel 3 juga menunjukkan bahwa terdapat 7 saham yang memiliki nilai *beta* lebih kecil dari 1. Saham dengan nilai *beta* lebih besar dari 1 merupakan saham yang memiliki volatilitas lebih tinggi dibandingkan dengan pasar. Sedangkan saham dengan nilai *beta* lebih kecil dari 1 merupakan saham yang memiliki tingkat volatilitas lebih rendah dibandingkan dengan pasar. Nilai *alpha* dan *beta* yang sudah didapatkan, digunakan untuk menghitung nilai *variance error residual* masing-masing saham.

Dari nilai *variance error residual* yang didapatkan sebelumnya, masing-masing saham dihitung nilai *Excess*

Tabel 6.

Excess return to beta, cut off rate, dan keputusan portofolio optimal

Saham	ERB	C_i	Keputusan
ADRO	0,0012	0,0001	-
ASII	-0,0011	-0,0003	-
BBCA	0,0044	0,0005	Optimal
BBNI	0,0024	0,0007	Optimal
BBRI	0,0058	0,0016	Optimal
BBTN	0,0023	0,0005	Optimal
BMRI	0,0029	0,0008	Optimal
GGRM	-0,0046	-0,0005	-
INDF	-0,0006	-0,0001	-
INTP	-0,0017	-0,0003	-
JSMR	0,0002	0,0000	-
KLBF	0,0051	0,0009	Optimal
PTBA	-0,0019	-0,0002	-
SMGR	-0,0014	-0,0003	-
TLKM	0,0062	0,0009	Optimal
UNTR	-0,0015	-0,0002	-
UNVR	-0,0027	-0,0001	-

Tabel 7.

Pembobotan portofolio optimal

Saham	Z_i	W_i
BBCA	0,25727	10,48%
BBNI	0,10347	4,22%
BBRI	0,610773	24,88%
BBTN	0,059139	2,41%
BMRI	0,209273	8,53%
KLBF	0,537607	21,90%
TLKM	0,676901	27,58%

Tabel 8.
Analisis deskriptif

Saham	Min	Rerata	Maks	St. Dev	Skewness	Kurtosis
BBCA	5650	17396	35000	8889	0,5223	-1,1917
BBNI	3225	5698	9900	1688	0,6976	-0,5217
BBRI	940	2606	4710	1050	0,3034	-1,1649
BBTN	760	1708	3800	670	1,1264	0,7834
BMRI	2900	5435	8300	1400	0,1390	-1,0125
KLBF	565	1369	1865	339	-0,9831	-0,0671
TLKM	1373	3022	4690	950	-0,2020	-1,1271

Return to Beta (ERB). Tabel 4 menunjukkan saham yang masuk dalam portofolio optimal berdasarkan perbandingan nilai ERB dan *cut off point*. *Cut off point* merupakan nilai maksimum dari nilai *cut off rate* seluruh saham yang ditunjukkan dengan warna abu-abu. Apabila nilai ERB lebih besar dari nilai *cut off point*, maka saham dapat dimasukkan dalam portofolio optimal.

Tabel 5 menunjukkan proporsi atau hasil pembobotan masing-masing saham yang masuk dalam portofolio optimal berdasarkan nilai Z .

B. Statistika Deskriptif

Pada tahap ini dilakukan analisis statistika deskriptif untuk mengetahui karakteristik masing-masing saham yang masuk dalam portofolio optimal.

Tabel 6 menunjukkan bahwa harga saham tertinggi adalah saham BBCA yaitu sebesar 35000 dengan penyimpangan harga saham terbesar yaitu 8889. Sedangkan harga saham terendah adalah saham KLBF yaitu sebesar 565 dengan penyimpangan harga saham terkecil yaitu 339. Nilai *skewness* menunjukkan seluruh saham tidak berdistribusi normal.

C. Pemodelan ARIMA pada Harga Penutupan Saham

Sebelum melakukan pemodelan GARCH, dilakukan

Tabel 4.

Pendugaan dan uji signifikansi parameter model ARIMA

Saham	Model	Parameter	Signifikansi
BBCA	ARIMA (0,2,1)	θ_1	-0,9604 < $2,2 \times 10^{-16}$
	ARIMA (1,2,0)	ϕ_1	-0,4753 $5,5 \times 10^{-10}$
BBRI	ARIMA (1,1,1)	ϕ_1	0,8128 $1,5 \times 10^{-9}$
		θ_1	-0,8685 $1,3 \times 10^{-15}$
BBTN	ARIMA (1,1,1)	ϕ_1	-0,8727 < $2,2 \times 10^{-16}$
		θ_1	0,7832 $7,8 \times 10^{-10}$
		ϕ_1	1,0189 0,0028
		ϕ_2	-0,8516 0,0148
BMRI	ARIMA (3,1,3)	ϕ_3	0,4648 0,0289
		θ_1	-1,0524 0,0003
		θ_2	0,9377 0,0006
		θ_3	-0,6687 0,0001
		ϕ_1	0,3299 $1,09 \times 10^{-8}$
		ϕ_2	-0,9080 < $2,2 \times 10^{-16}$
KLBF	ARIMA (2,1,2)	θ_1	-0,4159 < $2,2 \times 10^{-16}$
		θ_2	0,9999 < $2,2 \times 10^{-16}$
		ϕ_1	0,9658 < $2,2 \times 10^{-16}$
		ϕ_2	-0,9793 < $2,2 \times 10^{-16}$
		ϕ_3	0,8005 $3,2 \times 10^{-15}$
		θ_1	-1,0583 < $2,2 \times 10^{-16}$
BBNI	ARIMA (3,1,3)	θ_2	1,1022 < $2,2 \times 10^{-16}$
		θ_3	-0,9508 < $2,2 \times 10^{-16}$
		ϕ_1	-0,0672 < $2,2 \times 10^{-16}$
		ϕ_2	-0,9006 < $2,2 \times 10^{-16}$
		θ_1	0,0160 < $2,2 \times 10^{-16}$
		θ_2	0,9999 < $2,2 \times 10^{-16}$
TLKM	ARIMA (2,1,2)	θ_1	0,0160 < $2,2 \times 10^{-16}$
		θ_2	0,9999 < $2,2 \times 10^{-16}$

Tabel 5.
Uji asumsi residual white noise

Saham	Model ARIMA	p-value
BBCA	ARIMA(1,2,0)	0,0397
	ARIMA(0,2,1)	0,5249
BBNI	ARIMA(3,1,3)	0,8003
BBRI	ARIMA(1,1,1)	0,9323
BBTN	ARIMA(1,1,1)	0,8224
BMRI	ARIMA(3,1,3)	0,9797
KLBF	ARIMA(2,1,2)	0,4983
TLKM	ARIMA(2,1,2)	0,6416

pemodelan ARIMA untuk mengetahui model rata-rata. Dengan mengidentifikasi kestasioneran data dan pendugaan model berdasarkan Uji Box Cox, plot ACF, PACF, dan uji ADF. Apabila data tidak stasioner dalam varian dan rata-rata, maka akan dilakukan transformasi Box Cox dan *differencing*.

Tabel 7 menunjukkan model dugaan serta estimasi parameter dari masing-masing data saham yang telah stasioner dalam varian maupun rata-rata. Model yang memiliki parameter signifikan Lalu dilakukan uji *white noise* pada residualnya.

Tabel 8 menunjukkan *p-value* dari masing-masing model dugaan ARIMA lebih besar dari 0,05 kecuali model ARIMA (0,2,1) untuk saham BBCA. Tersisa satu model untuk masing-masing saham yang merupakan model terbaik. Sehingga tidak dilakukan perbandingan nilai AIC.

Tabel 9 menunjukkan bahwa residual model enam saham tidak berdistribusi normal karena nilai *p-value* lebih kecil dari *alpha* (5%). Sedangkan residual model saham BBCA berdistribusi normal.

D. Pemodelan GARCH

Setelah mendapatkan model ARIMA terbaik untuk masing-masing saham, langkah selanjutnya adalah melakukan uji *Lagrange Multiplier* pada residual kuadrat untuk mengetahui keberadaan unsur heterokedastisitas

Tabel 9.
Uji asumsi normalitas

Saham	D_{hitung}	Model ARIMA	p -value
BBCA	0,0652	ARIMA(0,2,1)	0,6222
BBNI	0,1538	ARIMA(3,1,3)	0,0036
BBRI	0,5587	ARIMA(1,1,1)	$< 2,2 \times 10^{-16}$
BBTN	0,3394	ARIMA(1,1,1)	$9,7 \times 10^{-14}$
BMRI	0,2580	ARIMA(3,1,3)	4×10^{-8}
KLBF	0,3989	ARIMA(2,1,2)	$< 2,2 \times 10^{-16}$
TLKM	0,4943	ARIMA(2,1,2)	$< 2,2 \times 10^{-16}$

Tabel 10.
Uji normalitas residual GARCH

Saham	Model	p -value
BBCA	ARIMA(0,2,1) GARCH(1,0)	$< 2,2 \times 10^{-16}$
BBNI	ARIMA(3,1,3) GARCH(1,0)	$< 2,2 \times 10^{-16}$
BBRI	ARIMA(1,1,1) GARCH(1,0)	$< 2,2 \times 10^{-16}$
BBTN	ARIMA(1,1,1) GARCH(0,1)	$< 2,2 \times 10^{-16}$
BMRI	ARIMA(3,1,3) GARCH(1,0)	$1,8 \times 10^{-15}$
KLBF	ARIMA(2,1,2) GARCH(1,0)	$< 2,2 \times 10^{-16}$
TLKM	ARIMA(2,1,2) GARCH(1,0)	$< 2,2 \times 10^{-16}$

dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 0$, tidak terdapat efek ARCH

H_1 : minimal terdapat satu $\alpha_i \neq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, p$

Uji Lagrange Multiplier menunjukkan bahwa ketujuh saham memiliki heterokedastisitas pada residualnya. Lalu dilakukan pemodean GARCH untuk mengatasi heterokedastisitas. Model ARIMA-GARCH terbaik untuk ketujuh saham ialah sebagai berikut:

1. BBCA

$$r_t = 2 r_{t-1} - r_{t-2} + a_t + 0,8699 a_{t-1}$$

$$\sigma_t^2 = 0,4979 + 0,0676 a_{t-1}^2$$

2. BBNI

$$r_t = a_t + 2,3405 r_{t-1} - 2,0081 r_{t-2} - 0,4951 r_{t-3} + 1,1627 r_{t-4} + 1,3862 a_{t-1} - 1,0270 a_{t-2} + 0,4361 a_{t-3}$$

$$\sigma_t^2 = 0,0030 + 0,2381 a_{t-1}^2$$

3. BBRI

$$r_t = a_t + 1,4824 r_{t-1} - 0,4824 r_{t-2} - 0,3621 a_{t-1}$$

$$\sigma_t^2 = 0,2034 a_{t-1}^2$$

4. BBTN

$$r_t = a_t + 0,1228 r_{t-1} + 0,8772 r_{t-2} - 0,7849 a_{t-1}$$

$$\sigma_t^2 = 0,9999 \sigma_{t-1}^2$$

5. BMRI

$$r_t = a_t + 0,9217 r_{t-1} + 1,4463 r_{t-2} - 4,2460 r_{t-3} + 2,8780 r_{t-4} + 0,4718 a_{t-1} - 0,2265 a_{t-2} + 0,1639 a_{t-3}$$

$$\sigma_t^2 = 0,9990 a_{t-1}^2$$

6. KLBF

$$r_t = 0,6502 r_{t-1} - 0,1304 r_{t-2} + 0,4802 r_{t-3} + a_t + 0,1565 a_{t-1} + 0,5118 a_{t-2}$$

Tabel 11.
Uji dependensi

Statistik Uji	P -Value
0,0821	0,0004

Tabel 12.
Pemodelan copula

Copula	Nilai MLE
Normal	81,74
<i>Student-t</i>	92,42
Gumbel	26,94
Clayton	29,13
Frank	27,39

$$\sigma_t^2 = 2,9 \times 10^{-6} + 0,9990 a_{t-1}^2$$

7. TLKM

$$r_t = 0,5010 r_{t-1} + 0,9862 r_{t-2} + 0,5148 r_{t-3} + a_t - 1,6290 a_{t-1} - 0,6006 a_{t-2}$$

$$\sigma_t^2 = 3,7 \times 10^{-5} + 0,1015 a_{t-1}^2$$

E. *Pemodelan Copula*

Tahap selanjutnya adalah memodelkan residual GARCH dengan metode copula dan melakukan uji normalitas pada residual yang tercantum dalam Tabel 10. Ketujuh saham memiliki nilai p -value kurang dari 0,05 sehingga residual GARCH teridentifikasi tidak berdistribusi normal. Lalu dilakukan uji dependensi untuk mengetahui keberadaan dependensi di antara masing-masing saham dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: C = \Pi$, tujuh variabel independen

$H_1: C \neq \Pi$, tujuh variabel tidak independen

Tabel 11 menunjukkan hasil uji dependensi pada masing-masing residual saham dengan p -value sebesar 0,0004. Oleh karena itu, keputusannya adalah tolak H_0 yang artinya terdapat dependensi antar residual.

Tabel 12 menunjukkan nilai *maximum log-likelihood* untuk masing-masing copula dan didapati Copula *Student-t* sebagai copula terbaik untuk ketujuh saham dengan nilai *log-likelihood* terbesar yaitu 92,42. Parameter Copula *Student-t* ditunjukkan pada Tabel 13.

F. *Estimasi Value at Risk*

Setelah mendapatkan model copula terbaik, dilakukan estimasi *Value at Risk* dengan simulasi Monte Carlo pada tingkat kepercayaan 99%, 95% dan 90%. Tabel 14 menunjukkan nilai VaR portofolio saham optimal pada tingkat kepercayaan yang berbeda-beda.

Merujuk pada Tabel 14, apabila investor memiliki modal sebesar Rp. 1.000.000,00 maka nilai VaR untuk portofolio saham tersebut pada tingkat kepercayaan 99%, 95%, dan 90% berturut-turut adalah Rp. 93.300,00, Rp. 43.900,00, dan Rp. 30.000,00.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, didapatkan portofolio optimal yang terdiri atas tujuh saham beserta proporsinya yaitu, BBCA (PT Bank Central Asia Tbk) sebesar 10,48%, BBNI (Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk) sebesar 4,22%, BBRI (Bank Rakyat Indonesia (Persero)

Tabel 13.
Parameter copula *student-t*

Estimasi Parameter	Standard Deviasi Error
Rho 1	0,1379
Rho 2	0,5086
Rho 3	0,3940
Rho 4	0,2044
Rho 5	0,2790
Rho 6	0,2387
Rho 7	0,0975
Rho 8	0,2103
Rho 9	0,5285
Rho 10	0,0954
Rho 11	0,0910
Rho 12	0,3752
Rho 13	0,0235
Rho 14	0,3830
Rho 15	0,2041
Rho 16	0,1493
Rho 17	0,2137
Rho 18	0,2289
Rho 19	-0,1953
Rho 20	0,1500
Rho 21	0,2000

Tbk sebesar 24,88%, BBTN (Bank Tabungan Negara (Persero) Tbk) sebesar 2,41%, BMRI (Bank Mandiri (Persero) Tbk) sebesar 8,53%, KLBF (PT. Kalbe Farma Tbk) sebesar 21,90%, dan TLKM (Telkom Indonesia (Persero) Tbk) sebesar 27,58%. Model copula terbaik yang dapat menggambarkan struktur dependensi dari residual GARCH ketujuh saham berdasarkan nilai *maximum log-likelihood* adalah Copula *Student-t*. Nilai *Value at Risk* portofolio saham optimal pada tingkat kepercayaan kepercayaan 99%, 95%, dan 90% adalah sebesar sebesar 0,0933; 0,0439; dan 0,0300. Semakin tinggi tingkat kepercayaan maka akan semakin tinggi pula nilai VaR yang didapatkan.

Peneliti selanjutnya disarankan untuk menggunakan metode copula lain karena tidak menutup kemungkinan bahwa copula lain dapat mendefinisikan struktur dependensi yang lebih baik dan melakukan estimasi risiko menggunakan metode lain seperti *Conditional Value at Risk*, *Modified Value at Risk*, dan lain sebagainya. Sehingga, nilai estimasi risiko yang didapatkan akan lebih akurat.

Tabel 14.
Estimasi *value at risk*

Copula <i>Student-t</i>	α		
	1%	5%	10%
BBCA, BBNI, BBRI, BBTN, BMRI, KLBF, dan TLKM	-0,0933	-0,0439	-0,0300

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Kustodian Sentral Efek Indonesia (KSEI), “Statistik Pasar Modal Indonesia,” Jakarta: PT Kustodian Sentral Efek Indonesia, 2021.
- [2] S. Handini and E. D. Astawinetu, Teori Portofolio dan Pasar Modal Indonesia. Surabaya: Scopindo Media Pustaka, 2020.
- [3] I. Rachmatullah, J. Nawir, and T. Siswanti, “Analisis portofolio optimal markowitz dan single index model pada Jakarta islamic index,” Ekon. dan Bisnis, vol. 8, no. 1, pp. 122–141, 2021, doi: 10.35590/jeb.v8i1.2682.
- [4] E. J. Elton, M. J. Gruber, S. J. Brown, and W. N. Goetzmann, Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, 9th Edition. New Jersey: Wiley, 2014.
- [5] M. Hofert, I. Kojadinovic, M. Mächler, and J. Yan, Elements of Copula Modeling with R. Switzerland: Springer, 2019.
- [6] E. Jondeau and M. Rockinger, “The Copula-GARCH model of conditional dependencies: An international stock market application,” J. Int. Money Financ., vol. 25, no. 5, pp. 827–853, 2006, doi: 10.1016/j.jimonfin.2006.04.007.
- [7] T.-Y. Chen and L.-C. So, “Discussion on the effectiveness of the Copula-GARCH method to detect risk of a portfolio containing bitcoin,” J. Math. Financ., vol. 10, no. 4, pp. 499–512, 2020, doi: 10.4236/jmf.2020.104030.
- [8] L. J. Gitman and C. J. Zutter, Principles of Managerial Finance (13th edition). Boston: Pearson, 2012.
- [9] E. Tandililin, Portofolio dan Investasi: Teori dan Aplikasi. Yogyakarta: Kanisius, 2010.
- [10] S. Husnan and E. Pudjiastuti, Dasar-Dasar Teori Portofolio dan Analisis Sekuritas Edisi Keempat. Yogyakarta: UPP AMP YKPN, 2005.
- [11] Z. Zubir, Manajemen Portofolio: Penerapannya dalam Investasi Saham. Jakarta: Salemba Empat, 2011.
- [12] K. Dowd, Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management. New York: Wiley, 1998.
- [13] P. Jorion, Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, 3rd Edition. New York: McGraw Hill, 2007.
- [14] C. Alexander, Market Risk Analysis, Value at Risk Models. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.
- [15] R. S. Tsay, Analysis of Financial Time Series Third Edition. New Jersey: John Wiley & Sons, 2010.
- [16] J. D. Cryer and K.-S. Chan, Time Series Analysis With Applications in R. New York: Springer, 2008.
- [17] U. Cherubini, E. Luciano, and W. Vecchiato, Copula Methods in Finance. England: John Wiley & Sons Ltd, 2004. doi: 10.1002/9781118673331.