

MASTER

Geavanceerde staafwerkmodellen

Alfrink, L.J.

Award date:
2015

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Geavanceerde Staafwerkmodellen

Luuk Alfrink

Architecture, Building and Planning

Structural Design

Technische Universiteit Eindhoven

TU/e Technische Universiteit
Eindhoven
University of Technology

Titel: Geavanceerde Staafwerkmodellen
Verslag nr: A-2015.83
Datum: 31-01-2015
Versie 1.0

Student

Naam: L.J. (Luuk) Alfrink
ID-nummer: 0777229
Email: l.j.alfrink@student.tue.nl
luuk.alfrink@gmail.com

Afstudeercommissie

Voorzitter Prof. dr. Ir. T.A.M. Salet
en 1e begeleider TU/e, leerstoel betonconstructies

2^e begeleider Dr. Dipl.-Ing J. Beetz
TU/e, leerstoel design systems

3^e begeleider Ir. H. Kok
Gemeente Eindhoven

Voorwoord

Dit rapport is geschreven ter afronding van mijn masteropleiding Structural Design aan de Technische Universiteit Eindhoven. Het is het resultaat van een afstudeeronderzoek naar de toepassing van staafwerkmodellen voor de berekening van gewapend beton.

Tijdens mijn voorstudie bleek al snel mijn interesse te gaan naar het ontwerpen van betonconstructies met behulp van vakwerkmodellen. Het nadenken over de ‘logische’ krachtsafdracht van een constructie intrigeerde mij. Het werd duidelijk dat een parametrisch model de juiste tool is om deze visie uit te dragen. Vervolgens was ik zeer verbaasd over de grote verschillen met experimentele resultaten bij het berekenen van wandliggers. Dit motiveerde mij om dieper in de betonmechanica te duiken om dit fenomeen te verklaren. Zo evolueerde het model tijdens het proces naar het eindproduct zoals het in dit rapport beschreven is.

Mijn afstudeerperiode heb ik positief ervaren. Het bestond uit intensieve studiedagen met een goede sfeer op vloer vijf. Wat mede mogelijk is gemaakt door een hechte groep medeafstudeerders.

Luuk Alfrink
Eindhoven, februari 2015

Inhoudsopgave

Voorwoord	5
Lijst van Figuren en Tabellen	9
Figuren	9
Tabellen	10
Samenvatting	11
Abstract	13
Symbolen	15
1 Inleiding	17
1.1 De Staafwerkmethode	17
1.2 Probleemstelling	27
1.3 Doelstelling	27
1.4 Methode	27
2 Parametrisch Staafwerkmodel	29
2.1 Parametrisch Ontwerpen	29
2.2 Parametriseren van een Staafwerkmodel	30
2.3 Computermodel	31
2.4 Voorbeeld	33
3 Staafwerkmodel en Scheurvorming	35
3.1 Spanningsverdeling Wandliggers	35
3.2 Bepalen van Staafwerkmodel	35
3.3 Stijfheid van staven	36
3.4 Uitbreiding Computermodel	41
3.5 Implementatie Parametrisch Model	41
3.6 Implementatie Berekening Staafwerkmethode	42
3.7 Voorbeeld	44
4 Bijdrage van Wapening in het Lijf	45
4.1 Spanningsverdeling Wandliggers met Wapening in het Lijf	45
4.2 Uitbreiding Computermodel	45
4.3 Implementatie Parametrisch Model	46
4.4 Implementatie Berekening	46
4.5 Voorbeeld	47
5 Aandachtspunten Model en Theorie	49
5.1 Toepassingsgebied van Staafwerkmodellen	49

5.2	Capaciteit van de Drukdiagonaal	54
5.3	Betonbijdrage voor Trekstaven	56
6	Conclusies & Aanbevelingen	59
6.1	Conclusies	59
6.2	Aanbevelingen	60
7	Literatuur	61
A.	Verificatie Wandligger	63
A.1	Experimenteel Onderzoek	63
A.2	Uitwerking Berekening Hoofdstuk 1 (WT2)	64
A.3	Bepalen van invoer Parametrische Modellen	67
A.4	Resultaten Staafwerkmodellen	69
B.	Handleiding Parametrisch Model	71
B.1	Globale opzet	71
B.2	Basis Model (Hoofdstuk 2)	71
B.3	Model met Herverdeling (Hoofdstuk 3)	75
B.4	Verfijnd Model (Hoofdstuk 4)	77
C.	Raamwerkprogramma	79
C.1	Afleiding Raamwerkmodel	79
C.2	Mathematica Script	82
C.3	Raamwerkvoorwaarde	84
C.4	Validatie Raamwerkprogramma	85
D.	Minimale Arbeid	95
D.1	Afleiding Rekenergie	95
D.2	Zoeken naar een Staafwerkmodel	96
D.3	Mathematica script	96
D.4	Validatie	97
E.	Trekstaafmodel	99
E.1	Opzet	99
E.2	Wolfram Mathematica Script	100
E.3	Validatie	104
F.	Mathematica Scripts per Berekening	107
F.1	Script Hoofdstuk 2	107
F.2	Script Hoofdstuk 3	110
F.3	Script Hoofdstuk 4	117

Lijst van Figuren en Tabellen

Figuren

Figuur 1-1: (a) Euler-Bernoulli balktheorie; (b) Ritter-Morsch vakwerkanalogie[11][12]; (c) D- en B-gebied	17
Figuur 1-2: (a) Verschuiving van de M-lijn; (b) Staafwerkmethode	17
Figuur 1-3: B- en D-gebieden [13]	18
Figuur 1-4: Plaatselijke effecten volgens St. Venant	18
Figuur 1-5: Evenwichtssysteem bepalen	19
Figuur 1-6: Ontwerpen van staafwerkmodellen met behulp van belastingspaden	19
Figuur 1-7: Correcte staafwerkmodel (a) bezit minder vervormingsarbeid dan het slechte staafwerkmodel (b)	20
Figuur 1-8: Verschillende typen Drukstaven	21
Figuur 1-9: Ligging van drukstaven & spanningstrajectoriën	21
Figuur 1-10: Meewerkend beton t.p.v. trekstaven	22
Figuur 1-11: Knooptypen	22
Figuur 1-12: Dimensioneren van knooppgebieden	23
Figuur 1-13: Detaillering van staafeinden; (a) Ankerplaat; (b) Gebogen staafgedeelte; (c) Lus	24
Figuur 1-14: (a) Proefopstelling Leonhardt & Walther; (b) Bezwijktoestand proefstuk	25
Figuur 1-15: (a) Evenwichtssysteem van het D-gebied; (b) Staafwerkmodel	25
Figuur 1-16: Geometrie knopen (a) Bij krachtsinleiding; (b) Bij oplegging	26
Figuur 2-1 Parametrisch Model Cirkel; (a) Vraagstuk; (b) Parameters; (c) Oplossing	29
Figuur 2-2: Parameters Staafwerkmodel	30
Figuur 2-3: Stroomschema Computer Model	31
Figuur 2-4: Ontwikkeld Parametrisch Staafwerkmodel	32
Figuur 2-5: Staafwerkmodel in de bezwijktoestand	33
Figuur 3-1: Spanningsverdeling in een wandligger volgens de Elastisch oplossing	35
Figuur 3-2: N-ε diagram trekstaaf	36
Figuur 3-3: (a) Modelvoorstelling Trekstaafmodel; (b) Afschuifspanning-slibrelatie	37
Figuur 3-4:(a) Eerste generatie scheurpatroon	38
Figuur 3-5:Niet-lineair constitutieve materiaaleigenschappen	40
Figuur 3-6: Uitbreiding Computer Model	41
Figuur 3-7: (a) Variabel y-coordinaat; (b) Parametriseren drukstaaf geometrie	41
Figuur 3-8: Kracht-gestuurde analyse verwerkt in Parametrisch Model	42
Figuur 3-9: Stroomschema Itereren Stijfheid	42
Figuur 3-10: Verloop spannings-rek diagram	43
Figuur 3-11: Grafiek Vergelijking Experimentele resultaten met Berekende resultaten	44
Figuur 3-12: Gegeneerd staafwerkmodel bij 1kN, 75kN, 150kN en bij de bezwijklast	44
Figuur 4-1: Plastische spanningsverdeling in de wandligger met de bijdrage van lijfwapening	45
Figuur 4-2: Uitgebreed Computer Model	46
Figuur 4-3: (a) Parametrisch staafwerkmodel fijnheid en x-coordinaat onbekend	46
Figuur 4-4: Grafiek Vergelijking Experimentele resultaten met Berekende resultaten	47
Figuur 4-5: Gegeneerd staafwerkmodel bij 1kN, 100kN, 200kN en bij de bezwijklast	47
Figuur 5-1:(a) Ligger met $a/d < 2,0$, (b) Ligger met $a/d > 2,0$	49
Figuur 5-2: Proefopstelling Leonhardt en Walther [5]	50
Figuur 5-3: Bezwijktoestand van de proefstukken,	51
Figuur 5-4: Grafische weergave van experimentele resultaten	51
Figuur 5-5: Intern evenwicht in de diagonaalscheur	51

Figuur 5-6: Het staafwerkmodel	52
Figuur 5-7: Grafische weergave van experimentele resultaten vergeleken met de staafwerkanalyses	53
Figuur 5-8: (a)Werkelijke draagkracht van de drukdiagonalen in vergelijking met de ondergrens $0,6 f_{cd}$	54
Figuur 5-9: Constitutieve relatie gescheurd beton	55
Figuur 5-10:Grafische weergave van experimentele resultaten vergeleken met de staafwerkanalyses	55
Figuur 5-11: Verschil tussen experimentele resultaten en generatief verfijnd model (M3/VF)	56
Figuur 5-12: (a) Betonbijdrage tot scheuren; (b) Betonbijdrage na scheuren	56
Figuur 5-13: De invloed van extra bijdrage van beton op trek	57
Figuur 5-14: Gegeneerde staafwerkmodellen voor Act3	57
Figuur 5-15:(a) Initieel staafwerkmodel; (b) Gegeneerd model AI-STM; (c) Spanningsverdeling Navier	58
Figuur A-1: Proefstukken WT2(a) en WT3(b)	63
Figuur A-2: Staafwerkmodel en Geometrie knopen	64
Figuur C-1: Staafelement	79
Figuur C-2: Knoopevenwicht	80
Figuur C-3: Stelsel van vergelijkingen → Gemodificeerde stelsel van vergelijkingen	81
Figuur C-4: Matrixvergelijking $K_{mod} f_{mod}$ → Matrixvergelijking in echelonvorm	81
Figuur C-5: Flowchart Raamwerkprogramma	82
Figuur C-6: (a) Spanningstrajectoriën; (b) Staafwerkmodel met dummy-elementen;	84
Figuur D-1: Correcte topologie (a) bezit minder energie dan de slechte topologie	96

Tabellen

Tabel 1-1: Waarde van k_i voor bepaling van de betondruksterkte van de knoepgebieden	23
Tabel 1-2: Materiaaleigenschappen Proefstuk	24
Tabel 1-3: Bezwijklast per STM-element, resultaat van STM berekening volgens de Eurocode	26
Tabel 2-1: Parameters Staafwerkmodel	30
Tabel 5-1: Materiaaleigenschappen	52
Tabel 5-2: De reductiefactoren voor het bepalen van de betondruksterkte van de staafwerkmodel-elementen	52
Tabel 5-3: Experimentele resultaten vergeleken met de staafwerkanalyses	53
Tabel 5-4: Reductiefactor Drukdiagonaal MCFT	55
Tabel A-1:Resultaten van Leonhardt en Walther[16]	63
Tabel A-2: Materiaaleigenschappen Proefstukken	64
Tabel A-3: Materiaaleigenschappen toegepast in de berekening	64
Tabel A-4:Bezwijklast van staafwerkmodel elementen	66
Tabel A-5: Invoer Parametrische Modellen	67
Tabel A-6	68

Samenvatting

Door geometrische veranderingen of geconcentreerde krachtsinleidingen in een betonconstructie ontstaat een lokale verstoring van het inwendige spanningsveld. De liggertheorie beschrijft het spanningsveld in deze verstoorde gebieden (D-gebieden) niet correct. Met de staafwerkmethode kan de krachtswerking in een verstoord gebied worden beschreven.

De staafwerkmethode is een ondergrensbenadering van de plasticiteitstheorie[1], waarmee met behulp van een intern vakwerk de krachtsverdeling in een betonconstructie wordt nagebootst. De onderzoekers Marti[2] en Schlaich[3] presenteerde de methode om de verstoorde gebieden in betonconstructies te kunnen detailleren.

De berekening van een wandligger met de staafwerkmethode resulteert in een ruime ondergrens benadering in vergelijking met experimentele resultaten. De berekende bezwijklast betreft 31% van de experimentele bezwijklast. Er zijn drie verklaringen voor deze ondergrensbenadering geformuleerd. Ten eerste, een staafwerkmodel is gebaseerd op de ongescheurde spanningsverdeling, terwijl de wandligger waarschijnlijk capaciteit heeft om de krachten te herverdelen na scheurvorming. Ten tweede, met de staafwerkmethode wordt geen rekening gehouden met beton op trek, dit zou wel degelijk een bijdrage kunnen hebben. Tot slot, een staafwerkmodel is een versimpeld systeem van de krachtswerking, niet al het materiaal werkt mee in dit systeem. De wandligger bezit nog een percentage lijfwapening die niet in de berekening wordt beschouwd. Om de bezwijklast beter in te schatten met de staafwerkmethode is het noodzakelijk om een geavanceerde methode te ontwikkelen.

De staafwerkmethode is verwerkt in een computermodel dat dat is onderverdeeld in twee elementen. Ten eerste een parametrisch model om het gebruik van de staafwerkmethode toegankelijk te maken. Ten tweede een rekenmodel waarmee de berekeningen worden uitgevoerd volgens de staafwerkmethode.

Het parametrisch model legt de relatie tussen de invoer (de parameters) en de uitvoer (het grafische ontwerp) met behulp van een computeralgoritme. Onderdeel van het computeralgoritme kan een constructieberekening zijn. Met parametrische modellen kan een constructief ontwerper een belangrijke rol van betekenis spelen in een vroege fase van een ontwerpproces. Hij is in staat om snel alternatieven te genereren, waarmee rationele ontwerpkeuzes gemaakt kunnen worden. Een bijkomend voordeel is dat met behulp van de grafische uitvoer er direct gecommuniceerd kan worden met andere partijen.

Als eerst is een parametrisch model ontwikkeld om berekeningen met de staafwerkmethode mogelijk te maken op basis van de normen. Met dit model kan een gedrongen constructie met twee puntlasten en twee steunpunten berekend worden. In het verleden is er breed fundamenteel onderzoek gedaan naar gedrongen liggers [4][5][6][7]. Dit biedt de mogelijkheid om de werking van het model te valideren en de resultaten te verifiëren. Het model kan op gecontroleerde wijze worden uitgebreid, door telkens grondig de resultaten te vergelijken.

Hierna is het parametrisch model uitgebreid om de herverdelingscapaciteit van wandliggers in beschouwing te nemen. Met behulp van minimum vormveranderingsarbeid wordt het staafwerkmodel gekozen. De stijfheid van staven is met deze methode belangrijk. De lineair elastische stijfheid van beton is voor de drukstaven aangenomen. Voor de trekstaaf is de mate van scheurvorming belangrijk.

Met het concept van gesmeerde scheuren is de constitutieve relatie van de trekstaaf afgeleid. De invloed van scheuren is bepaald met het trekstaafmodel van Bruggeling[8] wat is opgelost met de differentiemethode. De resultaten van het staafwerkmodel rekening houdend met de herverdelingscapaciteit is nog steeds een ondergrensbenadering van 73% ten opzichte van de experimentele resultaten.

De laatste uitbreiding van het parametrische staafwerkmodel is de bijdrage van wapening in het lijf van een wandligger. Met behulp van een verfijnd staafwerkmodel is de lijfwapening gemodelleerd. Ook in dit model is de herverdelingscapaciteit meegenomen. De berekende bezwijklast met dit model benadert de experimentele bezwijklast nog steeds vanuit de ondergrens (93%).

Naar aanleiding van de ondergrensbenadering met het verfijnde model is een studie uitgevoerd naar de invloed van de betonbijdrage van de trekstaven. De betonbijdrage blijkt een significante invloed te hebben op de krachtswerking van het model. Een vervolg onderzoek naar de bijdrage van beton in trekstaven wordt geadviseerd om de constitutieve relatie van de trekstaven beter in te schatten.

De methode volgens NEN-EN-1992 blijkt een ondergrenswaarde te geven voor gedrongen liggers. Volgens verschillende onderzoeken[7][9] blijkt de constructie-slantheid invloed te hebben op de capaciteit van de drukdiagonaal. Deze parameter wordt niet beschouwd bij de bepaling volgens NEN-EN-1992. Verder onderzoek naar de sterkte van de drukdiagonaal wordt geadviseerd om het bezwijkgedrag beter te begrijpen.

Met dit afstudeeronderzoek zijn geavanceerde analyses met een staafwerkmodel voor een wandligger succesvol uitgevoerd. Het verfijnde staafwerkmodel bootst de krachtswerking in de wandligger voor verschillende belastingsituaties in vergelijking met de experimentele resultaten goed na.

Abstract

Due to changes in the geometry and concentrated loads the local stress field is disturbed in reinforced concrete structures. The beam theory is not valid for this kind of disturbed regions (D-regions). The strut-and-tie method has been used as a tool to identify and describe the flow of forces in a D-region.

The strut-and-tie method is based on the lower-bound theory of plasticity[1]. The flow of forces will be designed by establishing a simplified truss model. The researchers Marti[2] and Schlaich[3] presented this method as a rational approach for the design of D-regions in reinforced concrete structures.

The result of a strut-and-tie analysis of a deep beam is inaccurate compared to the experimental results. The calculated failure load is just 31% of the measured failure load. This phenomena is argued with the following three statements. Firstly, the load redistribution capacity of deep beams is not captured in the strut-and-tie model. Secondly, the tensioning capacity of concrete does not contribute in the analysis. Finally, the strut-and-tie model is a simplified system of the internal force flow, which means not all material of the structure is taken into account. For example, the web reinforcement is not captured in the analysis. Due to a better approximation of the failure load there is a need to develop an advanced strut-and-tie method.

The strut-and-tie method is implemented in a computer based model, which consists of two parts. A parametric model to provide the accessibility of the strut-and-tie method. And an analysis model to perform the strut-and-tie calculations.

A parametric model describes the relation between the input (parameters) and the output (graphic design model) with an algorithm. A structural analysis can be a part of the algorithm. The structural engineer may have a significant role into an early design phase with use of these parametric models. The structural engineer can use these models to make rational design decisions, because they can generate quickly some different alternatives. An additional benefit is the graphic output which can be used to communicate with.

Firstly, a parametric model is developed for code-based strut-and-tie analysis. This model is specific for simply supported deep beam analysis with two point loads. Due to the wide fundamental research[4][5][6][7] done for this kind of structures, it is possible to perform benchmark studies and verify the results of the model. Hence, this allows extending the model in a controlled manner.

Due to the capacity of redistribution of deep beams the parametric model is extended. The strut-and-tie model is determined with the use of minimum strain energy principles. The stiffness of the struts and ties are important for this method. The linear elastic stiffness of concrete is assumed for the struts. The constitutive relation for the ties is determined with the smeared crack concept. The crack influence is derived from the tension bar model from Bruggeling[8] and is solved with the finite difference method. The extended parametric the strut-and-tie model results in a failure load that is 73% of the experimental failure load.

Finally, the parametric model is extended due to the capacity of web reinforcement. The web reinforcement is implemented into a refined strut-and-tie model. The model does also takes into

account the redistribution of flow forces. The failure load, of the deep beam, is determined with the refined strut-and-tie model and is 93% of the experimental failure load.

A study to the influence of the tensional concrete contribution is done, due to the lower bound approximation of the refined model. The concrete contribution seems to have a significant influence on the force flow of the strut-and-tie model. Further research should be performed to get a better estimation of tie constitutive relation of the tie.

The determination of the diagonal strut strength needs more attention. The NEN-EN-1992 method is a lower approximation of the diagonal strut strength for deep beams. The diagonal strut strength depends on the slenderness ratio of structures according to different studies [7][9]. This parameter is not considered in the determination according to NEN-EN-1992. Further research to the diagonal strut is recommended to understand the failure behavior.

Advanced strut-and-tie analyses for deep beams are successfully carried out in this graduation research. The refined strut-and-tie model gives a good approximation of the structural behavior of deep beams in different load steps.

Symbolen

Griekse en Latijnse symbolen

δ	Slib	[mm]
Δx	Stapgrootte FDM	[mm]
ε	Rek	[-]
ε_c	Rek beton	[-]
ε_{cr}	Kritieke scheurrek beton	[-]
ε_m	Gemiddelde rek in staaf	[-]
ε_s	Rek staal	[-]
ε_{su}	Breukrek staal	[-]
ε_{sy}	Vloeirek staal	[-]
θ	Hoek tussen twee staven	[$^\circ$]
ν'	Reductiefactor EC	[-]
σ	Spanning	[N/mm ²]
σ_c	Betonspanning	[N/mm ²]
σ_{cm}	Gemiddelde betonspanning	[N/mm ²]
σ_{cr}	Kritieke scheurspanning beton	[N/mm ²]
$\sigma_{RD,max}$	Rekenwaarde van de betondruksterkte in een STM-element	[N/mm ²]
σ_s	Staalspanning	[N/mm ²]
σ_{sm}	Gemiddelde staalspanning	[N/mm ²]
τ	Afschuiving	[N/mm ²]
τ_{cs}	Afschuifspanning tussen beton en wapening	[N/mm ²]
ϕ_{red}	Reductiefactor STM-elementen	[-]

Romeinse symbolen

a	Oplegbreedte	[mm]
a	Dwarskrachtoverspanning	[mm]
A	Oppervlakte	[mm ²]
A_c	Oppervlakte beton	[mm ²]
A_{ct}	Effectieve oppervlakte beton op trek	[mm ²]
A_s	Wapeningsoppervlak	[mm ²]
b	Breedte constructie	[mm ²]
d	Effectieve hoogte	[mm]
E_c	Elasticiteitsmodulus Beton	[N/mm ²]
E_s	Elasticiteitsmodulus staal	[N/mm ²]
f_{cd}	Rekenwaarde van de betondruksterkte	[N/mm ²]
f_{ck}	Karakteristieke cilinderdruksterkte van beton	[N/mm ²]
f_{ctm}	Gemiddelde betontreksterkte	[N/mm ²]

$f_{ct,0}$	Betontreksterkte	[N/mm ²]
f_{su}	Breukspanning staal	[N/mm ²]
f_{sy}	Vloeispanning staal	[N/mm ²]
F	Externe Kracht	[N]
F_u	Bezwijklast	[N]
h	hoogte	[mm]
k_i	Reductiefactor afhankelijk van type knoop	[-]
l	Staaflengte	[mm]
l_{bd}	Verankeringslengte	[mm]
l_{cr1}	Scheurafstand eerste generatie scheurpatroon	[mm]
l_{cr2}	Scheurafstand tweede generatie scheurpatroon	[mm]
l_{st}	Overdrachtslengte	[mm]
n	Stapnummer	[-]
N	Normaalkracht in staaf	[N]
N_t	Normaalkracht in Trekstaaf	[N]
P	Totale belasting op een constructie	[N]
q	Gelijkmatig verdeelde belasting	[N/mm]
u	Verplaatsing	[mm]
U	Arbeid	[-]
V	Volume	[mm ³]
w	Scheurwijdte	[mm]
w_{cr}	Kritieke scheurwijdte	[mm]
w_i	Breedte knoopvlak	[mm]
z	Inwendige Hefboomsarm	[mm]

Afkortingen en overige

STM	Staaftermethode (Strut and Tie Method)	
FDM	Eindige differentiemethode (Finite Difference Method)	
FEM	Eindige elementen methode (Finite Elements Method)	
LE	Lineair Elastisch	
NL	Niet Lineair	
a/d	Ratio waarmee de liggerslankheid wordt aangeduid	
MCFT	Modified Compression Field Theory	
EC	Eurocode	
D-gebied	Disturbed-gebied (verstoorde zone van een betonconstructie)	
B-gebied	Bernoulli-gebied (overige zone, liggertheorie kan worden toegepast)	
\emptyset	Diameter wapeningsstaaf	[mm]
$[K]$	Stijfheidsmatrix	[-]
$[K_{mod}]$	Gemodificeerde stijfheidsmatrix	[-]
$\{F\}$	Krachtvector	[-]
$\{F_{mod}\}$	Gemodificeerde krachtvector	[-]
$\{u\}$	Verplaatsingsvector	[-]

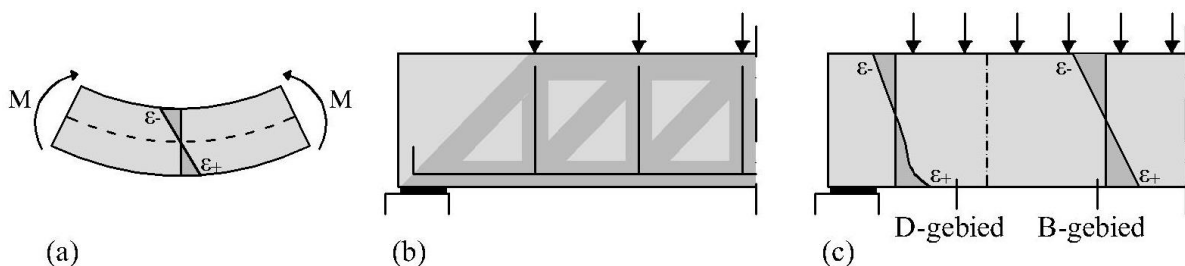
1 Inleiding

1.1 De Staafwerkmethode

Historie

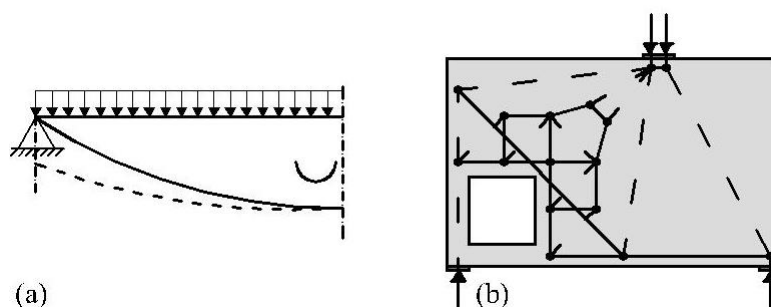
De krachtswerking in slanke constructiedelen, zoals liggers en platen, wordt beschreven met de Euler-Bernoulli balktheorie[10]. Deze theorie gaat uit van de hypothese dat vlakke doorsnedes vlak blijven, waarmee dus een lineair-rekverdeling in een doorsnede kan worden aangenomen, zoals is afgebeeld in Figuur 1-1a. Sinds de tweede helft van de 19^e eeuw wordt deze theorie toegepast bij bijvoorbeeld de ontwikkeling van de Eiffeltoren.

Daarnaast maken ingenieurs sinds het begin van de twintigste eeuw gebruik van vakwerkmodellen voor het bepalen van de krachtswerking in een betonconstructie volgens het principe van Ritter en Morsch [11] [12]. Het vakwerkmodel, zoals afgebeeld in Figuur 1-1b, bestaat uit drukstaven en trekstaven in de bovenrand en de onderrand om momentenevenwicht te maken. De drukdiagonalen en verticale trekstaven verzorgen de dwarskrachtoverdracht in de balk.



Figuur 1-1: (a) Euler-Bernoulli balktheorie; (b) Ritter-Morsch vakwerkanalogie[11][12]; (c) D- en B-gebied

In de huidige praktijk wordt er bij het ontwerpen van betonconstructies gebruik gemaakt van de balktheorie voor het bepalen van de momentcapaciteit en de vakwerkanalogie wordt toegepast voor het bepalen van de benodigde beugelwapening. Bij geometrische veranderingen of geconcentreerde krachtsinleidingen in een betonconstructie moet extra aandacht aan het ontwerp worden geschonken. Het inwendig spanningsveld is hier lokaal verstoord, waardoor met de balktheorie de krachtswerking niet correct wordt beschreven, afgebeeld in figuur Figuur 1-1c. Het gebied waar een lokale verstoring optreedt, wordt een D-gebied genoemd (D van disturbed). Het overige gebied in een betonconstructie wordt een B-gebied genoemd (B van Bernoulli of balk). Bij het ontwerp van een D-gebied kan gebruik gemaakt worden van bijvoorbeeld algemene detailleringsregels, verschuiving van de momentenlijn bij de oplegging (Figuur 1-2a) of de toepassing van de staafwerkmethode Figuur 1-2b.



Figuur 1-2: (a) Verschuiving van de M-lijn; (b) Staafwerkmethode

Dit afstudeeronderzoek richt zich op de staafwerkmethode voor het bepalen van de krachtswerking in D-gebieden.

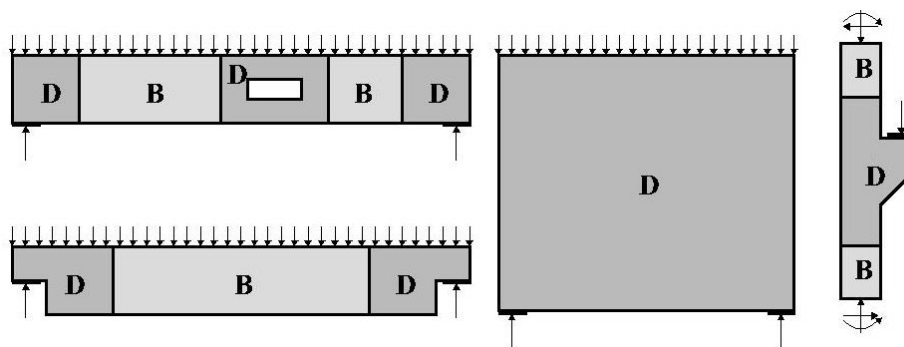
De Ontwerpprocedure

De staafwerkmethode is een ondergrensbenadering van de plasticiteitstheorie[1], waarmee met behulp van een intern vakwerk de krachtsverdeling in een betonconstructie wordt nagebootst. Om verstoorde gebieden in betonconstructies te kunnen ontwerpen is de staafwerkmethode in eind jaren tachtig gepresenteerd door Marti [2] en Schlaich et al. [3]. In artikel [3], geschreven door Professor Schlaich van de universiteit van Stuttgart en zijn collega's, wordt de ontwerpprocedure voor de staafwerkmethode gepresenteerd en kan in volgend stappenplan worden samengevat.

1. Deel constructie op in B- en D-gebieden
2. Evenwichtssysteem bepalen
3. Modelleer het STM-model
4. Bereken krachten in staven en knopen
5. Controleer de staven en knopen op bezwijken

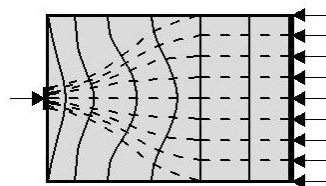
1. Opdelen B- en D-gebieden

Voor een constructieve analyse wordt gedaan moet een betonconstructie worden opgedeeld in B- en D-gebieden. Praktijkvoorbeelden van verstoorde gebieden zijn afgebeeld in Figuur 1-3; sparring, geconcentreerde krachtsinleidingen, tandoplegging, gedrongen ligger en nok.



Figuur 1-3: B- en D-gebieden [13]

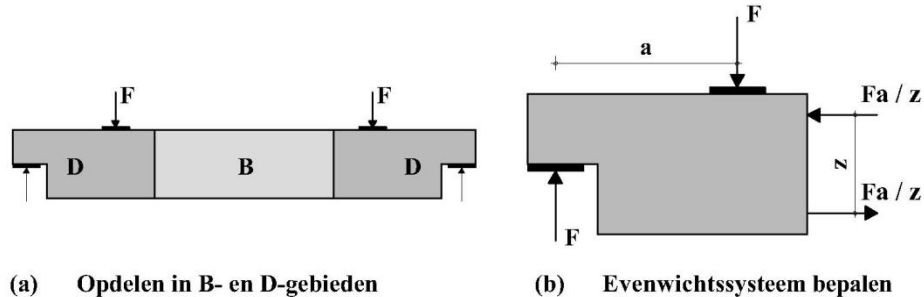
De lengte van het D-gebied wordt bepaald volgens het principe van St. Venant [10]. Het principe van St. Venant stelt dat de plaatselijke effecten, veroorzaakt door een belasting werkend op een lichaam, minder zullen worden of zullen verdwijnen in gebieden die op voldoende afstand liggen van het gebied waar de kracht aangrijpt. Deze afstand wordt ook wel storingslengte genoemd, Figuur 1-4. De storingslengte is ongeveer gelijk aan de breedte waarover de krachten maximaal moeten worden verspreid. Daarom kan worden aangenomen dat de lengte van een D-gebied gelijk is aan de hoogte van een constructieonderdeel. Bij overlapping van twee D-gebieden is de maximale storingslengte gelijk aan twee keer de hoogte van een constructieonderdeel.



Figuur 1-4: Plaatselijke effecten volgens St. Venant

2. Evenwichtssysteem bepalen van het D-gebied

In deze stap wordt het D-gebied geïsoleerd. De krachten werkend op het D-gebied, bestaande uit reactiekrachten, krachtsinleidingen of krachten uit het B-gebied, moeten een evenwichtssysteem vormen. Figuur 1-5 illustreert een voorbeeld waar het evenwichtssysteem voor een tandoplegging correct is afgeleid.



Figuur 1-5: Evenwichtssysteem bepalen

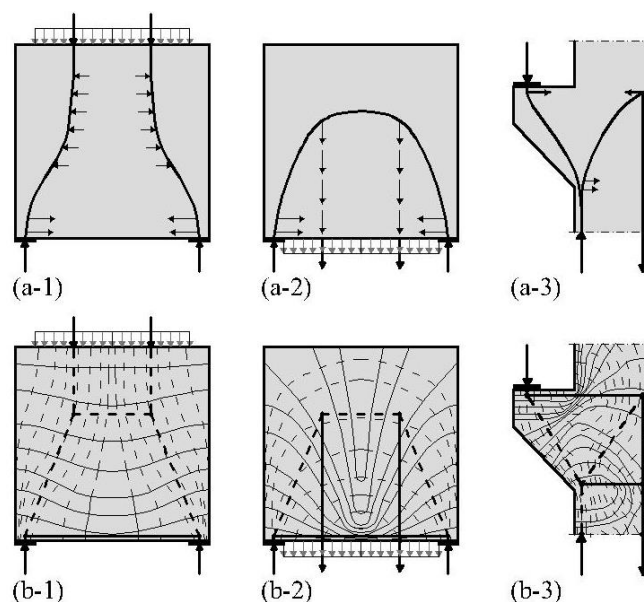
3. Staafwerkmodel ontwerpen

Vervolgens moet het correcte staafwerkmodel worden gekozen. Het staafwerkmodel vertegenwoordigt, met behulp van een discreet systeem van staven en knopen, het spanningsverloop in het D-gebied. Om onacceptabele scheurvorming te voorkomen moet het model gebaseerd zijn op de ongescheurde spannings situatie.

Standaard staafwerkmodellen uit de literatuur kunnen als voorbeeld worden gebruikt.

Het staafwerkmodel kan ook worden herkend met behulp van de methode gebaseerd op belastingspaden. Aan de hand van een schets van de krachtwerking wordt het staafwerkmodel bepaald. Figuur 1-6a illustreert hier een voorbeeld van.

De spanningsverdeling bepaald met een lineair elastische eindige elementen analyse kan tevens als hulpmiddel fungeren bij het kiezen van het correcte staafwerkmodel. De plaats en richting van de drukstaven behoren dan overeen te stemmen met de richting van de drukspanningstrajectoriën. Figuur 1-6b illustreert voorbeelden hiervan.



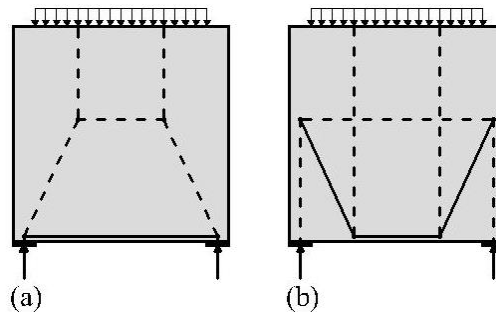
Figuur 1-6: Ontwerpen van staafwerkmodellen met behulp van belastingspaden (a) en LE spanningsverdeling (b) [3][14]

Wanneer verschillende staafwerkmodellen mogelijk zijn kan het correcte model worden bepaald met behulp van een arbeidstheorema uit de mechanica. Uit het principe van de minimumvormveranderingsarbeid volgt namelijk de krachtsverdeling die gepaard gaat met de minste totale vormveranderingsarbeid.

$$\sum N_i l_i \varepsilon_{mi} = \text{Minimum}$$

Waarin: N_i is de staafkracht (1.1)
 l_i is de staaf lengte
 ε_{mi} is de gemiddelde staafrek

Aangezien de trekstaven van wapeningstaal sterker vervormen dan de drukstaven van beton zal over het algemeen het staafwerkmodel met de kortste en minste trekstaven het beste zijn. Figuur 1-7 illustreert een voorbeeld waarbij het correcte staafwerkmodel wordt gevonden. (a) betreft het staafwerkmodel die de weg met de minste weerstand volgt. Het staafwerkmodel (b) volgt duidelijk een weg waarbij meer rekenergie in het systeem optreedt. Staafwerkmodel (a) is dus het correcte model.



Figuur 1-7: Correcte staafwerkmodel (a) bezit minder vervormingsarbeid dan het slechte staafwerkmodel (b)

4. Krachten in staven en knopen berekenen

De krachten in een staafwerkmodel kunnen bepaald worden met behulp van evenwichtsbeschouwingen voor een statisch bepaald systeem. Wanneer het systeem statisch onbepaald is moet er gebruik worden gemaakt van de elasticiteitsleer. De stijfheid van de staven wordt dan belangrijk.

5. Dimensioneren van het staafwerkmodel

Bij de laatste stap worden de staven en knopen gedimensioneerd en het D-gebied gewapend. De staaf- en knoop-spanning wordt in deze stap getoetst.

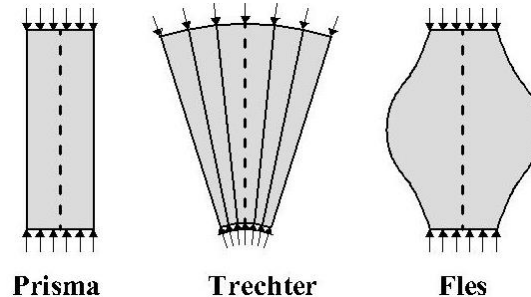
De betondruksterkte in drukstaven en knopen wordt in de literatuur verschillend bepaald. In een aparte literatuurstudie [15] zijn de verschillende methodes voor het bepalen van de betondruksterkte in staafwerkmodellen nader toegelicht. In dit rapport wordt de methode volgens NEN-EN 1992-1-1 [16] toegepast.

Drukstaaf (strut)

De drukstaven zijn de elementen in STM-modellen, uitgevoerd in beton, die de drukspanningen opnemen. Er zijn drie typen drukstaven te onderscheiden, zie Figuur 1-8. De meest elementaire vorm betreft de prismatische vorm. De Prismatische drukstaaf heeft een eenduidige doorsnede over de gehele lengte.

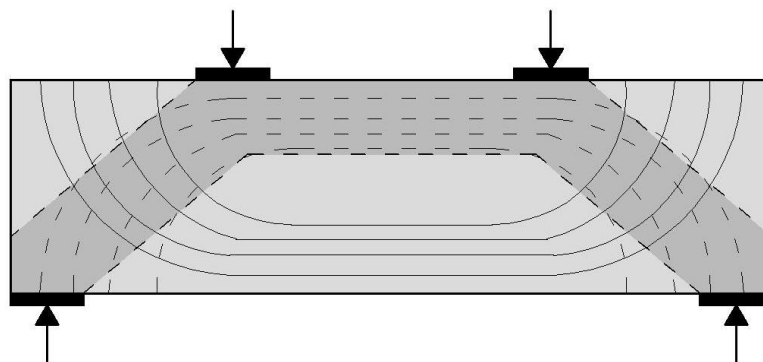
Het tweede type is de trechtersvorm (fan). De spanningen van de trechtersvormige drukstaaf lopen van een groot oppervlak naar een klein oppervlak toe. De trechtersvorm treedt op wanneer er een gelijkmatig verdeelde belasting moet worden overgedragen naar een puntvormige ondersteuning.

Tussen twee geconcentreerde belastingen van een constructief element kan een flesgevormde (bottle) drukstaaf ontstaan. Om evenwicht te behouden ontwikkelt zich er een trekkracht loodrecht op de drukstaaf. Een flesgevormde drukstaaf kan ook gemodelleerd worden als een verzameling van druk en trekstaven die het spanningsverloop nabootsen. Om de trekspanningen in de flesgevormde drukstaven op te nemen moet er wapening in dit gebied worden toegepast.



Figuur 1-8: Verschillende typen Drukstaven

De betondruksterkte van de drukstaven is afhankelijk van de spanningstoestand ter plaatse van de staafligging, zie Figuur 1-9. Als een drukstaaf zich bevindt in een bi-axiaal druk-trek spanningstoestand, bijvoorbeeld een drukdiagonaal, zal de druksterkte van het beton moeten worden gereduceerd. Voor het geval van een bi-axiaal druk-druk spanningstoestand of een axiaal drukspanningstoestand zal de druksterkte niet afnemen, bijvoorbeeld de betondrukzone.



Figuur 1-9: Ligging van drukstaven & spanningstrajectoriën

De rekenwaarde van de sterkte van een betonnen drukstaaf in een gebied met een drukspanning of geen spanning in dwarsrichting wordt bepaald met (EC2; art. 6.5.2(1)):

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd}$$

Waarin: $\sigma_{Rd,max}$ is de rekenwaarde van de sterkte van de drukstaaf (1.2)
 f_{cd} is de rekenwaarde van de druksterkte van beton

De rekenwaarde van de sterkte van betonnen drukstaven met trekspanning in de dwarsrichting wordt bepaald met (EC2; art. 6.5.2(2)):

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6v'f_{cd}$$
 (1.3)

De waarde v' wordt als volgt berekend:

$$v' = 1 - f_{ck}/250$$
 (1.4)

Waarin: f_{ck} is de karakteristieke cilinderdruksterkte van beton

Trekstaven

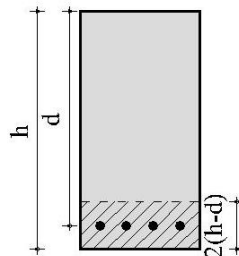
De trekstaven van een staafwerkmodel zijn representatief voor de trekspanningen in de constructie en behoren in plaats en richting samen te vallen met de overeenkomstige wapening [16]. Deze wapening is verantwoordelijk voor de trekkrachtcapaciteit van de trekstaven. De benodigde wapening voor de trekstaaf kan dus bepaald worden met:

$$N_t \leq A_s f_{sy}$$

Waarin: F_t is de optredende trekkracht in de trekstaaf
 A_s is het wapeningsoppervlak in de trekzone
 f_{sy} is de vloeispanning van staal

(1.5)

Het omhullende betonoppervlak van de wapening is tevens onderdeel van de trekstaaf. Het betonoppervlak is nodig voor het definiëren van de knoopgebieden. Het is afhankelijk van de ligging van de wapening. De effectieve hoogte van de (beton)trekstaaf is de afstand tussen het hart van de wapening tot de buitenrand van de balk vermenigvuldigd met twee [17], Figuur 1-10.

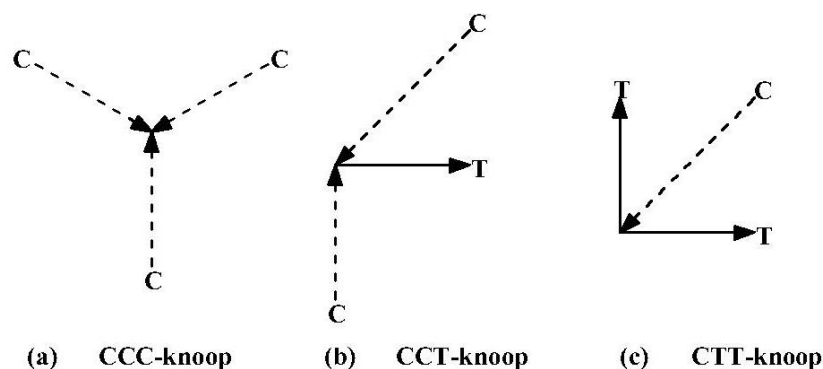


Figuur 1-10: Meewerkend beton t.p.v. trekstaven

Knopen & Knoopgebieden

De knopen in een staafwerkmodel vormen de snijpunten van de staven. Het knoopgebied is de geometrie van de knoop en is afhankelijk van de geometrie van de aansluitende staven. De knoopgebieden moeten worden gecontroleerd op de rekenwaarde van de drukspanning van de knoop en is afhankelijk van het type knoop.

De knoopclassificatie is afhankelijk van de aangrenzende staven. Een CCT-knoop is een knoop die twee drukstaven (C, compression) en één trekstaaf verbindt (T, tension). Hiermee kunnen 3-staafsknopen, zoals in Figuur 1-11 afgebeeld, worden geclassificeerd.



Figuur 1-11: Knooptypen

De rekenwaarde van de drukspanningen in de knopen wordt bepaald met (EC2; art. 6.5.4):

$$\sigma_{RD,max} = k_i v' f_{cd} \quad (1.6)$$

Waarin: $\sigma_{RD,max}$ is de rekenwaarde van de sterkte van de knoop
 k_i is de reductiefactor afhankelijk van het type knoop

De waarde v' wordt op dezelfde wijze berekend als bij de drukstaven. De waarde van k_i is afhankelijk van het type knoop en is toegelicht in Tabel 1-1.

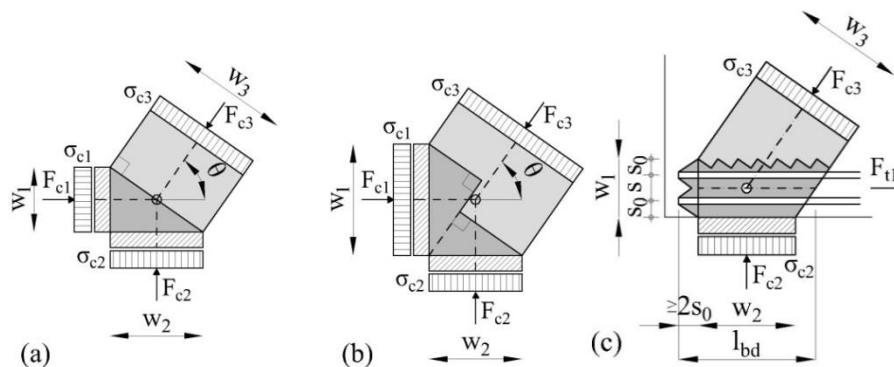
Tabel 1-1: Waarde van k_i voor bepaling van de betondruksterkte van de knoopgebieden

Waarde van k_i	
CCC-knoop	$k_i = k_1 = 1,0$
CCT-knoop	$k_i = k_2 = 0,85$
CTT-knoop	$k_i = k_3 = 0,75$

De geometrie van het knoopgebied wordt bepaald door de geometrie van de aangrenzende staven door te trekken, zie Figuur 1-12. Hierbij sluit een trekstaaf aan de achterkant van het knoopgebied aan, zodat deze ook als drukspanning op het knoopgebied werkt. Alle knoopvlakken behoren loodrecht op de aansluitende staven te liggen. De lengte van het diagonaalvlak kan dan bepaald worden met de volgende formule:

$$w_3 = w_1 \cos \theta + w_2 \sin \theta \quad (1.7)$$

In de literatuur wordt de term ‘hydrostatisch knooppunt’ gebruikt. Echter is de term hydrostatisch alleen correct als er sprake is van alzijdige drukspanningstoestand met gelijke spanningen. Bij betonconstructies komt dit echter niet vaak voor.

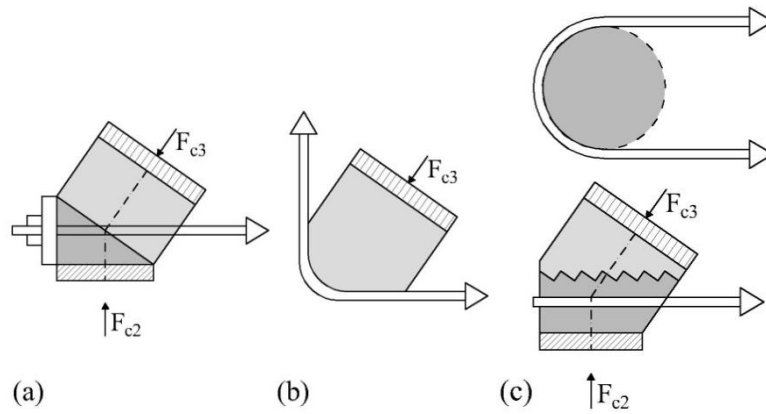


Figuur 1-12: Dimensioneren van knoopgebieden; (a) Hydrostatisch knoopgebied; (b)-(c) Verlengde knoopgebieden

De spanningen op de knoopvlakken kunnen nu worden bepaald en gecontroleerd met de maximale drukspanning in de knoop.

Verankering

De wapening behoort voldoende te zijn verankerd in de knopen. Dit kan worden gegarandeerd met behulp van voldoende verankeringslengte of een juiste detaillering van de staafeinden. De bepaling van de verankeringslengte in de knoop is afgebeeld in Figuur 1-12c. Hierin is l_{bd} de verankeringslengte van de CCT-knoop. Voorbeelden van detaillering waarbij de verankering van de trekstaven wordt gegarandeerd zijn het toepassen van een verankering middels ankerplaten Figuur 1-13a, het omleiden van de staafkrachten middels een gebogen staafgedeelte Figuur 1-13b of verankering van de trekkracht in twee wapeningsstaven via een lus of haarspeld Figuur 1-13c.



Figuur 1-13: Detaillering van staafenden; (a) Ankerplaat; (b) Gebogen staafgedeelte; (c) Lus

Minimale wapening

Om krimp scheuren tegen te gaan moet minimale wapeningsverhouding worden toegepast voor constructiedelen. Bijvoorbeeld wandliggers behoren volgens NEN-EN 1992-1-1 artikel 9.6 & 9.7 in de praktijk aan iedere zijde van een orthogonaal wapeningsnet te voorzien. De minimale wapening zorgt daarnaast voor enige ductiliteit van drukstaven en knopen in D-gebieden.

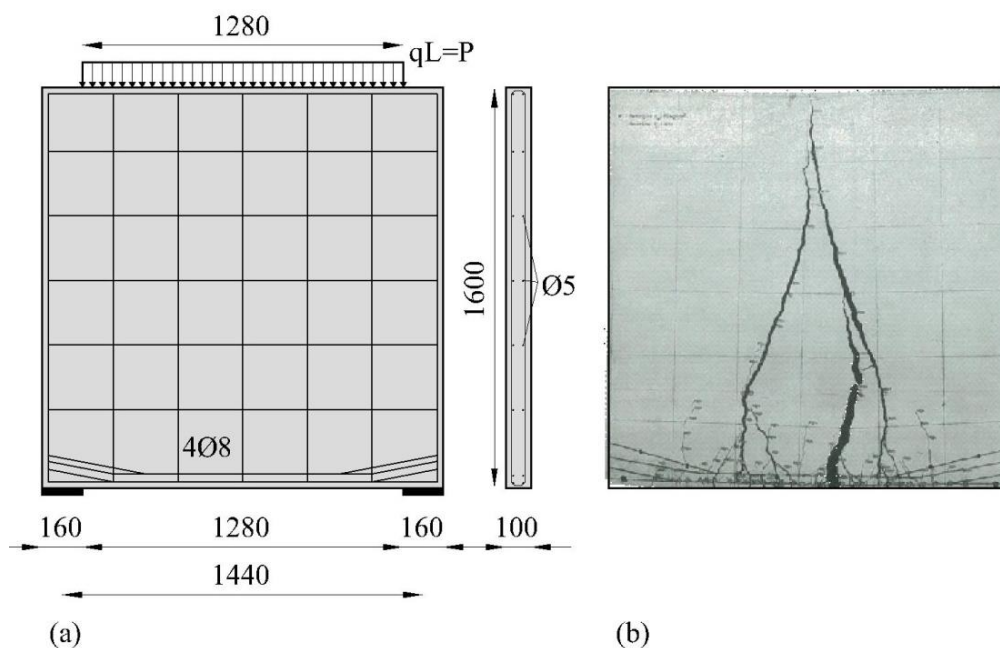
Rekenvoorbeeld Wandligger

Een rekenvoorbeeld met de staafwerkmethode voor een wandligger is hier toegelicht. De resultaten zijn vergeleken met de experimentele resultaten van een proefstuk getest door Leonhardt & Walther[6]. Voor de berekening is de regelgeving van NEN-EN 1992-1-1 aangehouden. De materiaaleigenschappen zijn weergegeven in Tabel 1-2. In bijlage A.1 is het experimentele onderzoek nader beschreven.

Tabel 1-2: Materiaaleigenschappen Proefstuk

Materiaaleigenschappen			
Beton Kubusdruksterkte	f_c	=	35,0 N/mm ²
Vloeispanning Staal	f_{sy}	=	430,0 N/mm ²

Het proefstuk bezwijkt door de breuk van de onderwapening bij een totale belasting van 1200 kN.



Figuur 1-14: (a) Proefopstelling Leonhardt & Walther; (b) Bezwijktoestand proefstuk

1. Herkennen van B- en D-gebieden

De wandligger is een volledig verstoord gebied.

2. Evenwichtssysteem bepalen

De gelijkmatig verdeelde belasting is met behulp van een geconcentreerde belasting met een belastingbreedte nagebootst, zoals is afgebeeld in Figuur 1-15a. De reactiekrachten bij de oplegging zorgen ervoor dat het systeem in evenwicht is.

3. Staafwerkmodel ontwerpen

De inwendige hefboomsarm voor een wandligger is bepaald volgens NEN-EN-1992-1-1 artikel:

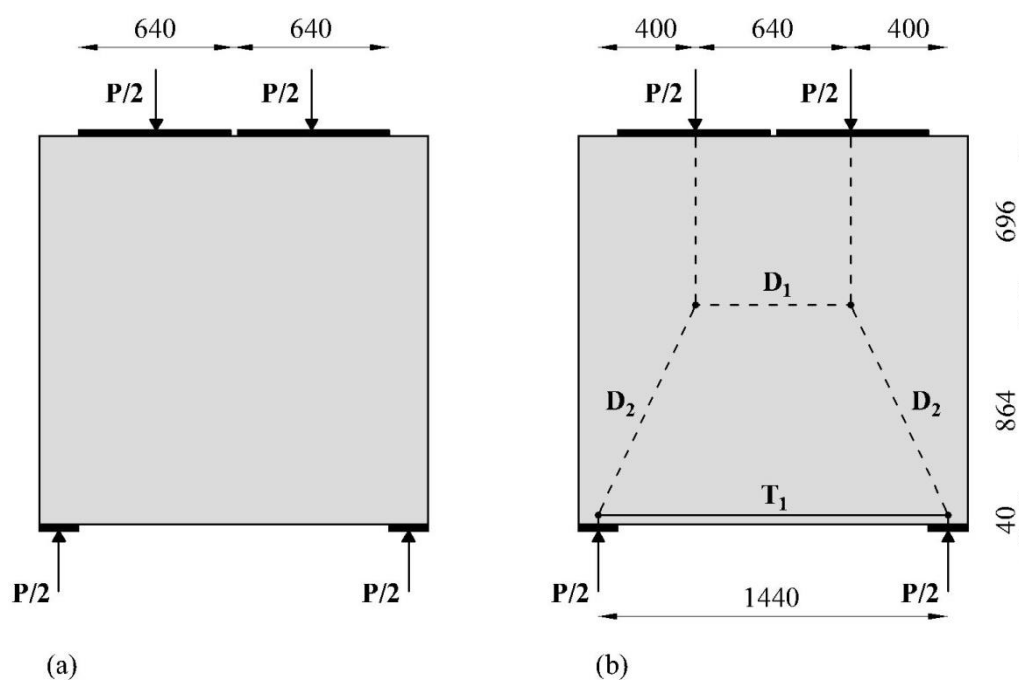
$$z = 0,2l + 0,4h \leq 0,6l$$

$$z = 0,2 * 1440 + 0,4 * 1600 \leq 0,6 * 1440$$

$$z = 864 \text{ mm} \tag{1.8}$$

Waarin: z is de inwendige hefboomsarm
 l is de overspanning
 h is de hoogte van het constructiedeel

Dit resulteert in een staafwerkmodel wat is afgebeeld in Figuur 1-15b.



Figuur 1-15: (a) Evenwichtssysteem van het D-gebied; (b) Staafwerkmodel

4. Krachten in de staven en knopen bepalen

Het staafwerkmodel is een statisch bepaald systeem en wordt daarom met behulp van evenwicht uitgerekend. De drukkracht in de diagonaal wordt met behulp van gelijkvormigheid van de krachtenvectoren en het staafwerkmodel bepaald.

$$T_1 = -D_1 = P/2 * 400/864 \quad (1.9)$$

$$T_1 = -D_1 = 0,23P$$

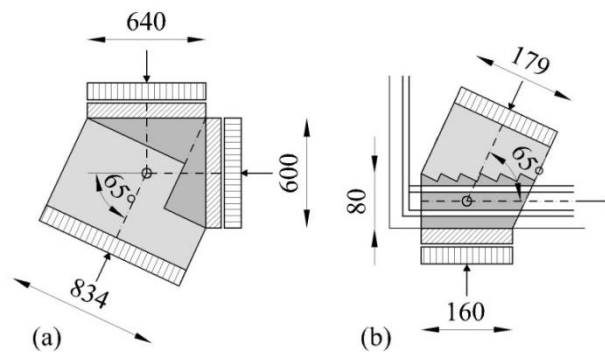
$$D_2 = P/2 * \sqrt{864^2 + 400^2}/864 \quad (1.10)$$

$$D_2 = 0,55P$$

5. Dimensioneren van het staafwerkmodel

De bezwijklast van de wand wordt bepaald door de capaciteit van de staven en knopen te berekenen. De staaf of knoop met de laagste bezwijklast is maatgevend voor de bezwijklast van het staafwerkmodel.

De drukstaaf D1 is gemodelleerd met een prismatische drukstaaf, staafbreedte wordt geschat op 600mm. De drukstaaf D2 betreft een trechtervormige drukstaaf, de staafafmetingen worden bepaald aan de hand van de knoopgebieden. De diagonaalvlakken van de knoopgebieden zijn bepaald met formule (1.7), dit resulteert in de knoopgebieden zoals is afgebeeld in Figuur 1-16.



Figuur 1-16: Geometrie knopen (a) Bij krachtsinleiding; (b) Bij oplegging

De uitwerking voor het bepalen van de bezwijklast is in bijlage A.2 terug te vinden. Tabel 1-3 geeft de resultaten hiervan weer. De trekstaaf is maatgevend voor de berekening met een bezwijklast van 375kN. Dit betreft 31% van de experimentele bezwijklast. Voor de sterkte van de trekstaaf wordt de vloeispanning van het staal gebruikt. Als er wordt gerekend met de breukspanning van het staal dan volgt een bezwijklast van 470kN, dit betreft 39% van de experimentele bezwijklast.

Tabel 1-3: Bezwijklast per STM-element, resultaat van STM berekening volgens de Eurocode

Bezwijklast STM elementen		
Drukzone	P_{D1}	= 9130 kN
Drukdiagonaal	P_{D2}	= 589 kN
Trekstaaf	P_{T1}	= 375 kN
Oplegknoop	P_{K1}	= 819 kN
Lastinleidingsknoop	P_{K2}	= 3612 kN

1.2 Probleemstelling

De bepaling van de bezwijklast van de wandligger met behulp van de staafwerkmethode blijkt een grote ondergrensbenadering te zijn van de experimentele bezwijklast. Het verschil in de bezwijklast is als volgt te verklaren:

- Het staafwerkmodel is gebaseerd op de lineair elastische spanningsverdeling. Er wordt geen rekening gehouden met de herverdelingscapaciteit van de constructie.
- De staafwerkmethode houdt geen rekening met beton op trek, dit zou wel degelijk een bijdrage kunnen hebben.
- Een staafwerkmodel betreft een zeer versimpeld systeem van de krachtswerking, waardoor niet al het materiaal in een constructie meewerkt. Bijvoorbeeld de lijfwapening in een wandligger.

Om de bezwijklast beter in te schatten met de staafwerkmethode is het noodzakelijk om een geavanceerde methode te ontwikkelen.

1.3 Doelstelling

De doelstelling van het afstudeeronderzoek is als volgt geformuleerd:

‘Het simuleren van de krachtswerking in verstoorde gebieden met behulp van staafwerkmodellen’

1.4 Methode

Een computermodel gebaseerd op de staafwerkmethode is ontwikkeld om het onderzoeksdoel te bereiken. Het computermodel bestaat uit twee elementen. Eén, een parametrisch model om het gebruik van de staafwerkmethode toegankelijk te maken. Twee, een rekenmodel waarmee de berekeningen worden uitgevoerd volgens de staafwerkmethode.

In hoofdstuk twee is het parametrisch staafwerkmodel toegelicht, hiermee kunnen berekeningen worden gemaakt op basis van de normen. Vervolgens is in hoofdstuk drie het staafwerkmodel uitgebreid om de herverdelingscapaciteit van wandliggers te bepalen. In hoofdstuk vier is de bijdrage van flankwapening toegevoegd met een verfijnd staafwerkmodel. In hoofdstuk vijf zijn een aantal aandachtspunten van het model nader toegelicht. Conclusies en aanbevelingen zijn in hoofdstuk zes opgenomen.

2 Parametrisch Staafwerkmodel

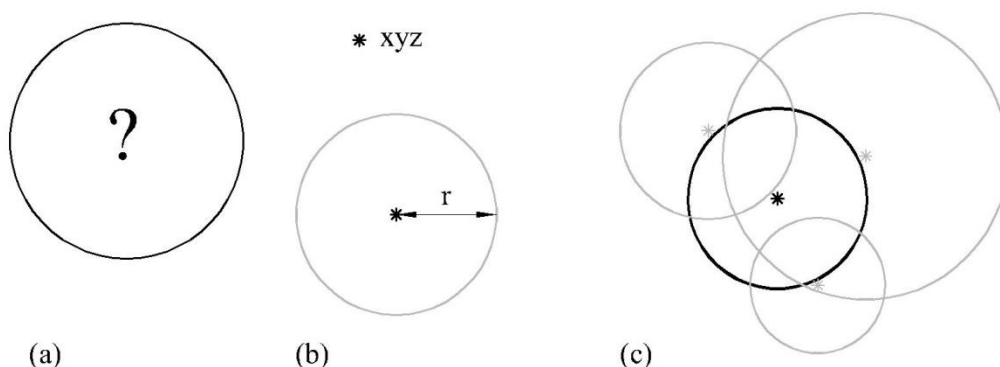
2.1 Parametrisch Ontwerpen

Vanaf de tweede helft van de twintigste eeuw kreeg de ontwikkeling van de computertechnologie een snelle vlucht. Vanaf 1965 tot 2011 onderging de capaciteit van computers een exponentiele groei volgens de wet van Moore[18].

Het is onvermijdelijk om de kracht van computers in te zetten in de bouwsector. Door de kracht, en daarmee de gepaarde snelheid, van computers te gebruiken in een vroege fase van een ontwerpproces kan de constructief ontwerper een belangrijke rol spelen voor een integraal ontwerp. Voorheen was het adviseren van een optimale constructie in een vroege fase niet altijd mogelijk door de complexiteit van constructieberekeningen. Met een parametrisch model is een constructief ontwerper in staat om snel alternatieven te genereren, waarmee rationele ontwerpkeuzes gemaakt kunnen worden. Een parametrisch model legt de relatie tussen de invoer (de parameters) en de uitvoer (het grafische ontwerp) met behulp van een computeralgoritme. Onderdeel van het computeralgoritme kan een constructieberekening zijn. Met behulp van de grafische uitvoer kan er direct gecommuniceerd worden met andere partijen in de vorm van een BIM-model.

Bij het ontwikkelen van een parametrisch model is het belangrijk dat men goed weet wat er met het model bereikt dient te worden. Vervolgens dienen de invloedparameters herkend te worden. Daarna wordt het algoritme ontwikkeld waarmee het vraagstuk en de parameters aan elkaar worden gekoppeld. Tot slot wordt algoritme gebruikt om het vraagstuk op te lossen.

Een simpel voorbeeld van een parametrisch model is die van een cirkel, toegelicht aan de hand van Figuur 2-1. Het vraagstuk betreft het ontwerp van een cirkel Figuur 2-1a. Om een cirkel te kunnen ontwerpen hebben we de grootte van de cirkel nodig en de locatie. De parameters die hieruit volgen zijn; de straal van de cirkel en de midden-coördinaat van de cirkel, Figuur 2-1b. Wanneer we deze gegevens hebben kan een algoritme worden ontwikkeld die deze parameters omschrijft naar bijvoorbeeld een grafisch model. Met behulp van het aansturen van de parameters kan het gewenste ontwerp van een cirkel worden gekozen Figuur 2-1c.



Figuur 2-1 Parametrisch Model Cirkel; (a) Vraagstuk; (b) Parameters; (c) Oplossing

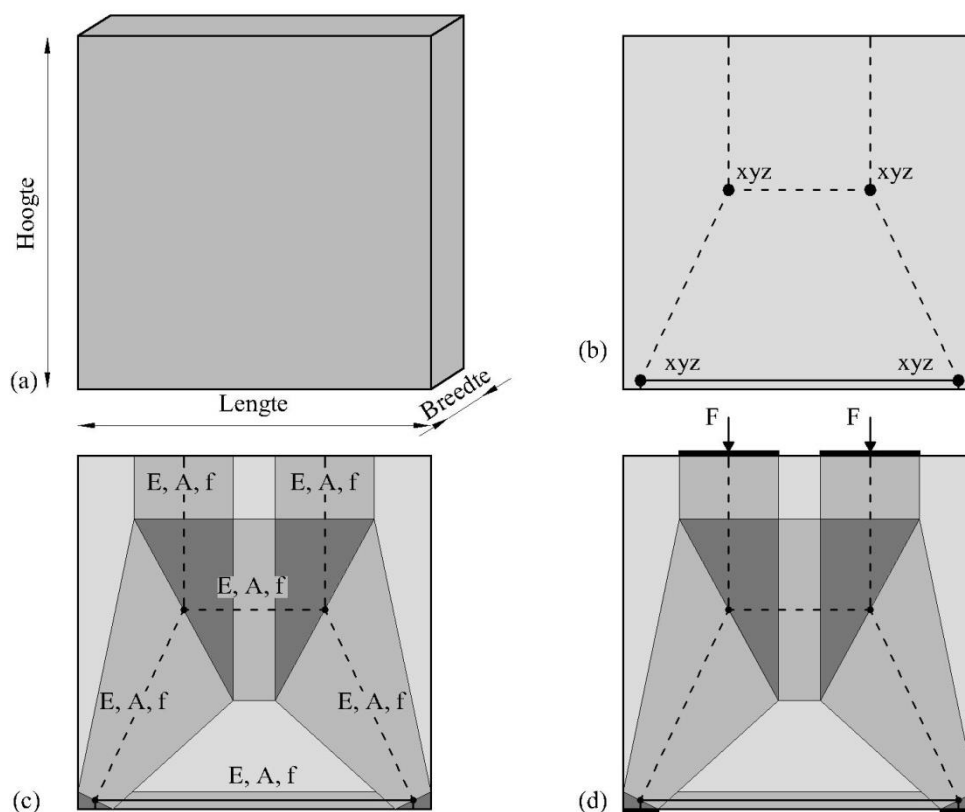
2.2 Parametriseren van een Staafwerkmodel

Met een parametrisch model wordt het gebruik van de staafwerkmethode toegankelijk gemaakt. Hierdoor is het mogelijk om de invloedparameters van het model nader te onderzoeken. Dit afstudeerproject richt zich op een gedrongen ligger met twee puntlasten en twee steunpunten. In het verleden is er breed fundamenteel onderzoek gedaan naar gedrongen liggers [4][5][6][7]. Dit biedt de mogelijkheid om de werking van het model te valideren en de resultaten te verifiëren. Het model kan hierdoor op gecontroleerde wijze worden uitgebreid, door telkens grondig de resultaten te vergelijken. Het principe kan in de toekomst worden toegepast voor andere constructievormen.

Het vraagstuk wat met een parametrisch model opgelost dient te worden is dus; de constructieve analyse van een gedrongen ligger met de staafwerkmethode. Het vraagstuk is oplosbaar wanneer de geometrie van de constructie, het staafwerkmodel, de capaciteit van de staven en knopen en de optredende belasting bekend zijn. Met Tabel 2-1 en Figuur 2-2 zijn de parameters afgeleid.

Tabel 2-1: Parameters Staafwerkmodel

	Parameters	Figuur
Geometrie Constructie	Hoogte Lengte Breedte	Figuur 2-2a
Staafwerkmodel	Topologie Locatie knooppunten	Figuur 2-2b
Capaciteit Staven	Geometrie Staaftype Materiaaleigenschappen	Figuur 2-2c
Optredende belasting	Hoogte belasting Lastbreedte	Figuur 2-2d



Figuur 2-2: Parameters Staafwerkmodel

2.3 Computermodel

De werking van het computermodel is samengevat in Figuur 2-3. Het bestaat uit een parametrisch model, een berekening en een grafische weergave.

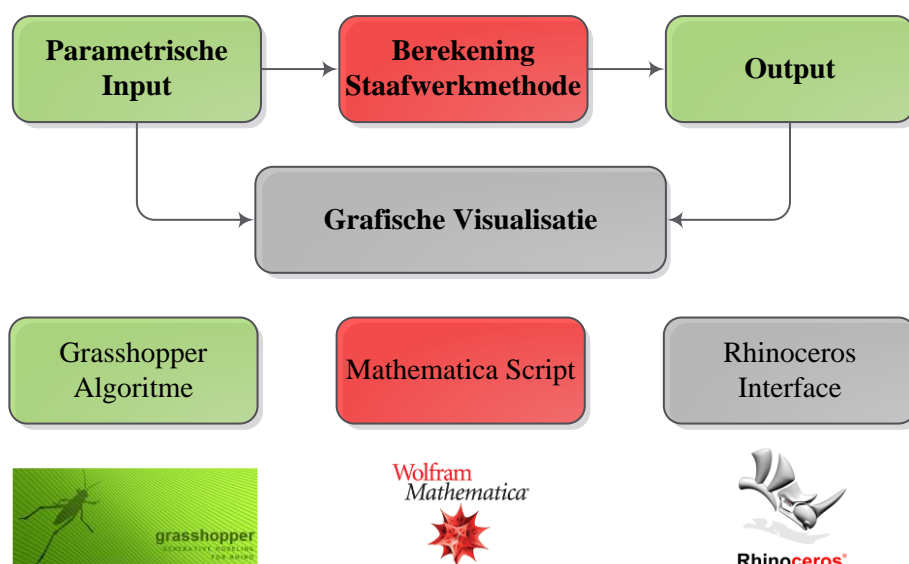
De kern van het parametrisch model, toegelicht in de vorige paragraaf, is geïmplementeerd in het CAD-programma Rhinoceros met behulp van de parametrische plug-in Grasshopper. Deze plug-in is in staat de relatie tussen numerieke parameters en de geometrie te visualiseren met behulp van een algoritme. Dit algoritme is opgebouwd door de parameters te koppelen aan voorgeprogrammeerde *components*, met de *components* kunnen wiskundige of geometrische operaties worden uitgevoerd. In Figuur 2-4a geeft de parametrische invoer van de staafafmetingen weer. Figuur 2-4b geeft een voorbeeld van een stukje Grasshopper-algoritme weer.

Het parametrische model genereert een inputfile voor de berekening met de staafwerkmethode. Daarnaast wordt direct een grafische weergave van het staafwerkmodel afgebeeld in de Rhinoceros omgeving, zie afbeelding Figuur 2-4c.

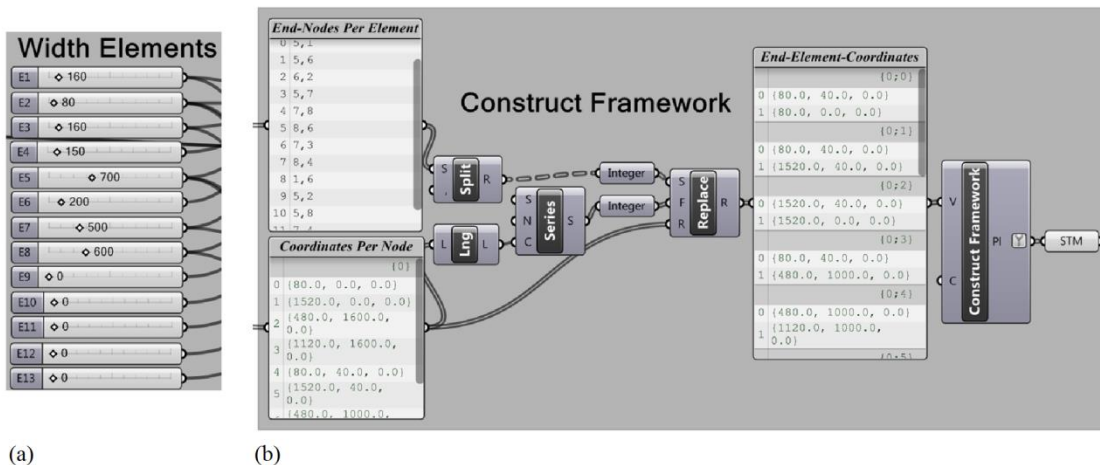
De berekening van het staafwerkmodel is geprogrammeerd in het mathematische programma Wolfram Mathematica. Het rekenhart van de berekening is een raamwerkprogramma, toegelicht in bijlage C. Met behulp van de plug-in Mantis kan het Mathematica script binnen Grasshopper opgestart worden. De koppeling tussen de inputfile en het Mathematica script met behulp van Mantis is in Figuur 2-4d weergegeven

De numerieke output van de berekening wordt vervolgens gevisualiseerd in Rhinoceros met behulp van het Grasshopper algoritme. Figuur 2-4e is een visualisatie van de optredende staafspanningen in het staafwerkmodel.

Een handleiding van het parametrische model is in bijlage B beschreven.

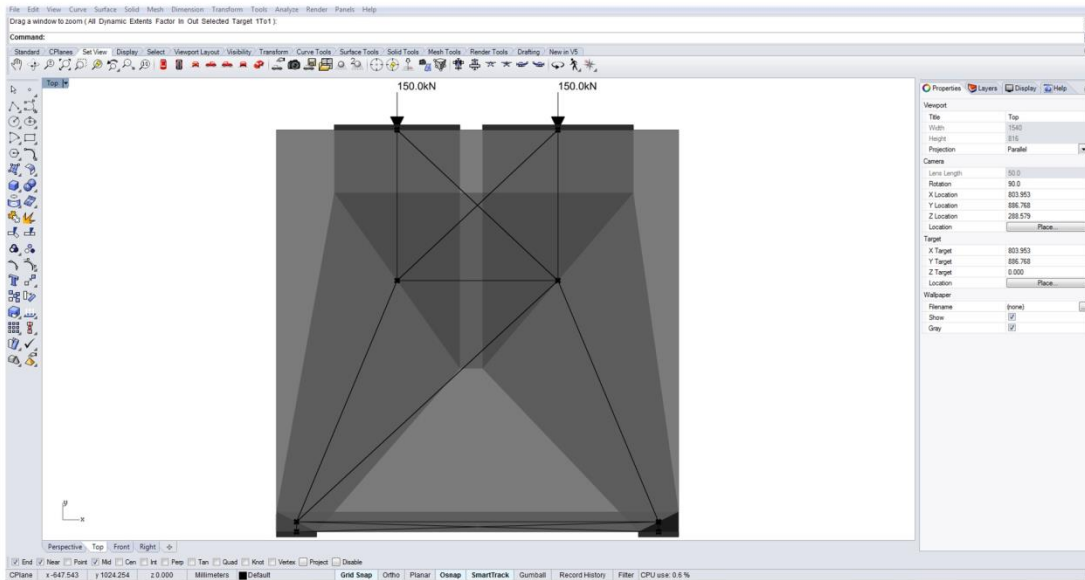


Figuur 2-3: Stroomschema Computer Model

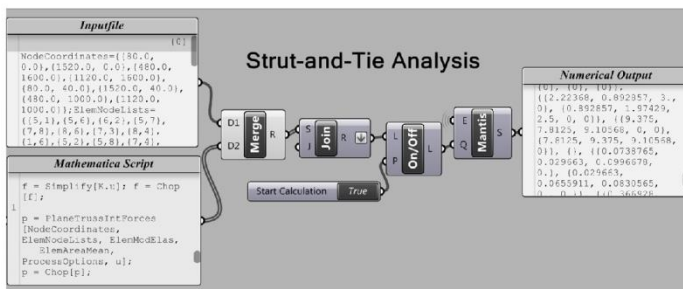


(a)

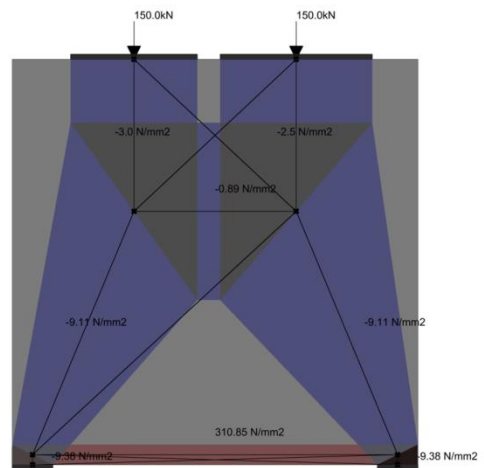
(b)



(c)



(d)



(e)

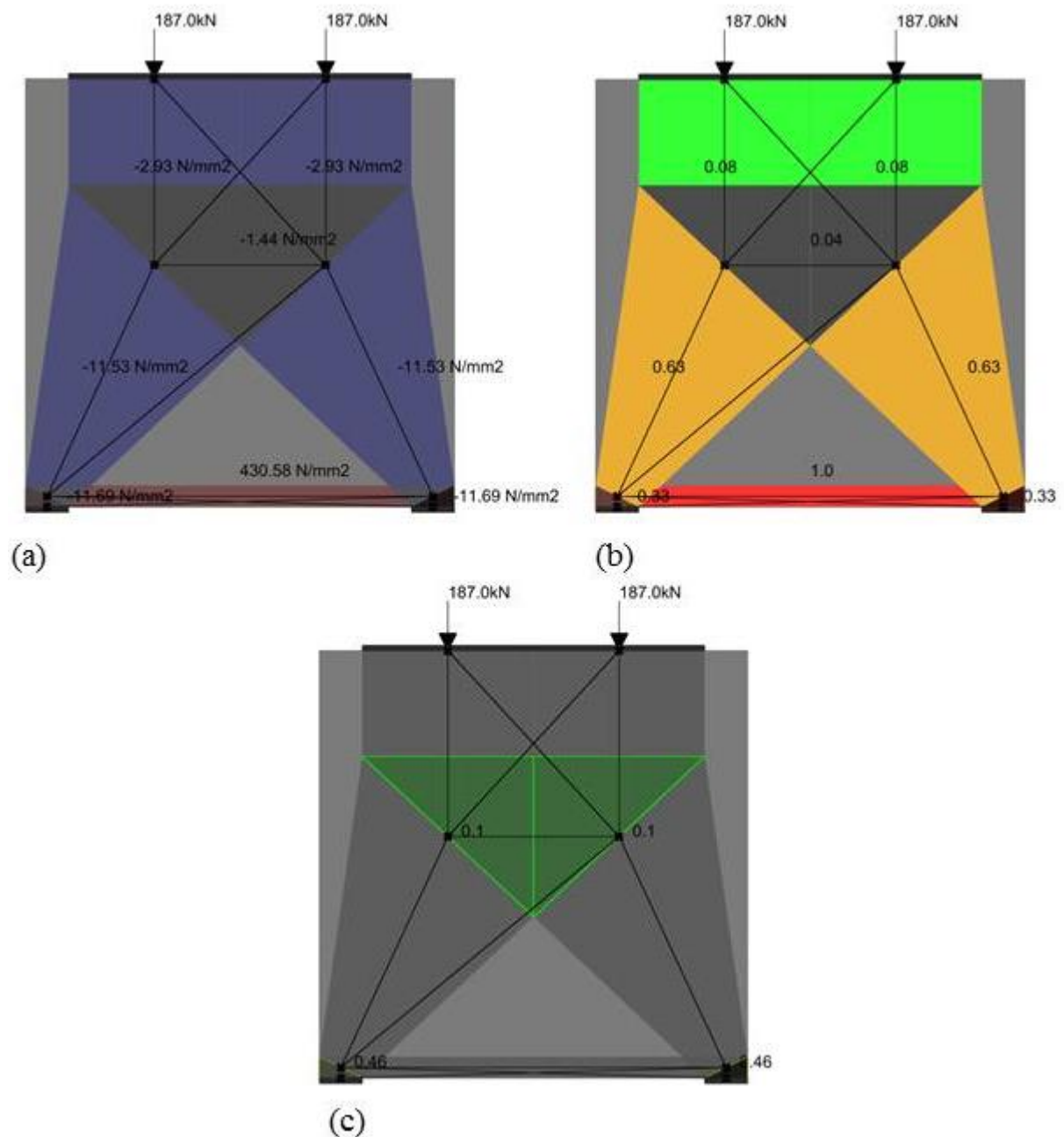
Figuur 2-4: Ontwikkeld Parametrisch Staafwerkmodel

2.4 Voorbeeld

De wandligger behandeld in de voorbeeldberekening van hoofdstuk 1 is tevens met het parametrisch model berekend. Hiermee is de werking van het model gevalideerd. De invoer komt overeen met de materiaaleigenschappen en het staafwerkmodel zoals in het eerste hoofdstuk is aangenomen. De ingevoerde materiaaleigenschappen zijn in bijlage A.3 terug te vinden.

Het staafwerkmodel in de bezwijktoestand is afgebeeld in Figuur 2-5. De wandligger bezwijkt door het vloeien van de wapening op een belasting van 374 kN, wat dus overeenkomt met de voorbeeldberekening van hoofdstuk 1.

De verificatie van de resultaten is in hoofdstuk 1 uitgevoerd.



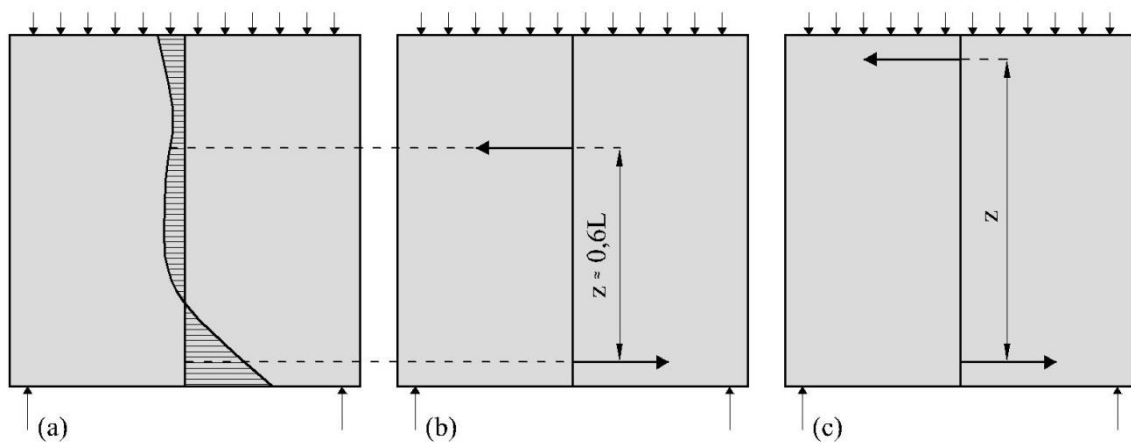
Figuur 2-5: Staafwerkmodel in de bezwijktoestand; (a) Staafspanningen; (b) Unity Check staven; (c) Unity Check knopen

3 Staafwerkmodel en Scheurvorming

3.1 Spanningsverdeling Wandliggers

Een staafwerkmodel wordt ontworpen op basis van de niet-gescheurde spanningsverdeling, zie Figuur 3-1a. Deze spanningsverdeling kan gevonden worden met de lineaire elasticiteitstheorie. De inwendige hefboomsarm voor wandliggers is ongeveer 0,6l, Figuur 3-1b.

Echter heeft een wandligger, afhankelijk van de hoeveelheid wapeningsverhouding, de mogelijkheid tot herverdelen van krachten na scheurvorming. Dit zorgt voor een gunstigere interne krachtafdracht, de inwendige hefboomsarm loopt op. Figuur 3-1c laat de spanningsverdeling in een wandligger zien met plastisch materiaalgedrag in de bezwijktoestand.



Figuur 3-1: Spanningsverdeling in een wandligger volgens de Elastisch oplossing(a) en volgens de plastische oplossing(b)

De voorgaande berekeningen zijn uitgevoerd op een staafwerkmodel gebaseerd op de niet-gescheurde spanningsverdeling. Dit heeft geresulteerd in een hoge ondergrensbenadering van de bezwijklast. In dit hoofdstuk wordt rekening gehouden met de herverdelingscapaciteit van een wandligger. Echter moet men bewust zijn wanneer er wordt uitgegaan van herverdeling, er scheurvorming wordt geaccepteerd. In dit hoofdstuk is een methode voorgesteld, waarmee de herverdelingscapaciteit wordt meegenomen en de scheurvorming in een wandligger wordt gecontroleerd.

3.2 Bepalen van Staafwerkmodel

Het staafwerkmodel wordt bepaald met behulp van minimum-vormveranderingsarbeid en is afhankelijk van de stijfheid en spanning in de staven. Minimum-vormveranderingsarbeid is bepaald vanuit de rekenergie (3.1) en voor een discreet systeem met axiale staven is formule (3.2) afgeleid.

$$U = \int_V \int_{\sigma} \varepsilon d\sigma dV$$

Waar: U is de energie
 ε is de rek
 σ is de spanning
 V is de volume ($A * L$)

$$U = \sum \frac{F_i^2 L_i}{2EA_i}$$

Waar: F_i^2 is de staafkracht
 L_i is de staaf lengte
 EA_i is de stijfheid

Dit komt overeen met formule (1.1). De totale afleiding is terug te vinden in bijlage D.

Het staafwerkmodel dat de ongescheurde spanningsverdeling nabootst zal, met minimale rekenergie, gevonden worden wanneer de stijfheid van de staven gelijk staat aan ongescheurd beton. Als beton scheurt neemt de stijfheid van de gescheurde staven af. Het staafwerkmodel dat de gescheurde spanningsverdeling nabootst zal, met minimale rekenergie, gevonden worden wanneer er rekening wordt gehouden met de gescheurde stijfheid van staven. Hiermee is het mogelijk om de invloed van scheurvorming op de herverdelingscapaciteit van een wandligger in beschouwing te nemen bij het berekenen van staafwerkmodellen. De stijfheid is dus belangrijk voor het toepassen van deze methode en moet zorgvuldig worden gekozen.

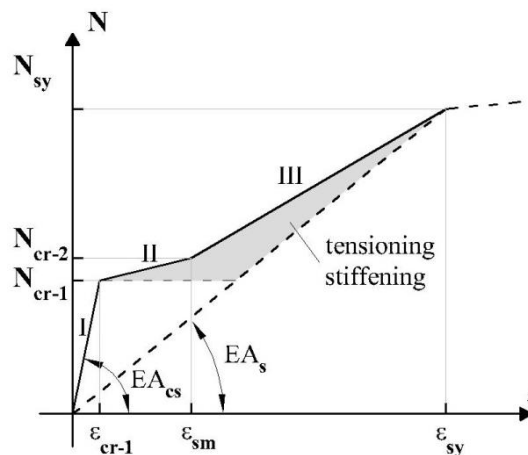
Toepassen van minimale rekenergie in combinatie met niet-lineaire modellen is afgeleid van Adaptive Stress Field Models[19], waar ze het principe toepassen voor het bepalen van Stress Field Models.

3.3 Stijfheid van staven

Voor drukstaven wordt de lineair elastische stijfheid van beton aangehouden.

Uitgesmeerde Scheuren

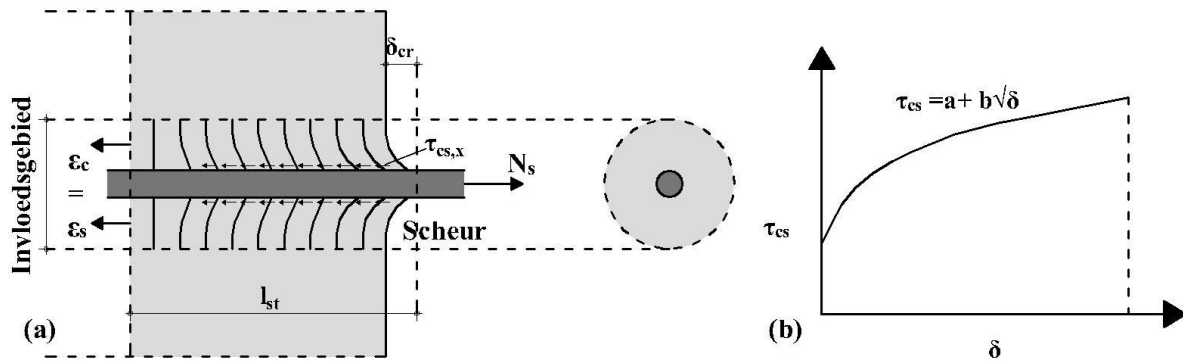
Voor de trekstaaf is de stijfheid afhankelijk van de mate van scheurvorming. Met het concept van gesmeerde scheuren wordt de constitutieve relatie van de trekstaaf afgeleid, Figuur 3-2. Tot de kritieke scheurspanning van het beton wordt bereikt geldt de lineair elastische theorie. De stijfheid van het beton en staal werkt hier volledig samen. Dit traject wordt met de lineair elastische tak beschreven, zoals in Figuur 3-2 met I is afgebeeld. Na het bereiken van de kritieke scheurspanning neemt het beton tussen de scheuren nog een klein deel van de trekspanning op, dit wordt het tensioning stiffening effect genoemd. Dit effect treedt op door aanhechting tussen de wapening en het beton. In Figuur 3-2 is het tensioning stiffening effect afgebeeld met twee takken, waarbij de invloed van de scheuren is uitgesmeerd over de lengte van de staaf. In de eerste tak (II) van het tensioning stiffening effect is de tak waarin het voltooid scheurpatroon ontwikkeld. De kritieke scheurspanning loopt hier nog ongeveer met 20% op. De rek aan het einde van deze tak is de gemiddelde (uitgesmeerde) rek in de staaf bij een voltooid scheurpatroon. In de tweede tak (III) zullen de scheuren alleen groter worden. Voor het bepalen van deze tak wordt er van uit gegaan dat als de staal de vloeigrens bereikt, dat dan het beton tussen twee scheuren geen trekspanning meer heeft.



Figuur 3-2: N - ϵ diagram trekstaaf

Trekstaafmodel Bruggeling[8]

Het karakteristieke punt in het N-ε diagram betreft de gemiddelde rek in de staaf bij een voltooid scheurpatroon. Dit is afhankelijk van het aanhechtgedrag tussen beton en wapening. Volgens het trekstaafmodel van Bruggeling wordt het aanhechtgedrag bepaald. Hij gebruikt een iteratieve aanpak. De modelvoorstelling is een op trek belaste wapeningsstaaf welke is verankerd in beton, Figuur 3-3a. Dit is vergelijkbaar met het spanningsverloop tussen twee scheuren.



Figuur 3-3: (a) Modelvoorstelling Trekstaafmodel; (b) Afschuifspanning-slibrelatie

De aanhechting van het beton op de wapening is met behulp van een afschuifspanning-slibrelatie bepaald. Dit wordt met de volgende wortelfunctie benaderd, Figuur 3-3b.

$$\tau_{cs,x} = a + b\sqrt{\delta}$$

Waar: $\tau_{cs,x}$ is de afschuifspanning tussen beton en staal
 δ is de slib tussen beton en staal
 a en b zijn constanten afhankelijk van de betonkwaliteit en de globale ligging van de staaf in de doorsnede. (3.3)

Met behulp van de volgende evenwichtsbeschouwingen kan het probleem per staaf stukje (dx) worden opgelost.

$$d\sigma_{sx} = \frac{\pi\phi}{A_s} \tau_{cs,x} dx \quad (3.4)$$

$$\delta_x = \int_x^x (\epsilon_{sx} - \epsilon_{cx}) dx \quad (3.5)$$

De vergelijkingen (3.3)-(3.5) kunnen met behulp van de differentiemethode opgelost worden. In de eerste stap van de berekening zijn de staal- en betonvervormingen aan elkaar gelijk, $\delta = 0$ (links Figuur 3-3a). De berekening loopt met deze methode door totdat de trekkracht in de staaf volledig door de wapening wordt opgenomen, (rechts Figuur 3-3a). De overdrachtslengte, spanningsverloop en de bijbehorende rek wordt met deze berekening bepaald.

Wanneer de trekkracht van de staaf gelijk staat aan de kritieke scheurspanning, kan het aanhechtgedrag tussen de scheuren worden bepaald. De scheurafstand bij de eerste generatie scheurpatroon (l_{cr1}) is twee keer de overdrachtslengte (l_{st}), Figuur 3-4a. De overdrachtslengte wordt gevonden door de stapgrootte met het aantal stappen te vermenigvuldigen (n):

$$l_{cr1} = 2 l_{st} \tag{3.6}$$

$$l_{st} = n \Delta x$$

De gemiddelde spanning en rek in het beton en de wapening bij de eerste generatie scheurpatroon (σ_{m1} & ε_{m1}) kan worden bepaald door de gemiddelde waardes te berekenen over de overdrachtslengte.

Bij de tweede generatie scheurpatroon ontstaan er scheuren tussen de eerste generatie scheuren, Figuur 3-4b. De scheurafstand voor het tweede generatiescheurpatroon wordt bepaald met:

$$l_{cr2} = 0,5 l_{cr1} \tag{3.7}$$

De spanningsverdeling tussen de tweede generatie scheuren wordt gevonden door het super ponenen van de eerste generatie spanningsverdeling. De gemiddelde spanning en rekken in het beton en de wapening bij de tweede generatie scheurpatroon (σ_{m2} & ε_{m2}) worden voor het super poneerde spanningsverdeling bepaald.

In de werkelijkheid zullen de scheuren bij een voltooid scheurpatroon niet precies op een afstand van l_{cr2} liggen. ‘De werkelijke scheurverdeling is veel grilliger omdat deze door stochastische effecten worden bepaald’ [8], Figuur 3-4c. De maximumafstand van de scheuren betreft l_{cr1} en de minimumafstand betreft l_{cr2} . De gemiddelde scheurafstand van een voltooid scheurpatroon kan als volgt worden benaderd:

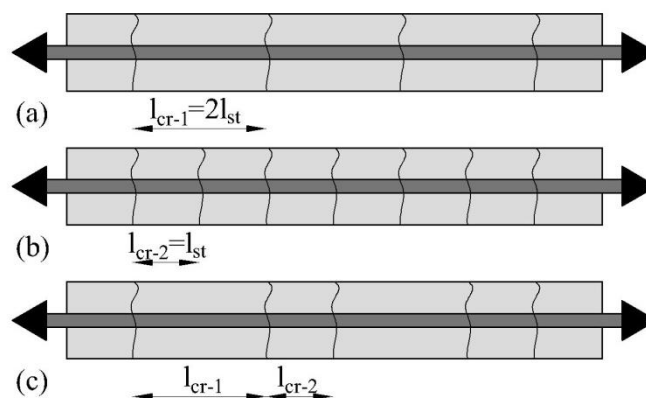
$$l_{cr} = \frac{l_{cr1} + l_{cr2}}{2} \tag{3.8}$$

De gemiddelde spanningen en rekken bij een voltooid scheurenpatroon in de gehele staaflengte wordt als volgt bepaald:

$$\varepsilon_m = \frac{2 \varepsilon_{m1} + \varepsilon_{m2}}{3} \tag{3.9}$$

$$\sigma_m = \frac{2 \sigma_{m1} + \sigma_{m2}}{3}$$

Hiermee is het karakteristieke punt in het N- ε diagram van Figuur 3-2 bepaald. Het trekstaafmodel is geprogrammeerd in Wolfram Mathematica, dit script is in bijlage E terug te vinden.



Figuur 3-4:(a) Eerste generatie scheurpatroon; (b) Tweede generatie scheurpatroon; (c) Voltooid scheurpatroon

Fictief spannings-rek diagram van beton op trek

Met de hiervoor beschreven procedure is ook de gemiddelde betonspanning bij een voltooid scheurenpatroon bepaald. Met deze gegevens kan een fictief spannings-rek diagram voor beton op trek worden geconstrueerd, afgebeeld in Figuur 3-5b. Het fictieve spannings-rek diagram is ook opgebouwd uit 4 takken.

De constitutieve relatie kan met behulp van lineair interpoleren als volgt wiskundig worden beschreven:

$$\begin{aligned}\sigma_c &= E_c \varepsilon & \varepsilon &\leq \varepsilon_{cr-1} \\ \sigma_c &= \sigma_{cr-1} + \frac{\varepsilon - \varepsilon_{cr-1}}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cr-1}} (\sigma_{cm} - \sigma_{cr-1}) & \varepsilon_{cr-1} &\leq \varepsilon \leq \varepsilon_{sm} \\ \sigma_c &= \sigma_{cm} + \frac{\varepsilon - \varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{sy} - \varepsilon_{sm}} (0 - \sigma_{cm}) & \varepsilon_{sm} &\leq \varepsilon \leq \varepsilon_{sy}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Waar: σ_c is de betonspanning
 E_c is de elasticiteitsmodulus van beton
 ε_{cr-1} is de scheurrek van beton
 σ_{cr-1} is de scheurspanning
 ε_{sm} is de gemiddelde rek in de trekstaaf in volledig scheurpatroon
 f_{cm} is de gemiddelde betonspanning in de trekstaaf in volledig scheurpatroon

De elastische stijfheid van beton op trek kan vervolgens over het hele traject gevonden worden met:

$$E_{cx} = \frac{\sigma_c}{\varepsilon}\tag{3.2}$$

Wapeningsstaal

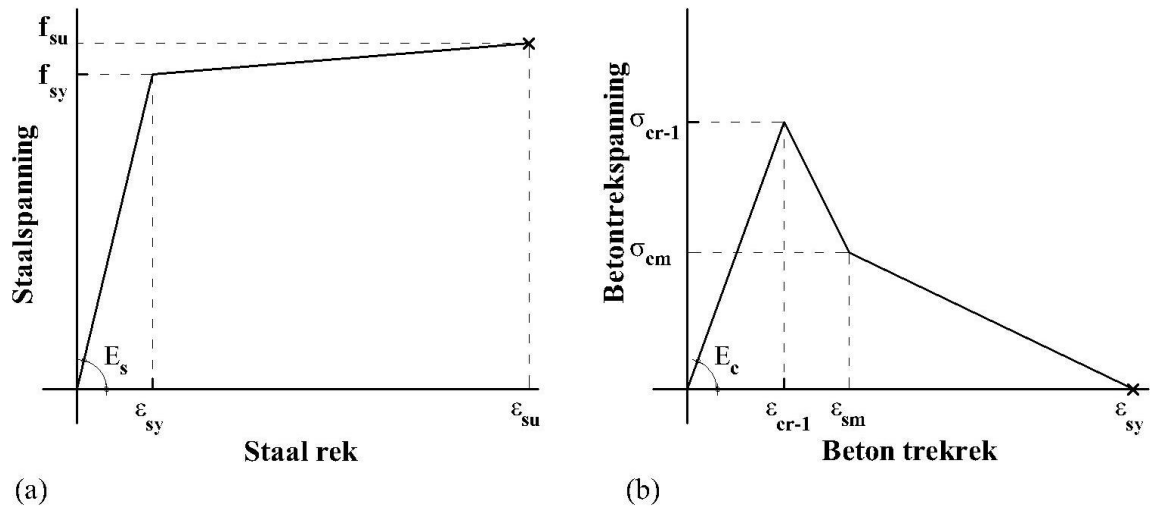
De constitutieve relatie van de wapening wordt dan ook apart beschreven. Er wordt een bilineair spannings-rek diagram aangenomen. Hiervoor moet de lineair elastische stijfheid, vloeispanning, breukspanning en breukrek moet bekend zijn. Volgende relatie voor spanningen, afgebeeld in Figuur 3-5a.

$$\begin{aligned}\sigma_s &= E_s \varepsilon & \varepsilon &\leq \varepsilon_{sy} \\ \sigma_s &= f_{sy} + \frac{\varepsilon - \varepsilon_{sy}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}} (f_{su} - f_{sy}) & \varepsilon_{sy} &\leq \varepsilon \leq \varepsilon_{su}\end{aligned}\tag{3.3}$$

Waar: σ_s is de staalspanning
 E_s is de elasticiteitsmodulus van staal
 ε_{sy} is de vloeirek van staal
 f_{su} is de breukspanning van staal
 ε_{su} is de breukrek van staal

De elastische stijfheid van de wapening kan vervolgens over het hele traject gevonden worden met:

$$E_{sx} = \frac{\sigma_s}{\varepsilon}\tag{3.4}$$



Figuur 3-5: Niet-lineair constitutieve materiaaleigenschappen; (a) Wapeningsstaal; (b) Tensioning Stiffening van beton

Totale eigenschappen van staven

De staafkracht bij samenwerking van beton en wapening in een staafelement wordt gevonden door de staal en betonkracht te sommeren:

$$N = \sigma_c A_c + \sigma_s A_s \quad (3.5)$$

De elastische stijfheid van het staafelement kan ook worden gesommeerd met:

$$EA_{cs} = E_c A_c + E_s A_s \quad (3.6)$$

Scheurwijdteberekening

Wanneer het volledig scheurpatroon is bereikt kunnen er geen nieuwe scheuren meer ontstaan, de scheuren worden alleen maar wijder. De scheurwijdte kan dan over het gehele traject als volgt worden bepaald:

$$\begin{aligned} w &= 0 & \epsilon &\leq \epsilon_{cr} \\ w &= w_{cr} & \epsilon_{cr} &\leq \epsilon \leq \epsilon_{sm} \\ w &= \frac{w_{cr}}{\epsilon_{sm}} \epsilon & \epsilon &> \epsilon_{sm} \end{aligned} \quad (3.7)$$

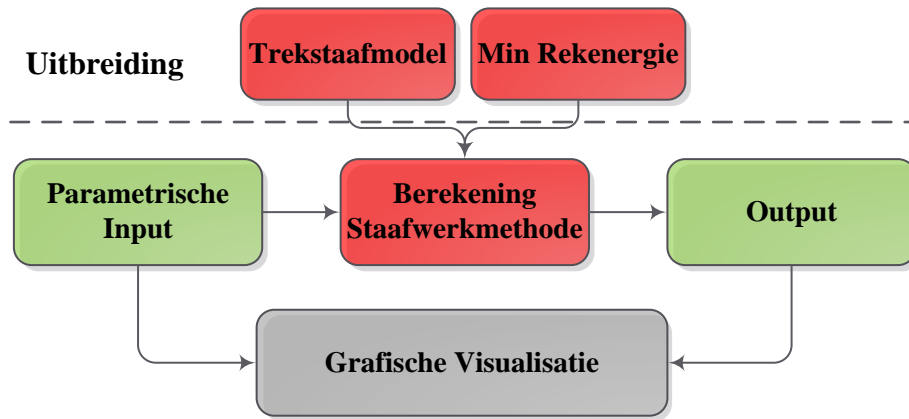
Waar: w is de scheurwijdte
 w_{cr} is de kritieke scheurwijdte

De kritieke scheurwijdte wordt met behulp van het trekstaafmodel berekend. De scheurwijdte direct na voltooiing van het scheurpatroon heeft de waarde van:

$$w_{cr} = (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) l_{cr} \quad (3.8)$$

3.4 Uitbreiding Computermodel

Het computermodel gepresenteerd in paragraaf 2.3 is uitgebreid om de invloed van scheurvorming op staafwerkmodellen mee te nemen met behulp van het trekstaafmodel en minimale rekenergie. Figuur 3-6 laat een het uitgebreide stroomschema van het computermodel zien. In de volgende paragrafen is de invloed van deze uitbreiding op het parametrische en het rekenmodel beschreven.



Figuur 3-6: Uitbreiding Computer Model

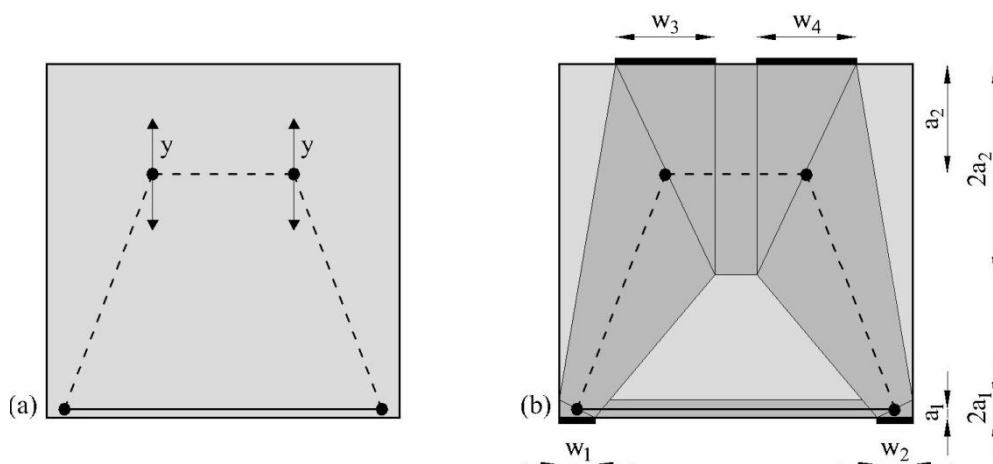
3.5 Implementatie Parametrisch Model

Het parametrisch staafwerkmodel, gepresenteerd in paragraaf 2.2, is op een aantal details aangepast om de uitbreiding mogelijk te maken.

De herverdeling van krachten zal invloed hebben op de inwendige hefboomsarm van de wandligger. Met het principe van vormveranderingsarbeid zal specifiek naar deze parameter gezocht worden. Daarom zal, bij het aangepaste parametrische model, de y-coördinaten van de knopen die de drukzone vertegenwoordigen een onbekende variabele zijn voor de berekening, zie Figuur 3-7a.

De typologie van de drukstaven is vastgezet. De drukzone is een prismatische drukstaaf en de drukdiagonaal een trechtervormige staaf. De geometrie van de drukstaven is ook anders geparametriseerd, zie Figuur 3-7b. Het oppervlak is afhankelijk gemaakt van de ligging van de staaf (a), en de breedte van de krachtsinleiding (w).

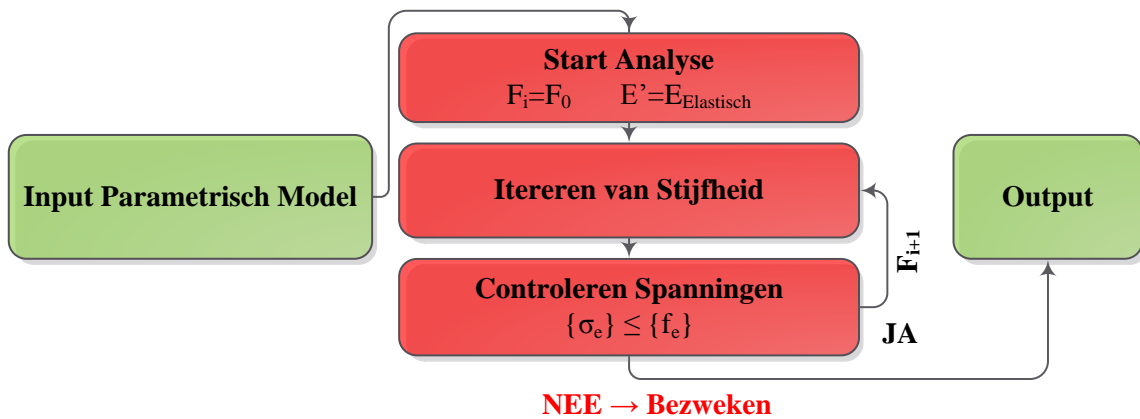
Voor het bepalen van de uitgesmeerde materiaaleigenschappen van de trekstaaf met het trekstaafmodel is extra inputparameters nodig, zoals de kritieke scheurspanning van beton.



Figuur 3-7: (a) Variabel y-coördinaat; (b) Parametriseren drukstaaf geometrie

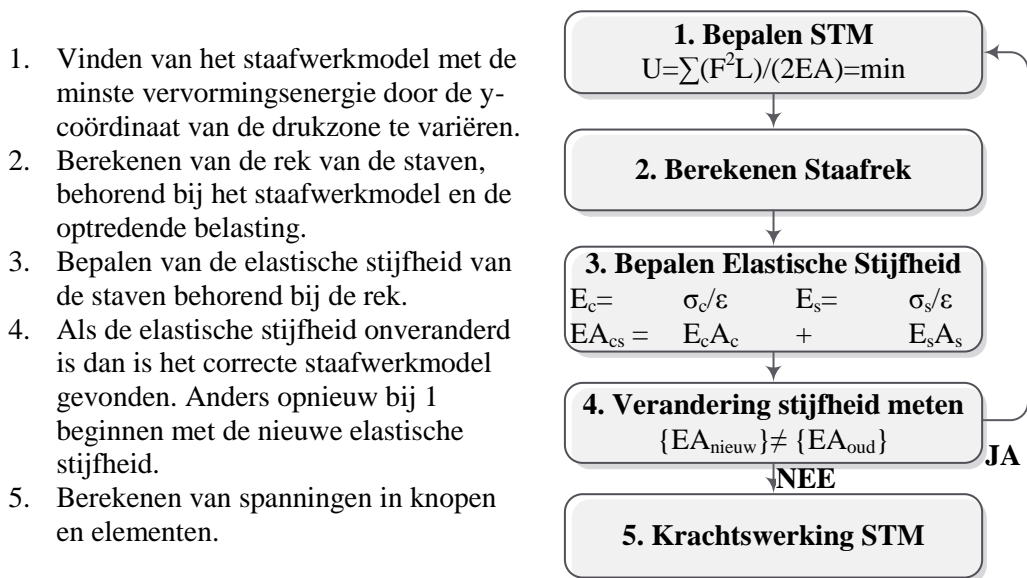
3.6 Implementatie Berekening Staafwerkmethode

De berekening is aangepast om de herverdelingscapaciteit van wandliggers te bepalen. Eerst zal de constitutieve relatie van de trekstaven worden bepaald met behulp van het trekstaafmodel. Vervolgens wordt een kracht-gestuurde analyse uitgevoerd, waarbij de belasting op het model stapsgewijs wordt opgevoerd tot 1 van de elementen is bezweken. In de eerste belastingstap wordt de lineair elastische stijfheid van de elementen toegepast. In Figuur 3-8 is de kracht-gestuurde analyse globaal weergegeven.



Figuur 3-8: Kracht-gestuurde analyse verwerkt in Parametrisch Model

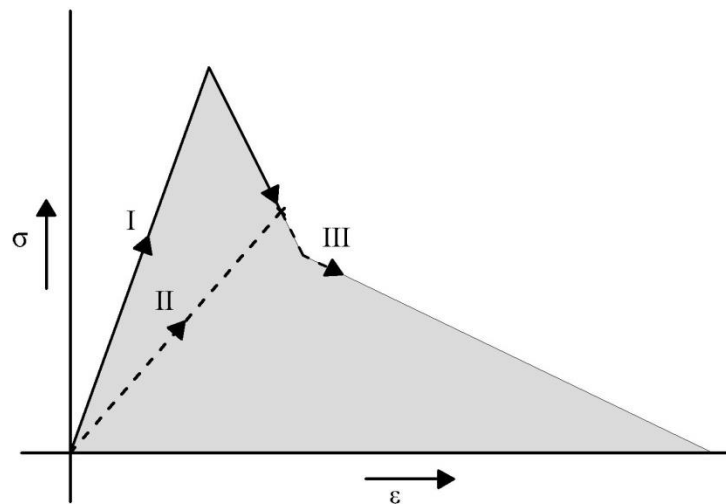
Het rekenhart van de berekening is het raamwerkprogramma in combinatie met de minimale rekenergie-criteria. Omdat het raamwerkprogramma gebruik maakt van het oplossen van een lineair stelsel van vergelijkingen en de constitutieve relatie niet lineair is, wordt er per belastingstap naar de (lineaire) stijfheid geïtereerd. Dit is in stappen aan de hand van Figuur 3-9 toegelicht:



Figuur 3-9: Stroomschema Itereren Stijfheid

Indien eenmaal de stijfheid van een staaf afneemt, door bijvoorbeeld het optreden van een scheur, kan de stijfheid in een nieuwe belastingstap niet toenemen. Dit principe is toegelicht aan de hand van het fictieve spannings-tek diagram van beton op trek Figuur 3-10. Indien de staaf zich bevindt in de softening-tak dan zal bij het ontlasten de tek terugkeren naar nul. Bij herbelasten wordt de ontlastingsstak gevolgd tot het punt vanwaar eerder is ontlast. Vanaf dit punt zal wederom de softening tak beschreven worden.

De oplossingsprocedure kan gezien worden als de procedure van ontlasten en herbelasten. Bij iedere belastingstap wordt een nieuw (lineair) stelsel van vergelijkingen opgesteld en opgelost. Daarom is de voorwaarde van blijvende afnemende stijfheid van staven belangrijk.



Figuur 3-10: Verloop spannings-tek diagram; I Volgen van diagram; II Volgen van ontlastingsstak na herbelasten; III Volgen van softeningtak

3.7 Voorbeeld

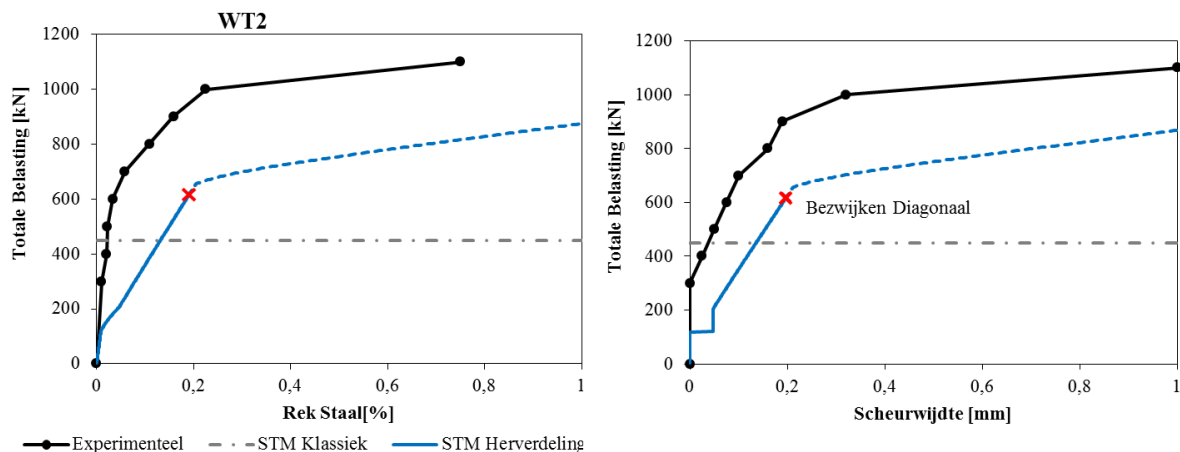
Het uitgebreide model, gepresenteerd in dit hoofdstuk, is toegepast op de wandligger getest door Leonhardt & Walther beschreven in bijlage A.1. Het resultaat van de berekening is geverifieerd door dit te vergelijken met de experimentele resultaten. De ingevoerde materiaaleigenschappen zijn in bijlage A.3 terug te vinden.

Uit de berekening blijkt de drukdiagonaal het maatgevende bezwijkmechanisme te zijn bij een totale belasting van 614kN. Echter wordt er bij het experiment breuk van de onderwapening geconstateerd met een bezwijklast van 1.200kN. De capaciteit van de drukdiagonaal is blijkbaar onderschat.

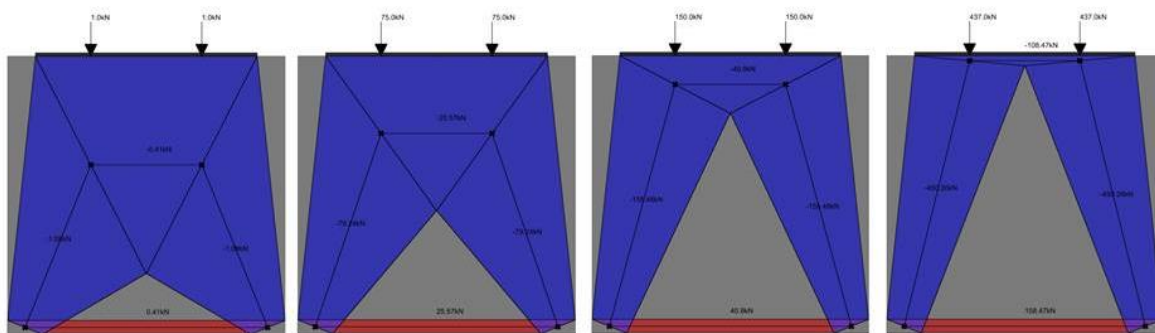
Het is opvallend dat bij de bezwijklast van het experiment de oplegspanning met $37,5\text{N/mm}^2$ hoger is dan de gemeten kubus-druksterkte. Een verklaring van het verkeerde bezwijkmechanisme, wat is bepaald met het staafwerkmodel, is dat de gemeten kubus-druksterkte niet correct is geweest. Daarnaast zou de betondruksterkte van de drukdiagonaal te veel worden gereduceerd, in hoofdstuk 5 wordt extra aandacht geschonken aan deze hypothese.

Er is een tweede berekening uitgevoerd, waarbij de betondruksterkte van de drukdiagonaal niet is gereduceerd om het juiste bezwijkmechanisme te forceren. Met deze berekening wordt het bezwijkmechanisme overeenkomend met de proeven verkregen, de bezwijklast is 874kN. Met een 73% is dit nog steeds een ruime ondergrensbenadering.

Het resultaat is afgebeeld in Figuur 3-11 en Figuur 3-12.



Figuur 3-11: Grafiek Vergelijking Experimentele resultaten met Berekende resultaten



Figuur 3-12: Gegeneerd staafwerkmodel bij 1kN, 75kN, 150kN en bij de bezwijklast

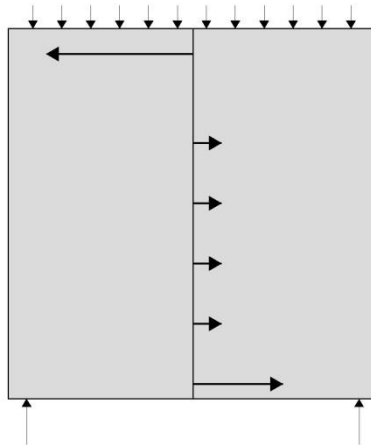
4 Bijdrage van Wapening in het Lijf

4.1 Spanningsverdeling Wandliggers met Wapening in het Lijf

Volgens NEN-EN 1992-1-1 artikel 9.6 & 9.7 behoren gedrongen liggers en wandliggers in de praktijk aan iedere zijde van een orthogonaal wapeningsnet te voorzien. Deze praktische wapening is ter beperking van de krimpscheuren. Tevens geeft de wapening ductiliteit aan de wandligger.

Bij het bepalen van de krachtswerking met een staafwerkmodel doet het wapeningsnet niet mee. Alleen bij het optreden van een fles-gevormde drukstaaf is deze wapening nodig voor de trekspanningen in de staaf.

Na het herverdelen van krachten zal de wapening in het lijf wel degelijk invloed hebben op de krachtswerking in de constructie [1]. Figuur 4-1 laat de plastische spanningsverdeling van de doorsnede zien in de bezwijktoestand waarbij de invloed van de flankwapening is meegenomen.

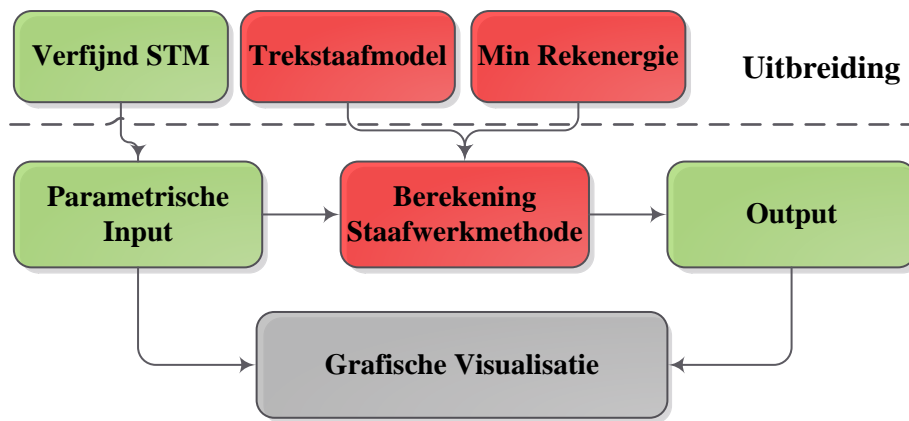


Figuur 4-1: Plastische spanningsverdeling in de wandligger met de bijdrage van lijfwapening

Bij het proefstuk van Leonhardt & Walther zijn ook wapeningsnetten toegepast. Met het model uit hoofdstuk 3 is een bezwijklast van 73% van de experimentele bezwijklast berekend. Een berekening waar de wapening in het lijf in rekening wordt gebracht zal naar verwachting een betere beschrijving geven van de experimentele resultaten. In dit hoofdstuk wordt het model uitgebreid waardoor de analyse van een staafwerkmodel met flankwapening mogelijk is.

4.2 Uitbreiding Computermodel

Het computermodel is verder uitgebreid om de invloed van de wapening in het lijf mee te nemen. Het uitgebreide model zal werken met een verfijning van het staafwerkmodel, dit heeft voornamelijk invloed op het parametrische model. Figuur 4-2 geeft het uitgebreide stroomschema van het computermodel weer. In de volgende paragrafen is de invloed van deze uitbreiding op het parametrische en het rekenmodel beschreven.



Figuur 4-2: Uitgebreid Computer Model

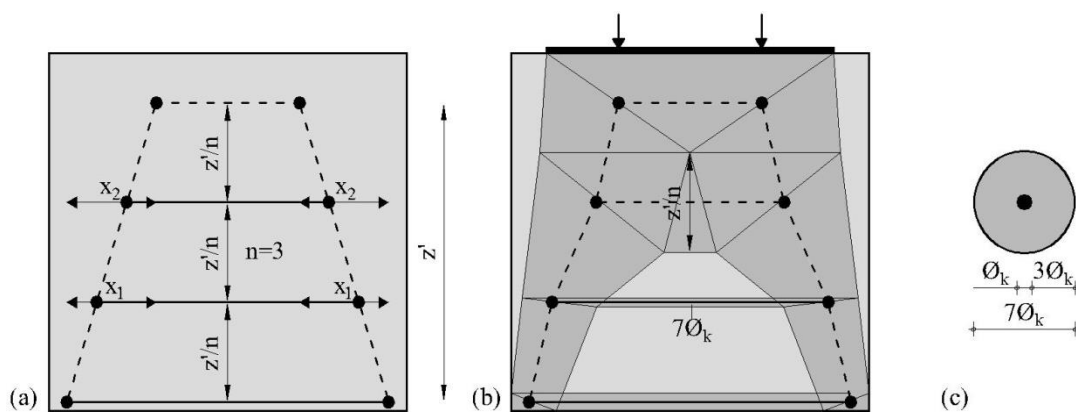
4.3 Implementatie Parametrisch Model

Het verfijnde staafwerkmodel is gerealiseerd door het opdelen van de drukdiagonaal in n aantal stukken met behulp van $n-1$ aantal horizontaalstaven in het lijf (flankstaven), zie Figuur 4-3a. Deze flankstaven worden gelijkmatig verdeeld over de hoogte van de drukdiagonaal (z').

Bij het verfijnde parametrische model zijn de x -coördinaten van de flankstaaf-knopen onbekend.

De flankstaven kunnen bij de analyse, zowel druk als trekstaven zijn. De betonoppervlakte van de flankstaven op druk is afhankelijk van de verfijning van het staafwerkmodel (n) en de hoogte van de drukdiagonaal (z') en de breedte van de ligger.

Het meewerkende betonoppervlak voor de trekstaven is geschat door een betonkegel rondom de wapeningsstaaf te gebruiken van 7 maal de diameter van de wapening[20], zoals is afgebeeld in Figuur 4-3b. De materiaaleigenschappen van de horizontale trekstaven in het lijf volgen uit de berekening met behulp van het trekstaafmodel, zoals is toegelicht in de vorige paragraaf 3.3.



Figuur 4-3: (a) Parametrisch staafwerkmodel fijnheid en x -coördinaat onbekend; (b) Betonoppervlak afhankelijk van druk- of trek-staaf; (c) Meewerkend betonoppervlak trekstaaf

4.4 Implementatie Berekening

De berekeningsprocedure is vergelijkbaar met de berekening gepresenteerd in paragraaf 3.6. In deze situatie wordt het correcte staafwerkmodel gevonden door met de x -coördinaten van de lijfstaven te variëren. Het toepassen van extra horizontaalstaven gaat gepaard met een extra onbekende. Hierdoor zijn meer situaties mogelijk en kost meer tijd om het correcte staafwerkmodel te vinden.

4.5 Voorbeeld

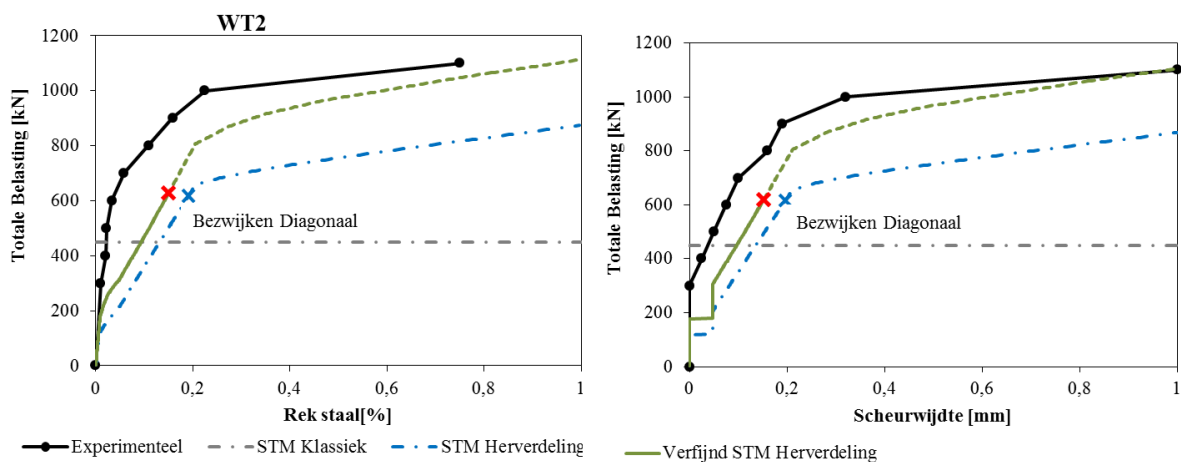
Het verfijnde model, gepresenteerd in dit hoofdstuk, is toegepast op de wandligger getest door Leonhardt & Walther beschreven in bijlage A.1. Het resultaat van de berekening is geverifieerd door dit te vergelijken met de experimentele resultaten. De ingevoerde materiaaleigenschappen zijn in bijlage A.3 terug te vinden.

De fijnheid van het staafwerkmodel is gebaseerd op de wapeningsverdeling in het lijf. De diagonaal is daarom opgedeeld in 5 segmenten.

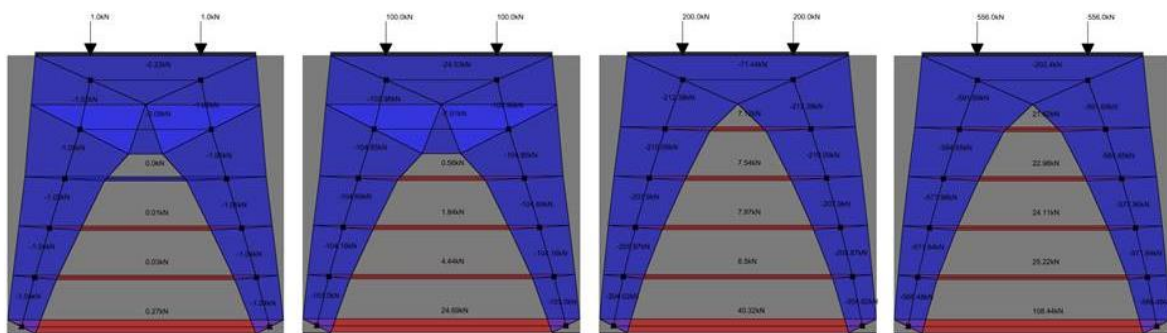
Ook met dit model zijn twee analyses uitgevoerd. Ten eerste, een analyse waarbij de capaciteit van de drukdiagonaal wordt bepaald aan de hand van de kubusdruksterkte en de methode van de Eurocode. Met deze analyse is de drukdiagonaal het maatgevende element bij een bezwijklast van 618kN.

Bij de tweede analyse is de betondruksterkte van de drukdiagonaal niet gereduceerd, zodat hetzelfde bezwijkmechanisme als bij de experimenten wordt gevonden. In deze situatie bezwijkt de onderwapening bij een bezwijklast van 1.112kN. Met 93% van de experimentele bezwijklast is dit een vrij nauwkeurige benadering.

Het resultaat is afgebeeld in Figuur 4-4 en Figuur 4-5.



Figuur 4-4: Grafiek Vergelijking Experimentele resultaten met Berekende resultaten



Figuur 4-5: Gegeneerd staafwerkmodel bij 1kN, 100kN, 200kN en bij de bezwijklast

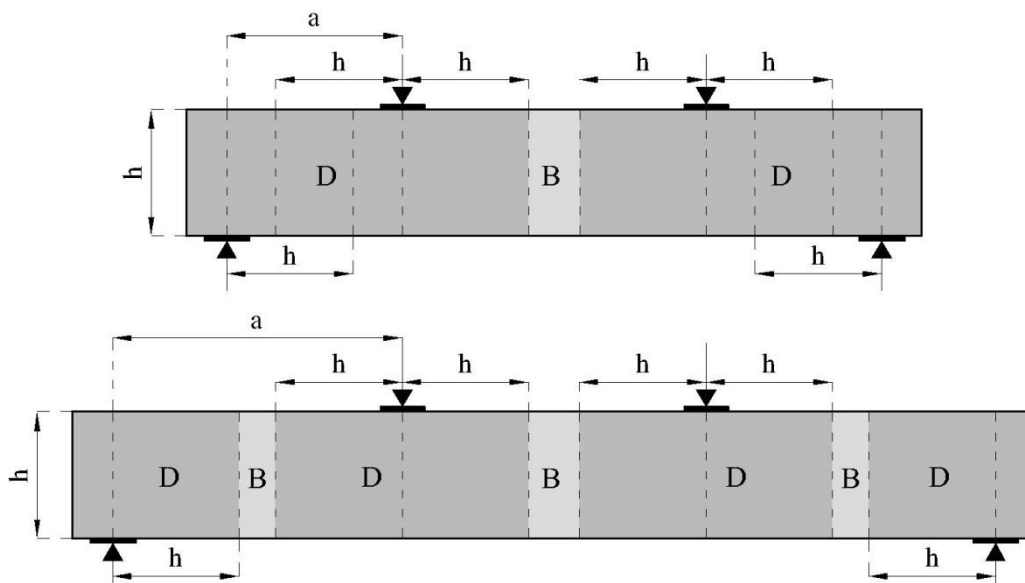
5 Aandachtspunten Model en Theorie

5.1 Toepassingsgebied van Staafwerkmodellen

In dit rapport is een parametrisch model gepresenteerd voor het analyseren van gedrongen liggers en wandliggers met de staafwerkmethode. In voorgaande hoofdstukken is de werking van het model gevalideerd en de resultaten vergeleken met experimenteel onderzoek. Om een beter beeld te krijgen van het toepassingsgebied wordt in deze paragraaf experimentele resultaten van een betonbalk waarbij de mate van slankheid is gevarieerd[5] vergeleken met de staafwerkmethode.

Volgens de benadering van Saint Venant, zie paragraaf 1.2, rijkt een D-gebied zich uit over ongeveer de hoogte van de constructie. Bij een twee-punts-buigproef, met een slankheid van $a/h < 2,0$, is het gebied tussen de oplegging en de krachtsinleiding een aaneengeschaakt D-gebied, zie Figuur 5-1a. Een directe krachtsafdracht is dan mogelijk. Wanneer de slankheid $a/h > 2,0$ is, ontstaat er een B-gebied tussen de oplegging en de krachtsinleiding, zie Figuur 5-1b. De balktheorie moet dan worden toegepast.

De hypothese van Saint Venant wordt onderzocht met behulp van de analyse van experimenteel onderzoek, uitgevoerd door Leonhardt en Walther[5], en de toepassing van het parametrisch staafwerkmodel.



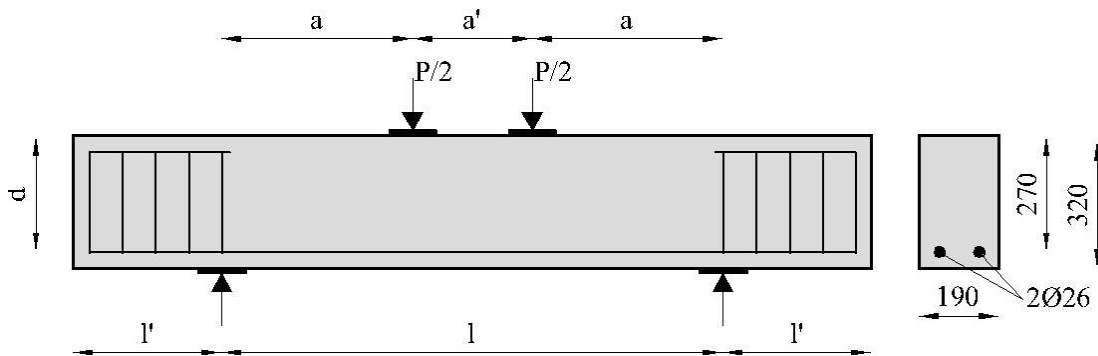
Figuur 5-1:(a) Ligger met $a/d < 2,0$, (b) Ligger met $a/d > 2,0$

Experimenteel Onderzoek

In 1962 is door de Duitse onderzoekers Leonhardt en Walther experimenten uitgevoerd voor betonliggers zonder dwarskrachtwapening[5]. Dit onderzoek werd uitgevoerd om de invloed van de slankheid op het bezwijkgedrag van de liggers te analyseren. De capaciteit van de liggers en het scheur/bezwijk-patroon zijn hierbij gedocumenteerd.

Bij dit onderzoek zijn 10 met een variërend slankheid, van $a/d=1$ tot $a/d=8$, waarbij a de afstand tussen de oplegging en de krachtsinleiding is en d de nuttige hoogte van de ligger. In Figuur 5-2 is een configuratie van de ligger geïllustreerd. Elke ligger heeft een uitkragend deel (l') van 500mm om de

verankering van de onderwapening op het beton te garanderen. Voor de oplegging en de krachtsinleiding zijn er verdeelplaten van $75 \times 190 \text{ mm}^2$ toegepast.



Figuur 5-2: Proefopstelling Leonhardt en Walther [5]

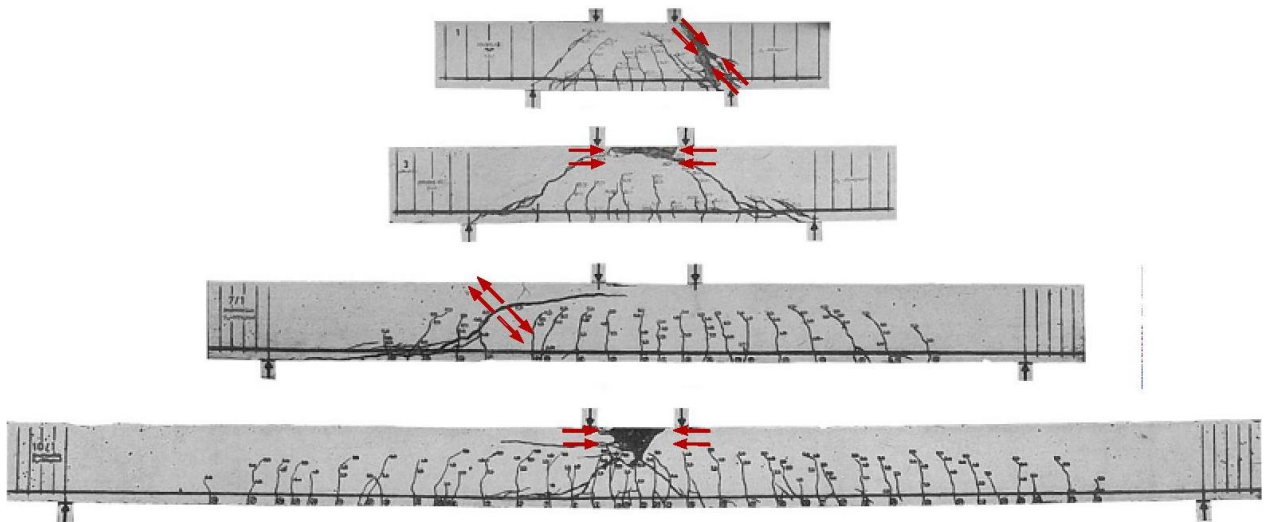
De resultaten van de experimentele proeven zijn weergegeven in Figuur 5-3 en Figuur 5-4. Er zijn vier verschillende bezwijkmechanismen te herkennen bij de bezwijktoestand van de proefstukken, zie Figuur 5-3. De mechanismen zijn ook duidelijk zichtbaar wanneer het bezwijkmoment van de liggers wordt weergegeven in een grafiek Figuur 5-4. Een dergelijke grafiek is een 2D-weergave het van Dal van Kani[4]. Kani deed experimenteel en analytisch onderzoek naar het dal in de grafiek. Het dal heeft een tweede parameter de wapeningspercentage. Bij de proeven van Leonhardt en Walther is een hoog wapeningspercentage toegepast, waardoor altijd de ligger bezwijkt op het beton. Door de liggers te categoriseren zijn de bezwijkmechanismen toegelicht.

De slanke liggers ($a/d \geq 6,0$) zijn bezweken op zuivere buiging door het stuiken van de betondrukzone. Het bezwijkmoment van deze liggers is nagenoeg gelijk.

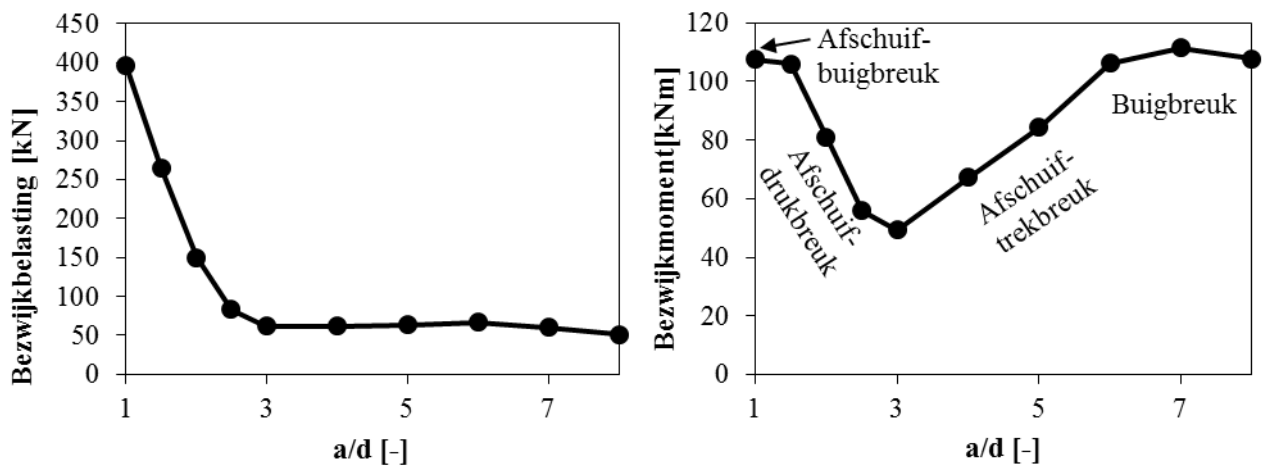
De semi-slanke liggers ($3,0 \leq a/d \leq 6,0$) zijn bezweken met een afschuif-trekbreek mechanisme. Dit mechanisme karakteriseert zich door plotseling doorlopen van de diagonaalscheur waarna de capaciteit is bereikt. Het maximale bezwijkmoment van de ligger kan niet worden bereikt, een daling in de grafiek treedt op.

Bij de proefstukken van semi-gedrongen liggers ($1,5 \leq a/d \leq 2,5$) ontstaan ook doorgelopen diagonaalscheuren, echter wordt hier intern evenwicht in de scheur gevonden door scheurvertanding en deuwelwerking, zie Figuur 5-5. De ligger bezwijkt uiteindelijk op het stuiken van de door de scheur verzwakte betondrukzone, dit mechanisme wordt afschuif-buigbreek genoemd. Het afschuif-trekbreek mechanisme wordt 'geblokkeerd' waardoor het bezwijkmoment oploopt.

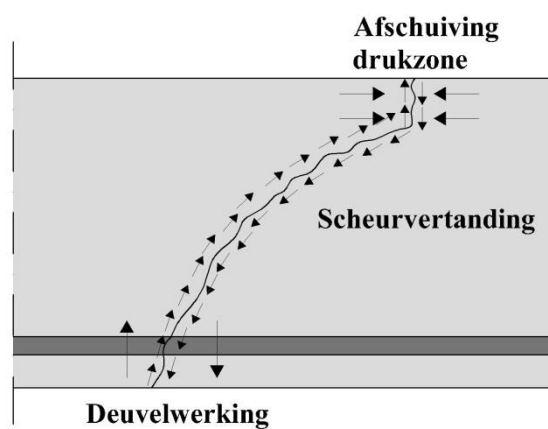
De enige gedrongen ligger ($a/d = 1,0$) bezwijkt door het bezwijken stuiken van de drukdiagonaal, afschuifdrukbreuk mechanisme. Doordat de scheur inslibt wordt de drukzone niet verzwakt en is de diagonaal maatgevend.



Figuur 5-3: Bezwijktoestand van de proefstukken, van boven naar beneden; Gedrongen ligger, Afschuif-drukbreuk; Semi-gedrongen ligger, Afschuif-buigbreuk; Semi-slanke ligger, Afschuif-trekbreuk; Slanke ligger, Buigbreuk



Figuur 5-4: Grafische weergave van experimentele resultaten; Links, grafiek bezwijklast over slankheid; Rechts, grafiek bezwijkmoment over slankheid met bezwijkmechanismes



Figuur 5-5: Intern evenwicht in de diagonaalscheur

Parametrisch Staafwerkmodel

Met het parametrisch staafwerkmodel zoals in hoofdstuk 2 is gepresenteerd worden de berekeningen uitgevoerd. Het staafwerkmodel maakt gebruik van directe krachtaflast. In theorie is de berekening alleen valide voor liggers met $a/h < 2$. Echter wordt er bij deze analyse alle balken met het model uitgerekend.

Het staafwerkmodel

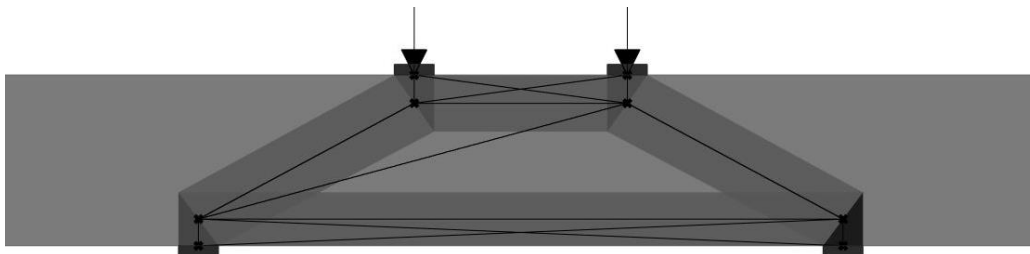
De drukdiagonaal is gemodelleerd met een trechtervormige drukstaaf, Figuur 5-6. De trekstaaf ligt op de plaats en richting van de wapening, de effectieve hoogte betreft 100mm.

De drukzone bevindt zich in het B-gebied van de ligger, er treedt alleen buiging op tussen de opleggingen. De locatie van de drukzone kan worden afgeleid van een lineair elastische spanningsverdeling. De zwaartelijns van de drukzone bevindt zich dan op $(1/6)h$ vanaf de bovenzijde van de ligger.

Materiaaleigenschappen

Omdat de resultaten worden vergeleken met experimentele resultaten worden de materiaalfactoren niet in beschouwing genomen. De materiaaleigenschappen toegepast voor het model zijn weergegeven in Tabel 5-1.

De modelfactoren voor het bepalen van de sterkte van de elementen in het staafwerkmodel worden wel in rekening gebracht. Met de reductiefactor (ϕ_{red}) wordt de betondruksterkte van de drukstaven en knoopgebieden voor het staafwerkmodel bepaald. Voor het bepalen van de reductiefactoren is er gebruik gemaakt artikel 6.5.2 van NEN-EN1992-1-1. In Tabel 5-2 zijn de reductiefactoren weergegeven van elk staafwerkonderdeel voor het bepalen van de betondruksterkte.



Figuur 5-6: Het staafwerkmodel

Tabel 5-1: Materiaaleigenschappen

Materiaaleigenschappen			
Betondruksterkte	f_c	=	36,0 N/mm ²
Breukspanning Staal	f_{su}	=	560,0 N/mm ²

Tabel 5-2: De reductiefactoren voor het bepalen van de betondruksterkte van de staafwerkmodel-elementen

	Drukzone	Diagonaal	CCC-knoop	CCT-knoop
ϕ_{red}	1,0	0,52	0,86	0,73

Resultaten en Analyse

In Tabel 5-3 en Figuur 5-7 zijn de resultaten van het model en experimenteel onderzoek weergegeven.

Het bezwijkmechanisme

De proefstukken $a/d < 2,5$ ($a/h < 2,1$) zijn bezweken door boogwerking en is daarmee vergelijkbaar met de krachtswerking in verstoorde zones. De schatting van de storingslengte met Saint Venant ($a/h < 2,0$) is in deze situatie een redelijk goede benadering.

Bij de berekeningen is de drukdiagonaal in alle gevallen maatgevend.

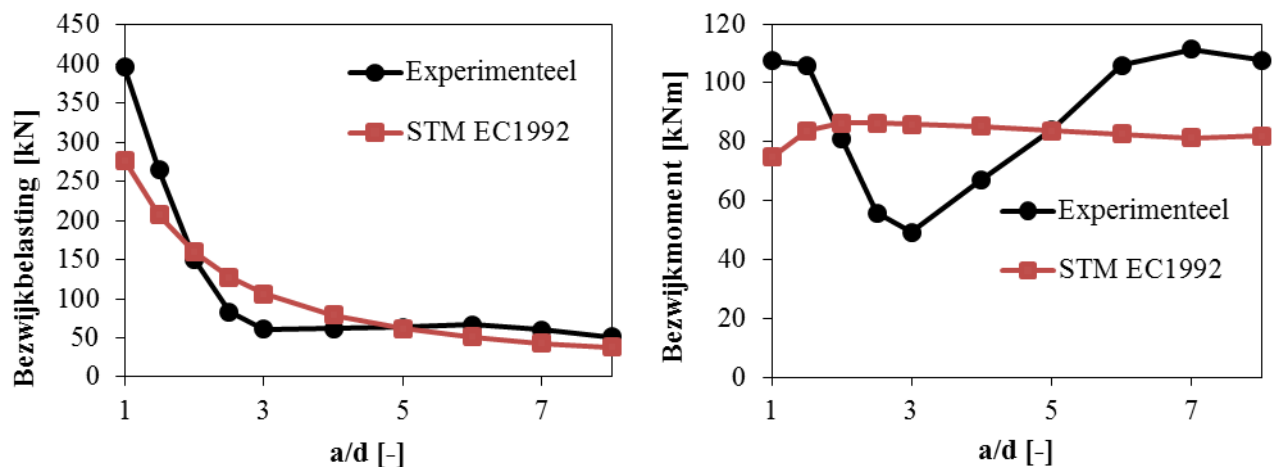
Bezwijklast

De bezwijklast bepaald met het model voor de liggers met een slankheid van $a/d \leq 1,5$ is een veilige ondergrens in vergelijking met de experimentele resultaten. Echter is op te merken dat naarmate de ligger minder slank is, de bezwijklast onnauwkeuriger wordt.

De bezwijklast bepaald met het model voor de liggers met een slankheid van $2 \leq a/d \leq 2,5$ is onveilige waarde in vergelijking met de experimentele resultaten. Terwijl het bezwijkmechanisme van de proefstukken wel vergelijkbaar is met die van het staafwerkmodel.

Tabel 5-3: Experimentele resultaten vergeleken met de staafwerkanalyses

a/d	Experimenteel	Geavanceerde STM	Vershil (Exp/Num)
	F_u [kN]	F_u [kN]	F_u [%]
1	396,0	277,0	70%
1,5	265,0	207,0	78%
2	150,0	160,0	107%
2,5	83,2	128,0	154%
3	61,5	106,0	172%
4	62,0	79,0	127%
5	63,5	62,0	98%
6	67,0	51,0	76%
7	60,0	43,0	72%
8	51,5	38,0	74%



Figuur 5-7: Grafische weergave van experimentele resultaten vergeleken met de staafwerkanalyses

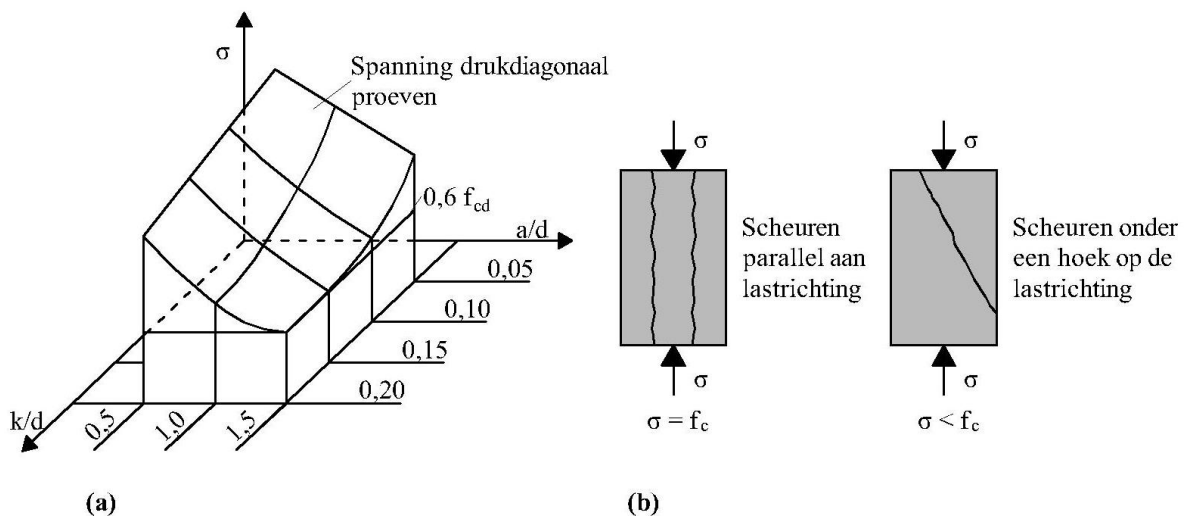
5.2 Capaciteit van de Drukdiagonaal

De capaciteit van de drukdiagonaal is in dit rapport bepaald met behulp van NEN-EN1992-1-1 artikel 6.5. Met deze methode wordt alleen onderscheid gemaakt tussen betondrukstaven in een gescheurde of ongescheurde zone.

Bij de berekeningen van een wandligger is geconstateerd dat de capaciteit van de drukdiagonaal hiermee wordt onderschat. Bij de berekeningen van semi-gedrongen liggers wordt juist de capaciteit van de drukdiagonaal overschat. Dit impliceert dat meer parameters invloed hebben op de sterkte van de drukdiagonaal.

In onderzoek van Lehwalter[7] is aangetoond dat de bezwijkspanning van de drukdiagonaal mede afhankelijk is van de slankheid van de constructie (a/d) en de oplegbreedtes (k/d). Aan de hand van een serie proeven [21] is Figuur 5-8a bepaald, hieruit is de bezwijkspanning van de drukdiagonaal af te lezen. De experimenten tonen aan dat de betonspanning in de drukdiagonaal oploopt tot $1f_{cd}$. Lehwalter concludeert dat de betondruksterkte voor de drukdiagonalen van liggers met $a/d \leq 1,0$ kan worden verhoogd naar $0,85f_{cd}$. Een verhoging van het draagvermogen kan ook worden verkregen door het toepassen van flankwapening of verticale beugels.

Ook Nielsen [1] heeft geconstateerd dat de slankheid van een constructie invloed heeft op de betondruksterkte. Hij verklaart dit aan de hand van diagonaalscheuren die niet evenwijdig lopen aan de richting van de drukdiagonaal. Doordat de belastingrichting in een hoek op de scheur staat zal de sterkte van het beton afnemen, 'sliding crack reduction' zie Figuur 5-8b.



Figuur 5-8: (a) Werkelijke draagkracht van de drukdiagonalen in vergelijking met de ondergrens $0,6 f_{cd}$ [7]; (b) Invloed van scheuren op de betondruksterkte [1]

Collins en Mitchell [9] hebben het gedrag van gescheurd beton op basis van experimenteel onderzoek vastgelegd. De experimenten zijn uitgevoerd met op afschuiving belaste platen. Met behulp van dit onderzoek is een analytische methode ontwikkeld om de constitutieve relatie van gescheurd beton te bepalen, genaamd Modified Compression Field Theory (MCFT). Hiermee is de betondruksterkte in de hoofdspansingsrichting afhankelijk gemaakt van de optredende trek, zie Figuur 5-9 en formule (6.1).

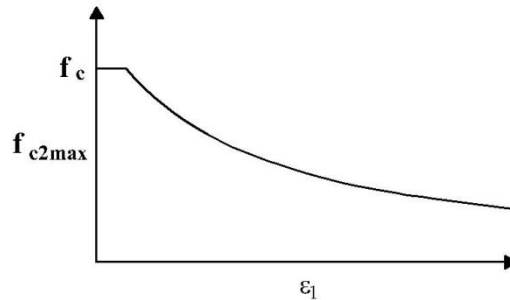
In het rapport van Collins en Mitchell[14] is toegelicht hoe de betondruksterkte van de drukdiagonaal met behulp van de MCFT wordt bepaald. De rek loodrecht op de drukdiagonaal wordt afgeleid uit de rek uit de onderwapening met formule (6.2).

$$f_{2max} = \frac{f'_c}{0,8 + 170\varepsilon_1} \quad (6.1)$$

Waar: f_{2max} is de maximale drukspanning van gescheurd beton
 f'_c is de rekenwaarde van de betondruksterkte
 ε_1 is de trek rek loodrecht bepaald met (6.1)

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_s + (\varepsilon_s + 0,002) \cot \alpha_s^2 \quad (6.2)$$

Waar: ε_s is de rek in de wapening
 α_s is de hoek van de drukdiagonaal op de wapening



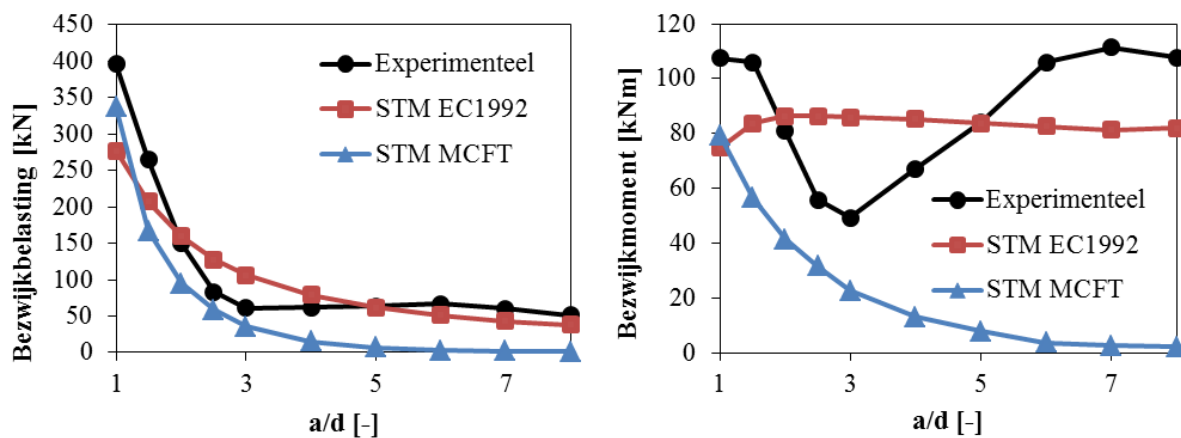
Figuur 5-9: Constitutieve relatie gescheurd beton

Met behulp van de methode van Collins en Mitchell zijn de berekeningen van de vorige paragraaf opnieuw uitgevoerd. De reductiefactor voor de drukdiagonaal is per ligger bepaald en is weergegeven in Tabel 5-4. Voor de rek in het staal is de rek in de wapening van het proefstuk bepaald op het moment van bezwijken.

De resultaten van de nieuwe berekeningen in vergelijking met de experimenten is weergegeven in Figuur 5-10. Hieruit is af te leiden dat de methode volgens de MCFT het bezwijkgedrag beter beschrijft voor liggers met $a/d \leq 2,5$.

Tabel 5-4: Reductiefactor Drukdiagonaal MCFT

Ligger	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\phi_{red,MCFT;drukdiagonaal}$	0,55	0,35	0,25	0,19	0,14	0,08	0,05	0,03	0,02	0,02

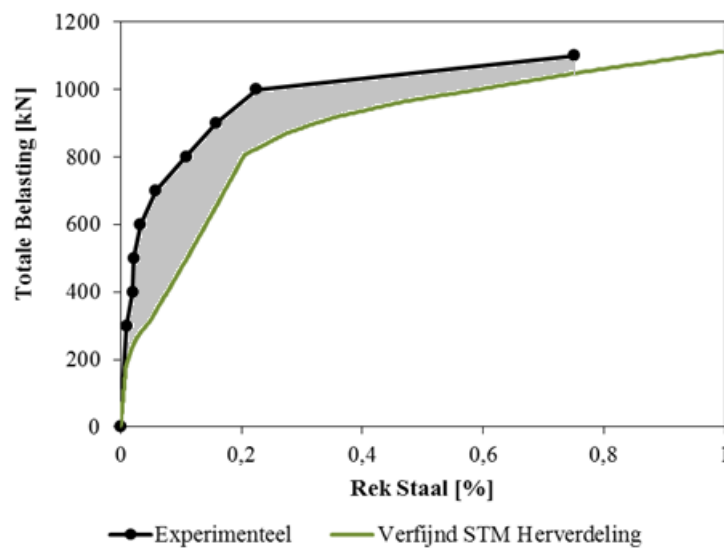


Figuur 5-10: Grafische weergave van experimentele resultaten vergeleken met de staafwerkanalyses

5.3 Betonbijdrage voor Trekstaven

De resultaten van het model gepresenteerd in hoofdstuk 4 beschrijft het bezwijkgedrag van een wandligger rekening houdend met de invloed van flankwapening.

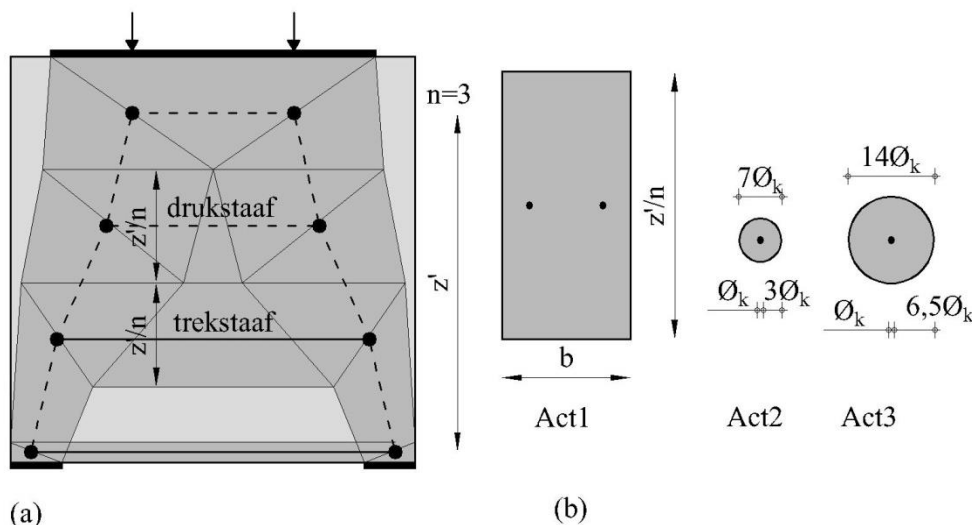
Bij de analyse van het last-rek diagram van het model in vergelijking met de experimentele resultaten is er tussen de scheurlast en de bezwijklast nog een verschil op te merken, zie Figuur 5-11. De aanname van de betonbijdrage op trek, toegepast in het model, zou invloed kunnen hebben op dit verschil. Het betonoppervlak dat van invloed is op de aanhechting van de wapening wordt, bij het model, in rekening gebracht voor de betonbijdrage op trek. Voor de flankwapening wordt hiervoor een betonconus van 7 keer de wapeningdiameter gerekend.



Figuur 5-11: Verschil tussen experimentele resultaten en generatief verfijnd model (M3/VF)

Voordat er scheurvorming optreedt, zou het gehele betonoppervlak van de wandligger trekspanningen kunnen opnemen. Met deze hypothese is de berekening op aangepast.

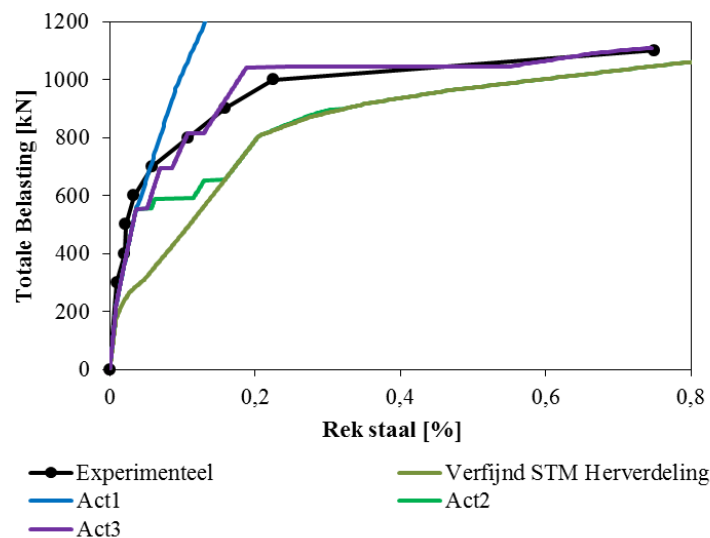
In tegenstelling tot het oorspronkelijke model wordt het oppervlak van de betonbijdrage op trek voor scheurvorming bepaald door de betondoorsnede van het lijf te verdelen over de flankstaven, zoals ook is toegepast voor de horizontale drukstaven, Figuur 5-12a.



Figuur 5-12: (a) Betonbijdrage tot scheuren; (b) Betonbijdrage na scheuren

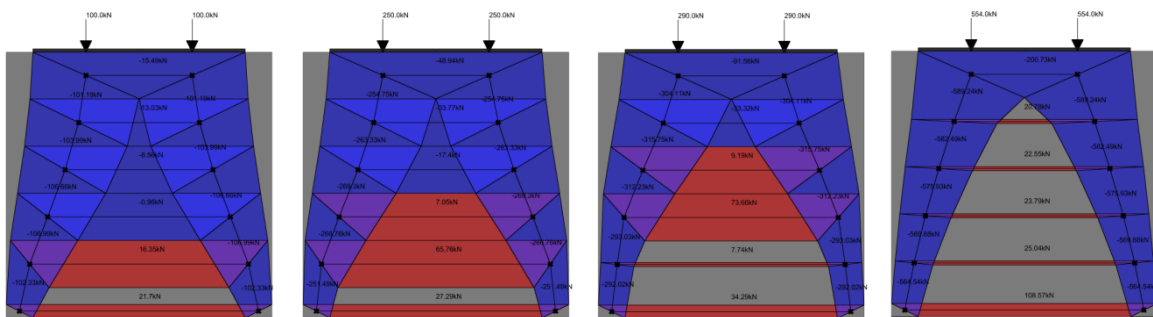
Wanneer er scheurvorming optreedt, zal alleen het invloedsgebied van beton door aanhechting op de wapening meewerken. Met behulp van het trekstaafmodel wordt de bijdrage hiervan bepaald. Er zijn drie verschillende aannames gedaan om het effect van het invloedsgebied op de berekening te bestuderen, zie Figuur 5-12b. De eerste aanname (Act1) is dat de gehele betondoorsnede van de wand meewerkt na scheuren. De tweede aanname (Act2) is dat enkel de betonconus van 7 keer de wapeningdiameter meewerkt na scheuren. De derde aanname (Act3) is dat een betonconus van 14 keer de wapeningdiameter meewerkt na scheuren.

In Figuur 5-13 zijn de resultaten van de nieuwe analyses weergegeven. De betonbijdrage heeft duidelijk effect op de resultaten. Berekening Act1 is een overschatting van de betonbijdrage. De grafiek van Act2 is een goede benadering tot de staven zijn gescheurd, de grafiek valt daarna weer terug op het oude patroon. Act3 blijkt een goede benadering van de experimentele resultaten te zijn over het gehele traject.



Figuur 5-13: De invloed van extra bijdrage van beton op trek

In Figuur 5-14 zijn de gegenereerde staafwerkmodellen afgebeeld van de berekening met Act3 bij een totale last van 200kN, 500kN, 580kN en de last bij bezwijken.



Figuur 5-14: Gegenereerde staafwerkmodellen voor Act3

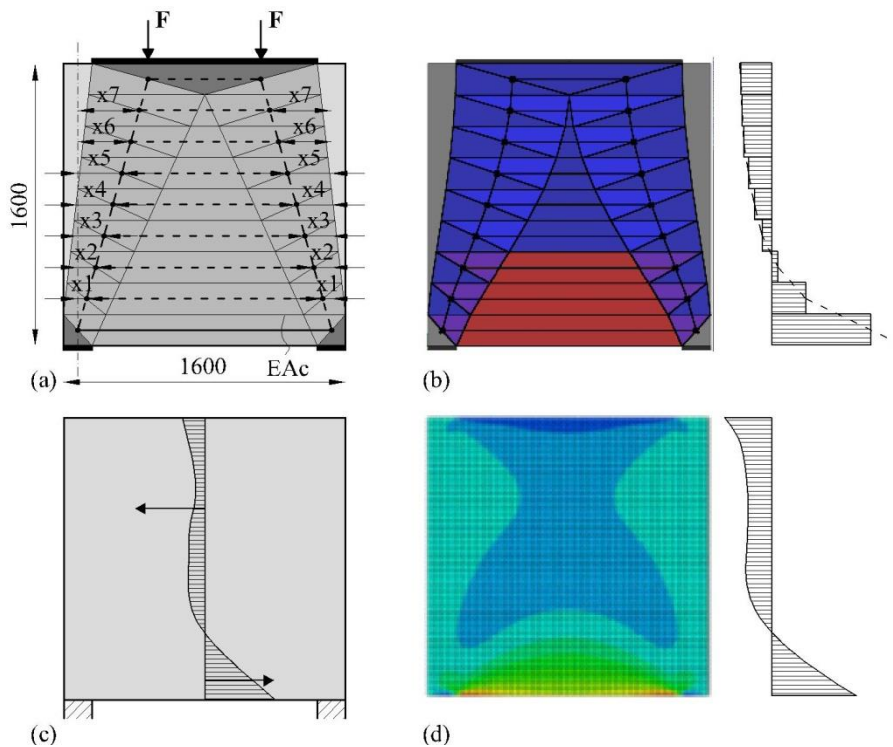
Het staafwerkmodel in de ongescheurde situatie bootst de lineair elastische spanningsverdeling in een wandligger beter na dan het model gepresenteerd in hoofdstuk 4. Daarnaast is op te merken dat het staafwerkmodel veel meer geleidelijk van een elastisch naar plastisch model gaat.

Benchmark ongewapende wandligger

Om een kwantitatieve vergelijking te maken tussen het bepaalde staafwerkmodel en andere theorie is een ongewapende wandligger toegepast.

Figuur 5-15a illustreert het toegepaste staafwerkmodel. Voor de staafwerkanalyse is er gebruik gemaakt van een verfijnd model met 9 horizontale staven die de volledige betondoorsnede vertegenwoordigen. De afmeting van de wand-ligger is $1600 \times 1600 \times 100 \text{ mm}^3$, is opgelegd op twee oplegvlakken van $160 \times 100 \text{ mm}^2$ en wordt belast door een gelijkmatig verdeelde belasting. Met dit model wordt de juiste locatie van de x-coördinaten van de 14 interne knopen gegenereerd. Hiermee wordt het lineair elastisch staafwerkmodel gevonden.

Figuur 5-15b-d illustreert de resultaten van het staafwerkmodel, eindige elementen analyse[22] en de theorie van Navier[6]. De inwendige hefboomsarm bepaald met de theorie en Wolfs is $0,62h$. De inwendige hefboomsarm van het staafwerkmodel is bepaald door het zwaartepunt van spanningsverdeling op druk en trek dit werd $0,63h$. Het verschil van 2% is te verklaren omdat het staafwerkmodel een relatief grof systeem is.



Figuur 5-15:(a) Initieel staafwerkmodel; (b) Gegenereerd model AI-STM; (c) Spanningsverdeling Navier; (d) Eindige Elementen Analyse

6 Conclusies & Aanbevelingen

6.1 Conclusies

Een parametrisch staafwerkmodel is ontwikkeld om de krachtswerking in een verstoord gebied te simuleren, waarbij de herverdeling van krachten in rekening worden gebracht. Het model is specifiek ontwikkeld voor een wandligger en is succesvol gevalideerd aan een analytische berekening. Uit deze studie zijn de volgende conclusies getrokken.

Minimale vervormingsarbeid in combinatie met een raamwerkprogramma is een goede benadering voor het bepalen van de krachtswerking in een wandligger met staafwerkmodellen, waarbij de niet-lineaire eigenschappen van de trekstaaf zijn afgeleid met het trekstaafmodel.

De berekening van een wandligger met de ‘klassieke’ staafwerkmethode resulteert in een ruime ondergrens benadering in vergelijking met experimentele resultaten. De berekende bezwijklast betreft 31% van de experimentele bezwijklast.

De berekening van de wandligger met het staafwerkmodel waar de herverdelingscapaciteit wordt meegenomen resulteert in een bezwijklast van 73% ten op zichte van de experimentele bezwijklast. Het bezwijken van de drukdiagonaal is in deze berekening buiten beschouwing gelaten, waardoor het juiste bezwijkmechanisme bij de berekening plaatsvindt.

De berekening van de wandligger met het staafwerkmodel waar de lijfwapening in rekening is gebracht resulteert in een bezwijklast van 93%. Ook bij deze analyse is het bezwijken van de drukdiagonaal buiten beschouwing gelaten.

6.2 Aanbevelingen

De betondruksterkte van drukdiagonalen, volgens NEN-EN1992-1-1 artikel 6.5, blijkt bij de geanalyseerde wandligger en gedrongen liggers te worden onderschat. Een vervolgstudie moet worden uitgevoerd om de druksterkte in diagonalen beter in te schatten. In paragraaf 5.2 van dit rapport is een eerste opzet gedaan van een dergelijke studie.

De uitkomsten van het model blijken gevoelig te zijn voor de aanname van de effectieve betonbijdrage voor de trekstaven. Nader onderzoek dient er te worden uitgevoerd om de juiste betonbijdrage voor trekstaven in een staafwerkmodel te garanderen.

Het voorgestelde geavanceerde staafwerkmodel is toegepast voor gedrongen liggers en wandliggers. In een vervolgstudie zou het model moeten worden uitgebreid naar andere verstoorde gebieden.

Aanvullend experimenteel onderzoek is nodig om de invloed van het wapeningspercentage op de herverdelingscapaciteit van een wandligger te bepalen. Hiervoor moet er worden gevarieerd in de wapeningsverhouding van de onderwapening en de lijfwapening. Aan de hand van deze resultaten kan het parametrische model voor meer situaties worden geverifieerd. Er wordt voorgesteld om aan te sluiten op het experimenteel onderzoek uitgevoerd door Leonhardt & Walther[6]. Dit onderzoek is één van de grondleggers naar het gedrag van wandliggers.

Naast de schaalproeven van wandliggers wordt er voorgesteld om twee typen detailproeven uit te voeren. Ten eerste, een proevenserie met op afschuif-belaste platen, zoals is uitgevoerd bij de bepaling van de Modified Compression Field Theory [9]. Hiermee moet de invloed van afschuifscheuren op de betondruksterkte worden bepaald. De tweede proevenserie is met trekproeven om de betonbijdrage voor op trek belaste staven af te leiden.

7 Literatuur

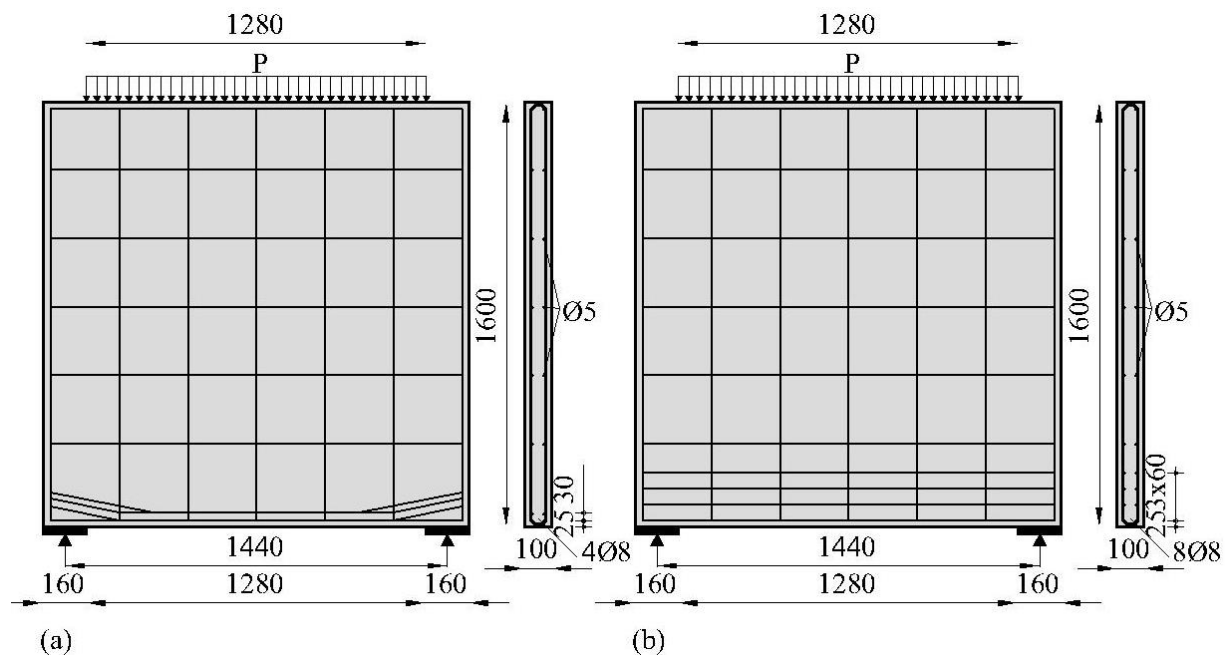
- [1] M. P. Nielsen and L. C. Hoang, *Limit Analysis and Concrete Plasticity*, Third. Lyngby: CRC Press, 2011.
- [2] P. Marti, “Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design,” no. 82, pp. 46–56, 1985.
- [3] J. Schlaich, K. Schafer, and M. Jennewein, “Toward a Consistent Design of Structural Concrete,” *PCI J.*, 1987.
- [4] G. N. J. Kani, “The Riddle of Shear Failure and Its Solution,” *ACI Struct. J.*, vol. 28, no. 61, pp. 441–468, 1964.
- [5] F. Leonhardt and R. Walther, “Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung,” *Dtsch. Ausschuss für Stahlbet.*, vol. 151, p. 83, 1962.
- [6] F. Leonhardt and R. Walther, “Wandartiger Träger,” *Deurscher Ausschuss für Stahlbet.*, vol. 178, p. 159, 1966.
- [7] J. Walraven and N. Lehwalter, “Het afschuifdraagvermogen van gedrongen liggers en korte consoles,” *Cement*, vol. 4, pp. 27–34, 1989.
- [8] A. S. G. Bruggeling, *Theorie en praktijk van het gewapend beton, Deel 1.* 'S-Hertogenbosch: Vereniging Nederlandse Cementindustrie, 1986, p. 998.
- [9] F.J. Vecchio and M. P. Collins, “The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear,” *ACI Struct. J.*, vol. 83, no. 2, pp. 219–231, 1986.
- [10] S. Timoshenko and J. N. Goodier, *Theory of Elasticity*. 1951, p. 33.
- [11] W. Ritter, “Die Bauweise Hennebique,” *Schweizerische Bauzeitung*, vol. 7, 1899.
- [12] E. Mörsch, “Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung,” *Verlag Konrad Wittwer*, 1912.
- [13] M. A. Ali and R. N. White, “Automatic Generation of Truss Model for Optimal Design of Reinforced Concrete Structures,” *ACI Struct. J.*, vol. 98, 2002.
- [14] M. P. Collins and D. Mitchell, *Prestressed Concrete Structures*. Englewood Cliffs, 1991.
- [15] L. J. Alfrink, “Strut & Tie Method, Literatuurstudie,” 2013.
- [16] *NEN-EN 1992-1-1*, no. april 2005. 2011, p. 101.

- [17] J. G. Macgregor, “Part 2 Derivation of strut-and-tie models for the 2002 ACI Code,” pp. 7–40, 2002.
- [18] G. E. Moore, “Cramming more components onto integrated circuits,” *Electronics*, vol. 38, no. 8, 1965.
- [19] M. S. Lourenço and J. F. Almeida, “Adaptive Stress Field Models : Formulation and Validation,” no. 110, 2013.
- [20] C. R. Braam and P. Lagendijk, *Constructieer Gewapend Beton*. Aenas, 2011, p. 464.
- [21] B. Kuyt and J. van Leeuwen, “Gedrongen balken en korte consoles,” Zoetermeer, 1971.
- [22] Rob Wolfs, “3D Printing of Concrete Structures,” Eindhoven University of Tecnology, 2015.
- [23] C. Felippa, *Introduction to Finite Element Methods*. Colorado.

A. Verificatie Wandligger

A.1 Experimenteel Onderzoek

De onderzoekers Leonhardt en Walther hebben in 1966 een onderzoeksrapport gepubliceerd over de experimentele resultaten van hoge-wandliggers uitgevoerd met gewapend beton[6]. Dit onderzoek werd uitgevoerd om het bezwijk gedrag van verschillende typen hoge-wandliggers te analyseren. De gedocumenteerde resultaten zijn uitgebreid; de breuklast, scheurlast, last-rek-relaties, last-scheurwijdte-relaties zijn bij het vergelijken van de modellen nuttig.



Figuur A-1: Proefstukken WT2(a) en WT3(b)

Elke wandligger heeft een afmeting van $1600 \times 1600 \text{ mm}^2$ met een basis wapening in horizontale en verticale richting van $\text{Ø}5-260$. Voor de krachtsinleiding is een gelijkmatig verdeelde belasting nagebootst. De oplettingen zijn gerealiseerd met behulp van verdeelplaten van $100 \times 160 \text{ mm}^2$. Twee typen proefstukken, WT2 en WT3, Figuur A-1 zijn hier afgebeeld. Het proefstuk WT2 heeft $4\text{Ø}8$ als hoofdwapening, waar het proefstuk WT3 $8\text{Ø}8$ heeft. Het verschil in hoofdwapening heeft geleid tot een ander bezwijkmechanisme. Proefstuk WT2 bezwijkt door de breuk van de onderwapening, waarbij WT3 bezwijkt door betonstuik bij de opletting. Proefstuk WT2 is in dit rapport gebruikt om de resultaten van de staafwerkmodellen te verifiëren met de experimentele resultaten. In paragraaf A.4 zijn de resultaten van beide proefstukken (WT2&WT3) vergeleken met de resultaten van het model.

Tabel A-1: Resultaten van Leonhardt en Walther[16]

Type	Onderwapening	Scheurlast	Bezwijklast	Bezwijkmechanisme
		[kN]	[kN]	
WT2	$4\text{Ø}8$	310,0	1195,0	Breuk onderwapening
WT3	$8\text{Ø}8$	500,0	1000,0	Betonstuik opletting

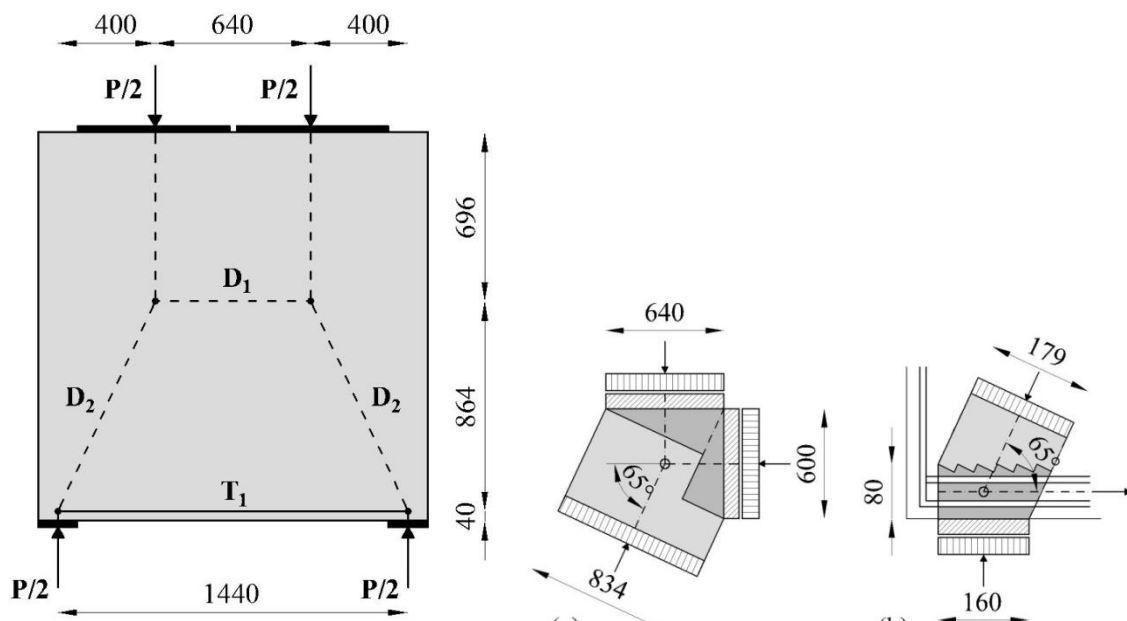
In Tabel A-1 en Tabel A-2 is een overzicht weergegeven van het experimenteel onderzoek [6].

Tabel A-2: Materiaaleigenschappen Proefstukken

Materiaaleigenschappen			
Beton kubusdruksterkte	f_c	=	35,0 N/mm ²
Elasticiteitsmodulus Beton	E_c	=	32.000,0 N/mm ²
Vloeispanning Staal	f_{sy}	=	430,0 N/mm ²
Elasticiteitsmodulus Staal	E_s	=	210.000,0 N/mm ²
Breukspanning Staal	f_{su}	=	540,0 N/mm ²
Breukrek staal	ϵ_{su}	=	10 ‰

A.2 Uitwerking Berekening Hoofdstuk 1 (WT2)

De berekening van de capaciteit van de wand uit hoofdstuk 1 is hier verder uitgewerkt. Het staafwerkmodel is afgebeeld in Figuur A-2. De trekstaaf bestaat uit 4Ø8 wapeningsstaven. De krachtswerking in de staven is geformuleerd in (A.1). De toegepaste materiaaleigenschappen zijn weergegeven in Tabel A-3. Er zijn geen materiaalfactoren toegepast bij het bepalen van de sterkte hiervan. Voor de sterkte van het beton wordt de gemeten kubusdruksterkte aangehouden en voor wapening de vloeispanning.



Figuur A-2: Staafwerkmodel en Geometrie knopen

$$\begin{aligned}
 T_1 &= -D_1 = 0,23P \\
 D_2 &= 0,55P
 \end{aligned}
 \tag{A.1}$$

Tabel A-3: Materiaaleigenschappen toegepast in de berekening

Materiaaleigenschappen			
Betondruksterkte	f_c	=	35,0 N/mm ²
Vloeispanning Staal	f_{sy}	=	430,0 N/mm ²

Bezwijklast Staven

De betondruksterkte van de drukstaven wordt dan met behulp van formule (1.2) – (1.4) bepaald.

$$\begin{aligned}\sigma_{Rd,max,D1} &= 35,0 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{Rd,max,D2} &= 0,6 \left(1 - \frac{35}{250}\right) 35 = 18,1 \text{ N/mm}^2\end{aligned}\tag{A.2}$$

De bezwijkcapaciteit van de betondrukstaven:

$$\begin{aligned}D_{1y} &= A_{c,D1} \sigma_{Rd,max,D1} = 600 * 100 * 35,0 * 10^{-3} = 2100,0 \text{ kN} \\ D_1 &= D_{1y}\end{aligned}\tag{A.3}$$

$$P_{D1} = 9130,43 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned}D_{2y} &= A_{c,D2,min} \sigma_{Rd,max,D2} = 100 * 179 * 18,1 * 10^{-3} = 324 \text{ kN} \\ D_2 &= D_{2y}\end{aligned}\tag{A.4}$$

$$P_{D2} = 589,1 \text{ kN}$$

De bezwijkcapaciteit van de trekstaaf betreft:

$$\begin{aligned}T_{1y} &= A_{s,T1} f_y = 4\pi \left(\frac{8}{2}\right)^2 430 * 10^{-3} = 86,45 \text{ kN} \\ T_1 &= T_{1y}\end{aligned}\tag{A.5}$$

$$P_{T1} = 375,87 \text{ kN}$$

Bezwijklast Knopen

De betondruksterkte van de knoopengebieden wordt met behulp van formule (1.6) bepaald:

$$\begin{aligned}\sigma_{Rd,max,CCC} &= 1,0 \left(1 - \frac{35}{250}\right) 35 = 30,1 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{Rd,max,CCT} &= 0,85 \left(1 - \frac{35}{250}\right) 35 = 25,6 \text{ N/mm}^2\end{aligned}\tag{A.6}$$

De bezwijkcapaciteit van de oplegknoop betreft:

$$\begin{aligned}K_{1,w1} &= A_{w1} \sigma_{Rd,max,CCT} = 80 * 100 * 25,6 * 10^{-3} = 204,8 \text{ kN} \\ T_1 &= K_{1,w1}\end{aligned}\tag{A.7}$$

$$P_{K1,w1} = 890,43 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned}K_{1,w2} &= A_{w2} \sigma_{Rd,max,CCT} = 160 * 100 * 25,6 * 10^{-3} = 409,6 \text{ kN} \\ P/2 &= K_{1,w2}\end{aligned}\tag{A.8}$$

$$P_{K1,w2} = 819,2 \text{ kN}$$

$$K_{1,w3} = A_{w2} \sigma_{Rd,max,CCT} = 179 * 100 * 25,6 * 10^{-3} = 458,2 \text{ kN}$$

$$D_2 = K_{1,w3} \tag{A.9}$$

$$P_{K1,w3} = 833,16 \text{ kN}$$

$$\mathbf{P_{K1,w2} = 819,2 \text{ kN Maatgevend}} \tag{A.10}$$

De bezwijkcapaciteit van de lastinleidingsknoop betreft:

$$K_{2,w1} = A_{w1} \sigma_{Rd,max,CCT} = 640 * 100 * 30,1 * 10^{-3} = 1926,4 \text{ kN}$$

$$D_1 = K_{2,w1} \tag{A.11}$$

$$P_{K2,w1} = 8375,65 \text{ kN}$$

$$K_{2,w2} = A_{w2} \sigma_{Rd,max,CCT} = 600 * 100 * 30,1 * 10^{-3} = 1806,0 \text{ kN}$$

$$P/2 = K_{2,w2} \tag{A.12}$$

$$P_{K2,w2} = 3612,0 \text{ kN}$$

$$K_{2,w3} = A_{w2} \sigma_{Rd,max,CCT} = 834 * 100 * 30,1 * 10^{-3} = 2510,34 \text{ kN}$$

$$D_2 = K_{2,w3} \tag{A.13}$$

$$P_{K2,w3} = 4564,25 \text{ kN}$$

$$\mathbf{P_{K1,w2} = 3612,0 \text{ kN Maatgevend}} \tag{A.14}$$

Het resultaat van de berekening is samengevat in Tabel A-4.

Tabel A-4: Bezwijklast van staafwerkmodel elementen

Bezwijklast STM elementen	
Drukzone	$P_{D1} = 9130,43 \text{ kN}$
Drukdiagonaal	$P_{D2} = 589,10 \text{ kN}$
Trekstaaf	$\mathbf{P_{T1} = 375,87 \text{ kN}}$
Oplegknoop	$P_{K1} = 819,20 \text{ kN}$
Lastinleidingsknoop	$P_{K2} = 3612,00 \text{ kN}$

A.3 Bepalen van invoer Parametrische Modellen

In deze bijlage wordt de invoer van de parametrische modellen gepresenteerd in hoofdstuk 2, 3 en 4 toegelicht.

Materiaaleigenschappen

De ingevoerde materiaaleigenschappen per model zijn in Tabel A-5 weergegeven. Er zijn geen materiaalfactoren toegepast bij het bepalen van de sterkte hiervan. Voor de sterkte van het beton wordt de gemeten kubusdruksterkte aangehouden.

Tabel A-5: Invoer Parametrische Modellen

Materiaaleigenschappen			Model H2	Model H3	Model H4
Beton druksterkte	f_c	= 35,0 N/mm ²	X	X	X
Elasticiteitsmodulus Beton	E_c	= 32.000,0 N/mm ²	X	X	X
Vloei spanning Staal	f_{sy}	= 430,0 N/mm ²	X	X	X
Elasticiteitsmodulus Staal	E_s	= 210.000,0 N/mm ²	X	X	X
Breukspanning Staal	f_{su}	= 540,0 N/mm ²	-	X	X
Breukrek staal	ϵ_{su}	= 10 ‰	-	X	X

Reductiefactoren Drukstaven en Knopen

Voor het bepalen van de betondruksterkte van de staven en knopen dient er in het parametrisch model een reductiefactor hiervoor worden opgegeven. Deze reductiefactoren zijn afgeleid uit NEN-EN-1992-1-1 artikel 6.5. De drukstaaf gelegen in de drukzone treedt geen trekspanning in de dwarsrichting van de staaf en geldt dus de volgende aanname:

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (A.15)$$

De reductiefactor voor de drukstaaf gelegen in de drukzone volgens de Eurocode is dus:

$$\phi_{red;EC;drukzone} = 1,0 \quad (A.16)$$

De drukdiagonaal heeft wel te maken met trekspanning loodrecht op de betondrukstaaf. De betondruksterkte wordt als volgt berekend:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6v'f_{cd} \quad (A.17)$$

De waarde v' wordt als volgt berekend:

$$v' = 1 - f_{ck}/250 \quad (A.18)$$

$$v' = 1 - 35/250 = 0,86$$

De reductiefactor voor de drukdiagonaal volgens de Eurocode is dan:

$$\phi_{red;EC;drukdiagonaal} = 0,6 * 0,86 = 0,52 \quad (A.19)$$

Voor de knoopgebieden geldt de volgende relatie voor het bepalen van de betondruksterkte:

$$\sigma_{Rd,max} = k v f_{cd} \quad (A.20)$$

De waarde k is per type knooppgebied verschillend. De waarde ν wordt op dezelfde wijze bepaald als voor de drukdiagonaal.

Voor een CCC-Knoop betreft de waarde van $k = 1$. Waardoor de reductiefactor als volgt wordt bepaald:

$$\phi_{red;EC;CCC} = 1,0 * 0,86 = 0,86 \quad (A.21)$$

Voor een CCT-Knoop betreft de waarde van $k = 0,85$. Waardoor de reductiefactor als volgt wordt bepaald:

$$\phi_{red;EC;CCT} = 0,85 * 0,86 = 0,73 \quad (A.22)$$

De reductiefactoren voor de verschillende staafwerkmodel-elementen volgens de Eurocode zijn in onderstaande tabel weergegeven.

Tabel A-6

	Drukzone	Diagonaal	CCC-knoop	CCT-knoop
ϕ_{red}	1,0	0,52	0,86	0,73

Invoer Trekstaafmodel

Voor de bepaling van de betonbijdrage op trek, met het trekstaafmodel, is de gemiddelde zuivere korteduur-treksterkte nodig. Dit is niet gerapporteerd bij het experimenteel onderzoek en wordt bepaald met de methode zoals is beschreven in Bruggeling. Voor de zuivere korteduur-treksterkte kan men aanhouden:

$$f_{ct,0} = 0,87(1 + 0,05 f_{cc,0})$$

Waar: $f_{cc,0}$ de kubusdruksterkte (A.23)

$$f_{ct,0} = 2,39$$

Voor de gemiddelde waarde, door spreiding, van de betontreksterkte kan worden aangehouden:

$$f_{ctm} = 1,45 f_{ct,0} \quad (A.24)$$

$$f_{ctm} = 3,5 \text{ N/mm}^2$$

De kritieke scheurspanning in de eerste en tweede generatie scheurpatroon wordt als volgt bepaald.

$$\sigma_{cr-1} = \phi_{cr-1} f_{ctm}$$

$$\sigma_{cr-2} = \phi_{cr-2} f_{ctm} \quad (A.25)$$

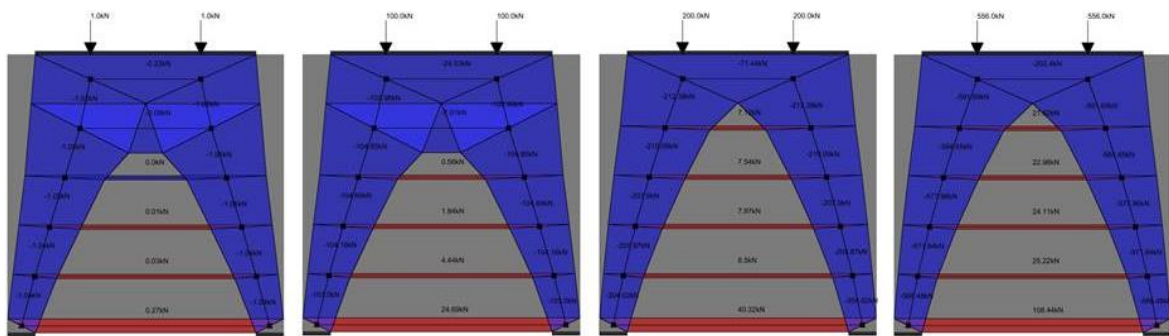
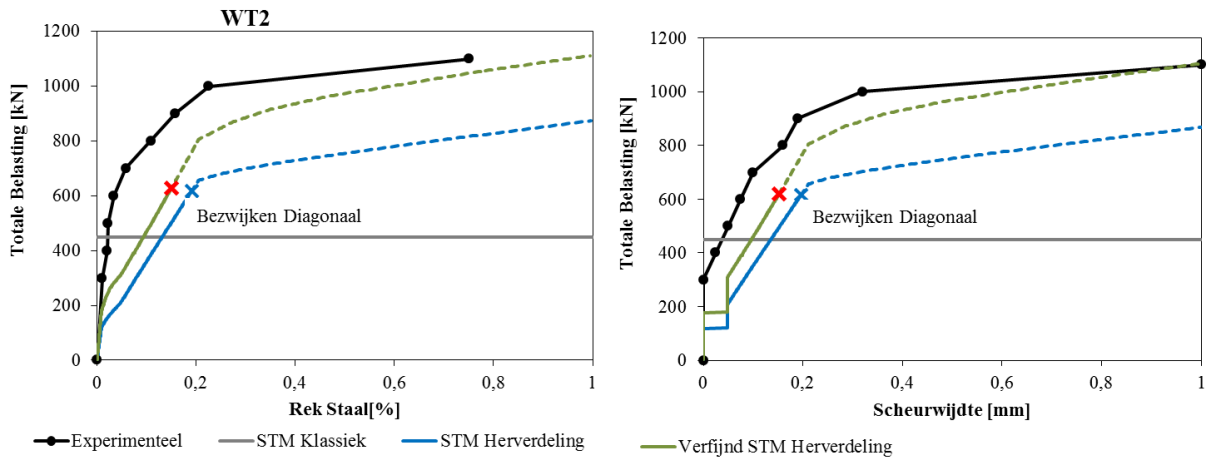
Waar: ϕ_{cr-i} is een constante afhankelijk van de belastingduur.

Omdat de berekening wordt vergeleken met een experimentele proef worden de constanten behorend bij snel opgelegde belasting toegepast:

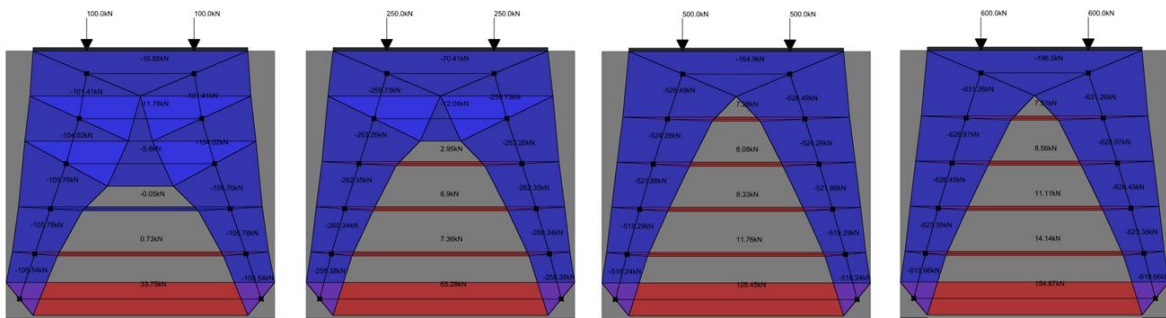
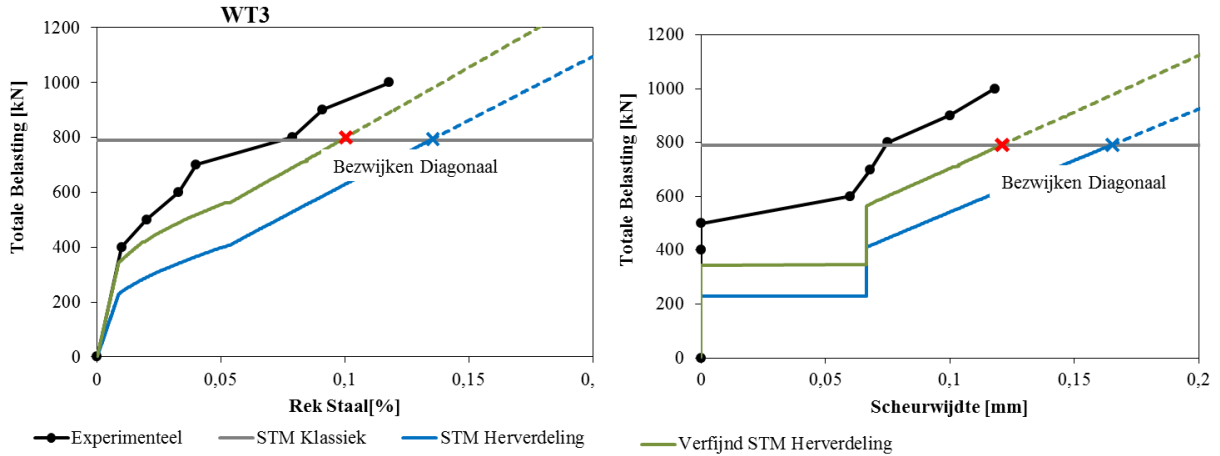
$$\phi_{cr-1} = 0,75 \quad (A.1)$$

$$\phi_{cr-2} = 0,90$$

A.4 Resultaten Staafwerkmodellen



Gegeneerd staafwerkmodel bij 1kN, 100kN, 200kN en bij de bezwijklast



Gegeneerd staafwerkmodel bij 1kN, 100kN, 200kN en bij de bezwijklast

B. Handleiding Parametrisch Model

De volgende computerprogramma's moeten geïnstalleerd zijn voor het gebruik van het parametrische model:

- Rhinoceros
- Grasshopper (plugin voor Rhinoceros)
- Python (plugin voor Grasshopper)
- Mantis (plugin voor Grasshopper)
- Wolfram Mathematica

De grafische gebruikersinterface is geprogrammeerd in een grasshopper-bestand (.gh extensie) deze is terug te vinden op de bijgeleverde DVD.

B.1 Globale opzet

Het parametrische model is opgezet vanuit een basismodel, waarmee berekeningen volgens de 'klassieke' staafwerkmethode kan worden uitgevoerd. Dit model kent twee uitbreidingen. Ten eerste de een model waar rekening wordt gehouden met de herverdelingscapaciteit van een wandligger. Vervolgens is dit weer uitgebreid waarbij de invloed van lijfwapening mee wordt genomen.

Het basismodel met de uitbreidingen is geprogrammeerd in één Grasshopper bestand. Bij het gebruik van het parametrische model dienen de inputparameters naar eigen inzicht te worden ingevuld. In deze bijlage wordt toegelicht hoe de gebruiker hiermee te werk moet gaan.

De parameters zijn onderverdeeld in; geometrie, materiaaleigenschappen, starten van analyse en visualisatie type.

B.2 Basis Model (Hoofdstuk 2)

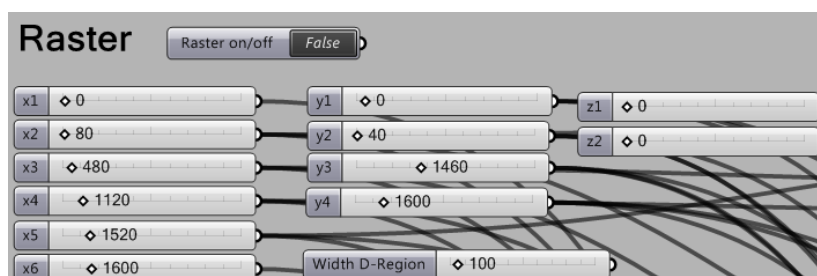
Met het basis model, gepresenteerd in hoofdstuk 2, kan een 'klassieke' staafwerkanalyse worden uitgevoerd.

Geometrie

Rasterpatroon

Ten eerste wordt de geometrie van het staafwerkmodel bepaald met behulp van een orthogonaal rasterpatroon. Het raster bestaat uit 4 horizontale en 6 verticale assen. Met behulp van 'number sliders' kan het orthogonale rasterpatroon worden bepaald, zie onderstaand figuur.

De uiterste rasterlijnen vormen het D-gebied. Een aantal snijpunten vormen de knooppunten die zijn voorgeprogrammeerd. Onderlinge relaties tussen knopen zijn ook voorgeprogrammeerd.

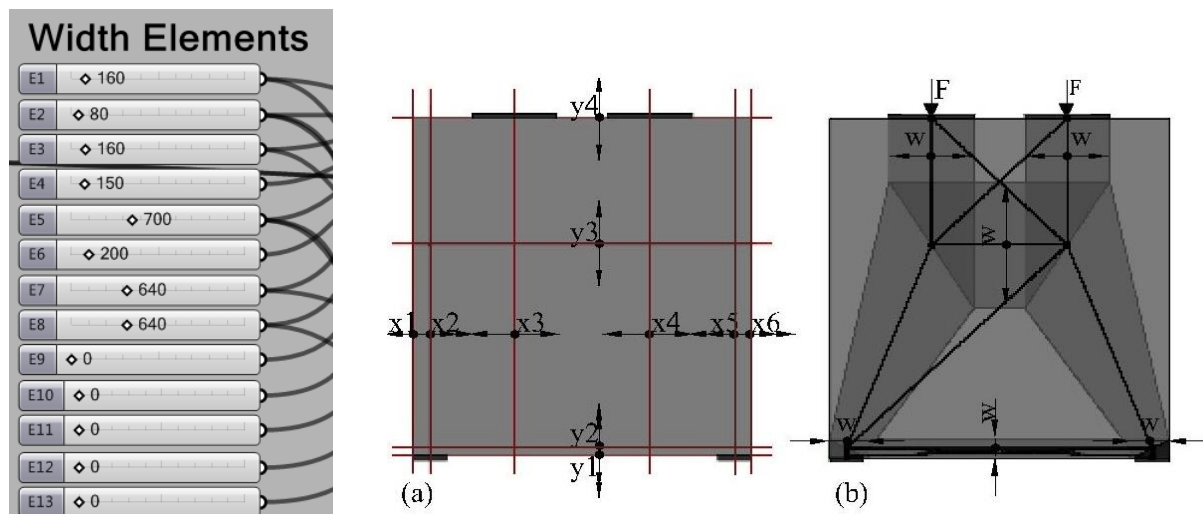


Breedte van (beton)staven

Vervolgens dient de breedte van de staven te worden ingevuld met behulp van 'number sliders'. Hiermee wordt de oppervlakte van de staven gegenereerd.

In de praktijk zijn de breedtes van de verticale staven afgeleid van de oplegplaten bij de krachtsinleiding en boundary condition. Deze relatie moet door de gebruiker zelf worden geïnterpreteerd. Daarnaast kan de breedte van de drukzone en trekzone afgeleid worden van de locatie van de wapening en de locatie van de drukzone, ook dit kan door de gebruiker zelf worden geïnterpreteerd.

Wanneer de drukdiagonalen trechtervormig of flesvormig zijn worden hiervan de breedtes gegenereerd en is het opgeven van een breedte niet nodig.



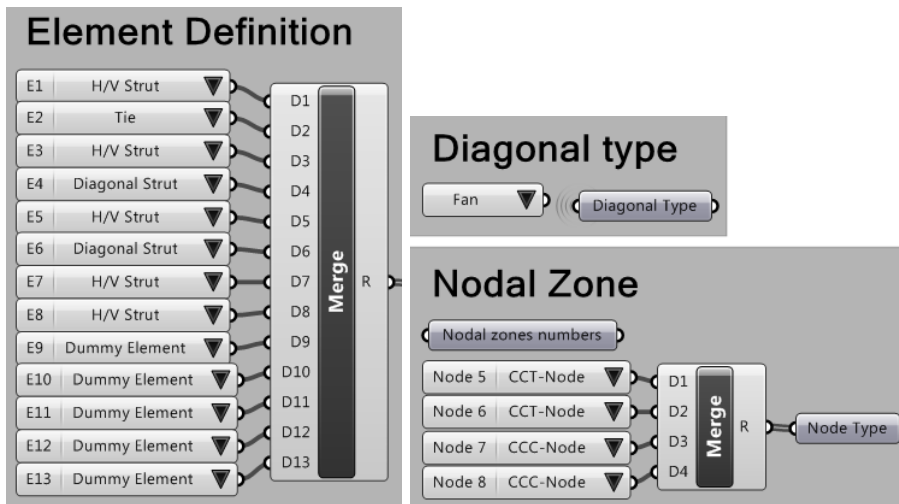
Materiaaleigenschappen

Type staven & Knopen

De volgende stap is het toekennen van de staatypes. Hiermee wordt de juiste staafeigenschappen toegekend.

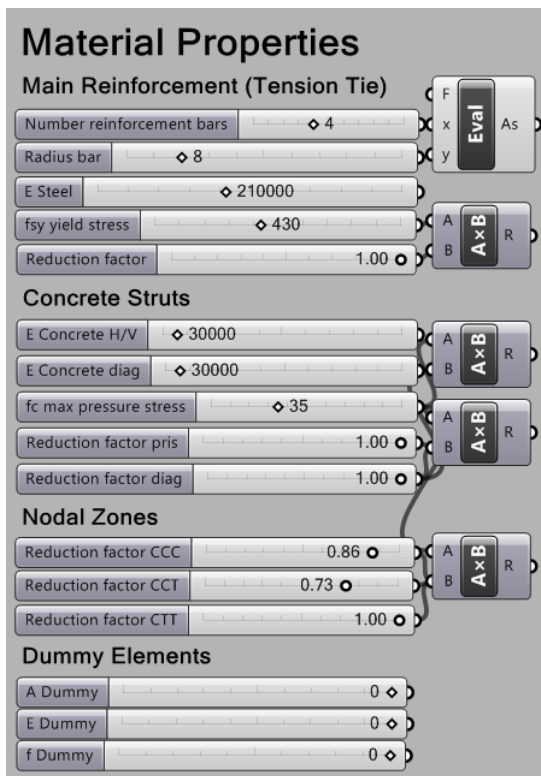
Hierin wordt gekozen of de elementen; horizontale, verticale drukstaven, prismatische, trechter fles diagonaal een trekstaaf of een dummy element betreft.

Of de knopen CCC, CCT of CTT knopen betreffen.



Materiaaleigenschappen per type

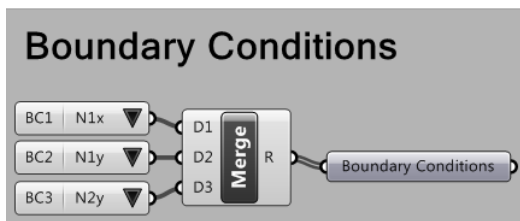
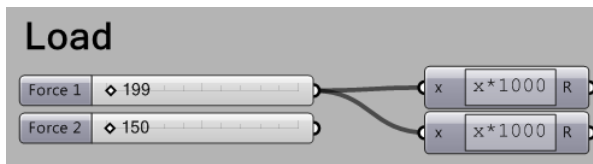
Vervolgens kan de materiaaleigenschappen per type worden ingevuld.



De Analyse

Belastingen en Boundary Conditions

Voor de numerieke analyse gedraaid kan worden moet de belastingen en boundarycondittions worden toegekend. De locatie en richting van de belasting is voorgeprogrammeerd, de grootte hiervan is parametrisch. De locatie van de boundaryconditions zijn ook voorgeprogrammeerd.



Start Analyse

Wanneer alles correct is ingevuld kan de analyse worden gestart van module. Met behulp van de 'Framework Analysis Boolean toggle' op 'True' te zetten (zie figuur hieronder) wordt het Mathematica script via de plug-in Mantis opgestart.

Visualisatie

Visualisatie Input

De elementen, elementnummers en knooppnummers kunnen worden gevisualiseerd door de bijbehorende 'Boolean Toggles' aan te sturen. Zie onderstaand figuur.

Visualisatie Output

Wanneer de analyse is uitgevoerd kan de output worden gevisualiseerd door de bijbehorende 'boolean toggles' aan te sturen. De interne krachten en spanningen kunnen worden gevisualiseerd en de bijbehorende controles van de maximale spanningen. Zie onderstaand figuur.



B.3 Model met Herverdeling (Hoofdstuk 3)

Met dit model wordt de mogelijkheid van het herverdelen van de krachtswerking in het staafwerkmodel meegenomen.

Geometrie

Breedtes (beton)staven

De breedtes van de betonstaven worden gegenereerd vanuit de ligging van de staven en de oplegbreedte van de krachtsinleiding, zoals is toegelicht in paragraaf 3.4.

Materiaaleigenschappen

De materiaaleigenschappen van het basismodel worden uitgebreid met de materiaaleigenschappen benodigd voor het trekstaafmodel. De gebruiker dient de onderstaande inputparameters voor het trekstaafmodel op te geven.

Input FDM

fsu	540			
reksu %0	10.00	x	$\times 10^{-3}$	R
fct	3.5			
sigma rest	0.0			
Reduction factor cr1	0.75			
Reduction factor cr2	0.90			
dx	1			

De Analyse

Loadstep

De analyse betreft een kracht-gestuurde analyse waardoor er een belastingstap moet worden gedefinieerd.

Iterative model

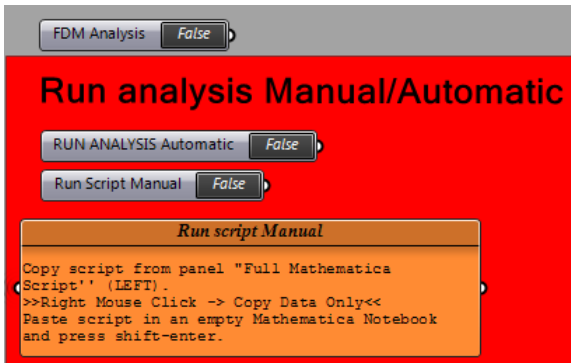
Loadsteps (kN)	1	x	$\times 1000$	R	Loadstep
----------------	---	---	---------------	---	----------

Run FDM

Voor de staafwerkanalyse kan worden gestart dient de het trekstaafmodel te worden uitgevoerd. Deze analyse wordt opgestart door de 'Boolean Toggle' FDM Analysis op True te zetten.

Start Analyse

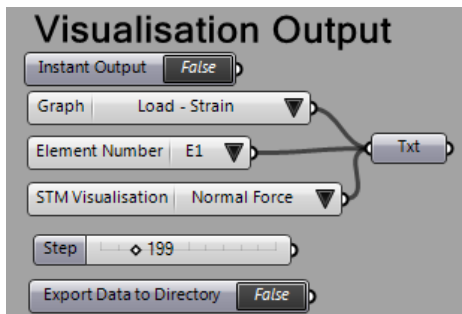
Vervolgens kan de staafwerkanalyse op twee manieren worden gestart, automatisch of manueel. De automatische analyse wordt met behulp van de Mantis-plugin uitgevoerd. Bij de manuele analyse dient het gegenereerde script in een leeg Mathematica-notebook te worden geplakt en gestart. Het voordeel van de manuele analyse is dat tussenresultaten worden uitgevoerd.



Visualisatie

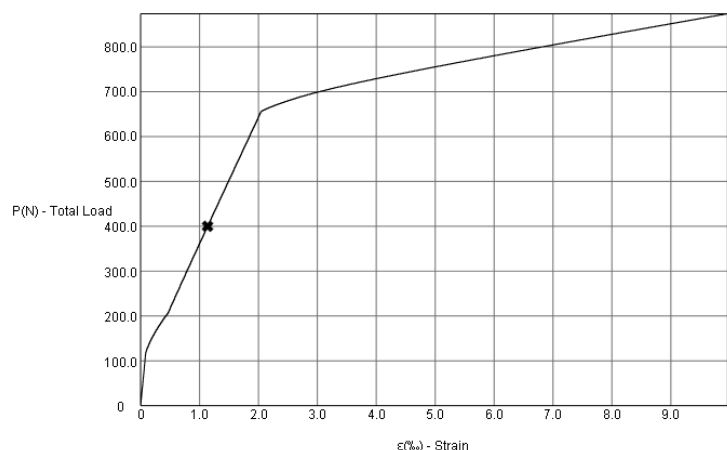
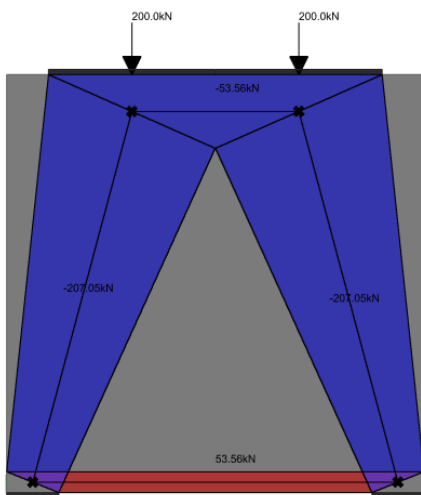
Live Output

Met module 2 is het tevens mogelijk om live output te zien, dit kan worden aangezet door de knop Instant Output op True te zetten.



Postprocessor

De postprocessor kan worden aangestuurd met bovenstaande knoppen. Het is mogelijk om per belastingstap het staafwerkmodel met de interne spanningen en krachten te visualiseren. Tevens zijn verschillende grafieken gevisualiseerd in Rhinoceros; Belasting-rek, Belasting-scheurwijdte.



Data Exporteren

De gebruiker heeft de mogelijkheid om alle gegenereerde data in de vorm van grafieken en een excel-sheet te exporteren naar de ingestelde directory.

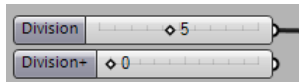
B.4 Verfijnd Model (Hoofdstuk 4)

Het verfijnde model is in staat om de bijdrage van lijfwapening mee te nemen.

Geometrie

Verfijnd model

Een verfijnd model kan worden verkregen door de drukdiagonaal op te delen met behulp van de number slider 'Division'.

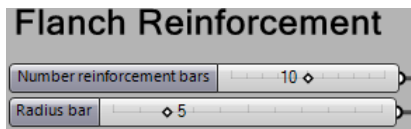


Breedtes (beton)staven

De breedtes van de betonstaven worden genereerd vanuit de ligging van de staven en de oplegbreedte van de krachtsinleiding, zoals is toegelicht in paragraaf 3.4.

Materiaaleigenschappen

De hoeveelheid horizontale lijfwapening dient door de gebruiker zijn ingevuld:

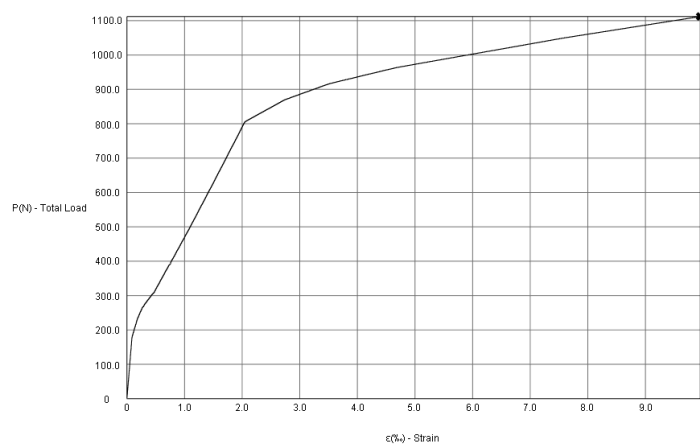
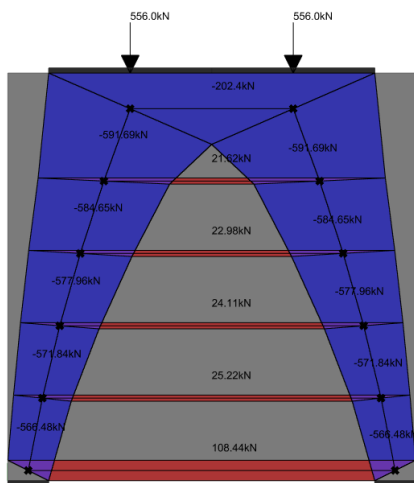


De Analyse

Het aansturen van de analyse werkt op dezelfde wijze als vorig model.

Visualisatie

Ook bij dit model is het mogelijk om per belastingstap het staafwerkmodel met de interne spanningen en krachten te visualiseren.



C. Raamwerkprogramma

Om de krachtswerking in een staafwerkmodel te bepalen is er gebruik gemaakt van een 2D-raamwerkmodel. Voor het ontwikkelen van het raamwerkmodel is er gebruik gemaakt van de Mathematica scripts die door de universiteit van Colorado zijn ontwikkeld [23].

Met het 2D-raamwerkmodel wordt de relatie tussen krachten en verplaatsingen voor een raamwerk beschreven. Deze relatie is verwerkt in een stelsel van vergelijkingen. Het oplossen van het stelsel van vergelijkingen resulteert in de krachten en verplaatsingen van het systeem.

C.1 Afleiding Raamwerkmodel

Opstellen stelsel van vergelijkingen

Het stelsel van vergelijkingen van een raamwerk (systeemvergelijkingen) wordt opgebouwd uit het stelsel van vergelijkingen van de elementen (elementvergelijkingen). Het 2D-raamwerkmodel maakt gebruik van 2D-staafelementen waarvoor de volgende constitutieve relatie geldt is:

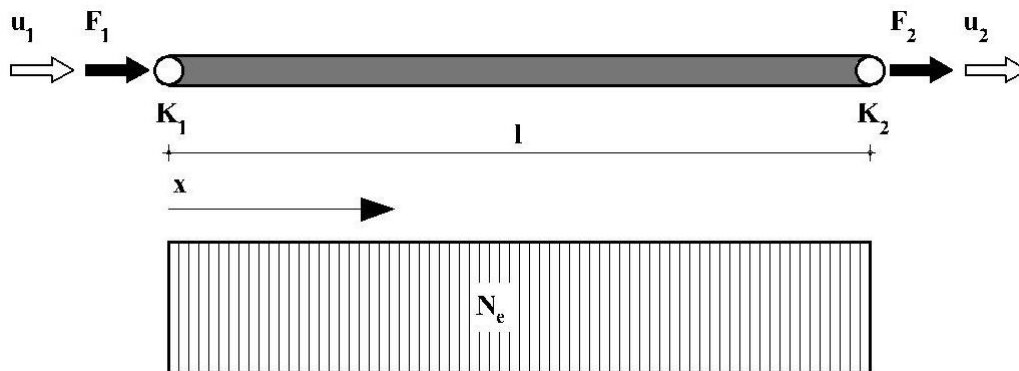
$$N = EA \varepsilon \quad (2.1)$$

Waar: N is de normaalkracht, N

EA is de stijfheid $N/mm^2 * mm^2$

ε is de rek, $\frac{\Delta l}{l}$

Aan de hand van de evenwichtsvoorwaarden afgebeeld in Figuur C-1 en de constitutieve relatie voor staafelementen kan de elementvergelijking voor een staafelement worden afgeleid.



Figuur C-1: Staafelement

De elementvergelijkingen van het staafelement zijn:

$$\begin{aligned} F_1 &= -\frac{EA}{l}(u_2 - u_1) \\ F_2 &= +\frac{EA}{l}(u_2 - u_1) \end{aligned} \quad (2.2)$$

In matrixnotatie is dit:

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} +\frac{EA}{l} & -\frac{EA}{l} \\ -\frac{EA}{l} & +\frac{EA}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

Dit wordt ook wel geschreven in de vorm:

$$\{F\}^e = [K]^e \{u\}^e \quad (2.4)$$

Waar: $\{F\}^e$ de elementknoopkrachten

$[K]^e$ de elementstijfheidsmatrix

$\{u\}^e$ de element-vrijheidsgraden, knoopverplaatsingen

De interne kracht van het element kan met de elementvergelijkingen als volgt worden bepaald:

$$N = EA \frac{(u_2 - u_1)}{l} \quad (2.5)$$

In matrixnotatie wordt dat:

$$N = EA \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & \frac{1}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

Ook wel geschreven in de vorm:

$$\{N\} = [EA][B]\{u\} \quad (2.7)$$

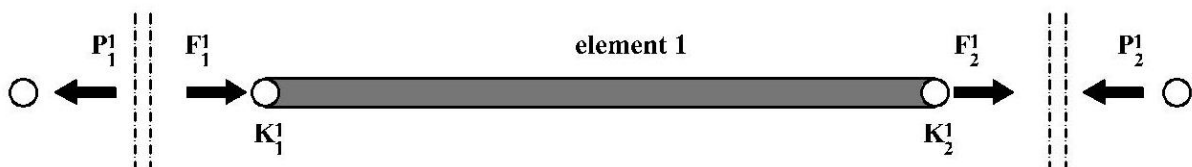
Waar: $\{N\}$ = interne kracht element

$[EA]$ = de stijfheid van het element

$[B]$ = de combinatiematrix

$\{u\}$ = de verplaatsingsvector van het element

Met behulp van knoopenwicht, afgebeeld in Figuur C-2, worden de elementstijfheidsmatrices, elementverplaatsingsvectoren en elementkrachtenvectoren geassembleerd tot een systeemstijfheidsmatrix, systeemverplaatsingsvector en systeemkrachtenvector. Hiermee wordt de systeemvergelijkingen opgesteld, zie formule (2.9).



Figuur C-2: Knooevenwicht

$$\{P\} = \{F\} \quad (2.8)$$

Waar: $\{P\}$ de resultante van de inwendige knoopkrachten

$\{F\}$ de uitwendige knooppkrachten d.w.z. reactie of actiekrachten

Het stelsel van vergelijkingen van het systeem is dan:

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (2.9)$$

Oplossen van het stelsel van vergelijkingen

Het oplossen van het stelsel van vergelijkingen gebeurt in twee stappen. Eerst wordt een gemodificeerd stelsel van vergelijkingen opgesteld door het herkennen van de boundary conditions, zie Figuur C-3.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{21} & K_{31} & K_{41} & K_{51} & K_{61} \\ K_{12} & K_{22} & K_{32} & K_{42} & K_{52} & K_{62} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} & K_{43} & K_{53} & K_{63} \\ K_{14} & K_{24} & K_{34} & K_{44} & K_{54} & K_{64} \\ K_{15} & K_{25} & K_{35} & K_{45} & K_{55} & K_{65} \\ K_{16} & K_{26} & K_{36} & K_{46} & K_{56} & K_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} & K_{43} & 0 & K_{63} \\ 0 & 0 & K_{34} & K_{44} & 0 & K_{64} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & K_{36} & K_{46} & 0 & K_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_3 \\ u_4 \\ 0 \\ u_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ 0 \\ 0 \\ F_5 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Figuur C-3: Stelsel van vergelijkingen \rightarrow Gemodificeerde stelsel van vergelijkingen

Vervolgens wordt de matrixvergelijking tot een echelonvorm teruggebracht door het vegen van de matrix met behulp van een Gauss-Jordaneliminatie. De verplaatsingsvector is terug te vinden in de laatste kolom, zie Figuur C-4. De krachtenvector kan vervolgens worden berekend door substitutie van de verplaatsingsvector in vergelijking (2.9).

$$\left[\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_2 \\ 0 & 0 & K_{33} & K_{43} & 0 & K_{63} & 0 \\ 0 & 0 & K_{34} & K_{44} & 0 & K_{64} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & F_5 \\ 0 & 0 & K_{36} & K_{46} & 0 & K_{66} & 0 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & u_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & u_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & u_6 \end{array} \right]$$

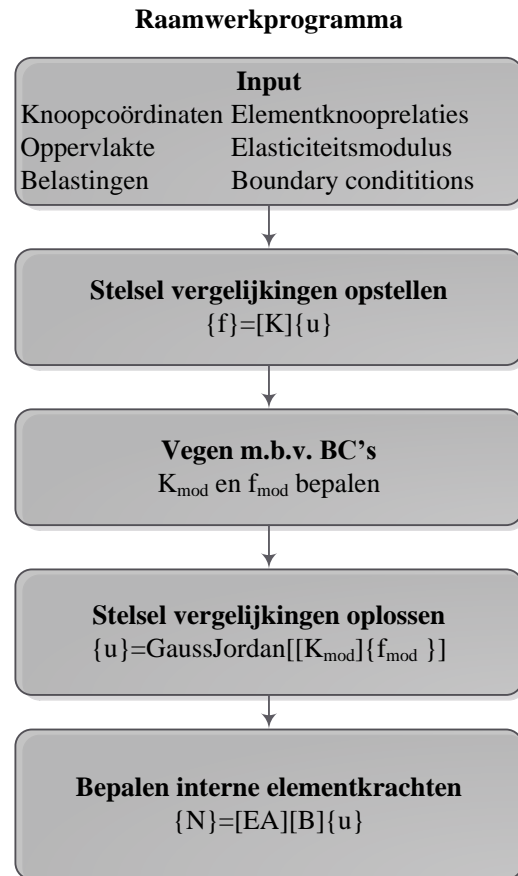
Figuur C-4: Matrixvergelijking $K_{mod/fmod} \rightarrow$ Matrixvergelijking in echelonvorm

C.2 Mathematica Script

Figuur 2-5 geeft de oplossingsprocedure weer van het raamwerkprogramma. Het stelsel van vergelijkingen wordt opgesteld aan de hand van het ingevoerde raamwerk. Vervolgens wordt het stelsel van vergelijkingen opgesteld. Daarna wordt de gemodificeerde stijfheidsmatrix en krachtenvector bepaald. Met behulp van een Gauss-Jordaneliminatie wordt de verplaatsingsvector berekend. Uiteindelijk kan de interne elementkrachten berekend worden.

Voor het opstellen van het stelsel van vergelijkingen en het bepalen van interne elementkrachten is gebruik gemaakt van de scripts ontwikkeld door de universiteit van Colorado [23]. Voor het oplossen van het stelsel van vergelijkingen met behulp van de Gauss-Jordan eliminatiemethode is een script geschreven.

Hieronder is het volledige script weergegeven. Het script is opgebouwd door het samenvoegen van geprogrammeerde modules.



Figuur C-5: Flowchart Raamwerkprogramma

(*Input File*)

```

NodeCoordinates={{80.0,0.0},{1520.0,0.0},{480.0,1600.0},{1120.0,1600.0},{80.0,50.0},{1520.0,50.0},
{480.0,1440.0},{1120.0,1440.0}};
ElemNodeLists={{5,1},{5,6},{6,2},{5,7},{7,8},{8,6},{7,3},{8,4},{1,6},{5,2},{5,8},{7,4},{3,8}};
ExternalActionForce={{0,0},{0,0},{0,-100000.0},{0,-100000.0},{0,0},{0,0},{0,0},{0,0}};
ElemModElas={{30000.0},{210000.0},{30000.0},{30000.0},{30000.0},{30000.0},{30000.0},{30000.0},
{0.0},{0.0},{0.0},{0.0},{0.0}};
BoundaryCond={{1.0,1.0},{0.0,1.0},{0.0,0.0},{0.0,0.0},{0.0,0.0},{0.0,0.0},{0.0,0.0},{0.0,0.0}};
ElemArea={{16000},{201},{16000},{17588},{20000},{67035},{64000},{64000},{0},{0},{0},{0},{0}};
  
```

(*Modules *)

(*Master stiffness matrix*)

```

PlaneTrussMasterStiffness[nodcoor_,elenod_,elemat_,elefab_,eleopt_]:=Module[{numele=Length[elenod],
numnod=Length[nodcoor],e,eNL,eftab,ni,nj,i,j,ncoor,mprop,fprop,opt,Ke,K},K=Table[0,{2*numnod},
{2*numnod}];
For[e=1,e<=numele,e++,eNL=elenod[[e]];{ni,nj}=eNL;
eftab={2*ni-1,2*ni,2*nj-1,2*nj};
ncoor={nodcoor[[ni]],nodcoor[[nj]]};
mprop=elemat[[e]];fprop=elefab[[e]];opt=eleopt;
Ke=ElementBar2Stiffness[ncoor,mprop,fprop,opt];
neldof=Length[Ke];
For[i=1,i<=neldof,i++,ii=eftab[[i]];
For[j=i,j<=neldof,j++,jj=eftab[[j]];
K[[jj,ii]]=K[[ii,jj]]+=Ke[[i,j]];];Return[K];];
  
```

(*Element stiffness matrix*)

```

ElementBar2Stiffness[ncoor_,mprop_,fprop_,opt_]:=Module[{x1,x2,y1,y2,x21,y21,Em,A,numer,L,LL,
Ke,c,s},{x1,y1},{x2,y2}=ncoor;{x21,y21}={x2-x1,y2-y1};
{Em}=mprop;{A}=fprop;{numer}=opt;
If[numer,{x21,y21,Em,A}=N[{x21,y21,Em,A}]];
LL=x21^2+y21^2;L=PowerExpand[Sqrt[LL]];c=x21/L;s=y21/L;
Ke=(Em*A/L)*{{c^2,c*s,-c^2,-c*s},{c*s,s^2,-s*c,-s^2},{-c^2,-s*c,c^2,s*c},{-s*c,-s^2,s*c,s^2}};
Return[Ke];

```

(*Modified Master stiffness matrix*)

```

ModifiedMasterStiffness[pdof_,K_]:=Module[{i,j,k,n=Length[K],np=Length[pdof],Kmod},Kmod=K;
For[k=1,k<=np,k++,i=pdof[[k]];
For[j=1,j<=n,j++,Kmod[[i,j]]=Kmod[[j,i]]=0];
Kmod[[i,i]]=1];
Return[Kmod];

```

(*Modified Force vector*)

```

ModifiedNodeForces[pdof_,f_]:=Module[{i,k,np=Length[pdof],fmod},fmod=f;
For[k=1,k<=np,k++,i=pdof[[k]];fmod[[i]]=0];
Return[fmod];

```

(*Internal Forces in Truss*)

```

PlaneTrussIntForces[nodcoor_,elenod_,elemat_,elefab_,eleopt_,u_]:=Module[{numele=Length[elenod],
numnod=Length[nodcoor],e,eNL,eftab,ni,nj,i,ncoor,mprop,fprop,opt,ue,p},p=Table[0,{numele}];
ue=Table[0,{4}];
For[e=1,e<=numele,e++,eNL=elenod[[e]];{ni,nj}=eNL;
eftab={2*ni-1,2*ni,2*nj-1,2*nj};
ncoor={nodcoor[[ni]],nodcoor[[nj]]};
mprop=elemat[[e]];fprop=elefab[[e]];opt=eleopt;
For[i=1,i<=4,i++,ii=eftab[[i]];ue[[i]]=u[[ii]]];
p[[e]]=PlaneBar2IntForce[ncoor,mprop,fprop,opt,ue];
Return[p];

```

(*Internal Forces in Element*)

```

PlaneBar2IntForce[ncoor_,mprop_,fprop_,opt_,ue_]:=Module[{x1,x2,y1,y2,x21,y21,Em,A,numer,L,L,
L,pe,c,s,CM,TM,u},{x1,y1},{x2,y2}=ncoor;{x21,y21}={x2-x1,y2-y1};
{Em}=mprop;{A}=fprop;{numer}=opt;u=ue;
If[numer,{x21,y21,Em,A}=N[{x21,y21,Em,A}]];LL=x21^2+y21^2;L=PowerExpand[Sqrt[LL]];c=x21/L;
s=y21/L;
CM={-1/L,0,1/L,0};TM={{c,s,0,0},{-s,c,0,0},{0,0,c,s},{0,0,-s,c}};
pe=Em*A*CM.TM.u;
Return[pe];

```

(*Solver*)

```

numnod=Length[NodeCoordinates];
numele=Length[ElemNodeLists];numdof=2*numnod;
ProcessOptions={True};aspect=0;

```

(*Construct Force Vector*)

```

f=Flatten[ExternalActionForce];

```

(*Master Stiffness Matrix*)

```

K=PlaneTrussMasterStiffness[NodeCoordinates,ElemNodeLists,ElemModElas,ElemArea,ProcessOptions];

```

(*Construct Modified Matrix&Vector*)

```

pdof={};For[n=1,n<=numnod,n++,For[j=1,j<=2,j++,If[BoundaryCond[[n,j]]>0,AppendTo[pdof,2
*(n-1)+j]]]];
Kmod=ModifiedMasterStiffness[pdof,K];
fmod=ModifiedNodeForces[pdof,f];

```

```

(*Solve Set of Equations*)
u=LinearSolve[Kmod,fmod];u=Chop[u];

```

```

(*Calculate External Forces*)
f=Simplify[K.u];f=Chop[f];

```

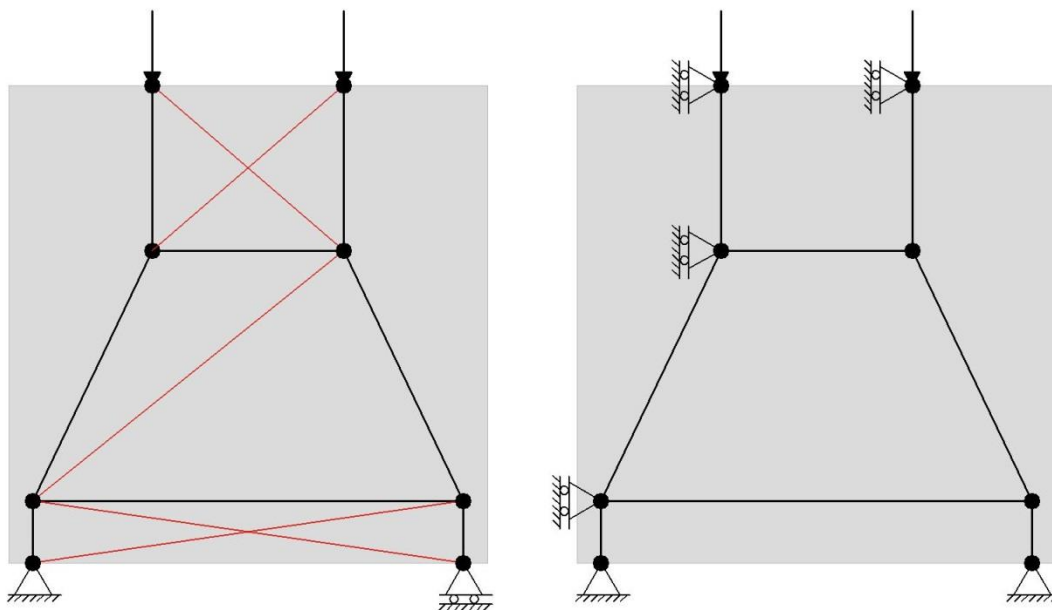
```

(*Calculate Internal ElementForces*)
p=PlaneTrussIntForces[NodeCoordinates,ElemNodeLists,ElemModElas,ElemArea,ProcessOptions,u
];p=Chop[p];

```

C.3 Raamwerkvoorwaarde

Voor het oplossen van het stelsel van vergelijkingen moet het ingevoerde raamwerk bestaan uit een stabiel systeem. Een staafwerkmodel is primair afgeleid uit de inwendige krachtswerking van een betonconstructie, waardoor het kan voorkomen dat dit niet een stabiel raamwerk vormt. Om een inwendig mechanisme te voorkomen moet hiervoor gebruik worden gemaakt van extra boundaryconditions of dummyelementen, zie Figuur C-6.



Figuur C-6: (a) Spanningstrajectoriën; (b) Staafwerkmodel met dummy-elementen; (c) Staafwerkmodel met extra boundary conditions

C.4 Validatie Raamwerkprogramma

Het raamwerkprogramma is gevalideerd door verschillende situaties te testen en het herkennen van oplosfouten. Ten eerste is aangetoond dat bij het berekenen van staafwerkmodellen aan de hand van het raamwerkprogramma geen oplosfouten zullen optreden. Vervolgens is aangetoond dat het raamwerkprogramma werkt voor verschillende constructietypen.

Oplosfouten

Een oplosfout is de fout die gemaakt wordt ten gevolge van het onnauwkeurig oplossen van het stelsel van vergelijkingen. Oplosfouten zijn onderverdeeld in afbreek en afrondfouten. Een afbreekfout is een fout in de oplossing door de precisie van de matrix of vector, een afrondfout is een fout in de oplossing door de precisie van de rekenkundige bewerking bij het oplossen van het stelsel van vergelijkingen.

Een afbreekfout kan ontstaan door grote verschillen in de stijfheid van verschillende materialen. Een afrondfout ontstaat wanneer er kleine verplaatsingsverschillen zijn bij grote optredende verplaatsingen.

Een oplosfout kan herkend worden door het berekenen van het residu. Dit is het verschil tussen de inwendige en uitwendige krachten. Het meest effectieve is het berekenen van het bepalen van het residu per element, omdat in de stijfheidsmatrix ook afbreekfouten ontstaan.

$$\{R\}^e = \{F\}^e - [K]^e \{\bar{d}\}^e$$

Waar; $\{F\}^e$ is de elementknoopkrachten uit de elementvergelijkingen: $\{F\}^e = [K]^e \{d\}^e$

$[K]^e$ is de elementstijfheidsmatrix, dus zonder afbreekfout

$\{\bar{d}\}^e$ is de berekende verplaatsingen uit het stelsel van systeemvergelijkingen, dus met eventueel afrondfouten en/of afbreekfouten.

Mathematica kan met een ongelimiteerd aantal digits werken door de geoptimaliseerde algoritmes waarmee het programma werkt. Echt is het logisch dat het werken met enorme getallen veel rekentijd vergt. Daardoor is in het Raamwerkprogramma de variabelen bij het construeren van stijfheidsmatrices afgerond met de commando `N[]`, deze commando rond de waarde af naar een getal met 16 digits.

Wanneer de elementen in de stijfheidsmatrix met 10^{16} verschillen zullen er dus afbreekfouten ontstaan. Dit zullen we testen met behulp van het volgende voorbeeld.



Bovenstaande figuur gaan we analyseren met een kracht in de x-richting op knoop 1. De stijfheid van element 1 wordt per analyse met een macht 10 verhoogd. De inputfile is:

```
NodeCoordinates = {{2, 0}, {1, 0}, {0, 0}};  
ElemNodeLists = {{1, 2}, {2, 3}};  
ElemModElas = {{1.2*10^i}, {1.2}};  
ElemArea = {{1}, {1}};  
ExternalActionForce = {{1, 0}, {0, 0}, {0, 0}};  
BoundaryCond = {{0, 1}, {0, 1}, {1, 1}};
```

De nauwkeurigheid wordt bepaald met behulp van het bepalen van het residu. Als residu is 0 is het knoopenevenwicht nauwkeurig. Daarnaast moet in dit ‘simpele’ voorbeeld de normaalkracht te allen tijde 1,0 zijn. Tabel laat de resultaten van de analyse zien.

$E2=1.2 \cdot 10^i$	R^{e1}	R^{e2}	N^{e1}	N^{e2}
$i=0$	0, 0, 0, 0	0, 0, 0, 0	1.0	1.0
$i=2$	0, 0, 0, 0	$2.4 \cdot 10^{-15}$, 0, $-2.4 \cdot 10^{-15}$, 0	1.0	1.0
$i=4$	0, 0, 0, 0	$6.1 \cdot 10^{-13}$, 0, $-6.1 \cdot 10^{-13}$, 0	1.0	1.0
$i=8$	0, 0, 0, 0	$2.5 \cdot 10^{-9}$, 0, $-2.5 \cdot 10^{-9}$, 0	1.0	1.0
$i=9$	0, 0, 0, 0	$4.0 \cdot 10^{-8}$, 0, $-4.0 \cdot 10^{-8}$, 0	1.0	1.0
$i=10$	0, 0, 0, 0	$6.4 \cdot 10^{-7}$, 0, $-6.4 \cdot 10^{-7}$, 0	1.0	1.0
$i=11$	0, 0, 0, 0	$2.5 \cdot 10^{-6}$, 0, $-2.5 \cdot 10^{-6}$, 0	1.0	1.0
$i=12$	$1.1 \cdot 10^{-16}$, 0, $-1.1 \cdot 10^{-16}$, 0	$1.6 \cdot 10^{-4}$, 0, $-1.6 \cdot 10^{-4}$, 0	1.0	0.9998
$i=13$	0, 0, 0, 0	$6.5 \cdot 10^{-4}$, 0, $-6.5 \cdot 10^{-4}$, 0	1.001	1.001
$i=14$	0, 0, 0, 0	$2.6 \cdot 10^{-3}$, 0, $-2.6 \cdot 10^{-3}$, 0	0.9992	0.9974
$i=15$	0, 0, 0, 0	$4.0 \cdot 10^{-2}$, 0, $-4.0 \cdot 10^{-2}$, 0	0.9326	0.96
$i=16$	$1.1 \cdot 10^{-16}$, 0, $-1.1 \cdot 10^{-16}$, 0	$4.0 \cdot 10^{-1}$, 0, $-4.0 \cdot 10^{-1}$, 0	0.9992	0.3
$i=17$	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR

Het is te zien dat pas significante verschillen optreden bij stijfheidsverschillen van 10^{15} , van 4 tot 7%. Dit komt vanwege het feit dat er dan grote afbreekfouten ontstaan omdat mathematica met 16 digits werkt.

Uit deze analyse is te concluderen dat het raamwerkprogramma oplosfouten optreden als de stijfheidsverschillen van de elementen groter is dan 10^{12} . Omdat er voor STM een grove mesh wordt gehanteerd t.o.v. andere FEM-toepassingen zal deze stijfheidsverschillen niet gauw optreden.

Om dit te bewijzen wordt de stijfheidsverschillen van een betonstaaf en wapeningstaaf met elkaar vergeleken.

Betonstaaf met $A_c = 150 \cdot 150 = 22.500 \text{ mm}^2$

$$E_c = 30.000 \text{ N/mm}^2$$

Wapening 4Ø16 $A_s = 804 \text{ mm}^2$

$$E_s = 2.1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$E_c A_c / E_s A_s = 4.0$$

Stijfheidsverschillen bij staafwerkmodellen in de orde van grote 10^{12} zal niet optreden. Daardoor is verklaard dat het raamwerkprogramma een prima middel is voor het analyseren van staafwerkmodellen.

Testen van configuraties

Om te controleren of het raamwerkprogramma werkt zoals wenselijk zijn verschillende configuraties getest. Deze configuraties zijn geverifieerd met handberekeningen.

De verschillende configuraties zijn opgedeeld in twee categorieën: geometrisch en krachtrichting. De geometrische configuraties is de vorm van het raamwerk, waar vooral gecontroleerd moet worden of het model kan werken met negatieve en positieve coördinaten. En of de resultaten in de verschillende configuraties het juiste teken hebben (+ of -). Bij configuraties van de richting van de kracht moet er

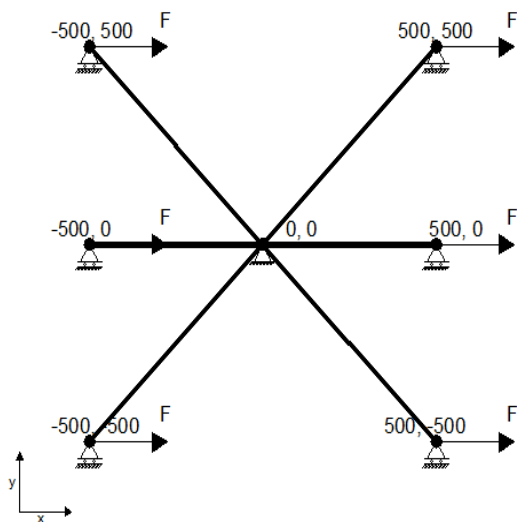
worden gecontroleerd of het raamwerkmodel de richting van de kracht op een juiste manier meeneemt in de berekening. Ook hier moet worden gecontroleerd of de resultaten kloppen en het juiste teken hebben.

1 staaf

In eerste instantie wordt de meest simpele vorm getest; 1 staaf met één vrijheidsgraad in de x-richting in knoop 2. De staaf wordt belast met een kracht in de x-richting aangrijpend in knoop 2. Knoop 1 zit op (0,0) in het globale assenstelsel en staaf 2 op variabelen posities, om de staafkrachten in verschillende configuraties te testen. De variabele knoop 2 ligt op alle mogelijke combinaties van; -500, 0 en 500 op x en y richting, zie figuur. De configuratie met (0,500) en (0,-500) voor de coördinaten van knoop 2 worden buiten beschouwing gelaten. De kracht zit daar loodrecht op de staaf, en is dus onmogelijk deze kracht te ontbinden naar een verticale kracht.

De reactiekrachten normaalkrachten en verplaatsingen worden vergeleken met een handberekening uitgevoerd met evenwichtsbeschouwingen.

Ten eerste moeten numerieke waarden worden gecontroleerd. En er moet worden gecontroleerd of er met de juiste +/- teken wordt gegeven. Als dit klopt werkt het raamwerkmodel met voor 2 knopen verbonden door 1 staaf. In tabel zijn de resultaten van het raamwerkprogramma weergegeven.



Raamwerkprogramma

Een voorbeeld van een inputfile van het raamwerkprogramma wordt onderstaand weergegeven:

```
NodeCoordinates = {{0, 0}, {500, 0}};
ElemNodeLists = {{1, 2}};
ElemModElas = {{2.1*10^5}};
ElemArea = {{50}};
ExternalActionForce = {{0, 0}, {1000, 0}};
BoundaryCond = {{1, 1}, {0, 1}};
```

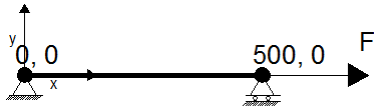
In onderstaande tabel zijn de resultaten van het raamwerkprogramma weergegeven

(x,y) _{N2}	u_{x2}	N_E	σ_E	R_{x1}	R_{y1}	R_{y2}
(500,0)	0.047619	1000	20.00	-1000	0	0
(500,500)	0.134687	1414	28.28	-1000	-1000	1000
(-500,-500)	0.134687	-1414	-28.28	-1000	1000	-1000

(-500,0)	0.047619	-1000	-20.00	-1000	0	0
(-500,500)	0.134687	-1414	-28.28	-1000	-1000	1000
(500,-500)	0.134687	1414	28.28	-1000	1000	-1000

Evenwicht

Aan de hand van evenwichtsvoorwaarden worden de handberekeningen uitgevoerd:



$$\begin{aligned}\Sigma M_{N1} &= 0 \\ 1000 * 0 + R_{y2} * 500 &= 0 \\ R_{y2} &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma H &= 0 \\ 1000 + R_{x1} &= 0 \\ R_{x1} &= -1000 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0 \\ R_{y1} + R_{y2} &= 0 \\ R_{y1} &= 0\end{aligned}$$

$$N_E = 1000 \text{ N}$$

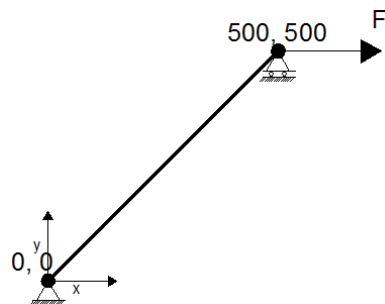
$$\sigma_E = \frac{N_E}{A_E} \rightarrow \frac{1000}{50} = 20 \text{ N/mm}^2$$

$u_{x2} = \Delta l \rightarrow$ met de wet van Hooke:

$$\sigma = E * \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

$$u_{x2} = \frac{\sigma_E * l_E}{E_E} \rightarrow \frac{20 * 500}{2.1 * 10^5} = 0.047619 \text{ mm}$$

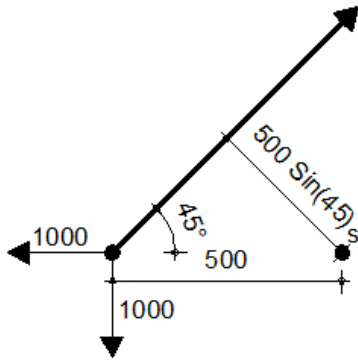


$$\begin{aligned}\Sigma M_{N1} &= 0 \\ -1000 * 500 + R_{y2} * 500 &= 0 \\ R_{y2} &= 1000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma H &= 0 \\ 1000 + R_{x1} &= 0 \\ R_{x1} &= -1000 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0 \\ R_{y1} + R_{y2} &= 0 \\ R_{y1} + 1000 &= 0 \\ R_{y1} &= -1000\end{aligned}$$

Snedeberekening voor het berekenen van de normaalkracht in staaf:



$$\Sigma M_S = 0$$

$$1000 * 500 - N_E * \sin 45 * 500 = 0$$

$$N_E = 1414$$

$$\sigma_E = \frac{N_E}{A_E} \rightarrow \frac{1414}{50} = 28.28 \text{ N/mm}^2$$

$$u_{x2} = \frac{\Delta l}{\sin 45}$$

$$u_{x2} = \frac{\sigma_E * l_E}{E_E * \sin 45} \rightarrow \frac{28.28 * \sqrt{2} * 500^2}{2.1 * 10^5 * \sin 45} = 0.134667 \text{ mm}$$

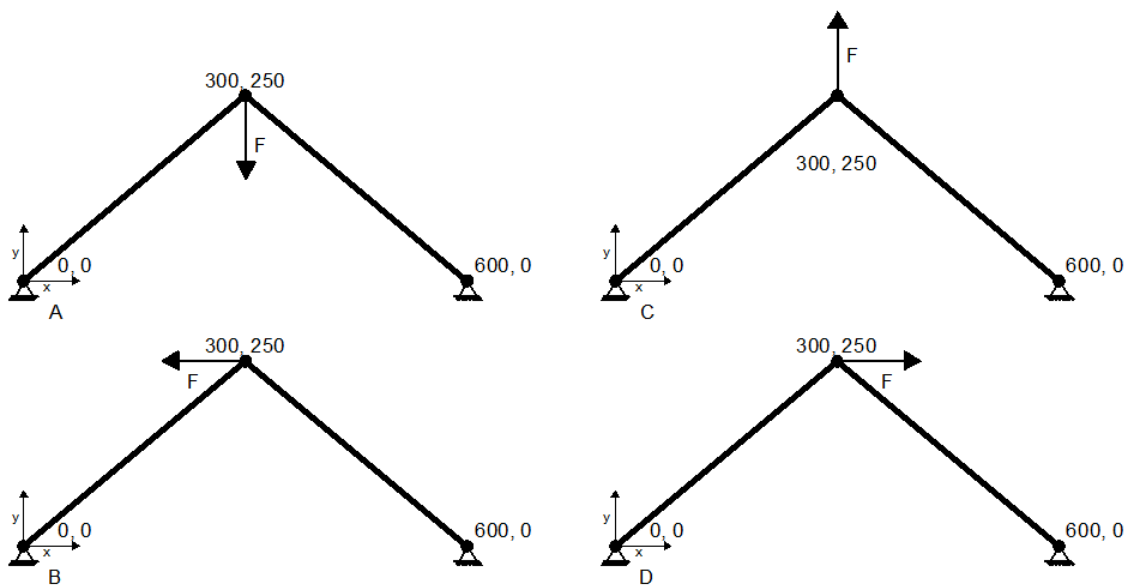
Overige situaties zijn symmetrisch en kunnen dus simpel gevonden worden.

De resultaten uit het raamwerkprogramma en de berekeningen uit evenwichtsbeschouwingen komen exact overeen. Het doel van deze test is om te kijken of er goede numerieke waarden worden gegeven voor de onbekende. En of het programma goed met verschillende coördinaten werkt, door te checken of de $-/+$ tekens kloppen. Beide kloppen, het raamwerkprogramma kan dus werken met verschillende configuraties in een geval met twee knopen verbonden door 1 staaf.

2 staven

Voor een geval met 3 knopen verbonden door 2 staven hebben we in totaal 6 vrijheidsgraden. We moeten in totaal 4 boundary condition toekennen om het raamwerk stabiel te houden, geen mechanisme.

Voor een driehoek zijn verschillende optredende krachten toegepast, zie figuur en tabel. Om te testen of het raamwerkmodel krachten in alle richtingen goed verwerkt is deze test uitgevoerd en vergeleken met berekeningen opgelost met evenwicht, $F = 750$. Met onderstaande figuur zijn de verschillende configuraties weergegeven



Raamwerkprogramma

Voor situatie A is de inputfile:

```
NodeCoordinates = {{0, 0}, {300, 250}, {600, 0}};
ElemNodeLists = {{1, 2}, {2, 3}};
ElemModElas = {{2.1*10^5}, {2.1*10^5}};
ElemArea = {{50}, {50}};
ExternalActionForce = {{0, 0}, {0, -750}, {0, 0}};
BoundaryCond = {{1, 1}, {0, 0}, {1, 1}};
```

In onderstaande tabel zijn de resultaten van het raamwerkprogramma weergegeven

	u_{x2}	u_{y2}	N_{E1}	N_{E2}	R_{x1}	R_{y1}	R_{x3}	R_{y3}
A	0	-0.034030	-585.8	-585.8	450	375	-450	375
B	-0.023632	0	-488.1	488.1	375	312.5	375	-312.5
C	0	0.034030	585.8	585.8	-450	-375	450	-375
D	0.023632	0	488.1	-488.1	-375	-312.5	-375	312.5

Evenwicht

Aan de hand van evenwichtsvoorwaarden worden de handberekeningen uitgevoerd:

Voor situatie A geldt:

$$\begin{aligned} \Sigma M_{N1} &= 0 \\ -750 * 300 + R_{y3} * 600 &= 0 \\ R_{y3} &= 375 \end{aligned}$$

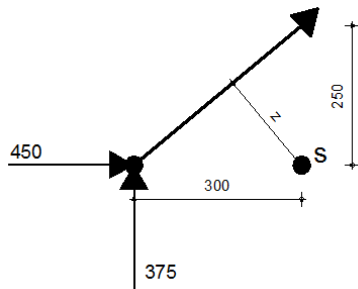
$$\begin{aligned} \Sigma V &= 0 \\ R_{y1} + R_{y3} - 750 &= 0 \\ R_{y1} - 375 &= 0 \\ R_{y1} &= 375 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_{N2} &= 0 \\ R_{y1} * 300 + R_{x1} * 250 &= 0 \\ -375 * 300 + R_{x1} * 250 &= 0 \\ R_{x1} &= 450 \end{aligned}$$

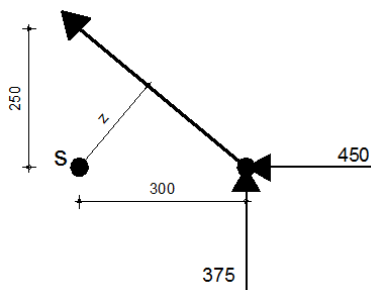
$$\Sigma H = 0$$

$$\begin{aligned}
 R_{x1} + R_{x3} &= 0 \\
 450 + R_{x3} &= 0 \\
 R_{x3} &= -450 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Snedeberekening voor het berekenen van de normaalkracht in de staven:



$$\begin{aligned}
 \Sigma M_S &= 0 \\
 375 * 300 + N_{E1} * z &= 0 \\
 375 * 300 + N_{E1} * \frac{300 * 250}{\sqrt{300^2 + 250^2}} &= 0 \\
 N_{E1} &= -585.77
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \Sigma M_S &= 0 \\
 375 * 300 + N_{E2} * z &= 0 \\
 375 * 300 + N_{E2} * \frac{300 * 250}{\sqrt{300^2 + 250^2}} &= 0 \\
 N_{E2} &= -585.77
 \end{aligned}$$

Voor situatie B geldt:

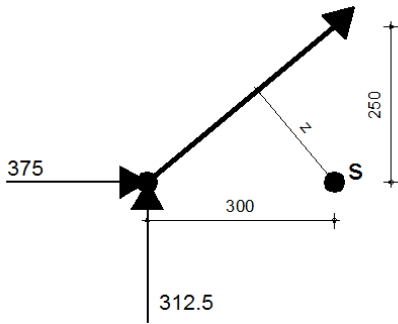
$$\begin{aligned}
 \Sigma M_{N1} &= 0 \\
 750 * 250 + R_{y3} * 600 &= 0 \\
 R_{y3} &= -312.5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Sigma V &= 0 \\
 R_{y1} + R_{y3} &= 0 \\
 R_{y1} - 312.5 &= 0 \\
 R_{y1} &= 312.5
 \end{aligned}$$

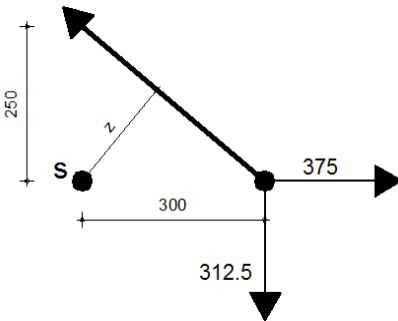
$$\begin{aligned}
 \Sigma M_{N2} &= 0 \\
 R_{y1} * 300 + R_{x1} * 250 &= 0 \\
 -312.5 * 300 + R_{x1} * 250 &= 0 \\
 R_{x1} &= 375
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Sigma H &= 0 \\
 R_{x1} + R_{x3} - 750 &= 0 \\
 R_{x3} - 375 &= 0 \\
 R_{x3} &= 375 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Snedeberekening voor het berekenen van de normaalkracht in de staven:



$$\begin{aligned} \Sigma M_S = 0 \\ -312.5 * 300 - N_{E1} * z = 0 \\ 312.5 * 300 + N_{E1} * \frac{300*250}{\sqrt{300^2+250^2}} = 0 \\ N_{E1} = -488.14 \end{aligned}$$



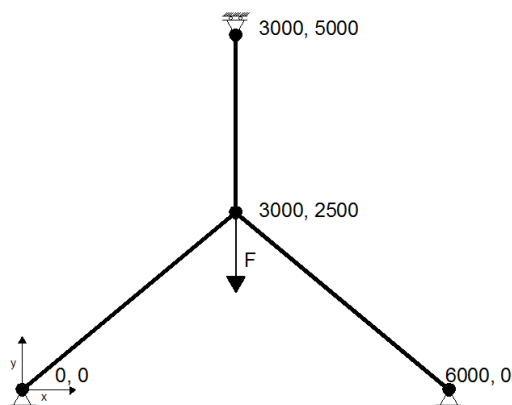
$$\begin{aligned} \Sigma M_S = 0 \\ -312.5 * 300 + N_{E2} * z = 0 \\ -312.5 * 300 + N_{E2} * \frac{300*250}{\sqrt{300^2+250^2}} = 0 \\ N_{E2} = 488.14 \end{aligned}$$

Situatie C is gelijk aan situatie A, behalve dat kracht F de andere kant op staat. De juiste staafkrachten en reactiekrachten kan gevonden worden door de resultaten van A te vermenigvuldigen met -. Voor situatie D en B geldt hetzelfde.

De resultaten van het raamwerkmodel komen overeen met de handberekeningen. Het raamwerkmodel kan dus werken met 2 staven in verschillende configuraties en verschillende richtingen van krachten.

Intern statisch onbepaald

Een raamwerkmodel is gebaseerd op de elasticiteitstheorie en zou dus met een intern statisch onbepaalde constructie kunnen werken. De volgende situatie is gemodelleerd en berekent met het raamwerkprogramma.



De inputfile betreft:

```
NodeCoordinates = {{0, 0}, {300, 250}, {600, 0}, {300, 500}};  
ElemNodeLists = {{1, 2}, {2, 3}, {2, 4}};  
ElemModElas = {{2.1*10^5}, {2.1*10^5}, {2.1*10^5}};  
ElemArea = {{50}, {50}, {50}};  
ExternalActionForce = {{0, 0}, {0, -750}, {0, 0}, {0, 0}};  
BoundaryCond = {{1, 1}, {0, 0}, {1, 1}, {0, 1}};
```

Het raamwerkmodel geeft output bij het rekenen met intern statisch onbepaalde constructie. De resultaten worden getest door uitwendig evenwicht te controleren. De uitwendige krachten zijn in onderstaand tabel weergegeven.

	Knopen				
	1	2	3	4	Σ
F_x	154,868	0,0	-154,868	0,0	0,0
F_y	129,057	-750,0	129,057	491,887	0,0

Uit bovenstaande tabel is af te leiden dat de som van de uitwendige krachten gelijk is aan 0. Het raamwerkprogramma is dus in staat om statisch onbepaalde vakwerken te berekenen.

D. Minimale Arbeid

D.1 Afleiding Rekenergie

De uitdrukking voor de rekenergie is als volgt afgeleid voor discrete systemen.

$$U = \int_v \int_\sigma \varepsilon d\sigma dV$$

Waar: U is de rek-energie
 ε is de rek
 σ is de spanning
 V is de volume ($A * L$)

(D.1)

Voor een discreet model geldt:

$$U = \sum \frac{\sigma_i^2}{2E_i} V_i$$

(D.2)

Voor een axiale belasting gelden de voorwaarden:

$$\sigma = \frac{F}{EA}$$

$$V = A L$$

$$U = \sum \frac{F_i^2 L_i}{2EA_i}$$

(D.3)

Waar: F is de staafkracht
 L is de staaf lengte
 EA is de stijfheid

Substitutie van (D.3) in (D.2):

$$U = \sum \frac{F_i^2 L_i}{2EA_i}$$

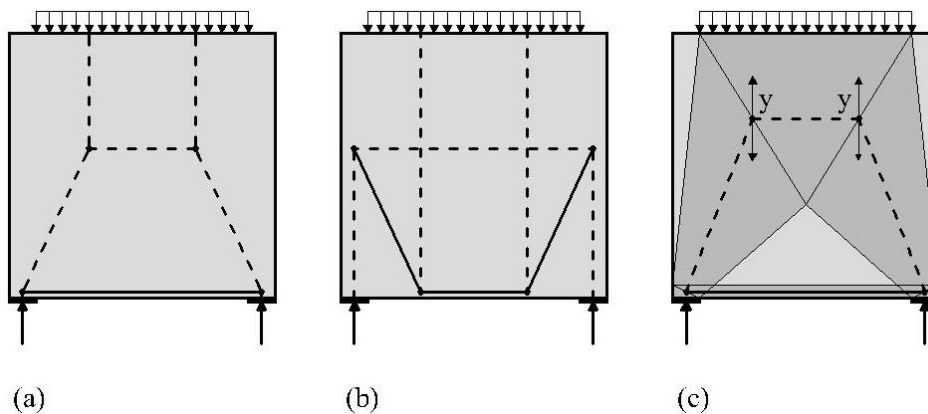
(D.4)

D.2 Zoeken naar een Staafwerkmodel

Met behulp vergelijking (D.4) wordt het staafwerkmodel gevonden. Het model met de minste waarde hiervan moet worden toegepast.

Trial-Error

Het staafwerkmodel kan gevonden worden met een trial-error procedure. Met deze procedure wordt voor verschillende modellen de rekenergie bepaald. Het model met de minste rekenergie moet worden toegepast voor de staafwerkmethode. Figuur D-1a,b is geïllustreerd hoe met behulp van trial-error het juiste model gevonden kan worden, model a is hierbij het model met de minste rekenergie en dus het correcte model.



Figuur D-1: Correcte topologie (a) bezit minder energie dan de slechte topologie (b); (c) variabele y-coördinaat van drukzone en de invloed op de geometrie.

Optimaliseren Model

Het staafwerkmodel kan geoptimaliseerd worden door met knopen te schuiven. Bijvoorbeeld de y-coördinaat van de knopen in de drukzone van een wandligger, zie Figuur D-1c.

D.3 Mathematica script

De optimalisatieprocedure is verwerkt in een mathematica script. De formule voor het bepalen van de rekenergie in het systeem is afgesteld op het raamwerkprogramma. Formule (D.4) wordt met de volgende voorwaarden omgeschreven naar de matrixnotatie:

$$\begin{aligned} \sum F_i &= \{F\} \\ \sum \frac{EA_i}{L_i} &= [K] \\ \{F\} &= [K]\{u\} \end{aligned} \tag{D.5}$$

Waar: $[K]$ is de stijfheidsmatrix
 $\{u\}$ is de verplaatsingsvector
 $\{F\}$ is de krachtenvector

Door substitutie van (D.5) in (D.4) wordt de vergelijking gevonden voor het berekenen van de rekenergie van het staafwerkmodel (D.6). Dit kan worden toegepast in het raamwerkprogramma.

$$U = \frac{1}{2} [u][K][u] \quad (D.6)$$

De optimalisatie is met behulp van de ‘Interior Point Method’ toegepast. De ‘Interior Point Method’ is geprogrammeerd door Mathematica in de functie ‘FindMinimum’. Hiermee kan voor een niet-lineaire functie het lokale minimum gevonden worden.

De niet-lineaire functie is de rekenergie van het systeem (D.6) afhankelijk van de variabele waarnaar wordt geoptimaliseerd. De variabele is bijvoorbeeld het y-coördinaat van de knopen in de drukzone, zoals is afgebeeld in Figuur D-1c. De volledige optimalisatieprocedure is als volgt opgebouwd:

- De coördinaten en de geometrische staafeigenschappen schrijven in een functie van de onbekende variabele.
- Het stelsel van vergelijkingen opstellen en oplossen met het raamwerkprogramma.
- Functie van de rekenergie opstellen met behulp van (D.6).
- Zoeken naar het lokale minimum van de functie met behulp van ‘FindMinimum’.

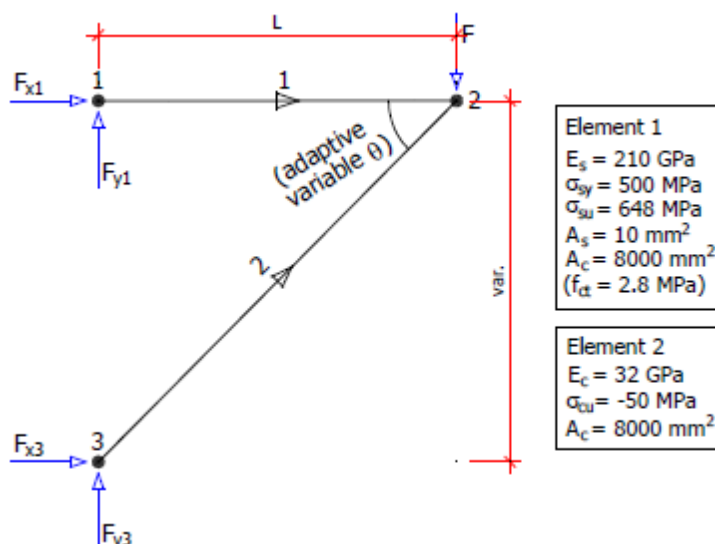
De procedure is in een Mathematica script geprogrammeerd. Het oplossen van de minimale energie is verwerkt in het volgende stukje script (waarin de *RANGE* het domein betreft waarin gezocht moet worden naar een minimum):

```
W=(1/2)u.K.u;
FindMinimum[W,RANGE];
```

Dit script kan worden aangesloten op het raamwerkprogramma gepresenteerd in bijlage C.

D.4 Validatie

Voor het onderstaande voorbeeld wordt berekening met het mathematica script gevalideerd met een handberekening. Dit voorbeeld is tevens toegelicht in [BRON].



Handberekening

De hoek θ is bij de handberekening de variabele.

Energie in staven:

$$F_1 = (F - F_{y3}) \cot \theta$$

$$F_2 = \frac{(F - F_{y3})}{\sin \theta}$$

$$U = \frac{\left((F - F_{y3}) \cot \theta \right)^2 L_1}{2EA_1} + \frac{\left(\frac{(F - F_{y3})}{\sin \theta} \right)^2 L_2}{2EA_2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = 0 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} = 59,7^\circ$$

Mathematica berekening

Voor de mathematica berekening is onderstaande inputfile toegepast. De variabele wordt met de mathematica berekening toegepast door de variabele x in NodeCoordinates. Er wordt een lokaal minimum gevonden in de range tussen -1 en -2000.

De inputfile met de variabele x betreft:

```
NodeCoordinates={{-1000.0,0.0},{0.0,0.0},{-1000.0,-x}};  
ElemNodeLists={{1,2},{2,3}};  
ExternalActionForce={{0,0},{0,-1000000},{0,0}};  
ElemModElas={{32000},{32000}};  
BoundaryCond={{1,1},{0,0},{1,1}};  
ElemArea={{8000},{8000}};  
RANGE={x,-1,-2000};
```

De gevonden waarde voor x is -1732,05.

De hoek θ betreft tevens 59,7, bepaald met onderstaande formule.

$$\theta = \text{ArcTan}[x/1000] * 180/\text{Pi};$$

Het bepalen van de juiste geometrie met behulp van een raamwerkprogramma in combinatie met minimale rekenergie-voorwaarden blijkt dus uitstekend te werken.

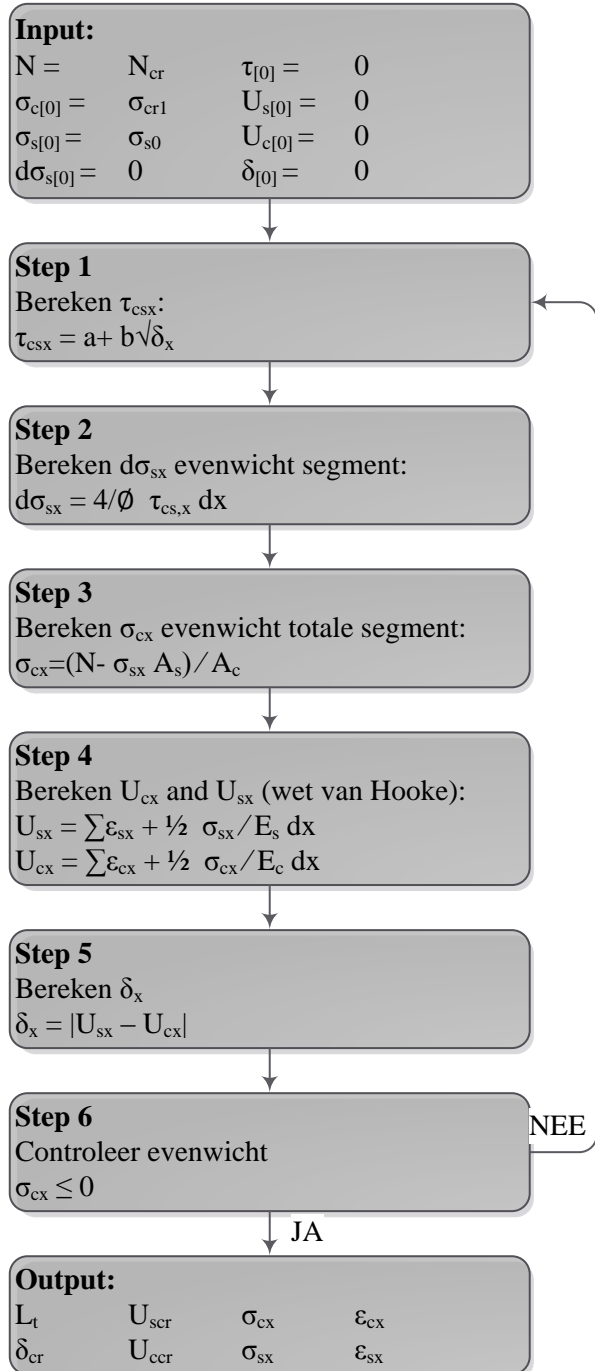
Het Mathematica Notebook, waarin het volledige script staat is terug te vinden op de DVD.

E. Trekstaafmodel

E.1 Opzet

Hiernaast is het stroomschema van het trekstaafmodel weergegeven. Bij het eerste stukje staaf gaat men uit van gelijke verplaatsing in het beton en staal. De optredende belasting betreft de kritieke scheurlast van de trekstaaf. Vervolgens wordt per stukje staaf de spanningen en rekken bepaald, met behulp van de evenwichtsvoorwaarden, tot de betonspanning kleiner of gelijk is aan nul. Op dat moment neemt de wapening alle trekkracht op en is als het ware de scheur opgetreden. Hiermee kan de overdrachtslengte, het spanningsverloop, het verloop van de rek en de kritieke scheurwijdte bepaald worden.

Trekstaafmodel - Differentiemethode



E.2 Wolfram Mathematica Script

Onderstaand is het mathematica script gepresenteerd voor het bepalen van het σ - ϵ diagram met behulp van het differentiemodel volgens Bruggeling.

```
ClearAll["Global`*"]
(*INPUT TENSION BAR*)
(*Stepsize*)
dx=1;

(*Input Parameters FDM*)
(*Reinforcement Properties*)
ns=1;
Øk=12;
Es=210000;

(*Concrete Properties*)
Ac=8000;
fcm=29;
fct=2.9;
Ec=32000;

(*Long-Term actions*)
redcr1=0.75;
redcr2=0.9;

(*Capacity between cracks*)
\[Sigma]crest=0;

(*Shear Constants*)
(*\[Tau]sx=(a+b*\[Delta]x^0.5)*fcm*)
a=0.07;
b=0.32;

(*Input Parameters Sigma-epsilon*)
fsy=500;
fsu=648;
\[CurlyEpsilon]su=1.75*10^-2;

(*Solver*)
(*Generate Startpoint FDM*)
\[Sigma]cr1=redcr1*fct;
\[Sigma]cr2=redcr2*fct;
\[CurlyEpsilon]cr1=\[Sigma]cr1/Ec;

As=ns*0.25*Øk^2*\[Pi]/N;

xe=Es/Ec;
\[Rho]=As/Ac;

Ncr1=\[Sigma]cr1*Ac(1+\[Rho]*xe);
Ncr2=\[Sigma]cr2*Ac(1+\[Rho]*xe);

\[Sigma]so=(\[Sigma]cr2/Ec)*Es;
\[CurlyEpsilon]so=\[Sigma]so/Es;
```

(*Capacity reinforcement*)

$N_{sy} = f_{sy} \cdot A_s$;

$\epsilon_{sy} = f_{sy} / E_s$;

$N_{su} = f_{su} \cdot A_s$;

(*StartPoint FDM*)

$\sigma_{cx} = \sigma_{cr2}$;

$\sigma_{sx} = \sigma_{so}$;

$d\sigma_{sx} = 0$;

$U_{sx} = 0$;

$U_{cx} = 0$;

$nn = 0$;

$xx = 0$;

$\tau_{sx} = 0$;

(*FDM Analysis First Generation Crack Pattern*)

$DIFFERENCE = \text{Reap}[\text{While}[\$

$\sigma_{cx} > \sigma_{crest}$,

$\epsilon_{sx} = \sigma_{sx} / E_s$;

$\epsilon_{cx} = \sigma_{cx} / E_c$;

$\sigma_{sx} = \sigma_{sx} + d\sigma_{sx}$;

$dU_{sx} = (\epsilon_{sx} + (\sigma_{sx} / E_s)) \cdot (1/2) \cdot dx$;

$U_{sx} = dU_{sx} + U_{sx}$;

$\sigma_{cx} = (N_{cr2} - \sigma_{sx} \cdot A_s) / A_c$;

$dU_{cx} = (\epsilon_{cx} + (\sigma_{cx} / E_c)) \cdot (1/2) \cdot dx$;

$U_{cx} = dU_{cx} + U_{cx}$;

$\epsilon_{sx} = \sigma_{sx} / E_s$;

$\epsilon_{cx} = \sigma_{cx} / E_c$;

$\Delta x = \text{Abs}[U_{sx} - U_{cx}]$;

$\text{Sow}[\tau_{sx}]; \text{Sow}[\sigma_{sx}]; \text{Sow}[dU_{sx}]; \text{Sow}[U_{sx}]; \text{Sow}[\sigma_{cx}]; \text{Sow}[dU_{cx}]; \text{Sow}[U_{cx}]; \text{Sow}[\Delta x]; \text{Sow}[xx]; \text{Sow}[nn]; \text{Sow}[\epsilon_{sx}]; \text{Sow}[\epsilon_{cx}]; \text{Sow}[\text{CapitalSigma} \cdot x];$

$\tau_{sx} = (a + b \cdot \Delta x^{0.5}) \cdot f_{cm}$;

$d\sigma_{sx} = (4 \cdot \tau_{sx} \cdot dx) / \phi k$;

$xx = dx + xx; nn = 1 + nn];$

$TABDIFF = \text{Transpose}[\text{Partition}[\text{Flatten}[DIFFERENCE[[2]]], 13]];$

$\tau_s = \text{Drop}[TABDIFF[[1]], -1];$

$\sigma_s = \text{Drop}[TABDIFF[[2]], -1];$

$dU_s = \text{Drop}[TABDIFF[[3]], -1];$

$U_s = \text{Drop}[TABDIFF[[4]], -1];$

$\sigma_c = \text{Drop}[TABDIFF[[5]], -1];$

$dU_c = \text{Drop}[TABDIFF[[6]], -1];$

$U_c = \text{Drop}[TABDIFF[[7]], -1];$

$\Delta = \text{Drop}[TABDIFF[[8]], -1];$

$x = \text{Drop}[TABDIFF[[9]], -1];$

```

n=Drop[TABDIFF[[10]],-1];
\{CurlyEpsilon}s=Drop[TABDIFF[[11]],-1];
\{CurlyEpsilon}c=Drop[TABDIFF[[12]],-1];

(*Force Transmission Length*)
\{Delta}cr=Last[\{Delta}];
Lt=Last[x];
wcr1=2*\{Delta}cr;

(*Mean Strain*)
Uscr=Last[Us]; (*Steel Elongation*)
\{CurlyEpsilon}sm1=Uscr/Lt; (*Steel Strain*)

UCCR=Last[Uc]; (*Concrete Elongation*)
\{CurlyEpsilon}cm=UCCR/Lt; (*Concrete Strain*)

(*Second Generation Cracks*)
\{CurlyEpsilon}sm2=\{CurlyEpsilon}so+2(\{CurlyEpsilon}sm1-\{CurlyEpsilon}so); (*Superposition
Mean Steel Strain*)
\{CurlyEpsilon}cm2=(UCCR-Median[Uc])/Lt; (*Superposition Mean Concrete Strain*)

(*Second Complete Pattern*)
\{CurlyEpsilon}smax=(2*\{CurlyEpsilon}sm1+\{CurlyEpsilon}sm2)/3; (*Mean Steel Strain Complete
Crack Pattern*)
\{Sigma}crmax=(Ncr2-\{CurlyEpsilon}smax*Es*As)/Ac;
\{CurlyEpsilon}cmax=(2*\{CurlyEpsilon}cm+\{CurlyEpsilon}cm2)/3;

(*Critical Crack width*)
wcrmax=(\{CurlyEpsilon}smax-\{CurlyEpsilon}cmax)1.5Lt;

(*Visualisation / Postprocessor*)
(*Table FDM Output*)
Ncr1T={"Ncr1 (N)",Ncr1};
\{Delta}crT={"\{Delta}cr (mm)",\{Delta}cr};
wcr1T={"wcr1 (mm)",wcr1};
LtT={"Lt (mm)",Lt};
\{CurlyEpsilon}soT={"\{CurlyEpsilon}so",\{CurlyEpsilon}so};
\{CurlyEpsilon}sm1T={"\{CurlyEpsilon}sm1",\{CurlyEpsilon}sm1};
\{CurlyEpsilon}cmT={"\{CurlyEpsilon}cm",\{CurlyEpsilon}cm};
Ncr2T={"Ncr2 (N)",Ncr2};
\{CurlyEpsilon}sm2T={"\{CurlyEpsilon}sm2",\{CurlyEpsilon}sm2};
\{CurlyEpsilon}smaxT={"\{CurlyEpsilon}smax",\{CurlyEpsilon}smax};
wcrmaxT={"wcrmax (mm)",wcrmax};
wrein={"\{Omega} (%)",\{Rho}*100};
AC={"Ac (mm2)",Ac};
NS={"ns (-)",ns};
RS={"\{O}k (mm)",\{O}k};

TABLERES=Transpose[{AC,NS,RS,wrein,LtT,\{Delta}crT,Ncr1T,wcr1T,\{CurlyEpsilon}soT,\{CurlyE
psilon}sm1T,\{CurlyEpsilon}cmT,Ncr2T,\{CurlyEpsilon}sm2T,\{CurlyEpsilon}smaxT,wcrmaxT}];
Grid[TABLERES,Frame->All,ItemStyle->14,Background->{None,{Gray}}]

\{Tau}sT=Prepend[\{Tau}s,"\{Tau}cs,x (N/mm2)"];
\{Sigma}sT=Prepend[\{Sigma}s,"\{Sigma}s,x (N/mm2)"];
dUsT=Prepend[dUs,"dUs,x (mm)"];

```

```

UsT=Prepend[Us,"Us,x (mm)"];
[Sigma]cT=Prepend[[Sigma]c,"[Sigma]c,x (N/mm2)"];
dUcT=Prepend[dUc,"dUc,x (mm)"];
UcT=Prepend[Uc,"Uc,x (mm)"];
[Delta]T=Prepend[[Delta],"[Delta],x (mm)"];
xT=Prepend[x,"x (mm)"];
nT=Prepend[n,"step"];
[CurlyEpsilon]sT=Prepend[[CurlyEpsilon]s,"[CurlyEpsilon]s,x ";
[CurlyEpsilon]cT=Prepend[[CurlyEpsilon]c,"[CurlyEpsilon]c,x ";

TABLE1=Transpose[{nT,xT,[Tau]sT,[Sigma]sT,[CurlyEpsilon]sT,[Sigma]cT,[CurlyEpsilon]cT,U
sT,UcT,[Delta]T}];
Grid[TABLE1,Frame->All,ItemStyle->14,Background->{None,{Gray}}]

```

(*Plot FDM Output*)

```

[Delta]d=Transpose[{x,[Delta]}];
[Tau]sd=Transpose[{x,[Tau]s}];
[Sigma]sd=Transpose[{x,[Sigma]s}];
[Sigma]cd=Transpose[{x,[Sigma]c}];
[CurlyEpsilon]sd=Transpose[{x,[CurlyEpsilon]s}];
[CurlyEpsilon]cd=Transpose[{x,[CurlyEpsilon]c}];
[Tau]s[Delta]=Transpose[{[Delta],[Tau]s}];

```

```

ListPlot[[Delta]d,PlotRange->{{0,Lt},{0,Last[[Delta]}},Filling->Axis,FrameLabel->{Style["x
(mm)",14],Style["[Delta] (mm)",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes->{True,True},Joined-
>True,PlotStyle->{Blue,Thick}}

```

```

ListPlot[[Tau]sd,PlotRange->{{0,Lt},{0,Last[[Tau]s]}},Filling->Axis,FrameLabel->{Style["x
(mm)",14],Style["[Tau] (N/mm2)",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes->{True,True},Joined-
>True,PlotStyle->{Blue,Thick}}

```

```

ListPlot[[Tau]s[Delta],Filling->Axis,FrameLabel->{Style["[Delta] (mm)",14],Style["[Tau]
(N/mm2)",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes->{True,True},Joined->True,PlotStyle->{Blue,
Thick}}

```

```

ListPlot[[Sigma]sd,PlotRange->{{0,Lt},{0,Last[[Sigma]s]}},Filling->Axis,FrameLabel->{Style["x
(mm)",14],Style["[Sigma]s (N/mm2)",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes-
->{True,True},Joined->True,PlotStyle->{Blue,Thick}}

```

```

ListPlot[[Sigma]cd,PlotRange->{{0,Lt},{First[[Sigma]c],0}},Filling->Axis,FrameLabel->{Style["x
(mm)",14],Style["[Sigma]c (N/mm2)",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes-
->{True,True},Joined->True,PlotStyle->{Blue,Thick}}

```

```

ListPlot[[CurlyEpsilon]sd,Filling->Axis,FrameLabel->{Style["x
(mm)",14],Style["[CurlyEpsilon]s",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes->{True,True},Joined-
>True,PlotStyle->{Blue,Thick}}

```

```

ListPlot[[CurlyEpsilon]cd,Filling->Axis,FrameLabel->{Style["x
(mm)",14],Style["[CurlyEpsilon]c",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes-
->{True,True},Joined->True,PlotStyle->{Blue,Thick}}

```

```

ListPlot[Us,Filling->Axis,FrameLabel->{Style["x (mm)",14],Style["Us (mm)",14]},ImageSize-
->Large,Frame->True,Axes->{True,True},Joined->True,PlotStyle->{Blue,Thick}}

```



```
ListPlot[Uc,Filling->Axis,FrameLabel->{Style["x (mm)",14],Style["Uc (mm)",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes->{True,True},Joined->True,PlotStyle->{Blue,Thick}]
```

(*Plot Stress-Strain Bar*)

```
[\Sigma]ct[\CurlyEpsilon]={{0,0},{[\CurlyEpsilon]cr1, [\Sigma]cr1},{[\CurlyEpsilon]smax, [\Sigma]c  
rmax},{[\CurlyEpsilon]sy, [\Sigma]crest}};
```

```
ListPlot[\[\Sigma]ct[\CurlyEpsilon],Filling->Axis,FrameLabel->{Style["[\CurlyEpsilon] (-  
)",14],Style["[\Sigma]ct (N/mm2)",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes->{True,True},Joined->True,PlotStyle->{Blue,Thick}]
```

```
[\Sigma]s[\CurlyEpsilon]={{0,0},{[\CurlyEpsilon]sy,fsy},{[\CurlyEpsilon]su,fsu}};
```

```
ListPlot[\[\Sigma]s[\CurlyEpsilon],Filling->Axis,FrameLabel->{Style["[\CurlyEpsilon] (-  
)",14],Style["[\Sigma]s (N/mm2)",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes->{True,True},Joined->True,PlotStyle->{Blue,Thick}]
```

```
N[\CurlyEpsilon]={{0,0},{[\CurlyEpsilon]cr1,Ncr1},{[\CurlyEpsilon]smax,Ncr2},{[\CurlyEpsilon]sy,  
Nsy},{[\CurlyEpsilon]su,Nsu}};
```

```
ListPlot[N[\CurlyEpsilon],Filling->Axis,FrameLabel->{Style["[\CurlyEpsilon]",14],Style["N  
(N)",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes->{True,True},Joined->True,PlotStyle->{Blue,  
Thick}]
```

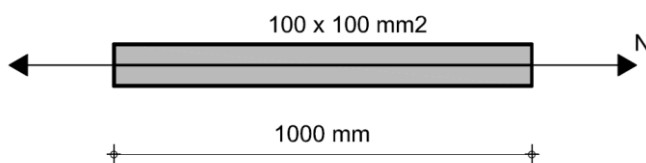
```
ListPlot[N[\CurlyEpsilon],PlotRange->{{0, [\CurlyEpsilon]sy},{0,Nsy}}, Filling->Axis,FrameLabel->{Style["[\CurlyEpsilon] (-",14],Style["N (N)",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes->{True,True},Joined->True,PlotStyle->{Blue,Thick}]
```

E.3 Validatie

Ter validatie van de oplossingsprocedure zijn de resultaten van het model vergeleken met analytische resultaten van Bruggeling. De analytische berekening gaat echter uit van de afschuifspanning-slibrelatie (vergelijking). Deze relatie kan niet worden opgelost met de differentiemethode omdat het geen startwaarde kent. Om toch de oplossingsprocedure zoveel mogelijk met elkaar te kunnen vergelijken is dezelfde afschuifspanning-slibrelatie gebruikt met een infinite kleine startwaarde van 10^{-80} .

$$\tau_{cs,x} = C \delta^N \quad (3.1)$$

Onderstaande figuur geeft de geanalyseerde trekstaaf weer. Het betreft een betonnen trekstaaf van $100 \times 100 \text{ mm}^2$ en een lengte van 1000mm. Er zijn analyses uitgevoerd met een wapeningsstaaf van; $\emptyset 12$, $\emptyset 16$, $\emptyset 20$ en $\emptyset 24$.



Een voorbeeld van de inputfile is:

```
(*INPUT TENSION TIE*)
```

```
dx=1;
```

```
Ac=10003;
```

```
fcm=44;
```

```
fct=2.9;
```

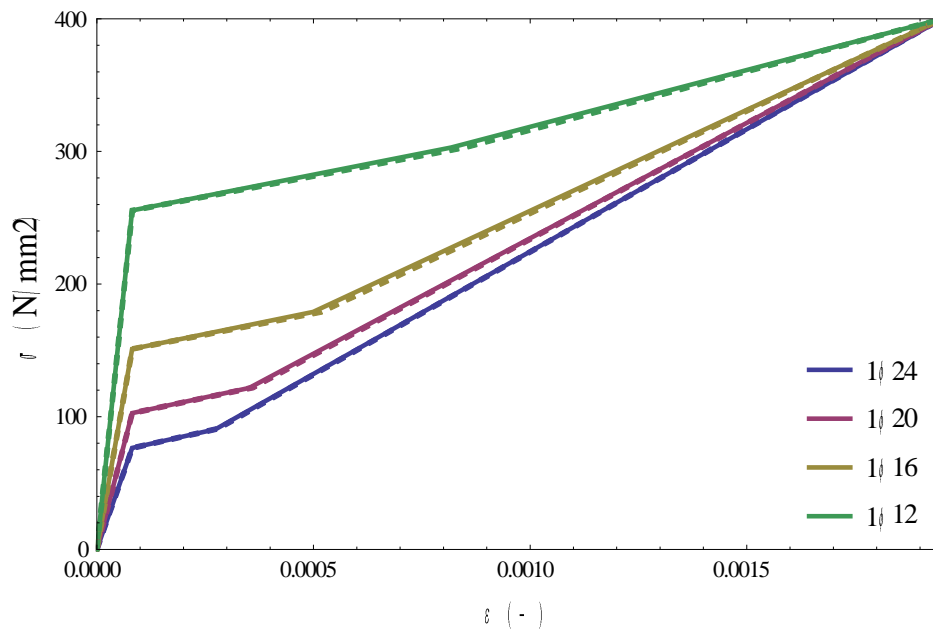
```
Ec=33064;
```

```

\[\Sigma]cr1=2.7;
\[\Sigma]cr2=3.2;
\[\Sigma]crest=0;
ns=1;
\O k=12;
Es=205000;
fsy=400;
fsu=648;
\[\CurlyEpsilon]su=1.75*10^-2/2;
CC=0.38*fc_m;
NN=0.18;

```

De resultaten van het differentieelmodel (ononderbroken lijn) en de analytische berekeningen (gestreepte lijn) zijn in figuur weergegeven. Er zijn minieme verschillen zichtbaar. Deze kunnen verklaard worden door de afrondfouten die vanzelfsprekend makkelijker optreden bij de analytische methode.



F. Mathematica Scripts per Berekening

F.1 Script Hoofdstuk 2

```
ClearAll["Global`*"]
```

```
(*INPUT*)
```

```
(*INPUT FOR FRAMEWORK ANALYSIS*)
```

```
NodeCoordinates={{80.0,0.0},{1520.0,0.0},{480.0,1600.0},{1120.0,1600.0},{80.0,40.0},{1520.0,40.0},  
{480.0,904.0},{1120.0,904.0}};
```

```
ElemNodeLists={{5,1},{5,6},{6,2},{5,7},{7,8},{8,6},{7,3},{8,4},{1,6},{5,2},{5,8},{7,4},{3,8}};
```

```
ExternalActionForce={{0,0},{0,0},{0,-187000.0},{0,-187000.0},{0,0},{0,0},{0,0},{0,0}};
```

```
BoundaryCond={{1.0,1.0},{0.0,1.0},{0.0,0.0},{0.0,0.0},{0.0,0.0},{0.0,0.0},{0.0,0.0},{0.0,0.0}};
```

```
(*INPUT CONCRETE AREA ENDNODES*)
```

```
ElemAreaEndNodesConcrete={{16000,16000},{8000,8000},{16000,16000},{17880,87396},{70000,70  
000},{87396,17880},{63900,63900},{63900,63900},{0,0},{0,0},{0,0},{0,0},{0,0}};
```

```
(*INPUT FOR REGOGNIZE ELEMENTS AND ELEMENT PROPERTIES*)
```

```
(* 1 = Prismatic Strut
```

```
2 = Diagonal Strut
```

```
3 = Tension Tie
```

```
4 = Dummy Element*)
```

```
ElementType={{1},{3},{1},{2},{1},{2},{1},{1},{4},{4},{4},{4},{4}};
```

```
EmodulusList={{30000.0},{30000.0},{210000.0},{0.0}};(*Location of list according to elementtype*)
```

```
fList={{35.0},{18.2},{430.0},{0.0}};(*Max stress of elementtype, Location of list according to  
elementtype*)
```

```
(*Tension Tie Reinforcement*)
```

```
ns={4.0}; (*number of bars*)
```

```
rs={8.0}; (*radius bar*)
```

```
(*INPUT FOR REGOGNIZE NODAL ZONES AND MAX NODES*)
```

```
CCC={7,8}; CCT={5,6}; CTT={};
```

```
fCCC=30.1;fCCT=25.55;fCTT=35.0;
```

```
(*MODULES*)
```

```
(*Master stiffness matrix*)
```

```
PlaneTrussMasterStiffness[nodcoor_,elenod_,elemat_,elefab_,eleopt_]:=Module[{numele=Length[el  
enod],numnod=Length[nodcoor],eNL,eftab,ni,nj,i,j,ncoor,mprop,fprop,opt,Ke,K},K=Table[0,{2*nu  
mnod},{2*numnod}];
```

```
For[e=1,e<=numele,e++,eNL=elenod[[e]];{ni,nj}=eNL;
```

```
eftab={2*ni-1,2*ni,2*nj-1,2*nj};
```

```
ncoor={nodcoor[[ni]],nodcoor[[nj]]};
```

```
mprop=elemat[[e]];fprop=elefab[[e]];opt=eleopt;
```

```
Ke=ElementBar2Stiffness[ncoor,mprop,fprop,opt];
```

```
neldof=Length[Ke];
```

```
For[i=1,i<=neldof,i++,ii=eftab[[i]];
```

```
For[j=i,j<=neldof,j++,jj=eftab[[j]];
```

```
K[[jj,ii]]=K[[ii,jj]]+=Ke[[i,j]];];Return[K];];
```

```
(*Element stiffness matrix*)
```

```

ElementBar2Stiffness[ncoor_,mprop_,fprop_,opt_]:=Module[{x1,x2,y1,y2,x21,y21,Em,A,numer,L,LL,
Ke,c,s},{x1,y1},{x2,y2}=ncoor;{x21,y21}={x2-x1,y2-y1};
{Em}=mprop;{A}=fprop;{numer}=opt;
If[numer,{x21,y21,Em,A}=N[{x21,y21,Em,A}]];
LL=x21^2+y21^2;L=PowerExpand[Sqrt[LL]];c=x21/L;s=y21/L;
Ke=(Em*A/L)*{{c^2,c*s,-c^2,-c*s},{c*s,s^2,-s*c,-s^2},{-c^2,-s*c,c^2,s*c},{-s*c,-s^2,s*c,s^2}};
Return[Ke];

```

(*Modified Master stiffness matrix*)

```

ModifiedMasterStiffness[pdof_,K_]:=Module[{i,j,k,n=Length[K],np=Length[pdof],Kmod},Kmod=K;
For[k=1,k<=np,k++,i=pdof[[k]];
For[j=1,j<=n,j++,Kmod[[i,j]]=Kmod[[j,i]]=0];
Kmod[[i,i]]=1];
Return[Kmod];

```

(*Modified Force vector*)

```

ModifiedNodeForces[pdof_,f_]:=Module[{i,k,np=Length[pdof],fmod},fmod=f;
For[k=1,k<=np,k++,i=pdof[[k]];fmod[[i]]=0];
Return[fmod];

```

(*Internal Forces in Truss*)

```

PlaneTrussIntForces[nodcoor_,elenod_,elemat_,elefab_,eleopt_,u_]:=Module[{numele=Length[elenod],
numnod=Length[nodcoor],e,eNL,eftab,ni,nj,i,ncoor,mprop,fprop,opt,ue,p},p=Table[0,{numele}];
ue=Table[0,{4}];
For[e=1,e<=numele,e++,eNL=elenod[[e]];{ni,nj}=eNL;
eftab={2*ni-1,2*ni,2*nj-1,2*nj};
ncoor={nodcoor[[ni]],nodcoor[[nj]]};
mprop=elemat[[e]];fprop=elefab[[e]];opt=eleopt;
For[i=1,i<=4,i++,ii=eftab[[i]];ue[[i]]=u[[ii]]];
p[[e]]=PlaneBar2IntForce[ncoor,mprop,fprop,opt,ue];
Return[p];

```

(*Internal Forces in Element*)

```

PlaneBar2IntForce[ncoor_,mprop_,fprop_,opt_,ue_]:=Module[{x1,x2,y1,y2,x21,y21,Em,A,numer,L,L,
L,pe,c,s,CM,TM,u},{x1,y1},{x2,y2}=ncoor;{x21,y21}={x2-x1,y2-y1};
{Em}=mprop;{A}=fprop;{numer}=opt;u=ue;
If[numer,{x21,y21,Em,A}=N[{x21,y21,Em,A}]];
LL=x21^2+y21^2;L=PowerExpand[Sqrt[LL]];c=x21/L;s=y21/L;
CM={-1/L,0,1/L,0};
TM={{c,s,0,0},{-s,c,0,0},{0,0,c,s},{0,0,-s,c}};
pe=Em*A*CM.TM.u;
Return[pe];

```

(*SOLVER*)

```

numnod=Length[NodeCoordinates];
numele=Length[ElemNodeLists];numdof=2*numnod;
ProcessOptions={True};aspect=0;

```

(*CALCULATE MEAN AREA FOR FRAMWORKANALYSIS + REINFORCEMENT*)

```

As=ns[[1]]*0.25*Pi*rs[[1]]^2;
ElemAreaEndNodes=Table[If[ElementType[[i]]=={3},{As,As},ElemAreaEndNodesConcrete[[i]],{i,
1,numele}];
ElemAreaMean=Partition[Mean[Transpose[ElemAreaEndNodes]],1];

```

(*GENERATE EMODULUS & f LIST*)

```

ElemModElas=Table[If[ElementType[[i]]=={1},EmodulusList[[1]],If[ElementType[[i]]=={2},EmodulusList[[2]],If[ElementType[[i]]=={3},EmodulusList[[3]],EmodulusList[[4]]]],{i,1,numele}];
ffe=Table[If[ElementType[[i]]=={1},fList[[1]],If[ElementType[[i]]=={2},fList[[2]],If[ElementType[[i]]=={3},fList[[3]],fList[[4]]]],{i,1,numele}];

```

(*FRAMEWORKANALYSIS*)

```

f=Flatten[ExternalActionForce];
K=PlaneTrussMasterStiffness[NodeCoordinates,ElemNodeLists,ElemModElas,ElemAreaMean,ProcessOptions];
pdof={};For[n=1,n<=numnod,n++,For[j=1,j<=2,j++,If[BoundaryCond[[n,j]]>0,AppendTo[pdof,2*(n-1)+j]]];
Kmod=ModifiedMasterStiffness[pdof,K];
fmod=ModifiedNodeForces[pdof,f];
u=LinearSolve[Kmod,fmod];u=Chop[u];
f=Simplify[K.u];f=Chop[f];
p=PlaneTrussIntForces[NodeCoordinates,ElemNodeLists,ElemModElas,ElemAreaMean,ProcessOptions,u];
p=Chop[p];

```

(*CALCULATE STRESSES IN ELEMENTS*)

```

ElemAreaMin=Partition[Min/@ElemAreaEndNodes,1];
sigmaelem=Table[If[Abs[p[[i]]]>0,p[[i]]/ElemAreaMin[[i]],{0}],{i,1,numele}];
sigmaelenode=Table[If[Abs[p[[i]]]>0,p[[i]]/ElemAreaEndNodesConcrete[[i]],{0,0}],{i,1,numele}];
(*CALCULATE UC's IN ELEMENTS*)
UCele=Table[If[Flatten[ffe][[i]]>0,Abs[sigmaelem][[i]]/ffe[[i]],{0}],{i,1,numele}];

```

(*CALCULATE STRESSES IN NODADZONES*)

```

sigmaCCC={};
For[i=1,i<=Length[CCC],i++,AppendTo[sigmaCCC,Extract[Abs[sigmaelenode],Position[ElemNodeLists,CCC[[i]]]]];
sigmaCCT={};
For[i=1,i<=Length[CCT],i++,AppendTo[sigmaCCT,Extract[Abs[sigmaelenode],Position[ElemNodeLists,CCT[[i]]]]];
sigmaCTT={};
For[i=1,i<=Length[CTT],i++,AppendTo[sigmaCTT,Extract[Abs[sigmaelenode],Position[ElemNodeLists,CTT[[i]]]]];
(*CALCULATE UC's IN NODADZONES*)
UCCCC=sigmaCCC/fCCC;
UCCCT=sigmaCCT/fCCT;
UCCTT=sigmaCTT/fCTT;

```

(*GENERATE OUTPUT*)

```

U=Partition[u,2];
F=Partition[f,2];
P=Partition[p,1];
Output=AccountingForm[{U,F,P,sigmaelem,sigmaelenode,UCele,sigmaCCC,sigmaCCT,sigmaCTT,UCCCC,UCCCT,UCCTT}]

```

F.2 Script Hoofdstuk 3

```
ClearAll["Global`*"]
```

```
(*INPUT*)
```

```
directory="C:\\Users\\Luuk\\Dropbox\\Afstuderen\\Simulaties\\WT\\Analyses\\WT2\\M3VV";  
modelname="WT2 M3VVH3";
```

```
step=1000.0>(*Loadstep Analysis*)
```

```
(*INPUT FOR FRAMEWORK ANALYSIS*)
```

```
NodeCoordinates ={{80.0, 40.0}, {1520.0, 40.0}, {480.0, (40.0+Vary)}, {1120.0, (40.0+Vary)}};  
ElemNodeLists ={{1, 2}, {1, 3}, {3, 4}, {2, 4}};  
BoundaryCond ={{1, 1}, {0, 1}, {0, 0}, {1, 0}};  
ExternalActionForce ={{0, 0}, {0, 0}, {0, -1}, {0, -1}};
```

```
(*INPUT CONCRETE AREA ENDNODES*)
```

```
ElemAreaEndNodesConcrete ={{100.0*(80.0),  
100.0*(80.0)}, {100.0*((32000.0+160.0*Vary)/Sqrt[160000.0+(Vary)^2]), 100.0*(((1600.0-  
(40.0+Vary))^2)*400.0+639.0*Vary)/Sqrt[160000.0+(Vary)^2]}, {100.0*(((1600.0-  
(40.0+Vary))^2)), 100.0*(((1600.0-  
(40.0+Vary))^2))}, {100.0*((32000.0+160.0*Vary)/Sqrt[160000.0+(Vary)^2]), 100.0*(((1600.0-  
(40.0+Vary))^2)*400.0+639.0*Vary)/Sqrt[160000.0+(Vary)^2]}};
```

```
(*INPUT FOR REGOGNIZE ELEMENTS AND ELEMENT PROPERTIES*)
```

```
ElementType ={{3},{2},{1},{2}};  
ReinforcementType ={{1},{0},{0},{0}};  
EmodulusList ={{30000.0},{30000.0},{210000.0},{0.0}};  
fList ={{35.0},{35.0},{430.0},{0.0}};
```

```
(*INPUT REINFROCEMENT BAR PROERTIES, TENSIONING STIFFENING*)
```

```
(*Properties list is:
```

```
[\Sigma]crI, [\CurlyEpsilon]crI, [\Sigma]crmax, [\CurlyEpsilon]smax, [\Sigma]crest, fsy, [\CurlyEpsilon]  
Jsy, fsu, [\CurlyEpsilon]su, Ac, Ec, As, Es, wcrmax, fcm, fcm/Ec*)
```

```
CTProperties ={{35., 0.00116667, 2.625, 0.0000875, 1.23562, 0.000467718, 0., 430., 0.00204762,  
540., 0.01, 8000., 30000., 201.062, 210000., 0.0482586}};
```

```
(*INPUT Width Horizontal Elements*)
```

```
ThicknessD=100.0;
```

```
SVAR = {Vary, 800.0, 1559.0};
```

```
(*MODULES*)
```

```
(*Master stiffness matrix*)
```

```
PlaneTrussMasterStiffness[nodcoor_, elenod_, elemat_, elefab_, eleopt_] := Module[{numele = Length[el  
enod], numnod = Length[nodcoor], e, eNL, eftab, ni, nj, i, j, ncoor, mprop, fprop, opt, Ke, K}, K = Table[0, {2*nu  
mnod}, {2*numnod}];
```

```
For[e = 1, e <= numele, e++, eNL = elenod[[e]]; {ni, nj} = eNL;
```

```
eftab = {2*ni - 1, 2*ni, 2*nj - 1, 2*nj};
```

```
ncoor = {nodcoor[[ni]], nodcoor[[nj]]};
```

```
mprop = elemat[[e]]; fprop = elefab[[e]]; opt = eleopt;
```

```
Ke = ElementBar2Stiffness[ncoor, mprop, fprop, opt];
```

```
neldof = Length[Ke];
```

```
For[i = 1, i <= neldof, i++, ii = eftab[[i]];
```

```
For[j=i,j<=neldof,j++,jj=eftab[[j]];
K[[jj,ii]]=K[[ii,jj]]+=Ke[[i,j]];];Return[K];];
```

(*Element stiffness matrix*)

```
ElementBar2Stiffness[ncoor_,mprop_,fprop_,opt_]:=Module[{x1,x2,y1,y2,x21,y21,Em,A,numer,L,LL,
Ke,c,s},{x1,y1},{x2,y2}=ncoor;{x21,y21}={x2-x1,y2-y1};
{Em}=mprop;{A}=fprop;{numer}=opt;
If[numer,{x21,y21,Em,A}=N[{x21,y21,Em,A}]];
LL=x21^2+y21^2;L=PowerExpand[Sqrt[LL]];c=x21/L;s=y21/L;
Ke=(Em*A/L)*{{c^2,c*s,-c^2,-c*s},{c*s,s^2,-s*c,-s^2},{-c^2,-s*c,c^2,s*c},{-s*c,-s^2,s*c,s^2}};
Return[Ke];
```

(*Modified Master stiffness matrix*)

```
ModifiedMasterStiffness[pdof_,K_]:=Module[{i,j,k,n=Length[K],np=Length[pdof],Kmod},Kmod=K;
For[k=1,k<=np,k++,i=pdof[[k]];
For[j=1,j<=n,j++,Kmod[[i,j]]=Kmod[[j,i]]=0];
Kmod[[i,i]]=1];
Return[Kmod];
```

(*Modified Force vector*)

```
ModifiedNodeForces[pdof_,f_]:=Module[{i,k,np=Length[pdof],fmod},fmod=f;
For[k=1,k<=np,k++,i=pdof[[k]];fmod[[i]]=0];
Return[fmod];
```

(*Internal Forces in Truss*)

```
PlaneTrussIntStrains[nodcoor_,elenod_,elemat_,elefab_,eleopt_,u_]:=Module[{numele=Length[elenod],
numnod=Length[nodcoor],e,eNL,eftab,ni,nj,i,ncoor,mprop,fprop,opt,ue,strain},strain=Table[0,{n
umele}];ue=Table[0,{4}];
For[e=1,e<=numele,e++,eNL=elenod[[e]];{ni,nj}=eNL;
eftab={2*ni-1,2*ni,2*nj-1,2*nj};
ncoor={nodcoor[[ni]],nodcoor[[nj]]};
mprop=elemat[[e]];fprop=elefab[[e]];opt=eleopt;
For[i=1,i<=4,i++,ii=eftab[[i]];ue[[i]]=u[[ii]]];
strain[[e]]=PlaneBar2IntStrains[ncoor,mprop,fprop,opt,ue]];
Return[strain];
```

(*Internal Forces in Element*)

```
PlaneBar2IntStrains[ncoor_,mprop_,fprop_,opt_,ue_]:=Module[{x1,x2,y1,y2,x21,y21,Em,A,numer,L,
LL,straine,c,s,CM,TM,u},{x1,y1},{x2,y2}=ncoor;{x21,y21}={x2-x1,y2-y1};
{Em}=mprop;{A}=fprop;{numer}=opt;u=ue;
If[numer,{x21,y21,Em,A}=N[{x21,y21,Em,A}]];
LL=x21^2+y21^2;L=PowerExpand[Sqrt[LL]];c=x21/L;s=y21/L;
CM={-1/L,0,1/L,0};
TM={{c,s,0,0},{-s,c,0,0},{0,0,c,s},{0,0,-s,c}};
straine=CM.TM.u;
Return[straine];
```

StiffnessTensionBarArea[\[Epsilon]x_,\[Epsilon]xv_,

```
Elementprop_,AcCS_]:=Module[{[CurlyEpsilon]xca,[CurlyEpsilon]xta,[CurlyEpsilon]xtb,[CurlyE
psilon]xtc,[CurlyEpsilon]xtd,[CurlyEpsilon]x,EAx,Ax,[Sigma]cy,[CurlyEpsilon]cy,[Sigma]cr1,[C
urlyEpsilon]cr1,[Sigma]crmax,[CurlyEpsilon]smax,[Sigma]rest,[Sigma]sy,[CurlyEpsilon]sy,[Sig
ma]su,[CurlyEpsilon]su,AcT,Ace,,Ec,As,Es,Exc,Esx,EAcxs,[Epsilon]xe,[Sigma]cx,[Sigma]sx,Nx,E
Normcsx,wcrmax,Acs},
```



```
{[Sigma]cy,[CurlyEpsilon]cy,[Sigma]cr1,[CurlyEpsilon]cr1,[Sigma]crmax,[CurlyEpsilon]smax,\
[Sigma]rest,[Sigma]sy,[CurlyEpsilon]sy,[Sigma]su,[CurlyEpsilon]su,AcT,Ec,As,Es,wcrmax}=Ele\
mentprop;
```

```
(*Als rek kleiner dan vorige, vorige rek pakken voor bepalen E*)
```

```
Iff[ $\sqrt{Epsilon}x < \sqrt{Epsilon}xv$ , $\sqrt{Epsilon}xe = \sqrt{Epsilon}xv$ , $\sqrt{Epsilon}xe = \sqrt{Epsilon}x$ ];
```

```
Iff[ $\sqrt{Epsilon}xe \leq \sqrt{CurlyEpsilon}cr1$ , $Ec_x = Ec$ ,
```

```
Iff[ $\sqrt{Epsilon}xe \leq \sqrt{CurlyEpsilon}smax$ , $Ec_x = (\sqrt{Sigma}cr1 + (\sqrt{Epsilon}xe - \sqrt{CurlyEpsilon}cr1) / (\sqrt{CurlyEpsilon}smax - \sqrt{CurlyEpsilon}cr1)) * (\sqrt{Sigma}crmax - \sqrt{Sigma}cr1) \wedge \sqrt{Epsilon}xe$ ;
```

```
Iff[ $\sqrt{Epsilon}xe \leq \sqrt{CurlyEpsilon}sy$ , $Ec_x = (\sqrt{Sigma}crmax + (\sqrt{Epsilon}xe - \sqrt{CurlyEpsilon}smax) / (\sqrt{CurlyEpsilon}sy - \sqrt{CurlyEpsilon}smax)) * (\sqrt{Sigma}rest - \sqrt{Sigma}crmax) \wedge \sqrt{Epsilon}xe$ ;
```

```
 $Ec_x = \sqrt{Sigma}rest \wedge \sqrt{Epsilon}xv$ ];];
```

```
 $\sqrt{Sigma}cx = \sqrt{Epsilon}x * Ec_x$ ;
```

```
Iff[Abs[ $\sqrt{Epsilon}xe$ ] <=  $\sqrt{CurlyEpsilon}sy$ , $Es_x = Es$ ,
```

```
 $Es_x = (\sqrt{Sigma}sy + (\sqrt{Epsilon}xe - \sqrt{CurlyEpsilon}sy) / (\sqrt{CurlyEpsilon}su - \sqrt{CurlyEpsilon}sy)) * (\sqrt{Sigma}su - \sqrt{Sigma}sy) \wedge \sqrt{Epsilon}xe$ ];];
```

```
 $\sqrt{Sigma}sx = \sqrt{Epsilon}x * Es_x$ ;
```

```
Iff[ $\sqrt{Epsilon}x <= 0$ , $Ac_s = AcCS$ , $Ac_s = AcT$ ];
```

```
 $Ace = Ac_s - As$ ;
```

```
(* $EAc_{sx} = Ec_x * Ace + Es_x * As$ ;
```

```
 $ENorm_{csx} = EAc_{sx} / Ace$ ;
```

```
 $N_x = \sqrt{Epsilon}x * EAc_{sx}$ ;
```

```
Return[{ $Ec_x$ , $Ace$ , $Es_x$ , $As$ , $\sqrt{Sigma}cx$ , $\sqrt{Sigma}sx$ };];
```

```
(*Belastingssituatie MOD*)
```

```
FMOD[LocForce_,Force_,pdof_] := Module[{f,FreedomValue,fmod,i},f=Flatten[LocForce];
```

```
For[i=1,i<=Length[f],i++,If[f[[i]]==0,f[[i]]=0,f[[i]]=Force];];
```

```
fmod=ModifiedNodeForces[pdof,f];
```

```
Return[fmod];];
```

```
(*Solve set of equations with GaussJordan*)
```

```
GaussJordanSolve[A0_,V0_] := Module[{i,k,p,n=Length[A0],A},A=Flatten/@Transpose[{A0,V0}];
```

```
For[p=1,p<=n,p++,For[k=p+1,k<=n,k++,If[Abs[A[[k,p]]] > Abs[A[[p,p]]],A[[{p,p}]] = A[[{k,p}]]];];
```

```
A[[p]] = A[[p]] / A[[p,p]];
```

```
For[i=1,i<=n,i++,If[i!=p,A[[i]] = A[[i]] - A[[i,p]] A[[p]];];];
```

```
Return[Flatten[Take[A,All,-1]]];]
```

```
(*SOLVER*)
```

```
SetDirectory[directory];
```

```
numnod=Length[NodeCoordinates];
```

```
numele=Length[ElemNodeLists];numdof=2*numnod;
```

```
(*Define Variables*)
```

```
Division=(numnod/2)-1;
```

```
(*VV=Table[Symbol["Var"<>ToString@i],[i,Division-1]];
```

```
B1=Table[50,{i,Division-1}];B2=Table[350,{i,Division-1}];
```

```
Svar=Transpose[{VV,B1,B2}];
```

```
WidthReinforcedEl={};
```

```
For[i=1,i<Length[AAA],i++,AppendTo[WidthReinforcedEl,AAA[[i]]\Rule]AF[[i]]];];*)
```

```
(*CALC MEAN CONCRETE ELEMENTS*)
```

```

ElemAreaConcreteMean=Partition[Mean[Transpose[ElemAreaEndNodesConcrete]],1]/N;
ElemAreaMin=Partition[Min/@ElemAreaEndNodesConcrete,1];

ReinforcementType=Flatten[ReinforcementType];

ffce=Table[If[ElementType[[i]]=={1},fList[[1]],If[ElementType[[i]]=={2},fList[[2]],If[ElementType
[[i]]=={3},fList[[1]],{1}]],{i,numele}];
ffse=Table[If[ElementType[[i]]=={3},fList[[3]],{1}],{i,numele}];

ProcessOptions={True};aspect=0;
(*Define modified*)
pdof={};For[n=1,n<=numnod,n++,For[j=1,j<=2,j++,If[BoundaryCond[[n,j]]>0,AppendTo[pdof,2
*(n-1+j)]]];

(*GIVE EMPTY LIST*)
strainv=Table[0,{numele}];
[\Sigma]cx=Table[0,{numele}];
[\Sigma]sx=Table[0,{numele}];
Nsx=Table[0,{numele}];
w=Table[0,{numele}];
prop=Table[0,{numele}];

>(*CALC MEAN CONCRETE
ELEMENTS*)ElemAreaConcreteMean=Partition[Mean[Transpose[ElemAreaEndNodesConcrete]],1
]/N;
ElemAreaMin=Partition[Min/@ElemAreaEndNodesConcrete,1];*
(*DEFINE MODULUS OF ELASTICITY*)
ElemModElas=Table[If[ElementType[[i]]=={1},EmodulusList[[1]],If[ElementType[[i]]=={2},Emod
ulusList[[2]],If[ElementType[[i]]=={3},EmodulusList[[3]],EmodulusList[[4]]]],{i,1,numele}];

(*Define NL const properties Tensionbar STRAIN IN ELEMENTSGR=0*)
For[i=1,i<=numele,i++,If[Flatten[ElementType[[i]]]==3,(*NL Const properties in list
(Ec,Ac,Es,As,sigmac,sigmas)*)prop[[i]]=StiffnessTensionBarArea[strainv[[i]],strainv[[i]],CTProper
ties[[ReinforcementType[[i]]],Flatten[ElemAreaConcreteMean[[i]]]];
(*A=Ac+As meewerkende concrete from properties*)ACS=prop[[i,2]]+prop[[i,4]];
WCS=ACS/ThicknessD;
EACS=prop[[i,1]]*prop[[i,2]]+prop[[i,3]]*prop[[i,4]];
ECS=EACS/ACS;
ElemAreaConcreteMean[[i]]={ACS};
ElemModElas[[i]]={ECS};
(*define max stress steel*)ffse[[i]]={CTProperties[[ReinforcementType[[i],10]]];};

(*define empty lists*)
FxL = {}; FxL1 = {}; Px = {};
Px1 = {}; Sigmasx = {}; Sigmasx1 = {}; Sigmacx = {}; Sigmacx1 = {};
Rekx = {}; Rekx1 = {}; wx = {}; wx1 = {}; Ax = {}; Ax1 = {};
Ex = {}; Ex1 = {}; Varx = {}; Varx1 = {};
Aminx = {}; Aminx1 = {};
APx = {}; APx1 = {};
NCx = {}; NCx1 = {};

nn = 0;

LOOP = Monitor[While[True, nn = nn + 1;

```

```

(*If[nn\Equal]50,Break[];*)

(*define loads*)
Fx = -nn*step;
fmod = FMOD[ExternalActionForce, Fx, pdof];

(*Loop for calculate iteratively the stiffness*)
While[True,(*define 'old' modulus of elasticity to check*)
ElemModElasv = ElemModElas;

K = PlaneTrussMasterStiffness[NodeCoordinates, ElemNodeLists,ElemModElas,
ElemAreaConcreteMean,ProcessOptions];
Kmod = ModifiedMasterStiffness[pdof, K];

u = GaussJordanSolve[Kmod, fmod];
W = u.Kmod.u;
dw = \^(
\*SubscriptBox[\([PartialD]\), \((Vary\) )]W);
FM = FindRoot[dw, SVAR];
Var = Vary /. FM;

(*f=Simplify[K.u];f=Chop[f];*)
(*Calculate strain in elements*)
strainn =PlaneTrussIntStrains[NodeCoordinates,
ElemNodeLists,ElemModElas,ElemAreaConcreteMean,ProcessOptions, u] /. FM;
(*f=Simplify[K.WidthReinforcedEl/.FM.u.WidthReinforcedEl/.FM]*)(*Calculate stiffnes subjected
to strain;strainnew>strainold,calculate stresses in concrete and steel calculate normal force calculate
crack width*)
For[i = 1, i <= numele, i++,
If[Flatten[ElementType][[i]] == 3,
(*NL Const properties in list (Ec, Ac,Es, As,sigmac,sigmas)*)
prop[[i]] = StiffnessTensionBarArea[strainn[[i]],
strainv[[i]],CTProperties[[ReinforcementType][[i]]],Flatten[ElemAreaConcreteMean][[i]]];
(*A = Ac+As meewerkende concrete from properties*)
ACS = prop[[i, 2]] + prop[[i, 4]];
WCS = ACS/ThicknessD; EACS = prop[[i, 1]]*prop[[i, 2]] + prop[[i, 3]]*prop[[i, 4]];
ECS = EACS/ACS;

ElemAreaConcreteMean[[i]] = {ACS};
ElemModElas[[i]] = {ECS};

(*Calculate stresses and normal focre*)
\[\Sigma]cx[[i]] = prop[[i, 5]];
Ncx[[i]] = \[\Sigma]cx[[i]]*prop[[i, 2]];
\[\Sigma]sx[[i]] = prop[[i, 6]];
Nsx[[i]] = \[\Sigma]sx[[i]]*prop[[i, 4]];

(*calculate crackwidth*)
If[strainn[[i]]<CTProperties[[ReinforcementType][[i]]][[4]],w[[i]]=0,If[strainn[[i]]<CTProperties
[[ReinforcementType][[i]]][[6]],w[[i]]=CTProperties[[ReinforcementType][[i]]][[16]],If[strainn[[i
]]<CTProperties[[ReinforcementType][[i]]][[11]],w[[i]]=CTProperties[[ReinforcementType][[i]]][
[16]]*strainn[[i]]/CTProperties[[ReinforcementType][[i]]][[6]],w[[i]]=Infinity]],

(*Calculation for other bars (elementtype=/3)*)

```

```

(*Calculate stresses and normal focre*)
\[Sigma]cx[[i]]=strainn[[i]]*Flatten[ElemModElas][[i]];
Ncx=\[Sigma]cx*Flatten[ElemAreaConcreteMean/.FM]];
\[Sigma]cxmax=Flatten[Table[If[Abs[Ncx[[i]]]>0,Ncx[[i]]/ElemAreaMin[[i]]/.FM,{0}],{i,1,numele}
]];
Nx=Ncx+Nsx;

(*define old strain for checking strainnew>strainold for calculate the constitutive relation*)
strainv=strainn;
Print["Applied Load =",-2*Fx];
Print["Geometry =",Var];
Print["Steel Stress =",\[Sigma]sx];
Print["Concrete Stress =",\[Sigma]cxmax];
Print["Crack Width =",w];
Print["Time Used=",TimeUsed[]];
(*Print[{ElemModElas,ElemModElasv}];*)

(*Make Lists*)AppendTo[FxL1,{Fx}];
AppendTo[Px1,Nx];
AppendTo[Sigmasx1,\[Sigma]sx];
AppendTo[Sigmacx1,\[Sigma]cx];
AppendTo[Rekx1,strainn];
AppendTo[w1,w];
AppendTo[Ax1,ElemAreaConcreteMean/.FM];
AppendTo[Aminx1,ElemAreaMin/.FM];
AppendTo[Ex1,ElemModElas];
AppendTo[Varx1,Var];

(*IF Ecsnew\Equal]Ecsold break iterations for calculating stiffness*)
If[Round[ElemModElas]==Round[ElemModElasv],Break[]];

(*IF sigma<f break calculation structure is failed*)
If[Or@@(#>=1&/@Abs[\[Sigma]sx/Flatten[ffse]]),Break[]];
If[Or@@(#>=1&/@Abs[\[Sigma]cxmax/Flatten[ffce]]),Break[]];

(*Make end lists*)
AppendTo[FxL,FxL1];
AppendTo[Px,Px1];
AppendTo[Sigmasx,Sigmasx1];
AppendTo[Sigmacx,Sigmacx1];
AppendTo[Rekx,Rekx1];
AppendTo[wx,wx1];
AppendTo[Ax,Ax1];
AppendTo[Aminx,Aminx1];
AppendTo[Ex,Ex1];
AppendTo[Varx,Varx1];

(*Monitor Plot settings*)
F=FxL[[All,-1]];
R1=Rekx[[All,-1]][[All,1]];
FR=Transpose[{R1,-2*F[[All,1]]}];

plot=ListPlot[FR,Filling->Axis,FrameLabel->{Style["\[Epsilon] (-)",14],Style["F
(N)",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes->{True,True},Joined->True,PlotStyle-
>{Blue,Thick},PlotRange->All];

```

```

FxL1={};Px1={};Sigmasx1={};Sigmacx1={};
Rekx1={};wx1={};Ax1={};Ex1={};Varx1={};Aminx1={};

Print[Style[{"Number iterations =",Length[FxL[[-1,All]]}],Bold,14]];
Print[Style[{"Applied Load =",-2*Fx},Bold,14]];
Print[Style[{"Defined variables =",Var},Bold,14]];
Print[Style[{"Steel Stress =",\[Sigma]sx},Bold,14]];
Print[Style[{"Concrete Stress =",\[Sigma]cxmax},Bold,14]];
Print[Style[{"Crack Width =",w},Bold,14]],EventHandler[plot,{"MouseDown":>i++}]];

```

(*GENERATE OUTPUT*)

```

F=FxL[[All,-1]];
Variable=Drop[Varx[[All,-1]],-1];
P=Px[[All,-1]];
Ss=Sigmasx[[All,-1]];
Sc=Sigmacx[[All,-1]];
R=Rekx[[All,-1]];
WW=wx[[All,-1]];
A=Ax[[All,-1]];
Amin=Aminx[[All,-1]];
EE=Ex[[All,-1]];

```

plot

```

Output={AccountingForm[F],AccountingForm[Variable],AccountingForm[P],AccountingForm[Ss],
AccountingForm[Sc],AccountingForm[R],AccountingForm[WW],AccountingForm[A],AccountingForm[Amin],AccountingForm[EE]}

```

F.3 Script Hoofdstuk 4

```
ClearAll["Global`*"]
```

```
(*INPUT*)
```

```
directory="C:\\Users\\Luuk\\Dropbox\\Afstuderen\\Simulaties\\WT\\Analyses\\WT2\\M3VF";  
modelName="WT2 M3VF H3";  
step=1000.0;(*Loadstep Analysis*)
```

```
(*INPUT FOR FRAMEWORK ANALYSIS*)
```

```
NodeCoordinates={{80.0,40.0},{1520.0,40.0},{80.0+Var1,324.0},{1520.0-  
Var1,324.0},{80.0+Var2,608.0},{1520.0-Var2,608.0},{80.0+Var3,892.0},{1520.0-  
Var3,892.0},{80.0+Var4,1176.0},{1520.0-Var4,1176.0},{480.0,1460.0},{1120.0,1460.0}};  
ElemNodeLists={{1,2},{1,3},{3,4},{2,4},{3,5},{5,6},{4,6},{5,7},{7,8},{6,8},{7,9},{9,10},{8,10},{9,11},{  
11,12},{10,12}};  
BoundaryCond={{1,1},{0,1},{0,0},{1,0},{1,0},{0,0},{0,0},{1,0},{1,0},{0,0},{0,0},{1,0}};  
ExternalActionForce={{0,0},{0,0},{0,0},{0,0},{0,0},{0,0},{0,0},{0,0},{0,0},{0,0},{0,-199000.0},{0,-  
199000.0}};
```

```
(*INPUT CONCRETE AREA ENDNODES*)
```

```
ElemAreaEndNodesConcrete={{(80.0)*100.0,(80.0)*100.0},{((Var1-  
0)*(A1)+284.0*((160.0+(0*640.0)/400.0)-(0.0+(0*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var1-  
0)^2+(284.0)^2]*100.0,(((Var1-0)*(A2)+284.0*((160.0+(Var1*640.0)/400.0)-  
(0.0+(Var1*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var1-  
0)^2+(284.0)^2]*100.0},{(284.0)*100.0,(284.0)*100.0},{((Var1-  
0)*(A1)+284.0*((160.0+(0*640.0)/400.0)-(0.0+(0*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var1-  
0)^2+(284.0)^2]*100.0,(((Var1-0)*(A2)+284.0*((160.0+(Var1*640.0)/400.0)-  
(0.0+(Var1*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var1-0)^2+(284.0)^2]*100.0},{((Var2-  
Var1)*(A2)+284.0*((160.0+(Var1*640.0)/400.0)-(0.0+(Var1*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var2-  
Var1)^2+(284.0)^2]*100.0,(((Var2-Var1)*(A3)+284.0*((160.0+(Var2*640.0)/400.0)-  
(0.0+(Var2*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var2-  
Var1)^2+(284.0)^2]*100.0},{(284.0)*100.0,(284.0)*100.0},{((Var2-  
Var1)*(A2)+284.0*((160.0+(Var1*640.0)/400.0)-(0.0+(Var1*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var2-  
Var1)^2+(284.0)^2]*100.0,(((Var2-Var1)*(A3)+284.0*((160.0+(Var2*640.0)/400.0)-  
(0.0+(Var2*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var2-Var1)^2+(284.0)^2]*100.0},{((Var3-  
Var2)*(A3)+284.0*((160.0+(Var2*640.0)/400.0)-(0.0+(Var2*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var3-  
Var2)^2+(284.0)^2]*100.0,(((Var3-Var2)*(A4)+284.0*((160.0+(Var3*640.0)/400.0)-  
(0.0+(Var3*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var3-  
Var2)^2+(284.0)^2]*100.0},{(284.0)*100.0,(284.0)*100.0},{((Var3-  
Var2)*(A3)+284.0*((160.0+(Var2*640.0)/400.0)-(0.0+(Var2*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var3-  
Var2)^2+(284.0)^2]*100.0,(((Var3-Var2)*(A4)+284.0*((160.0+(Var3*640.0)/400.0)-  
(0.0+(Var3*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var3-Var2)^2+(284.0)^2]*100.0},{((Var4-  
Var3)*(A4)+284.0*((160.0+(Var3*640.0)/400.0)-(0.0+(Var3*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var4-  
Var3)^2+(284.0)^2]*100.0,(((Var4-Var3)*(A5)+284.0*((160.0+(Var4*640.0)/400.0)-  
(0.0+(Var4*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var4-  
Var3)^2+(284.0)^2]*100.0},{(284.0)*100.0,(284.0)*100.0},{((Var4-  
Var3)*(A4)+284.0*((160.0+(Var3*640.0)/400.0)-(0.0+(Var3*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var4-  
Var3)^2+(284.0)^2]*100.0,(((Var4-Var3)*(A5)+284.0*((160.0+(Var4*640.0)/400.0)-  
(0.0+(Var4*160.0)/400.0)))/Sqrt[(Var4-Var3)^2+(284.0)^2]*100.0},{((400.0-  
Var4)*(A5)+284.0*((160.0+(Var4*640.0)/400.0)-(0.0+(Var4*160.0)/400.0)))/Sqrt[(400.0-  
Var4)^2+(284.0)^2]*100.0,(((400.0-Var4)*(280.0)+284.0*((160.0+(400.0*640.0)/400.0)-  
(0.0+(400.0*160.0)/400.0)))/Sqrt[(400.0-  
Var4)^2+(284.0)^2]*100.0},{(280.0)*100.0,(280.0)*100.0},{((400.0-  
Var4)*(A5)+284.0*((160.0+(Var4*640.0)/400.0)-(0.0+(Var4*160.0)/400.0)))/Sqrt[(400.0-
```

$Var4)^2+(284.0)^2)*100.0,(((400.0-Var4)*(280.0)+284.0*((160.0+(400.0*640.0)/400.0)-(0.0+(400.0*160.0)/400.0)))/Sqrt[(400.0-Var4)^2+(284.0)^2]*100.0}};$

(*INPUT FOR REGOGNIZE ELEMENTS AND ELEMENT PROPERTIES*)

ElementType={{3},{2},{3},{2},{2},{3},{2},{2},{3},{2},{2},{3},{2},{2},{1},{2}};
ReinforcementType={{1},{0},{2},{0},{0},{2},{0},{0},{2},{0},{0},{2},{0},{0},{0},{0}};
EmodulusList={{30000.0},{30000.0},{210000.0},{0.0}};
fList={{35.0},{35.0},{430.0},{0.0}};

(*INPUT REINFROCEMENT BAR PROERTIES, TENSIONING STIFFENING*)

(*Properties list is:

\[Sigma]cr1,\[CurlyEpsilon]cr1,\[Sigma]crmax,\[CurlyEpsilon]smax,\[Sigma]crest,fsy,\[CurlyEpsilon]sy,fsu,\[CurlyEpsilon]su,Ac,Ec,As,Es,wcrmax, fcm,fcm/Ec*)
CTProperties={{35.,0.00116667,2.625,0.0000875,1.23562,0.000467718,0.,430.,0.00204762,540.,0.01,8000.,30000.,201.062,210000.,0.0482586},{35.,0.00116667,2.625,0.0000875,1.23255,0.000552405,0.,430.,0.00204762,540.,0.01,2405.28,30000.,49.0874,210000.,0.0449395}};

(*INPUT Width Horizontal Elements*)

AAA={A1,A2,A3,A4,A5,280.0};
AF={80.0,284.0,284.0,284.0,284.0,280.0};
ThicknessD=100.0;

(*MODULES*)

(*Master stiffness matrix*)

PlaneTrussMasterStiffness[nodcoor_,elenod_,elemat_,elefab_,eleopt_]:=Module[{numele=Length[elenod],numnod=Length[nodcoor],e,eNL,eftab,ni,nj,i,j,ncoor,mprop,fprop,opt,Ke,K},K=Table[0,{2*numnod},{2*numnod}};

For[e=1,e<=numele,e++,eNL=elenod[[e]},{ni,nj]=eNL;

eftab={2*ni-1,2*ni,2*nj-1,2*nj};

ncoor={nodcoor[[ni]],nodcoor[[nj]]};

mprop=elemat[[e]];fprop=elefab[[e]];opt=eleopt;

Ke=ElementBar2Stiffness[ncoor,mprop,fprop,opt];

neldof=Length[Ke];

For[i=1,i<=neldof,i++,ii=eftab[[i]];

For[j=i,j<=neldof,j++,jj=eftab[[j]];

K[[jj,ii]=K[[ii,jj]]+=Ke[[i,j]];];Return[K];];

(*Element stiffness matrix*)

ElementBar2Stiffness[ncoor_,mprop_,fprop_,opt_]:=Module[{x1,x2,y1,y2,x21,y21,Em,A,numer,L,LL,Ke,c,s},{x1,y1},{x2,y2}=ncoor;{x21,y21}={x2-x1,y2-y1};

{Em}=mprop;{A}=fprop;{numer}=opt;

If[numer,{x21,y21,Em,A}=N[{x21,y21,Em,A}]];

LL=x21^2+y21^2;L=PowerExpand[Sqrt[LL]];c=x21/L;s=y21/L;

Ke=(Em*A/L)*{{c^2,c*s,-c^2,-c*s},{c*s,s^2,-s*c,-s^2},{-c^2,-s*c,c^2,s*c},{-s*c,-s^2,s*c,s^2}};

Return[Ke];

(*Modified Master stiffness matrix*)

ModifiedMasterStiffness[pdof_,K_]:=Module[{i,j,k,n=Length[K],np=Length[pdof],Kmod},Kmod=K;

For[k=1,k<=np,k++,i=pdof[[k]];

For[j=1,j<=n,j++,Kmod[[i,j]]=Kmod[[j,i]]=0];

Kmod[[i,i]]=1];

Return[Kmod];

(*Modified Force vector*)

ModifiedNodeForces[pdof_,f_]:=Module[{i,k,np=Length[pdof],fmod},fmod=f;

```
For[k=1,k<=np,k++,i=pdof[[k]];fmod[[i]]=0];
Return[fmod];
```

(*Internal Forces in Truss*)

```
PlaneTrussIntStrains[nodcoor_,elenod_,elemat_,elefab_,eleopt_,u_]:=Module[{numele=Length[elenod],numnod=Length[nodcoor],e,eNL,efstab,ni,nj,i,ncoor,mprop,fprop,opt,ue,strain},strain=Table[0,{numele}];ue=Table[0,{4}];
For[e=1,e<=numele,e++,eNL=elenod[[e]];{ni,nj}=eNL;
efstab={2*ni-1,2*ni,2*nj-1,2*nj};
ncoor={nodcoor[[ni]],nodcoor[[nj]]};
mprop=elemat[[e]];fprop=elefab[[e]];opt=eleopt;
For[i=1,i<=4,i++,ii=efstab[[i]];ue[[i]]=u[[ii]]];
strain[[e]]=PlaneBar2IntStrains[ncoor,mprop,fprop,opt,ue]];
Return[strain];
```

(*Internal Forces in Element*)

```
PlaneBar2IntStrains[ncoor_,mprop_,fprop_,opt_,ue_]:=Module[{x1,x2,y1,y2,x21,y21,Em,A,numer,L,LL,straine,c,s,CM,TM,u},{x1,y1},{x2,y2}=ncoor;{x21,y21}={x2-x1,y2-y1};
{Em}=mprop;{A}=fprop;{numer}=opt;u=ue;
If[numer,{x21,y21,Em,A}=N[{x21,y21,Em,A}]];
LL=x21^2+y21^2;L=PowerExpand[Sqrt[LL]];c=x21/L;s=y21/L;
CM={-1/L,0,1/L,0};
TM={{c,s,0,0},{-s,c,0,0},{0,0,c,s},{0,0,-s,c}};
straine=CM.TM.u;
Return[straine];
```

```
StiffnessTensionBarArea[\[Epsilon]x_,\[Epsilon]xv_,
Elementprop_,AcCS_]:=Module[{\[CurlyEpsilon]xca,\[CurlyEpsilon]xta,\[CurlyEpsilon]xtb,\[CurlyEpsilon]xtc,\[CurlyEpsilon]xtd,\[CurlyEpsilon]xe,EAx,Ax,\[Sigma]cy,\[CurlyEpsilon]cy,\[Sigma]cr1,\[CurlyEpsilon]cr1,\[Sigma]crmax,\[CurlyEpsilon]smax,\[Sigma]rest,\[Sigma]sy,\[CurlyEpsilon]sy,\[Sigma]su,\[CurlyEpsilon]su,AcT,Ace,,Ec,As,Es,Exc,Esx,EAcxsx,\[Epsilon]xe,\[Sigma]cx,\[Sigma]sx,Nx,E
Normcsx,wcrmax,Acs},
{\[Sigma]cy,\[CurlyEpsilon]cy,\[Sigma]cr1,\[CurlyEpsilon]cr1,\[Sigma]crmax,\[CurlyEpsilon]smax,\[Sigma]rest,\[Sigma]sy,\[CurlyEpsilon]sy,\[Sigma]su,\[CurlyEpsilon]su,AcT,Ec,As,Es,wcrmax}=Elementprop;
(*Als rek kleiner dan vorige, vorige rek pakken voor bepalen E*)
If[\[Epsilon]x<\[Epsilon]xv,\[Epsilon]xe=\[Epsilon]xv,\[Epsilon]xe=\[Epsilon]x];
If[\[Epsilon]xe<= \[CurlyEpsilon]cr1,Exc=Ec,
If[\[Epsilon]xe<= \[CurlyEpsilon]smax,Exc=(\[Sigma]cr1+(\[Epsilon]xe-
\[CurlyEpsilon]cr1)/(\[CurlyEpsilon]smax-\[CurlyEpsilon]cr1))*(\[Sigma]crmax-
\[Sigma]cr1)/\[Epsilon]xe;,
If[\[Epsilon]xe<= \[CurlyEpsilon]sy,Exc=(\[Sigma]crmax+(\[Epsilon]xe-
\[CurlyEpsilon]smax)/(\[CurlyEpsilon]sy-\[CurlyEpsilon]smax))*(\[Sigma]rest-
\[Sigma]crmax)/\[Epsilon]xe;,
Exc=\[Sigma]rest/\[Epsilon]xv]];
\[Sigma]cx=\[Epsilon]x*Exc;
If[Abs[\[Epsilon]xe]<= \[CurlyEpsilon]sy,Esx=Es,
Esx=(\[Sigma]sy+(\[Epsilon]xe-\[CurlyEpsilon]sy)/(\[CurlyEpsilon]su-
\[CurlyEpsilon]sy))*(\[Sigma]su-\[Sigma]sy)/\[Epsilon]xe;];
\[Sigma]sx=\[Epsilon]x*Esx;
If[\[Epsilon]x<= 0,Acs=AcCS,Acs=AcT];
Ace=Acs-As;
(*EAcxsx=Exc*Ace+Esx*As;
ENormcsx=EAcxsx/Ace;
```



```

Nx=\[Epsilon]x*EAcsx;*)
Return[{Ecx,Ace,Esx,As,\[Sigma]cx,\[Sigma]sx}];];

(*Belastingssituatie MOD*)
FMOD[LocForce_,Force_,pdof_]:=Module[{f,FreedomValue,fmod,i},f=Flatten[LocForce];
For[i=1,i<=Length[f],i++,If[f[[i]]==0,f[[i]]=0,f[[i]]=Force]];
fmod=ModifiedNodeForces[pdof,f];
Return[fmod];];

(*Solve set of equations with GaussJordan*)
GaussJordanSolve[A0_,V0_]:=Module[{i,k,p,n=Length[A0],A},A=Flatten/@Transpose[{A0,V0}];
For[p=1,p<=n,p++,For[k=p+1,k<=n,k++,If[Abs[A[[k,p]]]>Abs[A[[p,p]]],A[[{p,p}]]]=A[[{k,p}]]];];
A[[p]]=A[[p]]/A[[p,p]];
For[i=1,i<=n,i++,If[i!=p,A[[i]]=A[[i]]-A[[i,p]] A[[p]]];];];
Return[Flatten[Take[A,All,-1]]];];

(*SOLVER*)
SetDirectory[directory];
numnod=Length[NodeCoordinates];
numele=Length[ElemNodeLists];numdof=2*numnod;

(*Define Variables*)
Division=(numnod/2)-1;

VV=Table[Symbol["Var"<>ToString@i],{i,Division-1}];
B1=Table[50,{i,Division-1}];B2=Table[350,{i,Division-1}];
Svar=Transpose[{VV,B1,B2}];

WidthReinforcedEl={};
For[i=1,i<Length[AAA],i++,AppendTo[WidthReinforcedEl,AAA[[i]]->AF[[i]]];];
NoReinforcementType=Table[0,{numele}]
ai=0;
For[i=1,i<=numele,i++,If[ElementType[[i]]=={3},ai=ai+1];];
NoReinforcementType[[i]]=ai];

(*CALC MEAN CONCRETE ELEMENTS*)
ElemAreaConcreteMean=Partition[Mean[Transpose[ElemAreaEndNodesConcrete]],1]/N;
ElemAreaMin=Partition[Min/@ElemAreaEndNodesConcrete,1];

ReinforcementType=Flatten[ReinforcementType];

ffce=Table[If[ElementType[[i]]=={1},fList[[1]],If[ElementType[[i]]=={2},fList[[2]],If[ElementType
[[i]]=={3},fList[[1]],{1}]]],{i,numele}];
ffse=Table[If[ElementType[[i]]=={3},fList[[3]],{1}],{i,numele}];

ProcessOptions={True};aspect=0;
(*Define modified*)
pdof={};For[n=1,n<=numnod,n++,For[j=1,j<=2,j++,If[BoundaryCond[[n,j]]>0,AppendTo[pdof,2
*(n-1)+j]]];];

(*GIVE EMPTY LIST*)
strainv=Table[0,{numele}];
\[Sigma]cx=Table[0,{numele}];];

```

```

\Sigma]sx=Table[0,{numele}];
Nsx=Table[0,{numele}];
Ncx=Table[0,{numele}];
w=Table[0,{numele}];
prop=Table[0,{numele}];

>(*CALC MEAN CONCRETE
ELEMENTS*)ElemAreaConcreteMean=Partition[Mean[Transpose[ElemAreaEndNodesConcrete]],1
]/N;
ElemAreaMin=Partition[Min/@ElemAreaEndNodesConcrete,1];*)
(*DEFINE MODULUS OF ELASTICITY*)
ElemModElas=Table[If[ElementType[[i]]=={1},EmodulusList[[1]],If[ElementType[[i]]=={2},Emod
ulusList[[2]],If[ElementType[[i]]=={3},EmodulusList[[3]],EmodulusList[[4]]]],{i,1,numele}];

(*Define NL const properties Tensionbar STRAIN IN ELEMENTSGR=0*)
For[i=1,i<=numele,i++,If[Flatten[ElementType][[i]]==3,(*NL Const properties in list
(Ec,Ac,Es,As,sigmac,sigmas*)prop[[i]]=StiffnessTensionBarArea[strainv[[i]],strainv[[i]],CTProper
ties[[ReinforcementType[[i]]]],Flatten[ElemAreaConcreteMean][[i]]];
(*A=Ac+As meewerkende concrete from properties*)ACS=prop[[i,2]]+prop[[i,4]];
WCS=ACS/ThicknessD;
EACS=prop[[i,1]]*prop[[i,2]]+prop[[i,3]]*prop[[i,4]];
ECS=EACS/ACS;
ElemAreaConcreteMean[[i]]={ACS};
ElemModElas[[i]]={ECS};
WidthReinforcedEl[[ReinforcementType[[i]]]]=AAA[[ReinforcementType[[i]]]]->WCS;
(*define max stress steel*)ffse[[i]]={CTProperties[[ReinforcementType[[i]],10]]};];

(*define empty lists*)
Fxl={};Fxl1={};Px={};
Px1={};Sigmasx={};Sigmasx1={};Sigmacx={};Sigmacx1={};
Rekx={};Rekx1={};wx={};wx1={};Ax={};Ax1={};
Ex={};Ex1={};Varx={};Varx1={};
Aminx={};Aminx1={};
APx={};APx1={};
NCx={};NCx1={};

nn=0;

LOOP=Monitor[While[True,nn=nn+1;
(*If[nn\[Equal]50,Break[]];*)

(*define loads*)
Fx=-nn*step;
fmod=FMOD[ExternalActionForce,Fx,pdof];

(*Loop for calculate iteratively the stiffness*)While[True,(*define 'old' modulus of elasticity to check*)
ElemModElasv=ElemModElas;

K=PlaneTrussMasterStiffness[NodeCoordinates,ElemNodeLists,ElemModElas,ElemAreaConcreteMe
an/.WidthReinforcedEl,ProcessOptions];
Kmod=ModifiedMasterStiffness[pdof,K];

u=GaussJordanSolve[Kmod,fmod];
W=u.Kmod.u;
FM=FindMinimum[W,Svar];

```

```

Var=VV/.FM[[2]];
(*f=Simplify[K.u];f=Chop[f];*)
(*Calculate strain in elements*)
strainn=PlaneTrussIntStrains[NodeCoordinates,ElemNodeLists,ElemModElas,ElemAreaConcreteMean,ProcessOptions,u]/.FM[[2]]/.WidthReinforcedEl;
(*f=Simplify[K.WidthReinforcedEl/.FM[[2]].u.WidthReinforcedEl/.FM[[2]]]*)

(*Calculate stiffness subjected to strain;strainnew>strainold,calculate stresses in concrete and steel
calculate normal force calculate crack width*)
For[i=1,i<=numele,i++,If[Flatten[ElementType][[i]]==3,(*NL Const properties in list
(Ec,Ac,Es,As,sigmac,sigmas*)prop[[i]]=StiffnessTensionBarArea[strainn[[i]],strainv[[i]],CTProperties[[ReinforcementType][[i]]],Flatten[ElemAreaConcreteMean][[i]]];
(*A=Ac+As meewerkende concrete from properties*)ACS=prop[[i,2]]+prop[[i,4]];
WCS=ACS/ThicknessD;
EACS=prop[[i,1]]*prop[[i,2]]+prop[[i,3]]*prop[[i,4]];
ECS=EACS/ACS;

ElemAreaConcreteMean[[i]]={ACS};
ElemModElas[[i]]={ECS};
WidthReinforcedEl[[NoReinforcementType][[i]]]=AAA[[NoReinforcementType][[i]]]->WCS;

Print[AAA[[ReinforcementType][[i]]]->WCS];

(*Calculate stresses and normal force*)
\Sigma[cx[[i]]=prop[[i,5]];
Ncx[[i]]=\Sigma[cx[[i]]*prop[[i,2]];
\Sigma[sx[[i]]=prop[[i,6]];
Nsx[[i]]=\Sigma[sx[[i]]*prop[[i,4]];

(*calculate crackwidth*)
If[strainn[[i]]<CTProperties[[ReinforcementType][[i]]][[4]],w[[i]]=0,If[strainn[[i]]<CTProperties[[ReinforcementType][[i]]][[6]],w[[i]]=CTProperties[[ReinforcementType][[i]]][[16]],If[strainn[[i]]<CTProperties[[ReinforcementType][[i]]][[11]],w[[i]]=CTProperties[[ReinforcementType][[i]]][[16]]*strainn[[i]]/CTProperties[[ReinforcementType][[i]]][[6]],w[[i]]=Infinity]];

(*Calculation for other bars (elementtype=3)*)
(*Calculate stresses and normal force*)
\Sigma[cx[[i]]=strainn[[i]]*Flatten[ElemModElas][[i]];
Ncx[[i]]=\Sigma[cx[[i]]*Flatten[ElemAreaConcreteMean/.WidthReinforcedEl/.FM[[2]]][[i]]];
\Sigma[cxmax]=Flatten[Table[If[Abs[Ncx[[i]]]>0,Ncx[[i]]/ElemAreaMin[[i]]/.WidthReinforcedEl/.FM[[2]],{0}],{i,1,numele}]];
Nx=Ncx+Nsx;

(*define old strain for checking strainnew>strainold for calculate the constitutive relation*)
strainv=strainn;

Print["Applied Load =",-2*Fx];
Print["Geometry =",Var];
Print["Steel Stress =",\Sigma[sx];
Print["Concrete Stress =",\Sigma[cxmax];
Print["Crack Width =",w];
Print["Time Used=",TimeUsed[]];
(*Print[{ElemModElas,ElemModElasv}];*)(*Make Lists*)AppendTo[FxL1,{Fx}];

AppendTo[Px1,Nx];

```

```

AppendTo[Sigmasx1, \[Sigma]sx];
AppendTo[Sigmacx1, \[Sigma]cxmax];
AppendTo[Rekx1, strainn];
AppendTo[w x1, w];
AppendTo[Ax1, Flatten[ElemAreaConcreteMean/.FM[[2]]/.WidthReinforcedEl]];
AppendTo[Aminx1, Flatten[ElemAreaMin/.FM[[2]]/.WidthReinforcedEl]];
AppendTo[Ex1, Flatten[ElemModElas]];
AppendTo[Varx1, Var];
AppendTo[APx1, AAA/.WidthReinforcedEl];
AppendTo[NCx1, Flatten[NodeCoordinates/.FM[[2]]]];

(*IF Ecsnew\[Equal]Ecsold break iterations for calculating stiffness*)
If[Round[ElemModElas]==Round[ElemModElasv], Break[]];

(*IF sigma<f break calculation structure is failed*)
If[Or@@(#>=1&/@Abs[\[Sigma]sx/Flatten[ffse]]), Break[]];
If[Or@@(#>=1&/@Abs[\[Sigma]cxmax/Flatten[ffce]]), Break[]];

(*Make end lists*)
AppendTo[FxL, FxL1];
AppendTo[Px, Px1];
AppendTo[Sigmasx, Sigmasx1];
AppendTo[Sigmacx, Sigmacx1];
AppendTo[Rekx, Rekx1];
AppendTo[w x, w x1];
AppendTo[Ax, Ax1];
AppendTo[Aminx, Aminx1];
AppendTo[Ex, Ex1];
AppendTo[Varx, Varx1];
AppendTo[APx, APx1];
AppendTo[NCx, NCx1];

(*Monitor Plot settings*)F=FxL[[All,-1]];
R1=Rekx[[All,-1]][[All,1]];
FR=Transpose[{R1,-2*F[[All,1]]}];
plot=ListPlot[FR,Filling->Axis,FrameLabel->{Style["\[Epsilon] (-)",14],Style["F
(N)",14]},ImageSize->Large,Frame->True,Axes->{True,True},Joined->True,PlotStyle-
>{Blue,Thick},PlotRange->All];

FxL1={};Px1={};Sigmasx1={};Sigmacx1={};
Rekx1={};w x1={};Ax1={};Ex1={};Varx1={};
Aminx1={};

Export[modelname<>"n.txt",nn-1];
F=FxL[[All,-1]];
Variable=Varx[[All,-1]];
P=Px[[All,-1]];
Ss=Sigmasx[[All,-1]];
Sc=Sigmacx[[All,-1]];
R=Rekx[[All,-1]];
WW=w x[[All,-1]];
A=Ax[[All,-1]];
Amin=Aminx[[All,-1]];
EE=Ex[[All,-1]];
APP=APx[[All,-1]];

```

```
NC=NCx[[All,-1]];
```

```
OUT={F,Variable,P,Ss,Sc,R,WW,A,APP,NC,Amin,EE};
```

```
Export[modelname<>"OUT.txt",ToString@AccountingForm[OUT]];
```

```
Print[Style[{"Number iterations =",Length[FxL[[-1,All]]}],Bold,14]];
```

```
Print[Style[{"Applied Load =",-2*Fx},Bold,14]];
```

```
Print[Style[{"Defined variables =",Var},Bold,14]];
```

```
Print[Style[{"Steel Stress =",\[Sigma]sx},Bold,14]];
```

```
Print[Style[{"Concrete Stress =",\[Sigma]cxmax},Bold,14]];
```

```
Print[Style[{"Crack Width =",w},Bold,14]],EventHandler[plot,{"MouseDown":>i++}]]];
```

```
plot
```

```
{AccountingForm[F],AccountingForm[Variable],AccountingForm[P],AccountingForm[Ss],AccountingForm[Sc],AccountingForm[R],AccountingForm[WW],AccountingForm[A],AccountingForm[APP],AccountingForm[NC],AccountingForm[Amin],AccountingForm[EE]}
```