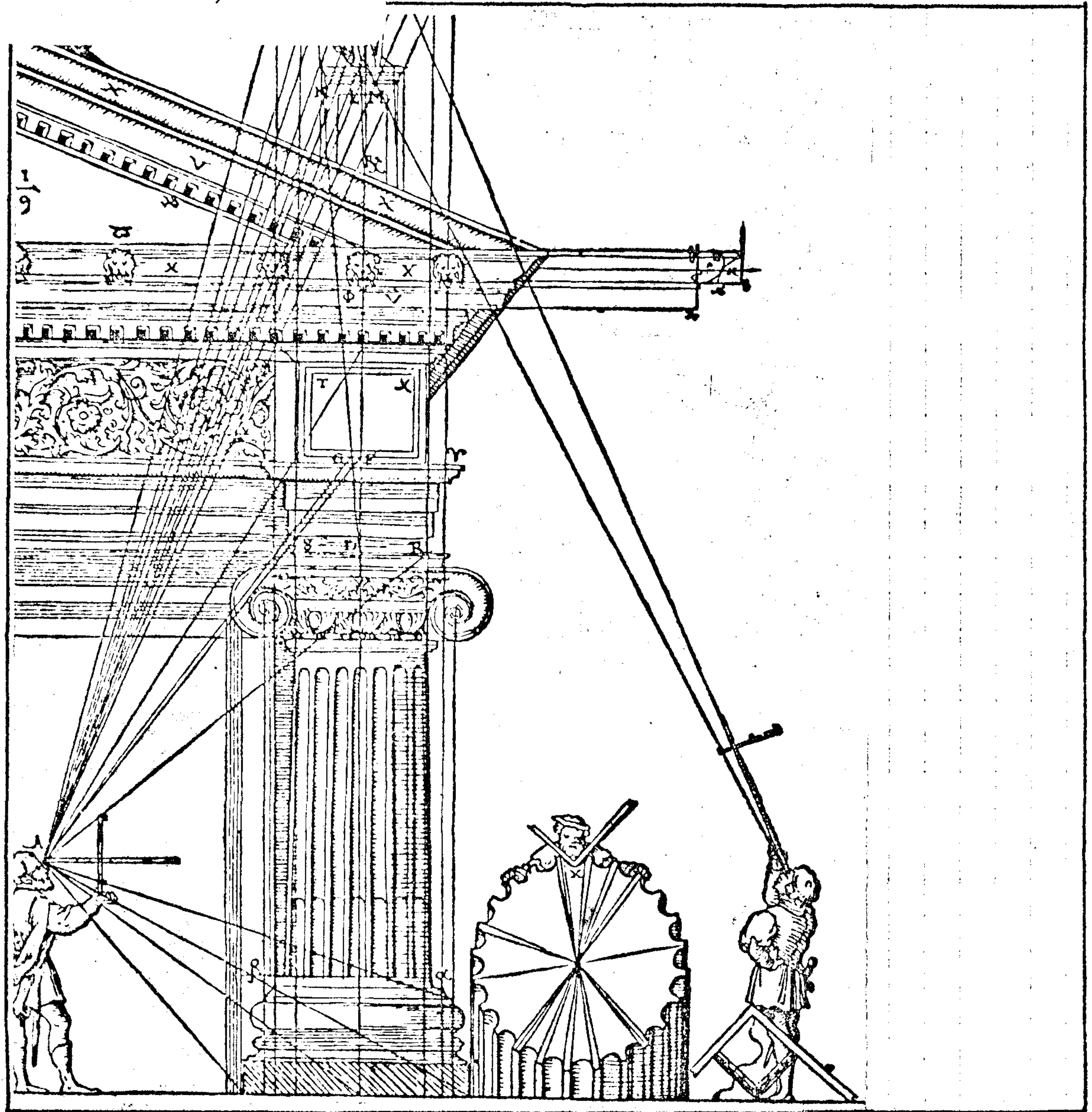
MASTER

Maatregels

een overzicht van het gebruik van proportieregels door de eeuwen heen

van Vroonhoven, Frans A.J.M.

Award date:
1977



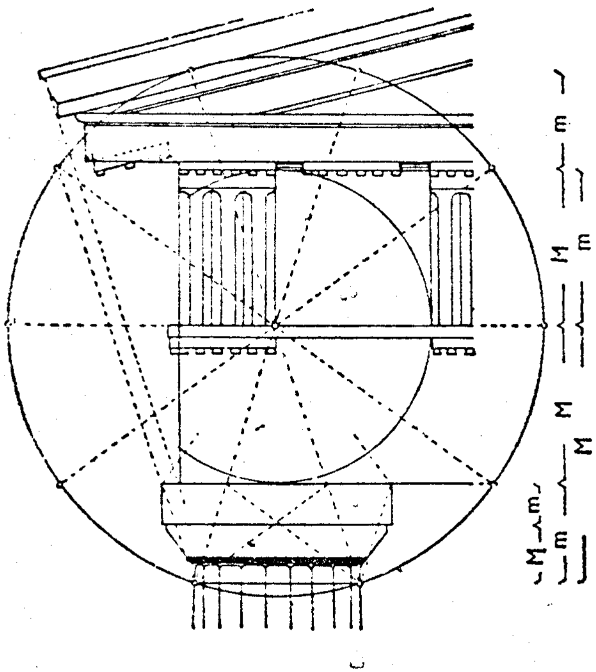
MAATREGELS

EEN OVERZICHT VAN HET GEBRUIK VAN PROPORTIEREGELS DOOR DE EEUWEN HEEN.

NOVEMBER 1977

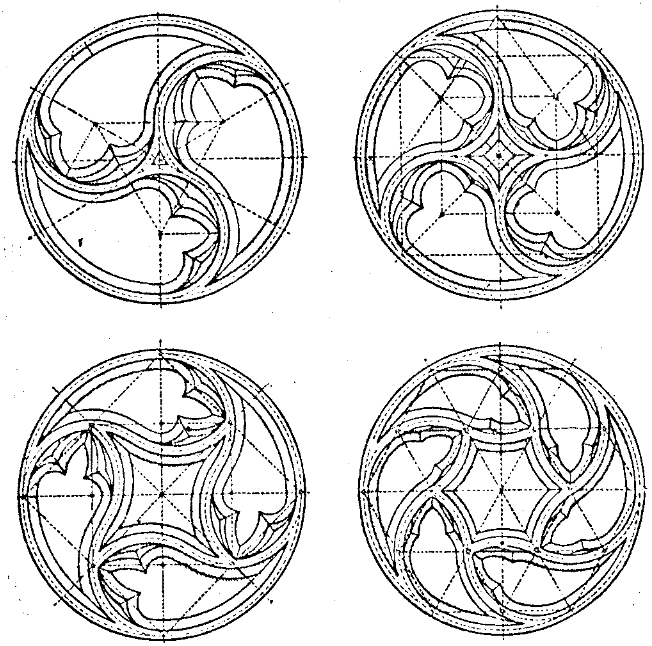
FRANS VAN VROONHOVEN.

Inleiding



Wanneer een architect de opdracht krijgt een gebouw te ontwerpen, dan zullen functionele eisen voor een groot deel bepalend zijn voor de uiteindelijke vorm van dat gebouw. Als men echter meerdere architecten dezelfde opdracht geeft, dan zullen de resultaten zeer uiteenlopend van aard zijn. Het programma laat ruimte voor een eigen inbreng van de architect; sommigen zullen het programma vertalen in een degelijk gebouw zonder franje, geheel conform de gestelde eisen, anderen echter zullen er iets aan toevoegen, zodat er een gebouw ontstaat, dat wij niet alleen als functioneel ervaren, maar dat wij op de een of andere manier ook mooi vinden. In het laatste geval heeft de architect niet alleen zijn verstand gebruikt, maar ook zijn gevoel laten spreken.

Waardoor wordt nu bepaald, of wij een gebouw puur zakelijk vinden of mooi? Wanneer spreken wij van bouwkunde en wanneer van bouwkunst?
Eeuwenlang al hebben mensen zich met deze vraag bezig gehouden. Sommigen hebben gemeend, dat "schoonheid" op een zuiver rationele manier te bepalen zou zijn, anderen



② Gotisches „Maß"-werk, Fensterschneußen auf geometrischer Grundlage

gingen louter en alleen uit van het gevoel. Het vermogen van de mens om iets te scheppen, berust zowel op het gevoel als op het verstand. Elk heeft zijn eigen plaats en zij vullen elkaar aan. Door allerlei invloeden valt nu eens het accent sterker op het gevoelsmatige, dan weer op het rationele. Beide menselijke eigenschappen zijn voor de bouwkunst onmisbaar. Veel mensen lossen met gemak de ingewikkelste problemen op, zuiver en alleen met gebruikmaking van hun verstand. Echter, wanneer hen gevraagd wordt vorm aan iets te geven op het gevoel af, dan geeft dit voor hen grote problemen. Dit is altijd al zo geweest en wij zien dan ook, dat er eeuwenlang mensen geweest zijn die geprobeerd hebben om dit gevoelsmatige werken als het ware te vertalen in rationeel te werk gaan. De mens heeft een onmiskenbare drang naar zekerheid in zich. Steeds heeft hij geprobeerd om het begrip schoonheid uit te drukken in een mathematische formule, want de wiskunde geldt als het symbool van orde, regelmaat en harmonie.

Elke tijd leverde nieuwe theorieën op, waarmee men de absolute schoonheid kon bereiken. Niet alleen bouwkundigen hebben zich hiermee beziggehouden; in de enorme berg literatuur die er over dit onderwerp geschreven is, komt men de namen tegen van vele beroemde kunstenaars, filosofen, wiskundigen en zelfs priesters. Veel van deze theorieën zijn in de loop der eeuwen verloren gegaan, vaak ook omdat zij slechts bekend waren bij een kleine selecte groep. In de 19e en 20e eeuw hebben veel onderzoekers zoals Friedrich Thiersch, Theodor Fischer en Ernst Mössel zich beziggehouden met het opmeten en analyseren van oude gebouwen om op die manier de geheimen van de vroegere bouwmeesters te achterhalen.

Over deze "geheimen", de proportieregels die ten grondslag lagen aan de bouwkunst gedurende vele eeuwen, gaat dit verhaal. Ik heb geprobeerd om in een kort bestek van de belangrijkste stijlperioden de basisprincipes van de gebruikte proporties te achterhalen. Achterin deze scriptie bevindt zich een uitgebreide literatuurlijst, waarnaar ik verwijs voor meer uitvoerige en gedetailleerde informatie.

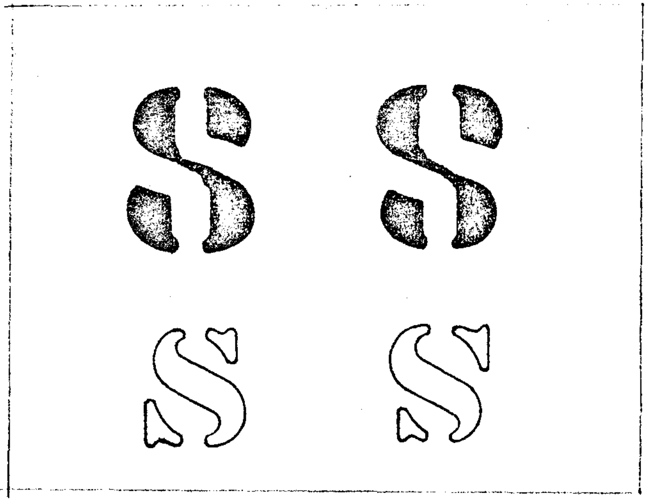
Harmonie

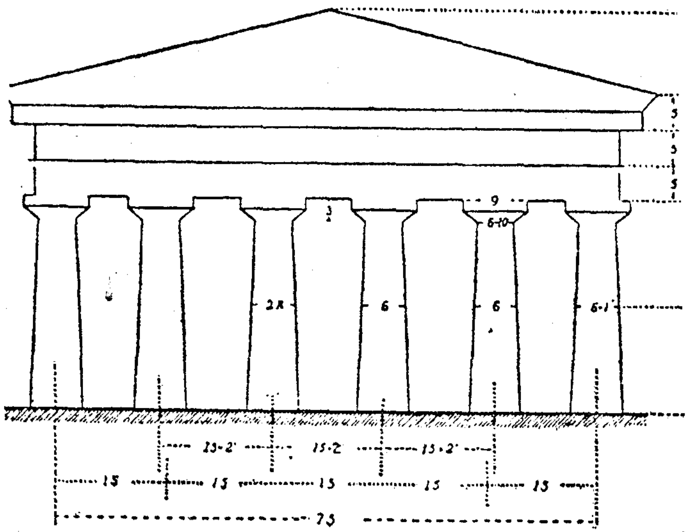
Als wij twee identieke voorwerpen op gelijke afstanden aan weerszijden van een as plaatsen, spreken wij van een symmetrische plaatsing. Als wij een voorwerp in twee helften kunnen verdelen die elkaars spiegelbeeld zijn, dan noemen wij dat voorwerp symmetrisch. Het woord "symmetrie" is afkomstig uit het Grieks, maar heeft in die taal een veel ruimere betekenis dan bij ons. Het betekent dan zoveel als "goed van vorm", "juist geproportioneerd" of ook wel "harmonisch". De symmetrie is dan ook de meest elementaire vorm van harmonie die wij kennen.

Wanneer wij spreken over symmetrie in de bouwkunst, hebben wij meestal te maken met verticale symmetrie-assen. In wezen bestaat er geen echte horizontale symmetrie-as, die voor ons gevoel ook een werkelijke symmetrie oplevert. Dit is misschien een beetje een duistere zin, maar ik zal het proberen te verklaren. Wanneer wij een horizontale lijn trekken op de gevel van een gebouw, precies op het midden van de hoogte, dan is de helft boven deze"symmetrie"-as niet optisch gelijkwaardig aan de helft onder die as.

Er gaat hier iets meespelen, wat men gewicht of massa zou kunnen noemen. Om voor ons oog een symmetrisch geheel te krijgen, moet de bovenste helft kleiner zijn dan de onderste. Men moet dus de symmetrie-as naar boven schuiven. Het volgende experiment toont dit duidelijk aan. Als men een aantal mensen vraagt een verticaal lijnstuk in twee gelijke helften te verdelen zonder gebruik te maken van enig meetgerei, dan zal een overgrote meerderheid de deelstreep boven het midden plaatsen.

Een heel belangrijke eigenschap voor het verkrijgen van een schijnbaar symmetrisch geheel is de gelijkvormigheid van de delen. Bij het beoordelen van de symmetrie speelt de gelijkvormigheid een veel grotere rol dan gelijke afmetingen.
Het volgende voorbeeld probeert dit aan te tonen. Het cijfer acht en de letter s zijn naar ons gevoel symmetrische tekens. Dit gevoel van symmetrie wordt geheel bepaald door de gelijkvormigheid van bovenste en onderste helft. In werkelijkheid is namelijk de bovenste helft veel kleiner dan de onderste.



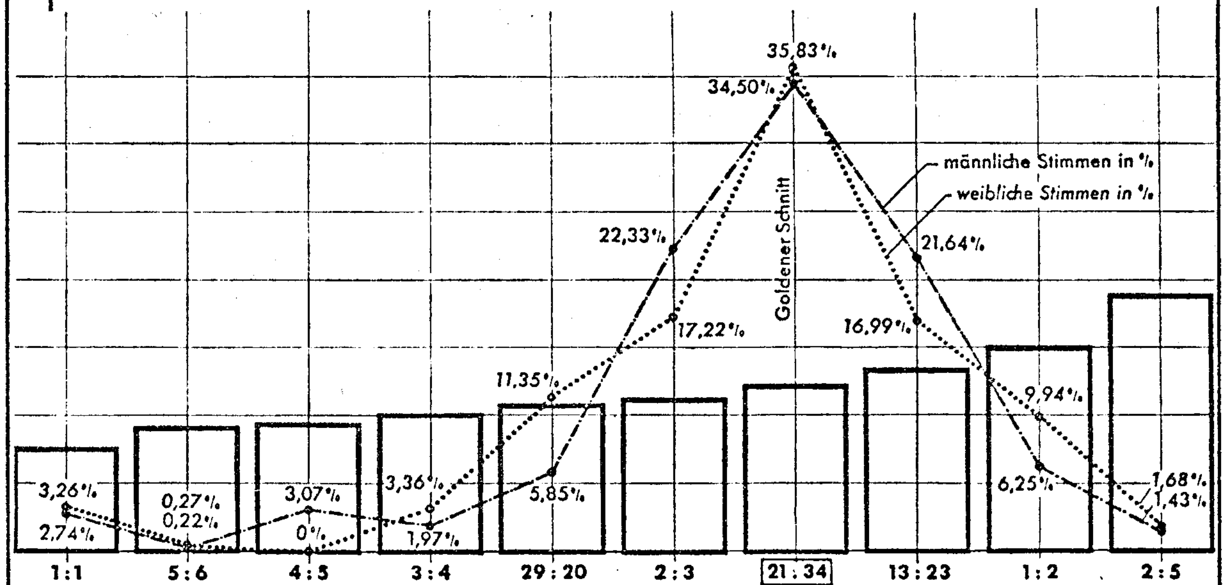


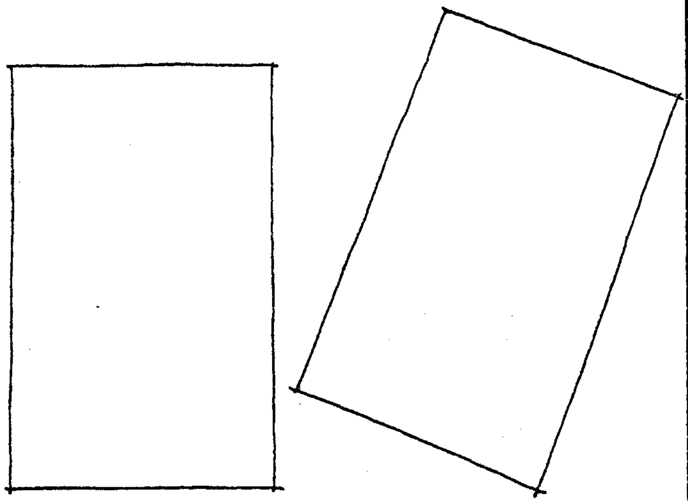
DE TEMPEL VAN PAESTUM.

Dit valt ons pas goed op, als wij beide tekens op z'n kop zetten. Het effect is daarom zo sterk, omdat wij nu de kleinste helft aan de onderkant hebben, terwijl de onderste helft altijd groter moet zijn om toch een symmetrisch geheel te lijken.
De maat van elk deel hangt af van z'n plaats ten opzichte van de gevoelsmatige symmetrie-as. De uiteindelijke symmetrie in verticale richting wordt bepaald door gelijkvormigheid van de delen in combinatie met een "juiste" maat.

Waardoor wordt nu bepaald, of wij de opbouw van een gebouw harmonisch vinden of niet? Welke geheime methodes liggen ten grondslag aan het scheppen van schoonheid? Zijn dit geometrische proporties, bepaald door wiskundige formules of is dit het vrije gevoel van een artiest?
Als wij beroemde gebouwen opmeten en de maten gaan analyseren, dan blijken zij vaak maten te vertonen die zich verhouden als eenvoudige gehele getallen. De meest beroemde laten vaak de Gulden Snede-verhouding zien. Deze

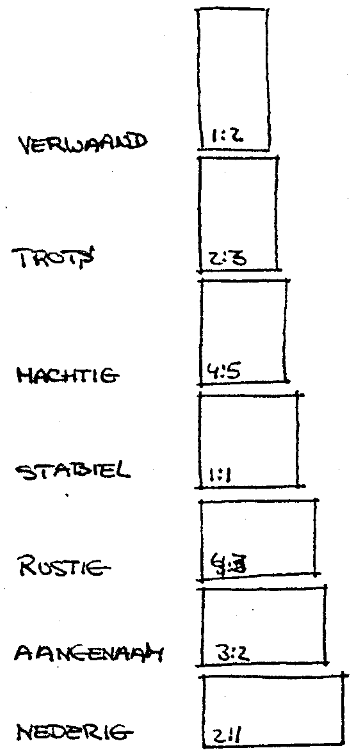
verhouding blijkt voor de meeste mensen de meest aangename te zijn. Reeds in 1876 werd dit bewezen door een uitgebreid onderzoek van H. Fechner. Hij legde honderden mannen en vrouwen 10 verschillende rechthoeken voor en liet hen de mooiste kiezen. Een van de rechthoeken had de verhouding van de Gulden Snede (21 : 34). In de grafiek is duidelijk te zien, dat deze rechthoek het meest gekozen is.





Naast de gelijkvormigheid en de juiste verhoudingen is er nog een faktor die van invloed is op een harmonische indruk, namelijk de juiste stand of positie. Het volgende voorbeeld (eveneens van Fechner) toont dit aan. De linkse rechthoek heeft zijden, waarvan de lengtes zich verhouden als de Gulden Snede. Wanneer wij deze rechthoek laten kantelen (rechts), dan blijkt plotseling het aangename gevoel, dat bij de Gulden Snede-rechthoek hoort, verdwenen te zijn, hoewel de verhouding gelijk gebleven is.

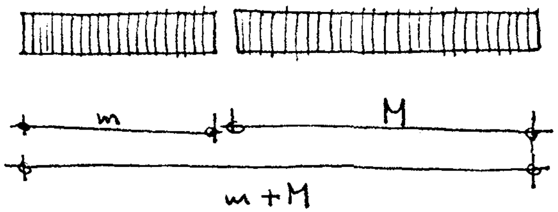
Dat de Gulden Snede-rechthoek de meest aangename gevoelens oproept, wil niet zeggen, dat andere rechthoeken minderwaardig zouden zijn. Zij kunnen andere gevoelens oproepen, die beter de bedoeling van de schepper treffen dan de "meest aangename". Elke rechthoek heeft zo zijn eigen karakter en daarom zijn eigen plaats. Theodor Fischer beschrijft in zijn boek "Zwei Vorträge über Proportionen" een reeks elkaar opeenvolgende rechthoeken, waaraan hij karakters toekende die varieerden van nederig tot verwaand. De middelste rechthoek heeft gelijke zijden en noemt hij stabiel.



De rechthoeken links van het midden noemt hij passief, die rechts van het midden actief.

Gelijkvormigheid, verhoudingen en plaats zijn faktoren die van invloed zijn op het al dan niet harmonische uiterlijk van een gebouw. Wij zouden dan ook kunnen stellen, dat wij spreken van harmonie als de betrekkingen tussen het geheel en de onderdelen en tussen de onderdelen onderling zo zijn, dat er een eenheid in de verscheidenheid ontstaat.

Tegenover het begrip harmonie kan men het begrip ritme stellen. Het ritme rangschikt elementen naast elkaar, trekt ze soms zelfs uit elkaar en laat ze elk apart uitkomen. Harmonie probeert daarentegen juist tegenstellingen te overbruggen door op grond van overeenkomsten een eenheid tot stand te brengen. Ritme heeft een dynamisch karakter, terwijl de harmonie statisch van aard is. Het ritme steunt op de veelheid en drijft uit elkaar, divergeert; de harmonie probeert te integreren, brengt eenheid in de veelheid.



$$\underbrace{m : M}_{\text{DELEN}} = \underbrace{M : m+M}_{\text{GEHEEL}}$$

De harmonie zoekt naar analogieën, d.w.z. gelijke uitdrukkingen met verschillende betekenissen. Het ritme maakt gebruik van tautologieën: verschillende uitdrukkingen voor hetzelfde begrip.

De Gulden Snede-verhouding is juist daarom zo harmonisch, omdat zij zowel verband legt tussen de onderdelen onderling als tussen de onderdelen en het geheel.

GETALLEN

De bedoeling van deze studie is het inventariseren van door de tijden heen gebruikte proportieregels. Zoals ik reeds gezegd heb, zijn veel van die regels op een gegeven moment verloren gegaan, doordat zij slechts bij een kleine groep bekend waren en bovendien beschouwd werden als de geheimen van een selecte groep uitverkorenen. Hoewel er dus weinig schriftelijk overgeleverd is, is onze kennis van de harmonieleer van bepaalde tijdperken toch tamelijk uitgebreid. Veel onderzoekers hebben geprobeerd de oude proportieregels of kanons te reconstrueren door zorgvuldig analyseren van de maten van nog bestaande bouwwerken; voor een groot deel zijn zij daar ook in geslaagd. Aan hen hebben wij het grootste deel van onze huidige kennis te danken, die teruggaat tot het begin van het Oude Egyptische Rijk (± 3000 voor Christus). Van nog vroeger tijd is ons niets bekend over het gebruik van bepaalde voorkeursverhoudingen. Wel is het zo, dat er een voorkeur bestond voor bepaalde getallen. Zoals Fischer aan bepaalde rechthoeken een eigen karakter toekende, zo had ook elk getal zijn eigen aard.

De getallen 3, 6 en 12 zijn waarschijnlijk de meest gebruikte getallen geweest in de oudheid. Dit hangt samen met het feit, dat in wezen bij het bouwen de lengte van een lijnstuk niet werd bepaald door het afpassen van een basiseenheid, maar door dat lijnstuk geometrisch te construeren. De abstracte getallen werden vervangen door zichtbare grootheden. De geometrie van de cirkel stond centraal bij alle constructies. De eenvoudigste manier om een cirkel in gelijke stukken te verdelen is het afpassen van de straal op de omtrek. Men krijgt dan precies 6 gelijke stukken. Als men de deelstrepen op de omtrek met elkaar verbindt, krijgt men een regelmatige zeshoek. Verbindt men de hoekpunten hiervan met het middelpunt van de cirkel, dan ontstaan er 6 gelijkzijdige driehoeken. Uitgaande van de verdeling in 6 gelijke stukken, kan men gemakkelijk komen tot een verdeling in drieën of twaalven.
De verdeling van de cirkel in 12 gelijke stukken vormt de basis voor het 12-tallig stelsel.

Overblijfselen van het gebruik van dit stelsel kunnen wij nog dagelijks overal zien:

- Een cirkel wordt nog altijd verdeeld in 12 x 12 = 360 graden.
- De meeste fietswielen hebben 36 spaken.
- Ons jaar telt 12 maanden; een dag 2 x 12 uren; een uur 5 x 12 = 60 minuten en een minuut 60 seconden.
- Een gros bestaat uit 12 dozijn en 1 dozijn uit 12 stuks.
- In Engeland kent men als maateenheid de voet die verdeeld wordt in 12 inches en als betaalmiddel de shilling die bestaat uit 12 pennies.

Het getal 12 en ook het kwadraat ervan, 144, hebben het karakter van het volmaakte, het totaal van alles. Dit blijkt vooral sterk uit bijbelse teksten:

- Voor de stoel van God zitten 24 aartsvaders.
- Israël telde 12 stammen.
- Jacob had 12 zonen.
- De muur van de nieuwe stad Jeruzalem is 12 x 12 = 144 el lang.

In onze tijd is de plaats van de getallen 12 en 144 ingenomen door de getallen 10 en 100.

Het gebruik van het 12-tallig stelsel of het 10-tallig stelsel is gebonden aan bepaalde culturen. Hoewel de Joden het 12-tallig stelsel hanteerden, uit de bijbelse teksten blijkt dit duidelijk, leerden zij ook het 10-tallig stelsel kennen en wel tijdens hun verblijf in Egypte; daar kwamen zij in aanraking met een geheel andere cultuur. In bijbelteksten over die periode zien wij dan ook plotseling het gebruik van het getal 10 (De Tien Geboden). Weer terug in hun eigen land kwamen de Joden weer onder invloed van de Babylonische cultuur en wordt het 12-tallig stelsel weer gebruikt.

Hoewel de getallen 5 en 7 de eigenschap gemeen hebben, dat zij niet deelbaar zijn, is de betekenis die men eraan toegekend heeft geheel verschillend, ja zelfs juist tegengesteld. Vijf is het getal van de boze geesten en de heksen. In het Duits gebruikte men hiervoor vroeger het woord "Druden". De vijfpuntige ster of pentagram noemde men dan ook "Drudenfuss". Zij is het symbool gebleven van de boze geesten, de hekserij of tovenarij.

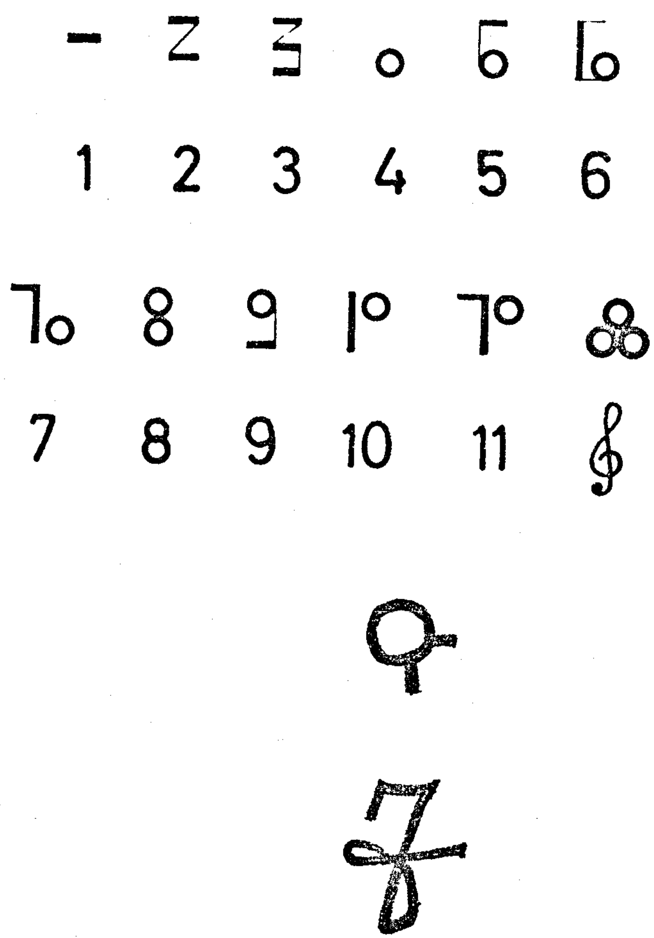
Vaak werd de vijfpuntige ster veel gebruikt als ornament op gevels met het doel de boze geesten op een afstand te houden. Vooral in kerken en kloosters komen wij hem vaak tegen.

Aan het getal 7 werd een heel andere betekenis toegekend. Zeven is juist het getal van de goede geesten of zelfs van God. In de bijbel is 7 het meest genoemde getal. Enkele willekeurige voorbeelden:

- De zevende dag van de week is de dag van God (1 Mozes 2,1).
- Zeven vette en zeven magere koeien verschenen Pharao in zijn droom (1 Mozes 41, 1-32).
- In elke Joodse synagoge staat een zevenarmige kandelaar (2 Mozes 25, 37).
- Voor de troon van God staan zeven engelen (Openbaring 4,5).

Ook in onze sprookjeswereld komt het getal 7 veel voor. De 7 dwergen bij wie Sneeuwwitje onderdak vindt, zijn de belichaming van de goede geesten, evenals de 7 onschuldige geitjes die door de boze wolf opgegeten worden.

Over het algemeen wordt 7 als een geluksgetal beschouwd. Desondanks werd het getal 7 in de bouw om verschillende redenen vermeden. Op de eerste plaats is het bijzonder moeilijk om een cirkel in 7 gelijke stukken te verdelen. Daarnaast was de mens een beetje schuw voor dit ontoegankelijke getal. Het was immers het symbool van de onbereikbare Godheid; zij kon dan ook nauwelijks een basismaat voor een aards bouwwerk zijn.
De vier, het getal van de quadrator, is het getal van de door God geschapen wereld; 4 jaargetijden, 4 windstreken en de 4 elementen (lucht, aarde, vuur, water) zijn delen van de schepping van de aarde.
Drie is het getal van de Goddelijke Drie-eenheid. Drie en vier geven samen zeven, het getal van de Goddelijke Geest. Het produkt van 3 en 4 is 12, het getal van de volmaaktheid.
Ook onze tegenwoordig algemeen gebruikte Arabische cijfers (eigenlijk zijn zij van Indische oorsprong en slechts door de Arabieren overgebracht) berusten op een systeem met het getal 4.

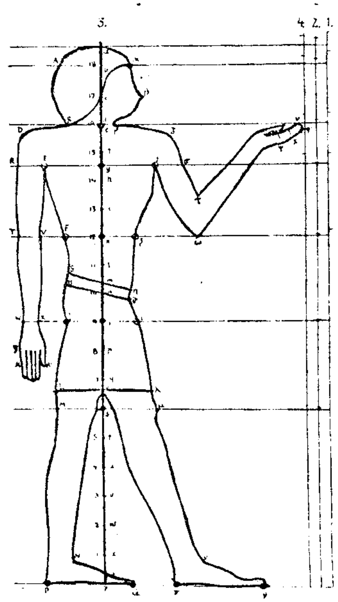


In de bovenste rij staan de oorspronkelijke tekens van de cijfers 1 t/m 12. Horizontale streepjes hebben de waarde 1, verticale streepjes de waarde 2. Onze cijfers 1, 2 en 3 zijn ontstaan, doordat bij het schrijven de horizontale streepjes aan elkaar verbonden werden. Het oorspronkelijke cijfer 4 werd weergegeven door een cirkel. De cijfers 5 t/m 7 werden voorgesteld door een cirkel gecombineerd met een horizontale streep (5), een verticale streep (6) of beide (7). Twee cirkels geven de 8. Bij de 9, 10 en 11 wordt de cirkel weer gecombineerd met horizontale en verticale strepen. Het getal 12 wordt voorgesteld door 3 cirkels.

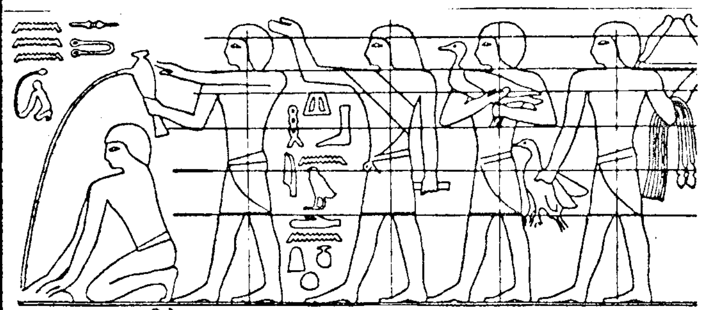
Toen rond 1200 de tot die tijd uitsluitend gebruikte Romeinse cijfers verdrongen werden door de Arabische, kon de verticale streep als uitdrukking voor het cijfer 1 zich handhaven; de 4 was nog tot ± 1500 een halve 8: een cirkeltje met twee korte pootjes. De 7 verloor de cirkel, maar de in vele handschriften gebruikelijke 7 met krul aan de onderkant laat nog een overblijfsel van de cirkel zien.

EGYPTE

OUDE RIJK

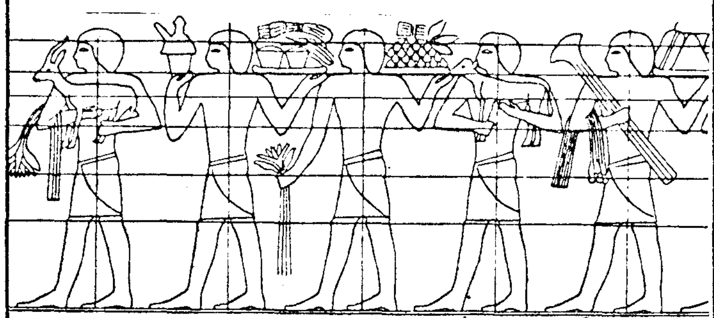


In het oude Egypte bestond een sterk gedifferentieerde maatschappij. Er was een sterk onderscheid tussen hogere en lagere klassen. De belangrijkste klasse was wel de priesterkaste. Haar taak was niet alleen het houden van de erediensten in de tempels, maar ook het onderwijzen van de jonge Egyptenaren. De tempel vormde het middelpunt van alle wetenschappelijke aktiviteiten. Men zou de rol die tempels toen speelden, kunnen vergelijken met die van de universiteiten en hogescholen in onze tijd. Wanneer mensen een tijdlang de lessen gevolgd hadden bij de priesters van een bepaalde tempel, trokken zij vaak naar andere streken om bij weer andere tempels hun studie voort te zetten. Ook buitenlanders studeerden aan de Egyptische tempels. Ook in het oude Griekenland was de wetenschap op deze manier aan de tempels gebonden. Bekend is, dat Pythagoras Griekenland verliet om in Egypte zijn kennis te vergroten. De priesterkaste had zo een van de belangrijkste monopolies in handen: zij bezat de sleutel naar kennis en dus naar macht. Om dit monopolie te kunnen handhaven, werd met opzet de kring van ingewijden klein



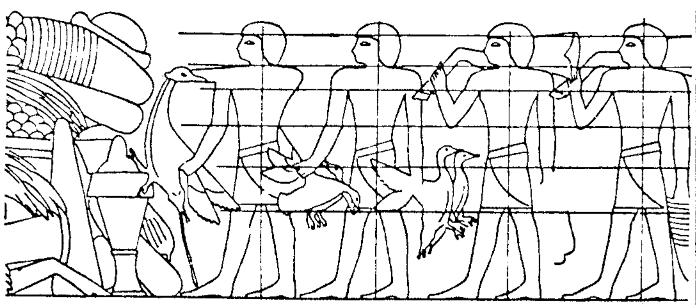
gehouden en moest de beginnende student beloven de verworven kennis in eigen kring te houden. Iets dergelijks vinden wij ook bij de Middeleeuwse "Bauhütten". Doordat deze groepen van ingewijden vrij gesloten gemeenschappen vormden, is ons weinig bekend geworden over de kennis die zij bezaten.

De informatie die wij desondanks verworven hebben over Egyptische wiskundige principes is afkomstig van verschillende perkamenten, die ontdekt zijn bij opgravingen van Egyptische tempels. De bekendste van deze papyrusrollen worden bewaard in Engelse en Russische musea. Een ervan is het beroemde Rhind-papyrus, dat bewaard wordt in het Britisch museum in Londen. Deze documenten zijn geen systematische verhandelingen, maar series problemen met hun oplossing die in hoofdzaak slaan op de bewerking van breuken, de verdeling van graanrantsoenen volgens meer of minder gecompliceerde regels, de berekening van oppervlakten en inhouden. Uit de verschillende berekeningen kan afgeleid worden hoe de Egyptenaren telden: er bestond een decimaal systeem met een teken voor 1, een teken voor 10, voor 100, voor 1000, etc. Om het getal 654 te



schrijven, moest men 6 maal het teken voor 100 gebruiken, 5 maal dat voor 10 en 4 maal dat voor 1. Zij gebruikten maar één type breuken, namelijk die waarvan de teller 1 is. In plaats van 3/4 moesten zij b.v. schrijven 1/2 + 1/4.

De plaats die het tellen innam in het dagelijkse leven was minder belangrijk dan in onze tijd. Wij drukken alle hoeveelheden, waarmee wij te maken krijgen direkt uit in exacte getallen. Bij de Egyptenaren kwam het tellen echter pas op de tweede plaats, het werd overheerst en volledig bepaald door de geometrie. Alle ideeën en theorieën werden vastgelegd in geometrische regels. Voor een Egyptenaar was een vierkant de som van 2 driehoeken; dat was de voornaamste onderverdeling en hieruit ontwikkelden zij ook hun kennis van getallen. Zoals wij reeds zagen, wordt een getal geschreven als de som van een aantal basiseenheden. Dit is analoog aan het beschouwen van een vierkant als som van 2 driehoeken. Ook in de manier van rekenen vinden wij dit terug: vermenigvuldigen bestond in feite uit een reeks van verdubbelingen.



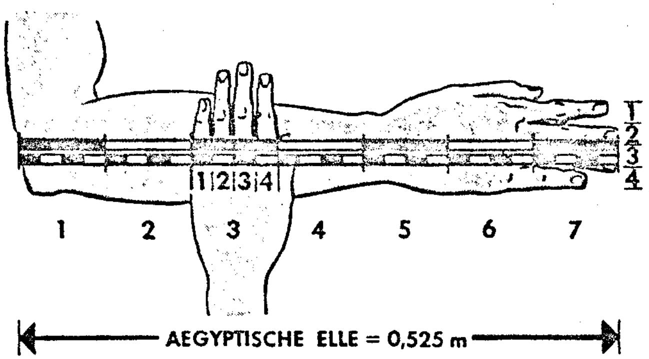
Om 254 met 13 te vermenigvuldigen, gingen zij als volgt te werk:

1 x 254 = 254
2 x 254 = 508
4 x 254 = 1016
8 x 254 = 2032

Omdat 13 = 8 + 4 + 1 was het voldoende om de getallen die corresponderen met respectievelijk 8 x 254, 4 x 254 en 1 x 254 bij elkaar op te tellen: 2032 + 1016 + 254 = 3302. Het was dus overbodig tafels van vermenigvuldiging te leren.

Ook bij de oppervlakte- en inhoudsmaten van de Egyptenaren vinden wij hetzelfde principe van onderverdelen terug, zoals wij dat zagen bij het vierkant.

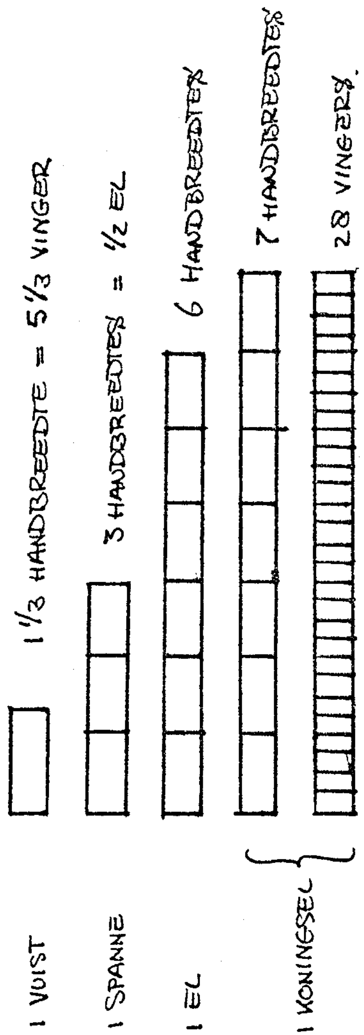
De basiseenheid voor het meten van inhouden was de hekat. De hekat was verdeeld in 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32 en 1/64 hekat. Bij het meten van oppervlakken werd de setat gebruikt en deze was weer onderverdeeld in 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32 en 1/64 setat.



(2) 1 ägyptische Elle = 7 Handbreiten, je 4 Finger (ohne Daumen)

Lengtematen.

De maat die de Egyptenaren gebruikten voor het meten van lengtes was direkt afgeleid van het menselijk lichaam. Aanvankelijk gebruikte men geen maateenheid, maar drukte men de lengte van iets uit door het te vergelijken met het menselijk lichaam. Grotere voorwerpen hadden de lengte van x-maal de menselijke gestalte, kleinere voorwerpen werden vergeleken met gedeelten van het menselijk lichaam, zoals de armlengte of de handbreedte. Langzamerhand ontwikkelden zich hieruit standaardmaten vanwege de noodzaak meetresultaten van verschillende mensen of van verschillende tijdstippen met elkaar te kunnen vergelijken. De belangrijkste Egyptische maateenheid was de el, die ongeveer overeenkomt met de lengte van de onderarm, gemeten van elleboog tot vingertoppen. De Egyptische el was tamelijk nauwkeurig bepaald op 525 mm. lengte. Een el werd verdeeld in 7 handbreedtes van ongeveer 75 mm. en een handbreedte in 4 vingers van ongeveer 19 mm. Er bestond ook nog een oudere maateenheid, ook el genaamd, die 6 handbreedtes lang was.



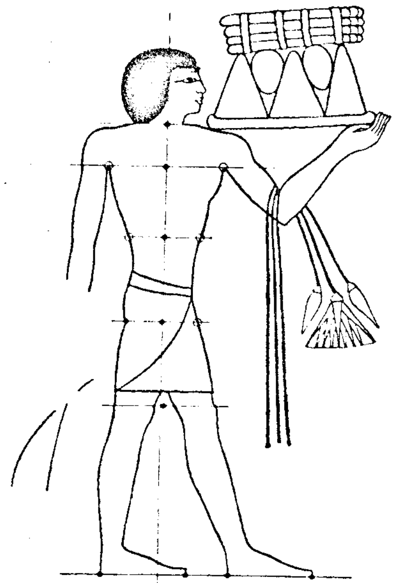
Omdat deze maten direkt afgeleid werden van het menselijk lichaam, waren zij van individu tot individu verschillend. Om ze te kunnen toepassen als objectieve maatstaf ontstond de behoefte aan standaardisering. In ongeveer 3000 voor Christus gebeurde dit dan ook: de el als maat werd officieel ingevoerd en de lengte ervan in de wet vastgelegd. Enkele oude Egyptische ellemaatstokken zijn bewaard gebleven, maar zij stammen allen uit het Nieuwe Rijk (1550 - 1080 voor Christus). De stokken hebben de lengte van een konings-el van 7 handbreedtes, de afstand van de elleboog tot de top van de gestrekte middelvinger. De konings-el was de maatstaf voor alle bouwwerken en werd daarom ook wel bouw-el genoemd. Voor alle andere metingen, ook voor de bepaling van de proporties van de menselijke gestalte in de kunst, werd de kleine el of normale el gebruikt.

Proporties.

Het is zeker, dat er in het oude Egypte regels bestaan hebben voor het bepalen van de proporties van menselijke figuren.

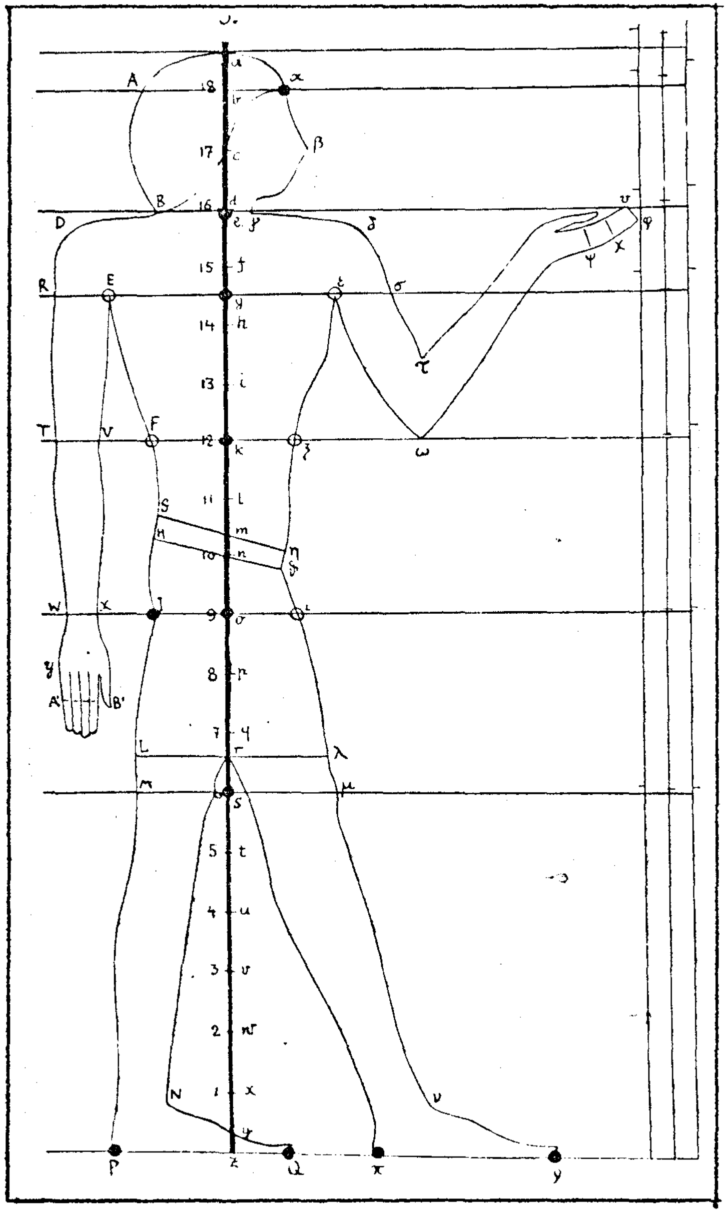
De proportieleer van de menselijke gestalte is ontwikkeld door kunstenaars en ook alleen toegepast in de kunst. Deze leer is echter niet overgeleverd en geheel verloren gegaan. Ook in latere tijden zal blijken, dat deze kennis beschouwd werd als een soort "geheime wetenschap" die slechts bij een kleine groep van ingewijden bekend was. Het risico is dan groot, dat met het sterven van de ingewijden de kennis mee in het graf verdwijnt. Om deze regels nog te achterhalen, zou men schilderijen, beelden en reliëfs kunnen opmeten en analyseren. Het blijkt echter niet nodig te zijn om dit omvangrijke werk uit te voeren. Er zijn talloze reliëfs en schilderijen bewaard gebleven die om welke reden dan ook nooit helemaal voltooid zijn en waarop nog duidelijk hulplijnen en andere markeringen te zien zijn, waaruit gemakkelijk de toepassing van proportieregels af te leiden is.
De reeds genoemde normale of kleine el (448,8 mm.) vormt met haar natuurlijke, van de menselijke arm en van de hand afgeleide maten en maatverhoudingen de basis voor alle berekeningen en zij blijft het meer dan 2000 jaar.

Sinds ongeveer 700 voor Christus wordt de afbeelding van mensen op een andere maat, de konings-el (523,6 mm.), gebaseerd.



Op half afgemaakte reliëfs en schilderijen zijn nu nog na 4000 jaar de gebruikte hulplijnen te zien: een raster van horizontale en verticale lijnen. Het meest komt een systeem voor, dat bestaat uit slechts één verticale lijn die gesneden wordt door 6 horizontale lijnen. De verticale lijn valt samen met de as van het lichaam.

Welke eenheden vormen nu de basis voor de verdeling van de totale lichaamslengte? Een uitgebreide studie hiervan is gemaakt door de Duitse Egypte-kenner R. Lepsius in het midden van de vorige eeuw. Hij ontdekte, dat de lengte van de beide voeten aangegeven was op de verticale lijn door middel van rode punten. Hij konkludeerde daaruit, dat de hele figuur geconstrueerd moest zijn met de voetmaat als basiseenheid en dat alle door horizontale lijnen of door punten gemarkeerde lengtes een veelvoud van de voetlengte moesten zijn. Dit is een zeer opmerkelijke veronderstelling, omdat de eenheid "voet" niet voorkomt in het Egyptische maatsysteem van de el. De lengte van de voet is gelijk aan 2/3 van de gewone el, wat overeenkomt met vier handbreedtes of drie vuistbreedtes.



De Egyptische naam voor deze maat ter lengte van een voet is "djeser".

Als wij de volgende figuur beschouwen, dan kunnen wij de voetmaat als volgt terugvinden:

- De totale lengte van de gestalte is precies 6 voet.
- De afstand tot de eerste horizontaal (kniehoogte) is 2 voet.
- De afstand van 1e tot 2e horizontaal (middel) is 1 voet.
- De afstand van de tweede tot de derde horizontaal (pols tot elleboog) is 1 voet.
- De afstand van de derde tot de bovenste (zesde) horizontaal bedraagt in totaal 2 voet. Deze afstand is verdeeld in stukken die een grootte hebben, die uitgedrukt kan worden in grootheden die 1/3 deel (vuist) of 1/4 deel (hand) van de voet bedragen.
- De afstand van de derde tot de vierde horizontaal (okselhoogte) is 1/2 + 1/3 voet.
- De afstand van de vierde tot de vijfde horizontaal (nek) is 1/2 voet.
- De afstand van de vijfde tot de zesde horizontaal (voorhoofd) is 2/3 voet.

Voor de horizontale afstanden in het raster zijn de volgende punten belangrijk:

- De verticaal deelt de rechtervoet (op de tekening links) in 2 stukken, zodat de verhouding van hun lengtes gelijk is aan 1 : 2.
- De punt die het voorhoofd markeert, ligt 1/3 voet van de verticaal, d.w.z. loodrecht boven de top van de grote teen van de rechtervoet.
- De afstand van beide voeten bedraagt 1 1/2 voet.
- De afstand van de rechteroksel tot de verticaal is 2/3 voet en ligt dus loodrecht boven de hak van de rechtervoet.

Uit alle gevonden schilderijen en reliëfs blijkt, dat de proportieleer en het daaruit voortvloeiende hulplijnensysteem alleen geldig is voor de basishouding van de staande menselijke figuur. Op veel wandschilderingen komen afbeeldingen voor van rituele handelingen bij een graf. Als de figuren zich hierbij vrij gaan bewegen, d.w.z. af gaan wijken van de normale houding, wordt hun afbeelding moeilijker. Nergens zijn bij dergelijke figuren sporen van hulplijnen of een raster terug te vinden.

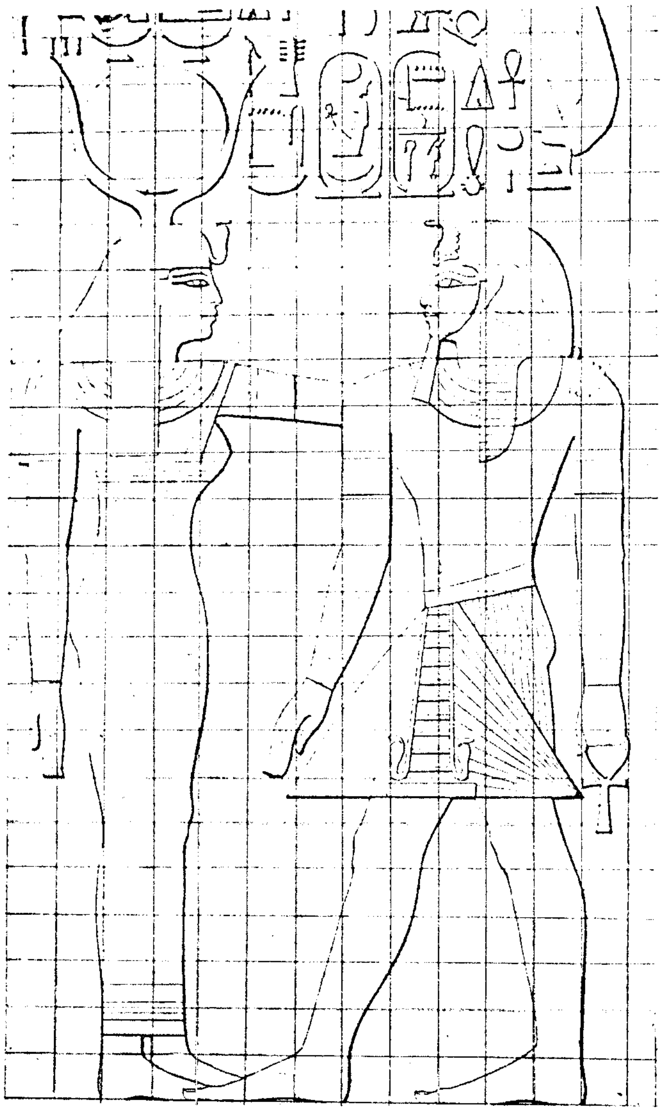
EGYPTE,

MIDDEN RIJK EN NIEUWE RIJK

Het grote nadeel van het hulplijnensysteem, zoals dat gebruikt werd ten tijde van het Oude Rijk (3000 - 2300 voor Christus), is, dat enkel de proporties voor de hoogte direkt afleesbaar zijn en niet die voor de breedtes. Door allerlei oorzaken raakte het systeem in onbruik en dreigde zelfs geheel verloren te gaan.

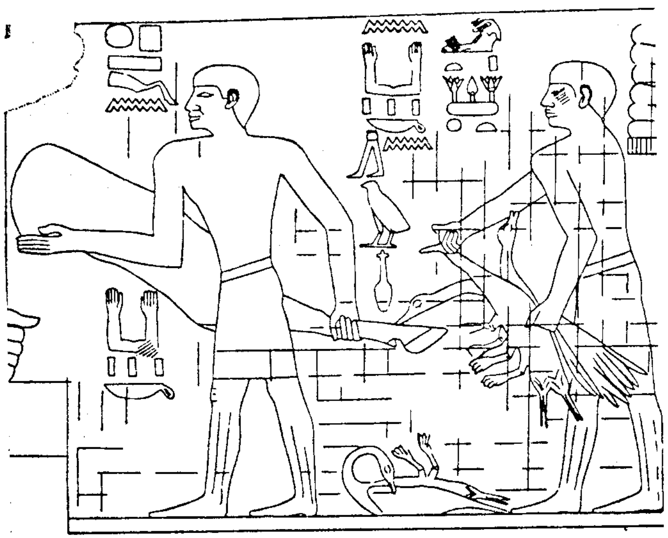
Na staatkundige hervormingen in het Midden Rijk kwam er weer een opbloei van de kunst en trachtte men het systeem weer boven water te brengen en te perfectioneren. Daartoe werd het assenkruis vervangen door een raster van vierkanten, zoals wij dat nu nog kennen in de vorm van ruitjespapier. Door middel van dit raster was het mogelijk de omtrek van de figuur en alle details nauwkeurig meetbaar en achteraf kontroleerbaar vast te leggen. Aan de onderverdeling van het kwadraatraster ligt in principe hetzelfde systeem ten grondslag als bij het assenkruis van het Oude Rijk.

De lengte van de staande figuur van 6 voet komt in de gelijkmatige verdeling door middel van een kwadraatraster overeen met 18 vierkanten.

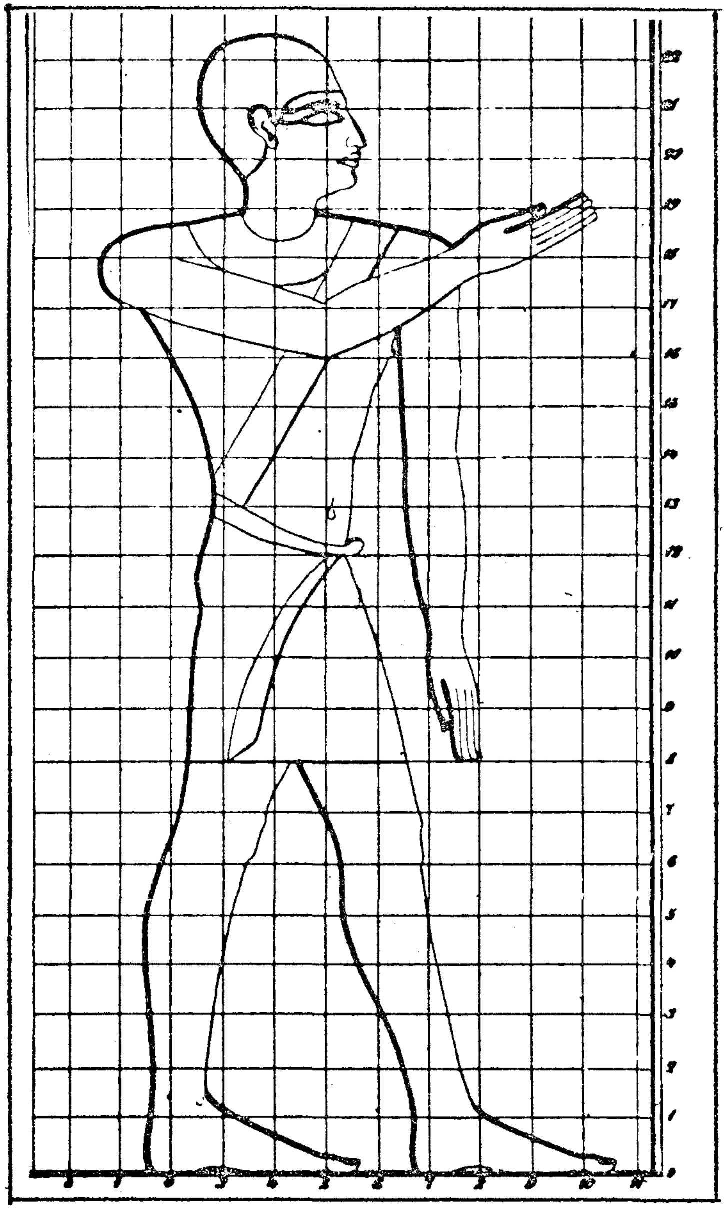


Een hoogte van 18 eenheden wijst erop, dat de oude basismaat, de voet, die verdeeld kan worden in 3 vuistbreedtes, ook ten grondslag ligt aan het kwadraatraster. Immers, het gebruik van de normale el van elk 6 handbreedtes zou bij een totale lichaamslengte van 4 el een verdeling in 24 eenheden tot gevolg gehad hebben.
Het grootste voordeel van dit systeem ligt in de eigenschap, dat nu ook de proporties in de breedterichting vastgelegd kunnen worden met dezelfde eenheden als bij de hoogte. De totale schouderbreedte bedraagt nu 6 eenheden.
Een bijkomend voordeel van het gebruik van een kwadraatraster is, dat ontwerpen voor schilderingen, gemaakt op papyrus, gemakkelijk overgebracht kunnen worden op een wand.

EGYPTE, NABLOEI.

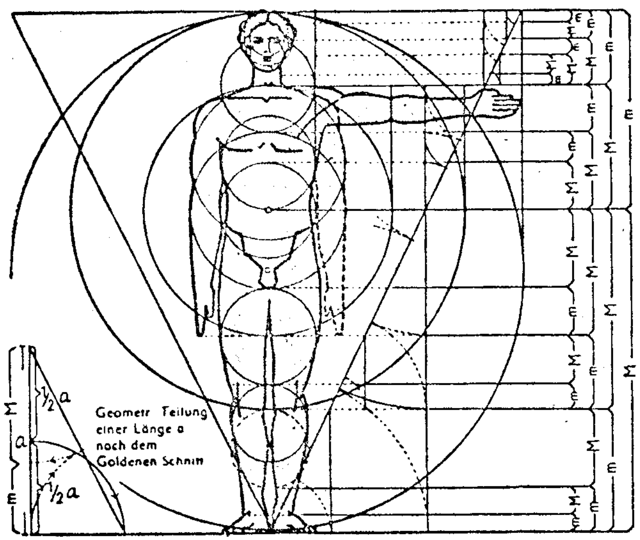


In de Egyptische nabloei ontstond een nieuw systeem van hulplijnen: eveneens een kwadraatraster, maar de afstanden van de lijnen zijn geheel anders. De lengte van de staande figuur wordt nu niet in 18, maar in 21 stukken verdeeld (tot de wenkbrauw). Aan de oude verdeling lag de natuurlijke basismaat van de kleine el ten grondslag met de hiervan afgeleide maat 2/3-el = 1 voet = 3 vuistbreedtes. De totale lengte van de figuren bedroeg 6 voet, onderverdeeld in 18 vuistbreedtes, wat overeenkomt met wederom 4 kleine of normale ellen. Bij het begin van de 26e dynastie werd het systeem van de koningsel van 7 handbreedtes in de wet vastgelegd als algemeen geldige basismaat. De lichaamslengte van de staande figuur tot het bovenste meetpunt (wenkbrauw) werd in het nieuwe maatsysteem 4 koningsellen ofwel 28 handbreedtes in plaats van 4 kleine ellen ofwel 24 handbreedtes. De menselijke figuur werd dus 4 handbreedtes langer. Analoog aan het oude systeem werd nu de totale lengte verdeeld in 21 stukken van 1 vuistbreedte.



Het nieuwe systeem berust dus op de nieuwe basismaat, de koningsel, en de onderverdeling volgt hetzelfde principe als de oude verdeling.
De schijnbaar eenvoudige omschakeling had grote gevolgen voor de proporties van de ledematen. Zij werden namelijk plotseling uitgedrukt in een grotere eenheid, terwijl het aantal eenheden gelijk bleef. Het gevolg was, dat zij schijnbaar uitgerekt werden. De voet, vroeger 2/3 deel van de kleine el, was nu 2/3 koningsel groot en telde in plaats van 3 nu 3 1/4 vuistbreedte. De reliëfs die volgens deze nieuwe regels gemaakt zijn, tonen, als men ze vergelijkt met oudere scheppingen, duidelijk wanverhoudingen van de menselijke figuren. Dit uit zich vooral in een overdreven lengte en slankheid van het lichaam en veel te grote voeten.

DE GRIEKEN



In de klassieke oudheid behoorden lezen, schrijven en rekenen bij gebrek aan algemene volksscholen nog tot de hogere opleiding. Men kon dan ook op de bouwplaats weinig uitrichten met rekenkundige getallenstelsels. Het was noodzakelijk, dat men meer voor de hand liggende en vooral aanschouwelijker methoden gebruikte, d.w.z. minder getallen en meer direkt zichtbare maten of figuren. Als maatstaf hanteerde men dan ook niet abstracte maten uitgedrukt in meters, maar de aanschouwelijke maten van het menselijk lichaam zoals de el, de voet, de handbreedte en de pas. Uit nametingen van talrijke Griekse tempels is gebleken, dat een zeer veel voorkomende basismaat de Plethron is. Een Plethron komt overeen met de lengte van 100 voet (≈ 30 m.). Bij het bouwen gebruikten de Grieken het menselijk lichaam niet alleen als maatstaf. Zij zagen het menselijk lichaam als een soort "ideaalvorm" waarvan zij de proporties overnamen bij het scheppen van nieuwe vormen. Vitruvius wijst er in zijn "Tien boeken over de architectuur" op, dat de Grieken bij het bouwen van tempels proporties gebruikten die direkt afgeleid waren van het menselijk lichaam (hoofdstuk I, 4):

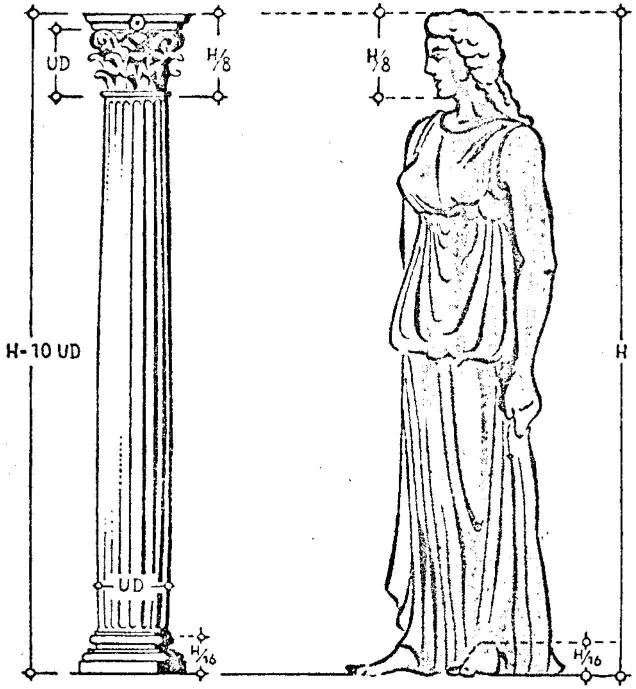
"Zoals de natuur het lichaam van de mens zó gevormd heeft, dat de ledematen in bepaalde verhoudingen staan tot het gehele lichaam, zo schijnen de Grieken vastgesteld te hebben, dat men ook bij het uitvoeren van bouwwerken een nauwkeurige verhouding van de maten van de aparte onderdelen tot de hele uiterlijke vorm in acht moet nemen."

In het vierde boek verklaart hij de Griekse bouwstijl als zijnde afkomstig van menselijke karakters.

De dorische zuil is gevormd volgens de proporties van het lichaam van een man met zijn kracht en schoonheid. Hij staat vast op de grond zonder voetstuk; de gezwollen langgerekte zuil lijkt sterke mannelijke spieren te omvatten.

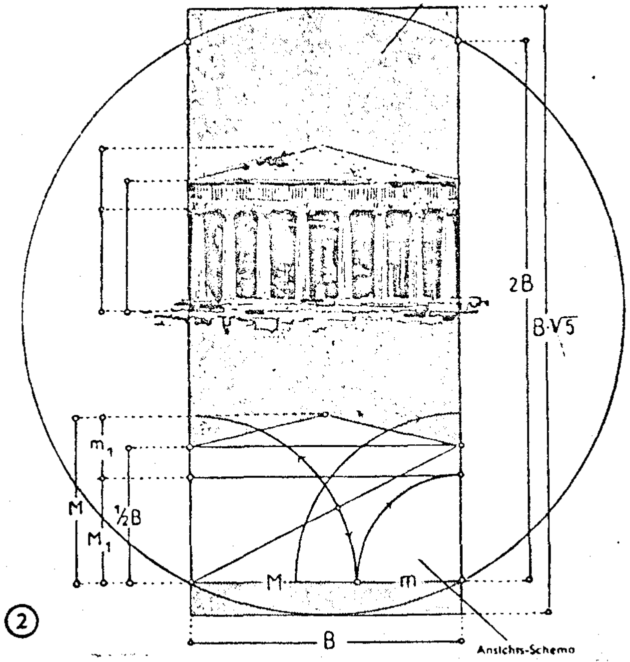
De ionische zuil daarentegen wordt gekarakteriseerd door vrouwelijke slankheid en zijn gebogen kapiteel lijkt op sierlijk krullend haar.

De corinthische zuil tenslotte imiteert als het ware het tengere figuur van een meisje en drukt elegantie uit door zijn versiering.

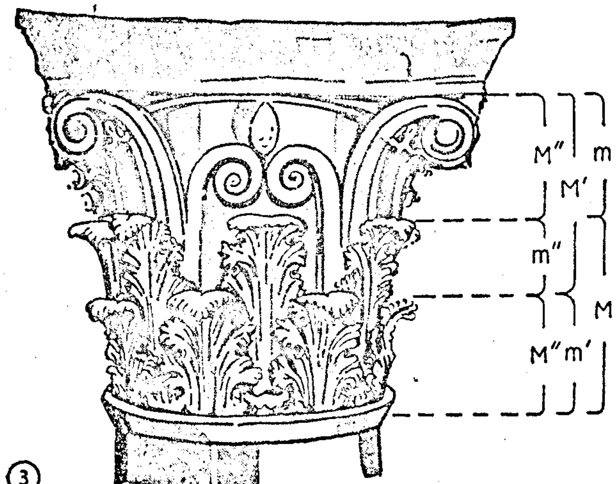


Ook Alberti wijst in zijn "Tien boeken over de bouwkunst" op de betrekking die er bestaat tussen de maatverhoudingen van zuilen en van mensen.

In zijn boek Timeus geeft de Griekse wijsgeer Plato een uiteenzetting over het scheppen van "eenheid in de veelheid". Om twee of meer dingen een goed geheel te laten vormen, moet er tussen hen een band zijn die hen verenigt. Hij stelt het als volgt: "Als van drie willekeurige getallen het middelste zich tot het kleinste verhoudt als het grootste tot het middelste of omgekeerd: het kleinste tot het middelste als het middelste tot het grootste, dan wordt het laatste en eerste het middelste en het middelste eerste en laatste; alles wordt dus hetzelfde wat plaats betreft en omdat het hetzelfde wordt, vormt het een geheel."
Als wij deze beschrijving nauwkeurig analyseren, dan zien wij, dat deze ook van toepassing is op een verdeling volgens de Gulden Snede. Wanneer een lijnstuk verdeeld wordt in twee stukken volgens de Gulden Snede-verhouding, dan verhoudt het kleinste stuk zich tot het grootste als het grootste tot het geheel.



②

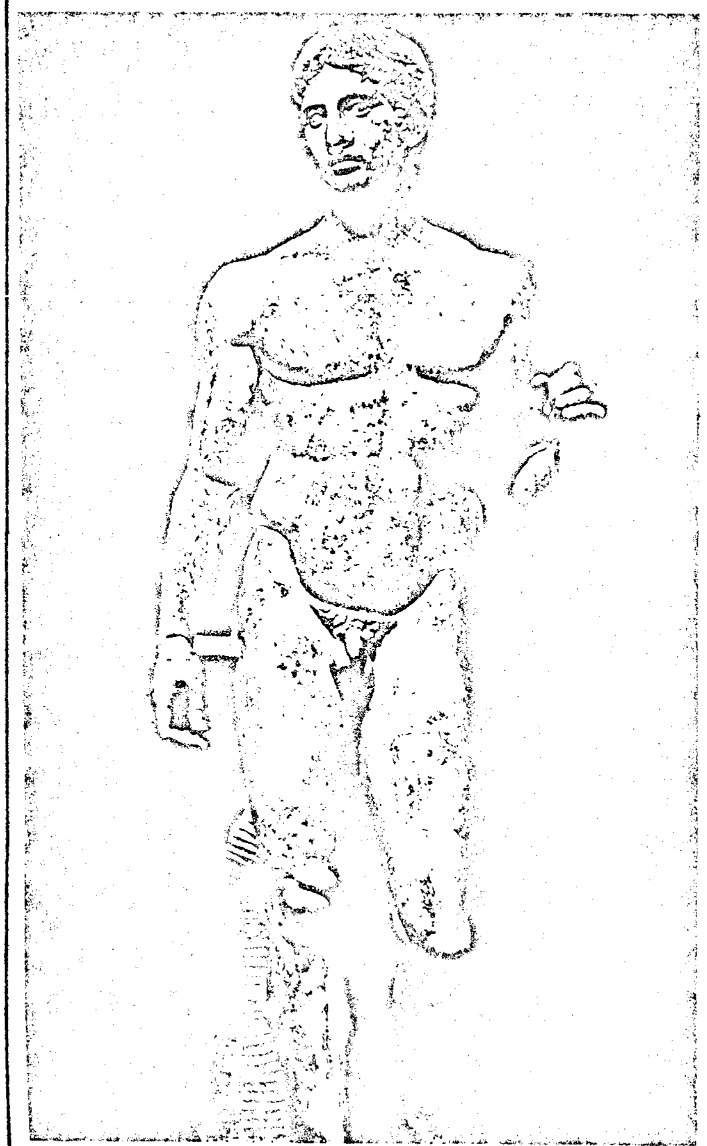


③

De eerste duidelijke definitie van de Gulden Snede kennen wij uit het boek "Elementen" geschreven door Euklides (± 300 voor Christus). In dit boek geeft hij een overzicht van hetgeen veel andere Grieken als Plato, Eudoxos en Pythagoras en zijn leerlingen reeds ontdekt hadden. Bovendien geeft hij hierop veel aanvullingen en brengt alles in een duidelijk systeem onder. De eerste definitie van de Gulden Snede is in ieder geval afkomstig van Pythagoras, maar gaat misschien zelfs terug tot de Egyptenaren. In ieder geval was de Gulden Snede dus reeds bij de Grieken een basis voor proportionele verdelingen. De bekende onderzoeker Mössel heeft bewezen, dat vooral bij dorische tempels de verdeling volgens de Gulden Snede te vinden is, zowel in de totaalopbouw als in de details. Nevenstaand bijvoorbeeld de proportionele opbouw van het Parthenon te Athene volgens Mössel. Een voorbeeld van de Gulden Snede-verhouding in een detail toont nevenstaand kapiteel van een corinthische zuil.

POLYKLETES

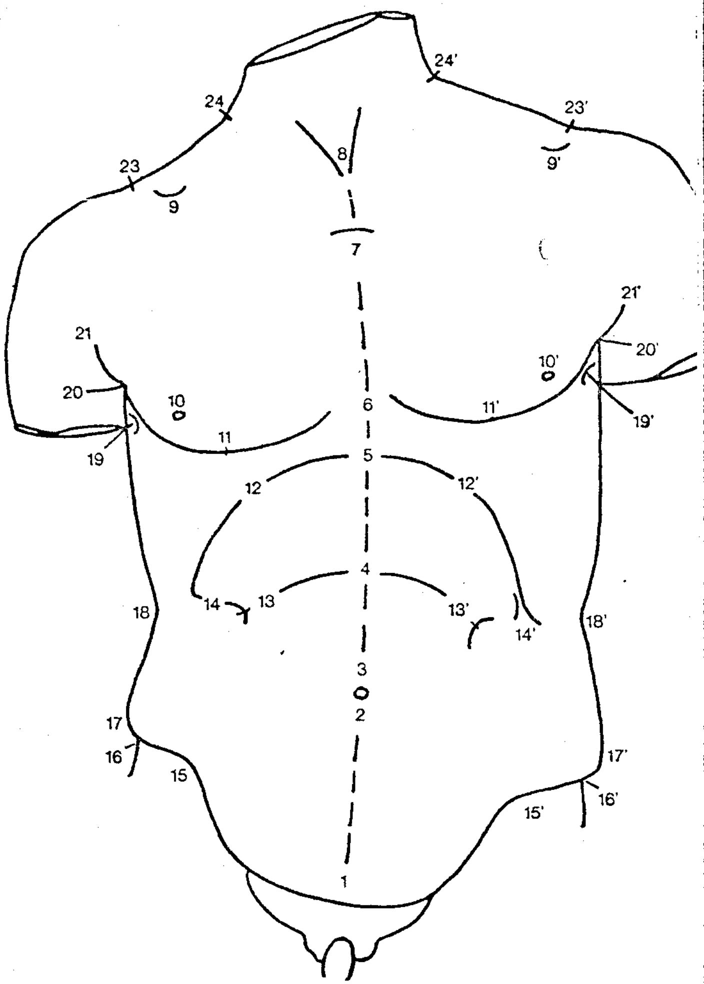
De alleroudste aanwijzingen van het opmeten van het menselijk lichaam door de Grieken gaan terug tot in de vijfde eeuw voor Christus en zijn verbonden met de naam van een van de bekendste beeldhouwers uit die tijd: Polykletes van Argos. Deze aanwijzingen bestaan uit enkele korte citaten uit bewaard gebleven handschriften van die tijd. Hieruit blijkt, dat Polykletes de stelling huldigde, dat lichamelijke schoonheid het resultaat is van de juiste verhoudingen van de lengtes van de lichaamsdelen. Over de door Polykletes gebruikte maatstelsels is verder niets met zekerheid bekend. Velen hebben hierover theorieën verkondigd, die allen gebaseerd waren op metingen van het beeld Doryphoros (speerdrager). Het is echter niet met zekerheid te zeggen, welke eenheid hij gebruikt heeft en ook niet welke grootheden hij gemeten heeft. Vooral dit laatste maakt het onderzoek wel erg moeilijk. Bovendien is het nog zo, dat alleen kopieën van het beeld die uit de Romeinse tijd stammen, bewaard zijn gebleven. Men is dan ook niet zeker van de betrouwbaarheid van de maten van deze kopieën.



Toch zijn er enkele d ingen met zekerheid te stellen. Ook de fragmenten van de teksten wijzen hierop:

1. De proportieleer of kanon van Polykletes is gebaseerd op lichaamsdelen, dus op natuurlijke eenheden en niet op abstracte onderverdelingen. De proporties van de lichaamsdelen werden weergegeven door middel van getalsverhoudingen.
2. Lichamelijke schoonheid berust op de symmetrie van de delen. Men moet er wel aan denken, dat het Griekse woord "symmetrie" niet geheel overeenkomt met ons begrip daarvan, maar de betekenis heeft van "goed van verhoudingen" of "juist geproportioneerd".
3. Polykletes en ook zijn volgelingen kwamen pas tot beeldhouwen na zeer uitgebreide en tijdrovende op-opmetingen van mensen. De resultaten van vele opmetingen werden gebruikt om gemiddelde waarden of doorsneematen te bepalen, die men dan beschouwde als de ideale proporties.

Een van de onderzoekers die zich uitvoerig bezig heeft gehouden met opmetingen van kopieën van Doryphoros is Hans von Steuben.

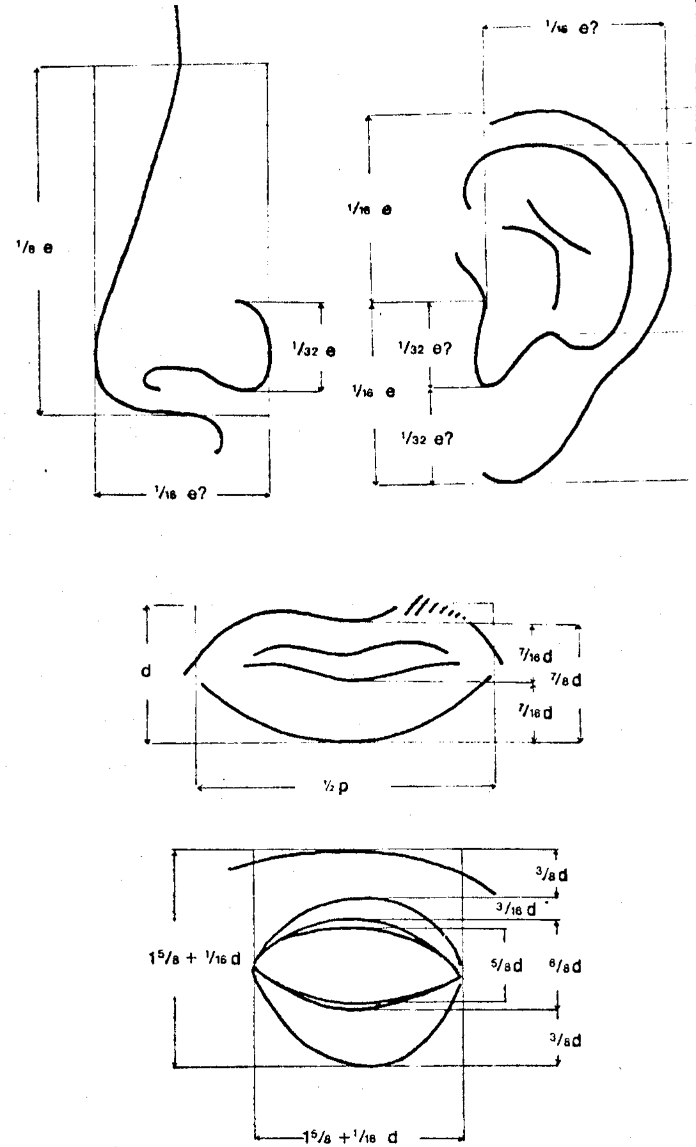


Hij kwam tot de konklusie, dat de proporties niet berekend werden door optellen of vermenigvuldigen van een kleinste maateenheid of moduul, zoals dat in de bouwkunst gebruikelijk is. Volgens hem was het juist omgekeerd: men ging uit van de totale lengte als basiseenheid en van de kleinere maten door voortdurend halveren van deze lengte (1/2 l, 1/4 l, 1/8 l, 1/16 l en 1/32 l). Een dergelijke grote basismaat heeft het nadeel, dat gemakkelijk grote verschillen ontstaan tussen de systeemmaat en de werkelijke natuurlijke maat van een lichaamsdeel. Polykletes schijnt dit opgevangen te hebben door verschillende eenheden te gebruiken, elk voor een eigen toepassingsgebied. Hij gebruikte daarvoor natuurlijke eenheden, zoals die in werkelijkheid terug te vinden zijn. In het officiële Griekse systeem was 1 hand = 4 vingers

1 voet = 4 handen

1 1/2 voet = 1 el.

Bij Polykletes waren 4 vingers kleiner dan 1 hand en 4 handen groter dan 1 voet. Hij bereikt hiermee, dat de door hem gebruikte proporties natuurlijk aandoen, omdat zij overeenstemmen met de in werkelijkheid voorkomende maatverhoudingen.



Von Steuben vindt na uitvoerige opmetingen van Doryphoros 5 verschillende eenheden (d, p, f, e en h). Voor de vingers en de hand schijnt d gebruikt te zijn, voor het gezicht d, p en e en voor de ledematen en romp alleen e. Het systeem van de tot in maximaal 32 stukken onder te verdelen maateenheden maakte het in elk geval mogelijk alle lichaamsmaten natuurgetrouw weer te geven, maar dit was niet de enige betekenis van de methode. Er schijnen namelijk in de verschillende afmetingen verhoudingen voor te komen, die een duidelijke harmonie in het totaalbeeld teweegbrengen. Zo is bijvoorbeeld de hoogte- - breedte-verhouding van het gezicht gelijk aan 1 : 1. Bij de neus verhouden zich lengte, diepte en hoogte van de neus-vleugel zich als 4 : 2 : 1. Als wij het oog beschouwen, vinden wij dezelfde verhouding bij de oogopening, het onderste en het bovenste ooglid: 6/8 d : 3/8 d : 3/16 d = 4 : 2 : 1. Deze voorbeelden maken duidelijk, dat Polykletes, ondanks zijn grondige opmetingen, het totaalbeeld gesystematiseerd heeft om een bepaalde harmonie te bereiken.

Maatsysteem van Doryphoros

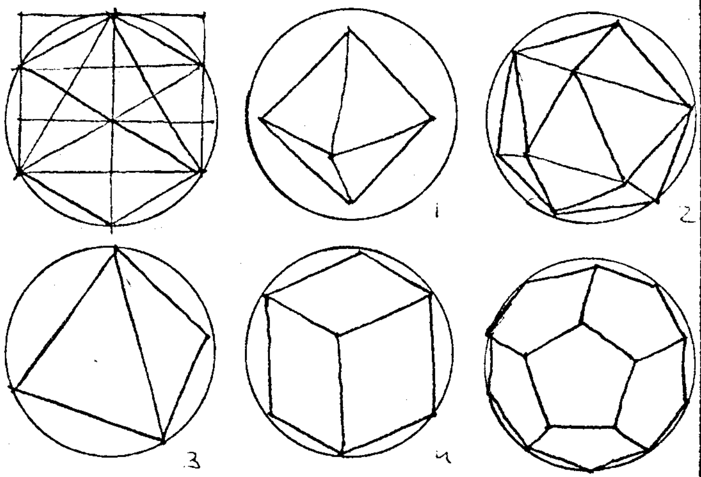
Maßsystem des Doryphoros

h = 4 1/16 pheidonische Ellen zu 0,49032 m = 199,20 cm.

Die Einheiten sind in der gängigsten und verständlichsten Weise benannt.

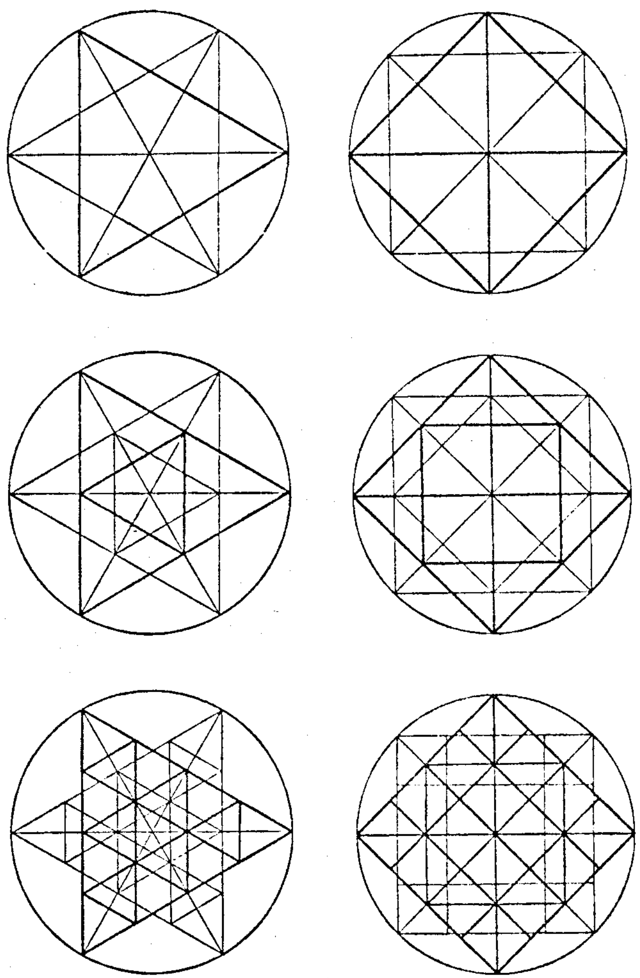
	Daktylos = Finger-breit d	Palme = Hand-breit p	Fuß f	Elle e	h
1/32	0,0716	0,31	1,04	1,6	6,225
1/16	0,1433	0,62	2,075	3,2	12,45
1/8	0,2865	1,245	4,15	6,4	24,90
2/8	0,5731	2,49	8,30	12,8	49,80
3/8	0,8596	3,735	12,45	19,2	74,70
4/8	1,1461	4,98	16,60	25,6	99,60
5/8	1,4326	6,225	20,75	32,0	124,50
6/8	1,7192	7,47	24,90	38,4	149,40
7/8	2,0057	8,715	29,05	44,8	174,30
1	2,2922	9,96	33,20	51,2	199,20
1 1/4	2,8653	12,45	41,50	64,0	
1 2/4	3,4383	14,94	49,80	76,8	
1 3/4	4,0114	17,43	58,10	89,6	
2	4,5844	19,92	66,40	102,4	
3	6,8766	29,88	99,60	153,6	
4	9,1688	39,84	132,80		
5	11,4610	49,80	166,00		
6	13,7532	59,76	199,20		
7	16,0454	69,72			
8	18,3376	79,68			
9	20,6298	89,64			
10	22,9220	99,60			

PLATO



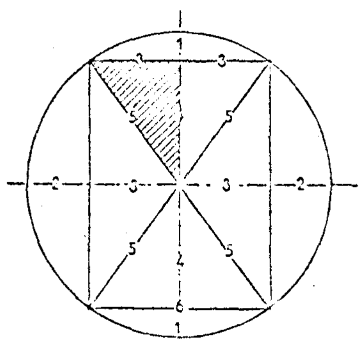
Plato was een groot Grieks wijsgeer die leefde van 427 tot 347 voor Christus. In zijn boek Timeus schildert hij het mooi geordende heelal, dat hij voorstelt als een organisme, een levend wezen met ziel en verstand: om een middelpunt, de plaats van de ziel, draait een stelsel van bollen, sterren en regelmatige veelvlakken die bestaan uit een harmonische menging van vuur, water, aarde en gas. Hij probeert hierin de 4 elementen, aarde, vuur, water en lucht, voor te stellen door erbij passende lichamen. Hij gebruikt daarvoor 3 soorten driehoeken: op de eerste plaats de gelijkbenige driehoek met rechte tophoek (90°) en op de tweede plaats de rechthoekige driehoek, waarvan de hypothenusa tweemaal zo groot is als de kleinste rechthoekszijde ($30^{\circ} + 60^{\circ}$). Uit eerstgenoemde driehoek vormt hij het hexaeder of zesvlak (kubus), waarmee hij een molecule van de aarde aanduidt. Uit de andere driehoek konstrueert hij respectievelijk:

- het tetraeder of viervlak als symbool voor het vuur;
- het oktaeder of achtvlak als symbool voor de lucht;
- het icosaeder of twintigvlak als symbool voor het water.



Beide driehoeken zijn basis geworden voor verschillende proportiesystemen. De gelijkbenige met rechte tophoek voor de quadratuur en de rechthoekige driehoek verdubbeld (wij krijgen dan een gelijkzijdige driehoek) voor de triangulatuur.
Bovengenoemde 4 regelmatige veelvlakken heeft Plato tot basis gemaakt van de 4 elementen. Voor het 5e regelmatige veelvlak, het dodecaeder of twaalfvlak, was er geen element meer over. Daarom werd het toegewezen aan het bovenaardse of het demonische. Het regelmatige 12-vlak is opgebouwd uit regelmatige vijfhoeken. Het is nauw verwant met het pentagram of Drudenfuss.

PYTHAGORAS



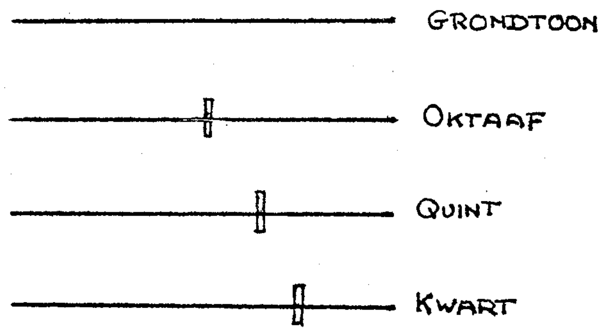
De naam van Pythagoras komt men steeds weer tegen als men een studie maakt van de harmonieleer. Gedurende meer dan 20 eeuwen zijn de harmonikale principes die hij ontwikkelde bekend gebleven en uitgebreid. Omdat hij een van de belangrijkste figuren is geweest in de geschiedenis van de harmonie, gaan wij uitgebreid in op zijn leven en werk.

Pythagoras werd in de zesde eeuw voor Christus geboren op het eiland Samos, dat tot het Griekse Rijk behoorde. Als de tiran Polykrates de macht grijpt, verlaat Pythagoras, die een afschuw heeft van de dictatuur, het eiland en begint aan een reis die jarenlang zal duren en hem naar vele landen voert. Eerst trekt hij naar Egypte, waarmee Samos toendertijd nauwe betrekkingen onderhield. Hier schijnt Pythagoras gestudeerd te hebben aan verschillende tempels en daardoor ingewijd te zijn in de geheimen van de Egyptische wetenschap. In elk geval maakte hij hier kennis met de beroemde stelling die wij tegenwoordig aan hem toeschrijven, maar die beslist niet door hem gevonden is.

De driehoek die voldoet aan deze stelling werd veelvuldig gebruikt bij de Egyptische pyramidebouw en staat bekend als de Egyptische driehoek.
Op veertigjarige leeftijd duikt Pythagoras na jarenlange reizen door de toenmalige oude wereld op in het bij Italië gelegen Kroton. Spoedig verzamelt hij om zich heen een geestdriftige groep mensen, die gefascineerd worden door zijn sterke persoonlijkheid en een voor die tijd ongehoorde kennis. Hij wordt de stichter en het middelpunt van wat later bekend wordt als de Pythagoreïsche kring en heeft zijn aanhangers op de meest invloedrijke plaatsen.
Misschien nog wel meer door de strenge aristokratische opvattingen van deze groep, als door het bewust uitoefenen van invloed op politieke en ethische normen worden de Pythagoreërs verdacht van handelingen, die gevaar op kunnen leveren voor de veiligheid van de staat. Het duurt dan ook niet lang, of er worden vervolgingen ingezet.
Deze bereiken hun hoogtepunt met een aanslag tijdens een vergadering van Pythagoreërs, waarbij hun huis in brand gestoken wordt.

Ruim veertig personen komen om, waaronder volgens sommige getuigen Pythagoras zelf. Anderen echter verklaren, dat het hem nog net gelukt zou zijn te vluchten naar Lokri, waar hem echter de toegang geweigerd wordt. Hij zou dan naar Metapont gegaan zijn, waar hij verder tot zijn dood gebleven is. Dit was het signaal voor een algemene vervolging van zijn aanhangers. De macht van het genootschap werd uiterlijk dan ook gebroken, maar zijn aanhangers blijven bestaan en in het geheim verbinding houden met elkaar.

Wat hield de leer van Pythagoras nu precies in?
Pythagoras en zijn aanhangers beschouwden als oerelement van de hele opbouw van de wereld het getal. Zij gingen daarbij zelfs zo ver, dat elk getal een eigen betekenis kreeg: 2 = Bedoeling
4 = Gerechtigheid
8 = Volmaaktheid.
De school van Pythagoras probeerde ook relaties te leggen tussen getallen en tonen door de toonhoogte uit te drukken in de lengte van de snaar die die toon voortbracht.



Pythagoras gebruikte daarvoor een klankkast of resonantiekast die bespannen was met één snaar: het zogenaamde Monochord. De totale lengte van de trillende snaar kwam overeen met 1 octaaf en werd verdeeld in 8 stukken, waarvan de lengte bepaald werd door de toonhoogte. Tussen snaar en klankkast bevindt zich een verschuifbare kam die de snaar in twee verschillende stukken verdeelt. Dit heeft tot gevolg, dat verschillende toonhoogten klinken bij het aanslaan van de snaar. De ons tegenwoordig vertrouwde muzikale intervallen weerklinken steeds dan als de kam de snaar in zodanige lengtes verdeelt, dat zij in een eenvoudige verhouding staan tot de totale snaarlengte. Zo ontstaat het octaaf van de grondtoon bij de helft van de snaarlengte, de quint (kwint) bij 2/3, de kwart bij 3/4, enz.
De monochordexperimenten tonen, dat proporties en intervallen, ofwel getallen en tonen, onafscheidelijk met elkaar samenhangen.

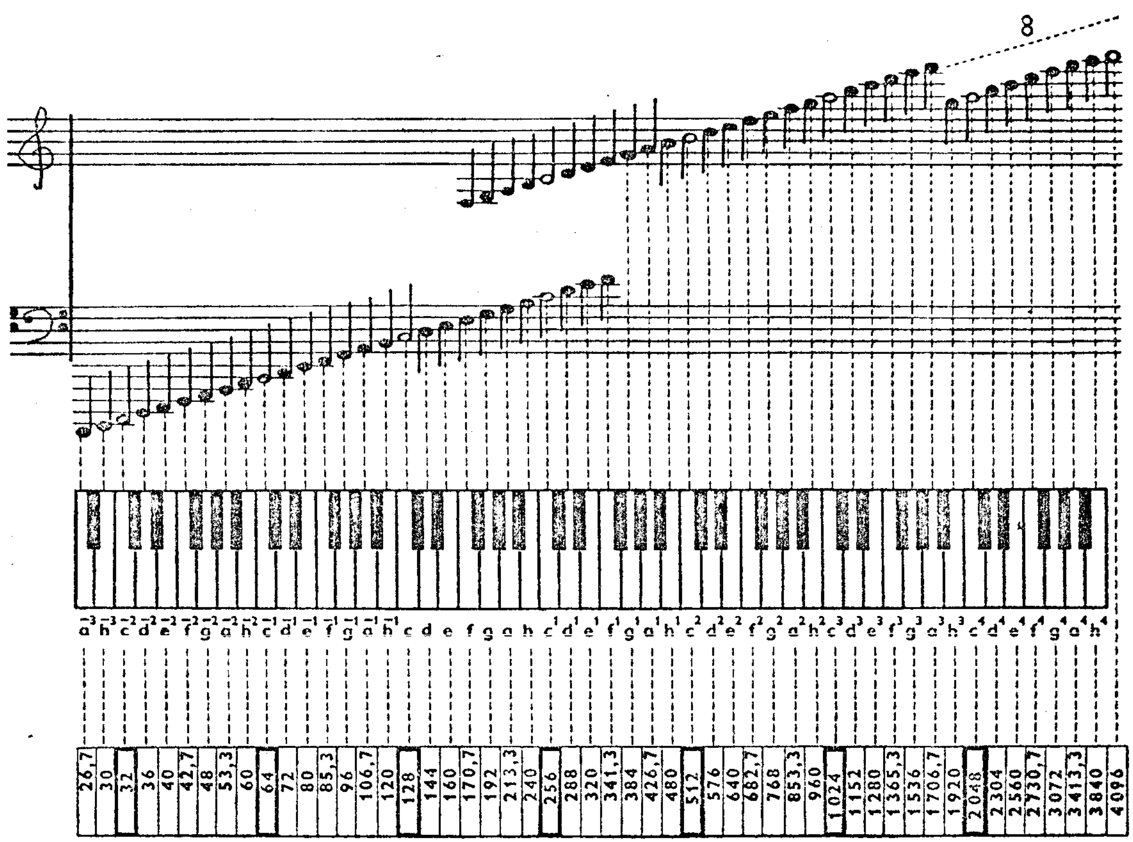
VERBAND TUSSEN NOTENSCHRIFT, PLAATS OP DE PIANO EN TRILLINGSGETALLEN.

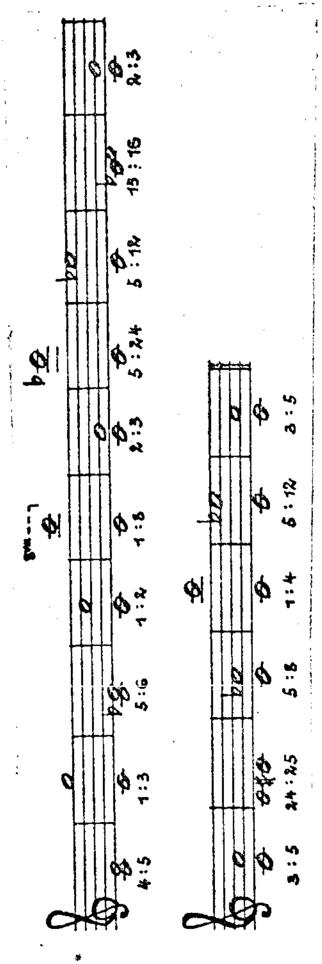
NOTENBALKEN

PIANOKLAVIER

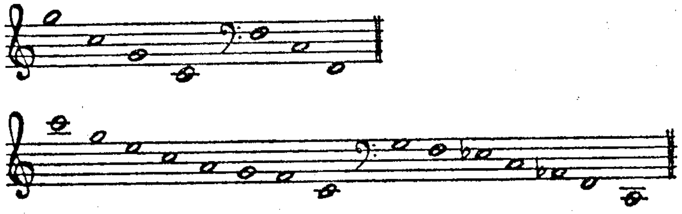
NOTENNAMEN

FREQUENTIE (Hz)





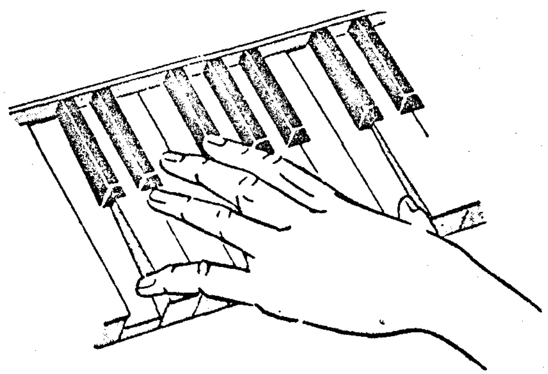
Eenvoudige getallenverhoudingen, zoals die welke ten grondslag liggen aan de muzikale intervallen, komen in de meest uiteenlopende natuurverschijnselen voor. Men hoeft nu slechts deze getallen op een monochord over te brengen en kan dan letterlijk de meest uiteenlopende natuurwetten letterlijk luisterend in zich opnemen.
De belangrijkste ontdekking van Johannes Keppler was, dat de verschillen van de aphelsnelheid en de periphelsnelheid van de planeten intervalproporties vertonen. De aphelsnelheid is de snelheid, die een planeet heeft in dát punt van zijn elliptische baan waar hij het dichtst bij de zon komt; de periphelsnelheid is de snelheid in het punt, dat zo ver mogelijk van de zon af ligt. Als men de sommen van deze snelheden bij verschillende planeten vergelijkt, blijken deze zich te verhouden als muzikale intervallen. In het notenvoorbeeld ziet men het resultaat van deze berekening voor de planeten Saturnus en Jupiter, waarbij de aphelsnelheid en de periphelsnelheid van Saturnus en de aphel- en periphelsnelheid van Jupiter bij elkaar zijn opgeteld.



Aphel   : zo dicht mogelijk bij de zon.
Periphel: zo ver mogelijk van de zon.
Het volgende notenvoorbeeld toont het klankbeeld van een kristal. De kristallograaf Viktor Goldschmidt ontdekte, dat de geometrische opbouw van kristallen te beschrijven is met eenvoudige getallen en dat deze getallen "Tonzahlen" zijn. Soms ontstaan bij kristallen ook grotere toondiagrammen, zoals blijkt uit notenvoorbeeld 3.
Ook in het plantenrijk spelen toonwetten een rol. In dit notenvoorbeeld ziet men een in tonen weergegeven bloeivorm (Kayser: Harmonia Plantarum).
Het laatste notenvoorbeeld toont de muzikale weergave van de wetten van de bladplaatsing aan een plantenstengel. De hoofdreeks hiervan is identiek aan een getallenreeks (de zgn. Fibonacci-reeks) die als benadering voor de Gulden Snede gebruikt wordt.
Harmonikaal onderzoek betekent principieel deelname van het gehoor aan het natuuronderzoek. Het wezenlijke van deze harmonikale herkenning berust op het vermogen van het gehoor om intervallen te onderscheiden.

Het gaat hierbij niet om het absoluut waarnemen van toonhoogten, maar van afstanden tussen tonen, dus toonhoogteverschillen. Als men twee tonen tegelijkertijd laat klinken, worden deze door het gehoor versmolten tot een eenheid van hogere orde. Deze eenheid (tweeklank) is op elk ander niveau weer opnieuw te herkennen. Als wij bijvoorbeeld een grote terts aanslaan, dan is de beleving van deze terts identiek aan alle andere grote tertsen die men kan laten weerklinken.

Wat ligt nu meer voor de hand, dan de harmonie van tonen, in wezen een resonantie van het oor te vertalen in een eveneens in getallen uit te drukken architectonische harmonie, die misschien ook wel te beschouwen is als een "resonantie" van het oog. Uitgangspunt voor een dergelijke akoestische architectonische harmonie is het trillingsgetal van de afzonderlijke tonen en de daarmee samenhangende eenvoudige getallenverhoudingen van intervallen en akkoorden. Door velen is het verband tussen trillingsgetallen en architectonische proporties reeds gezocht en ook gevonden. Het trillingsgetal drukt echter slechts één eigenschap van een muzikale harmonie uit.



Slechts sporadisch onderzocht is de betrekking tussen architectonische komposities en allerlei vaststaande wetmatigheden van de muziekwetenschap die samenhangen met begrippen als maat, ritme, melodie, kontrapunkt, enz. Deze kunnen voor de architectuur in overdrachtelijke zin net zo belangrijk zijn.

Wat voor architecten in de muziek het meest interessant is, zijn de verhoudingen van de intervallen, in het bijzonder de acht bestaande intervallen tussen 2 tonen (diatonische intervallen): prime, secunde, terts, kwart, quint, sexte, septime en octaaf.

Octaaf.

Het octaaf geeft een herhaling van de grondtoon en komt dus overeen met een afstand van 7 tonen. De verhouding van de trillingsgetallen van 2 tonen die een octaaf verschillen, is 1 : 2. De trillingsgetallen van een reeks tonen die een octaaf verschillen, geven een voortdurende verdubbeling te zien: 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32, etc.

Prime.

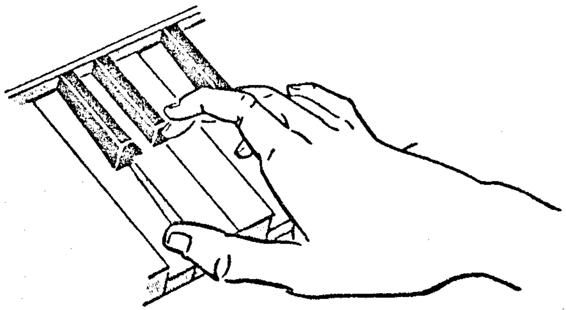
Een prime krijgen wij als iets gaat meeresoneren in dezelfde frequentie als de snaar. Wij hebben dan 2 even hoge tonen en de trillingsgetallen verhouden zich als 1 : 1. Dit komt overeen met de proporties van een vierkant.

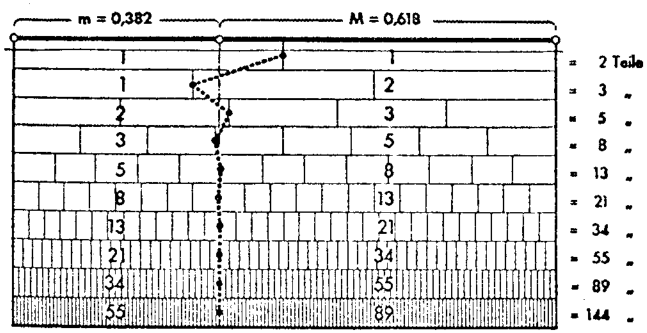
Secunde.

De secunde is het interval van 2 opeenvolgende tonen, b.v. c - d (trillingsgetallen 256 : 288). De verhouding van de trillingsgetallen is gelijk aan de proportie van een rechthoek, waarvan de lengtes van de zijden zich verhouden als 8 : 9. In de muziek wordt dit interval een dissonant genoemd, omdat het niet aangenaam klinkt. Ook de optische indruk van de 8 : 9 rechthoek is niet aangenaam, omdat het bijna een vierkant is, maar nog net niet helemaal.

Terts.

De grote terts als interval tussen c en e (trillingsgetallen 256 : 320) toont met haar verhouding van 4 : 5 de proportie van een rechthoek die veel gebruikt werd door





Vitruvius en Alberti.

Kwart.

De proportie 3 : 4 komt overeen met het interval van een kwart, zoals c : f (trillingsgetallen 256 : 341,3).

Quint.

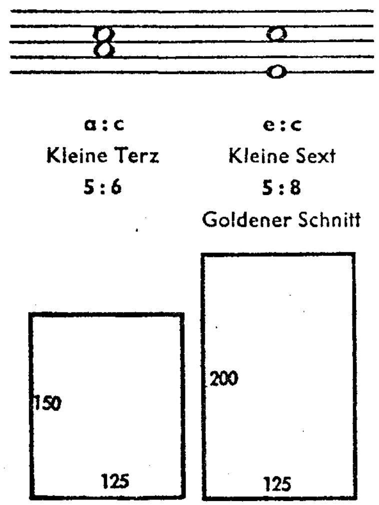
De quint als interval van c : g (trillingsgetallen 256 : 384) komt overeen met een verhouding van 3 : 4.

Sexte.

De sexte als interval van c : a (trillingsgetallen 256 : 426,7) vormt met haar proportie 3 : 5 twee trappen uit de zogenaamde reeks van Fibonacci, die in voortgezette vorm een benadering geeft van de Gulden Snede.

Septime.

De septime als interval van c - b (trillingsgetallen 256 : 480) komt overeen met een verhouding van 8 : 15. Zij geldt als een niet harmonische interval.



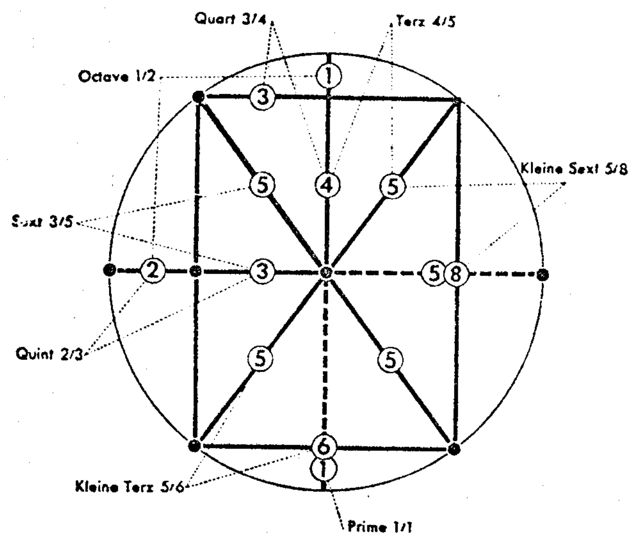
Kleine terts.

De kleine terts met het interval van b.v. a : c' (trillingsgetallen 426,7 : 512) heeft de eenvoudige verhouding 5 : 6. Deze verhouding benadert vrij nauwkeurig de proportie van de $\pi/4$-driehoek die A. von Drach als proportiefiguur gebruikte (hierover later meer).

Kleine sexte.

De kleine sexte met het interval van b.v. e : c' (trillingsgetallen 320 : 520) heeft de proportie 5 : 8. Deze verhouding vinden wij ook terug in de reeks van Fibonacci en geeft een nauwkeuriger benadering van de Gulden Snede dan de Grote Sexte met de verhouding 3 : 5.

Pythagoras, die bijna 2500 jaar geleden de intervalproporties ontdekte, vond tegelijkertijd een geometrische figuur waarin alle echte intervalproporties te vinden zijn. De Pythagoreërs beschouwden deze figuur dan ook als de bron van alle muzikale harmonie. De sekunde, die geen voor ons oor aangename tweeklank leverde, en de septime, die geen



eenvoudige getallenverhouding (zonder rest) oplevert, komen in deze figuur niet voor.

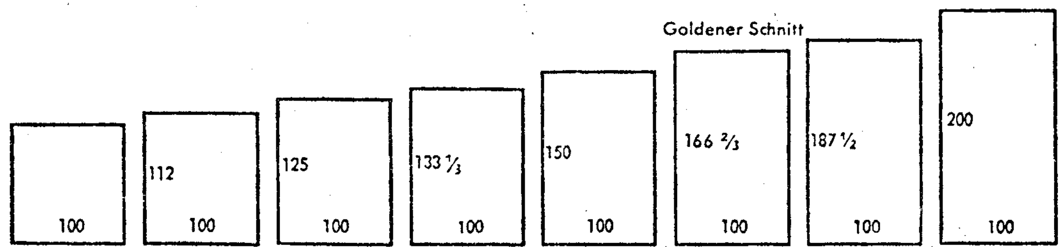
De volgende tabel geeft een overzicht van bovenstaande uiteenzetting. (z.o.z.)

In regel 5 staan de verhoudingen van de trillingsgetallen die de in regel 4 gegeven proporties opleveren. Als grondtoon werd de toon met trillingsgetal 256 gebruikt, wat overeenkomt met de in regel 1 getekende notenbalk. Dezelfde intervallen van andere, hoger of lager liggende, octaven zijn in de regels 7 - 13 weergegeven. Daaronder bevinden zich overeenkomstige bouwmaten.

Tot zover klinkt het allemaal vrij eenvoudig; de werkelijkheid is echter gecompliceerder. Naast de hier besproken tonen zijn er nog zogenaamde boventonen die automatisch weerklinken, als men een van de hier besproken tonen laat mee-klinken. De reeksen boventonen volgen ook bepaalde komplexe wetten die behoren tot de grondslag van de harmonikale theorie. Het vergt een aparte studie om al deze verbanden en vooral hun belang voor de bouwkunst te achterhalen. Wij moeten hier dan ook volstaan met bovenstaande uiteenzetting.

1.

2.	**c : c**	**c : d**	**c : e**	**c : f**	**c : g**	**c : a**	**c : h**	**c : c**
3.	Prime	Sekunde	Terz	Quart	Quint	Sext	Septime	Oktave
4.	**1 : 1**	**8 : 9**	**4 : 5**	**3 : 4**	**2 : 3**	**3 : 5**	**8 : 15**	**1 : 2**
5.	256 : 256	256 : 288	256 : 320	256 : 341^{3}	256 : 384	256 : 426^{7}	256 : 480	256 : 512



6.	32 : 32	32 : 36	32 : 40	32 : 42^{7}	32 : 48	32 : 53^{3}	32 : 60	32 : 64
7.	64 : 64	64 : 72	64 : 80	64 : 85^{3}	64 : 96	64 : 106^{7}	64 : 120	64 : 128
8.	128 : 128	128 : 144	128 : 160	128 : 170^{7}	128 : 192	128 : 213^{3}	128 : 240	128 : 256
9.	256 : 256	256 : 288	256 : 320	256 : 341^{3}	256 : 384	256 : 426^{7}	256 : 480	256 : 512
10.	512 : 512	512 : 576	512 : 640	512 : 682^{7}	512 : 768	512 : 853^{3}	512 : 960	512 : 1024
11.	1024 : 1024	1024 : 1152	1024 : 1280	1024 : 1365^{3}	1024 : 1536	1024 : 1706^{7}	1024 : 1920	1024 : 2048
12.	2048 : 2048	2048 : 2304	2048 : 2560	2048 : 2730^{7}	2048 : 3072	2048 : 3413^{3}	2048 : 3840	2048 : 4096

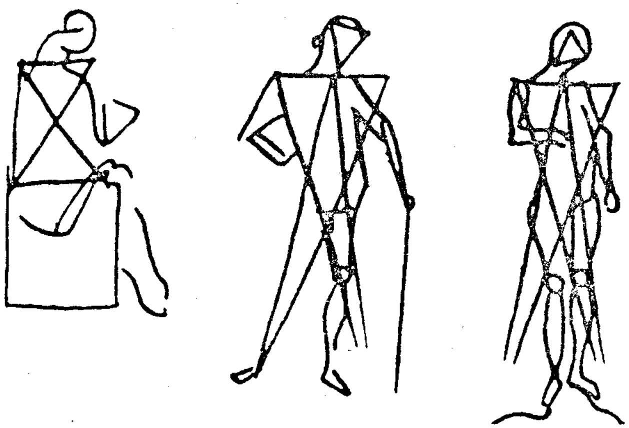
Diese Schwingungszahlenverhältnisse der Intervalle ergeben, übersetzt für die Modulzahlen 125 und 250, folgende Proportionen:

125 : 125	1000 : 1125	1000 : 1250	375 : 500	250 : 375	375 : 625		125 : 250
250 : 250	2000 : 2250	2000 : 2500	750 : 1000	500 : 750	750 : 1250	1000 : 1875	250 : 500
375 : 375	4000 : 4500	4000 : 5000	1500 : 2000	1000 : 1500	1500 : 2500	2000 : 3750	500 : 1000
usw.	8000 : 9000	usw.	3000 : 4000	2000 : 3000	3000 : 5000	4000 : 7500	1000 : 2000
	usw.		usw.	usw.	usw.	usw.	usw.

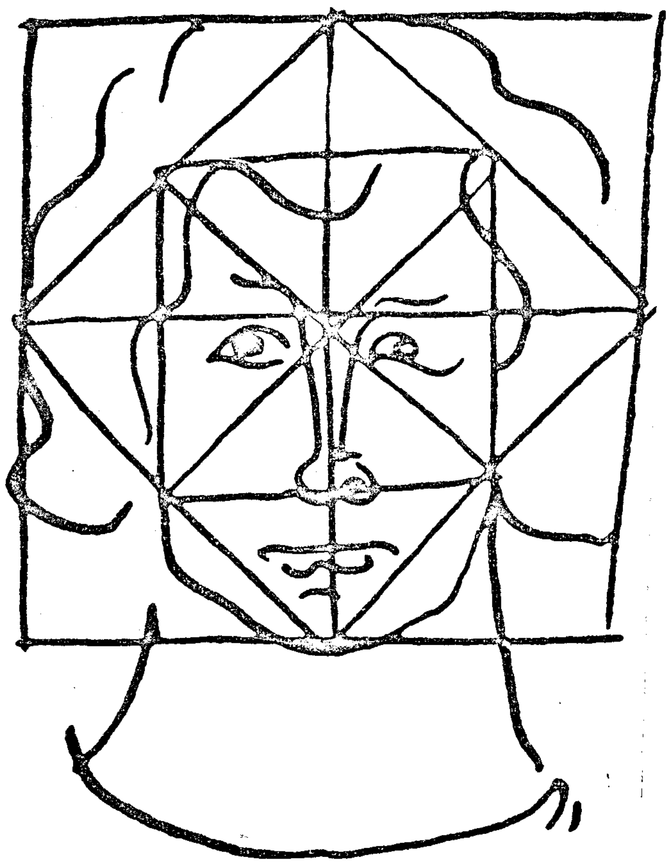
De ideeën van Pythagoras zijn door velen gedurende vele eeuwen overgenomen en verder ontwikkeld. Bijna alle Griekse filosofen hebben zich beziggehouden met de harmonie. De uitweidingen van Plato over de vormende werking van de muziek zijn bekend, evenals zijn neiging op hogere leeftijd naar het Pythagoreïsme. In zijn bekende boek "Timeus" wordt de muziek beschouwd als kern van de opbouw van de kosmos. Ook Vitruvius is bezig geweest met het zoeken naar de door de Grieken gebruikte proportieregels. De kennis hiervan was in zijn tijd geheel verloren gegaan. Hij wist wel te achterhalen, dat de muziek hierbij een grote rol speelde, maar de exacte wetten heeft hij nooit gevonden. Ook de grote bouwmeester van de Renaissance Leon Battiste Alberti heeft zich bij het ontwerpen van gebouwen laten leiden door harmonikale principes die afkomstig waren uit de muziek. Over de ontdekking van Johannes Keppler over het verband tussen de snelheden van de planeten en intervalproporties hebben wij het reeds gehad.

In 1869 publiceert Albert von Thimus zijn boek "Die harmonikale Symbolik des Alterthums". Hierin blijkt, dat hij de legendarische leer van de muzikale wereldharmonie van de Pythagoreërs op het spoor was. De geleerde, die de onderzoekingen van von Thimus in onze eeuw bekend maakte en voortzette, was Hans Kayser. Sinds 1925 hield hij zich intensief bezig met de traditie van de Pythagoreërs en schreef tientallen boeken, waarin hij zijn resultaten publiceerde (Vom Klang der Welt, Harmonia Plantarum, Ein harmonikaler Teilungskanon). Zijn werk wordt voortgezet door Rudolf Haase, leider van het Hans Kayser-instituut für harmonikale Grundlagenforschung aan de hogeschool voor muziek en beeldende kunst in Wenen.

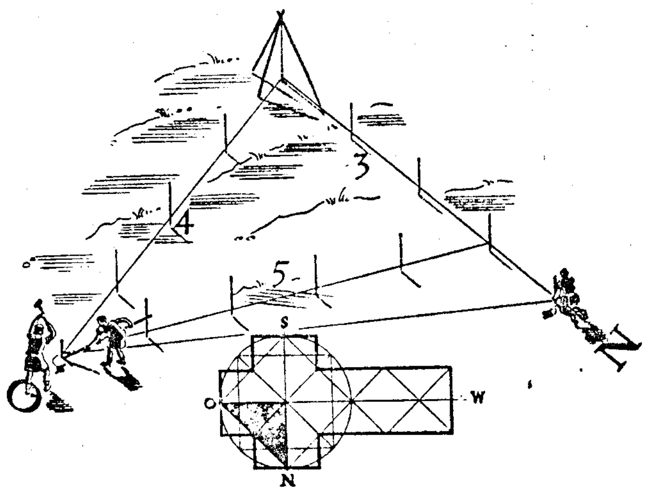
MIDDELEEUWEN



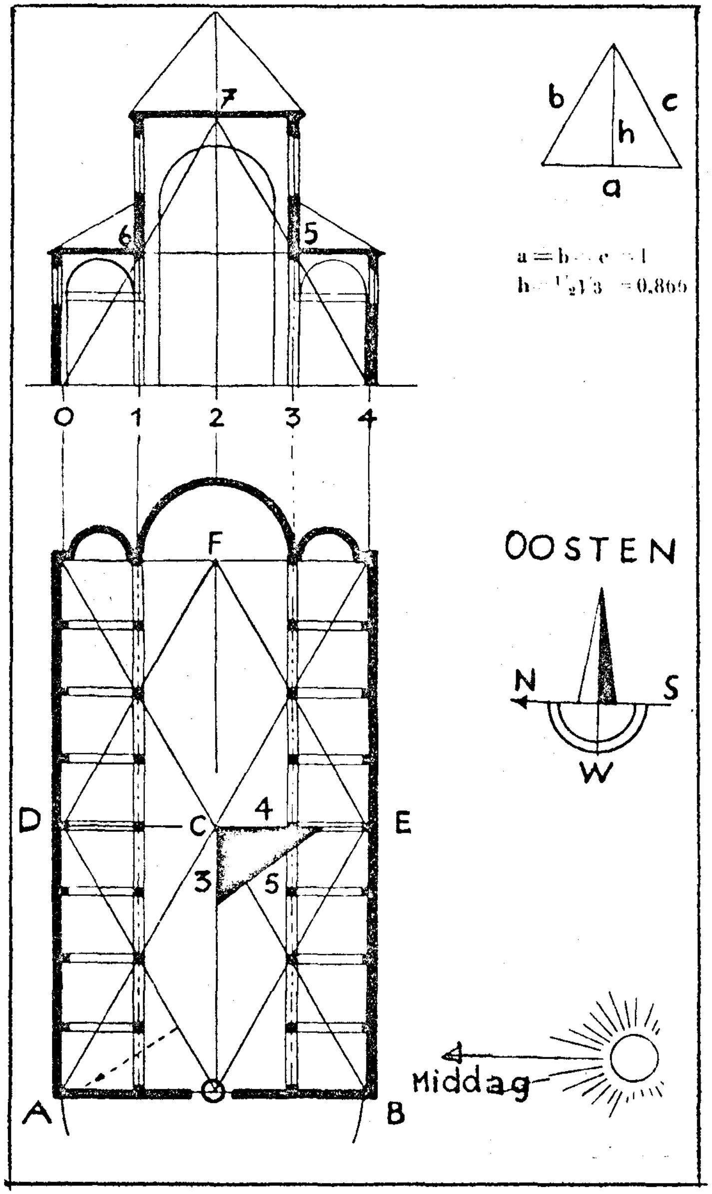
Over de toepassing van harmonische systemen in de Middeleeuwen is erg weinig bekend. De geheimen van de proportieleer werden nooit gepubliceerd. Wij hebben in oude geschriften dan ook nauwelijks iets daarover terug kunnen vinden. Ook in de Middeleeuwen behoorden de proportieregels tot de geheimen van het bouwvak. Elke generatie gaf ze mondeling aan de volgende door. De leerling-gezel, die ingewijd was in deze geheimen, werd met feestelijk ceremonieel in de broederschap opgenomen en zou het niet in zijn hoofd gehaald hebben om de geheimen toe te vertrouwen aan een ander.
Hoewel tussen 1500 en 1600 een hele reeks leerboeken over de bouwkunde geschreven is, bevatten zij slechts spaarzame toespelingen op het gebruik van driehoeken en vierkanten bij het ontwerpen van bouwwerken. Sommigen menen, dat rond 1550 de kennis van de triangulatuur en quadratuur reeds grotendeels verloren gegaan was. Een boek uit vroeger tijd "Het schetsboek van Villard de Honnecourt" laat wel veel schetsen zien, die geconstrueerd zijn met behulp van driehoekige figuren.



Duidelijk blijkt, dat de driehoek als hulpmiddel bij het ontwerpen voor hem vanzelfsprekend was. Villard de Honnecourt was afkomstig uit Picardie en trok zwervend door een groot deel van Europa. Zijn schetsboek is van ongeveer 1235 en telt 33 perkamentvellen, waarop de meest uiteenlopende schetsen voorkomen: architectonische ontwerpen, geometrische konstrukties, tekeningen van apparaten en machines voor oorlog en vrede, het plan voor een perpetuum mobile en proportiestudies.
Ook de bekende onderzoeker Theodor Fischer is ervan overtuigd, dat veel geheimen van de Middeleeuwse proportieleer verloren gegaan zijn. Wat wij er nu nog van weten, is volgens hem nauwelijks meer dan een rekonstruktie van hoe het waarschijnlijk geweest is. Er zijn ook veel onderzoekers die menen, dat zelfs Vitruvius de diepere geheimen uit de tijd vòòr hem slechts van horen zeggen had. Alleen al uit het feit, dat de klassieke bouwkunst op een veel hoger niveau stond dan de laat-Middeleeuwse, zou men kunnen afleiden, dat de wetten van de harmonische bouwkunst helemaal verloren waren.

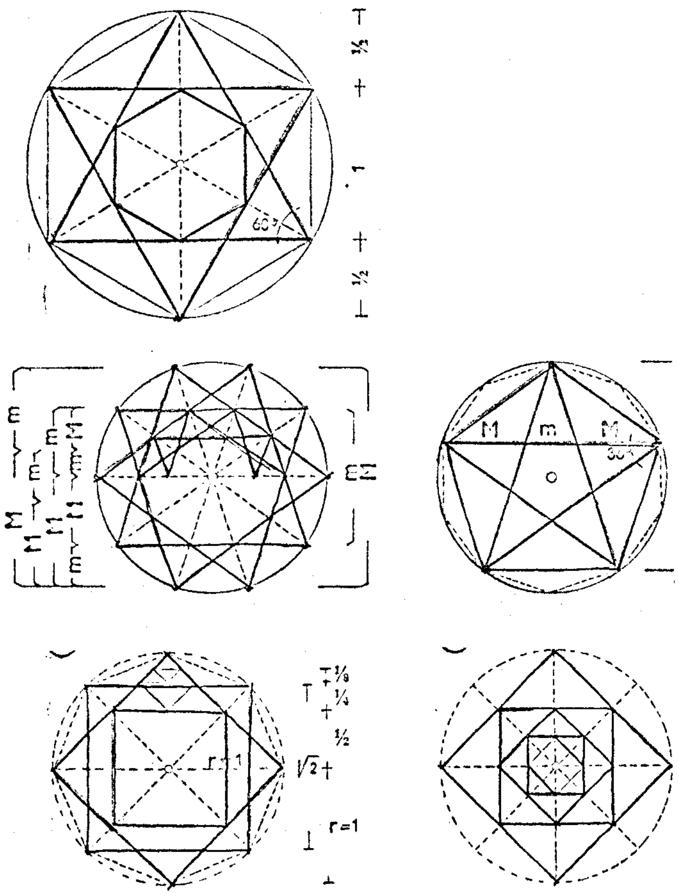


Wat is er ons dan toch nog bekend gebleven?
Zeker is, dat in de Middeleeuwen de meest gebruikte proportiesystemen de triangelatuur en de quadratuur zijn. Onder triangelatuur in engere zin verstaat men het werken met de gelijkzijdige driehoek en de bijbehorende regelmatige zeshoek. In ruimere zin verstaat men onder triangelatuur het werken met driehoeken in het algemeen. Voor verschillende harmonische systemen is niet na te gaan hoe zij ontstaan zijn. Bij de triangelatuur kan men dat wel: het is zeker het praktische belang geweest om gemakkelijk een plattegrond op een terrein uit te zetten in een tijd, waarin geodetische instrumenten niet of nauwelijks bestonden. Laten wij bijvoorbeeld eens kijken hoe de plattegrond van de zo veel gebouwde gotische kathedralen uitgezet werd. De lengte-as van het gebouw liep meestal pal oost-west. Bijna alle kathedralen zijn gericht op de plaats waar de zon op komt: het oosten, tevens de richting van de plaats waar Christus geboren en gestorven is. Om deze richting uit te zetten, wachtte men tot de zon pal in het zuiden stond: 's middags om 12 uur. Men stak dan een



lange rechte stok in de grond, die een schaduwlijn op de grond projecteerde. Deze lijn liep dan exact noord-zuid. Langs deze lijn werd de breedtemaat van het terrein afgezet. De lengte-breedte-verhouding van de kathedralen, gebaseerd op de triangelatuur, is $l : b = \sqrt{3} : 1$. Als men op de noord-zuid-lijn een gelijkzijdige driehoek uitzet met b als zijde, dan is de hoogte van de driehoek $1/2\sqrt{3}b$ ofwel de helft van de lengte. Door nu in de top van de driehoek nogmaals deze lengte uit te zetten, krijgt men de lengte van het gebouw. Om hoeken van 90° uit te zetten, gebruikte men de driehoek van Pythagoras.

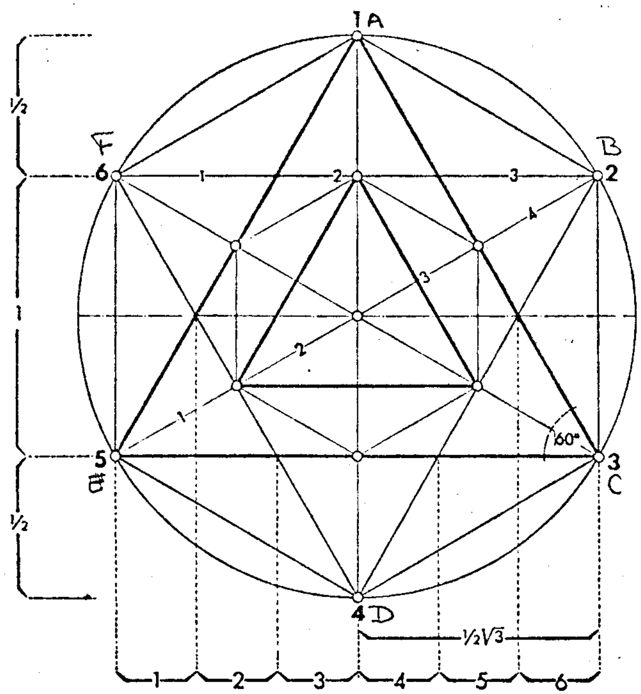
Het is in elk geval duidelijk, dat de Middeleeuwse bouwwerken een regelmaat laten zien, waaraan beslist een of ander maatsysteem ten grondslag moet hebben gelegen.
E. Mössel maakte een diepgaande studie van de maatverhoudingen in de oudheid en de Middeleeuwen. Hij komt tot de konklusie, dat in de Middeleeuwen de proportiesystemen niet op getallenreeksen berustten, maar op de zogenaamde geometrie van de cirkel.



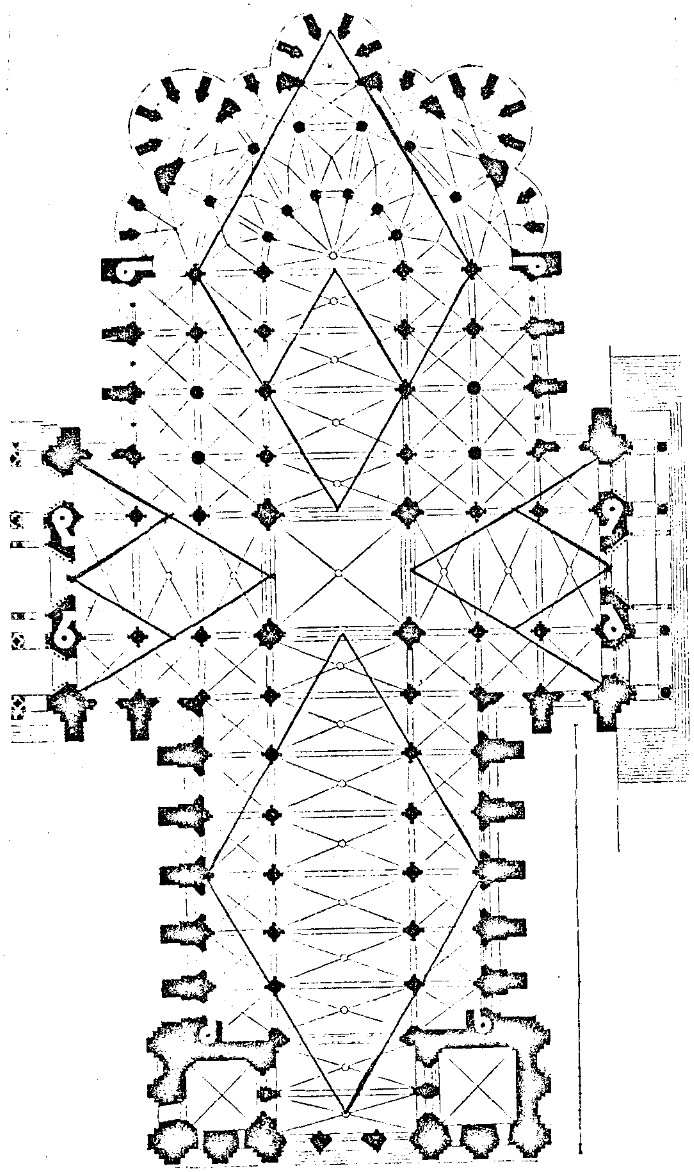
Dit wil zeggen, dat de omtrek van een cirkel verdeeld wordt in gelijke stukken (meestal 5, 6 of 8 stukken); de aldus vastgelegde punten worden met elkaar verbonden. Zo ontstaan allerlei systemen van rechthoeken, driehoeken, veelhoeken en veelpuntige sterren. Deze geometrische vormen zijn de basis voor de maatverhoudingen van de gebouwen. Vaak voorkomende in de cirkel ingeschreven figuren zijn het vierkant, de vijfhoek en de zeshoek. Volgens Mössel komt de vijfhoek of ook wel de tienhoek het vaakst voor. De vijfhoek levert een proportionele verdeling volgens de Gulden Snede. Volgens Mössel was het doel van deze figuren in wezen niet esthetisch, maar technisch van aard. Het gebruik ervan maakte het vertalen van de tekening naar de werkelijkheid, het uitzetten van de maten, gemakkelijker.

In het kort volgt nu een overzicht van de ontdekkingen van de belangrijkste onderzoekers. Hieruit is tevens te zien welke verschillende systemen er tegelijkertijd bestaan moeten hebben.

DEHIO

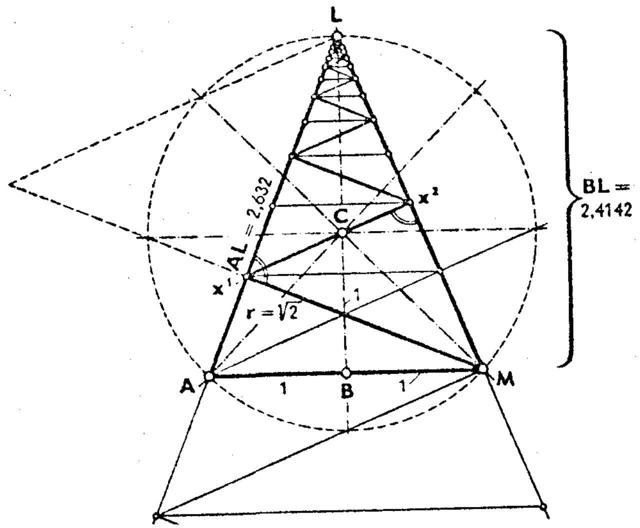


Een van de eersten die zich daadwerkelijk met de problematiek heeft beziggehouden was G. Dehio. Hij was ervan overtuigd, dat de gelijkzijdige driehoek de enige basis voor de triangelatuur was. Zoals later zou blijken, deed hij met deze stelling de werkelijkheid nogal geweld aan. Twee gelijkzijdige driehoeken, welke 180° gedraaid zijn ten opzichte van elkaar, vormen samen een regelmatige zeshoek of hexagram. Men kan deze zeshoek ook konstrueren door op de omtrek van een cirkel zesmaal de straal af te zetten en de punten met elkaar te verbinden. De middellijn van de cirkel (b.v. AD) wordt in vier gelijke delen verdeeld. De breedte van de zeshoek zelf wordt in 6 gelijke stukken verdeeld. De hoogte van de 2 driehoeken, waaruit de zeshoek is opgebouwd, bedraagt 3/2 van de straal of 3/4 van de doorsnede van de cirkel. Wij vinden dus een hele reeks van eenvoudige rationele getallenverhoudingen. In de figuur is één betrekking met een niet-rationeel getal: de straal van de cirkel verhoudt zich tot de zijde van de driehoek als 1 : $\sqrt{3}$.



Dehio maakte van de kathedraal van Chartres een analyse op basis van de gelijkzijdige driehoek. In de plattegrond heeft hij een aantal driehoeken gekonstrueerd, soms verdubbeld, soms op een eenvoudige manier onderverdeeld. Hij wilde daarmee niet stellen, dat deze eenvoudige triangelatuur ten grondslag zou hebben gelegen aan het ontwerp van dit machtige bouwwerk, maar slechts aantonen, dat er duidelijke sporen te vinden waren van bepaalde geometrische figuren, die iets te maken hadden met de gelijkzijdige driehoek. Verder heeft hij op dezelfde wijze een groot aantal gevels en doorsnedes van gebouwen geanalyseerd. De konklusie die wij eruit kunnen trekken, gaat echter niet verder dan: er kan wel iets van waar zijn, maar het bewijs, dat de gelijkzijdige driehoek alléén als basis gediend heeft, is niet geleverd. De driehoeken passen wel mooi in de gevels, maar er blijven te veel punten over die er niet mee corresponderen. Bovendien zijn er best andere figuren te bedenken, die er ook in zouden passen. Theodor Fischer geeft ons hiervan een duidelijk bewijs: van een achthoekige toren in Athene maakt hij een

A VON DRACH



analyse op basis van de kwadratuur, terwijl Dehio tot de konklusie was gekomen, dat slechts de triangelatuur de grondslag van het ontwerp geweest kon zijn.

Reeds enkele jaren na de publicaties van Dehio komt er iemand met een nieuwe theorie. Na de kunsthistoricus Dehio is het nu de beurt aan een wiskundige: Allard von Drach, professor in de wiskunde aan de universiteit van Marburg. Hij vindt, dat er beslist nog een andere driehoek in het spel geweest moet zijn, omdat de gelijkzijdige driehoek veel te weinig rationele porporties levert. Hij komt dan met de zogenaamde $\pi/4$-driehoek. Dit is een gelijkbenige driehoek, waarvan de tophoek 45° ofwel $\pi/4$ rad. groot is. De abstrakte verhoudingen van de $\pi/4$-driehoek zijn als volgt:

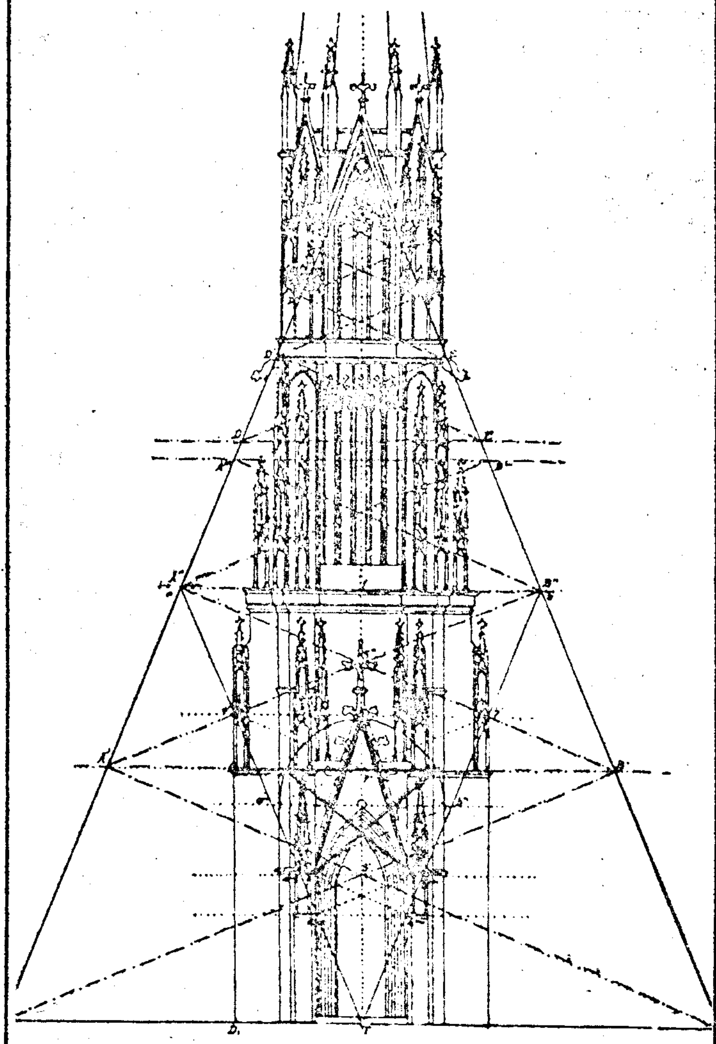
$AB = 1$

$AM = 2$

$AC = r = \sqrt{2} = 1,41$

$BL = 1 + \sqrt{2} = 1 + 1,41 = 2,41$

$AL = \sqrt{1^2 + (1 + \sqrt{2})^2} = \sqrt{1 + 2,41^2} = \sqrt{1 + 5,83} \approx 2,61$



Als AB = 5 dan is

$r = \sqrt{2 \times 5^2} = 7{,}07$

$BL = r + 5 = 12{,}07$

$AL = \sqrt{5^2 + (5 + \sqrt{2 \times 5^2})^2} = \sqrt{170{,}7} = 13{,}066$

of met een eenvoudiger berekening met verhoudingsgetallen is

$BL = 2{,}41 \times 5 = 12{,}07$

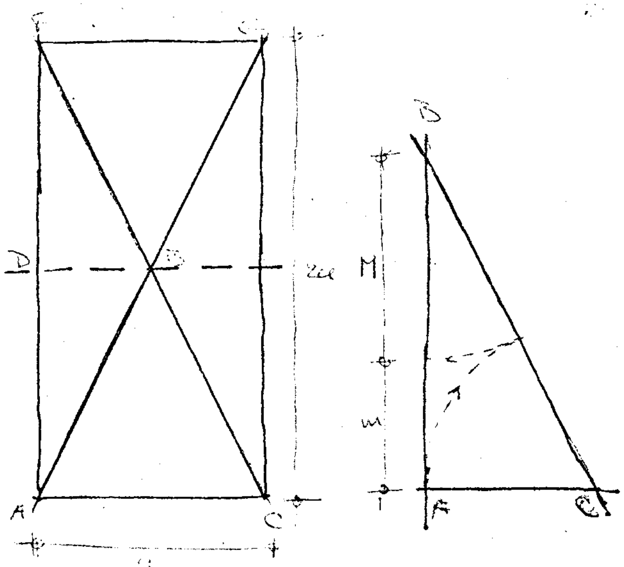
$AL = 2{,}61 \times 5 = 13{,}06$

Als men uit een basishoek een loodlijn neerlaat op het tegenoverliggende been van de driehoek en dit vanuit het snijpunt weer herhaalt in de richting van de tophoek gaande, dan ziet men een trapeziumachtige figuur ontstaan die zich steeds in kleinere maten herhaalt.

De bases van de trapezia leveren een reeks die wij ook in de kwadratuur terugvinden: 2, 1, 1/2 2, 1/2, 1/4 2, 1/4.

Drach was de eerste die de triangelatuur ook toepaste op details in de architectuur, op gebruiksvoorwerpen en zelfs op gebeeldhouwde grafstenen, e.d. Het bewijs voor de toepassing van het gebruik van de $\pi/4$-driehoek bij de proportionering van historische gebouwen voor wat betreft de gevels is niet overtuigend.

KNAUTH



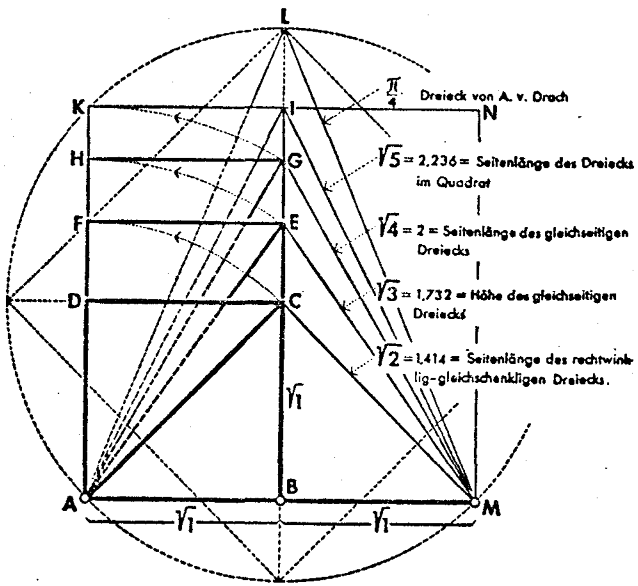
Wij zagen, dat de $\pi/4$-driehoek van Drach een reeks opleverde die nauw verwant is aan de kwadratuur. Ook de grote Duitse bouwmeester Knauth valt terug op de kwadratuur. Hij gaat uit van een gelijkbenige driehoek die getekend is in een vierkant, zodat de hoogte gelijk is aan de basis. Zijn resultaten zijn des te waardevoller, omdat zij dit keer niet afkomstig zijn van een theoreticus, maar van een bekwaam vakman die zijn hele leven als het ware doorbracht in het Middeleeuwse bouwvak. Knauth gebruikte zijn driehoek bij de proportionering van de Dom van Keulen en ook bij succesvolle analyses van andere gotische gebouwen. Als men de driehoek van Knauth spiegelt t.o.v. een lijn door de tophoek, dan vormen de hoekpunten ACFG een rechthoek die samengesteld is uit 2 vierkanten. Voor de diagonaal CF geldt hetzelfde als voor de hypotenusa van de Gulden Snede-driehoek.

FC : AC = 1 : 5

$$BC : AC = 1 : \frac{5}{2} = 1 : \frac{2,236}{2} = 1 : 1,118$$

Dezelfde betrekking vindt men in de Gulden Snede-driehoek.

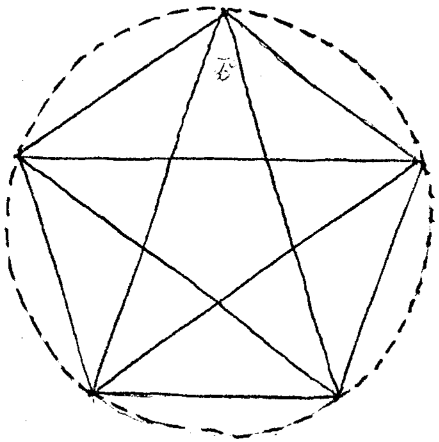
K WITZEL



De driehoek in het vierkant staat dus direkt in verband met de Gulden Snede-driehoek.

Nog een stap verder gaat Karl Witzel uit Ludwigsburg. In zijn in 1914 verschenen proefschrift toont hij aan, dat er behalve de gelijkzijdige driehoek en de driehoek van Drach nog een driehoek geweest moet zijn. Deze driehoek zou een tophoek hebben van $\pi/5$ ofwel 36° en wordt sindsdien de driehoek van Witzel genoemd. Opvallend is, dat de hoogte van de ontdekte driehoeken steeds groter wordt. Sinds de theorie van Dehio, die met de gelijkzijdige driehoek kwam, is de hoogte van de driehoeken van Knauth en Drach verviervoudigd. Fischer stelt dan ook terecht de vraag, of er een verband is met de ook in de Middeleeuwse kunst steeds slanker wordende verhoudingen als gevolg van het verruilen van het aan de aarde gebondene voor een meer bovenzinnelijk geestelijk leven.

Voor de laagste 4 driehoeken geldt, dat de lengte van de zijde gelijk is aan de hoogte van de volgende driehoek.



De $\pi/5$ en $\pi/4$-driehoek van respectievelijk Witzel en Drach passen niet in dit systeem.

2 = zijde van gelijkbenige driehoek met tophoek van 90°.

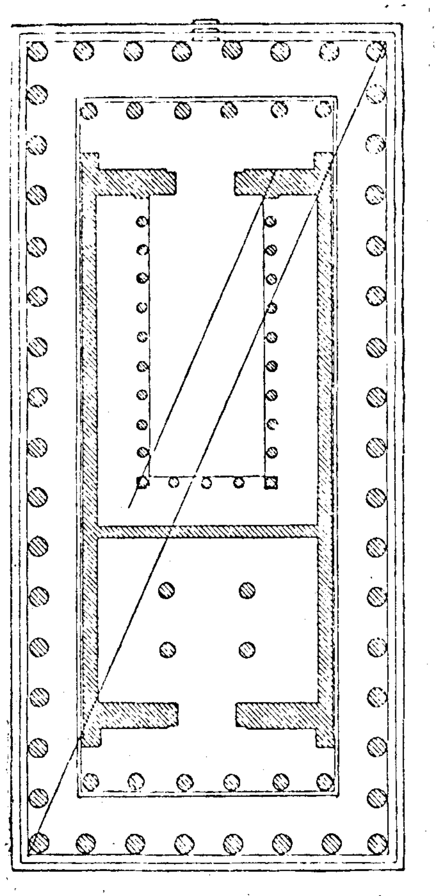
3 = hoogte van gelijkzijdige driehoek.

4 = 2 = zijde van gelijkzijdige driehoek.

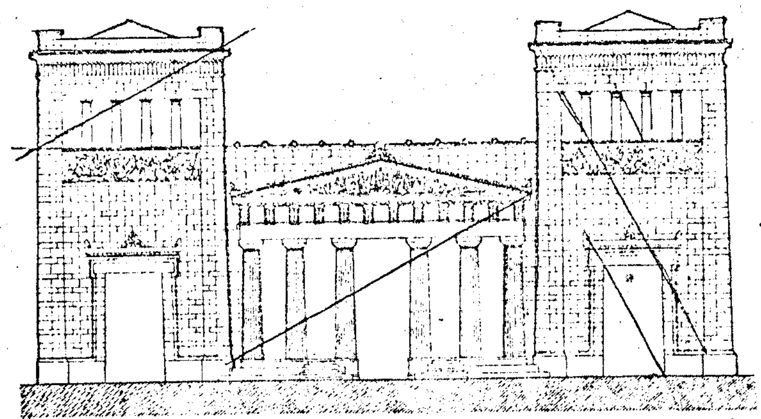
5 = zijde van driehoek in het vierkant.

De driehoek van Witzel met tophoek $\pi/5$ is slechts te konstrueren met behulp van de Gulden Snede. Zij is namelijk de basis voor de pentalfa of vijfpuntige ster. In wezen is de driehoek van Witzel dus slechts een uitdrukking voor de Gulden Snede-verhouding en levert zij geen nieuwe proporties.

Na alle voorgaande hypotheses over het al dan niet gebruikt zijn van bepaalde geometrische figuren, nu een theorie over het principe van de proportieleer. Het was August Thiersch die probeerde te achterhalen, waarop de werking van proporties nu eigenlijk berustte. Hij kwam tot de konklusie, dat niet de verhouding tussen twee grootheden het wezenlijke is, maar de herhaling van deze verhoudingen.



Volgens Thiersch betekent de verhouding a : b niets; pas met de vergelijking a : b = c : d ontstaat de proportie in de eigenlijke betekenis. De verhouding van lengte en breedte van een rechthoek kunnen wij grafisch weergeven door de diagonaal van de rechthoek te tekenen. De tangens van de hoek die de diagonaal met een van de zijden maakt, is een maat voor deze verhouding. Als twee rechthoeken dezelfde lengte-breedte-verhouding hebben, dan moeten de diagonalen evenwijdig zijn. In het nevenstaande voorbeeld wordt dit gedemonstreerd (Parthenon, Athene).
Bij de Propyleën in München staan de diagonalen loodrecht op elkaar: dezelfde verhouding komt liggend en staand voor. Dit kontrast heeft een sterke werking.

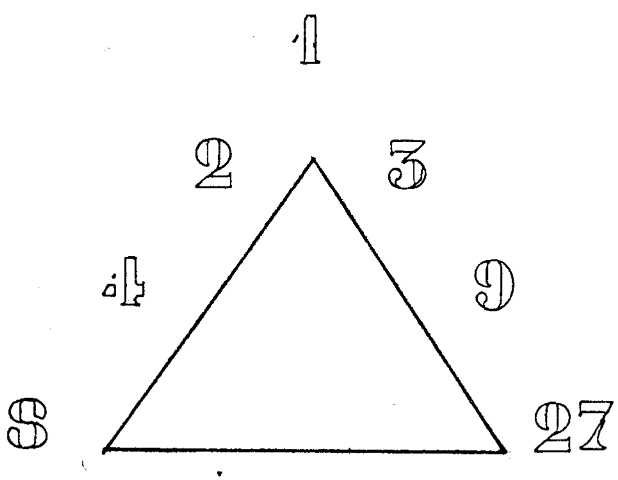


RENAISSANCE

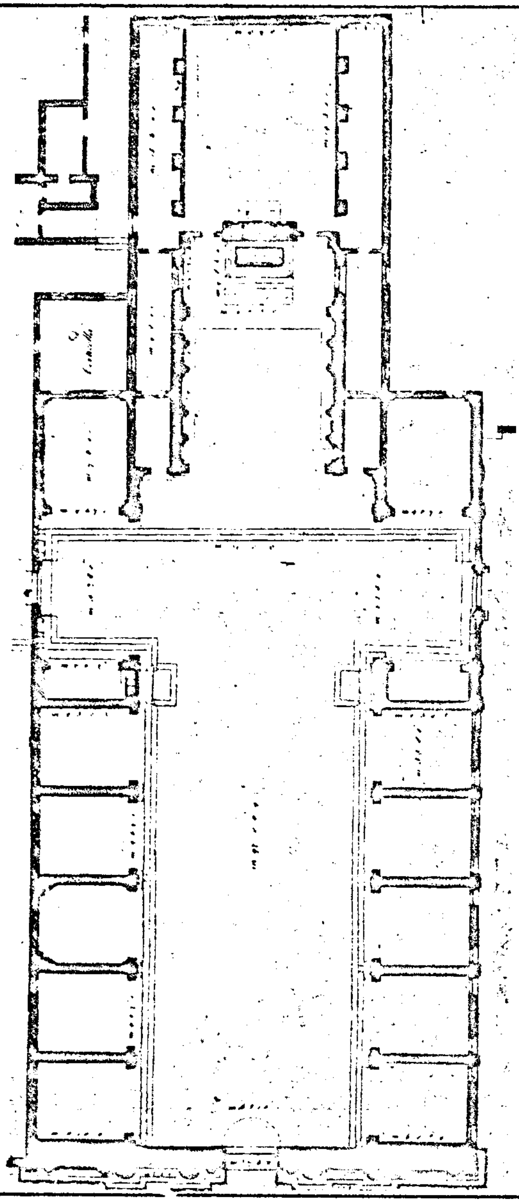
De architectonische principes van de Renaissance zijn uitvoerig bestudeerd door Rudolf Wittkower die de resultaten van zijn studie in 1949 openbaar maakte door de publicatie van zijn boek "Architectural principles in the age of humanism". Hij stelt daarin dat het uitgangspunt van de architecten uit de Renaissance de overtuiging is dat architectuur een wetenschap is en dat elk deel van een gebouw, zowel binnen als buiten, geïntegreerd moet worden in een en hetzelfde systeem van wiskundige verhoudingen. Bovendien moet het gebouw de proporties van het menselijk lichaam weerspiegelen omdat de mens een afspiegeling is van God en de proporties en de proporties van zijn lichaam bepaald zijn door een goddelijke wil. Mede onder invloed van studies van Giorgi, Ficino en Barbaro komen de oude theorieën van Pythagoras en Plato weer in het middelpunt van de belangstelling. De theorie van Pythagoras, gebaseerd op het verschijnsel dat muzikale intervallen uit te drukken zijn als verhoudingen van eenvoudige gehele getallen, hebben we al uitgebreid besproken.

1 - 2 - 4 - 8

1 - 3 - 9 - 27



In zijn boek "Timeus" verklaart Plato dat de harmonie en de regelmaat van de kosmos beschreven kunnen worden met behulp van bepaalde getallen. Hij ontwikkelt hiervoor twee meetkundige reeksen waarvan de ene gebaseerd is op verdubbeling en de andere op verdrievoudiging ven de termen. Gewoonlijk worden deze getallen gerangschikt in de vorm van de Griekse letter "Lambda". De zeven getallen bevatten alle geheimen van de opbouw van de kosmos en de verhoudingen tussen deze getallen beschrijven de muzikale intervallen die Pythagoras definieerde. Het is gemakkelijk te begrijpen dat veel mensen meenden met deze getallen eindelijk het geheim in handen te hebben van de mysterieuze harmonie die het heelal beheerst. Gedurende meer dan tweeduizend jaar hadden ze een grote invloed op het menselijk denken en vormden ze een middelpunt van symboliek en mystiek.



Een interessante figuur in verband met de harmonische beginselen van de Renaissance is de monnik Francesco Giorgi. Hij maakte studies van de proportieleer in al zijn aspecten en heeft verschillende publicaties op zijn naam staam. In 1525 publiceerde hij een geschrift over de harmonie van het heelal waarin christelijke stellingen neoplatonische gedachten werden vermengd en waarin aan het oude geloof in de mysterieuze kracht van bepaalde getallen en verhoudingen een nieuwe impuls werd gegeven. In zijn tijd gold Giorgi als een autoriteit op het gebied van de proportieleer. Het was dan ook niet vreemd dat men hem te hulp riep toen bij de bouw van een nieuwe kerk in Venetië (St. Francesco della Vigna) de meningen over de toe te passen proporties verdeeld waren. Hij stelt voor het middenschip 9 passen breed te maken; dat is gelijk aan het kwadraat van 3, het goddelijke getal. De lengte van het schip wil hij 27 passen groot maken, ofwel 3 x 9. Giorgi stelt dat het kwadraat en de derde macht van 3 de zogenaamde muziek van het heelal uitdrukken die Plato beschreven heeft in de Timeus.

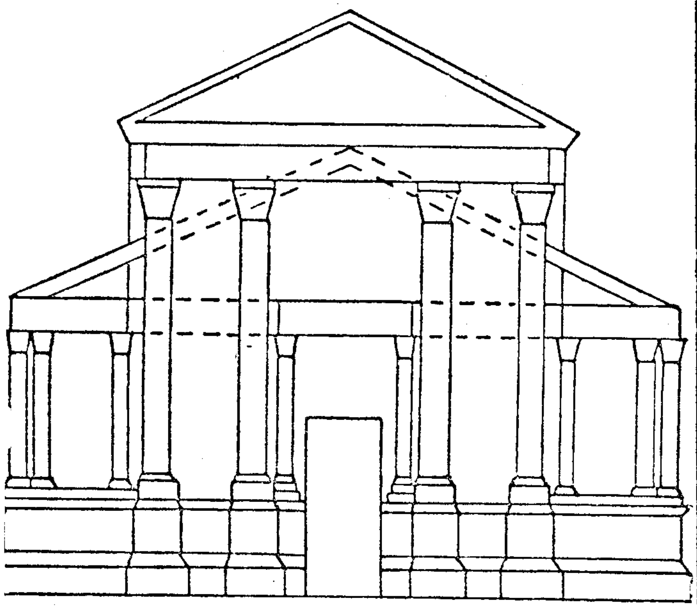
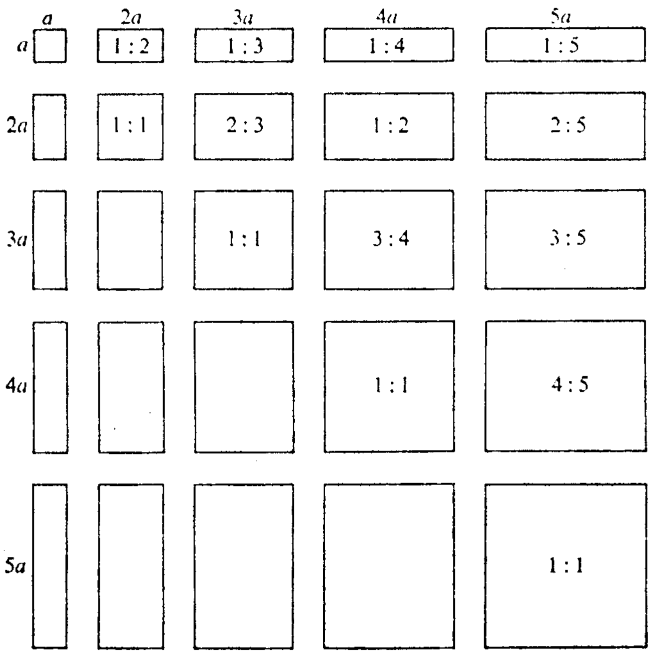


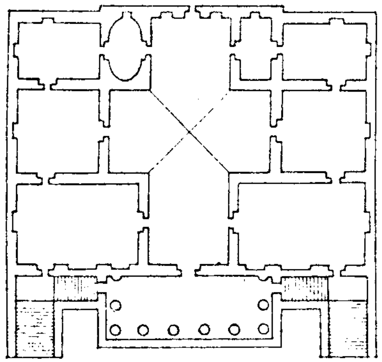
Fig. 9. S. Francesco della Vigna:
Schematic representation of the two interpenetrating temple fronts

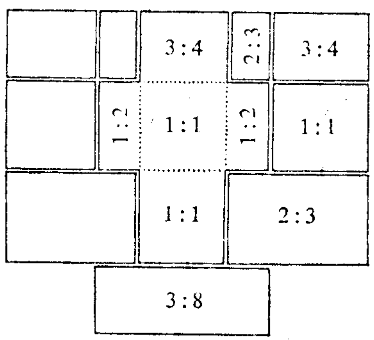
Giorgi drukt de voorgestelde lengte- breedte verhouding van 9 : 27 ook uit in muziektermen; deze verhouding is gelijk aan de som van een octaaf en een quint. Zoals we al bij Pythagoras zagen wordt het octaaf uitgedrukt door de verhouding 1: 2 of wel 9: 18 en de quint door de verhouding 2: 3 of 18 : 27. Samengevoegd geeft dit de reeks 9:18:27. Wat Giorgi in feite voorstelt voor de bouw van de St. Francesco is de reeks uit de driehoek van Plato die begint met de volmaakte 3: 3: 9:27.
Ook de andere proporties die hij gebruikt komen overeen met deze pricipiele verhoudingen. De z.g. "capella grande" aan het einde van het middenschip moet 9 passen lang worden en 6 breed, zodat zijn lengte gelijk is aan de breedte van het middenschip en zijn breedte zich verhoudt tot die van het schipals 2: 3, een quint in muziektermen. Het koor achter de capella grande moet de maten ervan herhalen: 6: 9. De totale lengte van de kerk wordt daardoor 5x 9, een vijfvoudige proportie of, in muziektermen, een quint.

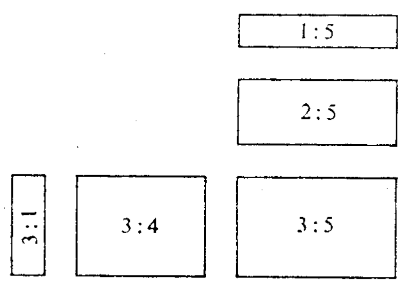


De kapellen aan elke kant van het middenschip moeten drie passen breed worden, zodat de verhouding tot de breedte van het schip gelijk is aan 3: 9 of wel een octaaf (3: 6) plus een quint (6: 9 = 2: 3).

Zoals we al zagen bij Giorgi zijn de verhoudingen van de Renaissance gebaseerd op eenvoudige gehele getallen. In nevenstaande figuur zijn alle op deze basis te proportioneren rechthoeken te zien. Er bestonden verschillende systemen waarmee men de proporties kan bepalen. Deze verschillende systemen leverden ook verschillende verhoudingen op; hierover later meer. Voor elk ontwerp werd zo een soort raster ontwikkeld op basis waarvan het gebouw ontworpen werd. Men kan hierbij op twee manieren te werk gaan. Bij de eerste manier, die men subtractief zou kunnen noemen, gaat men uit van de totale lengte of breedte van een gebouw en verdeelt men deze in stukken die in een goede verhouding staan tot elkaar.







Bij de tweede methode, de additieve, begint men met niets en voegt men steeds x maal een basis-eenheid toe totdat aan het programma voldaan is. Vooral in het werk van Pythagoras zien we deze laatste methode veel toegepast. Bij het ontwerpen van zijn bekende villa's bepaalt hij eerst de proporties van de afzonderlijke vertrekken en voegt deze dan later samen. De uiteindelijke omtrek van het gebouw volgt dan een min of meer toevallige lijn. Het schema van gebruikelijke rechthoeken op blz. 5 laat zien waarop de additieve methode van Palladio berust: als twee of meer rechthoeken uit een horizontale of verticale reeks samengevoegd worden ontstaat een nieuwe rechthoek uit dezelfde reeks.

Zoals reeds aangeduid is bestonden er meerdere manieren om proporties te bepalen. Ze hebben met elkaar gemeen dat ze uitgaan van een gegeven lengte en deze dan in twee stukken verdelen. Men kan ook zeggen dat men uitgaat van twee getallen (begin en eindpunt van het lijnstuk) en daarbij een

$$a:b:c=2:3:4$$
$$b-a=c-b$$

$$a:b:c=4:6:9$$
$$a:b=b:c$$

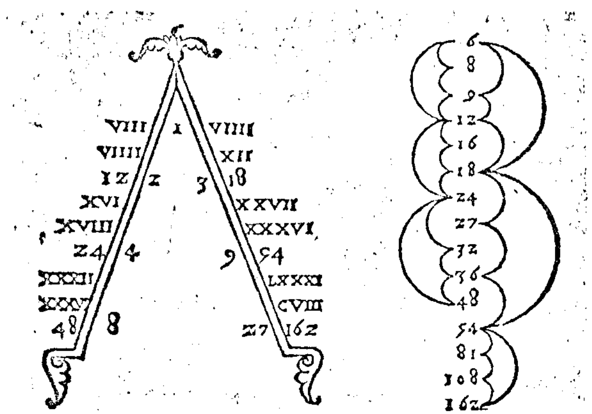
$$a:b:c=6:8:12$$
$$\frac{b-a}{a}=\frac{c-b}{c}$$

derde getal, een z.g. gemiddelde, zoekt tussen het eerste en het tweede zodat de verhouding van de eerste twee en de laatste twee getallen "goed" is. Maar wat is nu een "goede " verhouding ?

Dat is de vraag waar alles om draait en elk van de gebruikte methodes (er zijn er drie) geeft hierop een ander antwoord. De eerste methode levert het rekenkundige, de tweede het geometrische en de derde het harmonische gemiddelde. Bij het rekenkundig gemiddelde is het verschil van de tweede en de eerste term gelijk aan dat van de derde en de tweede term.

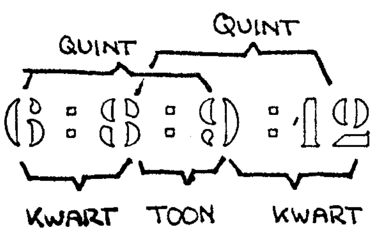
We spreken van een geometrisch gemiddelde als de verhouding van de eerste twee termen gelijk is aan de verhouding van de laatste twee.

Het harmonisch gemiddelde is het meest gecompliceerd. Drie getallen staan in harmonische verhouding tot elkaar als het verschil van de twee kleinste zich verhoudt tot het kleinste als het verschil van de twee grootste tot het grootste.



Francesco Giorgi ontwikkelt een systeem waarin zowel rekenkundige , geometrische als harmonische gemiddelden onder te brengen zijn. In 1525 publiceert hij dit systeem in zijn boek "De harmonia mundi". Het is gebaseerd op de twee meetkundige reeksen van Plato : 1, 2, 4, 6, 8 en 1, 3, 9, 27.
Hij ontwikkelt op dezelfde manier twee meetkundige reeksen maar gebruikt als eerste term het getal 6. De reeksen die dan ontstaan zijn: 6,12, 24, 48 en 6, 18, 54, 162. Het is nu mogelijk hierin de rekenkundige en harmonische gemiddelden toe te voegen zonder gebruik te maken van breuken. Tussen 6 en 12 worden dit de getallen 8 en 9, tussen 12 en 24 de getallen 16 en 18 en tussen 24 en 48 de getallen 32 en 36. Elk tussengevoegd paar bestaat steeds uit één rekenkundig en één harmonisch gemiddelde. Het gemiddelde getal 9 b.v. is rekenkundig omdat 9- 6= 12 - 9 en 8 is harmonisch omdat

$$\frac{8-6}{6} = \frac{12-8}{12} .$$

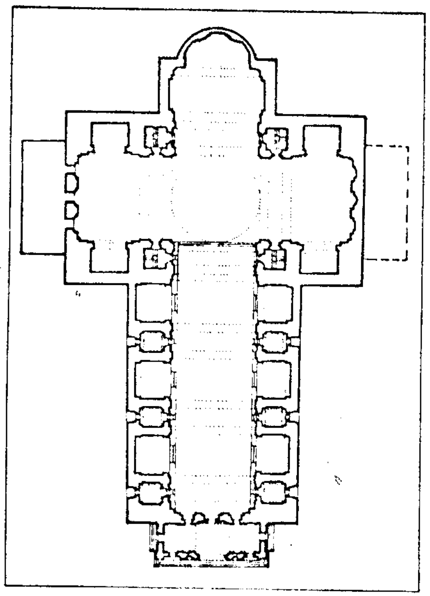


De intervallen tussen de rekenkundige, meetkundige en harmonische gemiddelden zijn dezelfde als die in de muziek. Dit is niet zo vreemd als we weten dat het eerste onderscheid tussen deze gemiddelden afkomstig is van Pythagoras, die ook de grondlegger is van de muzikale intervallen. Als we de reeks 6, 8, 9, 12 beschouwen kunnen we de volgende intervallen onderscheiden:

6 : 12 = 1 : 2 komt overeen met een octaaf.
6 : 9 = 2 : 3 komt overeen met een quint.
6 : 8 = 3 : 4 komt overeen met een kwart.
9 : 12 = 3 : 4 eveneens een kwart.
8 : 9 komt overeen met prime.

We zien dat de geometrische reeks opgebouwd is uit octaven. Deze octaven worden door de rekenkundige en harmonische gemiddelden verdeeld in twee quinten of twee kwarten plus een toon.

ALBERTI



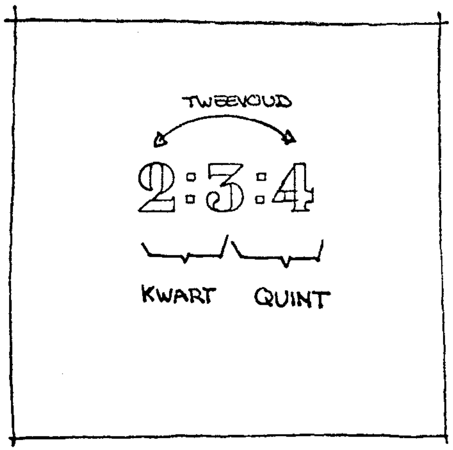
Alberti schreef een belangrijk standaardwerk over de architectuur dat veel invloed heeft gehad op het werk van zijn tijdgenoten : " Tien boeken over de bouwkunst ". Hij schenkt hierin veel aandacht aan het verband tussen architectonische proporties en muzikale intervallen, daarbij voortbordurend op het werk van Pythagoras. Hij stelt letterlijk: " De getallen die in overeenstemming zijn met de klanken die onze oren strelen, zijn dezelfde als die welke onze ogen en onze geest behagen. Daarom moeten we al onze regels van harmonische betrekkingen lenen van de musici die zeer goed bekend zijn met deze getallen, en ook van de natuur zelf waar zij zich op haar schoonst en volmaaktst toont. "
In zijn architectuurtheorie gebruikt Alberti voor dit nabootsen van de natuur drie grootheden:
" numerus " (aantal), " finitio " (maat) en " collocatio " (rangschikking).
Van deze drie grootheden was de tweede voor Alberti het belangrijkst en ook in de architectuurtheorie van de Renaissance in het algemeen zou de maat van de dingen de hoofdrol spelen.

$$\underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}_{6}$$

$$\underbrace{1 \cdot 2 \cdot 3}_{6} \qquad \underbrace{1 \cdot 5}_{6}$$

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{6} \qquad \underbrace{2 \cdot 4}_{6} \qquad \underbrace{3 \cdot 3}_{6}$$

Wat betreft de " numerus " borduurt Alberti voort op de Middeleeuwse theorieën over de symbolische betekenis van de getallen, hoewel hij wel de symboliek rechtstreeks verbindt met de natuur. Hij verklaart bijvoorbeeld dat het aantal ondersteuningen in gebouwen altijd even moet zijn omdat dieren gedragen worden door een even aantal poten. Ramen of deuropeningen daarentegen moeten altijd in oneven aantallen voorkomen omdat het gezicht maar één mond heeft. Hij hecht evenals Pythagoras een bijzondere waarde aan het getal 6 omdat 6 samengesteld kan worden uit alle getallen die eronder liggen (1 t/m 5).
Voor het begrip " collocatio " geeft Alberti geen regels. De toepassing ervan laat hij over aan het oordeel van de architect.
De " finitio " van een gebouw heeft te maken met de proporties die bepaald worden door de afstanden van verschillende geometrische hulplijnen. Voor Alberti was het juist de proportie die de orde van de natuur in een gebouw representeerde. De proporties moesten dan ook zeer zorgvuldig vastgesteld

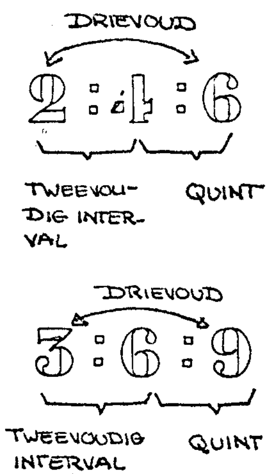


worden, geheel in overeenstemming met de leer van de harmonie.

Alberti maakt een onderscheid tussen drie soorten plattegronden : kleine, middelgrote en grote. Voor elk type schrijft hij een bepaalde vormgeving voor. Voor de " finitio " van de kleinere plattegronden beveelt hij het gebruik aan van het vierkant, met de verhouding 1 : 1, en de verhoudingen die bepaald worden door de eenvoudige intervallen van het Griekse systeem van de muzikale harmonie :

2 : 3	(quint)
3 : 4	(kwart)
1 : 2	(octaaf)

Voor de grotere plattegronden schrijft hij het gebruik voor van meer gecompliceerde akkoorden uit de muzikale harmonie zoals tweevoudige, drievoudige en viervoudige intervallen.
Een tweevoudig interval is opgebouwd uit twee gewone intervallen, b.v. een quint en een kwart.
Als we beginnen met het getal 2, is het volgende getal de quint van 2 (dat is het getal dat in

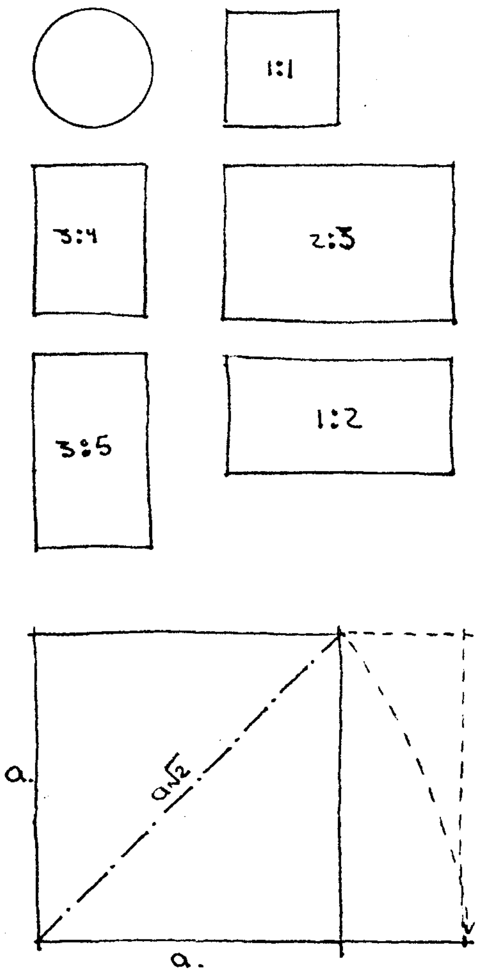


verhouding staat tot 2 als 2 : 3) ofwel 3; en het laatste getal moet zijn de kwart van drie ofwel 4. (want de kwart komt overeen met een verhouding van 3 : 4). De reeks van het tweevoudige interval is in dit geval dus 2 : 3 : 4. Een eigenschap van dit interval is dat de laatste term gelijk is aan het dubbele van de eerste. Als we beginnen met het getal 3 en daar een kwart bij optellen (3 : 4) en dan een quint (2 : 3 of 4 : 6) dan krijgen we de tweevoudige reeks : 3 : 4 : 6.

Het drievoudige interval wordt opgebouwd door bij een tweevoudig interval een quint toe te voegen. Het derde cijfer van de reeks moet dan het drievoudige van het eerste zijn.

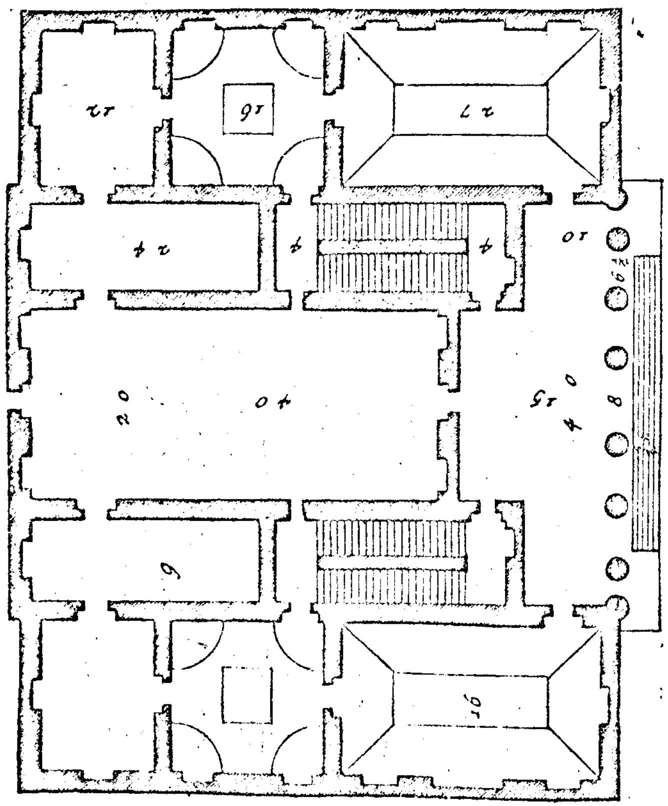
Het viervoudige interval combineert twee tweevoudige intervallen of een tweevoudig interval en een quint en een kwart, waarbij het laatste getal van de reeks viermaal zo groot is als het eerste.

De bedoeling van dergelijke reeksen was een eenheid te brengen in de gebruikte proporties. Als b.v. de hoogte van een kamer tweemaal zo groot is als de breedte dan mogen voor die kamer alleen maten gebruikt worden



die afgeleid zijn van de reeks van het tweevoudige interval.

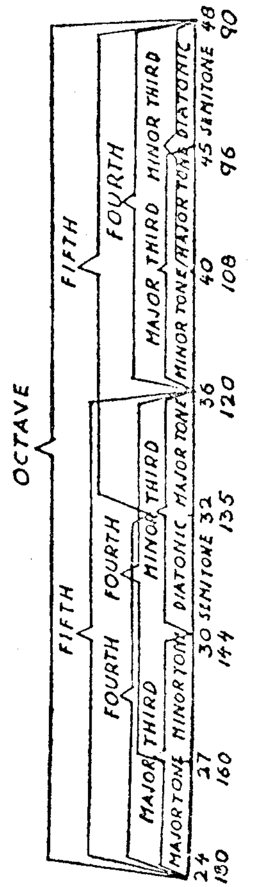
De voornaamste bron voor het achterhalen van de methoden die Palladio gebruikte voor het vaststellen van proporties zou zijn werk " Quatre Libri " moeten zijn. Hierin vinden we echter wel de toegepaste proporties maar niet de achtergronden. Palladio volstaat ermee op te merken dat de maten zo gekozen dienen te worden dat het gebouw goed geproportioneerd is. Dat was ons reeds duidelijk. Hij geeft dan een aantal mogelijke vormen aan die een ruimte kan hebben en wel in de volgende volgorde : 1) cirkelvormig, 2) vierkant, 3) de diagonaal van een vierkant als lengte van de ruimte ($1 : \sqrt{2}$), 4) een vierkant en 1/3 vierkant (3 : 4), 5) anderhalf vierkant (2: 3), 6) een vierkant en 2/3 vierkant (3 : 5), 7) twee vierkanten (1 : 2).



In de plattegronden van de villa's die opgenomen zijn in de " Quatre Libri " vinden we niet alleen verhoudingen gebaseerd op de kleine gehele getallen van de Griekse muzikale schaal (1, 2, 3 en 4). Palladio toont ook een voorkeur voor ruimten waarvan lengte en breedte zich verhouden als 3 : 5. Er komen zelfs gebouwen voor met verhoudingen als 4: 5 en 5 : 6 en deze verhoudingen vinden we niet alleen in de afmetingen van de afzonderlijke kamers, maar ook in de relatie van de ene kamer tot de andere. Al deze verhoudingen zijn slechts te verklaren als we aannemen dat er gedurende de 16^e eeuw fundamentele dingen veranderd zijn in de opvattingen over proporties. Het was Ludovico Fogliano of Modena die in 1529 in zijn boek "Musica theoretica" als eerste protesteerde tegen de heerschappij van de theorie van Pythagoras. De ervaring had hem geleerd dat naast de vijf bekende intervallen van Pythagoras er nog een aantal bestonden die ook goede samenklanken opleverden:

kleine terts	5 : 6
grote terts	4 : 5
kleine sext	5 : 8
grote sext	3 : 5
grote tiende	2 : 5
kleine tiende	5 :12
elfde	3 : 8
kleine sext boven octaaf	5 : 16
grote sext boven octaaf	3 : 10

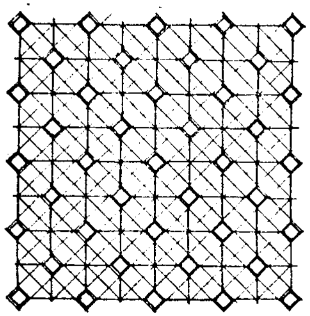
Maar het was Zarlino, de grote Venetiaanse theoreticus uit het midden van de 16e eeuw, die met zijn rigoreuze wetenschappelijke aanpak een overzicht gaf van alle harmonische beginselen die toen bekend waren. Het is volgens Zarlino een werkelijk wonderbaarlijk verschijnsel dat alle samenklanken of muzikale intervallen zowel bepaald worden door de rekenkundige als door de harmonische gemiddelden. Het rekenkundige gemiddelde 3 tussen 2 en 4 verdeelt het octaaf in een quint en een kwart (2 : 3 en 3 : 4).

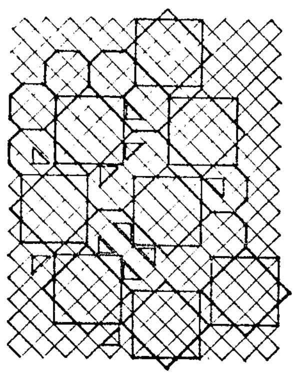


Hetzelfde resultaat in omgekeerde volgorde geeft het harmonische gemiddelde 8 tussen 6 en 12 (6 : 8 = 3 : 4 en 8 :12 = 2 :3). Zarlino toonde aan dat dezelfde regel toegepast op de verdeling van de quint (2 : 3 of 4 : 6) met het rekenkundig gemiddelde 5 de verhoudingen oplevert van de grote terts (4 : 5) en de kleine terts (5 : 6) en met het harmonisch gemiddelde 12 (tussen 10 en 15) de verhoudingen van kleine en grote terts. Hiernaast is het diagram van Zarlino te zien, waarin hij een overzicht geeft van de verdeling van het octaaf in zijn delen. Als we deze nieuwe ontwikkeling beschouwen, zijn de meeste van de verhoudingen in de villa's van Palladio volkomen verklaarbaar.

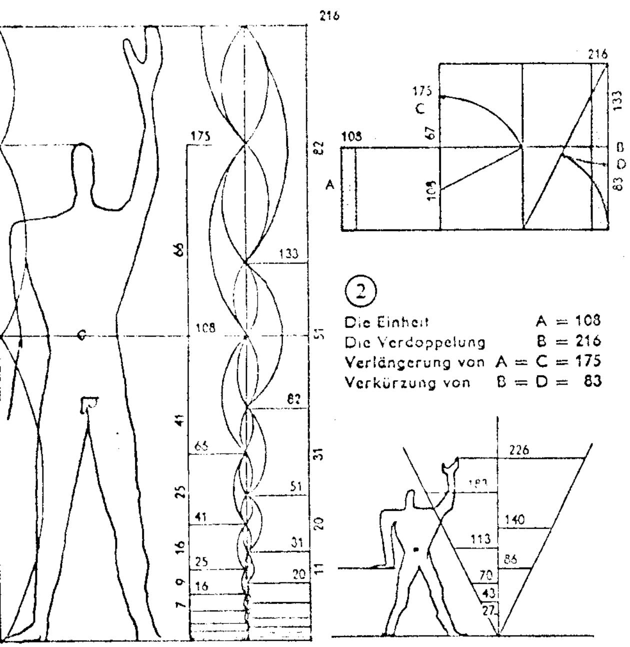
MODERNE TIJD

In de loop van de 17^e^ en de 18^e^ eeuw ging het met de traditionele proporties zoals het in vroeger tijden b.v. in de Gotiek al vaker gegaan was : men vergat eerst dat de oorsprong van de proporties te vinden was in de maten van het menselijk lichaam zelf in samenhang met die van de kosmos en later de regels zelf. Tenslotte werd het scheppen volgens vaste regels helemaal afgewezen : men ging het als een teken van zwakheid zien te steunen op theoretische formules. Uit de activiteiten van groeperingen in onze eeuw als de Art Nouveau en het Bauhaus is geen nieuwe proportieleer voortgekomen. Zij maken wel gebruik van pseudo- mystieke combinaties van allerlei natuurwetten, van oude pythagoreïsche of euklidische lichamen en vlakken, maar ze wijzen het onderwerpen van de kunst aan vaste regels af. Al in de 18^e^ eeuw, toen de meeste architecten teruggrepen op de vormentaal van de oudheid en de Gotiek, gebeurde dat zonder terugblik op Vitruvius of Euklides en meestal ook zonder enige kennis ervan; de oude maat- en proportieregels werden klakkeloos overgenomen.





Zo kwam het dat het onderzoek naar de geheimen van de proporties een terrein werd voor geleerden en filosofen. Van de moderne generatie van architecten was Le Corbusier de laatste die een verhoudings-systeem gebruikte : de Modulor.
Weliswaar wordt vaak gewerkt met rasters, maar we hebben dan meestal te doen met modulaire rasters. De reden voor het gebruik hiervan is niet esthetisch maar zuiver technisch van aard. Hoewel Le Corbusier ervan overtuigd was dat de harmonie in de natuur overal berust op een bepaalde verdeling van de ruimte, beschouwde hij de muzikale harmonie niet als het gevolg van een natuurwet maar als het resultaat van een kunstzinnige uiting van de mens door opmeten en verdelen van een snaar.
Le Corbusier bezat geen kennis over de geometrische maatverhoudingen van de Gotiek, en de ideeën van de Renaissance over de overeenkomst van harmonie in de muziek en in de bouwkunst waren hem onbekend.
Hij meende met zijn Modulor de mensheid een nieuw



instrument te schenken dat, analoog aan de kunstzinnige verdeling van de snaren ter opwekking van mooie akkoorden, harmonie in de architectuur zou brengen. Hij beschouwde de Modulor ook echt als een instrument waarmee ieder vrij kon werken; in geen geval mocht het een starre regel zijn waarnaar gehandeld diende te worden.

De Modulor berust op de mogelijkheid om het menselijk lichaam te verdelen volgens de Gulden Snede. Hij geeft drie intervallen die een reeks vormen welke veel overeenkomst vertoont met de reeks van Fibonacci (3, 5, 8, 13, 21, 34 etc.) : de voet, de plexis solaris en de vinger van de opgeheven hand. Eerst ging Le Corbusier uit van de grootte van de gemiddelde Europeaan : 1,75 m. en verdeelde deze volgens de Gulden Snede in de maten : 108,2 , 66,8 , 14,45 en 25,4 cm. Omdat deze laatste maat ongeveer overeenkomt met 10 inches vindt hij hier de aansluiting met het Engelse maatsysteem, echter niet in de grotere maten. In 1947 neemt hij daarom 6 Engelse voet (= 1828,8 mm.) als lichaamslengte. Met behulp van de Gulden Snede verdeling bouwt hij zowel naar

Werte ausgedrückt im Metrischen System			
Rote Reihe: RO		Blaue Reihe: Bl	
Zentimeter	Meter	Zentimeter	Meter
95 280,7	952,80		
58 886,7	588,86	117773,5	1 177,73
36 394,0	363,94	72788,0	727,88
22 492,7	224,92	44985,5	449,85
13 901,3	139,01	27 802,5	278,02
8 591,4	85,91	17 182,9	171,83
5 309,8	53,10	10 619,6	106,19
3 281,6	32,81	6 563,3	65,63
2 028,2	20,28	4 056,3	40,56
1 253,5	12,53	2 506,9	25,07
774,7	7,74	1 549,4	15,49
478,8	4,79	957,6	9,57
295,9	2,96	591,8	5,92
182,9	1,83	365,8	3,66
113,0	1,13	226,0	2,26
69,8	0,70	139,7	1,40
43,2	0,43	86,3	0,86
26,7	0,26	53,4	0,53
16,5	0,16	33,0	0,33
10,2	0,10	20,4	0,20
6,3	0,06	12,6	0,12
3,9	0,04	7,8	0,08
2,4	0,02	4,8	0,04
1,5	0,01	3,0	0,03
0,9		1,8	0,01
0,6		1,1	
usw.		usw.	

boven als naar onder een reeks op die bekend staat als de rode reeks (zie tabel). Omdat de afstanden in deze reeks voor het praktische gebruik veel te groot zijn, ontwikkelt hij nog een blauwe reeks, uitgaande van 2,26 m. (vingertop van de opgeheven hand). De door de mathematische Gulden Snede verdeling gevonden maten worden rigoreus afgerond en bij het overzetten in het Engelse systeem wordt nog een keer afgerond. Hierdoor verliest het systeem aan waarde vooral bij toepassing in seriebouw of montagebouw. Allerlei passingsmoeilijkheden doen zich dan voor.

NAWOORD

We hebben gezien hoe vooral in de Renaissance twee vormen van perceptie aan elkaar gekoppeld werden. De in de architectuur visueel waarneembare proporties werden bepaald met behulp van wetten die bekend waren van de auditief waarneembare muziek. Verondersteld werd dat er een basisprincipe was dat ten grondslag lag aan het begrip schoonheid en dat geldig was voor zowel het auditieve als het visuele waarnemingsveld. Een van die wetten die duidelijk op beide terreinen van toepassing is, is de alom geroemde Gulden Snede. Als er een verband bestaat tussen verschillende vormen van perceptie dan ligt het volgens mij voor de hand te veronderstellen dat deze verbinding tot stand wordt gebracht op de plaats waar de prikkels van de zintuigen (ogen ,oren) geïnterpreteerd worden. Eveneens voor de hand ligt dan de conclusie dat er nog wel meerdere vormen van perceptie zouden kunnen zijn waaraan dezelfde wetten over het mooi of lelijk, aangenaam of onaangenaam zijn, ten grondslag liggen. Dit zou een onderwerp kunnen zijn voor een nieuwe studie met als doel het vinden van ontwerpregels die van toepassing zijn op alle aspecten van de gebouwde omgeving die door de menselijke perceptie ervaren kunnen worden. Hierbij denk ik met name aan het ervaren van kleuren, maar misschien ook van geuren, texturen, magnetische of electrische velden. Men zou dan kunnen komen tot het ontwerpen van een superharmonische ruimte, d.w.z. een ruimte waarvan alle door de mens waar te nemen indrukken in harmonie zijn met elkaar.

Bibliografie

H 6104 bsb

H 6598 blu
XH 6624 blu
H 67284 bsb (8)
H 7517 bsb (8)
BC 7514 blu

XG 7313 bsb (11a)
H 7140 bsb (8)

H 66224 blu
H 51317 bsb (8)
H 69283 bsb (8)
H 73228 bsb (8)

XE 7220 blz

Algemeen:

Neufert : Bauordnungslehre.
A.J. Daub : Meten met maten.
Karl Freckmann : Proportionen in der Architektur.
G. Kepes : Module, proportion, symmetry, rythm.
Wedepohl : Eumetria.
Rowland Mainstone : Developments in structural form.
Tons Brunés : The secrets of ancient geometrie, 2 dln.
A. Holden : Shapes, space and symmetrie.
Renée Smeets : Ornament, symbool en teken.
March and Steadman : The geometrie of environment.
P.H. Scholfield : The theorie of proportion in architecture
Venturi : Complexity and contradiction in architecture.
André Lurçat : Formes, compositions et lois d' harmonie.
H. Licklider : Architectural scale.
A. Schab : Das Buch vom Bauten.
Giedion : Space, time and architecture.
Til Brugman : Ruimte, tijd en bouwkunst.
(Ned. vertaling van boek van Giedion.)
R. Klimpert : Lexicon der Münzen, Masse, Gewichten,
Zahlarten und Zeitgrössen.

H 74192 bsb (8)
H 74444 bsb bsb (8)

H 69387 bsb (8)

RPD 77 LAA BSB

H 5638 bsb (8)
H 71212 bsb (8)

XH 152801 bsb (11)
XH 152801 bsb (11)

Psychology for architects.

P.A. Michelis: L' esthetique de l'architecture.

Müller e.a. : Der vermessene Mensch.

A. Thiersch : Proportionen in der Architektur.

T. Fischer : Zwei Vorträge über Proportionen.

J. Hofschneider : Schlüsselbegriffe der Architektur und Stadtbaukunst.

Dom. H. v.d. Laan : De architectonische ruimte.

Middeleeuwen:

Das Buch vom Rechteck.

Das Geheimnis Romanischer Bauten.

Ernst Mössel : Die Proportionen in Antik und Mittelalter.

V.F. Hopper : Medieval number symbolism.

Renaissance:

Dürer : Vier Bücher von menschlicher Proportion.

Albrecht Dürer als Kunsttheoretiker.

	Rudolf Wittkower : Architectural principles in the age of humanism.
H 76283 bsb (9)	G.L. Hersey ; Pythagorean Palaces.
	Alberti : Tien boeken over de architectuur.
H 69391 blu	Gadol : Leon Battista Alberti.

Pythagoreïsme

H 76283 bsb (9)	G.L. Hersey : Pythagorean Palaces.
	Ernst Bindel : Pythagoras, Leben und Lehre.
H 4602 bsb (11a)	H. Kayser : Ein harmonikaler Teilungskanon.
XM 7414 bsb (1)	R. Haase : Aufsätze zur harmonikaler naturphilosofie.
	C.J. de Vogel : Pythagoras and early Pythagorism.
	W. Burckert : Lore and science in ancient Pythagorism.

De gulden snede en andere geometrische wetmatigheden.

XH 6315 blu	Hagenmaier : Der Goldene Schitt.
H 18851 bsb	Pfeifer : Der goldene Schnitt und seine Erscheinungsform in Mathematik, Natur und Kunst.
H 63146 blu	Von Baravalle : Geometrie als Sprache der Formen.

H 69495 bsb (11)

PN 7302 blu
GB 6772 bsb
PN 6901 bsb (1)
H 69283 bsb (8)
H 5853 bsb (11)
XH 5416 bsb (1)
H 73365 bsb (8)
XH 7511 blu

H 5853 bsb
H 68189 bsb

Jan Poortenaar : De gulden snede.
ir. Snijders : De gulden snede.
K. Critchlow : Islamatic Pattern.

Perceptieleer en kleurenleer.

G. Murch : Visual and auditory perception.
Symboliek van de kleur.
Arnheim : Visual thinking.
Light, color and environment.
Harmonie des couleurs.
R. Arnheim : Art and visual perception.
Color vision in architecture.
Frans Gerritsen : Kleur.
Johannes Itten : Kunst en kleur.
Johannes Itten : Beeldende vormleer.
Verdenius en Lamoth : Harmonie des couleurs.
Frieling : Das Gesetz der Farbe.