

MASTER

Vermindering van stress bij leerlingen met wiskunde A in de bovenbouw van het vwo

van 't Westeinde, Nick E.N.

Award date:
2021

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Vermindering van stress bij leerlingen met wiskunde A
in de bovenbouw van het vwo

Nick E. N. van 't Westeinde

24 juni 2021

Geschreven voor de Eindhoven School of Education (ESoE)
Onderdeel van de Technische Universiteit van Eindhoven (TU/e)

Onder begeleiding van Alexander Schüler-Meyer

Onderzoek van Onderwijs 30 EC



Verklaring inzake TU/e Gedragscode Wetenschapsbeoefening in het kader van de Masterscriptie

Ik heb kennis genomen van de TU/e Gedragscode Wetenschapsbeoefening¹.

Hierbij verklaar ik dat mijn Masterscriptie conform de regels van de TU/e Gedragscode Wetenschapsbeoefening tot stand is gekomen.

Datum

22-06-2021

Naam

Nick van 't Westeinde

Identiteitsnummer

0891252

Handtekening

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Nick van 't Westeinde', written over a dotted line.

Lever de ondertekende verklaring in bij uw facultaire studentenadministratie

¹ Zie: <https://www.tue.nl/universiteit/over-de-universiteit/integriteit/wetenschappelijke-integriteit/>

Hier is ook de Nederlandse Gedragscode Wetenschappelijke Integriteit onderschreven door 6 koepelorganisaties, waaronder de VSNU te vinden. Meer informatie over wetenschappelijke integriteit is te vinden op de websites van de TU/e en de VSNU.

Corona-disclaimer

In dit OvO-verslag wordt verslag gedaan van een onderzoek dat is uitgevoerd tijdens de Corona-crisis. Er wordt toegelicht wat er in het onderzoek is aangepast ten opzichte van het goedgekeurde onderzoeksplan. De beoordeling heeft plaatsgevonden aan de hand van de rubric-Corona-versie.

Voorwoord

Langer dan ik had verwacht ben ik bezig geweest met het schrijven van dit werk. Een onderwerp wat mij toen ik begon, en nu nog steeds, zeer aan het hart gaat. Tijdens het schrijven ben ikzelf meermaals tegen problemen met stress aan gelopen. Perioden waarin ik twijfelde aan mijzelf. Perioden waarin ik mijzelf niet kon zetten tot het vervolgen van dit onderzoek. Graag wil ik mijn dank uitspreken aan iedereen die mij geholpen heeft om toch door deze perioden heen te komen, en aan iedereen die mij de mogelijkheid heeft gegeven dit onderzoek uit te voeren.

Allereerst wil ik mijn begeleider, dhr. Alexander Schüler-Meyer bedanken, voor zijn onverminderde inzet om mij richting te geven met het onderzoek, voor zijn consistente feedback en voor de bevestiging dat het onderzoek steeds beter en beter werd. Toen de begeleiding door Alexander begon, had ik wel een idee wat ik wilde, maar het waren losse flarden in allerlei verschillende richtingen, welke ik met zijn hulp heb kunnen bundelen en beperken tot een samenhangend geheel. Daarvoor mijn dank.

Ik wil mijn werkgever en collega's van de middelbare school waar ik werk bedanken voor het geven van ruimte om dit onderzoek uit te voeren. Ik heb tijd gekregen om het onderzoek uit te voeren en het verslag te schrijven. Mede door deze ruimte heb ik grote stappen kunnen maken en is het schrijven van dit werk aanzienlijk bevorderd. Ook de interesse en het vertrouwen van mijn lieve collega's waardeer ik zeer. Daarvoor mijn dank.

Ik wil de deelnemende scholen aan dit onderzoek bedanken voor hun medewerking, want ondanks de vreemde tijd die de Corona-crisis met zich meebracht, ben ik toch welkom geweest om mijn onderzoek uit te voeren. Deze deelnemende scholen dachten met mij mee, namen hun tijd voor mij en stelden mij in staat om leerlingen te interviewen. Daarvoor mijn dank.

Tenslotte wil ik de mensen bedanken die tijdens het schrijven het dichtst bij mij stonden: mijn vriendin Amber, mijn ouders en mijn schoonouders, voor een altijd luisterend oor, bemoedigende woorden, en het constante vertrouwen in mij, welke ikzelf niet altijd had. Daarvoor mijn dank.

Samenvatting

In dit onderzoek is een groep van veertien leerlingen gevraagd een vergelijking te maken tussen de hoeveelheid ondervonden stress bij twee taken met dezelfde wiskundige inhoud. De ene taak was ontworpen tot het hebben van opgaven die de stof overbrengen middels oppervlakkige leeractiviteiten. De tweede taak was ontworpen om de stof aan te brengen met diepere leeractiviteiten.

Uit dit onderzoek blijkt dat het leermateriaal dat wordt ingezet in de klas de meeste mogelijkheid heeft om de (stress)ervaring van de leerling te beïnvloeden. Diepere leeractiviteiten verhogen het wiskundig begrip en geven de leerling meer inzicht in de stof, maar oppervlakkige leeractiviteiten voelen voor de leerling vertrouwd en worden fijner ervaren tijdens het voorbereiden voor een toets. Met name visuele hulpmiddelen voegen in de klas iets toe op het gebied van inzicht in de opgave.

Aan het einde van dit onderzoek worden enkele handvatten voor de praktijk gegeven, waarmee de docent in zijn/haar didactiek diepere leeractiviteiten kan inzetten, en het wiskundig begrip onder leerlingen kan vergroten.

Inhoudsopgave

Corona-disclaimer	3
Voorwoord	4
Samenvatting	5
Inhoudsopgave	6
Aanleiding	8
Doel- en probleemstelling	9
Theoretisch kader	13
Definities	13
Stress	14
Stressoren	16
Wiskundeangst	17
Onderzoeksvragen	20
Onderzoeksopzet	24
Onderzoeksgroep	24
Interviews	25
Verwerking van de interviews	28
Aanpassingen door Corona	30
Verwachte uitkomsten	31
Onderzoeksresultaten	33
Schoolgebonden stressoren	33
Toetsing	33
Werklast	34

Wiskunde-specifieke stressoren	35
Toetsing	36
Onderwerpen binnen de wiskunde	37
Structuur van het vak wiskunde	40
Vergelijking opdrachten	41
Type opgaven	41
Visuele ondersteuning	43
Rol van de docent	44
Conclusies	45
Handvatten voor het onderwijs	48
Aanbevelingen voor verder onderzoek	50
Referenties	51
Bijlagen	54
Bijlage A: Oppervlakkige opdracht	54
Bijlage B: Opdracht met diep leren	55
Bijlage C: Eigenschappen interviewduo's	57

Aanleiding

Steeds vaker wordt in het nieuws melding gemaakt van toenemende stress in het voortgezet en het hoger onderwijs. Een snelle blik in het nieuws illustreert dat de psychische gezondheid van jongeren ook een actueel thema is binnen de politiek. Tevens is toenemende stress een kwestie die maatschappelijk erg veel speelt; problemen zoals een burn-out zijn de laatste jaren nogal in opkomst, zowel onder de volwassenen als de jongere generaties. Ook onderwijsinstellingen zijn bezig met dit probleem, wat bijvoorbeeld blijkt uit het feit dat Inholland een onderzoek naar stress en mentaal welzijn heeft uitgevoerd onder haar eigen studenten (van Heest, 2019).

Uit de praktijk van wiskundedocenten komt naar voren dat er binnen het wiskundeonderwijs ook aspecten zijn die bij de leerlingen als stressvol ervaren kunnen worden. Uit eigen praktijk en gesprekken met vakdidactici komt naar voren dat stress binnen het vak wiskunde vooral voorkomt bij leerlingen wanneer zij bezig zijn met algebra (in dit onderzoek te verstaan het rekenen en werken met letters in plaats van getallen). Dit probleem zou met name bij de leerlingen spelen die wiskunde A in hun pakket hebben, omdat het werken met letters in plaats van getallen abstracter is en leerlingen met wiskunde A hier doorgaans minder sterk in zijn. Dit laatste is een logisch gevolg van het feit dat de wiskundig zwakkere leerlingen vaker voor wiskunde A kiezen, en de leerlingen die meer moeite hebben met algebra dus ook bij wiskunde A terecht komen. Dit wil niet zeggen dat de leerlingen met wiskunde A niet “goed genoeg” zijn voor het wiskundeonderwijs. Moeite met het beoefenen van algebra kan een gevolg zijn van diverse aspecten, zoals de manier waarop de stof wordt aangeboden, onderwezen en geoefend. Dit geheel overziend is er dus een variëteit aan factoren waardoor de didactici uit de beroepspraktijk stresservaring bij wiskunde aan leerlingen met wiskunde A die algebra doen koppelen.

Doel- en probleemstelling

Het ervaren van stress kan een belemmerende factor zijn in het leerproces van leerlingen. Het is aangetoond dat stress de kwaliteit van het leerproces sterk kan verstoren (Jolles et al., 2005). Ook is het lastiger om geconcentreerd te blijven op een stuk lesstof en is het lastiger om voorbeelden te begrijpen wanneer je veel stress ervaart tijdens het leren. Tevens is aangetoond dat stressvolle situaties wiskundig presteren negatief beïnvloeden (Beilock, 2008).

Hierdoor is het vermoeden dat stress ook een belemmerende factor is bij diep leren, omdat diep leren een actieve verwerking door de leerling vereist. Juist deze actieve verwerking is in de wiskunde - en dus ook bij het leren van algebra - cruciaal, omdat de relaties tussen begrippen en verbanden daardoor duidelijker worden. Door stress te verminderen, is het vermoeden dat het dieper leren bij het leren van algebra wordt bevorderd. Tevens vinden wij in diep leren een mogelijke oplossing voor het stressprobleem, omdat een kenmerk van diep leren is dat leerlingen complexere verbanden leggen tijdens het leren (Koopman, 2017). Door diepere leeractiviteiten in de klas toe te passen, is het vermoeden dat leerlingen die stress ervaren bij het leren van algebra betere connecties kunnen leggen tussen de verschillende stukken kennis die zij hebben, waardoor zij meer structuren kunnen aanleggen en minder stress zullen ervaren bij het leren. Het inzetten van diepere leeractiviteiten tijdens het behandelen van de algebrastof kan, in plaats van als remedie, ook preventief gebruikt worden tegen stresservaringen in de klas. Door dit op tijd te doen bij het introduceren van (delen van) de algebrastof kan wellicht voorkomen worden dat leerlingen een negatieve attitude ontwikkelen naar deze materie.

Gekozen is om een toespitsing te maken naar diep leren. Hiermee wordt bedoeld dat het de insteek van dit onderzoek is om te onderzoeken of diepere leeractiviteiten de hoeveelheid ondervonden stress onder middelbare scholieren in de bovenbouw van het vwo bij het leren van algebra binnen het vak wiskunde A kan verminderen. Diep leren is met een aantal onderwijsaspecten verbonden, zoals het actief integreren van nieuw opgedane theorie in de reeds bestaande kennis, verwerking van de

nieuwe stof en motivatie vanuit de leerling. Dit zijn aspecten waar stress invloed op heeft (Matheny, Aycock & MacCarthy, 1993). Wanneer het diep leren in de klas wordt bevorderd, lijkt het daarom aannemelijk dat leerlingen op deze aspecten minder stress ontwikkelen. Het vermoeden is dat het inzetten van diepere leeractiviteiten op deze manier een invloed heeft op de hoeveelheid ondervonden stress onder de leerlingen, met als gevolg dat door deze diepere leeractiviteiten in de wiskundeles in te zetten, de hoeveelheid ondervonden stress onder leerlingen afneemt. Dit zou kunnen komen doordat leerlingen betekenisvoller leren en doordat fouten maken een moment oplevert waarbij de leerling de kans krijgt te leren in plaats van een moment waarbij de leerling een hogere mate van stress ervaart.

Aan het begin van dit onderzoek wordt het doel gesteld om te identificeren waar leerlingen van het vwo met wiskunde A specifiek de meeste stress ervaren wanneer zij werken met algebra. Deze toespitsing wordt gemaakt, omdat dit deel van de wiskunde zeer abstract kan zijn, wat door leerlingen met wiskunde A als stressvol ervaren kan worden. Er zal zo worden gezocht naar de grens waar leerlingen op comfortabele manier aan wiskunde kunnen werken en waarbij zij angst of stress beginnen te ervaren. Deze grens kan bij verschillende leerlingen op verschillende plekken liggen. Belangrijk is hierbij te onthouden welke factoren er voor zorgen dat leerlingen stress ondervinden. Volgens Zan en Di Martino (2007) bestaat de ervaring van wiskunde uit twee belangrijke factoren; het beeld dat de leerling van wiskunde heeft en het wel of niet ervaren van succes. Deze twee factoren liggen voor een deel bij de voorkennis die de leerling op dit punt heeft en de kwaliteit van de voorgaande leermomenten die deze leerling heeft ervaren.

Voor een andere deel wordt deze ervaring gevormd door de houding die de leerling heeft ontwikkeld. Deze houding kan volgens Pepin (2011) worden ingedeeld in de volgende thema's: ambitie en kansen, de manier waarop wiskunde wordt aangeboden, de docent zijn/haar pedagogiek, de steunende rol van de omgeving buiten school en het toetsingssysteem. Wat Pepin hiermee laat zien is dat de houding van de leerling jegens wiskunde ontstaat als gevolg van een totaalplaatje aan factoren. Een

leerling die een technisch beroep wil uitoefenen in zijn of haar latere leven, zal meer gedreven zijn om vaardig te worden in het beoefenen van bepaalde delen van de wiskunde die hierop aansluiten. Wanneer deze leerling ook de mogelijkheden krijgt om deze stof te leren (bijvoorbeeld door profielkeuze in de bovenbouw), zal de leerling de wiskunde als zinvoller ervaren dan een leerling die niet verwacht om de stof die geleerd wordt ooit nog toe te passen. Tevens zal een leerling met een docent die verschillende leeractiviteiten inzet om te focussen op het wiskundig denken en het bevorderen van diepere leeractiviteiten, de wiskundestof meer waarderen en positiever ervaren dan een leerling met een docent die de stof droog aanbiedt en enkel oppervlakkige leeractiviteiten toepast in diens didactiek. Ook de manier waarop de leerling in het verleden wiskundeonderwijs heeft gekregen, de soort docenten die de leerling heeft ervaren en de persoonlijke factoren van de leerling zullen dus van invloed zijn.

Vervolgens zal een aantal handvatten worden opgesteld waarmee leerlingen, als het ware, over deze grens geholpen kunnen worden. Hierbij moet worden gedacht aan een aantal handvatten die er op gericht zijn leerlingen vooruit te helpen met wiskunde, en algebra in het bijzonder, op een wijze die stress en angst vermindert. Deze handvatten kunnen ook door docenten in hun onderwijs worden ingezet om te differentiëren tijdens de lessen. Docenten kunnen deze handvatten bijvoorbeeld gebruiken om leerlingen die achterblijven met de stof een hulpmiddel te geven om bij te werken, of juist om leerlingen die over het algemeen zwakker zijn in het vak een handreiking te geven om effectiever te leren. Het doel van het opstellen van deze handvatten is om leerlingen op een meer ontspannen manier aan wiskunde te laten werken en hen te laten ervaren dat wiskunde ook leuk kan zijn, wat hun leerproces bevordert. De handvatten die worden opgesteld in dit onderzoek zullen geen kant-en-klare oplossing zijn voor de totale stress bij leerlingen. Stress hangt immers af van meerdere factoren, die slechts voor een deel binnen de (wiskunde)klas liggen. De handvatten zullen dienen als middel om *een deel van de stress* die de leerlingen bij wiskunde ervaren te verminderen of weg te nemen, zodat zij binnen het vak op aangenaamere wijze kan leren.

Dit onderzoek is belangrijk, omdat stress bij leerlingen het effectief leren van wiskunde vermindert. Het is daarom ook belangrijk om te weten waar de leerlingen stress ondervinden bij het leren van algebra, zodat deze stressoren nader kunnen worden onderzocht of aangepakt kunnen worden.

Theoretisch kader

Definities

In dit onderzoek staan een aantal begrippen centraal.

Stress: de subjectieve beleving van een verstoord evenwicht tussen draaglast en draagkracht (Van der Ploeg, 2013).

Voor het begrip van schoolgebonden stress zal de definitie van Ter Bogt, Dorsselaer en Vollebergh (2003) als basis dienen. Zij stellen dat schoolgebonden stress de mate is waarin scholieren met plezier naar school gaan en zij onder druk van huiswerk staan (Ter Bogt et al., 2003). Echter is aangetoond dat er meerdere stress-veroorzakende factoren aanwezig kunnen zijn. De definitie die in dit onderzoek gebruikt zal worden is dan ook de volgende:

Schoolgebonden stress: de mate waarin scholieren met plezier naar school gaan en zij onder druk staan van diverse aan school gerelateerde factoren.

Stressor: een stress-veroorzakende factor of gebeurtenis.

Uit de definitie van Van der Ploeg (2013) blijkt dus dat de beleving van stress persoonsgebonden is. Immers, stress is een subjectieve beleving. Dit heeft tot gevolg dat stress door een ieder op een verschillende manier ervaren kan worden.

Het feit dat er schoolgebonden stress is, impliceert dat er tevens specifieke stress is met betrekking op het vak wiskunde. De stressoren die hierbij ervaren worden zijn anders dan de stressoren die schoolbreed worden ervaren. Stressoren die bij veel vakken terugkomen, zullen ook bij wiskunde terugkomen, terwijl er ook stressoren zijn die de leerling enkel bij wiskunde zal ervaren. Om deze reden zal ook de definitie “Wiskunde-specifieke stress” in dit onderzoek gebruikt worden. De definitie voor deze vorm van stress zal worden gebaseerd op de definitie voor schoolgebonden stress.

Wiskunde-specifieke stress: De mate waarin een leerling onder druk staat van factoren die specifiek gerelateerd zijn aan de wiskunde of het wiskundeonderwijs.

Stress

Stress is al langer een onderwerp van onderzoek, zowel binnen als buiten het onderwijs. De negatieve gevolgen van stress, zowel de lichamelijke als de geestelijke, zijn al redelijk in kaart gebracht. Zo schrijft Bouter (1986) over de psychosomatische klachten als maagzweren en migraine als gevolg van stress. Torsheim en Wold (2001) schrijven over een verband tussen deze psychosomatische klachten en de hoeveelheid stress die een leerling ondervindt. Effecten van stress in het onderwijs worden gegeven door Matheny et al. (1993), waarbij zij stellen dat stress academische prestaties in de weg zit door de aandacht van simpele cognitieve taken af te leiden. Dit wordt beaamd door Shaikh et al. (2004) die in een onderzoek onder studenten van een medische studie vonden dat ruim zeventig procent van deze studenten zich door stress niet konden concentreren.

Ook binnen het wiskundeonderwijs is eerder onderzoek gedaan naar stress en de bijbehorende gevolgen. De negatieve invloed van stress op wiskundige vaardigheden is aangetoond door Beilock (2008), die een negatief verband tussen de hoeveelheid stress en wiskundige prestaties in kaart wist te brengen. In het bijzonder toont dit onderzoek dat wiskundige prestaties negatief beïnvloed kunnen worden wanneer er een waardeoordeel verbonden zit aan een slechte prestatie. De link met toetsing in het onderwijs wordt niet in het artikel genoemd, maar is hier zeker tot zekere hoogte van toepassing. Onderzoek van Zan en Di Martino (2007) toont een verband aan tussen de houding van leerlingen jegens de wiskunde en hun ervaring ervan. In het artikel wordt beschreven hoe leerlingen hun mening over wiskunde geven. Duidelijk wordt dat leerlingen hun emotionele ervaring van wiskunde baseren op het twee dingen; het wel of niet kunnen van wiskunde, en hun perceptie van het vak, waarbij het eerste de tweede beïnvloedt. In het kader van stress zullen leerlingen die meer wiskunde-specifieke stress ervaren, onder andere doordat zij moeite hebben de stof te beheersen, het vak

negatiever ervaren dan klasgenoten waar deze stress minder is. Ditzelfde wordt beschreven door Ashcraft en Moore (2009), maar aanvullend hierop schrijven Ashcraft en Moore dat geconcludeerd kan worden dat stresservaringen bij wiskunde een vermindering in prestatie van leerlingen veroorzaakt. Ashcraft en Moore beschrijven tevens een complicatie bij onderzoek van dit type, namelijk de vraag of het ervaren van stress een slechtere prestatie veroorzaakt, of juist andersom. In andere woorden, zij vragen zich af of het ervaren van stress de oorzaak of het gevolg is van verminderde prestaties. In het artikel beschrijven zij een onderzoek waarbij simpelere taken bij twee groepen met verschillende stresservaringen, maar hetzelfde wiskundige niveau, verschillend worden gemaakt. Het is dus zo dat het ervaren van stress een factor is die het slecht presteren met zich meebrengt.

In 2010 schreef Geist (2010): “In some cases, the gap in achievement is not brought about by differing levels of potential and ability, but the chances of developing math anxiety or a negative attitude toward mathematics.” Hieruit kan worden geconcludeerd dat de houding die leerlingen jegens wiskunde hebben en een mogelijke wiskundeangst bijdragen aan een verminderde wiskundige prestatie van de leerling, wat in overeenstemming is met Ashcraft en Moore. Vervolgens worden ook factoren genoemd die bijdragen aan de ontwikkeling van de houding van een leerling naar de wiskunde, zijnde de achtergrond van de ouders (ouders met een lagere opleiding hebben vaker een negatievere houding), geslacht (van meisjes wordt vaak een andere houding naar wiskunde verwacht) en de omgeving op school.

Kortom is de literatuur het er tot hier over eens dat de perceptie van wiskunde, de stresservaring bij wiskunde en de prestaties bij wiskunde elkaar allen beïnvloeden. Er moet voorzichtig worden omgegaan met causaliteit, en er moet goed worden onderzocht wat oorzaak en wat gevolg is, maar het lijkt erop dat een hogere stresservaring een oorzaak is van verminderde wiskundige prestaties.

In het eerdergenoemde artikel van Geist (2010) worden twee belangrijke facetten van de ontwikkeling van stress bij wiskunde benoemd. Enerzijds wordt een oorzaak-gevolg relatie gegeven tussen de manier van onderwijzen en het ontwikkelen van een negatieve

beleving van de wiskunde, terwijl ook wordt beweerd dat iemands houding *nu* gebaseerd is op ervaringen van *vroeger*. “Our attitudes toward mathematics are set because of prior experiences.” (Geist (2010), 28) Door nu het juiste onderwijs te geven met een geschikte manier om met de stof om te gaan, worden problemen die zich later ontwikkelen voorkomen. Tevens illustreert het dat een negatieve ervaring bij wiskunde niet zozeer verholpen kan worden, maar beter voorkomen.

Stressoren

Een diversiteit aan stressoren is ook al gevonden en bestudeerd. Bouter (1986) veronderstelt dat leerlingen stress ervaren die samenhangt met de levensfase waar zij zich in bevinden, maar geeft ook stressoren uit het onderwijssysteem, zoals tijdsdruk, verandering van omgeving en meer. Burnett en Fanshawe hebben in 1997 schoolgebonden stressoren gecategoriseerd in de categorieën “teaching methods”, “student-teacher relationships”, “school workload”, “school environment”, “feeling vulnerable”, “personal organisationen anxiety about the future”. Zij baseren zich hierbij op diverse voorgaande onderzoeken. Opvallend aan dit onderzoek is dat er geen categorie lijkt te zijn voor het begrijpen van de stof, alhoewel sommige deelaspecten van de eerdergenoemde categorieën hier wel invloed op hebben. Onder “teaching methods” hebben zij bijvoorbeeld de deelvraag “teachers who cover the material so quickly that I have trouble keeping up”, wat betrokken kan worden op het begrip van de stof door de leerling. Desalniettemin lijken deze auteurs, zich baserend op meerdere voorgaande onderzoeken, geen noodzaak te zien een categorie over beheersing van de stof te maken.

Ter Bogt et al. (2003) hebben wat concretere cijfers over de stressoren “huiswerk”, “schoolbeleving” en “sfeer in de klas” gevonden. Hierbij wordt een beeld geschetst over het deel leerlingen dat veel tijd besteedt aan huiswerk, het deel leerlingen dat onder druk staat van schoolwerk (in hun onderzoek 16,2% totaal) en op welke manier leerlingen bij elkaar zijn. Uit deze laatstgenoemde resultaten kunnen wij concluderen dat een belangrijke factor in het huiswerk ligt, waardoor een mogelijke manier om stress onder leerlingen te verminderen zou kunnen liggen in een verandering

in de wijze waarop huiswerk wordt opgegeven en wat er met dit huiswerk wordt gedaan tijdens de les. Waar dit onderzoek echter niet op in gaat, zijn de redenen waarom de leerlingen deze druk ervaren. Uit de reeds besproken theorie kan als oorzaak voor de druk bij het huiswerk verschillende redenen worden genoemd, zoals het bespreken ervan in de klas of het herhaaldelijk ervaren van mislukkingen tijdens het maken van dit huiswerk. Wanneer het huiswerk effectief en op constructieve wijze wordt opgegeven en ingezet in de klas, dan zou de ervaring ervan door de leerling aanzienlijk anders kunnen zijn.

De genoemde onderzoeken geven als mogelijke stressoren vele verschillende oorzaken, waarvan sommigen zich binnen de school en sommigen zich buiten de school afspelen. Enkele stressoren die leerlingen ervaren buiten school zijn bijvoorbeeld de levensfase waar de leerlingen zich in bevinden, het ontdekken van hun seksualiteit en een hoge mate van onzekerheid. Met de aanwezigheid van deze stressoren dient rekening te worden gehouden, maar het is niet het doel van dit onderzoek om iets met deze stressoren te doen. De focus van dit onderzoek ligt geheel op de schoolgebonden stressoren, zoals de eerder genoemde ervaringen met huiswerk, student-leraar relaties, het curriculum, sfeer in de klas, houding jegens het vak en dergelijke. In het bijzonder zal de vraag worden gesteld welke school-gerelateerde stressoren een prominentere rol hebben binnen het algebra-onderwijs bij wiskunde A en op welke wijze deze de resultaten van leerlingen beïnvloeden.

Wiskundeangst

Bij het ervaren van stress tijdens het werken aan algebra, zou het fenomeen “math anxiety” een rol kunnen spelen, waarbij de leerlingen een vrees voor wiskunde hebben. Een verband tussen stress en angst wordt omschreven door (Sarason, 1984). Hierbij stelt hij dat wanneer stress vanuit een cognitief perspectief wordt bekeken als een roep om actie met als factoren de omstandigheden en het karakter van de individu, angst gezien kan worden als het volledig in beslag genomen worden door het onvermogen om te handelen naar deze stressoren. Volgens Caviola, Carey, Mammeralla en Szucs (2017)

interfereren diverse factoren bij het correct aanpakken van een wiskundig vraagstuk, waaronder de houding en emoties naar de wiskunde. Wanneer de leerling een angst-emotie ondervindt, heeft dit dus een daadwerkelijke invloed op het leerproces van de leerling en zijn of haar vermogen om een oplossingsstrategie voor vraagstukken te bedenken. Ook vonden Hamid, Shahrill, Matzin, Mahalle en Mundia (2013) dat het vermogen om met stress om te gaan een factor is die invloed uitoefent op wiskundeangst.

Deze wiskundeangst komt voornamelijk naar voren bij leerlingen die in de bovenbouw wiskunde A of wiskunde B moeten kiezen, maar eigenlijk geen wiskunde in hun pakket willen, omdat zij er bijvoorbeeld erg slecht in zijn. Omdat wiskunde een verplicht vak is (enkel havisten met het C&M-profiel hoeven geen wiskunde in hun pakket op te nemen), moeten deze leerlingen toch een variant kiezen. De beroepspraktijk leert dat deze leerlingen vaak wiskunde A kiezen omdat deze vorm van wiskunde minder technisch en minder abstract is. De algemene tendens is dat wiskunde A makkelijker zou zijn dan wiskunde B. Dit wordt door diverse bronnen geïllustreerd, bijvoorbeeld door de Nederlandse wiskundemethode Getal en Ruimte, die stelt dat “wiskunde B abstracter [is] dan wiskunde A en de meeste leerlingen wiskunde B moeilijker [vinden] dan wiskunde A” (Noordhoff, 2020). Zodoende hebben deze leerlingen dus ongewenst een vak waar zij niet goed in zijn in hun pakket en ontstaat er bij sommigen angst voor bepaalde delen ervan, zoals het algebraïsche deel.

Naar “math anxiety” (in de rest van dit document zal hiernaar verwezen worden als “wiskundeangst”) is al eerder onderzoek gedaan, waarbij stress ook als factor naar voren komt (Bessant, 1995; Hamid et al., 2013). De negatieve correlatie tussen wiskundeangst en het wiskundig presteren is in diverse eerdere onderzoeken aangetoond. Ramirez, Chang, Maloney, Levine en Beilock (2016), zich baserend op diverse van deze eerdere onderzoeken, stellen dat wiskundeangst leidt tot het ontwijken van wiskunde en het verstoren van het werkgeheugen tijdens het werken aan wiskundige problemen (Miles & Huberman, 2014; Ramirez et al., 2016).

Uit onderzoek naar wiskundeangst kunnen ook meerdere stressoren gevonden worden. Zo hebben Hembree (1990) bijvoorbeeld gevonden dat een angst voor wiskunde voort zou kunnen komen uit de prestaties die leerlingen tot dat punt bij wiskunde hebben gehad. Hierbij zou bijvoorbeeld kunnen worden gedacht aan herhaaldelijk falen, of negatieve ervaringen rondom het geven van foute antwoorden. Wegens dit laatste spreekt het voor zich dat de relatie tussen de leerling en docent ook een factor is die de ontwikkeling van angstgevoelens voor het wiskundevak beïnvloedt. Andere mogelijke oorzaken zijn bijvoorbeeld een gebrek aan relevantie of een gebrek aan toepassing van de stof. De focus van dit onderzoek ligt op stress en niet op wiskundeangst, maar het eerdergenoemde verband dat stress een belangrijke beginfactor is van wiskundeangst leert ons dat het bestuderen van wiskundeangst mogelijke stressoren en aandachtspunten kan opleveren, alsmede geeft het een relevatie van dit onderzoek weer. Immers kan door stress te verminderen ook de ontwikkeling van wiskundeangst voorkomen worden.

Onderzoeksvragen

Het hoofddoel van dit onderzoek is het opstellen van didactische handvatten waarbij leerlingen wiskunde (in het bijzonder algebra) leren, en waarbij de hoeveelheid ondervonden stress vermindert wordt ten opzichte van de manier waarop zij eerder met de stof bezig waren. Volgens zowel Geist als Ashcraft en Moore mag worden aangenomen dat een vermindering van de stresservaring zal leiden tot een beter begrip en/of betere resultaten bij de leerling, dus het opstellen van de juiste handvatten voor het verminderen van stress tijdens het leren van wiskunde is in het belang van de leerling. Uit de literatuur mag aangenomen worden dat diverse stressoren aanwezig zijn bij leerlingen. In het bijzonder mag worden aangenomen dat leerlingen stress ervaren wanneer zij een deel van de stof niet (goed) begrijpen, gezien het eerder genoemde onderzoek van Zan en Di Martino (2007) aantoont dat de beleving van wiskunde onder andere afhangt van de mate van succes die een leerling heeft ervaren en de perceptie die de leerling van het vak heeft. De link met diep leren is hier, dat diepere leeractiviteiten kunnen bijdragen aan meer succeservaringen. Bijvoorbeeld doordat leerlingen meer begrip van de stof en/of de samenhang ervan krijgen, ofwel omdat andere leeractiviteiten beter aan sluiten bij deze leerlingen. Bovendien kan door diepere leeractiviteiten te gebruiken, de perceptie die leerlingen van wiskunde hebben veranderen. Leerlingen kunnen inzien dat wiskunde meer is dan rijtjes sommen maken. Een kanttekening die gemaakt moet worden, is dat stress volgens de gebruikte definitie subjectief is, en dat de ervaring van de hoeveelheid stress per moment kan verschillen. Hiermee zal rekening moeten worden gehouden bij het interpreteren van data.

Hoofdvraag: Op welke delen van het wiskundeonderwijs, en in het bijzonder het onderwijs van algebra, geven leerlingen met wiskunde A uit de bovenbouw van het vwo aan stress te ervaren, en welke didactische handvatten kunnen docenten aangrijpen om deze stress onder leerlingen te verminderen?

Om deze vraag te kunnen beantwoorden, moet onder andere worden gezocht naar de stof die niet of niet volledig door leerlingen wordt begrepen, alsmede naar de redenen waardoor dit komt. Dit is een belangrijke stap, omdat dit voor verschillende leerlingen op verschillende plaatsen kan liggen. Uit de literatuur blijkt dat het achterblijven met (delen van) de stof bij leerlingen een belangrijke stressor is onder leerlingen (Burnett & Fanshawe, 1997). Zo kun je denken aan een gebrekkig begrip van de rekenregels binnen de algebra of een hiaat in de theorie over berekeningen met breuken, waardoor leerlingen, wanneer zij deze stof later in het vak nodig hebben, gevoelens van stress of angst kunnen ervaren.

Ook moet worden nagedacht over hoe deze problemen kunnen worden opgelost met behulp van diep leren. Dit zal tenslotte de basis zijn voor de handvatten die in dit onderzoek worden opgesteld. Het belangrijkste hierbij is het onderzoeken van de hypothese dat leren met diepere leeractiviteiten leerlingen laat leren op een manier die minder stress veroorzaakt vergeleken met de oppervlakkige leeractiviteiten waar de leerling ervaring mee heeft. Daarbij is het gunstig om te weten hoe de leerlingen deze problemen hebben ontwikkeld. Wanneer bijvoorbeeld zou blijken dat veel leerlingen moeite hebben met machten van letters, doordat de analogie met machten van getallen bij deze leerlingen onduidelijk is, dan kunnen de handvatten die in dit onderzoek zullen worden aangereikt beter worden opgesteld naar de problematiek die in de praktijk bij deze onderzoeksgroep naar voren komt. Uit dit onderzoek moet blijken hoe de leerlingen tot op heden met deze stof bezig zijn geweest en op welk punt in hun ontwikkeling zij deze problemen hebben ontwikkeld. Er kan hierbij worden gedacht aan te weinig verbanden leggen tussen verschillende delen van de stof, of het onvoldoende begeleiding hebben gehad.

Er zijn dus meerdere aspecten van de leerervaring bij leerlingen die wij gelijktijdig willen onderzoeken. Enerzijds willen wij onderzoeken waar de leerling stress ervaart bij het leren, terwijl wij anderzijds willen onderzoeken of diepere leeractiviteiten juist deze stressoren kunnen wegnemen of reduceren. Dit zal worden gedaan middels een persoonlijk interview waarbij de volgende drie deelvragen beantwoord zullen

worden. Als deel van het interview zal de leerlingen gevraagd worden een deel wiskundestof te maken op twee manieren, waarvan één diepe leeractiviteiten gebruikt en de andere manier oppervlakkige leeractiviteiten gebruikt. De precieze opzet van de methode wordt verder in het onderzoek toegelicht.

Deelvraag 1: In welke categorieën kunnen de problemen bij het begrijpen en/of beheersen van, en het ervaren van stress bij de algebrastof bij leerlingen uit de onderzoeksgroep voornamelijk worden ingedeeld?

Bij deze eerste deelvraag zal worden nagegaan of de problemen die leerlingen in de interviews naar voren laten komen ingedeeld kunnen worden in één of meerdere voornaamste categorieën. Als leidraad zal hierbij in eerste instantie de verdeling van Zan en Di Martino worden aangehouden, die onderscheiden tussen de ervaring van wiskunde (waar de stress-ervaring onder valt) en het al dan niet behalen van succes. De ervaring van wiskunde kent zoals eerder omschreven verschillende aspecten, waarbij bij het beantwoorden van deze deelvraag de categorisering van Pepin een leidraad geeft voor het categoriseren van deze aspecten. Door dit te doen kunnen de diverse stressoren onder verschillende hoofdcategorieën worden ingedeeld.

Deelvraag 2: Welke oorzaken worden door de leerlingen in de onderzoeksgroep aangegeven als factoren bij het ontwikkelen van de problemen in het begrijpen of beheersen van algebrastof die zij ervaren?

Deze deelvraag is opgesteld om dieper in te gaan op de bij deelvraag 1 gevonden problematiek. De antwoorden op deze deelvragen kunnen op twee manieren in het onderzoek worden ingezet. Enerzijds kan het een vangnet zijn die algemeenheden in de antwoorden van de onderzoeksgroep samenneemt. Denk bijvoorbeeld aan problemen die een hele klas heeft ondervonden bij het leren van bepaalde delen van de stof, zoals een té krappe planning van de docent. Dit kan binnen een deel van de groep voor vergelijkbare problemen zorgen die bij deelvraag 1 naar boven komen. Deze deelvraag kan anderzijds ook worden gebruikt om een aanbeveling te doen over stressoren binnen de huidige opzet van het wiskundeonderwijs.

Deelvraag 3: Hoe verschilt de ervaring van stress van leerlingen uit de onderzoeksgroep bij het leren met diepere leeractiviteiten vergeleken met oppervlakkige leeractiviteiten?

Deze derde deelvraag is de deelvraag die de basis zal vormen voor de eerder genoemde handvatten die in dit onderzoek opgezet zullen worden. Door te weten op welke gebieden binnen de verschillende opdrachten de leerlingen uit de onderzoeksgroep stress ervaren, kan gemakkelijker advies worden gegeven aan vakdidactici. Niet ieder aspect van de opdracht met diepere leeractiviteiten zal door de leerling worden ervaren als een stress-verminderende factor. Het doel van deze deelvraag is juist het filteren tussen de effectieve en de minder effectieve van deze stress-verminderende aspecten.

Onderzoeksopzet

Hieronder zal worden omschreven hoe de opzet van het precieze onderzoek was vormgegeven. Toegelicht wordt hoe de onderzoeksgroep was vormgegeven, hoe de opzet was van de interviews die met de deelnemende leerlingen zijn uitgevoerd, en hoe deze interviews zijn geanalyseerd ter beantwoording van de onderzoeksvraag.

Onderzoeksgroep

De onderzoeksgroep bestond uit leerlingen uit de bovenbouw van het vwo met wiskunde A in hun pakket. Er is geen onderscheid gemaakt tussen de verschillende leerjaren. Deze lopen dus uiteen van het vierde tot en met het zesde leerjaar van het vwo, al zijn de interviews met zesdejaars uiteindelijk niet doorgegaan in verband met het sluiten van de scholen (wegens Corona). Hierdoor was het niet mogelijk om de geplande interviews met deze groep door te laten gaan. De keuze voor wiskunde A is eerder al beargumenteerd. De toespitsing op het vwo is gemaakt om verschillende redenen, waaronder de langere duur van de opleiding (hierdoor zullen leerlingen meer betekenisvolle situaties kunnen geven) en het hogere niveau van de stof (dit kan leiden tot meer stress en dus zal het waarschijnlijk zijn om dit bij deze groep tegen te komen).

Voor dit onderzoek zijn de leerlingen uit de onderzoeksgroep geïnterviewd. Om een focus te voorkomen vanuit de onderzoeksgroep die gericht is op de stressoren die gebonden zijn aan de school waarop zij zitten, zijn leerlingen van drie verschillende middelbare scholen geïnterviewd. Wanneer een deelnemende school bijvoorbeeld een onderwijsmethode toepast die als zeer stressvol wordt ervaren door haar leerlingen, zal deze stressor enkel op die school voorkomen, maar niet bij de andere deelnemende scholen. Op deze wijze kan beter worden gezocht naar de wiskunde-specifieke stressoren. Eén deelnemende school is gelegen in Tilburg, en trekt voornamelijk leerlingen uit de stad. De tweede is gelegen in een dorp net buiten Tilburg, en trekt zowel leerlingen uit de stad, als leerlingen uit de omliggende dorpen. De derde school is gelegen in een dorp verder van de stad af, en trekt met name leerlingen uit omliggende dorpen. Hierdoor zijn leerlingen van verschillende komaf bij dit onderzoek betrokken.

Tijdens het onderzoek is steeds een tweetal leerlingen tegelijk geïnterviewd. Bij het maken van de opdracht met diepere leeractiviteiten konden de leerlingen elkaar hierdoor versterken tijdens de samenwerking. Tevens kan een taalkundig minder sterke leerling zich bij de introducerende interviewvragen wellicht beter uiten. In totaal hebben zeven tweetallen leerlingen, dus veertien leerlingen totaal, verdeeld over de drie middelbare scholen, deelgenomen aan dit onderzoek. Voor een precies overzicht van de leerlingen, van welke school zij komen, en in welk leerjaar zij zitten, zie bijlage C

Interviews

Elk tweetal dat deelnam aan dit onderzoek kreeg in totaal twee interviews en twee taken die zij vergeleken. Elk van deze sessies met een tweetal leerlingen had twee doelen. Het eerste is ter beantwoording van deelvraag 1, waarbij het doel is gesteld om te ontdekken op welke gebieden de leerlingen problemen met de stof en mogelijk stress ervaren. Het tweede doel van het deze sessies was het onderzoeken of diepere leeractiviteiten een reductie van de hoeveelheid ervaren stress kan bewerkstelligen, wat een antwoord formuleert op deelvraag 2 en deelvraag 3.

Om deze onderzoeken op goede manier te laten verlopen, had elke sessie de volgende vorm:

Deel 1: Inleidende vragen worden gesteld om het tweetal rustig in het onderzoek te betrekken. Deze vragen komen steeds meer qua focus te liggen op de onderwerpen waarbij leerlingen tegen of over hun comfortabele leergrens zitten, alsmede de stressoren die buiten de lesstof bij de leerlingen spelen. Door sturing van de interviewer moet dit vloeiend gaan en vanuit de geïnterviewde leerlingen zelf komen.

Deel 2: De tweetallen krijgen twee kleine opdrachten, die beiden tot doel hebben om een bepaald stukje wiskunde te leren. De eerste van deze opdrachten zal inzetten op het gebruik van diepere leeractiviteiten, terwijl de tweede van de opdrachten zal worden ontworpen om stress-veroorzakend te zijn volgens literatuur (denk aan toevoegen van tijdsdruk, beoordeling, ...).

Als onderwerp van de te leren stof is het kwadraat splitsen gebruikt. Dit is een deel van de wiskunde wat niet in het curriculum van wiskunde A zit, maar waarvan zij de voorkennis (het wegwerken van haakjes) wél bezitten. Omdat deze voorkennis aanwezig is, kunnen diepere leeractiviteiten effectiever worden ingezet. Bij verschillende tweetallen is de volgorde van het maken van deze taken gealterneerd. Sommige tweetallen hebben dus eerst de opdracht met diepere leeractiviteiten gemaakt, terwijl andere tweetallen begonnen met de taak die stress-veroorzakend is.

Deel 3: De leerlingen wordt gevraagd naar een vergelijking van de twee opdrachten, specifiek gericht op de ervaring ervan. De tweetallen wordt gevraagd wat zij gedaan hebben en wat zij er van hebben geleerd, maar ook welke delen van de opdracht zij al prettig en minder prettig hebben ervaren, en waarom deze ervaring voor hen zo was.

De verwachting was dat de leerlingen bij het eerste deel van het onderzoek, wat de vorm had van een interview, zeer basale stressoren omschrijven. Op basis van het literatuuronderzoek blijkt dat de methode van toetsing en het gebrek aan relevantie van de stof factoren zijn die bij een groot deel van de leerlingen speelt. Ook werd verwacht dat leerlingen in eerste instantie focussen op bepaalde delen van het onderwijs, met name de algebrastof. Wanneer een leerling niet meteen de algebrastof aankaart als probleem, maar een ander onderwerp binnen de wiskunde, is de verwachting dat dit een basis heeft in het onvoldoende bezitten van de juiste algebraïsche vaardigheid. De data die in dit interview vooral werd verzameld waren de schoolgebonden en wiskunde-specifieke stressoren die leerlingen zonder het maken van een opdracht benoemen. Dit zijn dus de stressoren die zij tot dat punt in hun schoolcarrière hebben ervaren of opgebouwd, en die de handvatten die opgesteld zullen worden beogen tegen te gaan.

Tijdens het tweede deel van het onderzoek, waarbij leerlingen aan de slag gaan met de stress-veroorzakende taak en de taak met diepere leeractiviteiten, werd verwacht dat in de meeste gevallen één van de leerlingen meer leidend zal zijn wanneer samen aan

een taak werd gewerkt, vooral wanneer het wiskundig niveau van de twee leerlingen onderling (sterk) verschilt. Hoe sterker respectievelijk zwakker één van de leerlingen is ten opzichte van de ander, hoe meer respectievelijk minder deze naar verwachting bij durft te dragen aan de opdracht. Om dit te voorkomen is de opdracht ontworpen op een dusdanige manier dat beide leerlingen even veel bij kunnen dragen en hierdoor ook bij durven te dragen. In sommige gevallen was het nodig dat de interviewer de zwakkere of meer afwezige leerling in de opdracht betrok, waar na deze sturing beide leerlingen weer een gelijke bijdrage leverden.

Tenslotte volgde het derde deel van het onderzoek, welke weer de vorm had van een interview, waarbij de leerlingen gevraagd werd naar wat zij geleerd hadden van de opdracht en of zij hun ervaring van de opdrachten konden vergelijken. Ondanks dat het ervaren van stress niet uit te sluiten valt bij de opdracht met diepere leeractiviteiten, met name bij leerlingen die minder sterk zijn in wiskunde, was het vermoeden dat de ervaring van stress minder zou zijn bij de taak met diepere leeractiviteiten dan bij de opdracht die ontworpen is om oppervlakkig te zijn. Dit is onder de hypothese dat diep leren ingezet kan worden om wiskunde te leren op een minder stressvolle wijze. De verwachting was dat de hoeveelheid ervaren stress minder is bij leerlingen die sterker zijn in het uitvoeren van wiskundige taken, omdat deze groep meer vertrouwen heeft bij het uitvoeren van taken bij dit vak. Ook werd verwacht dat de aard van de ervaren stressoren anders zou zijn bij de twee uitgevoerde taken. Zo werd verwacht dat de opdracht met oppervlakkige leeractiviteiten meer wiskunde-specifieke stressoren met zich mee zou brengen, in tegenstelling tot de opdracht met diepere leeractiviteiten, waarbij de verwachting was dat de stressoren meer te maken zouden hebben met samenwerking (bijvoorbeeld faalangst en onzekerheid), of algemene stressoren zouden zijn, zoals de resterende tijd. Bij dit deel van het onderzoek werd met name gezocht naar oplossingen die leerlingen zelf naar voren brengen die kunnen dienen als basis voor de handvatten die in dit onderzoek worden opgezet. Door de leerlingen de opdrachten te laten vergelijken op basis van (emotionele) ervaring, is onderzocht welke aspecten van de opdrachten kunnen bijdragen aan een stressverminderende ervaring.

De uitvoering van het onderzoek heeft plaatsgevonden over een span van vijf maanden. Wegens het uitbreken van het Corona-virus en de tijdelijke sluiting van de scholen, zijn enkele geplande onderzoekssessies met leerlingen geannuleerd. In totaal hebben veertien leerlingen deelgenomen aan dit onderzoek, terwijl er op voorhand meer inschrijving waren voor een grotere onderzoeksgroep. Tijdens deze periode waarin het onderzoek plaatsvond, zijn sommige sessies online uitgevoerd. In deze gevallen werd ervoor gekozen om hetzelfde computerprogramma te gebruiken welke bij deze leerlingen ook door hun school gebruikt werd om online lessen te verzorgen. Zodoende zijn de onderzoeken met een tweetal ofwel fysiek en op locatie uitgevoerd, ofwel is de sessie online uitgevoerd via een computerprogramma zoals Zoom.

Verwerking van de interviews

Tijdens het interviewen werd door de interviewer in veel steekwoorden en halve zinnen verslag gemaakt van het gesprek. Waar de leerlingen relevante uitspraken deden die voor het onderzoek van belang leken, zijn deze conversaties precies genoteerd, en is aangegeven dat deze passage mogelijk van belang zou zijn bij de verwerking van de resultaten. Direct na elk interview is van de aantekeningen een lopend verhaal in tekst gemaakt. Bij andere delen van het gesprek, waar het letterlijk overnemen van de uitspraken niet helemaal lukte, zijn meer steekwoorden opgeschreven en is het fragment gehighlight, zodat het bij latere verwerking duidelijk was dat dit fragment tijdens het gesprek van belang leek. Bij deze verwerking is codering toegepast naar het voorbeeld van Miles en Huberman (2014). Zo ontstond dus een verwerking van het gesprek met twee soorten fragmenten. Enerzijds de fragmenten die tijdens het interview van belang leken, en geheel in woorden is overgenomen, en deels aanvulling ontstaan uit steekwoorden, die de essentie van het gesprek weergeven.

Zowel tijdens als voor de interviews met de leerlingen, is in de zijlijn een drietal zaken bijgehouden. Enerzijds zijn kernbegrippen genoteerd, zoals STRESSOR, OORZAAK en GEVOLG. Wanneer tijdens de verwerking andere relevante overkoepelende begrippen naar voren kwamen, zijn deze toegevoegd. Anderzijds, omdat

de beleving van de leerling bij dit onderzoek centraal staat, is ook de emotie van de leerling genoteerd. Omdat emotie op verschillende manieren kan worden geuit, is dit met name gebeurd op basis van wat de leerlingen zeiden (denk aan uitingen als “ik vind het fijn als ...”, “ik heb moeite met ...” en dergelijke), maar ook bij hoe de leerlingen zich gedroegen (denk aan wegstaren, tonen van zenuwachtige gedragingen en fysieke ongerustheid). Om met name de fysieke aspecten goed mee te kunnen krijgen, was het van belang dat de precieze verwerking van het interview niet tijdens het interview gebeurde, maar erna, zodat de interviewer kon letten op de non-verbale communicatie van de leerlingen.

Zoals eerder genoemd is tijdens de interviews al deels geselecteerd welke fragmenten waarschijnlijk van belang zouden zijn. Deze zijn ofwel in zijn geheel opgeschreven, wat enkele passages voor dit onderzoek heeft opgeleverd, ofwel was dit passage door de interviewer gehighlight tijdens het noteren, zodat tijdens de verwerkingen gemakkelijker kon worden teruggekeken naar deze passages. In de fragmenten die bij de verwerkingen naar voren komen, hebben de leerlingen tijdens het interview vooral een sterke mening of een sterke emotie laten zien. Op deze wijze was het voor de interviewer duidelijk dat hier een sterke en dus relevante beleving van de leerling zat.

Tijdens het analyseren van de gesprekken achteraf, werd bijgehouden welke thema's in het interview ter sprake kwamen. De thema's die voornamelijk zijn gezocht zijn die binnen de gebieden van stressoren (oorzaken, gevolgen, ...) en de ervaring van het vak wiskunde, maar ook binnen voorkeuren van leeractiviteiten bij leerlingen (positieve ervaringen binnen één van de twee opdrachten, een fijner gevoel bij het werken aan (delen van) opdrachten binnen het onderzoek, ...). Vooral de uitspraken die leerlingen deden zonder dat daar specifiek om gevraagd werd, zijn hiervoor met grote prioriteit bekeken, aangezien dit informatie geeft die de leerling zelf essentieel vond om te delen. Bijvoorbeeld, wanneer leerlingen een voorstel deden over hoe het onderwijs in hun ogen moet worden ingedeeld wanneer het interview op dat moment ging over toetsing, dan speelt er voor de leerling op dat gebied dus meer dan toetsing alleen.

Nadat een aantal hoofdthema's waren geïdentificeerd zijn alle interviews opnieuw bekeken. Er werd dan bijgehouden bij hoeveel interviews deze thema's naar voren kwamen, en er werd gecontroleerd of deze thema's niet op een of andere manier verstopt zaten in de interviews waar deze de eerste keer niet werden gevonden. Op deze manier is een beeld ontstaan over bijvoorbeeld het deel van de geïnterviewde leerlingen dat stress ervaart door toetsen, het deel van de geïnterviewde leerlingen dat de voorkeur geeft aan specifieke diepere leeractiviteiten etcetera. Kortom werd achteraf in de interviews en geselecteerde fragmenten gezocht naar vergelijkbare uitspraken en ervaringen van leerlingen.

Tenslotte werd bij het verwerken van de gegevens bij elk type fragment een keuze gemaakt voor een mogelijke episode om in het onderzoeksverslag op te nemen. Niet elk fragment dat in zijn geheel is opgeschreven, is in dit verslag opgenomen. Dat komt deels doordat er overlap in thema's was, zodat twee fragmenten hetzelfde punt illustreren. Er is dan gekozen om één van de twee weer te geven. In eerste instantie is er dan gekeken naar welk fragment de kern het duidelijkst weergeeft. Als er tussen episodes geen of weinig verschil was, is er willekeurig één gekozen.

Aanpassingen door Corona

Door de Corona-pandemie heeft dit onderzoek niet plaatsgevonden zoals dit vooraf was bedacht. In deze paragraaf zal worden beschreven wat aan de opzet is veranderd, en wat er hetzelfde is gebleven. Ook zal, indien relevant, worden besproken hoe de tussenkomst van de pandemie het onderzoek mogelijk heeft beïnvloed.

Allereerst is de onderzoeksgroep aangepast. Oorspronkelijk was het de bedoeling om van vier verschillende scholen minstens vier tweetallen te interviewen, voor een totale omvang van minstens 32 leerlingen. Echter, doordat de scholen sloten, was het lastiger om hier afspraken mee te maken. Eén van de scholen moest tijdens het uitvoeren van het onderzoek op locatie sluiten, waardoor sessies met leerlingen kwamen te vervallen. Niet bij iedere school was het mogelijk om het onderzoek online uit te voeren. Daardoor is de grootte van de onderzoeksgroep dus aangepast.

Aan de vorm van de interviews is weinig veranderd. Sommigen hebben op locatie plaats kunnen vinden, maar anderen zijn uiteindelijk online uitgevoerd. Zo veel mogelijk hebben deze dezelfde vorm gehouden. Echter moet rekening worden gehouden met ietwat aangepaste resultaten bij die groep leerlingen die online zijn geïnterviewd. Deze leerlingen hebben wellicht andere stress-ervaringen vanwege het thuis zitten tijdens de Corona-periode.

Tenslotte is er bij de verwerking van de interviews niets veranderd. Deze konden worden gepland conform de manier waarop dit gepland was, omdat er geen externen bij betrokken waren.

Verwachte uitkomsten

De grootste verwachting bij dit onderzoek was dat leerlingen de taak met diepere leeractiviteiten minder stress-veroorzakend vinden in vergelijking met de taak die er op gericht was meer oppervlakkige leeractiviteiten te gebruiken. Op het gebied van leeropbrengst werd weinig of minimaal verschil verwacht; de tijd waarin de leerlingen uit de testgroep met de stof en de taken bezig zijn zullen niet lang genoeg zijn om de leeropbrengst significant te beïnvloeden. Dit klinkt als een negatieve uitkomst voor dit onderzoek, maar is dat zeker niet. Dat laat zien dat eenzelfde leeropbrengst behaald kan worden met diepere leeractiviteiten, maar dat de emotie van de leerling hierbij op een positieve manier anders is vergeleken met de andere, meer reguliere leer methode. Indien er wel verschil in leeropbrengst zou zijn, was het de verwachting dat de taak met diepere leeractiviteiten een hoger rendement heeft, omdat bij dergelijke activiteiten meer connecties worden gelegd tussen voorkennis en nieuwe kennis, en tussen diverse wiskundige gebieden onderling.

Buiten de vergelijking van de taken, lagen er tevens verwachtingen bij de gesprekken met leerlingen over stressoren. Uitgaande van de literatuur was de verwachting dat leerlingen aan zouden geven stress te ervaren op twee vlakken. Eén van die vlakken waren stressoren die schoolbreed spelen en niet alleen bij het vak wiskunde, zoals bijvoorbeeld toetsing. Op het gebied van wiskunde-specifieke stressoren, was de

verwachting dat de abstractie van het vak voornamelijk stress oplevert. De algebra in het bijzonder is een vrij abstract deel van de wiskunde, en hier werden dan ook met name de meeste problemen verwacht.

Onderzoeksresultaten

De onderzoeksresultaten zullen hieronder in drie delen worden weergegeven, te beginnen met een algemene weergave van stressoren die leerlingen aangaven (schoolbreed), stressoren die specifiek bij wiskunde spelen en ten slotte de vergelijking van de twee opdrachten die de leerlingen hebben gemaakt. De wiskunde-specifieke stressoren geven met name het antwoord op de eerste twee deelvragen die zijn opgesteld, terwijl de vergelijking van de twee opdrachten een antwoord zal geven op de derde deelvraag.

Schoolgebonden stressoren

De schoolgebonden stressoren komen redelijk overeen met wat uit de theorie verwacht mag worden. De meest noemenswaardige stressoren die in dit onderzoek naar voren zijn gekomen, zijn toetsing en werklust.

Toetsing. Meer dan de helft van de leerlingen gaf aan toetsing als grote of grootste stressor te zien in het onderwijs in het algemeen. Wel werden hier door leerlingen verschillende redenen voor gegeven. Eén van die redenen was bijvoorbeeld, dat je aan een toets niet meer kunt veranderen. Je krijgt een beperkte tijd om te laten zien wat je kunt, en op een verschillend moment zou je het misschien beter (of juist slechter hebben gedaan). De toets is dus slechts een momentopname. Dit in vergelijking met bijvoorbeeld een project, waar je langere tijd aan kunt werken, maar wat je ook even aan de kant kunt leggen als je er niet in één keer uitkomt.

Een andere reden waardoor toetsing als stressor werd aangegeven, is omdat de tussenperiode weinig uitmaakt. Eén van de leerlingen in de onderzoeksgroep gaf aan niet te leren om te leren, maar te leren om een goed cijfer neer te zetten. Vooral de toetsen die meetellen voor het schoolexamen worden in dit opzicht als stressvol ervaren. De volgende dialoog tussen twee leerlingen en de onderzoeker illustreert wat de leerlingen aangaven.

LEERLING 1: Ik ben altijd erg cijfergericht geweest. Ik heb altijd veel stress wanneer er een toets aankomt, want ik ben bang voor onvoldoendes.

LEERLING 2: Dat heb ik ook. Afgelopen toetsweek heb ik bewust gefocust op de vakken waarvoor wij een schoolexamen hadden, want die tellen mee voor volgend jaar. De andere vakken heb ik een beetje verwaarloosd.

ONDERZOEKER: Ligt dat aan de afgelopen toetsweek, of gebeurt dat vaker?

LEERLING 2: Dat gebeurt steeds vaker, want de cijfers lijken steeds belangrijker te worden.

Bij de vraag hoe deze stress-ervaring verminderd kan worden, werd de geopperd om geen toetsen meer te doen, maar de leerlingen zagen in dat dit niet gaat werken. Ergens vinden de leerlingen toetsing wel fijn, want het motiveert hen om bij te blijven met de stof. Er moet volgens de leerlingen die aangaven stress bij toetsing te hebben, worden nagedacht over hoe de toetsen beter bij de leerstof aansluiten. Ook zou het fijn zijn als de weg naar de toets meetelt, bijvoorbeeld door de werkhouding en de vooruitgang met de stof gedurende de periode in het cijfer te betrekken. Een andere oplossing was om tussendoor meer *formatief* te toetsen, zodat leerlingen beter weten waar zij staan met de stof, en de docent tijdig kan ingrijpen voordat deze een onvoldoende geeft op de eindtoets van de stof.

Werklast. De tweede schoolbrede stressor die in dit onderzoek naar voren kwam, was werklast. Leerlingen gaven aan dat door de structuur van hoe een schooljaar in elkaar zit (doorgaan drie of vier perioden gevolgd door een toetsweek) ervoor zorgt dat alle deadlines aan het einde van de periodes zitten (voor de toetsweek), of ergens in het midden (vooral bij vakken die twee hoofdstukken behandelen in één periode). Hierdoor is het voor de leerlingen soms lastig om goed te kunnen plannen. Immers kan niet al het werk gelijkmatig over een paar weken voor de deadline verdeeld worden.

Leerlingen geven aan dat het werken met een planner hiervoor fijn is. Dit geeft hen overzicht, en het voorkomt dat alles onverwachts in dezelfde week of in dezelfde twee weken gedaan moet worden.

Wat bij deze stressor opvalt is dat leerlingen het hebben van huiswerk niet als werklast lijken te zien. Leerlingen die het over werklast hadden, spraken slechts over deadlines voor projecten en verslagen, of over afsluitende toetsen voor één of meerdere hoofdstukken van de leerstof. Leerlingen die het over huiswerk hadden, gaven aan dat dit huiswerk eigenlijk wel fijn was. Het zorgt er in hun ogen voor dat zij bij blijven met de stof en de werklast juist al voor de leerlingen wordt verdeeld over de periode. Eén van de deelnemende scholen aan dit onderzoek laat de leerlingen in de bovenbouw hun eigen planner maken voor het vak wiskunde. Deze leerlingen krijgen een overzicht van de sommen die gemaakt moeten worden die periode, maar krijgen geen moment waarop de sommen af moeten zijn. Het viel op dat op deze school, de leerlingen relatief meer pleitten om tussentijdse vooruitgang mee te nemen in de beoordeling van die periode.

In het kader van huiswerk werd wel door enkele leerlingen aangegeven dat er iets met het huiswerk gedaan moet worden. Niet iedere docent bespreekt de opgaven uit het huiswerk, of geeft leerlingen de kans om hier vragen over te stellen. In het oog van de leerlingen vermindert dit de effectiviteit van het huiswerk.

Wiskunde-specifieke stressoren

Stressoren die specifiek binnen het vak wiskunde spelen, zijn voor een deel dezelfde als de eerdergenoemde schoolstressoren. Daarom dat ook hier eerst het onderwerp "toetsing" zal worden behandeld, maar de focus ligt dan op de verschillen die leerlingen aangaven tussen toetsen van wiskunde, en toetsen in het algemeen. Andere stressoren die werden genoemd waren onder andere het onderwerp van de stof en de opbouwende structuur van het vak.

Toetsing. Leerlingen geven aan binnen het vak wiskunde stress te ervaren bij toetsing, net als bij andere vakken. Voor wiskunde in het bijzonder geven leerlingen aan, dat zij niet goed weten wat er op de toets verwacht kan worden. Het volgende fragment geeft daar een illustratie van. De leerlingen in dit fragment zijn andere leerlingen dan bij het vorige fragment, en hebben daarom een andere nummering.

LEERLING 3: Bij een wiskundetoets weet ik nooit waarbij ik moet beginnen, en dan denk ik gelijk zo van "dit heb ik nooit gehad!"

ONDERZOEKER: Kun je daar een voorbeeld van geven?

LEERLING 3: In de eerste toetsweek kregen we met wiskunde een vraag waarbij je de oppervlakte van de Sahara kon berekenen, en dat zand werd dan weggeblazen, en dan moest je berekenen hoe dik die laag [zand] was.

ONDERZOEKER: En zoiets heb je nooit eerder hoeven doen? Ook niet in het huiswerk bijvoorbeeld?

LEERLING 3: In het huiswerk hebben we wel een som gehad die je op dezelfde manier moest aanpakken blijkbaar, waarbij het regenwater tijdens een storm werd verdeeld over een gebied.

LEERLING 4: Het zou makkelijker zijn als ze niet zoiets vaags als "het zand uit de Sahara" zouden nemen, maar bijvoorbeeld leerlingen verspreiden over een auditorium. Volgens mij komt dat op hetzelfde neer, maar dan begrijpen wij tenminste wat er gebeurt.

Hier speelt meer dan alleen de toetsing, namelijk dat de context van de opgaven niet of slecht aansluit bij de beleveniswereld van de leerlingen. Het zou hier bijvoorbeeld ook kunnen zijn dat de docent(en) van deze leerlingen geen inhoudelijk goede toets kunnen maken, wat een probleem van didactische aard is. Het zou ook kunnen zijn dat de toets onvoldoende aansluit op de voorkennis. Dat de docent verwacht dat bepaalde kennis

aanwezig is, waar deze in werkelijkheid ontbreekt. Maar het punt wat de leerling duidelijk probeert te maken, is dat deze geen duidelijk beeld heeft van wat gevraagd kan worden. Deze leerling geeft aan dat door dit soort vragen, zij niet weet waar ze moet beginnen, terwijl de wiskunde in essentie betrekkelijk makkelijk is. Met enig doorvragen bij de leerlingen in dit fragment, kwam naar voren dat zij vinden dat het huiswerk niet aansluit op de toetsstof. Dit is ook in andere interviews naar voren gekomen.

Enkele tweetallen in dit onderzoek gaven bij wiskundetoetsing aan, dat zij liever een herinrichting van het type sommen zien tijdens een hoofdstuk en de daaropvolgende toets. Liever zagen zij dat de opgaven met context in het huiswerk worden gestopt, of klassikaal worden behandeld. Dat is, volgens deze tweetallen, de plek om het *nut* van wiskunde te laten zien. In de toets willen zij dan liever de "droge" sommen. De sommen zonder context, waarbij heel duidelijk wordt gezegd wat er moet gebeuren. De toets toetst op deze manier beter wat de leerlingen wel of niet kunnen. Dit sluit aan bij de discussie over realistisch tegenover mechanistisch reken- en wiskundeonderwijs. Leerlingen vinden mechanistische sommen op de toets dus fijner, mits de realistische opgaven in de lessenreeks wel worden besproken. Deze visie van de leerlingen laat tevens zien hoe leerlingen tegen wiskunde kijken. Zij ervaren het als een vak waar je de beheersing van de stof helemaal kunt toetsen zonder enige context. Het omzetten van problemen naar modellen, en het zien van logica achter een context, zien deze leerlingen blijkbaar niet als relevant onderdeel van de wiskunde.

Onderwerpen binnen de wiskunde. Bij de vraag waar de geïnterviewde leerlingen vooral stress ervaren bij wiskunde, werd vaak eerst één specifiek vakgebied binnen de wiskunde genoemd. Hoewel algebra hier de helft van de keren bij zat, werd ook vaak genoemd dat meetkunde en kansrekening een zekere stresservaring opleveren. Ongeveer een kwart van de leerlingen gaf aan wiskunde A in hun pakket te hebben gekozen, zodat zij meetkunde konden ontlopen en om een simpelere vorm van algebra te krijgen.

Bij de vraag waarom juist die onderwerpen binnen de wiskunde stress opleveren, kwamen redenen naar boven die verschillen per vakgebied. Voor dit onderzoek zijn de stressoren voor algebra het meest relevant, maar ook die bij meetkunde en kansrekening zullen worden besproken en binnen de algebraïsche context worden geplaatst.

Binnen de algebra vonden de leerlingen de rekenregels als $p^{-1} = \frac{1}{p}$ niet stressvol, zolang het duidelijk was welke moet worden toegepast. Echter, wanneer deze algebraïsche rekenregels samenkomen en meerdere bewerkingen van een uitdrukking nodig zijn om tot een beoogd resultaat te komen, neemt de stresservaring bij deze leerlingen toe. Zij gaven aan niet goed te weten waar zij dan moeten beginnen, wat stress veroorzaakt. Geconcludeerd kan worden dat leerlingen onvoldoende bekwaam zijn om binnen een algebraïsche expressie de losse bewerkingen te kunnen herkennen. Waar leerlingen wel zien dat zij $\frac{1}{p}$ om kunnen schrijven naar p^{-1} , zien zij ditzelfde niet of minder goed terug in bijvoorbeeld $\frac{p^2 \cdot p^3}{p}$. Voor deze leerlingen zou een handvat met betrekking tot versteviging van reeds beschikbare (voor)kennis een oplossing kunnen zijn.

Een tweede stressor die naar voren kwam die betrekking heeft op het algebraïsch begrip van leerlingen, is dat een redelijk deel van de leerlingen (ongeveer een kwart) aangeeft niet te weten wat zij bij algebraïsche uitdrukkingen moeten voorstellen. De leerlingen zeggen niet te zien wat zij aan het doen zijn, of hebben hier grote moeite mee. Deze leerlingen koppelen algebra dan ook vooral aan formules en grafieken, en geven aan hier de meeste moeite mee te hebben. Voor deze leerlingen is algebra hetzelfde als werken met formules, wat weliswaar een deel van de algebra op de middelbare school is, maar niet het geheel. Op de vraag aan de leerlingen wat zij nodig hebben om dit te verbeteren, gaven zij aan vaker klassikaal met de docent stil te willen staan bij wat zij precies doen. Deze leerlingen vragen een sterkere of uitgebreidere instructie waarbij de docent verbanden voor de leerlingen toelicht en aankaart. Dit valt samen met diepere leeractiviteiten, want verbanden tussen (deel)gebieden is daar een onderdeel van. Deze leerlingen willen dit echter met de docent of klasgenoten samen

doen, omdat zij vinden dat zij hier tot nog toe onvoldoende in geoefend zijn. Hier kunnen diepere leeractiviteiten dus bijdragen aan een beter algebraïsch begrip. Voor de docent ligt de rol hier in het begeleiden en niet zozeer in het instrueren. De leerlingen uit het onderzoek geven aanleiding tot het opstellen van een handvat voor het doorzien van verbanden tussen delen van de stof. Wat betreft dit didactische handvat, zal de docentrol en de leeractiviteit goed overeen moeten komen met de diepere leeractiviteit waar om wordt gevraagd.

Eén van de andere vakgebieden binnen de wiskunde die als stressvol wordt ervaren in de onderzoeksgroep, is de kansrekening. Leerlingen zeiden hier dat zij dit met name als stressvol ervaren, doordat het erg vaag blijft. Leerlingen hebben moeite onderscheid te maken tussen wat in de schoolwiskunde "pakken met terugleggen" en "pakken zonder terugleggen" wordt genoemd, en de hieraan gekoppelde wiskundige aanpakken. Bovendien geven leerlingen aan niet goed te kunnen zien hoe lastigere opgaven afwijken van de standaard opgaven. Tot op zekere hoogte sluit dit aan bij de problemen die leerlingen bij algebra ook aangaven, namelijk dat simpele gevallen goed te doen zijn, maar zodra er meer theorie samenkomt, de leerlingen niet weten hoe zij moeten beginnen met een opgave. Wellicht speelt er bij zowel algebra als kansrekening dus een breder problemen, namelijk dat leerlingen enkele situaties leren en er niet genoeg focus ligt op en/of er onvoldoende wordt geoefend met samenhang van theorie.

Het derde vakgebied binnen de wiskunde waar veel stress werd ervaren is meetkunde, echter, konden leerlingen bij dit onderzoek daar niet ver op in gaan. Dit komt doordat meetkunde niet in het curriculum van wiskunde A, maar in dat van wiskunde B ligt, waarvan geen leerlingen zijn geïnterviewd. Wat leerlingen wel konden aangeven, was dat zij meetkunde vaak als "vage puzzel" ervoeren. Deze bewering kan voorzichtig worden aangesloten bij de eerdergenoemde conclusie over samenhang van theorie, maar verder onderzoek zal dit moeten versterken.

Structuur van het vak wiskunde. Een derde grote stressor die leerlingen benoemden, buiten de manier van toetsing en de specifieke onderwerpen bij wiskunde, was de structuur van het vak. Leerlingen gaven aan het fijn te vinden dat bij andere vakken de verschillende onderwerpen van elkaar gescheiden blijven, maar de verschillende onderwerpen binnen wiskunde vaak terugkomen. In het onderstaande fragment licht een leerling toe dat zij kansrekening vervelend vindt, omdat zij rekenregels van machten moet gebruiken.

LEERLING 5: Ik vind kansrekening vaak ook vervelend.

ONDERZOEKER: Oké, dus kansrekening vind je vaak vervelend. Kun je mij vertellen waarom?

LEERLING 5: Bijvoorbeeld bij de binomiaalformule.

Daar ben je met kansrekening bezig, en ja, dan ben je dus ook met breuken bezig. Maar opeens komen er machten tevoorschijn, en dan raak ik het kwijt.

De leerling in dit fragment neemt dus een bepaalde voorkennis aan (breuken), maar is niet voorbereid op de machten die bij deze theorie gebruikt worden. De leerling ziet niet of onvoldoende in, dat dezelfde berekening zonder machten gedaan kan worden (namelijk door het herhaaldelijk vermenigvuldigen met dezelfde breuk) en dat zij dit wel kan. Deze stressor is in de literatuur van Burnett en Fanshawe (1997) naar voren gekomen als frequente stressor onder leerlingen. Het is dus ook niet onverwacht dat deze in dit onderzoek ook naar voren komt.

Een mogelijke oorzaak ligt binnen de manier van leren die sommige leerlingen lijken te hebben. In een eerder fragment dat gebruikt is in dit onderzoek geeft een leerling aan te focussen op de toetsen die mee blijven tellen. De leerlingen leren niet om de kennis te beheersen, maar om een voldoende te halen. De opgedane kennis blijft dan minder goed hangen dan wanneer de leerlingen leren om de opgedane kennis toe te kunnen passen. In het bijzonder ligt hier een oorzaak van het onvoldoende beheersen van de kennis door leerlingen. Waar eerder in de resultaten van dit onderzoek geconstateerd werd dat er een handvat nodig is voor de versteviging van de kennis die

leerlingen reeds hebben, ligt hier een mogelijke oplossing in het vormgeven van dit handvat. Eén van de tweetallen leerlingen stelde voor om minder te focussen op het cijfermatig beoordelen, maar het afstrepen van leerdoelen. Wanneer leerlingen genoeg leerdoelen hebben gehaald, kunnen zij verder. Dit tweetal gaf dit als mogelijke oplossing voor het verminderen van de ervaren stress, maar zagen in dat dit problemen kan geven in de organisatie van het curriculum. Echter sluit deze mogelijke oplossing aan bij het "modulair onderwijs", welke niet geheel onbekend is in Nederland.

Vergelijking opdrachten

Naar aanleiding van de gemaakte opdrachten zijn er drie belangrijkste punten waarop de leerlingen een vergelijking maakten, namelijk het type opgave, de visuele ondersteuning en de rol van de docent. In dit onderzoek zal worden beperkt tot het bespreken van deze drie punten, maar de feedback van de geïnterviewde leerlingen was dit niet.

Type opgaven. De meest genoemde feedback op de gemaakte opgaven, was dat leerlingen de hoeveelheid tekst bij de taak met diepere leeractiviteiten te groot vonden. Zij gaven aan goed te moeten lezen wat precies de bedoeling was, ook al werd het voorgelezen door de begeleidende interviewer. De leerlingen vinden het fijner als een opgave kort, maar duidelijk is, zoals "herleid de volgende uitdrukkingen" of "los de vergelijking op". Dit is niet in lijn met wat eerder door leerlingen in de interviews werd genoemd, namelijk dat zij wel een zinnige context willen, maar niet op de toets. Wellicht ligt het conflict tussen deze meningen niet in de context van wiskundesommen zelf, maar meer in de taal die erbij gebruikt wordt. Wellicht zijn leerlingen niet talig genoeg om de opgaven met context goed aan te kunnen pakken, of is de taal die gebruikt wordt niet in lijn met de taal die leerlingen bij wiskunde verwachten en nodig hebben. Verder onderzoek naar de link tussen taal en wiskunde kan een grote bijdrage leveren aan het verbeteren van de contextopgaven en de manier waarop leerlingen de wiskunde hierdoor ervaren.

De verschillende verwoordingen zeggen iets over het type opgave. De opgaven die zich beperken tot één korte opdracht, zoals "herleid de volgende uitdrukkingen" of "los de vergelijking op" zijn vaak sommen die meerdere van hetzelfde type opdracht geven. Leerlingen oefenen hierbij vaker op repetitieve wijze een beperkte hoeveelheid vaardigheden. Dit is ook iets wat door de leerlingen werd aangegeven. Het grootste deel van de geïnterviewde leerlingen geeft de voorkeur aan rijtjes sommen, waarbij steeds hetzelfde type opdracht moet worden gemaakt. De opdrachten waarbij een bepaalde relatie moet worden aangetoond behandelen leerlingen liever klassikaal met de docent.

Echter vonden de leerlingen niet dat deze rijtjes sommen, zoals deze aan het begin van de opdrachteset met oppervlakkige opgaven werden gesteld, het begrip van de te leren stof versterkten. Zij werden door de rijtjes sommen vaardiger in het *toepassen* van de materie, maar begrepen niet beter wat ze aan het doen waren. Dit begrip werd wel vergroot bij de opdracht met diepere leeropdrachten.

Dit illustreert dat er een balans moet worden gevonden tussen de type opdrachten die de leerlingen maken. Leerlingen leren fijner (met minder stress) bij rijtjes sommen waarbij steeds dezelfde vaardigheid wordt geoefend, maar bereiken hierdoor niet een dusdanig begrip van de wiskunde zodat zij relaties kunnen leggen tussen verschillende begrippen of kunnen uitstijgen boven de stof. Dit geeft de leerlingen stress. Aan de andere kant hebben leerlingen meer stress door de opdrachten die hen juist helpen om beter verbanden te kunnen leggen tussen verschillende delen en aspecten van de stof. Binnen de tweetallen leerlingen die dit punt aankaartten, gaf een meerderheid de voorkeur aan het klassikaal behandelen van de diepere leeropdrachten, bij voorkeur met de docent, en om de rijtjes sommen zelf te proberen in het huiswerk. Het lijkt erop dat wanneer de leerlingen alleen aan het huiswerk werken en zij weten wat zij kunnen verwachten, deze leerlingen zich het meest comfortabel voelen omdat het herkenbaar en voorspelbaar is.

Hier kan geconcludeerd worden dat er een duidelijke afscheiding tussen leersituaties en testsituaties moet zijn. De leerlingen willen de nieuwe stof binnen de les leren, en zij moeten hier de kans krijgen om fouten te maken om van deze fouten te

leren. De leerlingen willen echter thuis oefenen, en zij willen hier de zekerheid hebben dat wat zij doen juist is. Leerlingen hebben een gevoel van veiligheid nodig tijdens het leren om ook daadwerkelijk te kunnen leren, en dus moeten zij niet bang zijn om fouten te maken.

Visuele ondersteuning. Een deel van de opdrachteset met diepere leeractiviteiten was de visuele ondersteuning, waarbij met oppervlaktes van rechthoeken en vierkanten wordt aangetoond dat $x^2 + bx = (x + \frac{1}{2}b)^2 - \frac{1}{4}b^2$. Slechts één tweetal gaf aan dat zij deze afbeelding niet fijn vonden. Bij dit tweetal zaten leerlingen die eigenlijk geen probleem met algebra hadden. Hieruit kan de conclusie worden getrokken dat de visuele ondersteuning in termen van bekende concepten (in dit geval oppervlakte) bijdragen aan het begrip van wat de leerling aan het doen is.

De leerlingen die deelnamen aan dit onderzoek gaven aan dergelijke ophelderingen te hebben gemist in het voorgaande onderwijs waarbij zij met dergelijke algebrastof werkten. Enkele van de leerlingen beweerden zelfs dat zij algebra een stuk anders [positiever] zouden ervaren, wanneer deze opheldering aan het begin beschikbaar zou zijn geweest.

Bij de diepere leeractiviteiten vonden leerlingen het tevens fijn om te onderzoeken met behulp van grafieken. Sommige leerlingen zagen snel voor welke waarden van de parameters bepaalde vergelijkingen wel of geen oplossingen hadden, anderen hadden daar meer moeite mee. De tweetallen die hier meer moeite mee hadden vonden het leuk om te werken met programma's op de grafische rekenmachine of met Geogebra om verschillende grafieken te plotten. Wel vonden zij het lastig om het juiste scherm in te stellen (de gewenste grootte van de assen is afhankelijk van de keuze voor de parameters), en hier moet volgens deze leerlingen de docent bij ondersteunen. Door het zien van de functies en het proberen te verkrijgen van snijpunten, gaven de leerlingen aan beter te begrijpen waar de hoeveelheid oplossingen vandaan kwam. Het plotten van de functies en het ontdekken van resultaten met de docent droeg dus positief bij aan hun begrip van de stof.

In deze visuele ondersteuning bij het aanleren van bepaalde algebraïsche regels ligt volgens de geïnterviewde leerlingen de grootste winst te behalen, mits op de juiste momenten toegepast. De leerlingen vonden het vooral fijn als introductie van de stof, maar gaven voor het verder oefenen aan liever te werken met de oppervlakkige taken, zoals ook al eerder is vermeld. Des te meer laat dit zien dat een juiste en weldoordachte afweging tussen de verschillende type opdrachten kan bijdragen aan het leerplezier, de leerervaring en de leeropbrengsten.

Rol van de docent. Zoals ook uit de literatuur blijkt, gaven de leerlingen aan dat de docent een belangrijke invloed is. De leerlingen gaven een aantal bevestigingen over goed docentschap, zoals het streng, maar rechtvaardig handelen als docent, het hebben van enthousiasme over het vakgebied, en het begripvol omgaan met de leerlingen. Aansluitend bij de door de leerlingen geprefereerde afweging tussen oppervlakkige en diepere leeractiviteiten, zeiden de geïnterviewde leerlingen dat zij het belangrijk vinden dat de docent er bij de introductie van de stof is. Zij willen vooral een docent die langzaam door de stof heen gaat, veel ontdekt met de klas en de leerlingen zelf relaties laat leggen. Bij het zelfstandig oefenen met de stof mag de docent volgens de leerlingen op de achtergrond blijven, en vooral begeleiden en helpen wanneer daar om gevraagd wordt.

Conclusies

Uit de onderzoeksresultaten kan worden geconcludeerd dat de leerlingen uit de onderzoeksgroep schoolbreed stress ervaren op de gebieden die uit de literatuur naar boven komen, waaronder met name toetsing. Binnen het vak wiskunde komt dit voornamelijk doordat de opgaven niet geheel aansluiten op wat de leerlingen verwachten op basis van het beschikbare oefenmateriaal, maar ook doordat leerlingen moeite lijken te hebben met het leggen van verbanden tussen wiskundige concepten of het combineren van wiskundige regels binnen verschillende gebieden van de wiskunde. Hoewel de algebra inderdaad als stressvol wordt ervaren, ervaren leerlingen met wiskunde A uit de bovenbouw van het vwo ook stress bij het doen van kansrekening. De redenen hiervoor zijn vergelijkbaar met en gekoppeld aan de problemen die spelen bij stress bij algebra.

Om stress te verminderen zien de leerlingen uit de doelgroep vooral mogelijkheden bij het oefenmateriaal en de klassikale behandeling van de stof. Tijdens de les moet met meer interactie en (visuele) hulpmiddelen gewerkt worden aan het begrip van de stof. Hier [in de klas] moeten de diepere leeractiviteiten plaatsvinden, waarbij leerlingen boven de stof komen te staan. Om zelfstandig te oefenen binnen en buiten de les verkiezen leerlingen echter oppervlakkige leeractiviteiten. Dit omdat het dan voor de leerlingen duidelijker is wat zij moeten doen en wat er van hen verwacht wordt. Andere oplossingen liggen in het omgaan met het huiswerk dat door de leerlingen gemaakt is. Wanneer leerlingen meer verbanden leren leggen tijdens het maken van het huiswerk, en het ontdekken van deze verbanden wordt aangemoedigd met bijvoorbeeld de behandeling van dit huiswerk, zullen leerlingen zich minder overvallen voelen door de stof en de complexiteit hiervan. Leerlingen moeten een veilig gevoel krijgen waarin zij fouten durven te maken en in staat worden gesteld om van deze fouten te leren. Voor de docent is hier een belangrijke rol weggelegd, want deze moet volgens de leerlingen uit dit onderzoek, en in lijn met de literatuur, zorgen voor een veilig leerklimaat waarin dit allemaal mogelijk is.

Hiernaast ligt een grote winst te behalen bij het inzetten van visuele hulpmiddelen, zoals het klassikaal plotten en verkennen van diverse functies om de eigenschappen van klassen van functies te doorzien. Een ander voorbeeld is het geven van meetkundige interpretaties van algebraïsche expressies om de gelijkheid van twee dingen aan te tonen. Leerlingen uit dit onderzoek gaven aan dit een fijne en verhelderende manier te vinden om met de abstracte algebrastof om te gaan. Deze visuele ondersteuning in de klas is een manier om diepere leeractiviteiten in te zetten in de klas om het wiskundig begrip te bevorderen.

Een grote stressor die in de literatuur naar voren komt, en door leerlingen in dit onderzoek wordt bevestigd, is het achterblijven met delen van de stof. De oorzaken liggen voornamelijk in het onvoldoende verstevigen van de voorkennis tijdens de lessenpraktijk, waardoor te snel wordt doorgedaan of wordt aangenomen dat leerlingen deze voorkennis hebben. Voor zowel de docent als de leerlingen valt er veel winst te behalen in het sterker maken van deze voorkennis en het stilstaan bij de wiskunde die reeds is geleerd alvorens verder te gaan met de volgende stof. Wiskunde is een discipline waar immers muren van kennis worden gebouwd op een stevige fundering van voorkennis en vaardigheden, en wanneer die fundering onvoldoende sterk is, kan niet verder worden gebouwd.

Naast dit alles lijkt de vorm van vragen met context om een aantal redenen stress te veroorzaken, terwijl een aantal van deze redenen met het eerdergenoemde (deel) verholpen kan worden. De context moet aansluiten bij de belevingswereld van de leerlingen, maar leerlingen moeten door het juist inzetten van het huiswerk tijdens de les door de leraar structuren gaan overzien en contexten kunnen generaliseren. Dit gebeurt voor de meeste leerlingen nog niet genoeg, waardoor zij contextvragen niet als culminatie van de leerstof gaan zien, maar als abstracte bewerking van de theorie die zij zouden moeten beheersen. De wijze waarop vragen zijn geformuleerd lijkt niet altijd aan te sluiten bij de taal die leerlingen bij dit soort vragen nodig hebben, waardoor een vraag die leerlingen in principe aan zouden kunnen, in de praktijk negatief wordt ervaren.

Diep leren kan dus bijdragen aan het vergroten van het wiskundige begrip, terwijl tegelijkertijd de hoeveelheid ondervonden stress afneemt. Wanneer leerlingen tijdens de les met behulp van diepere leeractiviteiten de stof behandelen, voelen zij zich bekwaam in de behandelde materie. De diepere leeractiviteiten moeten vooral tot doel hebben om de verbanden tussen delen van de stof duidelijker te maken, wat kan met onder andere visuele ondersteuning, maar ze moeten er ook voor zorgen dat de nieuwe stof beter aansluit op de voorkennis die leerlingen reeds hebben. De diepere leeractiviteiten zullen met name effectief worden, wanneer de leerlingen zich veilig genoeg voelen om fouten te durven maken bij het huiswerk, het (klassikaal) bespreken ervan, en tijdens het zelfstandig werken aan nieuwe opdrachten, zodat daadwerkelijke leermomenten ontstaan. Niet alleen wordt het diep leren hierdoor bevorderd, ook zal dit een directe manier zijn om stress in de klas te reduceren.

Handvatten voor het onderwijs

Naar aanleiding van de literatuur en het uitgevoerde onderzoek, zullen hier enkele handvatten volgen voor de docent om in de eigen lessenpraktijk de hoeveelheid ondervonden stress bij de leerlingen te verminderen. Deze handvatten kunnen gebruikt worden voor de gehele klas, maar zouden ook ingezet kunnen worden om enkele leerlingen die achterblijven met de stof een steun te geven. Niet alle handvatten hoeven tegelijkertijd gebruikt te worden. Echter, door te proberen en te experimenteren met verschillende leerstijlen, zal gemerkt worden dat verschillende leerlingen verschillende soorten didactiek vragen.

Handvatten met betrekking op diepere leeractiviteiten in de klas

- Gebruik ter ondersteuning van abstractere stof een vorm van visuele ondersteuning in de klas. Gedacht kan worden aan een tekenprogramma om grafieken te plotten op het schoolbord, of aan het geven van een meetkundige interpretatie van een algebraïsche expressie.
- Probeer niet alle verbanden klassikaal toe te lichten, maar laat leerlingen alleen, in tweetallen, kleine groepjes of klassikaal een stuk van de wiskunde zelf ontdekken. Vraag leerlingen bijvoorbeeld verschillende tabellen en bijbehorende grafieken te maken bij kwadratische verbanden, en het zal de leerling duidelijk worden dat dit altijd een parabool oplevert. Dit kost misschien meer tijd in de les, maar voor de leerling zal het een wereld van verschil maken.
- Varieer met het type opgaven dat uw leerlingen maakt, en laat hen nadenken over de overeenkomsten en verbanden hiertussen. Niet alleen zal de leerlingen meer verbanden leggen tussen verschillende opgaven en verschillende delen van de stof, maar ook zal de leerling een breder begrip ontwikkelen van de wiskunde in context.

Handvatten met betrekking op het verminderen van stress onder leerlingen

- Gebruik zo nu en dan diepere leeractiviteiten in de les om het wiskundige begrip onder uw leerlingen te vergroten.
- Zorg voor een klimaat in de klas waarin leerlingen fouten durven te maken, zodat leerlingen minder stress hebben tijdens het leren.
- Probeer meer focus te leggen op voorkennis en hoe bepaalde delen van de stof voortbouwen op eerdere theorie, zodat minder leerlingen achterblijven met de stof. Besteed waar nodig wat tijd aan het herhalen van essentiële delen van de voorkennis.
- Zorg ervoor dat de toetsen beter aansluiten op de vaardigheden die van uw leerlingen verwacht worden en zorg ervoor dat de taal en context beter aansluiten op uw leerlingen.
- Integreer een aantal momenten in uw lessenpraktijk waarbij de leerlingen (formatieve) feedback krijgen op hun vaardigheden, waardoor leerlingen leren voor de vooruitgang en niet voor het toetsmoment.

Aanbevelingen voor verder onderzoek

Vanwege de Corona-pandemie is de onderzoeksgroep voor dit onderzoek kleiner uitgevallen dan oorspronkelijk de bedoeling was. Gezien de opzet waarmee uiteindelijk gewerkt is, mag alsnog worden aangenomen dat de geïnterviewde leerlingen representatief genoeg zijn voor dit onderzoek, maar is het een aanbeveling dit onderzoek te herhalen met een grotere groep leerlingen. Een grotere groep leerlingen zorgt voor een betere weerspiegeling van de situatie en levert wellicht meer of relevantere aanbevelingen op die in de onderwijspraktijk ingezet kunnen worden.

Uit de literatuur komt naar voren dat stress een factor is die bijdraagt aan mindere prestaties, echter, dit is een erg rechtlijnige bewering. Net zo goed kan uit literatuur gehaald worden dat het halen van mindere resultaten een stressor voor leerlingen is, al zijn die in het literatuuronderzoek voor dit onderzoek niet expliciet naar boven gekomen. Verder onderzoek naar oorzaak en gevolg tussen deze twee facetten is nodig om helder in kaart te brengen welke van de twee aangepakt moet worden om de ander mee te veranderen.

Wat eerder in dit onderzoek naar boven kwam, was de invloed van taal en de verwoording en vormgeving van vragen op de leerervaring van de leerlingen. Niet altijd lijken opgaven aan te sluiten bij de leerlingen op taalkundig gebied, waardoor de context rond een vraagstuk voor de leerlingen ook lastiger wordt. De taal zou idealiter de leerling moeten ondersteunen bij het maken van een opdracht, bijvoorbeeld door voorkennis te activeren of de leerling te helpen om relevante informatie uit het verhaal te filteren. De werking van taal op de ervaring van een wiskundig vraagstuk is een interessant onderwerp welke net zoveel aandacht verdient als de wiskunde binnen het vraagstuk zelf.

Referenties

- Ashcraft, M. H. & Moore, A. M. (2009). Mathematics anxiety and the affective drop in performance. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 197-205. doi: <https://doi.org/10.1177/0734282908330580>
- Beilock, S. L. (2008). Math performance in stress situations. *Current Directions in Psychological Science*, 17(5), 339-343. doi: <https://doi.org/10.1111/j.1467-8721.2008.00602.x>
- Bessant, K. C. (1995). Factors associated with types of mathematics anxiety in college students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(4), 327-345. doi: <https://doi.org/10.2307/749478>
- Bouter, M. L. (1986). Stress en de leerling: psychosomatische aspecten van gezondheid binnen het onderwijs. *Pedagogische Studiën*, 63, 456-465.
- Burnett, P. C. & Fanshawe, J. P. (1997). Measuring school-related stressors in adolescent. *Journal of Youth and Adolescence*, 26(4), 415-428. doi: <https://doi.org/10.1023/A:1024529321194>
- Caviola, S., Carey, E., Mammeralla, I. C. & Szucs, D. (2017). Stress, time pressure, strategy selection and math anxiety in mathematics: A review of the literature. *Frontiers in Psychology*, 8. doi: <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01488>
- Geist, E. (2010). The anti-anxiety curriculum: Combating math anxiety in the classroom. *Journal of Instructional Psychology*, 37(1), 24-31.
- Hamid, M. H. S., Shahrill, M., Matzin, R., Mahalle, S. & Mundia, L. (2013). Barriers to mathematics achievement in brunei secondary school students: Insights into the roles of mathematics anxiety, self-esteem, proactive coping, and test stress. *International Educational Studies*, 6(11). doi: <http://dx.doi.org/10.5539/ies.v6n11p1>
- Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(1), 33-46. doi: <https://doi.org/10.2307/749455>
- Jolles, J., de Groot, R., van Benthem, J., Dekkers, H., de Glopper, C., Uijlings, H. &

- Wolff-Albers, A. (2005). *Leer het brein kennen*. NWO.
- Koopman, M. (2017). *Diep leren : praktische handreikingen voor het bevorderen van diep leren bij leerlingen in het voortgezet onderwijs*. Technische Universiteit Eindhoven.
- Matheny, K. B., Aycock, D. W. & MacCarthy, C. J. (1993). Stress in school-aged children and youth. *Educational Psychology Review*, 5(2), 109-134. doi: <https://doi.org/10.1007/BF01323156>
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (2014). *Qualitative data analysis (3de editie)*. SAGE Publications.
- Noordhoff. (2020, 20 maart). *Welke wiskunde moet ik kiezen?* Verkregen van <https://view.publitas.com/noordhoff-uitgevers-vo/welke-wiskunde-moet-ik-kiezen-g-r-vwo/page/2-3>
- Pepin, B. (2011). Pupils' attitude towards mathematics : a comparative study of norwegian and english secondary students. *ZDM Mathematics Education*, 43(4), 535-546. doi: <https://doi-org.dianus.lib.tue.nl/10.1007/s11858-011-0314-9>
- Ramirez, G., Chang, H., Maloney, E. A., Levine, S. C. & Beilock, S. L. (2016). On the relationship between math anxiety and math achievement in early elementary school: The role of problem solving strategies. *Journal of Experimental Child Psychology*, 141, 83-100. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.07.014>
- Sarason, I. G. (1984). Stress, anxiety, and cognitive interference: Reactions to tests. *Journal of Personality and Social Psychology*, 46(4), 929-938. doi: <https://doi.org/10.1037/0022-3514.46.4.929>
- Shaikh, B., Kahloon, A., Kazmi, M., Khalid, H., Nawaz, K., Khan, N. & Khan, S. (2004). Students, stress and coping strategies: A case of pakistani medical school. *Education for health*, 17(3), 346-53. doi: <https://doi.org/10.1080/13576280400002585>
- Ter Bogt, T., Dorsselaer, S. V. & Vollebergh, W. (2003). *Psychische gezondheid, risicogedrag en welbevinden van nederlandse scholieren*. Trimbos Instituut.
- Torsheim, T. & Wold, B. (2001). School-related stress, school support, and somatic

complaints a general population study. *Journal of Adolescent Research*, 16(5), 293-303. doi: <https://doi.org/10.1177/0743558401163003>

Van der Ploeg, J. (2013). *Stress bij kinderen*. Bohn Stafleu van Loghum.

van Heest, F. (2019, 12 juni). *Gelijkmatiger verdeling studielast in strijd tegen stress*.

Verkregen van <https://www.scienceguide.nl/2019/06/>

[gelijkmatiger_verdeling_studielast_in_strijd_tegen_stress/](https://www.scienceguide.nl/2019/06/gelijkmatiger_verdeling_studielast_in_strijd_tegen_stress/)

Zan, R. & Di Martino, P. (2007). Attitude toward mathematics: Overcoming the positive/negative dichotomy. *Montana Council of Teachers of Mathematics*, 3, 157-168.

Bijlagen

Bijlage A: Oppervlakkige opdracht

Algebra – Afleiden van de abc-formule

In de onderbouw heb je vast wel eens de “abc-formule” geleerd. Hiermee kan je in een vergelijking van de vorm $ax^2 + bx + c = 0$ de twee oplossingen vinden indien deze bestaan. Even een oprisser: hoe werkte dit ook alweer?

1. Herleid de kwadratische vergelijking tot de vorm $ax^2 + bx + c = 0$
2. Bereken de discriminant met de formule $D = b^2 - 4ac$
3. Bereken de oplossingen met de formules $x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ en $x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$

In de onderstaande opdracht ga je deze formule zelf afleiden.

Opdracht 1: Werk in de onderstaande sommen de haakjes uit:

- a) $(x + 2) \cdot (x + 2)$.
- b) $(x - 3) \cdot (x - 3)$.
- c) $(x + 5)^2$.
- d) $(x - 1)^2$.

Opdracht 2: Schrijf onderstaande nu als product van twee haakjes, zoals de sommen van opdracht 1.

- a) $x^2 + 4x + 4$.
- b) $x^2 + 8x + 16$.
- c) $x^2 - 10x + 25$.

Opdracht 3: Schrijf onderstaande als product van twee haakjes, zoals je dat bij opdracht 2 hebt gedaan.

$$x^2 + 2bx + b^2.$$

Opdracht 4: Laat met behulp van wat je bij opdracht 3 hebt gevonden zien dat:

- a) $x^2 + 2bx + c = (x + b)^2 - b^2 + c$. (Hint: tel eerst $b^2 - b^2$ op bij het linkerlid)
- b) $ax^2 + 2abx + ab^2 = a(x + b)^2$.

Opdracht 5: Combineer de resultaten van opdracht 4 en laat zien dat:

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c.$$

Opdracht 6: Uit opdracht 5 volgt dat $ax^2 + bx + c = 0$ leidt tot $a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = 0$. Maak bij deze laatste de x vrij en herleid je antwoord.

Bijlage B: Opdracht met diep leren

Afleiden van de abc-formule

In de onderstaande opdracht ga je de abc-formule afleiden en enkele principes nader bestuderen. Dit ga je op verschillende manieren doen, bijvoorbeeld door grafieken te bestuderen, te spelen met getallen en door te puzzelen.

Onderdeel 1

Je weet vast al veel van grafieken. Je hebt deze al vaak voorbij zien komen in onder- en bovenbouw. In dit onderdeel ga je onderzoeken wanneer verschillende vormen kwadratische vergelijkingen nul, één of twee oplossingen heeft.

Je mag bij dit onderdeel je GR (grafisch rekenmachine) gebruiken, of bijvoorbeeld een tablet met het programma Geogebra (of een ander programma om grafieken te plotten). Dit wordt sterk aangemoedigd!

- Voor welke waarden van a en d heeft de vergelijking $ax^2 = d$ precies twee oplossingen? En wanneer één? En wanneer geen?
Leg uit hoe je aan je antwoord komt, bijvoorbeeld door schetsjes te geven van de formules van $y = ax^2$ voor enkele waarden van a .
- Waarom denk je, heeft elke vergelijking van de vorm $ax^2 + bx = 0$ (waarbij a en b beiden niet nul zijn) altijd precies twee oplossingen?
Leg de redenatie achter je antwoord uit en probeer deze te laten zien met verschillende schetsjes voor de formule $y = ax^2 + bx$ voor enkele waarden van a en b .

Onderdeel 2

In onderdeel 1 heb je gezien dat elke vergelijking van de vorm $ax^2 + bx = 0$ precies twee oplossingen heeft. Dit ga je later in deze opdracht gebruiken. Eerst moeten we een manier hebben de vergelijking een beetje om te schrijven naar een handigere vorm. Deze ziet er niet makkelijker uit, maar zal ons erg veel helpen!

- Kijk goed naar de afbeelding op de volgende pagina. Kun jij uitleggen hoe deze afbeelding laat zien, dat $x^2 + bx = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$?
- Bedenk zelf hoe je $ax^2 + bx$ op dezelfde manier om kunt schrijven. Hint: Kun je met één extra stap $ax^2 + bx$ omschrijven naar een vorm met $x^2 + bx$ daarin?

Hier stond een afbeelding die wegens auteursrechten niet kan worden weergegeven.

De afbeelding toont in drie stappen een meetkundige interpretatie van het kwadraat afsplitsen, door een vierkant oppervlak en een rechthoekig oppervlak om te vormen naar een nieuw vierkant oppervlak met één missend hoekje.

Onderdeel 3

Je hebt in onderdeel 1 gezien, dat elke vergelijking van de vorm $ax^2 + bx = 0$ twee oplossingen heeft.

Je hebt vervolgens in onderdeel 2 laten zien, dat je $x^2 + bx$ om kunt schrijven naar $\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$,

en $ax^2 + bx$ om kunt schrijven naar $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2$.

- a) Waarom heeft de vergelijking $ax^2 + bx = 0$ dezelfde oplossingen als de vergelijking $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = 0$?

Kies een waarde voor a en een waarde voor b , zodat deze beide niet nul zijn.

- b) Los de vergelijking $ax^2 + bx = 0$ op met behulp van je GR of een programma zoals Geogebra. Wat zijn de oplossingen? En zijn het er inderdaad twee?
- c) Vul de gekozen waarden voor a en b in, in de vergelijking $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = 0$. Zijn er delen in deze vergelijking die door het invullen van a en b makkelijker worden? Zo ja, waarom vind je deze makkelijker?
- d) Probeer de vergelijking bij 3c op te lossen. Zijn de oplossingen hetzelfde als bij 3b?

Bijlage C: Eigenschappen interviewduo's

In de onderstaande tabel zijn de volgende eigenschappen van een tweetal leerlingen uit dit onderzoek te zien:

- **No** - Het hoeveelste tweetal dit was dat aan het onderzoek deelnam.
- **School** - De school waarop de leerlingen zitten. School A is een school in Tilburg. Deze school biedt voornamelijk havo en vwo aan. School B is een dorpse school. Leerlingen komen van allerlei omliggende dorpen hier naartoe. De school biedt mavo, havo en vwo aan. School C is een school aan de rand van Tilburg. Deze school trekt leerlingen aan uit de stad, maar ook uit omliggende dorpen. De school biedt mavo, havo en vwo aan.
- **Leerling 1** - Het geslacht van de eerste leerling, met tussen haakjes het leerjaar waar de leerling in zit. 'M' staat voor 'man' en 'V' staat voor vrouw.
- **Leerling 2** - Het geslacht van de tweede leerling, met tussen haakjes het leerjaar waar de leerling in zit.
- **Eerste taak** - De opdracht waarmee de leerlingen begonnen. Dit kan de opdracht zijn met oppervlakkige leeractiviteiten (oppervlakkig) of de taak met diepere leeractiviteiten (diep). Elk tweetal kreeg beide taken, maar dus niet noodzakelijk in dezelfde volgorde. De tweede taak is daardoor automatisch de andere van de twee.

No	School	Leerling 1	Leerling 2	Eerste taak
1	A	V (4)	V (4)	Oppervlakkig
2	B	M (4)	M (4)	Diep
3	B	V (4)	V (4)	Oppervlakkig
4	B	V (4)	V (4)	Diep
5	B	V (5)	V (5)	Oppervlakkig
6	C	V (4)	V (4)	Diep
7	C	V (4)	V (4)	Oppervlakkig