

**MASTER**

**Onderzoek naar de mechanische eigenschappen van aortaklepweefsel**

Rousseau, E.P.M.

*Award date:*  
1980

[Link to publication](#)

**Disclaimer**

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

INTERAFDELINGSPROJECT HARTKLEPPROTHESEN

Onderzoek naar de mechanische  
eigenschappen van aortaklepweefsel

Eindhoven, april 1980  
Verslag van het afstudeer-  
werk van E. Rousseau  
Verricht onder supervisie  
van prof.dr.ir. J.D. Janssen  
Onder dagelijkse begeleiding  
van ir. F. Sauren en dhr.  
M. v. Hout

TECHNISCHE HOGESCHOOL EINDHOVEN

WE 80.05

## Voorwoord

Dit rapport beschrijft mijn afstudeerwerk, dat zich heeft afgespeeld in de periode februari 1979 tot en met april 1980 bij de Vakgroep Technische Mechanica.

De eindstudie vond plaats in het kader van het Interafdelingsproject "Hartklepprothesen".

Ik wil hierbij mijn begeleiders, prof.dr.ir. J.D. Janssen, ir. F. Sauren en dhr. M. v. Hout, hartelijk danken voor hun doeltreffende begeleiding. Tevens wil ik mijn speciale dank betuigen aan Els van Bonnel en Mieke Barts voor hun uitstekend typewerk.

Eindhoven, april 1980,

E. Rousseau.

## Inhoudsopgave

Voorwoord

Samenvatting

Literatuurlijst

Symbolenlijst

Algemene Inleiding

Hoofdstuk 0: Beschrijving van het hart en de aortaklep	0.1
0.1 Het hart en de hartwerking	
0.2 Beschrijving van de aortaklep	0.3
Hoofdstuk 1: De lineaire visko-elasticiteitstheorie	1.1
1.1 Inleiding	1.1
1.1.1. Enkele soorten materiaalgedrag	1.1
1.1.2. Bouwstenen en elementen, die gebruikt worden bij de modelvorming van lineair visko-elastisch gedrag	1.4
1.2 Gangbare grootheden en begrippen bij de beschrijving van lineair visko-elastisch materiaalgedrag	1.6
1.2.1. Grootheden en begrippen ter beschrijving van quasi-statische toestanden	1.7
1.2.2. Grootheden en begrippen ter beschrijving van dynamische toestanden	1.14
1.2.3. Verbanden tussen afgeleide grootheden	1.21
1.3 Het superpositiebeginsel van Boltzmann	1.23
1.3.1. De essentie van het superpositiebeginsel	1.23
1.3.2. Het verband tussen spanning en rek, uitgaande van het superpositiebeginsel	1.25
1.4 Relaxatiespektra	1.27
1.4.1. Beschrijving van een model, dat zwak afhankelijk is van de frekwentie	1.27
1.4.2. Modellen met eindig veel elementen; discrete spektra	1.29
1.4.3. Modellen met oneindig veel elementen; continue spektra	1.32
1.4.4. Enige afgeleide grootheden en relaties	1.34



Hoofdstuk 2: Het model van Fung	2.1
2.1 Afleiding van het model	2.1
2.2 Verificatie van het model van Fung voor een eenvoudig niet-lineair materiaalmodel	2.5
2.2.1. Inleiding	2.5
2.2.2. Oplossingsmethoden	2.6
2.2.3. Rekenopzet	2.8
2.2.4. Resultaten	2.10
2.2.5. Conclusies	2.17
2.2.6. Follow-up	2.19
 Hoofdstuk 3: Algemene beschrijving van de experimenten	 3.1
3.1 Motivering van en samenhang tussen de ver- schillende experimenten	3.1
3.1.1. De preconditioneringsproeven	3.1
3.1.2. Trekproef met constante reksnelheid	3.3
3.1.3. Relaxatieproeven	3.3
3.1.4. Proeven met sinusvormige verlengingen ("sinusproeven")	3.4
3.2 Enkele aspecten bij de experimenten	3.5
3.2.1. Het te onderzoeken materiaal	3.5
3.2.2. De inklemming van de proefstrookjes	3.6
3.2.3. Korte beschrijving van de meetopstellingen	3.6
3.3 Foutenanalyse	3.10
3.3.1. Soorten foutenbronnen	3.10
3.3.2. Voorbeelden van bepaling van de variantie van enkele berekende grootheden	3.15
3.3.3. Enkele statistische analyses, toegepast op de experimenten	3.18
 Hoofdstuk 4: Preconditioneringsproeven	 4.1
4.1 Inleiding	4.1
4.2 Beschrijving van de proefopzet	4.1
4.3 Meetresultaten en conclusies	4.4
4.3.1. Algemene tendenzen	4.5
4.3.2. Duurzaamheid van de gepreconditioneerde toestand van vliesweefsel	4.9
4.3.3. Invloed van de rustpauzes	4.12
4.3.4. Invloed van de reksnelheid op het preconditio- neringsgedrag	4.14

4.4	Diskussie en konklusies	4.18
4.5	Follow-up	4.19
Hoofdstuk 5: Een aanzet tot relaxatieproeven		5.1
5.1	Inleiding	5.1
5.2	Meetprocedure	5.1
5.3	Bespreking van de meetresultaten; conclusies	5.5
5.3.1.	De gereduceerde relaxatiefunctie	5.5
5.3.2.	De elastische respons	5.8
5.3.3.	Onderzoek naar de preconditionering bij de relaxatieproeven	5.9
5.3.4.	De invloed van de voorspanning	5.12
5.4	Diskussie en konklusies	5.14
5.5	Follow-up	5.15
Hoofdstuk 6: Trekproef met constante reksnelheid		6.1
6.1	Inleiding	6.1
6.2	Meetprocedure	6.1
6.3	Resultaten	6.2
6.4	Diskussie en konklusies	6.7
6.5	Follow-up	6.9
Hoofdstuk 7: Sinusvormige verlengingen		7.1
7.1	Inleiding	7.1
7.2	Meetprocedure	7.1
7.2.1.	Procedure 1	7.2
7.2.2.	Procedure 2	7.4
7.3	Resultaten	7.7
7.3.1.	Het preconditioneringsgedrag	7.7
7.3.2.	De vorm van het krachtsignaal	7.7
7.4	Diskussie en konklusies	7.12
7.5	Follow-up	7.13

Bijlage 1: Afleidingen van de relaties van 1.2.3.

Bijlage 2: Beschrijving van de rekenprogramma's; rekenresultaten

Bijlage 3: Lijst van gebruikte apparatuur

Bijlage 4: Meetresultaten bij hoofdstuk 4

Bijlage 5: Meetresultaten bij hoofdstuk 5

Bijlage 6: Meetresultaten bij hoofdstuk 7

## Samenvatting

Onderwerp van dit verslag is het onderzoek naar het constitutief gedrag van aortaklepweefsel. Dit onderzoek is een van de zwaartepunten binnen de mechanica-tak van het interafdelingsproject "Hartkleprothesen". Als uitgangspunt bij de modelvorming is gekozen voor de zogenaamde "quasi lineaire visko-elasticiteitswet" volgens Fung. Bij de beschrijving van dit model wordt uitgegaan van de lineaire visko-elasticiteitstheorie. De werking van het model Fung wordt geïllustreerd met een toepassing op een eenvoudig te karakteriseren niet-lineair visko-elastisch materiaal. Verder wordt de uitvoering van een drietal typen in vitro experimenten beschreven met behulp waarvan de bruikbaarheid van het model kan worden getoetst. Daarbij ligt de nadruk vooral op het ontwikkelen van procedures die reproduceerbare meetwaarden leveren. De meetwaarden zelf zijn voornamelijk van secundair belang.

## Literatuur

- [1] Pinto, J.G., Fung, Y.C., "Mechanical properties of the heart muscle in the passive state", J. Biomechanics, 1973, vol. 6., p.p. 597-616.
- [2] Abrahams, M., "Mechanical behaviour of tendon in vitro", a preliminary report, Med. and biol. Engng., 1967, vol. 5, p.p. 433-443.
- [3] Fukaya, H., e.a., "Mechanical properties of alveolar walls", J. of applied physiology, 1968, vol. 25, no. 6.
- [4] Buss, V., Lippert, H., Zech, M., Arnold, G., "Zur Biomechanik menschlichen Sehnen: Zusammenhänge von Relaxation und Spannungsrückgewinn", Arch. orthop. Unfall-Chir., 1976, 86, blz. 169-182.
- [5] Koon, O., Boughner, M.D., e.a., "The low frequency dynamic viscoelastic properties of human aortic valve tissue", Clinical research, 1976, vol. 39, no. 2.
- [6] Fung, Y.C., Biomechanics: It's foundations and objectives, Stress-strain-history relations of soft tissues in simple elongation, Prentice Hall, 1972.
- [7] Bernardus, J.A., Bouman, L.N., Fysiologie van de mens, Utrecht, Bohn, Schetema.
- [8] Sauren, F., "De histologische eigenschappen van de menselijke aortaklep; Rapport interafdelingsproject hartkleprothesen, 1976, T.H. Eindhoven.
- [9] Steenhoven van, A.A., Een hydrodynamische analyse als basis voor de constructie van vlieskleprothesen, 1975, afstudeerverslag, T.H. Eindhoven.
- [10] Sauren, A.A.H.J., v. Hout, M.C., Voorlopige beschrijving van enkele aspecten bij de experimenten t.b.v. het materiaalonderzoek aan aortaklepweefsel, 1979, tussentijds rapport interafdelingsproject hartkleprothesen, T.H. Eindhoven.

- [11] Rousseau, E., Sauren, F., v. Hout, M., Handleiding bij de materiaalbeproevingmachine ZWICK 1434, 1979, tussentijds rapport interafdelingsproject hartkleprothesen, T.H. Eindhoven.
- [12] Rousseau, E., Meting van de benodigde tijd voor het verwezenlijken van een stapvormige verplaatsing, 1979, tussentijds rapport interafdelingsproject hartkleprothesen, T.H. Eindhoven.
- [13] Rousseau, E., Sauren, F., v. Hout, M., Tussentijds rapport van de experimenten met betrekking tot het preconditioneringsgedrag van aortaklepvliezen, sinuswand en aortawand, 1979, tussentijds rapport interafdelingsproject hartkleprothesen, T.H. Eindhoven.
- [14] Sauren, A.A.H.J., v. Hout, M.C., De preconditionering van aortaklepweefsel, 1979, tussentijds rapport interafdelingsproject hartkleprothesen, T.H. Eindhoven.
- [15] Rousseau, E., Sauren, F., v. Hout, M., Meting van de nauwkeurigheid van de positieregeling van de materiaalbeproevingmachine ZWICK 1434, als functie van de traversesnelheid bij elk lengtemeetbereik, 1979, tussentijds rapport interafdelingsproject hartkleprothesen, T.H. Eindhoven.
- [16] v. Renterghem, R.J., Een aanzet tot een macroscopische modelmatige karakterisering van de drukopbouw over een net gesloten aortaklep, afstudeerverslag, T.H. Eindhoven, 1978.
- [17] Haut, R.C., Little, R.W., "A constitutive equation for collagen fibers", J. Biomechanics, 1972, vol. 5, p.p. 423-430.
- [18] Lanir, Y., Fung, Y.C., "Two-dimensional mechanical properties of rabbit skin - II. Experimental results", J. Biomechanics, 1974 vol. 7, p.p. 171-182.
- [19] Bosch, A.J., Doornbos, R., Wijnen, J.Th.M., Toegepaste Statistiek, Collegedictaat T.H. Eindhoven, 2.230, 1978.

- [20] Bosch, A.J., Kamps, H.J.L., Statistisch Compendium, college-  
dictaat T.H. Eindhoven, 2.218.
- [21] Doornbos, R., Statistische theorie van proefopzetten, college-  
dictaat T.H. Eindhoven, 2.222, blz. 29-32, 1974.
- [22] Missirlis Y.F., Chong, M., "Aortic valve mechanics - part I:  
Material properties of natural porcine aortic valves",  
J. Biomechanics, vol. 2, pp. 287-300, 1978.
- [23] Sands, M.P., e.a., "An anatomical comparison of human, pig,  
calf, and sheep aortic valves", The annals of thoracic surgery,  
vol. 8, no. 5, p.p. 407-414, 1969.

### Symbolenlijst

$\sigma$	: spanning
$\epsilon$	: rek
$t$	: tijd
$\dot{\epsilon}$	: reksnelheid ( $\dot{\epsilon} = \frac{d}{dt}$ )
$c$	: veerconstante
$b$	: dempingsconstante
$J(t)$	: kruipcompliantie
$J_u$	: ongerelaxeerde kruipcompliantie
$J_r$	: gerelaxeerde kruipcompliantie
$L(f)$	: Laplace getransformeerde van $f$
$\tau_c$	: retardatietijd
$Y(t)$	: relaxatiemodulus
$Y_u$	: ongerelaxeerde relaxatiemodulus
$Y_r$	: gerelaxeerde relaxatiemodulus
$\tau_r$	: relaxatietijd
$\Psi(t)$	: genormaliseerde kruipfunctie
$\phi(t)$	: genormaliseerde relaxatiefunctie
$G(t)$	: gereduceerde relaxatiefunctie
$\Delta$	: relaxatiesterkte
$\bar{E}$	: complexe modulus
$\omega$	: hoekfrequentie
$\phi$	: fasehoek
$E_1$	: storage modulus
$E_2$	: loss modulus
$\bar{J}$	: complexe compliantie
$J_1$	: storage compliantie
$J_2$	: loss compliantie
$U$	: energie
$T$	: periodetijd
$\bar{E}_c$	: modulus van een lineaire veer
$\bar{J}_c$	: compliantie van een lineaire veer
$\bar{E}_b$	: modulus van een lineaire visceuze demper
$\bar{J}_b$	: compliantie van een lineaire visceuze demper
$\bar{E}_m$	: modulus van het Maxwell-element
$\bar{J}_m$	: compliantie van het Maxwell-element



$\bar{E}_k$  : modulus van het Kelvin-element  
 $\bar{J}_k$  : compliantie van het Kelvin-element  
 $\bar{E}_s$  : modulus van een standaard lineair model  
 $\bar{J}_s$  : compliantie van een standaard lineair model  
 $F(e)$  : elastische respons  
 $L(\ln \tau)$  : (continu) retardatiespektrum  
 $H(\ln \tau)$  : (continu) relaxatiespektrum  
 $\Psi(\ln \tau)$  : genormaliseerde retardatiespektrum  
 $\phi(\ln \tau)$  : genormaliseerde relaxatiespektrum

## Algemene inleiding

Het in dit verslag beschreven onderzoek is verricht in het kader van het interafdelingsproject "Hartkleprothesen" waarin diverse aspecten van het functioneren van de natuurlijke aortaklep worden bestudeerd. De doelstelling van het project is: het formuleren van specificaties t.b.v. de ontwikkeling van verbeterde vlieskleprothesen. Thema van dit verslag en tevens een van de noodzakelijke voorwaarden voor de verwezenlijking van deze doelstelling is het verkrijgen van inzicht in het constitutief gedrag van het klepweefsel.

Aanwijzingen m.b.t. het te verwachten constitutief gedrag zijn verkregen door literatuurstudie. Daaruit bleek dat de meeste weke biologische weefsels (zoals pezen, konijne huid, e.d.) visko-elastisch gedrag vertonen [1], [2], [3], [4].

Omdat klepweefsel ook een week weefsel is, ligt de veronderstelling voor de hand dat men met een visko-elastisch materiaal heeft te doen. In nagenoeg alle studies -experimenteel en theoretisch- van de aortaklep wordt echter uitgegaan van niet-lineair elastisch gedrag, o.a. [22].

Alleen Koon [5] heeft zich expliciet bezig gehouden met de visko-elastische eigenschappen van aortaklepweefsel. Hij onderwierp daartoe gehele menselijke aortaklepvliezen aan sinusvormige drukveranderingen met frekwenties van 0.5 tot 5 Hz. Hij bepaalde op deze manier de volgende waarden voor een drietal grootheden:

storage modulus

$$E_1 \approx 1.35 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$$

loss modulus

$$E_2 \approx 4.14 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

faseverschil tussen spanning en rek  $\phi \approx 0.033 \text{ rad.}$

De waarden van deze grootheden bleken nagenoeg onafhankelijk van de frekwentie te zijn in het beschouwde bereik.

Bij alle in de literatuur vermelde onderzoeken, betreffende aortaklepweefsel, ontbreekt echter elke vorm van theoretische modelvorming van de mechanische eigenschappen.

Dit alles leidde tot de volgende opzet bij het hier beschreven onderzoek:

In de literatuur werd gezocht naar een visko-elastisch model dat

bruikbaar zou kunnen zijn voor de beschrijving van het materiaalgedrag van aortaklepweefsel. Dit leidde tot het model van Fung (lit. [6]).

Om een goed inzicht te krijgen in het model van Fung bleek een studie van de lineaire visko-elasticiteitstheorie noodzakelijk. Vanuit deze lineaire theorie kon het model van Fung worden benaderd.

Uit de visko-elastische theorie bleek dat de zogenaamde relaxatieproef een uiterst belangrijk experiment is voor de bepaling van de, voor het model van Fung, benodigde functies.

Vandaar de belangrijke plaats van de relaxatieproef in het experimentele gedeelte.

De trekproef met constante snelheid was noodzakelijk voor het onderzoeken van het soort gedrag, dat het aortaklepweefsel vertoont. (niet-lineair elastisch of visko-elastisch).

Daar er bij de bespreking van de lineaire visko-elastische theorie theoretische verbanden werden afgeleid tussen dynamische en quasi-statische grootheden leek het zinvol om ook experimenten te verrichten waarbij het materiaal werd onderworpen aan sinusvormige rekken.

Een grote moeilijkheid die optreedt bij de in dit rapport besproken experimenten is dat het biologisch weefsel zich niet meer in z'n natuurlijke omgeving bevindt.

Een weefsel, dat uit het organisme is gesneden vertoont buiten dat organisme geen reproduceerbare mechanische eigenschappen meer. Vandaar dat het te onderzoeken weefsel eerst in een toestand moet worden gebracht waarin wél reproduceerbare mechanische eigenschappen kunnen worden verkregen.

Deze procedure wordt preconditioneren genoemd. De toestand, waarin reproduceerbare eigenschappen optreden, heet de gepreconditioneerde toestand.

Hoe zo'n toestand tot stand kan komen en wat hier allemaal van invloed op is werd onderzocht d.m.v. de preconditioneringsproeven.

De nadruk in dit rapport ligt op de ontwikkeling van de experimentele procedures.

De uiteindelijke analyse van de resultaten van een groot aantal experimenten vormt de follow-up van het in dit rapport beschreven werk.

Vandaar dat de meetresultaten van secundair belang zijn en er hooguit tendenzen worden aangegeven.

Hoofdstuk 0: Beschrijving van het hart en de aortaklep

0.1. Het hart en de hartwerking

De menselijke bloedsomloop kan men opgedeeld denken in een drietal stukken: (zie fig. 0.1)

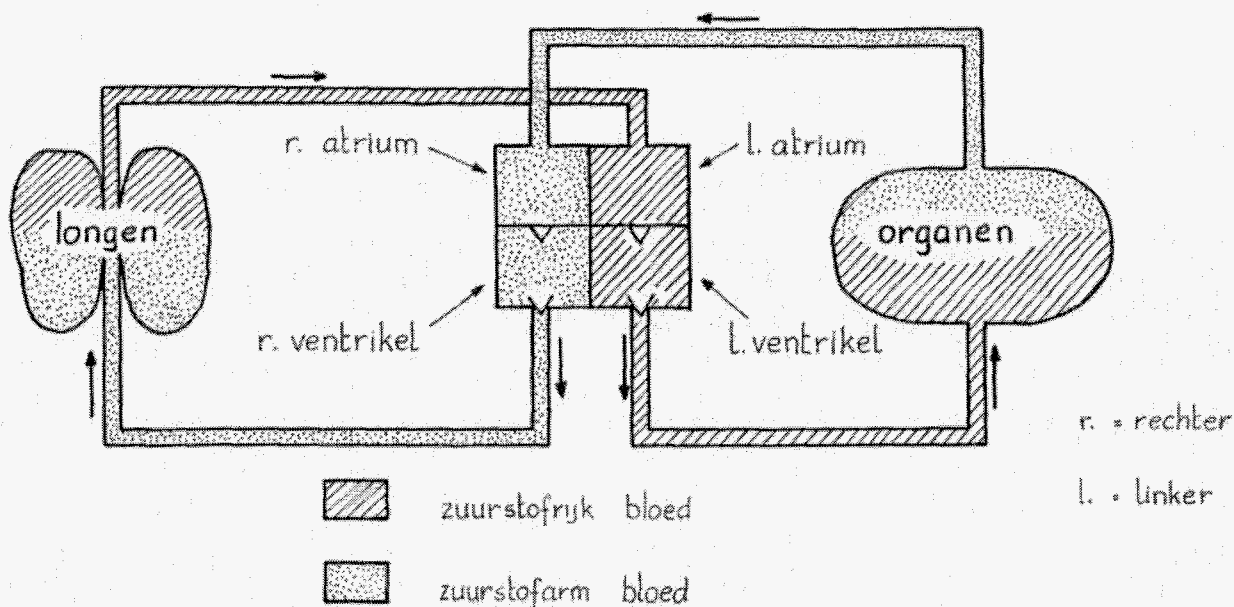


fig. 0.1: de menselijke bloedsomloop, [16].

1. hart; dit draagt zorg voor de rondstuwing van het bloed door het bloedvatenstelsel. Het hart kan beschouwd worden als een dubbele pomp, bestaande uit een rechterpomp (rechter harthelft) en een linkerpomp (linker harthelft). Beide pompen werken synchroon.
2. grote bloedsomloop; deze leidt zuurstofrijk bloed van de linker harthelft naar de organen (met uitzondering van de longen) en zuurstofarm bloed van de organen naar de rechter harthelft.
3. kleine bloedsomloop; deze leidt zuurstofarm bloed van de rechter harthelft naar de longen en met zuurstof verrijkt bloed van de longen naar de linker harthelft.

Opbouw en werking van het hart

Het hart, dat een centrale plaats inneemt in de bloedsomloop, bestaat uit een tweetal harthelften, de linker en de rechter harthelft. Deze beide harthelften zijn ieder opgebouwd uit één boezem (atrium), één inlaatklep (atrio-ventriculaire klep), één hartkamer (ventrikel) en één uitlaatklep (semilunaire klep). (zie fig. 0.2).

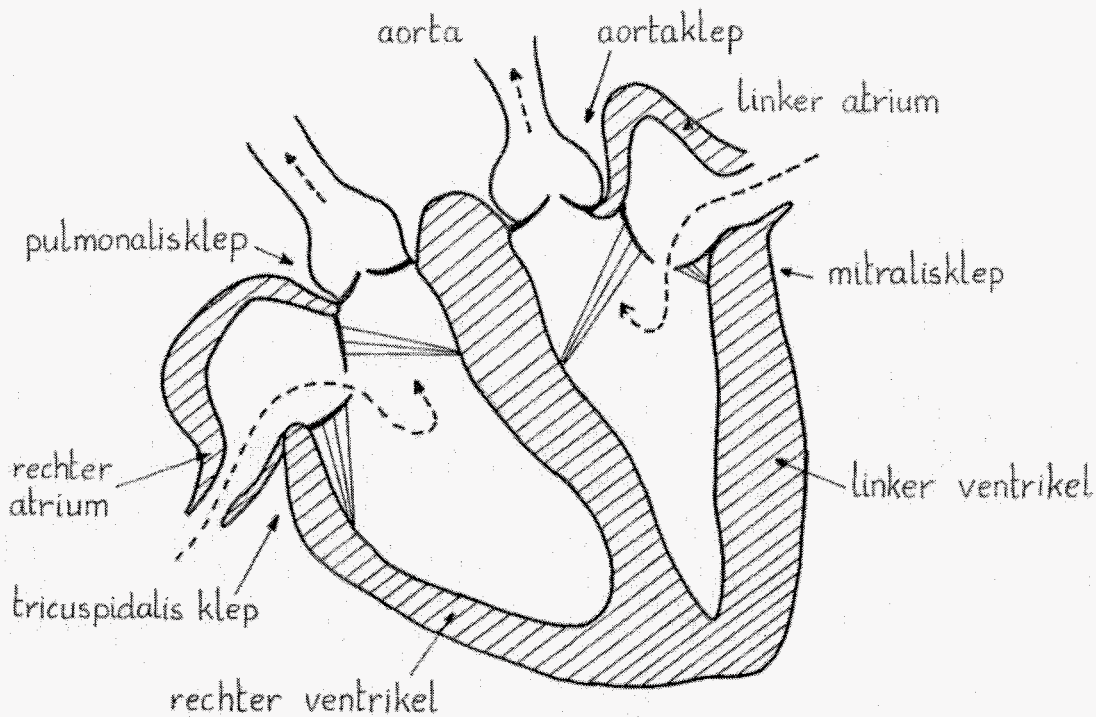


fig. 0.2: schematische voorstelling van het hart, [16].

De beide boezems en de beide ventrikels bestaan uit spierweefsel. Zij zijn dusdanig anatomisch samengesteld dat de linker- en de rechterboezem samen één spier en de linker- en rechterventrikel samen ook één spier vormen, [7].

Na elektrische prikkeling kunnen deze twee spieren, in principe onafhankelijk van elkaar contraheren. Contractie heeft tot gevolg dat de ruimte omspannen door de spier in volume afneemt. In concreto komt dit neer op uitdrijven van bloed uit boezem of ventrikel. Een elektrisch geleidingssysteem van gedifferentieerd hartspierweefsel draagt er zorg voor dat elektrische prikkeling van de juiste spier op het juiste tijdstip plaatsvindt; de contractie van de atria is zo ongeveer 0,1 seconde eerder dan de contractie van de ventrikels.

De 4 hartkleppen in het hart dragen er zorg voor dat het uit de ventrikels geperste bloed de ventrikels in de juiste richting verlaat. In combinatie met fig. 0.1 en fig. 0.2 is het duidelijk waarom de kleppen

tussen de atria en ventrikels inlaatkleppen genoemd worden en de semilunaire kleppen uitlaatkleppen. De 4 hartkleppen zijn gelegen in het atrioventriculaire vlak dat de atria scheidt van de ventrikels. De kleppen worden gevormd door zeer flexibele vliezen. De semilunaire kleppen hebben er ieder drie.

Bij de atrioventriculaire kleppen heeft de linker (mitralisklep) er twee en de rechter (tricuspidalisklep) er drie.

De atrioventriculaire kleppen onderscheiden zich verder van de semilunaire kleppen door de aanwezigheid van chordae tendineae. Dit zijn peesachtige draadjes die de vliezen verbinden met aan de ventrikelwand aangehechte papillairspiertjes. Deze papillairspiertjes voorkomen dat de atrioventriculaire kleppen in gesloten toestand "door zouden slaan" naar de atria wanneer de ventrikels contracteren. Onderling gelijken de atrioventriculaire kleppen zeer sterk op elkaar, zowel in werking als in geometrie; dit geldt ook voor de semilunaire kleppen. Aan de 4 hartkleppen zijn de volgende namen toegekend:

rechter atrioventriculaire klep: tricuspidalisklep

rechter semilunaire klep : pulmonalisklep

linker atrioventriculaire klep : mitralisklep

linker semilunaire klep : aortaklep

De hartklep welke in het interafdelingsproject hartkleprothesen bestudeerd wordt is de aortaklep, en wel om de volgende redenen:

1. De aortaklep dient tijdens diastole een veel hoger drukverschil te weerstaan dan de pulmonalisklep, met als gevolg dat ook het aantal gebreken aan deze klep groter is dan aan de pulmonalisklep.
2. De aortaklep is geheel ongespierd en werkt alleen op het stromingsgebeuren in de klep. Dit maakt de analyse van deze klep wat eenvoudiger dan die van de mitralisklep.

## 0.2. Beschrijving van de aortaklep

Zoals reeds eerder is gesteld bevat de aortaklep een drietal vliezen. Behalve deze vliezen zijn er bij de klep een drietal holten te herkennen. Achter ieder vlies bevindt zich zo'n holte, sinus van Valsalva genaamd. Zowel sinussen als vliezen worden geacht te behoren tot de aortaklep. Onder de aortaklep wordt daarom verstaan: 't gedeelte tussen de klepbasis (ventrikelzijde) en de overgang van de sinus van Valsalva naar

aortawand (aortazijde). Een en ander is geïllustreerd in fig. 0.3 (a en b).

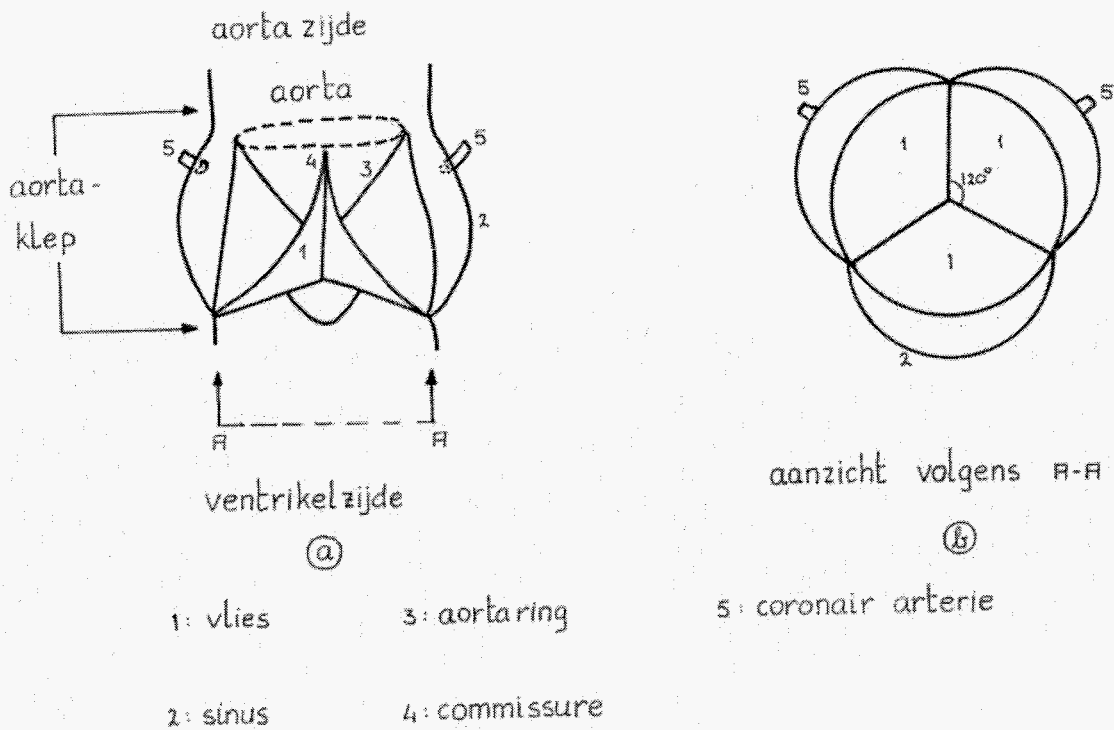


fig. 0.3 (a,b): schematische voorstelling van de aortaklep, [16].

De aanhechtingsplaatsen van de drie vliezen aan de aortawand vormen samen de zgn. aortaring.

Deze aortaring bestaat uit stevig collageen weefsel, [8].

De plaatsen waarbij twee vliesaanhechtingen aan de aortawand samenkomen worden commissuren genoemd.

Tussen twee commissuren vormt de aortaring tevens precies de overgang tussen vlies en sinus van Valsalva.

In een tweetal sinussen ontspringen de coronair arteriën van het hart welke zorg dragen voor de bloedvoorziening van het hartspierweefsel.

Behalve dat de sinussen verhinderen dat de coronair arteriën afgesloten worden door de vliezen gedurende de tijd dat de klep geopend is, spelen zij ook een belangrijke rol bij de klepsluiting, [9].

In het vervolg zullen de sinussen als volgt worden aangeduid:

L.C. sinus: dit betreft de sinusholte, waarin de linker  
coronaire arterie ontspringt;

R.C. sinus: hierin ontspringt de rechter coronaire arterie.

N.C. sinus: de niet-coronaire sinusholte.

De bijbehorende vliezen worden analoog L.C., R.C. en N.C. vlies  
genoemd.

### De klepvliesen

In een klepvlies onderscheidt men ter oriëntering 2 richtingen. Deze  
zijn in fig. 0.4 aangegeven met een letter r, respectievelijk d, zijnde  
de radiale respectievelijk de dwarsrichting.

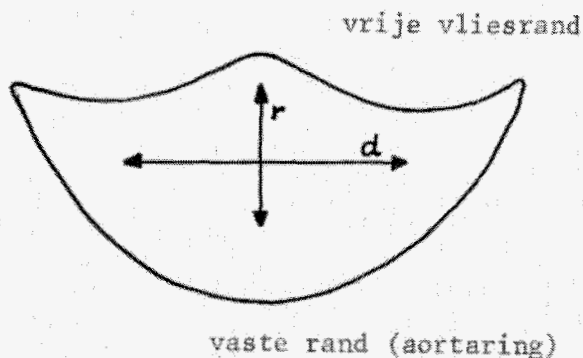


fig. 0.4: schematische voorstelling van een klepvlies.

Uit histologisch onderzoek is gebleken dat klepvliesen een gelaagde  
structuur hebben. Ze bestaan helemaal uit bindweefsel.

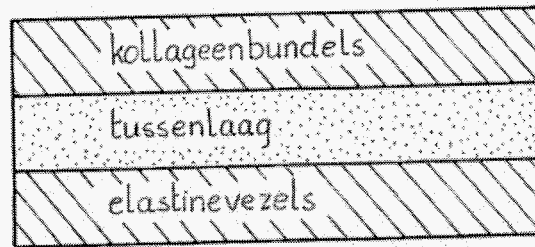
Dit bindweefsel bestaat uit een grondmassa van mucopolysacchariden,  
waarin elastine- en kollageenstructuren voorkomen.

Verondersteld wordt dat de grondmassa geen rol speelt bij het op-  
nemen en doorleiden van krachten; dit wordt uitsluitend door de  
kollageen- en elastine structuren verzorgd.

Men kan zich de opbouw van het vlies als volgt voorstellen (zie  
fig. 0.5):



aortazijde



ventrikelzijde

fig. 0.5: schematische weergave van de bouw van een klepvlies.

- aan de aortazijde bevinden zich voornamelijk in dwarsrichting verlopende kollageenbundels.
- aan de ventrikelzijde bevindt zich een netwerk van elastinevezels.
- tussen deze 2 lagen bevindt zich nog een losmazige laag, die verder niet van belang is. De functie van deze laag is niet duidelijk.

Vooraf de kollageenbundels zijn bepalend voor de manier waarop de vliezen de belasting, die optreedt bij het sluiten van de klep, opvangen en doorleiden naar de omgeving.

#### De sinusholten

In vergelijking met de vliezen bezitten de sinuswanden een tamelijk homogene structuur met als voornaamste componenten elastine en glad spierweefsel.

Op grond van deze weefselsamenstelling mag men verwachten dat de sinuswanden grote vervormingen kunnen ondergaan.

Hoofdstuk 1 is voor de volledigheid opgenomen.  
Voor een goed begrip van hetgeen in de volgende hoofdstukken ter sprake komt is lezing van hoofdstuk 1 niet absoluut noodzakelijk.

Op de plaatsen in de hoofdstukken 2 t/m 7, waar gebruik wordt gemaakt van de in hoofdstuk 1 behandelde begrippen, wordt naar de betreffende passage in hoofdstuk 1 verwezen.

Hoofdstuk 1. De lineaire visko-elasticiteitstheorie

1.1. Inleiding

1.1.1. Enkele soorten materiaalgedrag

Bij de beschrijving van het mechanisch gedrag van materialen kan een verdeling in verschillende categorieën gemaakt worden. Een materiaal kan onder verschillende omstandigheden, gedrag uit verschillende categorieën vertonen. Zonder volledig te willen zijn zullen hieronder een drietal van deze categorieën globaal omschreven worden, te weten:

- zuiver elastisch gedrag.
- zuiver viskeus gedrag.
- visko-elastisch gedrag.

Het gedrag zal geïllustreerd worden met het volgende voorbeeld:

Veronderstel dat men te doen heeft met materiaal waarvan het volume niet verandert. Stel verder dat het materiaal de volgende cyclus ondergaat (zie fig. 1.1.):

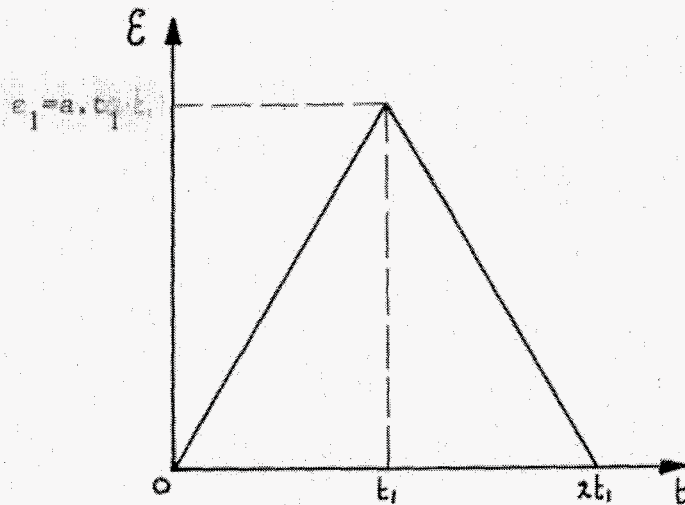


Fig. 1.1.  
De beschouwde  
rekcyclus

vanuit de situatie, waarin geldt:  $\epsilon = 0$ , wordt het gerekt met een konstante reksnelheid  $\dot{\epsilon} = a$  tot de rek  $\epsilon_1$  is bereikt. Vanuit deze toestand wordt het materiaal met reksnelheid  $\dot{\epsilon} = -a$  teruggebracht in de uitgangspositie.

- zuiver elastisch gedrag

De spanningsrespons van het materiaal op het rekpatroon, zoals geschetst in fig. 1.1., is schematisch weergegeven in fig. 1.2.

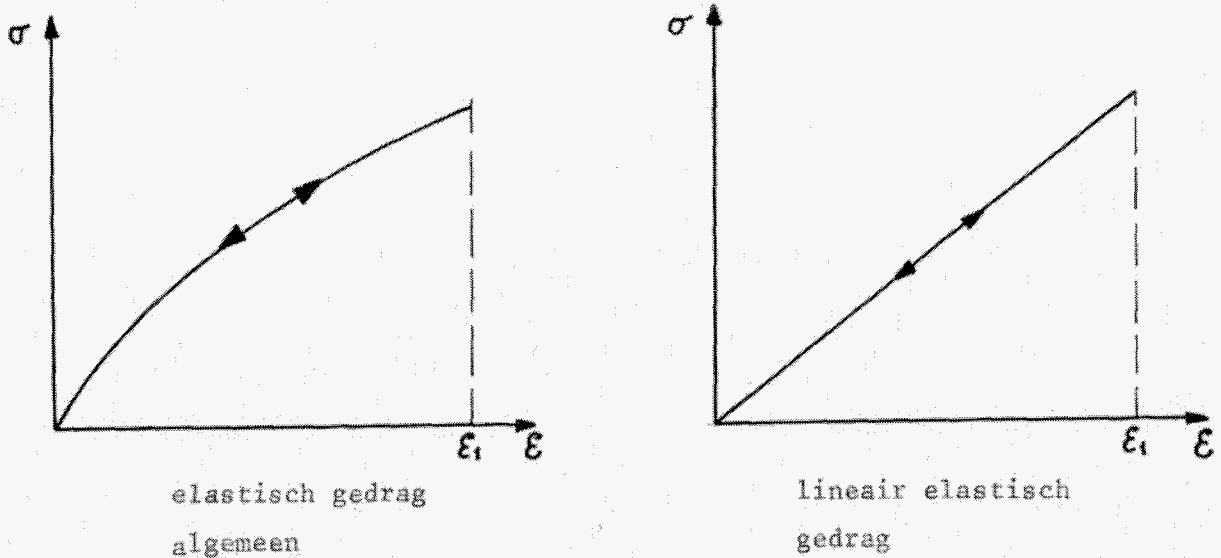


fig. 1.2.: elastisch gedrag.

De spanning  $\sigma$  is uitsluitend een functie van de rek  $\epsilon$ :  $\sigma = f(\epsilon)$ . Voor lineair elastische materialen is deze functie lineair.

Voor de energie per eenheid van volume, die nodig is voor het doorlopen van deze cyclus geldt voor lineair elastisch materiaal met constitutieve vergelijking  $\sigma = c \cdot \epsilon$ :

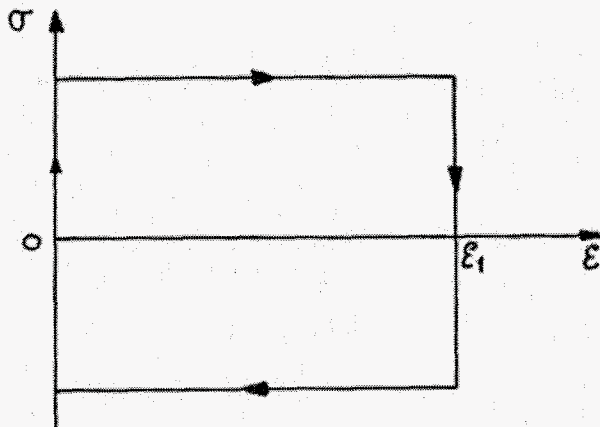
$$\begin{aligned} U &= \int_{\epsilon_1} \sigma \cdot d\epsilon \\ &= \int_0^{\epsilon_1} \sigma \cdot d\epsilon + \int_{\epsilon_1}^0 \sigma \cdot d\epsilon \\ &= \int_0^{\epsilon_1} c \cdot \epsilon \cdot d\epsilon - \int_0^{\epsilon_1} c \cdot \epsilon \cdot d\epsilon \\ &= 0 \end{aligned}$$

M.a.w.:  $U$  heen +  $U$  terug = 0.

De aan het materiaal toegevoerde energie bij het opbrengen van de belasting komt weer geheel vrij bij wegnemen van de belasting. Dit geldt evenzeer voor niet-lineair elastisch materiaal.

- zuiver viskeus gedrag

Bij zuiver viskeus gedrag is de spanning  $\sigma$  uitsluitend een functie van de reksnelheid  $\dot{\epsilon}$  :  $\sigma = f(\dot{\epsilon})$ . Ook deze functie kan weer lineair zijn en men spreekt dan van lineair viskeus gedrag (Newtons medium). De spanningsrespons van deze materialen op het rekpatroon, geschetst in fig. 1.1, vindt men in fig. 1.3.



algemeen viskeus  
gedrag

lineair viskeus gedrag  
(Newtons medium)

fig. 1.3: viskeus gedrag.

De per volume-eenheid benodigde energie voor het doorlopen van deze rekcyclus bedraagt voor lineair viskeus materiaal met konstitutieve vergelijking  $\sigma = b \cdot \dot{\epsilon}$ :

$$\begin{aligned}
 U &= \int_0^{\epsilon_1} \sigma \cdot d\epsilon + \int_{\epsilon_1}^0 \sigma \cdot d\epsilon \\
 &= \int_0^{\epsilon_1} b \cdot \dot{\epsilon} \cdot d\epsilon + \int_{\epsilon_1}^0 b \cdot \dot{\epsilon} \cdot d\epsilon \\
 &= \int_0^{\epsilon_1} b \cdot a \cdot d\epsilon - \int_{\epsilon_1}^0 b \cdot a \cdot d\epsilon \\
 &= \int_0^{\epsilon_1} b \cdot a \cdot d\epsilon + \int_0^{\epsilon_1} b \cdot a \cdot d\epsilon \\
 U &= 2 \cdot b \cdot a \cdot \epsilon_1
 \end{aligned}$$

Het blijkt dus, dat bij het doorlopen van de cyclus een bepaalde hoeveelheid energie verloren gaat. Dit verschijnsel wordt ook wel energiedissipatie genoemd. Bij niet-lineair viskeus gedrag worden gelijksoortige resultaten gevonden.

- visko-elastisch gedrag

Visko-elastisch gedrag omvat zowel elastische als viskeuze fenomenen. Dit duale karakter komt tot uiting in het feit dat zowel de rek als de reksnelheid van invloed zijn op de spanning in het materiaal:

$$\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}).$$

Een speciaal geval van de visko-elasticiteit is het lineair visko-elastisch gedrag. In dit geval kan men bij de beschrijving van het materiaalgedrag gebruik maken van modellen, die samengesteld zijn uit lineaire veren en lineaire dempers. Het materiaalgedrag wordt dan beschreven door lineaire differentiaalvergelijkingen met constante coëfficiënten.

In het volgende wordt verder gegaan met het visko-elastisch gedrag, daar verwacht wordt dat de te onderzoeken materialen nu met dit gedrag vertonen.

1.1.2. Bouwstenen en elementen, die gebruikt worden bij de modelvorming van lineair visko-elastisch gedrag

Modellen, waarmee het gedrag van lineair visko-elastische materialen kan worden beschreven, zijn altijd opgebouwd uit twee typen "bouwstenen": lineaire veren en lineaire dempers (zie fig. 1.4).

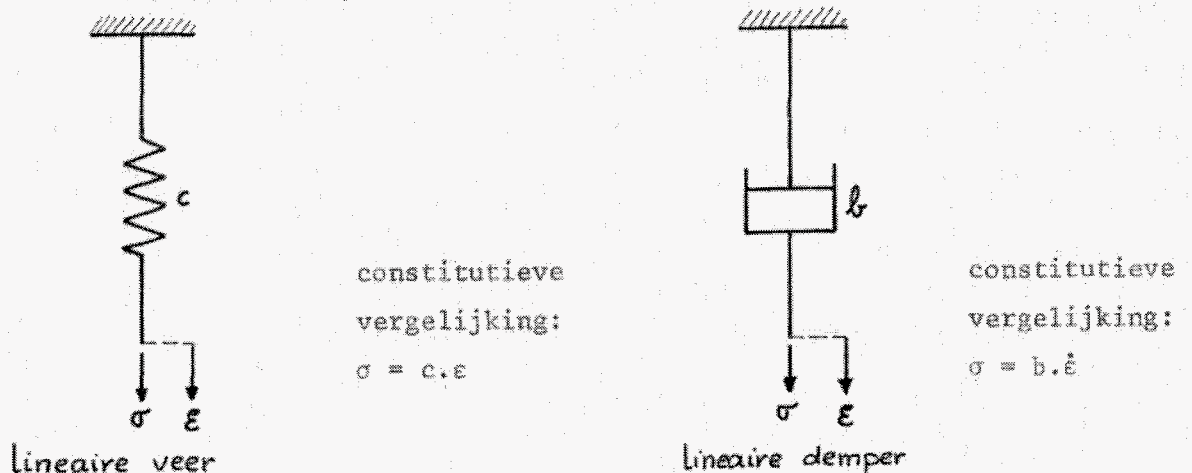


fig. 1.4.: lineaire bouwstenen.

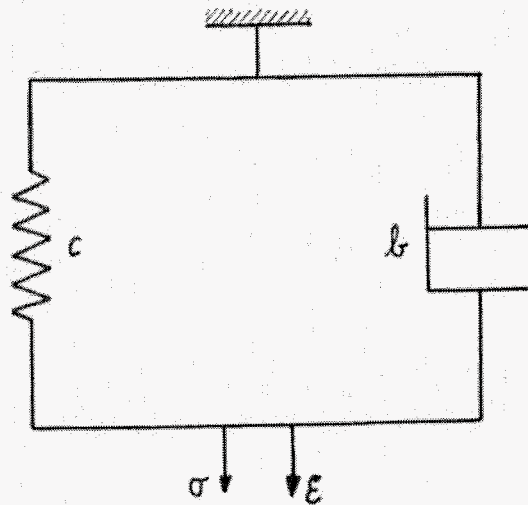
Enkele veel gebruikte basismodellen, "elementen" genaamd, zijn:

- Kelvin-element
- Maxwell-element
- Standaard lineair element

Deze drie elementen worden hieronder in het kort beschreven.

- Kelvin-element

Het Kelvin-element bestaat uit een lineaire veer, parallel aan een lineaire demper. (zie fig. 1.5).



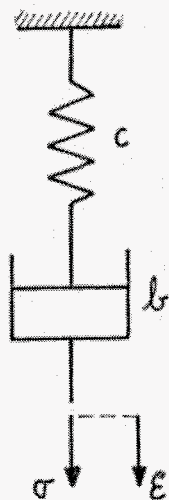
stelselvergelijking:

$$\dot{\epsilon} + \frac{c}{b} \cdot \epsilon = \frac{\sigma}{b}$$

fig. 1.5.: het Kelvin-element.

- Maxwell-element

Het Maxwell-element is een serieschakeling van een lineaire veer en een lineaire demper (zie fig. 1.6).



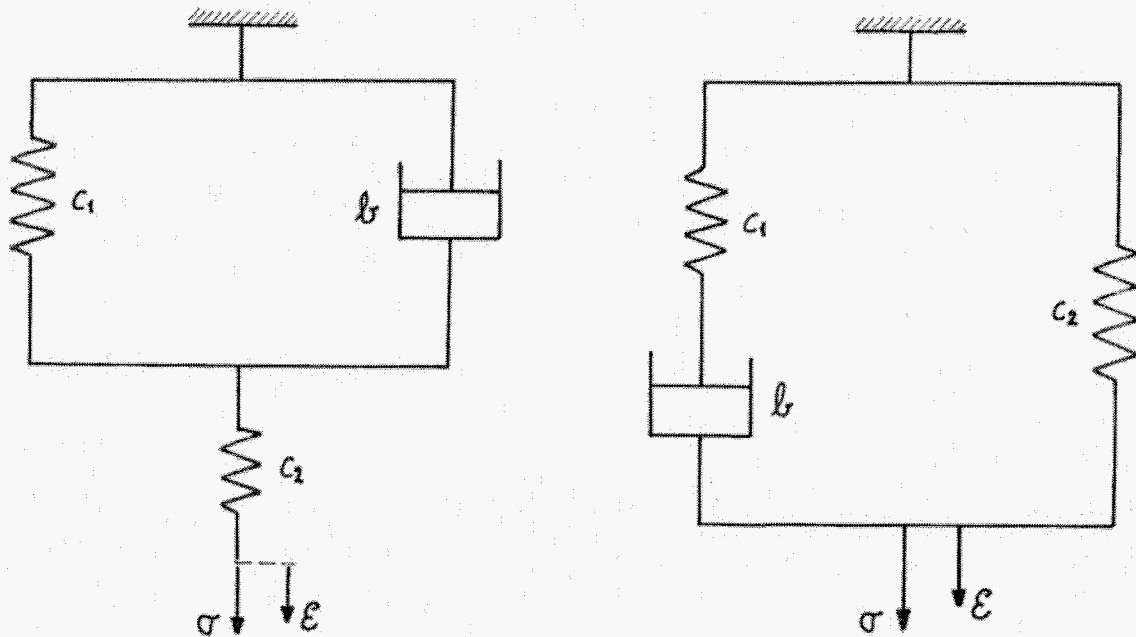
stelselvergelijking:

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{c} \cdot \dot{\sigma} + \frac{1}{b} \cdot \sigma$$

fig. 1.6.: het Maxwell-element.

- Standaard lineair element

Een standaard lineair element bestaat uit een Kelvin-element, waaraan nog een tweede veer in serie is geschakeld. Ook indien aan een Maxwell-element een tweede veer parallel wordt geschakeld, spreekt men van een standaard lineair element (zie fig. 1.7).



systeemvgl.:

$$\left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right) \cdot \sigma + \frac{b}{c_1 c_2} \cdot \dot{\sigma} = \epsilon + \frac{b}{c_1} \cdot \dot{\epsilon}$$

systeemvgl.:

$$\sigma + \frac{b}{c_1} \cdot \dot{\sigma} = c_2 \cdot \epsilon + \frac{b}{c_1} (c_1 + c_2) \cdot \dot{\epsilon}$$

fig. 1.7.: twee standaard lineaire elementen.

1.2. Gangbare grootheden en begrippen bij de beschrijving van lineair visko-elastisch materiaalgedrag

De reden van het samenstellen van deze lijst van begrippen en grootheden is een ordening te brengen in de veelheid van begrippen en grootheden waar men op stuit bij bestudering van literatuur over visko-elasticiteit. Daaraan gekoppeld is een beschrijving van enkele typische fenomenen zoals kruip, spanningsrelaxatie en hysteresis.



1.2.1. Grootheden en begrippen ter beschrijving van quasi-statische toestanden.

- de kruipproef

Bij een kruipproef ondergaat de spanning op het tijdstip  $t = 0$  een stapvormige verandering en wordt dan verder constant gehouden:

$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{voor } t < 0 \\ \sigma_0 & \text{voor } t \geq 0 \end{cases} \quad (\text{zie fig. 1.8}).$$

De rekrespons wordt dan geregistreerd als functie van de tijd.

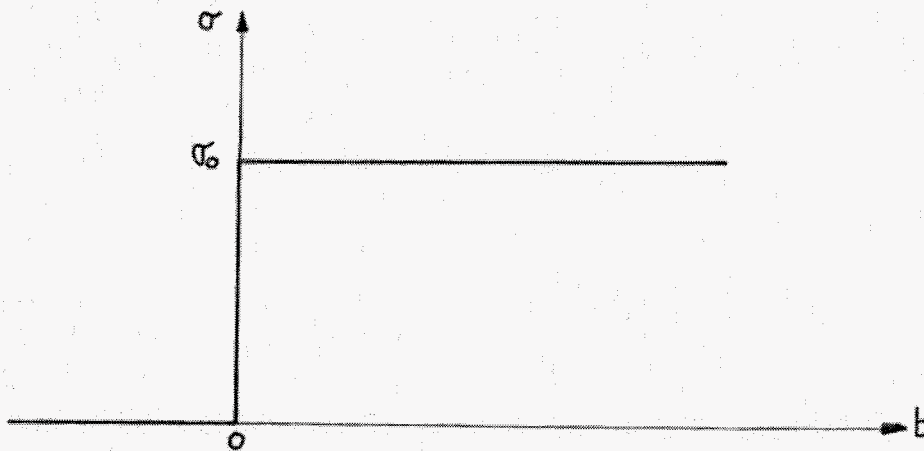


fig. 1.8.: stapvormige verandering in de spanning bij een kruipproef.

De op  $\sigma_0$  genormeerde responsfunctie wordt de *kruipkompliantie* genoemd. Deze ziet er per definitie als volgt uit:

$$J(t) = \epsilon(t) / \sigma_0, \text{ waarbij } \epsilon(t) \text{ de rek voorstelt als functie van de tijd.}$$

Per definitie geldt verder:

$$J(t=0) = J_u \quad (\text{ongerelaxeerde compliantie})$$

$$J(t \rightarrow \infty) = J_r \quad (\text{gerelaxeerde compliantie}) \quad (\text{zie fig. 1.9}).$$

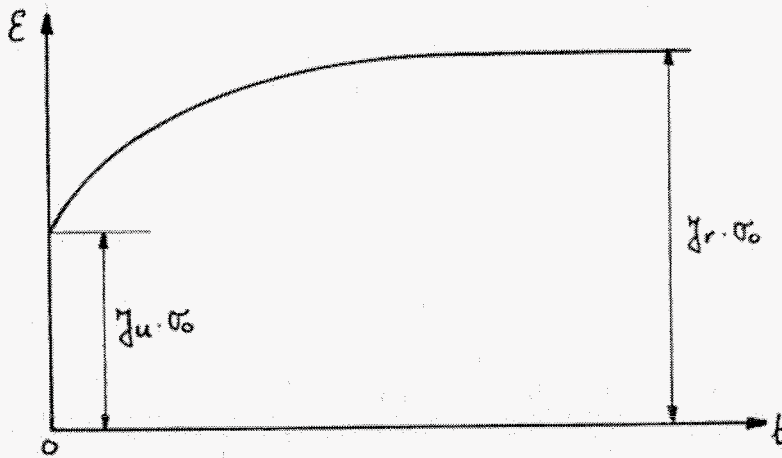


fig. 1.9.: definitie van  $J_u$  en  $J_r$ .

Als op tijdstip  $t = t_1$  de spanning wordt weggenomen, ontstaat er allereerst een elastische terugval, gevolgd door een tijdsafhankelijke afval van de rek.

Dit effect heet het *elastisch herstel* (elastic aftereffect, creep recovery, elastische Nachwirkung).

In fig. 1.10 is voor de drie soorten materialen, besproken in 1.1.1., de kruipproef getekend met het daarbij behorende elastische herstel.

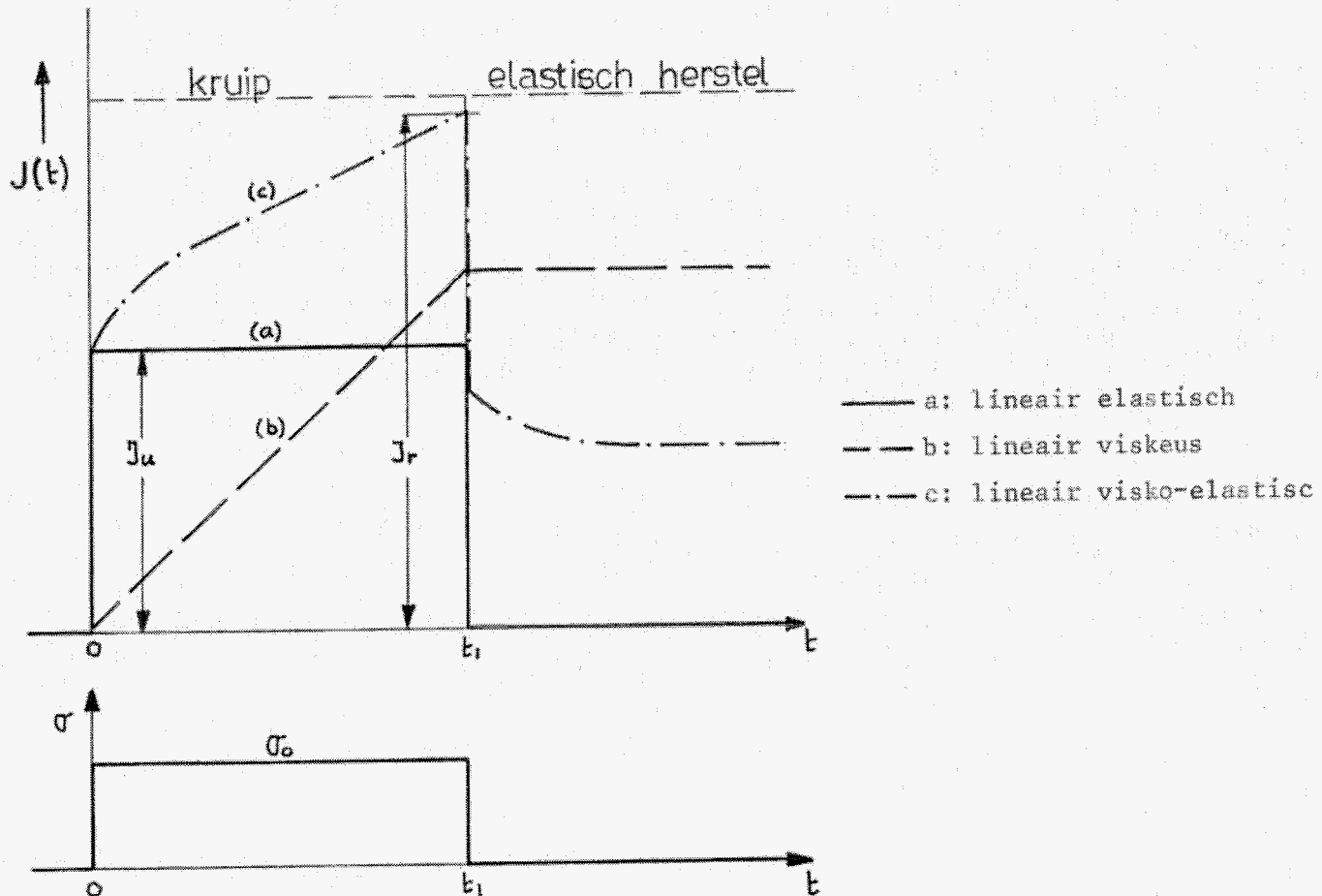


fig. 1.10.: kruip en elastisch herstel.

Indien een kruipproef wordt toegepast op een Kelvin-element, dan krijgt men het volgende (zie fig. 1.11):

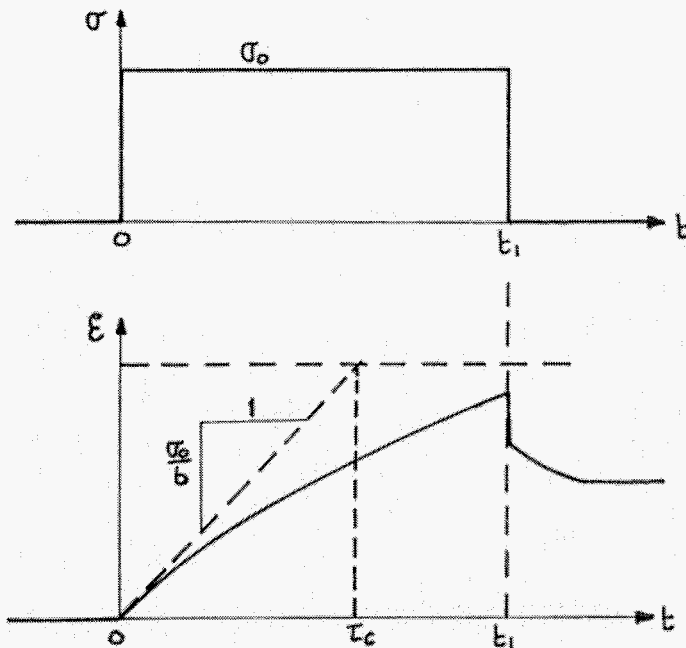


fig. 1.11.: kruipproef en elastisch herstel, toegepast op een Kelvin-element.

Systeemvergelijking:  $\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{c}{b} \cdot \varepsilon = \frac{1}{b} \cdot \sigma$

De spanning  $\sigma$  ondergaat ten tijde  $t = 0$  een stapvormige verandering:

$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{voor } t < 0 \\ \sigma_0 & \text{voor } t \geq 0 \end{cases}$$

Dit levert een rekrespons  $\varepsilon(t)$ :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{c} \cdot (1 - e^{-c/b \cdot t}) \quad \text{voor } 0 \leq t < t_1$$

De kruipcompliantie  $J(t)$  wordt dan:

$$J(t) = \varepsilon(t) / \sigma_0 = \frac{1}{c} \cdot (1 - e^{-c/b \cdot t})$$

Nu wordt per definitie de grootheid  $b/c$  de *retardatietijd*  $\tau_c$  genoemd:

$$\tau_c = b/c \quad (\text{zie fig. 1.11}).$$

Is  $\tau_c$  erg klein dan spreekt men van een nagenoeg elastisch materiaal.

Samenvattend geldt voor een Kelvin-element:

$$\begin{aligned} \text{kruipkompliantie } J(t) &= \frac{1}{c} \cdot (1 - e^{-t/\tau c}) \\ \text{ongerelaxeerde kompliantie } J_u &= 0 \\ \text{gerelaxeerde kompliantie } J_r &= \frac{1}{c} \end{aligned}$$

- de relaxatieproef

Bij een relaxatieproef ondergaat de rek ten tijde  $t = 0$  een stapvormige verandering. Deze wordt vervolgens konstant gehouden, waarbij dan de spanning  $\sigma$  als functie van de tijd wordt geregistreerd, dus

$$\epsilon = \begin{cases} 0 & \text{voor } t < 0 \\ \epsilon_0 & \text{voor } t \geq 0 \end{cases}$$

De op  $\epsilon_0$  genormeerde responsfunctie wordt de *relaxatiemodulus*  $Y(t)$  genoemd. Deze ziet er per definitie als volgt uit:

$$Y(t) = \sigma(t) / \epsilon_0 \quad \text{voor } t \geq 0,$$

waarbij  $\sigma(t)$  de spanning als functie van  $t$  voorstelt, zoals die wordt geregistreerd tijdens de relaxatieproef.

Per definitie geldt verder:

$$Y(t=0) = Y_u \quad (\text{ongerelaxeerde relaxatiemodulus})$$

$$Y(t \rightarrow \infty) = Y_r \quad (\text{gerelaxeerde relaxatiemodulus})$$

In het algemeen ziet de spanningsrelaxatie voor een visko-elastisch materiaal er als volgt uit: (zie fig. 1.12):

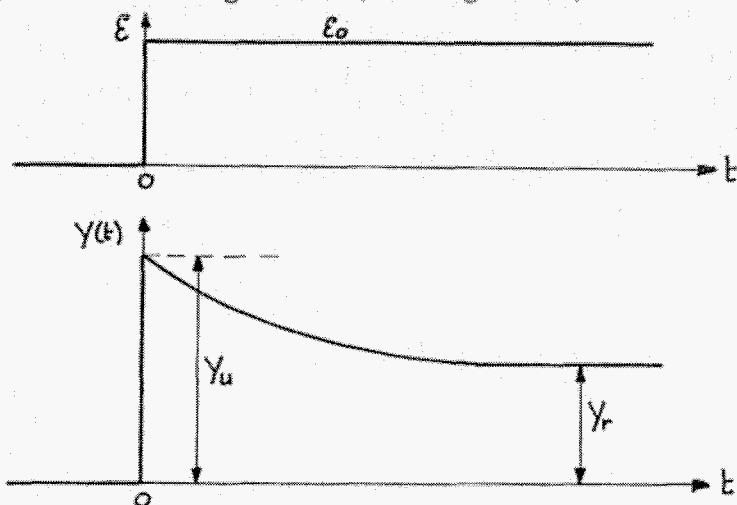


fig. 1.12: spanningsrelaxatie voor een visko-elastisch materiaal.

Indien een relaxatieproef wordt toegepast op een Maxwell-element, dan krijgt men het volgende (zie fig. 1.13):

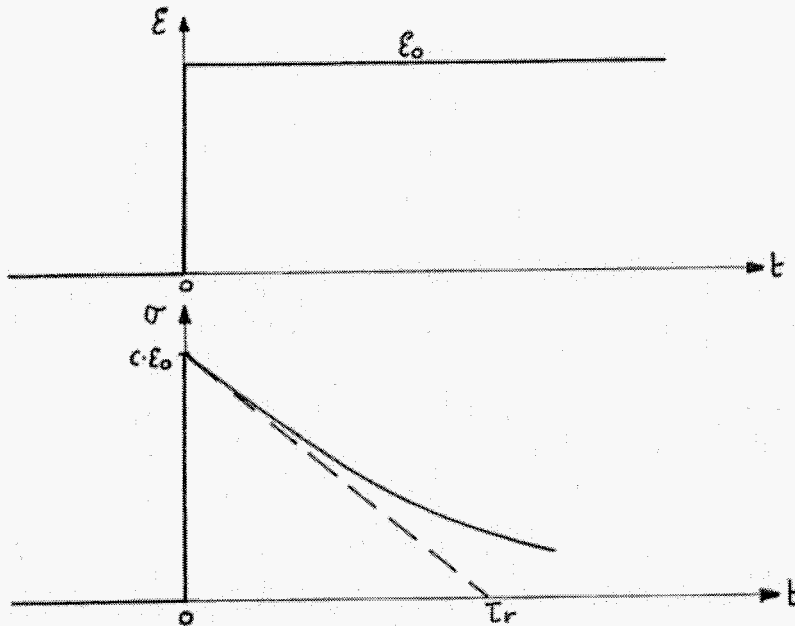


fig. 1.13: relaxatieproef, toegepast op een Maxwell-element.

Systeemvergelijking:  $\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{c} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{b} \cdot \sigma$

De rek  $\varepsilon$  ondergaat ten tijde  $t = 0$  een stapvormige verandering:

$$\varepsilon = \begin{cases} 0 & \text{voor } t < 0 \\ \varepsilon_0 & \text{voor } t \geq 0 \end{cases}$$

Dit levert een spanningsrespons  $\sigma(t)$ :

$$\sigma(t) = c \cdot \varepsilon_0 \cdot e^{-c/b \cdot t}$$

Per definitie wordt de grootheid  $b/c$  nu de *relaxatietijd*  $\tau_r$  genoemd:

$$\tau_r = b/c.$$

Bij toenemende  $\tau_r$  gaat het materiaal zich elastischer gedragen.

Samenvattend geldt voor het Maxwell-element:

$$\text{Relaxatiemodulus } Y(t) = c \cdot e^{-t/\tau_r}$$

ongerelaxeerde relaxatiemodulus  $Y_u = c$   
 gerelaxeerde relaxatiemodulus  $Y_r = 0$

- enkele aanvullende definities

Voor de volledigheid worden hier, uit de in het voorgaande omschreven grootheden, nog enkele afgeleide grootheden gedefinieerd, te weten:

. *genormaliseerde kruipfunctie*  $\Psi(t)$ :

$$\Psi(t) = \frac{J(t) - J_u}{J_r - J_u}$$

Het is duidelijk dat  $\Psi(t)$  een monotoon stijgende functie is met

grenzen:  $\Psi(t=0) = 0$

$\Psi(t \rightarrow \infty) = 1$  (zie fig. 1.14).

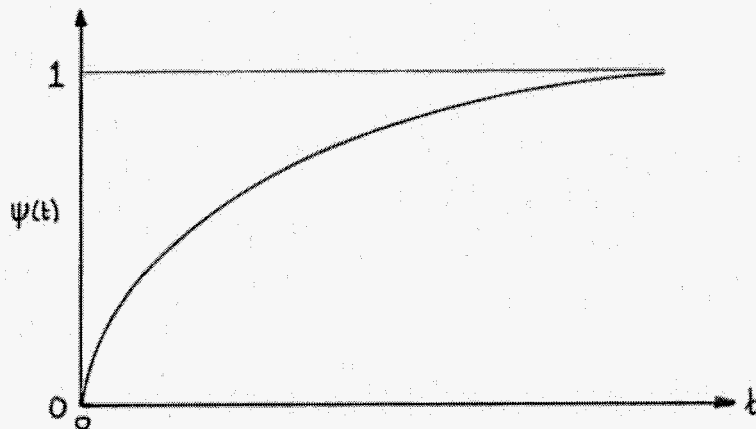


fig. 1.14.

. *genormaliseerde relaxatiefunctie*  $\phi(t)$ :

$$\phi(t) = \frac{Y(t) - Y_r}{Y_u - Y_r}$$

$\phi(t)$  is een monotoon dalende functie met grenzen:

$\phi(t=0) = 1$

$\phi(t \rightarrow \infty) = 0$  (zie fig. 1.15).

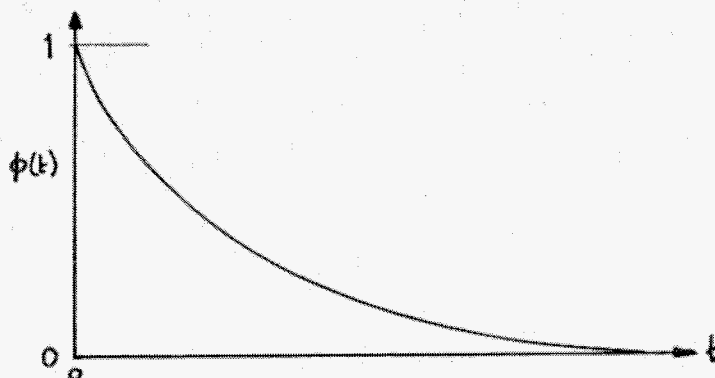


fig. 1.15.

. *gereduceerde relaxatiefunctie*  $G(t)$ :

$$G(t) = \sigma(t) / \sigma(t=0) = Y(t) / Y_u$$

in woorden: de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  is de spanningsrespons op een stapvormige verplaatsing, genormeerd op de spanning ten tijde  $t = 0^+$ . (zie fig. 1.16).

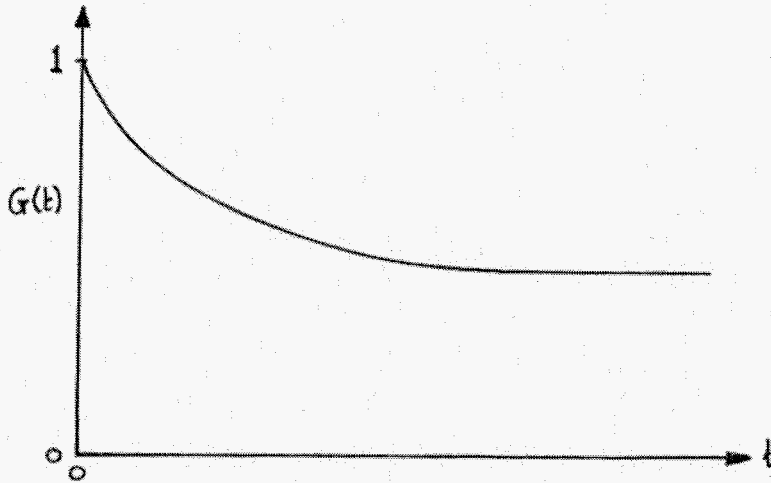


fig. 1.16.

. *relaxatiesterkte*  $\Delta$ :

$$\Delta = \frac{Y_u - Y_r}{Y_r}$$

Het is gemakkelijk af te leiden dat ook geldt:

$$\Delta = \frac{J_r - J_u}{J_u}$$

1.2.2. Grootheden en begrippen ter beschrijving van dynamische toestanden

A. De complexe modulus  $\bar{E}$  en de complexe compliantie  $\bar{J}$

- de complexe modulus  $\bar{E}$

Indien een willekeurig lineair visko-elastisch materiaal wordt onderworpen aan een sinusvormige rek  $\bar{\epsilon}$ :

$$\bar{\epsilon} = |\bar{\epsilon}| \cdot e^{i\omega t},$$

dan zal de spanning in dat materiaal ook sinusvormig veranderen, echter wel met een faseverschil:

$$\bar{\sigma} = |\bar{\sigma}| \cdot e^{i(\omega t + \phi)},$$

Merk op dat deze betrekkingen alleen geldig zijn in de steady state (dus als de inschakelverschijnselen zijn uitgedempt). De overdracht tussen de spanning en de rek wordt nu de *complexe modulus*  $\bar{E}$  genoemd:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \bar{\sigma} / \bar{\epsilon} = |\bar{\sigma}| / |\bar{\epsilon}| \cdot e^{i\phi} \\ &= |\bar{E}| \cdot e^{i\phi} \quad \text{met } |\bar{E}| = |\bar{\sigma}| / |\bar{\epsilon}| \end{aligned}$$

Deze uitdrukking kan als volgt gesplitst worden:

$$\bar{E} = E_1 + i \cdot E_2 \quad \text{met:}$$

$E_1$ : *storage modulus*

$E_2$ : *loss modulus*

$E_1$ , de storage modulus, is een maat voor de opgeslagen elastische energie.

$E_2$ , de loss modulus, is een maat voor de energiedissipatie. Grafisch is de complexe modulus weergegeven in fig. 1.17.



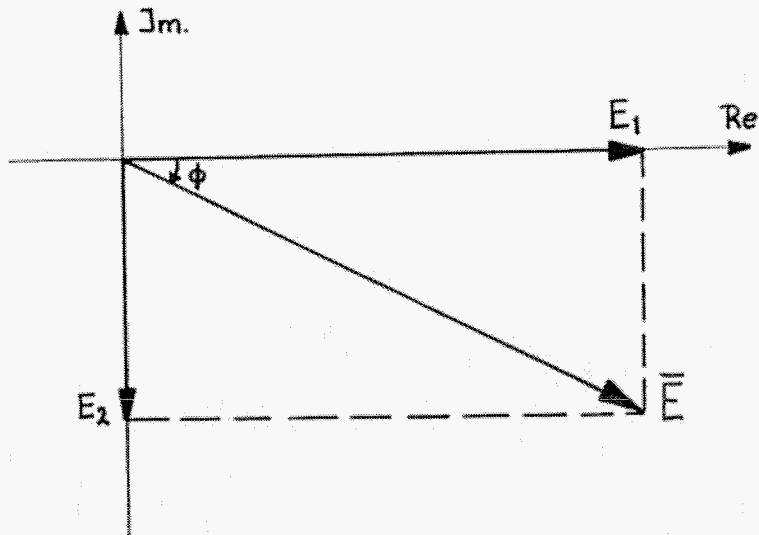


fig. 1.17: de complexe modulus  $\bar{E}$ .

- de complexe kompliantie  $\bar{J}$

Er wordt gesproken van een complexe kompliantie, als de spanning sinusvormig wordt voorgeschreven en de rek  $\epsilon$  hiervan afhankelijk is:

$$\bar{\sigma} = |\bar{\sigma}| \cdot e^{i(\omega t + \phi)}$$

$$\bar{\epsilon} = |\bar{\epsilon}| \cdot e^{i\omega t}$$

De overdracht tussen rek en spanning wordt dan de *complexe kompliantie* genoemd. In formulevorm:

$$\bar{J} = \bar{\epsilon} / \bar{\sigma} = |\bar{\epsilon}| / |\bar{\sigma}| \cdot e^{-i\phi}$$

Ook de complexe kompliantie is weer als volgt te splitsen:

$$\bar{J} = J_1 + i \cdot J_2 \quad \text{met:}$$

$J_1$ : storage kompliantie

$J_2$ : loss kompliantie

B. Het verband tussen de Loss modulus  $E_2$  en energiedissipatie

Hiervoor zagen we dat de complexe modulus gesplitst mag worden als volgt:

$$\bar{E} = E_1 + i \cdot E_2$$

Daar deze uitdrukking identiek is aan:

$$\bar{E} = |\bar{E}| \cdot e^{i\phi}, \text{ geldt:}$$

$$|\bar{E}| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \quad (1.1)$$

$$\tan \phi = E_2/E_1 \quad (1.2)$$

Voor de toe te voeren energie  $U$  per eenheid van volume bij vervorming van het materiaal geldt:

$$U = \int \text{Re}\{\bar{\sigma}\} \cdot \text{Re}\{d\bar{\epsilon}\} \quad (1.3)$$

$$\text{Uit: } \bar{\epsilon} = |\bar{\epsilon}| \cdot e^{i\omega t}$$

$$\bar{E} = |\bar{E}| \cdot e^{i\phi} \text{ en}$$

$$\bar{\sigma} = \bar{E} \cdot \bar{\epsilon} \text{ volgt:}$$

$$\text{Re}\{\bar{\sigma}\} = \text{Re}\{\bar{E} \cdot \bar{\epsilon}\} \text{ dus:}$$

$$\text{Re}\{\bar{\sigma}\} = |\bar{E}| \cdot |\bar{\epsilon}| \cdot \cos(\omega t + \phi) \quad (1.4)$$

$$d\bar{\epsilon} = i \cdot \omega \cdot |\bar{\epsilon}| \cdot e^{i\omega t} dt$$

$$= i \cdot \omega \cdot \bar{\epsilon} dt$$

$$\text{Re}\{d\bar{\epsilon}\} = -\omega \cdot |\bar{\epsilon}| \cdot \sin \omega t dt \quad (1.5)$$

Substitutie van (1.4) en (1.5) in (1.3) levert voor de toe te voeren energie in een tijdsinterval  $\Delta t$ :

$$U = - \int_t^{t+\Delta t} |\bar{E}| \cdot |\bar{\epsilon}| \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \phi) \cdot \sin \omega t \, dt \quad (1.6)$$

Uitwerking van deze integraal, met gebruikmaking van de relaties (1.1) en (1.2) levert de volgende relatie voor de toe te voeren energie  $U$  bij vervorming van het materiaal:

$$\begin{aligned} U &= \int_t^{t+\Delta t} \omega \cdot |\bar{\epsilon}|^2 \cdot (E_2 \cdot \sin^2 \omega t - \frac{1}{2} E_1 \cdot \sin 2\omega t) dt \\ &= \frac{1}{2} \omega \cdot |\bar{\epsilon}|^2 \cdot (E_2 \cdot \{\Delta t - \frac{1}{\omega} (\cos \omega (2t + \Delta t) \cdot \sin \omega \cdot \Delta t)\} - \\ &\quad E_1 \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \sin \omega (2t + \Delta t) \cdot \sin \omega \cdot \Delta t) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Inzicht in de energiedissipatie wordt verkregen door na te gaan of, en zo ja: hoeveel, energie moet worden toegevoerd in een tijdsinterval dat gelijk is aan de periodetijd  $T$  van  $\bar{\epsilon}$  of gehele veelvoud daarvan. In dat geval zal gelden:

$$\Delta t = k \cdot T = 2k \cdot \frac{\pi}{\omega} \quad (k = 1, 2, \dots)$$

Als dit van toepassing is zal gelden:

$$\sin \omega \cdot \Delta t = \sin 2k\pi = 0$$

Uit (1.7) volgt dan voor de toegevoerde energie:

$$U = \frac{1}{2} \cdot \omega \cdot |\bar{\epsilon}|^2 \cdot E_2 \cdot k \cdot T \quad (1.8)$$

Deze uitdrukking geeft de energie, die aan het materiaal moet worden toegevoerd in een tijdsspanne, die een geheel aantal veelvoud van de periodetijd  $T$  bedraagt.

Omdat de vervorming  $\bar{\epsilon}$  een harmonische functie van de tijd is, geldt dat de netto vervorming over veelvoudigen van de periodetijd  $T$  gelijk aan nul is (zie fig. 1.18).

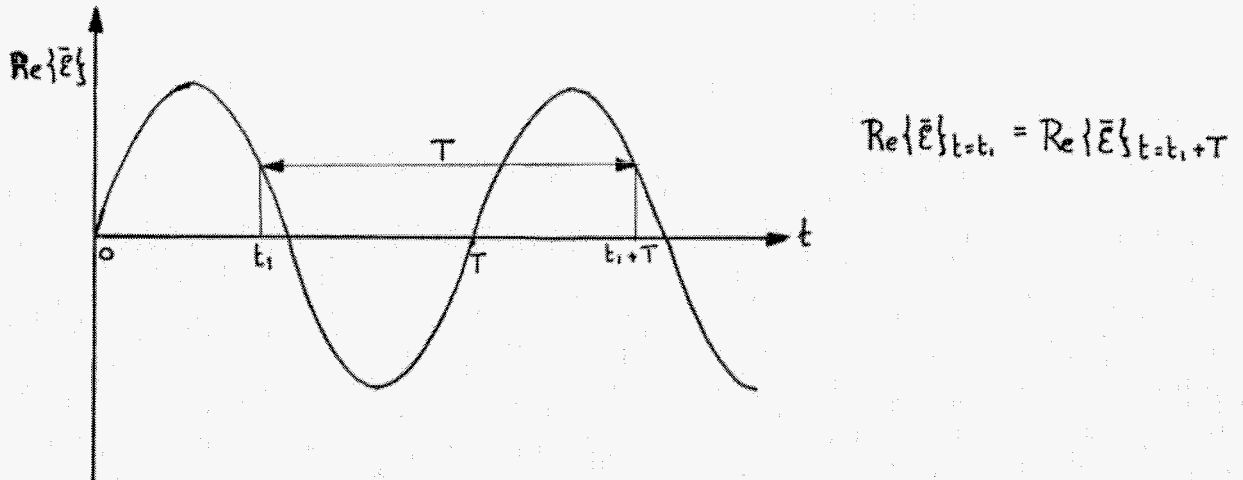


fig. 1.18:  $\bar{\epsilon}$  is een harmonische functie van de tijd.

Uitdrukking (1.8) geeft nu de energie, die verloren gegaan, oftewel gedissipeerd is. Men ziet dat van de complexe modulus  $\bar{E}$  alleen het imaginaire deel  $E_2$  bepalend is voor de hoeveelheid gedissipeerde energie.

### C. De complexe modulus en kompliantie van de bouwstenen

Hier zal de complexe modulus (en tevens de complexe kompliantie) bepaald worden van de bouwstenen voor de lineaire visko-elastische modellen, te weten: de lineaire veer en de lineaire demper.

De procedure is als volgt:

Ga uit van  $\bar{\epsilon} = \epsilon_0 \cdot e^{i\omega t}$ , en schrijf  $\bar{\sigma}$  als:

$$\bar{\sigma} = (\sigma_1 + i \cdot \sigma_2) \cdot e^{i\omega t}$$

Substitueer deze beide vergelijkingen in de konstitutieve vergelijking van de desbetreffende bouwsteen.

Stel vervolgens de imaginaire en reële delen in linker- en rechterlid aan elkaar gelijk. Dit levert dan de gewenste uitdrukkingen voor  $\sigma_1$  en  $\sigma_2$ .

Aangezien het reële en imaginaire deel van de complexe modulus gedefinieerd zijn als  $E_1 = \sigma_1/\epsilon_0$ , respectievelijk  $E_2 = \sigma_2/\epsilon_0$ , zijn deze dan ook bekend.

M.b.v. de relatie  $\bar{J} = \frac{1}{\bar{E}}$  (zie relatie 1.31), waaruit volgt dat:

$$J_1 = \frac{E_1}{E_1^2 + E_2^2} \text{ en}$$

$$J_2 = -\frac{E_2}{E_1^2 + E_2^2},$$

kan dan ook eenvoudig  $J_1$  en  $J_2$  bepaald worden.

Voor de lineaire veer met constitutieve vergelijking  $\sigma = c \cdot \epsilon$  levert dit:

$$\bar{E}_c = c$$

$$\bar{J}_c = \frac{1}{c}$$

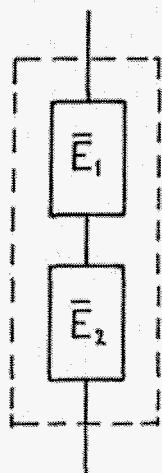
Voor de lineaire demper met constitutieve vergelijking  $\sigma = b \cdot \dot{\epsilon}$  levert dit:

$$\bar{E}_b = i \cdot b\omega$$

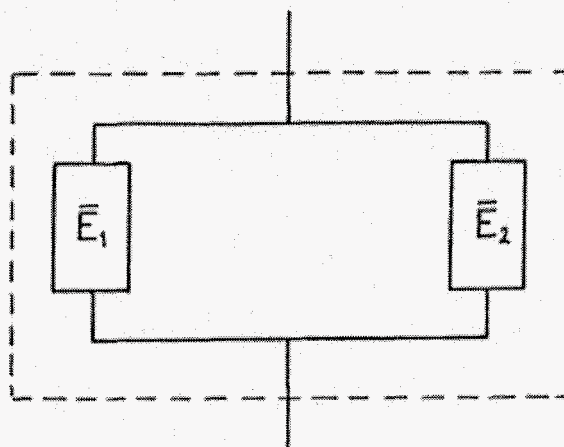
$$\bar{J}_b = -\frac{i}{b\omega}$$

D. De complexe modulus van systemen, die opgebouwd zijn uit meerdere elementen

Voor de complexe modulus van twee in serie of parallel geschakelde bouwstenen, elementen of samengestelde modellen met bekende modulus, geldt: (zie fig. 1.19):



serieschakeling



parallelschakeling

fig. 1.19.

$$\text{serieschakeling} : \bar{E} \text{ totaal} = \frac{\bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2}{\bar{E}_1 + \bar{E}_2} \quad (1.9)$$

$$\text{parallelschakeling: } \bar{E} \text{ totaal} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 \quad (1.10)$$

Het is gemakkelijk na te gaan dat geldt:

$$\text{serieschakeling} : \bar{J} \text{ totaal} = \frac{1}{\bar{E} \text{ tot}} = \bar{J}_1 + \bar{J}_2 \quad (1.11)$$

$$\text{parallelschakeling: } \bar{J} \text{ totaal} = \frac{1}{\bar{E} \text{ tot}} = \left( \frac{1}{\bar{J}_1} + \frac{1}{\bar{J}_2} \right)^{-1} \quad (1.12)$$

In het nu volgende zal voor de in 1.1.2. beschreven elementen de complexe modulus en kompliantie op deze manier berekend worden.

Daarbij wordt gebruik gemaakt van de uitdrukkingen voor de modulus en de kompliantie van een lineaire veer en een lineaire demper, zoals afgeleid in 1.2.2.

$$\begin{aligned} \text{. Maxwell-element: } \bar{E}_M &= \frac{\bar{E}_c \cdot \bar{E}_b}{\bar{E}_c + \bar{E}_b} \\ &= \frac{(b\omega)^2 \cdot c + i \cdot b\omega c^2}{c^2 + (b\omega)^2} \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\bar{J}_M = \frac{1}{\bar{E}_M} = \frac{1}{c} - i \cdot \frac{1}{b\omega} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} \text{. Kelvin-element: } \bar{E}_k &= \bar{E}_b + \bar{E}_c \\ &= c + i \cdot b\omega \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$\bar{J}_k = \frac{1}{\bar{E}_k} = \frac{c - i \cdot b\omega}{c^2 + (b\omega)^2} \quad (1.16)$$

. Standaard lineair element:

$$\begin{aligned} \bar{E}_s &= \bar{E}_M + \bar{E}_{c_2} \\ &= \frac{(b\omega)^2 \cdot c_1 + i \cdot b\omega \cdot c_1^2}{c_1^2 + (b\omega)^2} + c_2 \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\bar{J}_s = \frac{1}{\bar{E}_s} = \frac{b \cdot \omega \cdot c_1 \cdot c_2 (b\omega + i \cdot c_1) + (b\omega)^2 + c_1^2}{c_2 \cdot \{ (b\omega)^2 + c_1^2 \}} \quad (1.18)$$

1.2.3. Verbanden tussen afgeleide grootheden

In deze paragraaf wordt een opsomming gegeven van verbanden tussen de verschillende, in 1.2.1 en 1.2.2 besproken, grootheden.

De afleidingen van deze relaties zijn te vinden in bijlage 1.

- Relaties tussen quasi-statische grootheden

Het produkt van de Laplace getransformeerden van de kruipcompliantie en de relaxatiemodulus is gelijk aan  $\frac{1}{s}$ .

$$J(s) \cdot Y(s) = \frac{1}{s} \quad (1.19)$$

Terugtransformatie levert:

$$t = \int_0^t J(\tau) \cdot Y(t-\tau) d\tau \quad (1.20)$$

- Relaties tussen quasi-statische en dynamische grootheden

$$J_1(\omega) = J_u + \omega \cdot \int_0^{\infty} \{J(t) - J_u\} \cdot \sin \omega t dt \quad (1.21)$$

$$J_2(\omega) = \omega \cdot \int_0^{\infty} \{J(t) - J_u\} \cdot \cos \omega t dt \quad (1.22)$$

$$J_1(\omega) = J_u + \int_0^{\infty} \frac{dJ(t)}{dt} \cdot \cos \omega t dt \quad (1.23)$$

$$J_2(\omega) = - \int_0^{\infty} \frac{dJ(t)}{dt} \cdot \sin \omega t dt \quad (1.24)$$

$$\frac{dJ(t)}{dt} = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \{J_1(\omega) - J_u\} \cdot \cos \omega t d\omega \quad (1.25)$$

$$\frac{dJ(t)}{dt} = - \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} J_2(\omega) \cdot \sin \omega t d\omega \quad (1.26)$$

$$E_1(\omega) = Y_R + \omega \cdot \int_0^{\infty} \{Y(\tau) - Y_R\} \cdot \sin \omega \tau d\tau \quad (1.27)$$

$$E_2(\omega) = \omega \cdot \int_0^{\infty} \{Y(\tau) - Y_R\} \cdot \cos \omega \tau d\tau \quad (1.28)$$

$$E_1(\omega) = Y_u + \int_0^{\infty} \frac{dY(t)}{dt} \cdot \cos \omega t dt \quad (1.29)$$

$$E_2(\omega) = - \int_0^{\infty} \frac{dY(t)}{dt} \cdot \sin \omega t dt \quad (1.30)$$

- Relaties tussen dynamische grootheden

$$\bar{J} = \frac{1}{E} ; \quad |\bar{J}| = \frac{1}{|\bar{E}|} \quad (1.31)$$

$$\frac{J_2}{J_1} = - \frac{E_2}{E_1} \quad (1.32)$$

$$J_1 = \frac{E_1}{|\bar{E}|^2} \quad (1.33)$$

$$J_2 = - \frac{E_2}{|\bar{E}|^2} \quad (1.34)$$

$$J_1 = \{E_1 (1 + \tan^2 \phi)\}^{-1} \quad (1.35)$$

Indien  $\phi^2 \ll 1$  kan gebruik worden gemaakt van de benadering  $\tan \phi \approx \phi$ .

Dit levert dan nog de volgende uitdrukkingen:

$$J_1 = \frac{1}{E_1} \quad (1.36)$$

$$J_1 = |\bar{J}| ; \quad E_1 = |\bar{E}| \quad (1.37)$$



### 1.3. Het superpositiebeginsel van Boltzmann

Zoals in 1.1.1 reeds is opgemerkt, kan men bij de beschrijving van het gedrag van lineair visko-elastische materialen uitgaan van lineaire differentiaalvergelijkingen. In plaats van deze differentiaalvergelijkingen kan men ook het zogenaamde superpositiebeginsel van Boltzmann als uitgangspunt nemen bij de beschrijving van het materiaalgedrag. Deze methode komt pas hier aan de orde omdat bij de wiskundige formulering van het superpositiebeginsel gebruik wordt gemaakt van de in 1.2.2 geïntroduceerde relaxatiemodulus en kruipkompliantie.

#### 1.3.1. De essentie van het superpositiebeginsel

Bij lineair visko-elastisch materiaal mag gesteld worden:

A. De spanning is evenredig met de rek op een bepaald tijdstip:

$$\varepsilon\{c \cdot \sigma(t)\} = c \cdot \varepsilon\{\sigma(t)\} \quad (\text{zie fig. 1.20}).$$

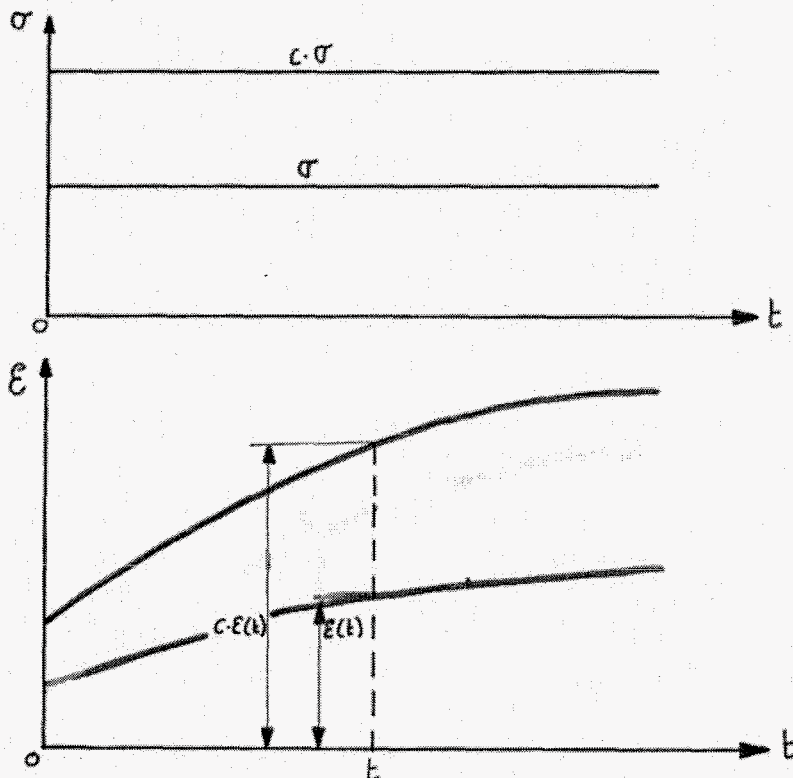


fig. 1.20:  $\varepsilon\{c \cdot \sigma(t)\} = c \cdot \varepsilon\{\sigma(t)\}$

B. Als er een bepaald aantal spanningen op verschillende tijden op een materiaal gaan werken, dan levert elke spanning een bijdrage aan de deformatie.

De bijdrage van zo'n spanning aan de totale deformatie is gelijk aan de deformatie, die zou optreden als die spanning alléén op het materiaal werkte.

Dit is in enkele woorden het superpositiebeginsel van Boltzmann. Zo wordt bijvoorbeeld de totale rek, veroorzaakt door de spanningen  $\sigma_1$  en  $\sigma_2$  (zie fig. 1.21), gegeven door:

$$\epsilon[\sigma_1(t) + \sigma_2(t-t_1)] = \epsilon[\sigma_1(t)] + \epsilon[\sigma_2(t-t_1)] \quad (1.38)$$

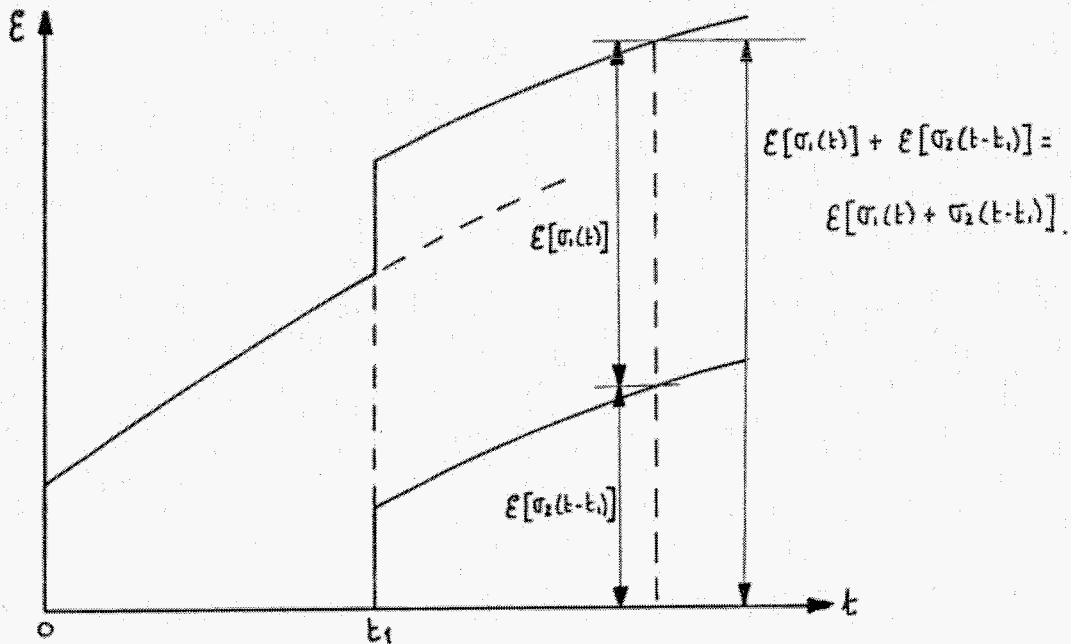
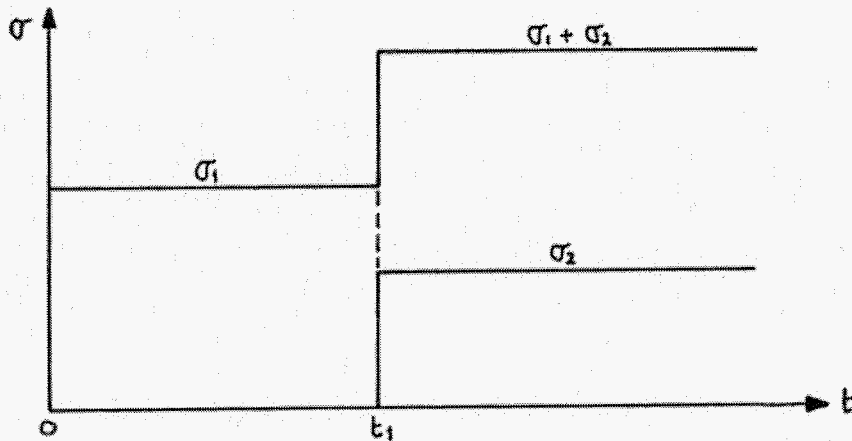


fig. 1.21: superpositiebeginsel van Boltzmann.

1.3.2. Het verband tussen spanning en rek, uitgaande van het superpositiebeginsel

Hiervóór, in 1.3.1, is het superpositiebeginsel besproken voor het geval dat de spanning werd voorgeschreven. Ook in omgekeerde richting geldt het superpositiebeginsel; d.w.z. als de rek de onafhankelijk variabele is.

Beschouw het volgende geval:

Stel dat een serie stapvormige veranderingen in de rek  $\epsilon_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) optreden op tijdstippen  $t_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) (zie fig. 1.22):

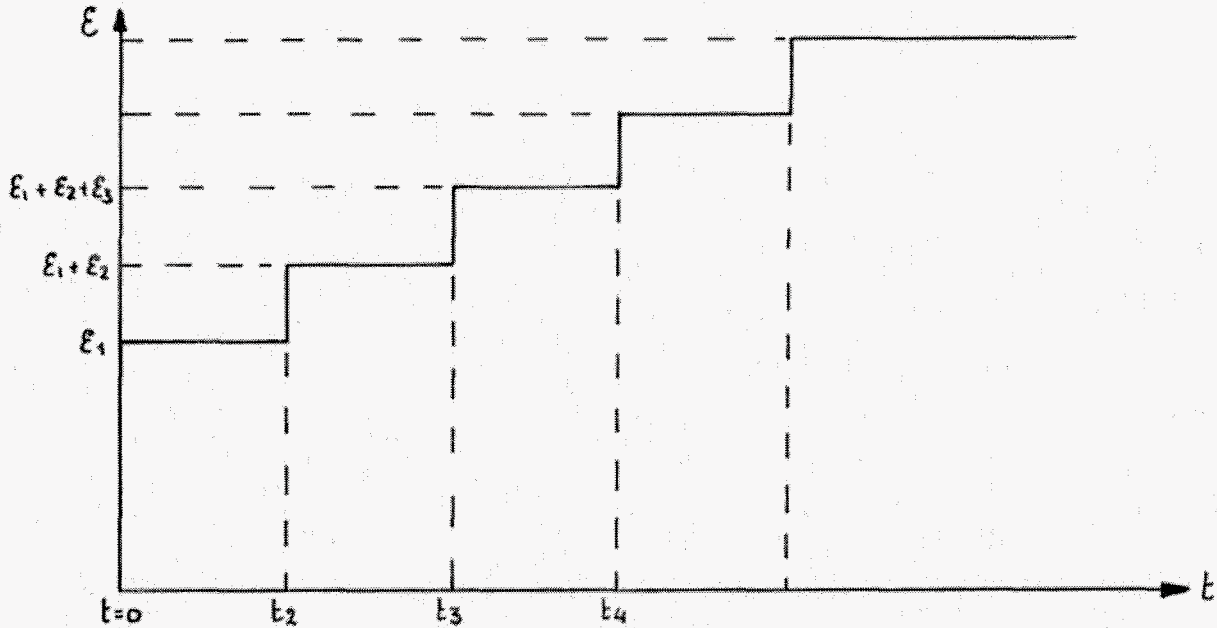


fig. 1.22.

- Voor stap 1 geldt:  $\sigma_1 = \epsilon_1 \cdot Y(t)$
- Voor stap 2 geldt:  $\sigma_2 = \epsilon_2 \cdot Y(t-t_2)$
- stap 3 :  $\sigma_3 = \epsilon_3 \cdot Y(t-t_3)$
- ⋮
- ⋮
- ⋮
- stap n :  $\sigma_n = \epsilon_n \cdot Y(t-t_n)$

Uitgaande van het superpositiebeginsel wordt de totale respons  $\sigma$  op tijdstip  $t$  gevonden door sommatie van de stapresponsies volgens:

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^n \epsilon_i \cdot Y(t-t_i) \tag{1.39}$$

met

$$Y(t-t_i) = 0 \quad \text{voor } t < t_i$$

Voor infinitesimaal kleine stapvormige veranderingen in  $\epsilon$ , kan, via de limietovergang  $n \rightarrow \infty$ , voor  $\sigma(t)$  geschreven worden:

$$\sigma(t) = \int_{\tau=-\infty}^t Y(t-\tau) \cdot \frac{d\epsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (1.40)$$

Op analoge wijze is zo'n uitdrukking te verkrijgen voor  $\epsilon(t)$ :

$$\epsilon(t) = \int_{\tau=-\infty}^t J(t-\tau) \cdot \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (1.41)$$

De uitdrukkingen (1.40) en (1.41) zijn lineaire integraalvergelijkingen, welke een generalisatie voorstellen van de wet van Hooke naar lineaire visko-elastische materialen. De wet van Hooke luidt namelijk als volgt:

$$\sigma = \int_{\epsilon} E \cdot d\epsilon \quad (1.42)$$

De generalisatie houdt nu in: het vervangen van de materiaalkonstante  $E$  door een tijdsafhankelijke functie  $Y(t)$ .

#### 1.4. Relaxatiespektra

In deze paragraaf worden relaxatiespektra geïntroduceerd omdat deze erg handig zijn bij de beschrijving van bepaalde materiaalmodellen, met name modellen, die opgebouwd zijn uit grote aantallen elementen.

In het volgende wordt het begrip relaxatiespektrum aan de hand van enkele modellen, met toenemend aantal elementen, toegelicht.

In 1.4.1 wordt allereerst de beschrijving van een model gegeven, dat zwak afhankelijk is van de frekwentie. In 1.4.2 worden de zgn. diskrete spektra besproken; in 1.4.3 de continue spektra. Tenslotte worden in 1.4.4 nog enkele aanvullende definities gegeven.

Er zij bij het gebruik van relaxatiespektra opgemerkt dat de bepaling van spektra van concrete materialen d.m.v. meetresultaten op grote bezwaren stuit vanwege de grote onnauwkeurigheid.

Bij de beschrijving van theoretische modellen is het gebruik van deze spektra echter erg handig.

##### 1.4.1. Beschrijving van een model, met eigenschappen die zwak afhankelijk zijn van de frekwentie

Als illustratie zullen we de loss modulus beschouwen van een model, bestaande uit een aantal parallel geschakelde Maxwell elementen.

De complexe modulus van een Maxwell element heeft de volgende vorm:

$$\bar{E} = \frac{(b\omega)^2 \cdot c + i \cdot b\omega c^2}{c^2 + (b\omega)^2}, \quad (1.43)$$

waaruit voor de loss modulus volgt:

$$E_2(\omega) = \frac{b\omega c^2}{c^2 + (b\omega)^2} \quad (1.44)$$

Stel nu dat er 5 Maxwell elementen parallel worden geschakeld. De loss modulus van dit model wordt verkregen door superpositie van de 5 afzonderlijke loss moduli:

$$E_2(\omega) = \sum_{i=1}^5 E_2^{(i)}(\omega) \quad (1.45)$$

In tabel 1.1 staan de waarden van de tijdconstanten ( $\tau$ ), veer ( $c$ ) - en dempingsconstanten ( $b$ ) van de 5 elementen. Tevens is de hoekfrekwentie berekend, waarbij  $E_2$  zijn maximale waarde heeft. ( $\omega_{max}$ ). Deze maximale waarde van  $E_2$  is ook in de tabel weergegeven.

In fig. 1.23 is schematisch de superpositie aangegeven van de 5 loss-moduli. Hieruit is te zien dat de functie  $E_2(\omega)$ , die geldt voor het totale model, minder afhankelijk is van  $\omega$  dan die van de afzonderlijke elementen.

element	1	2	3	4	5
tijdkonstante $\tau$	0.01	0.1	1	10	100
veerconstante $c$	8	9	10	11	12
dempingsconstante $b$	0.08	0.9	10	110	1200
$\omega$ max	100	10	1	0.1	0.01
$E_2(\omega \text{ max})$	4	4.5	5	5.5	6

Tabel 1.1.

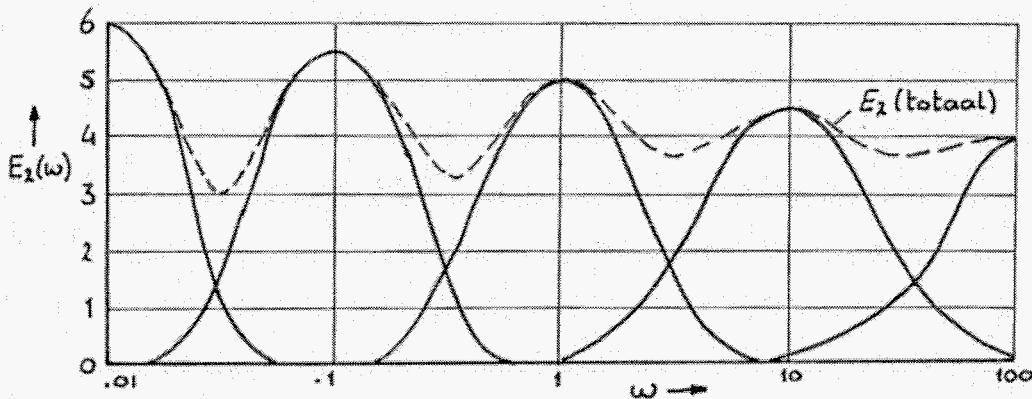


fig. 1.23: superpositie v.d. loss-modulus.

Bij een geschikte keuze van de waarden van de materiaal-konstanten is het mogelijk om een  $E_2(\omega)$ -karakteristiek te creëren, die in een bepaald frequentiegebied nagenoeg vlak verloopt. Voorwaarden daartoe zijn nagenoeg gelijke waarden van de veerconstanten in combinatie met een grote spreiding in de waarden van de tijdkonstanten. Hiermee is in dit voorbeeld rekening gehouden:

$$c = 8 \div 12$$

$$\tau = 0.01 \div 100$$

1.4.2. Modellen met eindig veel elementen; discrete spektra

Allereerst wordt gekeken naar een model, bestaande uit een serieschakeling van meerdere Kelvin-elementen met een extra veer met veerconstante  $c_u$ . (zie fig. 1.24).

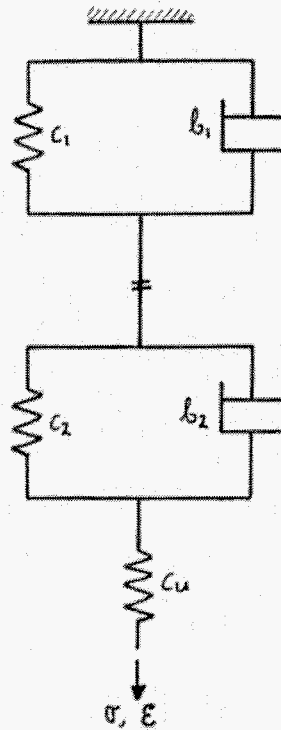


fig. 1.24.

De systeemvergelijking van dit model luidt:

$$\ddot{\epsilon} + \left( \frac{c_1}{b_1} + \frac{c_2}{b_2} \right) \cdot \dot{\epsilon} + \frac{c_1 \cdot c_2}{b_1 \cdot b_2} \cdot \epsilon = \frac{1}{c_u} \cdot \ddot{\sigma} + \left[ \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \left( \frac{c_1}{b_1} + \frac{c_2}{b_2} \right) \cdot \frac{1}{c_u} \right] \cdot \dot{\sigma} + \left[ \frac{1}{b_1 \cdot b_2} \right] \cdot c_1 \cdot c_2 \cdot \sigma \quad (1.46)$$

De respons  $\epsilon(t)$  op een stapvormige verandering in de spanning met stapgrootte  $\sigma_0$  (kruipproef) luidt:

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{c_u} + \frac{\sigma_0}{c_1} (1 - e^{-t/\tau_1}) + \frac{\sigma_0}{c_2} (1 - e^{-t/\tau_2}) \quad (1.47)$$

met:

$$\tau_1 = \frac{b_1}{c_1} = \text{retardatietijd van het 1e element.}$$

$$\tau_2 = \frac{b_2}{c_2} = \text{retardatietijd van het 2e element.}$$

De kruipkompliantie wordt:

$$J(t) = \frac{1}{c_u} + \frac{1}{c_1} \cdot (1 - e^{-t/\tau_1}) + \frac{1}{c_2} \cdot (1 - e^{-t/\tau_2}) \quad (1.48)$$

Indien nu n Kelvin elementen in serie worden geschakeld, luidt de kruipkompliantie:

$$J(t) = \frac{1}{c_u} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} \cdot (1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (1.49)$$

Zo'n model kan dus beschreven worden door n retardatietijden  $\tau_i (= b_i/c_i)$  met de daarbij behorende n veerconstanten  $c_i$ .

Deze n retardatietijden en n veerconstanten worden weergegeven in een retardatiespektrum. In fig. 1.25 is zo'n (discreet) retardatiespektrum schematisch weergegeven. De n lijnen van het spektrum worden gekarakteriseerd door een retardatietijd  $\tau_c$  en een veerconstante c.

Op de horizontale as staat de tijd (logaritmisch), terwijl de inverse van de veerconstante wordt weergegeven door de lengte van de lijn.

Het is belangrijk erop te wijzen dat de constante  $c_u$ , welke de elastische stijfheid voorstelt (niet gekoppeld aan een tijdconstante) niet tot het spektrum behoort.

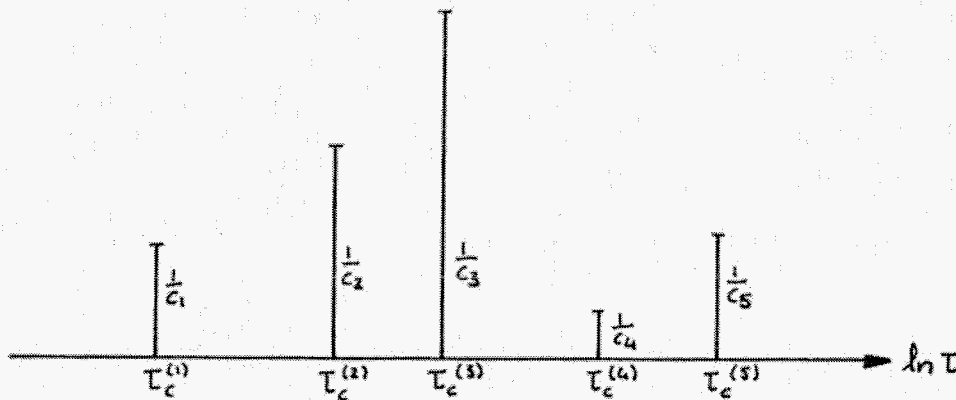


fig. 1.25: schematische weergave van een discreet retardatiespektrum

Op analoge wijze kunnen meerdere Maxwell elementen parallel worden geschakeld. Indien 2 Maxwell elementen worden gebruikt, (zie fig. 1.26),



luit de systeemvergelijking:

$$\ddot{\sigma} + \left( \frac{c_1}{b_1} + \frac{c_2}{b_2} \right) \cdot \dot{\sigma} + \frac{c_1 c_2}{b_1 b_2} \cdot \sigma =$$

$$(c_1 + c_2 + c_r) \cdot \ddot{\epsilon} + \left\{ \frac{c_1^2}{b_1} + \frac{c_2^2}{b_2} + c_r \cdot \left( \frac{c_1}{b_1} + \frac{c_2}{b_2} \right) \right\} \cdot \dot{\epsilon} + \frac{c_r \cdot c_1 \cdot c_2}{b_1 \cdot b_2} \cdot \epsilon \quad (1.50)$$

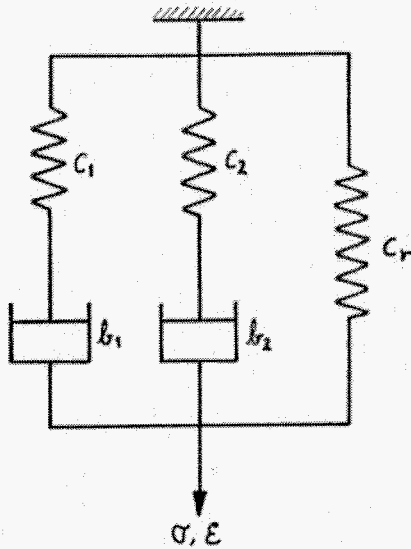


fig. 1.26.

De respons  $\sigma(t)$  op een stapvormige verandering in de verplaatsing met stapgrootte  $\epsilon_0$  (relaxatieproef) luidt als volgt:

$$\sigma(t) = c_r \cdot \epsilon_0 + c_1 \cdot \epsilon_0 \cdot e^{-t/\tau_1} + c_2 \cdot \epsilon_0 \cdot e^{-t/\tau_2} \quad (1.51)$$

met:

$$\tau_1 = b_1 / c_1 = \text{relaxatietijd van het 1e element.}$$

$$\tau_2 = b_2 / c_2 = \text{relaxatietijd van het 2e element.}$$

De relaxatiemodulus is dan:

$$Y(t) = c_r + c_1 \cdot e^{-t/\tau_1} + c_2 \cdot e^{-t/\tau_2} \quad (1.52)$$

Parallelschakelen van n Maxwell-elementen levert een relaxatiemodulus:

$$Y(t) = c_r + \sum_{i=1}^n c_i \cdot e^{-t/\tau_i} \quad (1.53)$$

Dit model wordt dus beschreven door n relaxatietijden met daarbij behorende n veerconstanten.

Ook dit kan weer samengevat worden in een (discreet) relaxatiespektrum, zoals dat schematisch is weergegeven in fig. 1.27.

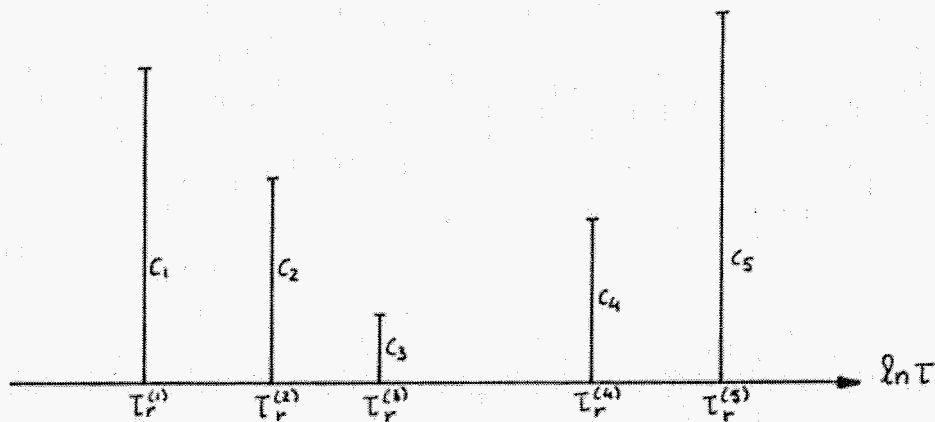


fig. 1.27: schematische weergave van een discreet relaxatiespektrum.

#### 1.4.3. Modellen met oneindig veel elementen; continue spektra

In paragraaf 1.4.2 werd gezien dat responsfuncties (bijv.  $E_2(\omega)$ ) van modellen, bestaande uit meerdere Maxwell-elementen, minder afhankelijk kunnen zijn van de frekwentie dan die van één enkel Maxwell-element.

De volgende stap houdt nu in dat de limietovergang wordt genomen voor  $n \rightarrow \infty$ . D.w.z. dat er oneindig veel Maxwell-elementen parallel worden geschakeld.

Het discrete spektrum gaat nu over in een continu spektrum.

Bij de beschrijving van zo'n continu spektrum wordt gebruik gemaakt van verdelingsfuncties, en wel:

- voor het retardatiespektrum:  $\frac{1}{c} = L(\ln \tau) \cdot d(\ln \tau)$
- voor het relaxatiespektrum:  $c_i = H(\ln \tau) \cdot d(\ln \tau)$

In fig. 1.28 is te zien dat de term  $L(\ln \tau) \cdot d(\ln \tau)$ , de bijdrage is aan een totale  $\frac{1}{c}$  voorwaarden van  $\ln \tau$ , die liggen tussen  $\ln \tau$  en  $\ln \tau + d\ln \tau$ .

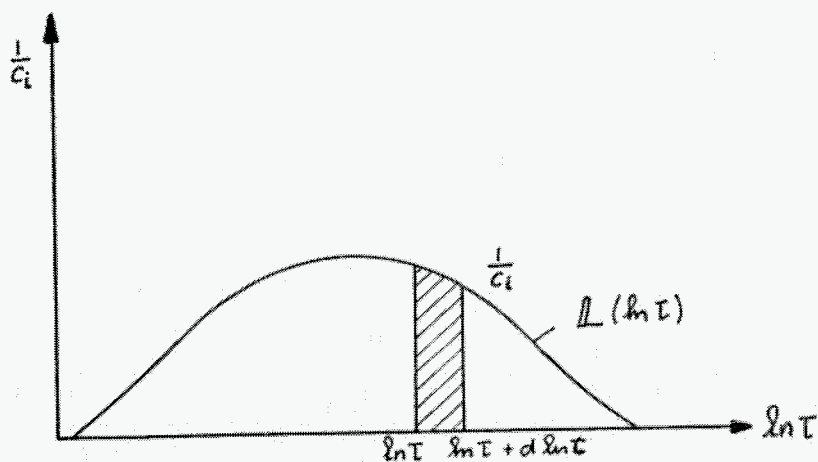


fig. 1.28.

De functie  $L(\ln \tau)$  heet het continue relaxatiespectrum bij konstante spanning, oftewel het continue retardatiespectrum. Er geldt:

$$\frac{1}{c} = \int_{-\infty}^{\infty} L(\ln \tau) \cdot d(\ln \tau) \quad (1.54)$$

De kruipkompliantie wordt hierdoor m.b.v. (1.49) gegeven door:

$$J(t) = J_u + \int_{-\infty}^{\infty} L(\ln \tau) \cdot (1 - e^{-t/\tau}) d(\ln \tau) \quad (1.55)$$

Voor de term  $H(\ln \tau) \cdot d(\ln \tau)$  geldt een analoog verhaal. De functie  $H(\ln \tau)$  heet het continue relaxatiespectrum (bij konstante rek).

Hier geldt:

$$c = \int_{-\infty}^{\infty} H(\ln \tau) \cdot d(\ln \tau) \quad (1.56)$$

De relaxatiemodulus kan dan m.b.v. (1.53) worden geschreven als:

$$Y(t) = c_r + \int_{-\infty}^{\infty} H(\ln \tau) \cdot e^{-t/\tau} d(\ln \tau) \quad (1.57)$$

Zonder verdere afleiding kunnen we nog enkele dynamische grootheden formuleren in termen van de verdelingsfuncties  $L$  en  $H$ :

$$J_1(\omega) = J_u + \int_{-\infty}^{\infty} L(\ln \tau) \cdot \frac{d(\ln \tau)}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (1.58)$$

$$J_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{L}(\ln \tau) \cdot \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} d(\ln \tau) \quad (1.59)$$

$$E_1(\omega) = Y_r + \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{H}(\ln \tau) \cdot \frac{(\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2} d(\ln \tau) \quad (1.60)$$

$$E_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{H}(\ln \tau) \cdot \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} d(\ln \tau) \quad (1.61)$$

1.4.4. Enige afgeleide grootheden en relaties

- genormaliseerde spektra of verdelingsfuncties

Genormaliseerde retardatiespektrum:  $\Psi(\ln \tau) = c \cdot \mathbb{L}(\ln \tau)$  (1.62)

Genormaliseerde relaxatiespektrum:  $\phi(\ln \tau) = \frac{1}{c} \cdot \mathbb{H}(\ln \tau)$  (1.63)

m.b.v. de relaties (1.54) en (1.56) volgt hieruit:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\ln \tau) \cdot d(\ln \tau) = 1 \quad (1.64)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(\ln \tau) \cdot d(\ln \tau) = 1 \quad (1.65)$$

- verband tussen genormaliseerde knipfunctie  $\Psi(t)$  en genormaliseerd retardatiespektrum  $\Psi(\ln \tau)$ , respectievelijk genormaliseerde relaxatiefunctie  $\phi(t)$  en genormaliseerd relaxatiespektrum  $\phi(\ln \tau)$ .

In paragraaf 1.2.1 is afgeleid:

$$\Psi(t) = \frac{J(t) - J_u}{J_r - J_u} \quad \text{en} \quad \phi(t) = \frac{Y(t) - Y_r}{Y_u - Y_r} \quad (1.66)$$

$J_r - J_u$  komt overeen met  $\frac{1}{c}$  en  $J_u$  met  $\frac{1}{cu}$

$Y_u - Y_r$  komt overeen met  $c$ ,  $Y_r$  met  $c \frac{1}{\tau}$ .

Vergelijking (1.55) samen met vgl. (1.62), respectievelijk vgl. (1.57) met (1.63) levert de volgende relaties:

$$J(t) = \frac{1}{c_u} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{c} \cdot \Psi(\ln \tau) \cdot (1 - e^{-t/\tau}) d(\ln \tau) \quad (1.67)$$

$$Y(t) = cr + \int_{-\infty}^{\infty} c \cdot \phi(\ln \tau) \cdot e^{-t/\tau} d(\ln \tau) \quad (1.68)$$

Vergelijken van (1.66) met (1.67), respectievelijk (1.66) met (1.68) levert:

$$1 - \phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\ln \tau) \cdot e^{-t/\tau} d(\ln \tau) \quad (1.69)$$

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\ln \tau) \cdot e^{-t/\tau} d(\ln \tau) \quad (1.70)$$

## Hoofdstuk 2. Het model van Fung

Uit literatuurgegevens ([1], [2], [3], [4]) blijkt dat biologisch weefsel in het algemeen een niet-lineair visko-elastisch karakter heeft. Het toepassen van een lineair visko-elastisch model voor zulke materialen lijkt dus diskutabel.

Uit de beschikbare literatuur blijkt dat de zogenaamde "quasi-lineaire visko-elasticiteitswet" volgens Fung [6] een model is dat bij de beschrijving van het mechanisch gedrag van weke biologische weefsels reeds vaker met succes is toegepast o.a.: [17].

Dit model, dat we in het vervolg kortweg zullen aanduiden met "het model Fung" biedt het grote voordeel dat het materiaalgedrag beschreven kan worden met twee, eenvoudig te meten functies:  $G(t)$ , de gereduceerde relaxatiefunctie en  $F^{(e)}(\epsilon)$ , de elastische respons.

Fung blijft in zijn beschouwingen echter erg vaag over de mate van niet-lineariteit, die toelaatbaar is i.v.m. de toepasbaarheid van zijn model.

Vandaar dat eerst het model wordt afgeleid in 2.1, waarna in 2.2 wordt gekeken in hoeverre het model van Fung toepasbaar is voor een eenvoudig niet-lineair materiaalmodel.

### 2.1. Afleiding van het model

Fung gaat uit van de volgende stelling:

Stelling: Als een visko-elastisch materiaal wordt onderworpen aan een stapvormige rekverandering met grootte  $\epsilon_0$ , dan is de krachtrespons te schrijven als:

$$F(t, \epsilon_0) = G(t) \cdot F^{(e)}(\epsilon_0) \quad (2.1)$$

m.a.w. de krachtrespons wordt bepaald door twee functies, en wel:

- een functie, die de factor tijd in rekening brengt, de zogenaamde gereduceerde relaxatiefunctie. Zij is gedefinieerd als:

$$G(t) = \frac{F(t, \epsilon_0)}{F(t=0, \epsilon_0)} \quad (2.2)$$

- een functie, die aangeeft in hoeverre de krachtrespons wordt bepaald door de momentane waarde van de rek, de zogenaamde elastische respons:

$$F^{(e)}(\epsilon_0) = F(t=0, \epsilon_0) \quad (2.3)$$

Opmerking: In tegenstelling tot de in hoofdstuk I gebezigde formulering in spanningen en rekken zullen wij in het vervolg krachten en rekken beschouwen. De reden daarvan is dat bij de bespreking van de meetresultaten alleen krachten worden beschouwd.

Dit heeft verder geen konsekwenties voor de toepasbaarheid van de theorie, daar we ervan uit mogen gaan dat het weefsel, waar de experimenten op worden uitgevoerd, als incompressibel aangenomen mag worden, [18].

In 1.3.2 is d.m.v. superpositie de uitdrukking afgeleid voor het verloop van  $F(t)$  bij een bepaalde rek:  $\epsilon(t)$ .

Dit leverde:

$$F(t) = \sum_{i=1}^n \epsilon_i \cdot Y(t-t_i) \quad (2.4)$$

of na de limietovergang  $n \rightarrow \infty$ :

$$F(t) = \int_{\tau=-\infty}^t Y(t-\tau) \frac{d\epsilon(\tau)}{d\tau} dt \quad (2.5)$$

Het superpositiebeginsel, toegepast op vgl. (2.1), levert voor het lineaire geval, waarvoor geldt:  $F^{(e)}(\epsilon) = k \cdot \epsilon$  precies dezelfde uitdrukking, namelijk:

$$F(t) = \sum_{i=1}^n G(t-t_i) \cdot F^{(e)}(\epsilon_i - \epsilon_{i-1}) \quad (2.6)$$

$$F(t) = k \cdot \sum_{i=1}^n G(t-t_i) \cdot (\epsilon_i - \epsilon_{i-1}) \quad (2.7)$$

De limietovergang  $n \rightarrow \infty$  levert:

$$F(t) = k \cdot \int_{-\infty}^t G(t-\tau) d\epsilon \quad (2.8)$$

Voor het verband tussen de relaxatiemodulus  $Y(t)$  en de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  geldt:

$$G(t) = \frac{F(t)}{F^{(e)}(\epsilon)} = \frac{F(t)}{k \cdot \epsilon} = \frac{1}{k} \cdot Y(t) \quad (2.9)$$

Substitutie van (2.9) in (2.8) levert dan:

$$F(t) = k \cdot \int_0^t \frac{1}{k} \cdot Y(t-\tau) d\epsilon$$

$$F(t) = \int_0^t Y(t-\tau) d\epsilon \quad (2.10)$$

We zien dat het model Fung tot dusverre volledig equivalent is met de in hoofdstuk I gepresenteerde lineaire visko-elastische theorie. Indien nu echter  $F^{(e)}$  een niet-lineaire functie is van  $\epsilon$ , dan mag het superpositiebeginsel niet toegepast worden.

Fung stelt nu:

$$F^{(e)}(\epsilon_i - \epsilon_{i-1}) \approx F^{(e)}(\epsilon_i) - F^{(e)}(\epsilon_{i-1}) \quad (2.11)$$

Deze aanname is toegestaan als de functie  $F^{(e)}$  maar niet al te sterk niet-lineair is. (Dit is een van de vage uitdrukkingen van Fung).

Substitutie van (2.11) in (2.6) levert:

$$F(t) = \sum_{i=1}^n G(t-t_i) \cdot \{F^{(e)}(\epsilon_i) - F^{(e)}(\epsilon_{i-1})\} \quad (2.12)$$

Voor infinitesimaal kleine veranderingen in  $F^{(e)}$  levert de limiet-overgang voor  $n \rightarrow \infty$ :

$$F(t) = \int_0^t G(t-\tau) dF^{(e)}(\epsilon) \quad (2.13)$$

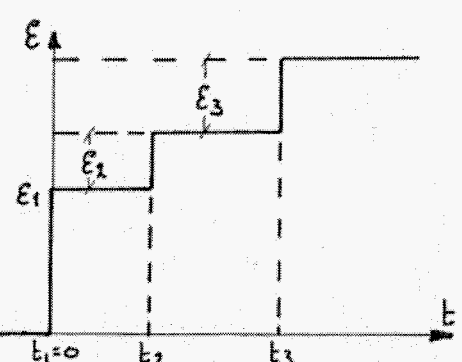
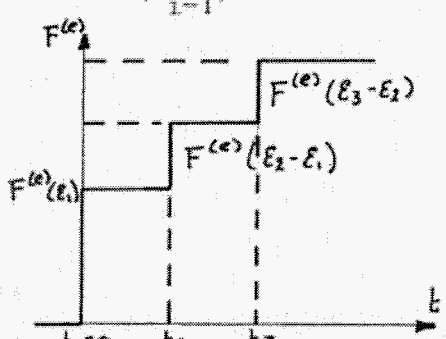
Met de kettingregel wordt dit:

$$F(t) = \int_0^t G(t-\tau) \cdot \frac{dF^{(e)}(\epsilon)}{d\epsilon} \cdot \frac{d\epsilon}{d\tau} d\tau \quad (2.14)$$

Vgl. (2.14) staat bekend als het model van Fung.

In het schema op de volgende bladzijde is het een en ander nog een keer samengevat. Het model van Fung wordt op een analoge manier afgeleid als het kracht-rekverband in de lineaire theorie.



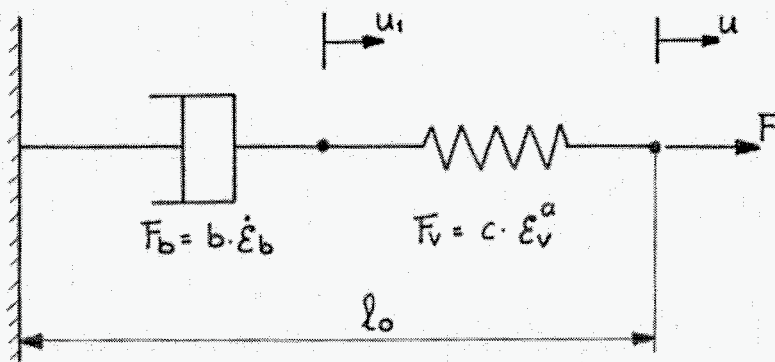
lineaire theorie	model van Fung
<p><math>F(t) = Y(t) \cdot \epsilon_0</math></p>  <p>                     stap 1: <math>F_1 = \epsilon_1 \cdot Y(t)</math>                      stap 2: <math>F_2 = \epsilon_2 \cdot Y(t-t_2)</math>                      stap 3: <math>F_3 = \epsilon_3 \cdot Y(t-t_3)</math>                      n: <math>F_n = \epsilon_n \cdot Y(t-t_n)</math> </p>	<p> <math>F(t) = G(t) \cdot F^{(e)}(\epsilon_0)</math>                      niet-lineair <math>F^{(e)} = f(\epsilon_0)</math> </p> <p>Stel:</p> $F^{(e)}(\epsilon_i - \epsilon_{i-1}) \approx F^{(e)}(\epsilon_i) - F^{(e)}(\epsilon_{i-1})$  <p>                     stap 1: <math>F_1 = G(t) \cdot F^{(e)}(\epsilon_1)</math>                      stap 2: <math>F_2 = G(t-t_2) \cdot F^{(e)}(\epsilon_2 - \epsilon_1)</math>                      stap n: <math>F_n = G(t-t_n) \cdot F^{(e)}(\epsilon_n - \epsilon_{n-1})</math> </p>
$F(t) = \sum_{i=1}^n Y(t-t_i) \cdot \epsilon_i$ $F(t) = \int_{-\infty}^t Y(t-\tau) \frac{d\epsilon(\tau)}{d\tau} d\tau$	$F(t) = \sum_{i=1}^n G(t-t_i) \cdot \{F^{(e)}(\epsilon_i) - F^{(e)}(\epsilon_{i-1})\}$ $F(t) = \int_0^t G(t-\tau) \cdot dF^{(e)}(\epsilon)$ $F(t) = \int_0^t G(t-\tau) \cdot \frac{dF^{(e)}(\epsilon)}{d\epsilon} \cdot \frac{d\epsilon}{d\tau} d\tau$

Schema: analogie van de lineaire visko-elasticiteitstheorie met het model van Fung.

2.2. Verificatie van het model van Fung voor een eenvoudig niet-lineair materiaalmodel

2.2.1. Inleiding

In deze paragraaf worden enkele berekeningen en de resultaten daarvan beschreven, die tot doel hadden om een indruk te krijgen van de bruikbaarheid van het model Fung bij de beschrijving van het gedrag van niet-lineaire visko-elastische materialen. De berekeningen zijn uitgevoerd aan de hand van een eenvoudig niet-lineair model, bestaande uit een lineaire demper (met dempingsconstante  $b$ ), in serie met een niet-lineaire veer (karakteristiek:  $F = c \cdot \epsilon^a$ ). Dit model is in wezen niet anders dan een niet-lineaire versie van het bekende Maxwell-model. (zie fig. 2.1). De systeemvergelijking, die bij dit model hoort, is een niet-lineaire



$l_0$ : referentielengte.  
 $u_1, u$ : verplaatsingen vanuit de referentiepositie.  
 $\epsilon_b = \frac{u_1}{l_0}$ ;  $\epsilon_v = \frac{u-u_1}{l_0} = \epsilon - \epsilon_b$ .  
 $a, b, c$ : constanten.

fig. 2.1: Niet-lineair Maxwell-model.

differentiaalvergelijking met constante coëfficiënten. In het volgende zal de respons op een tweetal typen rekpatronen worden bepaald, en wel op twee manieren:

- 1). oplossing van de exacte niet-lineaire differentiaalvergelijking ("exacte oplossing").
- 2). oplossing van de integraaluitdrukking die resulteert uit de beschrijvingswijze volgens Fung ("oplossing Fung").

In beide gevallen wordt de oplossing langs numerieke weg bepaald.

Als rekpatronen worden genomen:

- constante reksnelheid, verder aangeduid met "trekproef".
- sinusvormig variërende rek, verder aangeduid met "sinusproef".

2.2.2. Oplossingsmethoden

A. De exacte oplossing

Voor het beschouwde model (zie fig. 2.1) geldt:

$$F_b = b \cdot \dot{\varepsilon}_b \quad (2.11)$$

$$F_v = c(\varepsilon - \varepsilon_b)^a \quad (2.12)$$

$$F_b = F_v = F \quad (2.13)$$

Integratie van (2.11) levert samen met (2.13):

$$\varepsilon_b = \int_0^t \frac{F}{b} \cdot d\tau + A; \quad A: \text{integratieconstante} \quad (2.14)$$

Substitutie van (2.14) in (2.12) levert:

$$F = c \cdot \left( \varepsilon - \int_0^t \frac{F}{b} d\tau - A \right)^a \quad (2.15)$$

Hieruit volgt na enig elementair rekenwerk de systeemvgl. v.h. model:

$$F + \frac{b}{a} \cdot c^{-1/a} \cdot F^{(1/a - 1)} \cdot \dot{F} = b \cdot \dot{\varepsilon} \quad (2.16)$$

Voor de trekproef met constante reksnelheid  $v$  geldt:

$$\varepsilon = v \cdot t \quad (2.17)$$

Substitutie van (2.17) in (2.16) levert na herschrijving:

$$\dot{F} = \frac{(bv-F) \cdot a \cdot c^{1/a} \cdot F^{(1-1/a)}}{b} \quad (2.18)$$

Voor een sinusvormig rekpatroon:

$$\varepsilon = P(1 - \cos \omega t) \quad (2.19)$$

wordt (2.16):

$$\dot{F} = \frac{(b \cdot \omega \cdot P \cdot \sin \omega t - F) \cdot a \cdot c^{1/a} \cdot F^{(1-1/a)}}{b} \quad (2.20)$$

$F(t)$  kan uit de vergelijkingen (2.18) en (2.20) langs numerieke weg worden bepaald.

### B. Oplossing Fung

In 2.1 is de integraaluitdrukking van Fung afgeleid. Deze luidde:

$$F(t) = \int_0^t G(t-\tau) \cdot \frac{dF^{(e)}(\epsilon)}{d\epsilon} \cdot \frac{d\epsilon}{d\tau} d\tau \quad (2.14)$$

Op basis van fysische overwegingen wordt geponoerd dat:

$$F^{(e)} = F(t=0^+) = c \cdot \epsilon^a \quad (2.21)$$

Bij de bepaling van de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  wordt de volgende werkwijze aangehouden:

Beschouw de homogene differentiaalvergelijking

$$F + \frac{b}{a} \cdot c^{-1/a} \cdot F^{(1/a - 1)} \cdot \dot{F} = 0, \quad (2.22)$$

met als beginvoorwaarde:  $F(t=0^+) = F^{(e)}$ .

Voor het lineaire geval ( $a=1$ ) wordt deze differentiaalvgl.:

$$F + \frac{b}{c} \cdot \dot{F} = 0 \quad \text{met } F(0^+) = c \cdot \epsilon_0 = F^{(e)}$$

De oplossing hiervan wordt gegeven door:

$$F = c \cdot \epsilon_0 \cdot e^{-c/b \cdot t}$$

waarin  $c \cdot \epsilon_0 = F^{(e)}$  en  $e^{-c/b \cdot t} = G(t)$

Voor het niet-lineaire geval kan een identieke werkwijze gevolgd worden:

$$F(t=0^+) = c \cdot \epsilon^a \quad (2.21)$$

Oplossing van (2.22) met (2.21) levert dan de krachtrespons, die na normeren op  $F(t=0^+)$  de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  oplevert. De aldus gevonden  $G(t)$  zal onafhankelijk van de stapgrootte zijn en alleen afhangen van de constanten  $a$ ,  $b$  en  $c$  en uiteraard van  $t$ . Voor de trekproef ( $\epsilon = v \cdot t$ ) levert substitutie van de aldus gevonden  $G(t)$  en  $F^{(e)}$  (2.21) in vgl. (2.14):

$$F(t) = a \cdot c \cdot v^a \cdot \int_{\tau=0}^t G(t-\tau) \cdot \tau^{a-1} d\tau \quad (2.23)$$

Dit is identiek aan:

$$F(t) = a \cdot c \cdot v^a \cdot \int_{\tau=0}^t G(\tau) \cdot (t-\tau)^{a-1} d\tau \quad (2.24)$$

Voor de sinusproef ( $\epsilon = P(1-\cos \omega t)$ ) verkrijgt men op een analoge manier:

$$F(t) = c \cdot a \cdot P^a \cdot \omega \cdot \int_{\tau=0}^t G(t-\tau) \cdot \sin \omega \tau \cdot (1-\cos \omega \tau)^{a-1} d\tau \quad (2.25)$$

Oftewel:

$$F(t) = c \cdot a \cdot P^a \cdot \omega \cdot \int_{\tau=0}^t G(\tau) \cdot \sin \omega(t-\tau) \cdot \{1-\cos \omega(t-\tau)\}^{a-1} d\tau \quad (2.26)$$

De vergelijkingen (2.24) en (2.26) worden numeriek opgelost.

### 2.2.3. Rekenopzet

#### A. Beschrijving van de programma's

In bijlage 2 staat een uitvoerige beschrijving van de gebruikte programma's. Voor de exacte oplossing werden de programma's MAXWELL (voor de trekproef) en MAXWELLSIN (voor de sinusproef) gebruikt. Voor de oplossing m.b.v. het model Fung werden de programma's TREKPROEF respectievelijk SINUSPROEF gebruikt.

De uitvoer werd m.b.v. de standaardprocedure GRAFMAKER in grafiekvorm weergegeven.

In die grafieken wordt de krachtrespons  $F(t)$  als functie van  $\epsilon (= v \cdot t)$  of  $\omega \cdot t$  gegeven.

B. Invloed van de factor a op de krachtrespons

Bij de trekproef ( $\epsilon = v \cdot t$ ) werd a gevarieerd van 1.0 tot en met 1.4 met stappen van 0.1. De andere parameters werden in eerste instantie constant gehouden:

Dempingsconstante  $b = 1$ , veerconstante  $c = 1$  en reksnelheid  $v = 0.01$ .

Bij de sinusproef ( $\epsilon = P(1 - \cos \omega t)$ ) werd a gevarieerd van 1.0 tot en met 1.5 met stappen van 0.1. Ook hier werd de rest weer constant gehouden:

$b = 1$ ,  $c = 1$ , frekwentie  $\omega = 1$ , amplitude  $P = 0.05$ .

C. Invloed van de dempingconstante b

Voor de trekproef werd de dempingsconstante ook een keer een factor 10 kleiner gemaakt:  $b = 0.1$ . Verder werden de andere parameters gelijk genomen aan de waarden, die ze daarvóór ook hadden ( $c = 1$ ,  $v = 0.01$ ,  $a = 1.0 : 1.4 (0.1)$ ).

D. Invloed van de reksnelheid v

Bij de trekproef werd ook gekeken naar de invloed van de reksnelheid v. Voor v werden hiervoor de volgende waarden genomen:  $v = 0.01$ ,  $0.05$  en  $0.10$  ( $c = b = 1$ ,  $a = 1.4$ ).

E. Invloed van a op de gereduceerde relaxatiefunctie G(t)

Zoals in 2.2.2 staat vermeld werd voor discrete tijdstippen  $t_i$  de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t_i)$  bepaald middels het oplossen van de homogene d.v. (2.22) met als beginvoorwaarde  $F(t=0) = F^{(e)}$ . De zo berekende waarden  $G(t_i)$  werden opgeslagen in een array, waarna m.b.v. niet-lineaire kwadratenaanpassing (standaardprocedure MINIQWAD) een uitdrukking voor  $G(t)$  bepaald werd in de vorm van:

$$G(t) = e^{-t/\tau_r} \tag{2.27}$$

Voor het lineaire model geldt:  $\tau_r = b/c$ ; voor een niet-lineair model echter zal dit niet meer van toepassing zijn. Om na te gaan welke invloed de niet-lineariteit heeft op de uitdrukking voor  $G(t)$  (2.27) werd gekeken naar de afhankelijkheid van  $\tau_r$  als functie van a. a werd gevarieerd van 1.0 t/m 2.0 met stappen van 0.1.

Samengevat zijn de volgende gevallen doorgerekend:

Trekproef:  $a = 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$   
 $b = 1$  (fig. B2.1-2),  $0.1$  (fig. B2.5-6) invloed van  $a$  en  $b$   
 $c = 1$   
 $v = 0.01$

$a = 1.4$   
 $b = 1$  invloed van  $v$   
 $c = 1$  (fig. B2.7-8)  
 $v = 0.01, 0.05, 0.10$

Sinusproef:  $a = 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5$   
 $b = 1$   
 $c = 1$  invloed van  $a$   
 $\omega = 1$  (fig. B2.3-4)  
 $p = 0.05$

$G(t)$ :  $a = 1.0 \div 2.0 (0.1)$   
 $b = 1$  (fig. 2.5)  
 $c = 1$

#### 2.2.4. Resultaten

Zoals reeds vermeld werd de berekende krachtrespons altijd grafisch weergegeven. Deze grafieken zijn te vinden in bijlage 2.

Aan de hand van deze figuren werden de volgende relatieve afwijkingen bepaald: (fig. 2.2):

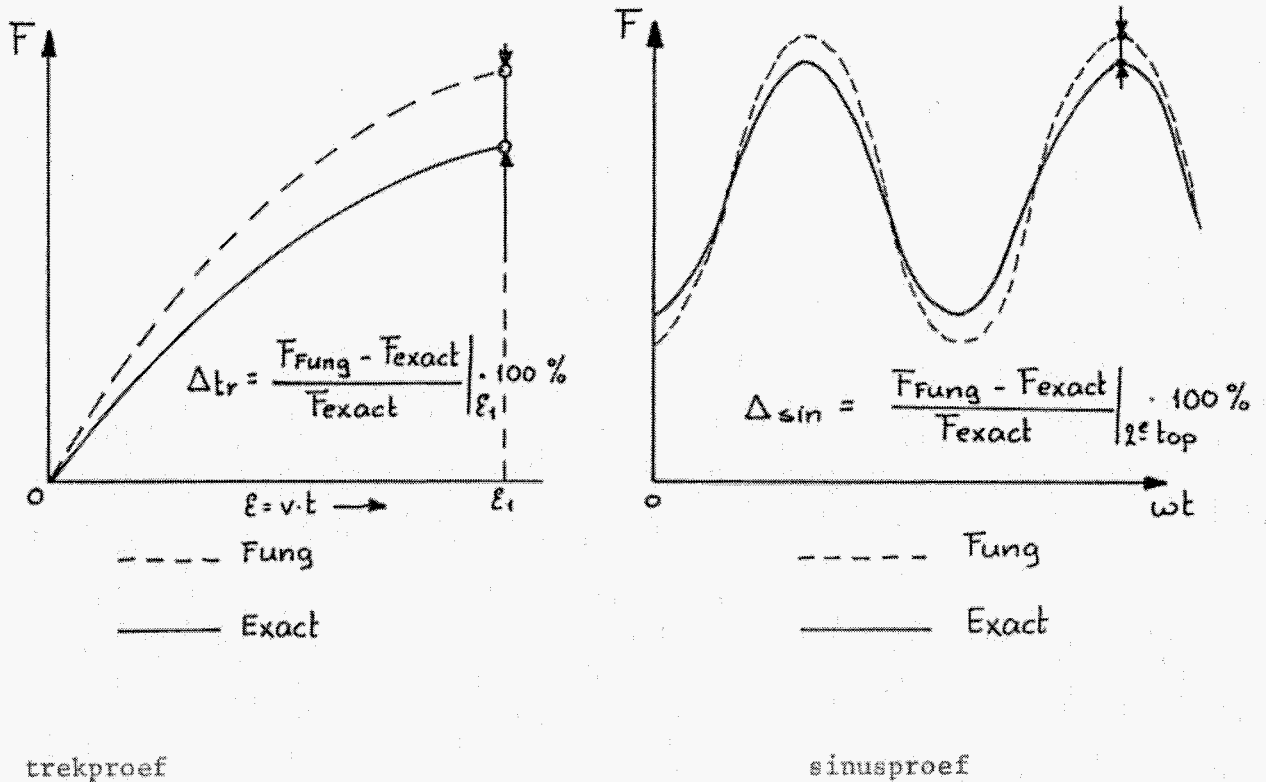


fig. 2.2: definitie van de relatieve afwijkingen.

- voor de trekproef:  $\Delta_{tr} = \frac{F_{Fung} - F_{exact}}{F_{exact}} \Big|_{\epsilon_1} \cdot 100\%$

hierbij heeft  $\epsilon_1$  de waarde van 0.1.

Dit betekent bij een referentielengte  $\ell_0 = 1$  van het model een rek van 10%.

- voor de sinusproef:  $\Delta_{sin} = \frac{F_{Fung} - F_{exact}}{F_{exact}} \Big|_{2e\ top} \cdot 100\%$

In de tweede top (zie fig. 2.2) heeft het systeem reeds de steady state bereikt. De topwaarde van de rek bedraagt  $2P$ . Dit komt overeen met  $\hat{\epsilon} = 0.1$ , oftewel met  $\hat{\epsilon} = 10\%$  (van de referentielengte).

In tabel 2.1 zijn deze relatieve afwijkingen berekend voor de verschillende waarden van  $a$ . Tabel 2.2 geeft de invloed van  $b$  op de relatieve afwijking  $\Delta_{tr}$  en in tabel 2.3 is de invloed van de reksnelheid  $v$  op de relatieve afwijking weergegeven:



a	$\epsilon_1 = 0.1$	$\hat{\epsilon} = 0.1$
	$\Delta tr(\%)$	$\Delta sin(\%)$
1.0	0	0
1.1	-15	-4
1.2	-29	-3
1.3	-40	+1
1.4	-49	+7
1.5		+9

$$\Delta tr = \frac{F_{Fung} - F_{exact}}{F_{exact}} \Big|_{\epsilon_1} * 100\%$$

$$\Delta sin = \frac{F_{Fung} - F_{exact}}{F_{exact}} \Big|_{\hat{\epsilon}} * 100\%$$

tabel 2.1: invloed van a (c = 1, v = 0.01, p = 0.05, b = 1, ω = 1).

a \ b	0.1	1
1.0	0	0
1.1	+15	-15
1.2	+15	-29
1.3	+8	-40
1.4	-2	-49

$\Delta tr(\%)$

$\epsilon_1 = 0.1$

tabel 2.2: invloed van b (c = 1, v = 0.01)

v	$\epsilon_1 = 0.2$
	$\Delta tr(\%)$
0.01	-34
0.05	-29
0.10	-19

tabel 2.3: invloed van v (c = b = 1, a = 1.4)

Het een en ander is in de figuren 2.3 en 2.4 grafisch weergegeven.

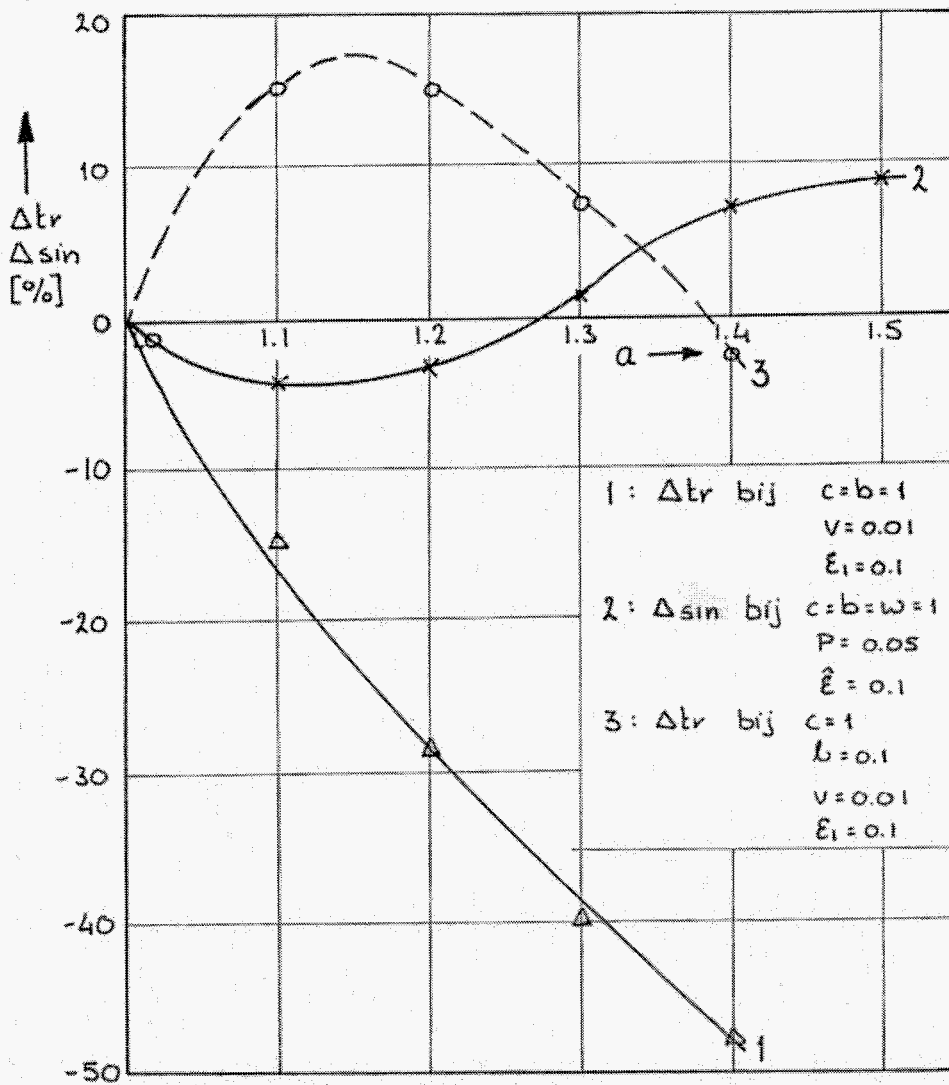


fig. 2.3. De relatieve afwijkingen  $\Delta tr$  en  $\Delta sin$  als functie van de factor a.

(1 en 3 geven iets van de invloed van b weer).

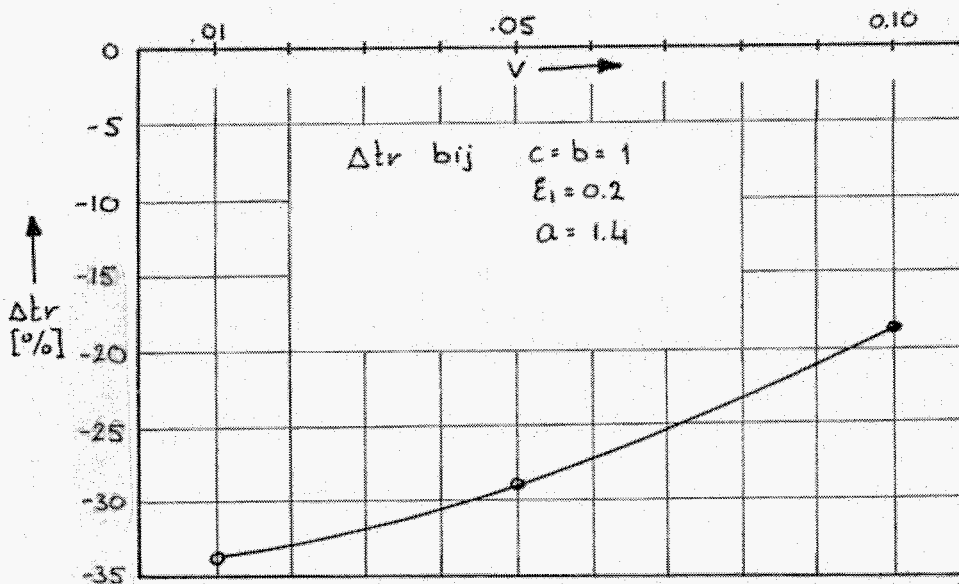


fig. 2.4. De relatieve afwijking  $\Delta tr$  als functie van de reksnelheid v.

Voor de m.b.v. de standaardprocedure MINIQAD bepaalde aanpassing van  $G(t)$ :

$$G(t) = e^{-t/\tau r}$$

is het resultaat weergegeven in tabel 2.4 en figuur 2.6.

a	$\tau r$
1.0	1.0
1.1	0.97842
1.2	0.95555
1.3	0.93231
1.4	0.90931
1.5	0.88693
1.6	0.86539
1.7	0.84481
1.8	0.82524
1.9	0.80668
2.0	0.78911

tabel 2.4: waarden van de met MINIQAD bepaalde  $\tau r$ , als functie van a.

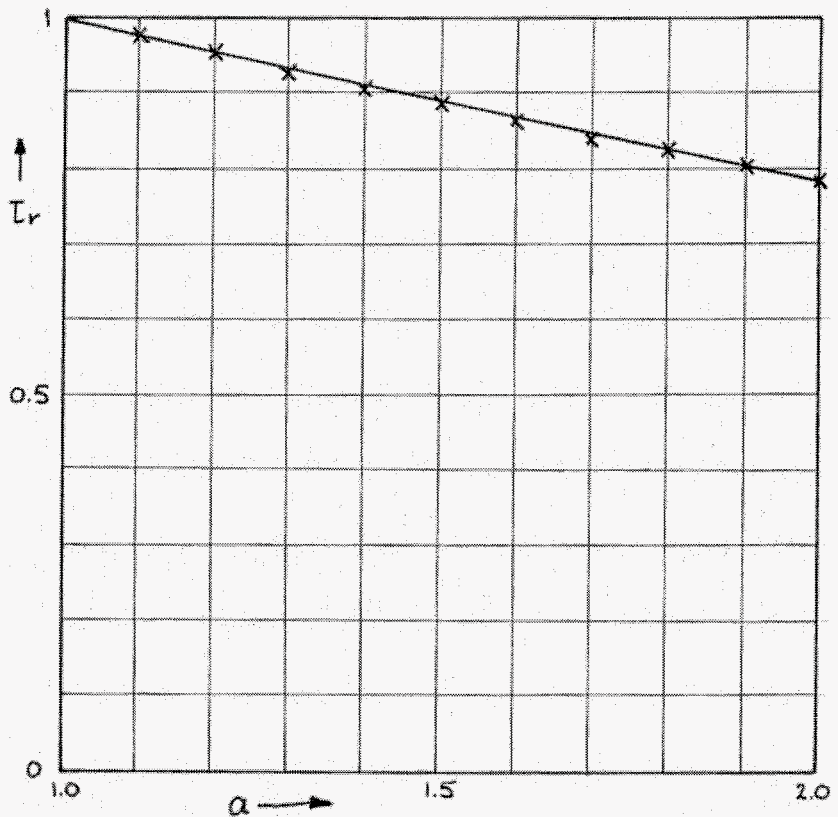


fig. 2.6.:  $\tau r$  als functie van a ( $c = b = 1$ ).

Hoe goed de aanpassing van  $G(t)$  is, die met MINIQAD wordt bepaald is te zien in fig. 2.7. Daar staat voor  $a = 1.5$  de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  uitgezet, zoals deze bepaald is d.m.v. vgl. (2.22) en m.b.v. MINIQAD. Daaruit blijkt dat de aanpassing goed voldoet.

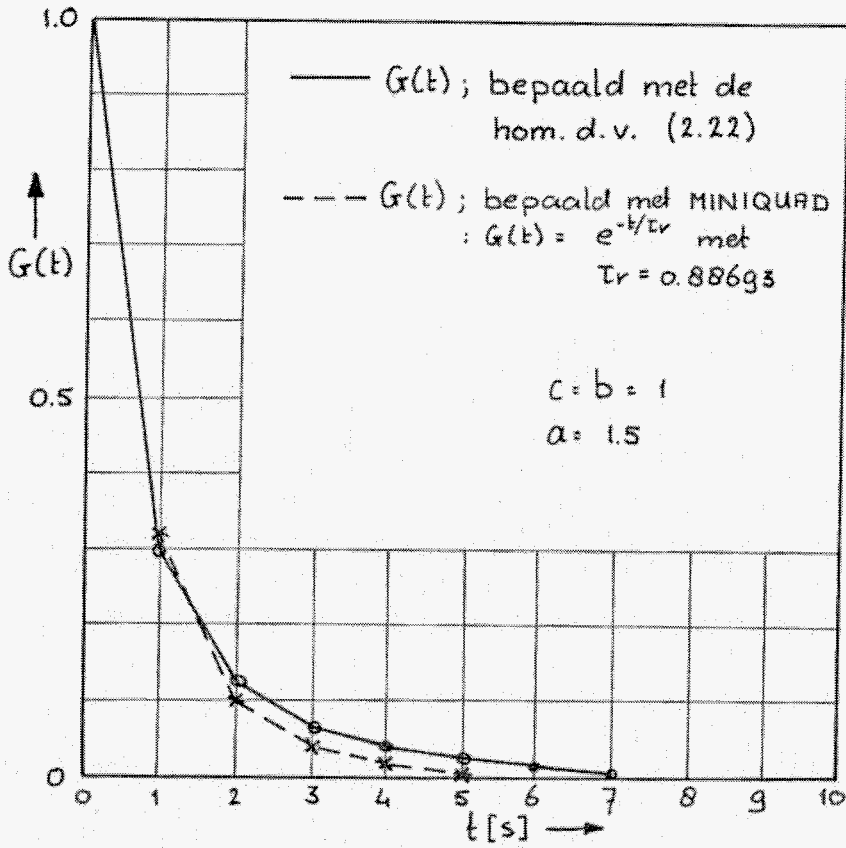


fig. 2.7.: De gereduceerde relaxatiefunctie.

### 2.2.5. Conclusies

#### 1. Invloed van a (tabel 2.1, fig. 2.3)

In het beschouwde gebied voor de waarden van a ( $a = 1 \div 1.5$ ) blijkt dat bij de trekproef met constante reksnelheid ( $v = 0.01$ ) de relatieve afwijking in absolute waarde nagenoeg lineair toeneemt bij toenemende waarden van a. Voor  $a = 1.4$  bedroeg die afwijking -49%. Dit geldt voor een rek van 10% ( $\epsilon_1 = 0.1$  bij een referentielengte  $l_0 = 1$ ) (zie fig. 2.3). Er mag gesteld worden dat Fung in dit gebied erg grote afwijkingen geeft.

In vergelijking met de trekproef bleef de relatieve afwijking  $\Delta \sin$  bij sinusvormige rekken ( $\epsilon = p(1 - \cos \omega t)$ ) beperkt. De maximale afwijking in het gebied van  $a = 1.0 \div 1.5$  bedroeg 9%. De afwijking was in het gebied van  $a = 1.0 \div 1.2$  negatief en voor  $a > 1.2$  weer positief (fig. 2.3).

Voor het lineaire geval ( $a=1$ ) stemde "Fung" geheel overeen met de exacte oplossing, zoals dat theoretisch ook moest gelden.

De invloed van de factor a op de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t) = e^{-t/\tau_r}$  zou men zwak afhankelijk kunnen noemen. In fig. 2.6 is de d.m.v. MINIQAD bepaalde "relaxatietijd"  $\tau_r$  uitgezet als functie van a, voor waarden van a, die liggen tussen 1 en 2.

Voor  $a = 1 : \tau_r = 1$

Voor  $a = 2 : \tau_r \approx 0.8$

Het verband tussen  $\tau_r$  en a is vrijwel lineair.

Als wordt gekeken hoe goed de aanpassing is van de gereduceerde relaxatiefunctie, bepaald met MINIQAD, dan ziet men (fig. 2.7) dat de afwijkingen tussen de discrete waarden als numerieke oplossing van de homogene diff. vgl. (2.22) en de functie-aanpassing op deze discrete waarden in de zin van de methode der kleinste kwadraten, vrij klein zijn (maximale afwijking 0.03).

Deze berekening geldt voor een niet-lineair geval, nl.  $a = 1.5$ .

#### 2. Invloed van b (tabel 2.2; fig. 2.3; karakteristiek 1 en 3)

Indien b een factor 10 kleiner wordt gemaakt ( $b = 0.1$ ), dan ziet men dat de afwijkingen, in vergelijking met de afwijkingen bepaald bij  $b = 1$ , in absolute zin kleiner worden (fig. 2.3). M.a.w. het model van Fung vormt een betere benadering voor de krachtrespons, wanneer b kleiner wordt.

Als de trekproef ( $c = v.t$ ) wordt toegepast op een lineair Maxwell-model dan geldt de volgende differentiaalvergelijking:

$$F + \frac{b}{c} \cdot \dot{F} = b\dot{c} = bv$$

De oplossing hiervan wordt gegeven door:

$$F = b.v + e^{-t/\tau}$$

Hiervoor geldt dat bij een kleinere waarde van  $b$  de snelheidsafhankelijkheid afneemt.

Indien dit ook het geval zou zijn voor het niet-lineaire Maxwell-model, zou men kunnen zeggen dat voor kleinere  $b$  het model minder afhankelijk van  $v$  wordt.

Daar we uit Fung's beschouwingen zouden kunnen concluderen dat zijn model de zwak frekwentie afhankelijke modellen goed beschrijft, zouden we hem aan de hand van deze rekenresultaten in het gelijk moeten stellen.

### 3. Invloed van $v$

Bij dezelfde waarde voor de rek ( $\epsilon_1 = 0.2$ ) ( $c = b = 1$ ;  $a = 1.4$ ) zien we de afwijking  $\Delta r$  iets afnemen bij toenemende waarden van  $v$ .

Een voorzichtige conclusie zou hier mogen zijn dat bij toenemende waarde van  $v$ , het model van Fung de exacte oplossing beter benadert. (in dit gebied van de reksnelheid  $v$ :  $v = 0.01 \div 0.10$ ).

### 2.2.6. Follow-up

Er is bij deze verificatie van het model van Fung slechts gekeken naar één niet-lineair Maxwell-element.

Uit de beweringen, die in Fung's beschouwingen telkens weer opduiken, nl.:

1. de karakteristieken van de meeste biologische weefsels zijn zwak afhankelijk van de frekwentie.
2. het model van Fung geeft een goede beschrijving van de eigenschappen van deze weefsels.

zou geconcludeerd kunnen worden dat het model van Fung de karakteristieken van zwak frekwentie afhankelijke modellen goed beschrijft.

Om deze conclusie te staven zou dezelfde rekenprocedure (zoals deze in dit hoofdstuk is toegepast) moeten worden toegepast op een zwak snelheidsafhankelijk model.

Zo'n model kan opgebouwd gedacht worden uit een aantal parallel geschakelde (niet-lineaire) Maxwell-elementen, waarvan de veerconstanten  $c_i$  onderling niet sterk verschillen en waarbij de tijdconstanten  $\tau_i$  wel een grote spreiding vertonen (zie 1.4).

De relatieve afwijkingen  $\Delta r$  en  $\Delta s$  zouden dan voor dit model kleiner moeten worden dan de afwijkingen, bepaald in dit hoofdstuk.

Opmerking: een mogelijke oorzaak van afwijkingen ligt in de kwaliteit van de aanpassing van  $G(t)$ . Een gevoeligheidsanalyse op  $G(t)$  zou hierover mogelijk uitsluitsel kunnen geven.

### Hoofdstuk 3. Algemene beschrijving van de experimenten

Zoals reeds in het voorwoord is gezegd, is het hoofddoel van de experimenten, besproken in dit rapport, het ontwikkelen van meetprocedures.

De feitelijke meetresultaten, die d.m.v. de zo bepaalde meetprocedures, verkregen zijn, zijn van secundair belang. Er zullen hooguit tendenzen kunnen worden aangegeven. Allereerst zal in dit hoofdstuk de motivatie en samenhang van de verschillende soorten experimenten aan de orde komen (3.1), waarna er enkele aspecten worden besproken, die belangrijk zijn bij de diverse meetopstellingen (3.2).

Tenslotte zal in 3.3 een foutenanalyse worden besproken. Ook een foutenanalyse behoort bij het ontwikkelen van een meetprocedure. Immers, men dient bijvoorbeeld ook te weten hoe vaak men een bepaald type experiment moet uitvoeren om tot een bepaalde, vooraf vastgestelde, nauwkeurigheid te komen. Tevens zullen er variantie-analyses verricht moeten worden om bepaalde (on)afhankelijkheden aan te kunnen geven.

#### 3.1. Motivering van en samenhang tussen de verschillende experimenten

##### 3.1.1. De preconditioneringsproeven

De grote moeilijkheid, die optreedt bij het meten aan biologisch weefsel, is dat er vaak gemeten moet worden in vitro. D.w.z. dat het proefstrookje uit het lichaam van de donor wordt genomen. Hierdoor worden enkele veranderingen aan het weefsel teweeggebracht.

Deze veranderingen kunnen onderverdeeld worden in irreversibele en reversibele veranderingen:

i). Irreversibele veranderingen. Deze worden veroorzaakt door:

- . degeneratieprocessen, die op gang komen, meteen na intrede van de dood van de donor. Deze degeneratieprocessen worden zo klein mogelijk gehouden door de tijdsduur tussen intrede van de dood en experiment te minimaliseren.

Ook kan deze invloed verkleind worden door vóór en tijdens het experiment de fysiologische omstandigheden zo goed mogelijk na te bootsen.

- . Beschadigingen t.g.v. uitprepareren van het proefstrookje. Deze beschadigingen kunnen zo klein mogelijk worden gehouden door voorzichtig uitprepareren.



ii). Reversibele veranderingen. Deze treden op t.g.v. een vermindering van de graad van oriëntatie van vezelstructuren.

Dit verschijnsel kan op de eerste plaats optreden als gevolg van het wegvallen van het fysiologisch milieu en de daarbij behorende belastingen.

Een andere mogelijke oorzaak zijn de manipulaties waaraan het weefsel is blootgesteld tijdens het uitprepareren.

Soortgelijke, mogelijk zelfs meer ingrijpende verschijnselen zullen optreden bij het inklemmen van het proefstuk.

De veranderingen in de mechanische eigenschappen, die het gevolg zijn van de hierboven beschreven reversibele veranderingen, zullen gedeeltelijk ongedaan gemaakt worden, zodra het proefstuk in een omgeving wordt gebracht, die zoveel mogelijk lijkt op de oorspronkelijke fysiologische omgeving. Het aanbrengen van bepaalde belastingen zal daarbij zorgen voor een heroriëntatie van de vezelstructuren. Dit proces van heroriëntatie ("zetten van het weefsel") zal zich manifesteren in een veranderende respons van het weefsel op het herhaald opdwingen van identieke belasting- of vervormingspatronen. Naarmate de heroriëntatie toeneemt zal de respons stabiliseren.

Procedures, die tot doel hebben om stabiele materiaalkarakteristieken te verkrijgen, die betrekkelijk onafhankelijk zijn van manipulaties die het weefsel van tevoren heeft ondergaan, worden algemeen aangeduid met de verzamelnaam "preconditioneringsprocedures".

Uit het voorgaande zal duidelijk zijn, dat volledig stabiele (en dus reproduceerbare) belasting-vervormingsrelaties met geen enkele preconditioneringsprocedure haalbaar zijn. Immers, hoe sterk de vertraging van de degeneratieprocessen door het scheppen van fysiologische omstandigheden tijdens een experiment ook is, een volledige stopzetting van deze processen is onmogelijk.

Daar staat tegenover dat vermelding van de gevolgde preconditioneringsprocedures bij de presentatie van experimentele resultaten het uiteindelijk mogelijk moet maken om gegevens uit verschillende experimenten zo objectief mogelijk te vergelijken.

Met nadruk wordt erop gewezen dat de in het voorgaande geschetste gedachtengang een aantal speculatieve en dus onzekere elementen omvat. Daar staat tegenover dat zowel de op dit onderwerp betrekking hebbende literatuurgegevens als de waarnemingen bij eigen onderzoek geen tegenspraak leveren bij toetsing aan deze gedachtengang.

Het preconditioneringsgedrag is uitgebreid bestudeerd aan de hand van één bepaald type experiment, namelijk de trekproef met constante reksnelheid. Voor de hierna te bespreken andere typen experimenten is het preconditioneren van even groot belang.

De gepreconditioneerde toestand bij een bepaald type experiment wordt verkregen door herhaalde uitvoering van dat experiment.

### 3.1.2. Trekproef met constante reksnelheid

Het doel van het uitvoeren van een trekproef met constante reksnelheid is:

- 1). Het opsporen van eventueel aanwezige visko-elastische fenomenen, zoals:
  - invloed van de reksnelheid op de belasting-*vervormings* karakteristiek.
  - energiedissipatie, die tot uiting moet komen in de aanwezigheid van een hystereselus.
- 2). Een beter inzicht proberen te krijgen in het fenomeen preconditioneren (zie hoofdstuk 4).
- 3). Het toetsen van het model van Fung.

### 3.1.3. Relaxatieproeven

Indien men de mechanische eigenschappen van het te onderzoeken materiaal wil beschrijven met behulp van het model van Fung (zie hoofdstuk 2), moet men onderzoeken of de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  en de elastische respons  $F^{(e)}$  voor dat materiaal bestaan.

Zoals in hoofdstuk 1 beschreven werd, worden deze functies (de gereduceerde relaxatiefunctie en de elastische respons) verkregen door het uitvoeren van een relaxatieproef met verschillende stapgroottes.

Vandaar dat de relaxatieproef van wezenlijke betekenis is, voor het onderzoek naar de bruikbaarheid van het model van Fung bij de beschrijving van het materiaalgedrag.

Als op een strookje materiaal een aantal relaxatieproeven worden uitgevoerd (met verschillende stapgroottes), dan worden hieruit de functies  $G(t)$  en  $F^{(e)}$  verkregen.

Vervolgens kan de respons van hetzelfde strookje op een trekproef met constante reksnelheid ( $\epsilon = v \cdot t$ ) worden bepaald.

Vergelijking van deze experimenteel bepaalde respons met die welke door de integraaluitdrukking (2.14), met daarin gesubstitueerd de experimenteel bepaalde functies  $G(t)$  en  $F^{(e)}$ , wordt voorspeld, levert dan een toetsing van het model van Fung.

Deze toetsprocedure is bij de in dit rapport besproken experimenten echter nog niet uitgevoerd.

#### 3.1.4. Proeven met sinusvormige verlengingen ("sinusproeven")

Bij deze experimenten, die in het vervolg worden aangeduid met "sinusproeven", wordt het materiaal onderworpen aan een rek die sinusvormig in de tijd varieert.

Eenmaal in de steady state zal dan ook de kracht een sinusvormig karakter hebben.

Het doel van deze experimenten is:

- 1). het opsporen van eventueel aanwezige visko-elastische fenomenen via de bepaling van storage- en lossmodulus.
- 2). onderzoek naar de frekwentie-afhankelijkheid van materiaalkarakteristieken; dit is echter bij de hier besproken experimenten nog niet gedaan omdat de meetopstelling daartoe niet geschikt was.
- 3). het toetsen van het model van Fung.

Het voordeel van de sinusproef boven de trekproef (zie 3.1.2) is dat de sinusproef "goed te hanteren" is. Het ingangssignaal, dat in tegenstelling tot het ingangssignaal bij de trekproef, een voornamelijk dynamisch karakter heeft, is analytisch gemakkelijk te beschrijven.

Alle experimenten, die in dit hoofdstuk zijn besproken, zouden uitgevoerd kunnen worden op zowel sinus- als vliesweefsel (zie hoofdstuk 0). Eventuele belangrijke verschillen tussen deze beide rekweefseltypen zouden dan naar voren kunnen komen.

3.2. Enkele aspecten bij de experimenten

3.2.1. Het te onderzoeken materiaal

Als materiaal voor het onderzoek werden varkens-aortakleppen gebruikt. Deze kleppen lijken qua vorm, structuur en afmetingen sterk op de menselijke klep.

Van het gemeentelijk slachthuis te Eindhoven werden varkensharten betrokken die ca. een kwartier na het tijdstip van de slachting ter beschikking kwamen. Tijdens het vervoer van het slachthuis naar de proefopstelling bevonden de harten zich in een gekoelde fysiologische zoutoplossing.

De slachtvarkens waren ongeveer een half jaar oud en wogen ca. 80 kg. Na aankomst bij de meetopstelling werden de kleppen onmiddellijk uit-geprepareerd. Hiertoe werd de aorta in langsrichting opengesneden, zodanig dat de snede door een kommissure ging. De nu vrijgekomen vliezen konden vervolgens verwijderd worden. Ook het te onderzoeken sinusweefsel kan dan uitgesneden worden.

Voor het snijden van de proefstrookjes is een speciaal stansapparaat vervaardigd. Hiermee is het mogelijk om strookjes met nauwkeurig bekende en constante breedte te verkrijgen. Tevens is de mogelijkheid aanwezig om een stuk weefsel gelijktijdig in een aantal evenwijdige strookjes te verdelen. De strookjes hebben een breedte van 3 mm. Voor de codering van een proefstrookje worden 4 symbolen gebruikt (zie fig. 3.1):

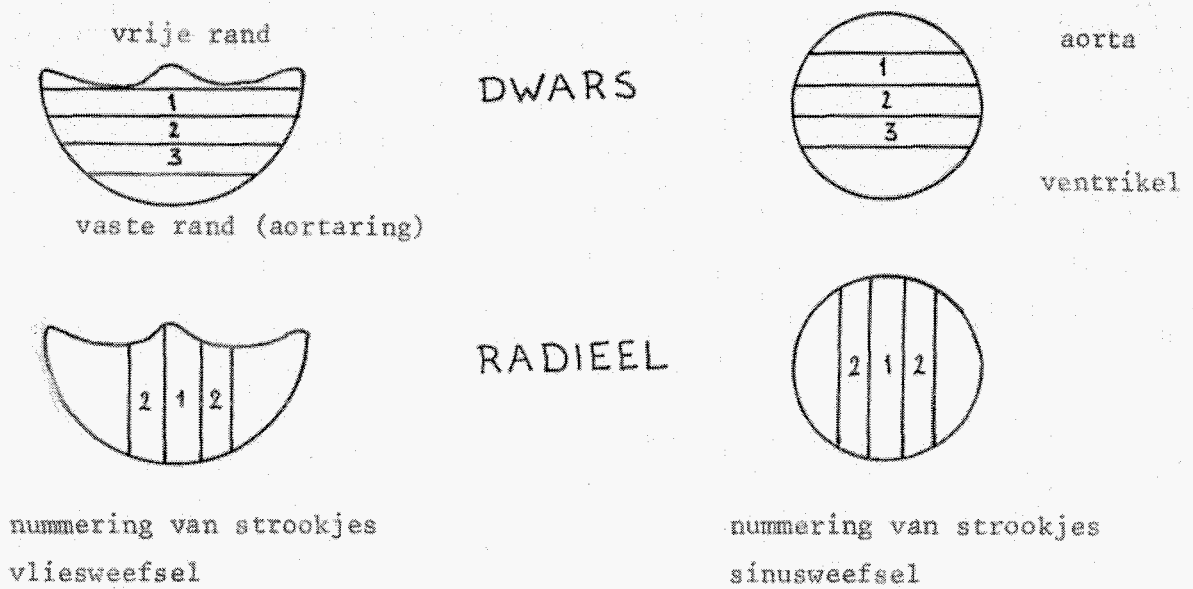


fig. 3.1.: codering van de proefstrookjes.

Als voorbeeld kan gegeven worden: vlies L.C. 1.d.

Na de naam van het soort weefsel (vlies) geven de daaropvolgende twee symbolen aan of men te maken heeft met links-coronair (L.C.), rechts-coronair (R.C.) of non-coronair (N.C.) weefsel. Het daarop volgende cijfer geeft de globale plaats aan waar het proefstrookje is genomen (zie fig. 3.1).

Het laatste symbool geeft aan in welke richting het proefstrookje genomen is (d = dwarsrichting; r = radiële richting). In dit rapport is hoofdzakelijk gekeken naar de materiaaleigenschappen in dwarsrichting. Er zijn slechts enkele experimenten verricht met weefsel uit radiële richting, daar de tijd niet méér toeliet.

### 3.2.2. De inklemming van de proefstrookjes

Bij het ontwerp van de inklemming is aandacht besteed aan de volgende aspecten:

- de belasting moet gelijkmatig verdeeld over de breedte van het proefstrookje worden aangebracht.
- beschadiging van het proefstuk t.g.v. het inklemmen dient vermeden te worden.
- er mag geen slip in de inklemming optreden.
- de mogelijkheid moet bestaan om diverse typen klemvlakken te gebruiken.
- een eenduidige en reproduceerbare positionering van de klemvlakken t.o.v. elkaar moet gerealiseerd kunnen worden.
- voorspanning in het proefstrookje t.g.v. het inklemmen dient vermeden te worden.
- de inklemprocedure moet zo weinig mogelijk tijd in beslag nemen, m.a.w. de procedure moet eenvoudig zijn.

Al deze punten leiden tot een uitvoering van de klemmen, welke beschreven staat in [10], blz. 2 - 4. Ook de inklemprocedure staat daar vermeld.

### 3.2.3. Korte beschrijving van de meetopstellingen

In deze paragraaf worden 3 meetopstellingen besproken:

- meetopstelling I: voor de preconditionerings- en trekproeven.
- meetopstelling II: voor de relaxatieproeven.
- meetopstelling III: voor de sinusproeven.

Als basis bij al deze meetopstellingen wordt de ZWICK 1434 - trekbank gebruikt [11].

### Meetopstelling I

Figuur 3.2 geeft een overzicht van de voornaamste componenten van de meetopstelling I. De kleminrichting (leibaan B en klemmen C) bevindt zich in het met een fysiologische zoutoplossing gevulde reservoir D. Op de bodem van het reservoir is een verwarmingselement (42 V/100 W) gemonteerd (in fig. 3.2 niet weergegeven).

Variaties in de opwaartse kracht op de bovenste (bewegende) klem, die optreden bij beweging van de klem t.o.v. het vloeistofoppervlak, zijn als volgt geëlimineerd: M.b.v. een meeneemmechanisme wordt de beweging van de traverse rechtstreeks overgebracht op het reservoir. Daardoor zal de positie van het reservoir niet veranderen t.o.v. de bovenste klem, die via de krachtmeter 1 (zie bijlage 3) met de traverse verbonden is. Variaties in het vloeistofniveau t.o.v. de bovenste klem t.g.v. de beweging van het reservoir t.o.v. de geleidestang E worden opgeheven door het vast met E verbonden hulpstuk A. De diameters van A en E zijn gelijk.

De verplaatsing wordt door de rekmeter (Zwick; 1400) geregistreerd d.m.v. de onderste taster, die rust op een horizontaal vlakje op het verbindingsstuk tussen de bovenste klem en de krachtmeter 1. (Hottinger; U-1).

De hoekverdraaiing van de tasterarm levert een variatie van de door die taster uitgeoefende kracht, wat tot gevolg heeft dat er een systematische fout in de krachtmeting wordt geïntroduceerd.

In bijlage 4 van [10] is de waarde van deze verticaal omlaag werkende kracht als functie van de tasterstand weergegeven. De variatie van deze kracht bedraagt bij een verticale traverseverplaatsing van 40 mm.:

$$3,5 * 10^{-3} \text{ N.}$$

Wanneer de belasting, die op de krachtmeter 1 werkt, varieert, zal de positie van de bovenste klem t.o.v. het vloeistofoppervlak eveneens variëren. Dit komt doordat de meetstift van de krachtmeter 1 een meetweg van ca. 0.4 mm. (bij 5 N.) heeft. Het effect hiervan is echter verwaarloosbaar, evenals de variatie van de kracht t.g.v. variërende tasterstand.

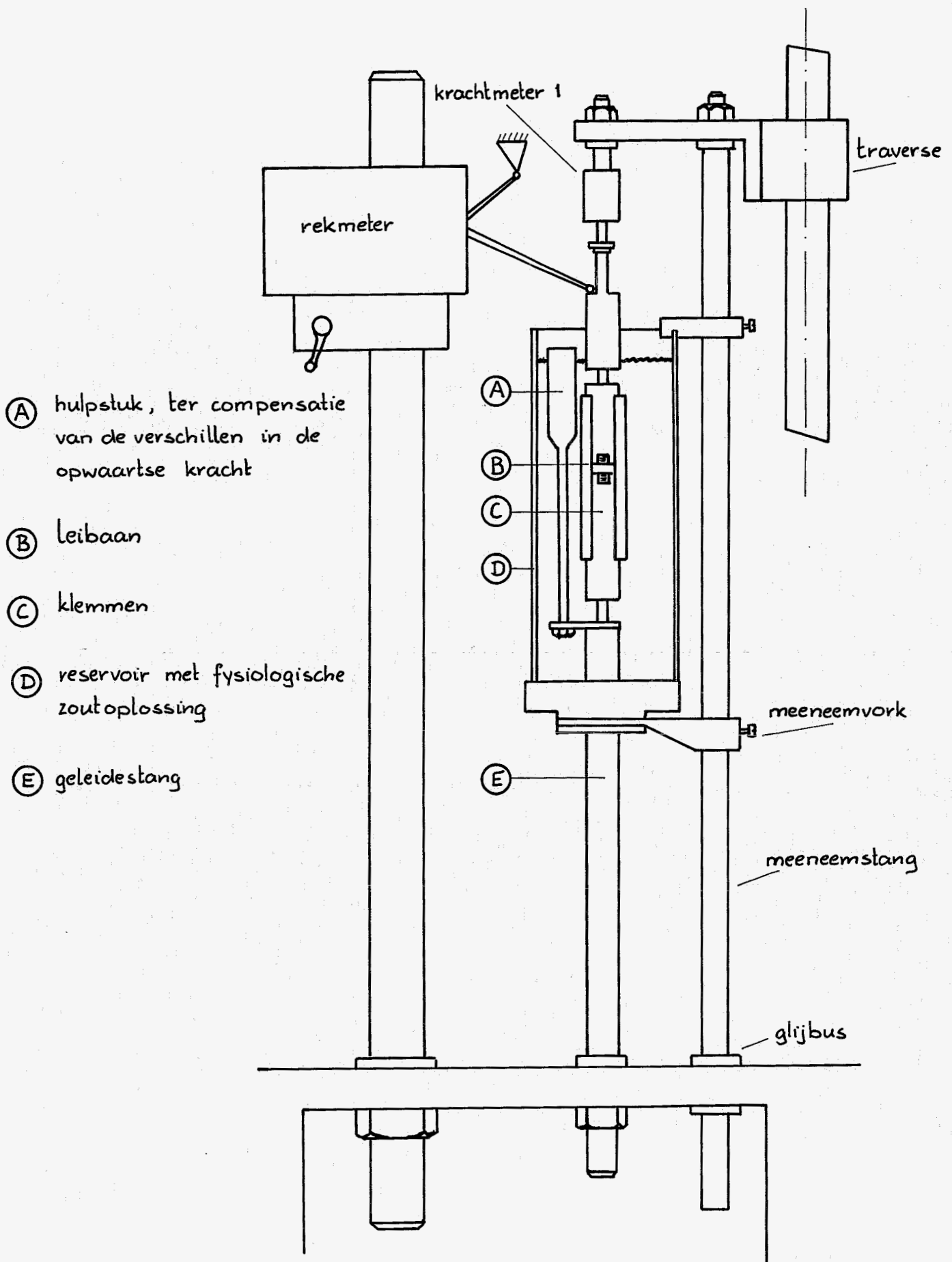


FIG. 3.2 : globaal overzicht van meetopstelling I.

De proefstrookjes bevinden zich tijdens de preconditioneringsproeven en de trekproeven met constante snelheid (hoofdstukken 4 en 5) in een fysiologische zoutoplossing (0.9 gew. % NaCl).

M.b.v. een verwarmingselement en een thermostatische regeling wordt de temperatuur van de oplossing gehandhaafd op  $37 \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ . De temperatuur wordt gemeten met een temperatuurgevoelige weerstand (NTC, 10 k $\Omega$ ). Een beschrijving van deze temperatuurregeling is te vinden in de bijlagen 1, 2 en 3 van [10].

### Meetopstelling II

Fig. 3.3 geeft een globaal overzicht van de meetopstelling II.

Enkele opmerkingen hierbij:

- De geleidestang E, het reservoir D, het hulpstuk A, de onderste klem C en de beide meeneemvorken uit de opstelling I zijn verwijderd en vervangen door een hulpstuk, waarmee stapvormige verplaatsingen gerealiseerd kunnen worden. De beschrijving en werking van dit apparaat, dat in het vervolg zal worden aangeduid met "stapgenerator", is te vinden in [12], blz. 1-3.
- Het proefstrookje wordt vochtig gehouden door op geregelde tijden enkele druppels fysiologische zoutoplossing erop te spuiten. Dit gebeurt met een injectiespuit.
- Van de rekmeter wordt alleen gebruik gemaakt bij het instellen van de stapgrootte en bij het op voorspanning brengen van het strookje.
- De krachtmeter 1 (Hottinger; U-1) is vervangen door de krachtmeter 2 (Kistler; 9301). Deze kan, in combinatie met een ladingsversterker (Kistler; 5001), zowel dynamisch als quasi-statisch meten.
- Het krachtmeetsignaal wordt, evenals bij de meetopstelling I direct op magneet-band opgenomen en later uitgeschreven.

### Meetopstelling III

Figuur 3.4 geeft een overzicht van de meetopstelling III, welke benodigd is voor het verwezenlijken van sinusproeven.

Ook hier moeten weer de geleidestang E, het reservoir D en het hulpstuk A met de beide meeneemvorken (uit opstelling I) worden verwijderd. Hiervoor in de plaats wordt dan een mechanische sinusgenerator aangebracht. Dit is een kruk-kruisschuifmechanisme, dat met een hoog-toerige elektromotor (6000<sup>omw</sup>/min.) en een grote overbrenging (60:1) wordt aangedreven. Op het uiteinde van dit apparaat kan dan de onderste klem C worden bevestigd.



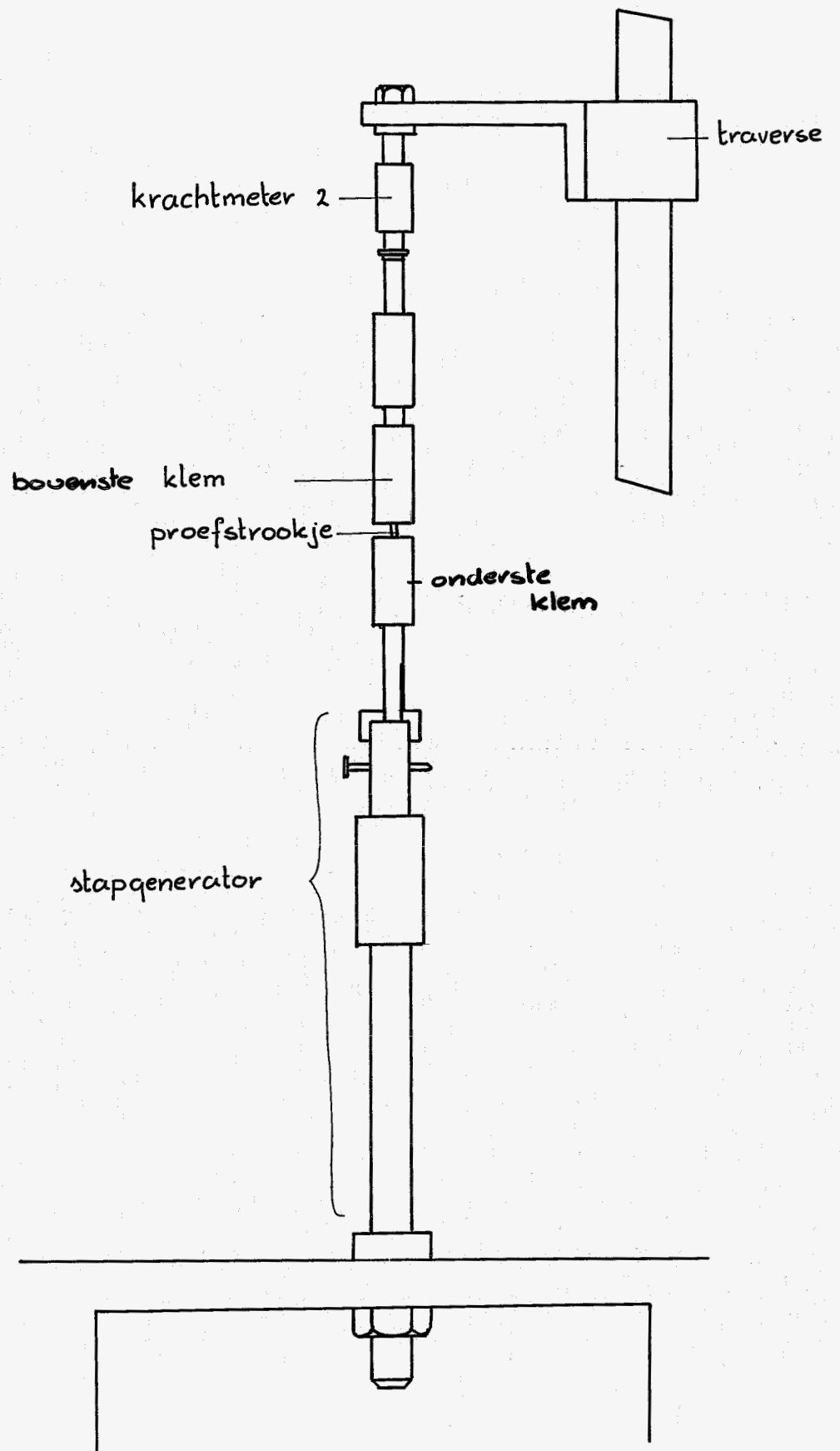


FIG. 3.3 : Meetopstelling II (relaxatieproeven)

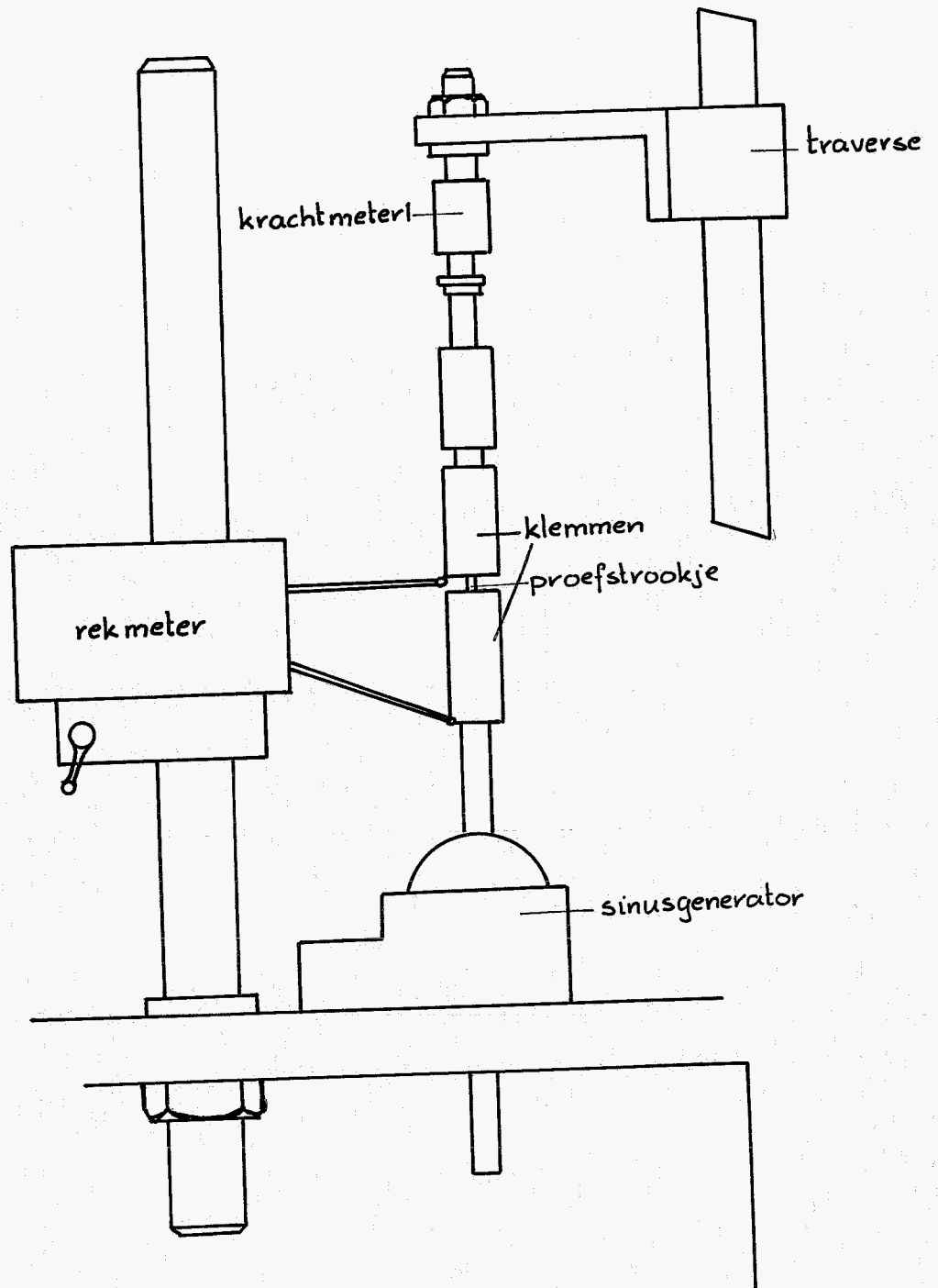


FIG. 3.4 : Meetopstelling III (sinusproeven)

De verlengingen worden gemeten met de rekmeter.

Wel worden nu de beide tasters van de rekmeter gebruikt: de onderste taster komt op de onderste klem te rusten; de bovenste taster tegen de bovenste klem.

De kracht wordt gemeten met de krachtmeter 1.

Het proefstrookje wordt op dezelfde manier vochtig gehouden als bij de relaxatieproeven, namelijk m.b.v. een injectiespuit.

Ook de signaalverwerking (opnemen en uitschrijven) geschiedt analoog als bij de hiervóór besproken meetopstellingen.

De meetsignalen, afkomstig van de kracht- en de rekmeter, worden direct op magneet-band opgeslagen m.b.v. een instrumentatierecorder (H.P., type 3968A). In een later stadium worden deze signalen m.b.v. een snelle U-V schrijver (C.E.C. 5-124) uitgeschreven.

Voor de beschrijving van de gebruikte trekbank wordt verwezen naar [11]. Voor de meetprincipes van de kracht- en verplaatsingsmeters wordt verwezen naar de lijst van gebruikte apparatuur, die in bijlage 3 is opgenomen.

### 3.3. Foutenanalyse

Er is reeds vermeld dat het hoofddoel van dit rapport het opstellen is van meetprocedures. Behalve aan de technische aspecten dient bij de ontwikkeling van een meetprocedure o.a. aandacht te worden besteed aan de volgende punten:

- welke foutenbronnen kunnen er optreden en hoe werken deze door in de spreiding van de meetgegevens.
- welke toets moet worden uitgevoerd om bepaalde uitspraken te verifiëren.
- hoe vaak moet een bepaald experiment worden herhaald om een gestelde nauwkeurigheid van de kwantitatieve gegevens te verkrijgen.
- hoe kunnen m.b.v. variantie-analyse (on)afhankelijkheden aangetoond worden.

Deze onderwerpen zullen in deze paragraaf besproken worden. De daarmee samenhangende technieken zullen in de volgende hoofdstukken in praktijk worden gebracht bij de analyse van de daar gepresenteerde meetgegevens.

Hiermee vangen we twee vliegen in een klap:

de hier beschouwde werkwijzen worden toegepast op specifieke problemen en tevens worden zodoende tendenzen gegeven voor de meetresultaten in dit rapport.

#### 3.3.1. Soorten foutenbronnen

Bronnen voor toevallige afwijkingen kunnen zijn:

- de onnauwkeurigheid van het meetinstrument.
- variaties in het fysische gedrag van het object waaraan wordt gemeten.
- variaties in de beïnvloeding van de te meten grootte door de meetopstelling.
- variaties in omgevingsinvloeden.
- beïnvloeding door de experimentator.

Bij de metingen, besproken in dit rapport wordt rekening gehouden met de volgende foutenbronnen:

- meeton nauwkeurigheid
- spreiding van de meetgegevens in één strookje
- spreiding van de meetgegevens tussen verschillende strookjes.

Er wordt hierbij een onderscheid gemaakt tussen een toevallige en een systematische fout [19].

### De meeton nauwkeurigheid

De meeton nauwkeurigheid kan in principe op 2 manieren worden bepaald, te weten:

- i). indirecte methode; hierbij wordt de onnauwkeurigheid van het meetresultaat geschat, uitgaande van de voortplanting van fouten bij het meten van de onafhankelijke grootheden. Hierbij moeten aannames gemaakt worden voor de samenhang der grootheden (model) en de verdeling van de fouten.
- ii). directe methode; d.m.v. een aantal maal op onafhankelijke wijze een bekend signaal te meten, wordt een indruk verkregen van de meeton nauwkeurigheid.

### i). de indirecte methode:

Bij de in dit rapport besproken metingen, worden achtereenvolgens fouten geïntroduceerd bij het meten, registreren en aflezen van de meetsignalen.

Schematisch:



### I. meten

#### A. Kracht

\* bij de preconditioneringsproeven, trekproeven en sinusproeven werd gebruik gemaakt van de "Hottinger" krachtmeter. Deze had de volgende eigenschap:

- als de meetwaarde  $\leq 20\%$  van het meetbereik, dan is de fout  $\leq 0.2\%$  van de maximale meetwaarde in dat meetbereik.
- als de meetwaarde  $\geq 20\%$  van het meetbereik, dan is de fout  $\leq 1\%$  van de meetwaarde.

Dit betekent een maximale toevallige fout van  $0.01 * B_f$ , waarbij  $B_f$  [N] het ingestelde meetbereik voorstelt.

Verder werd er een systematische fout geïntroduceerd door een kracht, uitgeoefend door de taster van de rekmeter, die zich op de bovenste klem bevond ([10], blz. 3).

Deze fout bedraagt  $0.09 * \Delta l$  [N], waarbij  $\Delta l$  in [m].

Deze toevallige en systematische fout leidt dan tot:

$$\underline{F} = (F_p - 0.09 * \Delta l) \pm 0.01 * B_f \quad [N]$$

waarbij  $F$  de gemeten kracht en  $F_p$  de kracht op het strookje voorstelt. Opgemerkt wordt dat in principe  $F$  een stochastisch signaal is en dat het gebruikelijk is om een streep onder het desbetreffend symbool te zetten. Dit wordt verder in dit rapport niet gedaan.

\* bij de relaxatieproeven werd de kracht gemeten met een piëzo-elektrische krachtopnemer. Deze leverde zelf geen fout. De ladingsversterker, die hierbij werd gebruikt leverde een toevallige fout van 2 mv. r.m.s. Dit komt overeen met ongeveer 3 mv.

De ladingsversterker gaf een signaal af van 1 N/V. De maximale fout bij deze proeven is dus: 3 mN.

## B. Lengte

De lengteveranderingen werden gemeten met het rekmeetsysteem, behorende bij de trekbank. Wat betreft de onnauwkeurigheid van dit lengtemeetsysteem gelden analoge specificaties als voor de Hottinger krachtmeter. Dus de toevallige fout in de lengtemeting bedraagt maximaal  $0.01 * B_l$  [mm], met  $B_l$  het ingestelde lengteteetbereik in mm.

## II. Registreren

Er wordt verondersteld dat de fout t.g.v. de registratie op band en het uitschrijven met de U-V schrijver verwaarloosd kan worden.

### III. Aflezen

De signalen, op papier uitgeschreven, worden opgemeten met een lineaal.

De afleesfout wordt gesteld op 0.5 mm.

De toevallige fout t.g.v. de aflezing bedraagt derhalve:

$$0.5 * y,$$

waarbij y de schaalwaarde voorstelt (N/mm of mm/mm).

De gemeten kracht kan nu worden geschreven als:

$$F = (F_p - 0.09 * \Delta l) \pm \sqrt{(0.01 * BF)^2 + (0.5 * y)^2}$$

Dit is het geval bij de preconditioneringsproeven, trekproef en sinusproeven. Voor de relaxatieproef geldt voor de gemeten kracht:

$$F = F_p \pm \sqrt{(0.003)^2 + (0.5 * y)^2}$$

Voor de lengtemeting geldt tenslotte voor de gemeten lengte:

$$l = l_p \pm \sqrt{(0.01 * Bl)^2 + (0.5 * y)^2}$$

#### ii). de directe methode

De directe methode heeft de voorkeur boven de indirecte, omdat deze in principe niet van bepaalde veronderstellingen hoeft worden uitgegaan.

Indien een serie van n metingen aan een grootheid y worden verricht, levert dat n waarnemingen  $y_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ). Verondersteld wordt dat de waarnemingen  $y_i$  een normale verdeling vormen met standaarddeviatie  $\sigma_y$ .

Definieer: - gemiddelde  $\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_i y_i$

- kwadratensom  $KS = \sum (y_i - \bar{y})^2$

- variantie  $s^2 = \frac{KS}{n-1}$

- standaardafwijking s

De meetuitkomst kan hierbij als volgt worden gepresenteerd:

$$\bar{y} \pm 2 \cdot \sigma_y$$

De grootheid  $2 \cdot \sigma_y$  wordt de meetfout (of meeton nauwkeurigheid) genoemd. Deze schrijfwijze betekent in feite dat een waarneming  $y_i$  met een waarschijnlijkheid van 95% in het interval  $\bar{y} \pm 2 \cdot \sigma_y$  ligt. Dit is gebaseerd op de aanname van een normale verdeling en een exact bekende variantie. Het eerste is bij de onderhavige metingen waarschijnlijk wel het geval; de tweede aanname zeker niet. Daarom moet men gebruik maken van de schatting  $s_y$ . De nauwkeurigheid van deze schatting wordt bepaald door het aantal vrijheidsgraden. Om de negatieve invloed van de onnauwkeurigheid in de schatting van de variantie te niet te doen, wordt dan bij de bepaling van het 95%-betrouwbaarheidsinterval gewerkt met de Student-t-toets. ( $t_2 = 4.30$ ;  $t_\infty = 1.96$ ). Het interval wordt dan:

$$\bar{y} \pm t_{n-1} \cdot s_y$$

Vaak zijn we echter niet zozeer geïnteresseerd in de meetuitkomsten, maar willen we de onnauwkeurigheid weten van een bepaalde grootheid  $f$ , die afhankelijk is van de te meten grootheden.

Stel  $f$  is een functie van enkele te meten onderling onafhankelijke grootheden  $y_i$ :  $f = f(y_i)$ .

De variantie van  $f$  kan dan worden gegeven door:

$$\text{var } f = s_f^2 = \sum_i \left\{ \left( \frac{\partial f}{\partial y_i} \right)^2 \cdot s_{y_i}^2 \right. \quad (3.1)$$

$$\text{met } \text{var } y_i = s_{y_i}^2$$

De meetuitkomst wordt in dit geval als volgt gepresenteerd:

$$\bar{f} \pm t_v \cdot s_f \quad \text{met } v = \sum_i v_i = \sum_i (n_i - 1)$$



Behalve de hiervóór besproken meetonnauwkeurigheid treedt er verder nog spreiding op als een aantal onafhankelijke herhaalde metingen aan één strookje worden verricht.

Ook indien men een aantal metingen aan verschillende proefstrookjes verricht, verkrijgt men een spreiding. Ook deze spreidingen zijn van belang bij de presentatie van de meetresultaten.

Dit alles heeft als resultaat dat men bij grafische weergave van de meetresultaten in principe kan kiezen uit 3 mogelijkheden:

- karakteristiek verloop. Deze geeft het resultaat van één meting aan één strookje. Hierbij zou men dan alleen de meetonnauwkeurigheid kunnen vermelden, alsmede de kanttekening dat het gepresenteerde verloop alleen een kwalitatief beeld geeft.
- gemiddeld verloop voor één strookje. Hierbij dienen dan n metingen aan één strookje te worden verricht, die onafhankelijk van elkaar zijn. De gevonden spreiding geeft dan een maat voor de nauwkeurigheid van de meting, doch is alleen geldig voor de meting aan het ene strookje.
- gemiddeld verloop voor verschillende strookjes. Door metingen aan verschillende strookjes, maar wel onder dezelfde omstandigheden, wordt dan de totale spreiding bepaald. Dit soort kurven leveren dan een kwantitatief beeld van de metingen, en m.b.v. het onnauwkeurighedsinterval kunnen ze dan vergeleken worden met op analoge wijzen bepaalde kurven uit de literatuur.

### 3.3.2. Voorbeelden van bepaling van de variantie van enkele berekende grootheden

Er worden in het volgende 3 voorbeelden gegeven van bepalingen van de variantie van enkele berekende grootheden. Deze grootheden zijn:

- de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$
- de genormaliseerde relaxatiefunctie  $\phi(t)$
- de ware rek bij de relaxatieproeven  $\epsilon_w$

#### de gereduceerde relaxatiefunctie $G(t)$

$$G(t) \text{ is gedefinieerd als: } G(t) = \frac{F(t)}{F(t=0^+)} \quad (3.2)$$

Substitutie van (3.2) in (3.1) levert:

$$\text{var } G(t) = \left( \frac{\partial G}{\partial F(t)} \right)^2 \cdot \text{var } F(t) + \left( \frac{\partial G}{\partial F(t=0^+)} \right)^2 \cdot \text{var } F(t=0^+) \quad (3.3)$$

Een goede veronderstelling is:

$$\text{var } F(t) = \text{var } F(t=0^+)$$

Dit levert:

$$\text{var } G(t) = \left\{ \left( \frac{1}{F(t=0^+)} \right)^2 + \left( \frac{F(t)}{F^2(t=0^+)} \right)^2 \right\} \cdot \text{var } F(t)$$

Er geldt dat:

$$F(t) \leq F(t=0^+)$$

dus

$$\text{var } G(t) \leq 2 \cdot \left( \frac{1}{F(t=0^+)} \right)^2 \cdot \text{var } F(t) \quad (3.4)$$

waarbij  $\text{var } F(t)$  bepaald wordt met een methode uit 3.3.1., en waarbij  $F(t=0^+)$  wordt gemeten.

de genormaliseerde relaxatiefunctie  $\phi(t)$

$\phi(t)$  is gedefinieerd als:

$$\phi(t) = \frac{F(t) - F(t=60)}{F(t=0^+) - F(t=60)} \quad (3.5)$$

We schrijven voor het gemak  $F(t) = F$ ,  $F(t=60) = F_{60}$  en  $F(t=0^+) = F_0$ .

Verder nemen we weer aan dat  $\text{var } F = \text{var } F_0 = \text{var } F_{60}$ .

Substitutie van (3.5) in (3.1) levert dan:

$$\text{var } \phi(t) = \frac{\{(F_0 - F_{60})^2 + (F - F_0)^2 + (F - F_{60})^2\}}{(F_0 - F_{60})^4} \cdot \text{var } F \quad (3.6)$$

vgl. (3.6) wordt maximaal als:

$$\frac{\partial}{\partial F} (\text{var } \phi(t)) = 0 \quad (3.7)$$

vgl. (3.7) levert:  $F = \frac{1}{2}(F_0 + F_{60})$  (3.8)

Substitutie van (3.8) in (3.6) levert dan:

$$\text{var } \phi(t) \leq \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{(F_0 - F_{60})^2} \cdot \text{var } F \quad (3.9)$$

de ware rek bij de relaxatieproeven  $\epsilon_w$

$\epsilon_w$  is gedefinieerd als:

$$\epsilon_w = \frac{\Delta l_{\text{stap}} - \Delta l_p}{l_0^1 + \Delta l_0 + \Sigma \Delta l_p} \quad (3.10)$$

Voor de eenvoud zal var  $\epsilon_w$  alleen bepaald worden voor de eerste stapgrootte (zie 5.2). Dit heeft tot gevolg dat de term  $\Sigma \Delta l_p$  in de noemer, kan worden vervangen door  $\Delta l_p$ .

$l_0^1$  bedraagt 9.35 mm.

Var  $l_0^1 = 2.5 \cdot 10^{-5}$  ([13], blz. 24).

Verder mag weer worden verondersteld dat: var  $\Delta l_{\text{stap}} = \text{var } \Delta l_p = \text{var } \Delta l_0 = \text{var } l$ .

Substitutie van (3.10) in (3.1) levert:

$$\text{var } \epsilon_w = \left\{ \left( \frac{\partial \epsilon_w}{\partial \Delta l_{\text{stap}}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \epsilon_w}{\partial \Delta l_p} \right)^2 + \left( \frac{\partial \epsilon_w}{\partial \Delta l_0} \right)^2 \right\} \text{var } l + \left( \frac{\partial \epsilon_w}{\partial l_0^1} \right)^2 \cdot \text{var } l_0^1$$

Na enig elementair rekenwerk leidt dit tot:

$$\begin{aligned} \text{var } \epsilon_w &= \frac{2}{4} \cdot \left\{ l_0^2 + \Delta l_{\text{stap}}^2 + \Delta l_p^2 - 2 \cdot \Delta l_p \cdot \Delta l_{\text{stap}} + l_0 \cdot (\Delta l_{\text{stap}} - \Delta l_p) \right\} \cdot \text{var } l \\ &\quad + \frac{1}{4} \cdot \left\{ (\Delta l_{\text{stap}} - \Delta l_p)^2 \right\} \cdot \text{var } l_0^1 \\ &= \frac{1}{4} \left\{ (\Delta l_{\text{stap}} - \Delta l_p)^2 \cdot (2 \text{ var } l + \text{var } l_0) + (l_0^2 + l_0 (\Delta l_{\text{stap}} - \Delta l_p)) \text{var } l \right\} \end{aligned}$$

met:  $l_0 = l_0^1 + \Delta l_0 + \Delta l_p$

### 3.3.3. Enkele statistische analyses, toegepast op de experimenten

Zonder volledig te willen zijn worden in deze paragraaf enkele statistische analyses geschetst, die op de, in dit rapport beschreven, experimenten toegepast zouden kunnen worden.

#### A. Preconditioneringsproeven

In hoofdstuk 4 wordt gezegd dat het weefsel zich in de gepreconditioneerde toestand bevindt als de  $\hat{F}$ -krommen van de verschillende  $\Delta l$ -series gaan samenvallen.

Het samenvallen van twee lijnen kan als volgt worden getoetst:

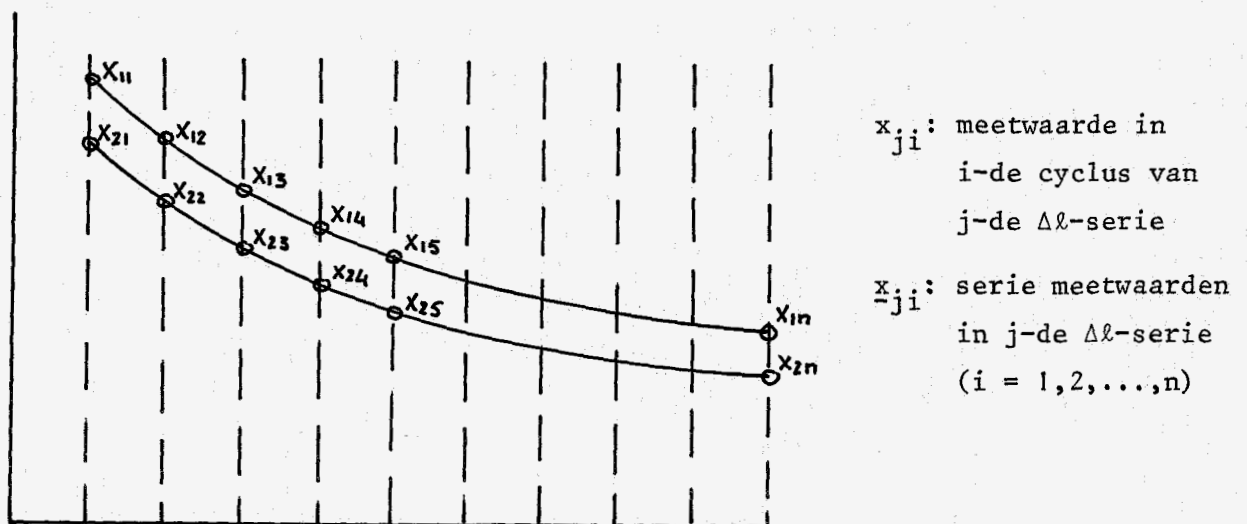


fig. 3.5.: het over elkaar vallen van 2 lijnen.

Er wordt verondersteld dat de waarnemingen  $x_{1i}$  en  $x_{2i}$  allen afkomstig zijn uit een normale verdeling. Strikt genomen moet voldaan zijn aan de eis:  $\underline{x}_{ji}$  onderling onafhankelijk. Bij dit type meting kan hieraan niet worden voldaan; het is helaas niet anders.

Als de te toetsen nulhypothese nemen we:

$$H_0: x_{1i} = x_{2i}$$

Zij  $d_i = x_{1i} - x_{2i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). De nulhypothese kan dan vervangen worden door:

$$H_0: E d = 0 \quad (\text{de verwachting van } d \text{ is nul}).$$

De schatting voor de variantie van  $d$  wordt gevonden uit:

$$s^2_d = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2; \text{ aantal vrijheidsgraden: } \nu = n-1;$$

De toetsing wordt dan:  $H_0$  niet verwerpen als

$$\left| \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}} \right| < t_{n-1} \quad (\alpha = 5\%) \quad [19, 20],$$

waarin  $t_{n-1}$  de kritieke waarde voorstelt van de Student's  $t$ -verdeling.

Deze staat bijvoorbeeld getabelleerd in tabel 2.1 van [20].

Evenzo kan:

- een overschrijdingskans worden bepaald ( $\alpha$ ).
- een betrouwbaarheidsinterval worden bepaald voor  $\bar{d}$ .

In hoofdstuk 4 zal aan de hand van een concrete meting zo'n toets worden uitgevoerd.

B. Relaxatieproeven

Realisering van een zekere nauwkeurigheid bij de bepaling van G(t)

Stel dat men de gereduceerde relaxatiefunctie van een bepaald strookje weefsel met een zekere nauwkeurigheid wil bepalen (d.w.z. men neemt de grootte van  $s_G$  aan). Men zou daarbij als volgt te werk kunnen gaan: Veronderstel dat de varianties van de gemeten grootheden bekend zijn. Bepaal nu de waarde van n als het aantal metingen dat noodzakelijk is om de vereiste nauwkeurigheid te halen. Uit n metingen resulteert een gemiddelde voor de gereduceerde relaxatiefunctie G(t):

$$\overline{G(t)} \pm t_{n-1} \cdot S_G$$

$$\text{Er geldt: } \text{var } \overline{G(t)} = \left(\frac{\partial G}{\partial F}\right)^2 \cdot \frac{\text{var } F}{n} + \left(\frac{\partial G}{\partial F_0}\right)^2 \cdot \frac{\text{var } F_0}{n}$$

$$\text{met: } F = F(t) , F_0 = F(t=0^+).$$

Wij veronderstellen dat geldt  $\text{var } F = \text{var } F_0$ , zodat:

$$s_G^2 = \text{var } \overline{G(t)} = \left\{ \left(\frac{1}{F_0}\right)^2 + \left(\frac{F(t)}{F_0^2}\right)^2 \right\} \cdot \frac{\text{var } F(t)}{n} \quad (3.8)$$

Er geldt verder:

$$F_{60} \leq F(t) \leq F_0 \quad (3.9)$$

(3.8) samen met (3.9) levert:

$$\left\{ \left(1 + \left(\frac{F_{60}}{F_0}\right)^2\right) \cdot \frac{1}{F_0^2} \right\} \cdot \frac{\text{var } F(t)}{n} \leq S_G^2 \leq 2 \cdot \frac{1}{F_0^2} \cdot \frac{\text{var } F(t)}{n} \quad (3.10)$$

Hieruit volgt dan een maximum en een minimum waarde voor het aantal te verrichten experimenten:

$$\left\{ \left(1 + \left(\frac{F_{60}}{F_0}\right)^2\right) \cdot \frac{1}{F_0^2} \right\} \cdot \frac{\text{var } F(t)}{S_G^2} \leq n \leq 2 \cdot \frac{1}{F_0^2} \cdot \frac{\text{var } F(t)}{S_G^2} \quad (3.11)$$

Variantie-analyse

Bij de bespreking van de relaxatieproeven (hoofdstuk 5) worden metingen verricht aan 6 strookjes: 3 van vliesweefsel en 3 van sinusweefsel.

Zowel voor vlies- als voor sinusweefsel kan dan een variantie-analyse

worden toegepast, voor het aantonen van (on)afhankelijkheden. Er zijn per soort weefsel 3 strookjes onderzocht. De gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  wordt daarbij voor verschillende tijdstippen gemeten. Ook de stapgrootte wordt gevarieerd. Vandaar dat we van het volgende model uitgaan:

$$G(t) = \alpha_0 + \alpha_1 f(\Delta l \text{ stap}) + \alpha_2 \cdot g(\text{tijd}) + \alpha_3 \cdot h(\text{exp}), \quad (3.12)$$

waarbij  $f$ ,  $g$  en  $h$  willekeurige functies mogen zijn.

D.m.v. variantieanalyse kunnen de volgende nulhypothesen getoetst worden:

$$H_0: \alpha_0 = 0$$

$$H_0: \alpha_1 = 0$$

$$H_0: \alpha_2 = 0$$

$$H_0: \alpha_3 = 0$$

Indien bijvoorbeeld uit zo'n variantie-analyse zou blijken dat er geen reden is om aan te nemen dat  $\alpha_1 \neq 0$ , dan kan daaruit geconcludeerd worden dat de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  onafhankelijk is van de stapgrootte.

Indien echter een nulhypothese moet worden verworpen, dan moet de grootte van de invloed van de desbetreffende parameter bepaald worden:

Stel bijvoorbeeld dat de hierboven genoemde nulhypothesen allen verworpen moeten worden, zodat we schattingen moeten zoeken voor  $\alpha_i$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ).

Neem aan dat  $n$  waarnemingen voor  $G(t)$  zijn verricht, dan geldt:

$$G(t)_i = X_0 + X_1 \cdot f(\Delta l \text{ stap})_i + X_2 \cdot g(\text{tijd})_i + X_3 \cdot h(\text{exp})_i \quad (3.13)$$

voor ( $i = 1, 2, \dots, n$ )

$X_i$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ) zijn de onbekende (te schatten) parameters.

$f(\Delta l \text{ stap})$ ,  $g(\text{tijd})$  en  $h(\text{exp})$  zijn functies, die de afhankelijkheid van de verschillende parameters op de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  weer-  
geven.

Zo geeft  $f(\Delta t_{\text{stap}})$  de afhankelijkheid weer van de stapgrootte,  $g(\text{tijd})$  de afhankelijkheid van de tijd en  $h(\text{exp})$  de afhankelijkheid van het proefstrookje.

Op grond van verwachtingen kan men schattingen maken voor deze functies. Als bijvoorbeeld  $G(t)$  wordt bekeken als functie van de tijd, dan kan men in dit geval een trend ontdekken, die zegt dat deze functie exponentieel zou kunnen zijn. Als schatting voor  $f(\text{tijd})$  wordt zodoende een exponentiële functie genomen. Voor  $f(\Delta t_{\text{stap}})$  kan een lineaire functie worden genomen. Vgl. (3.13) kan ook in vectornotatie worden geschreven:

$$A \underline{X} = \underline{G} \quad \text{met} \quad A(i,1) = 1$$

$$A(i,2) = f(\Delta t_{\text{stap}})_i$$

$$A(i,3) = f(\text{tijd})_i$$

$$A(i,4) = f(\text{exp})_i$$

$$\text{en} \quad \underline{X}^T = [X_0, X_1, X_2, X_3]$$

$$\text{en} \quad \underline{G}^T = [G(t)_1, G(t)_2, \dots, G(t)_n]$$

De matrix  $A$  en de vector  $\underline{G}$  zijn dus volledig bekend, zodat  $\underline{x}$  bepaald kan worden m.b.v. de kleinste kwadratenmethode.



## Hoofdstuk 4: Preconditioneringsproeven

### 4.1. Inleiding

Zoals in 3.1.1 staat beschreven is het preconditioneren van het weefsel een noodzakelijke manipulatie teneinde reproduceerbare meetgegevens te verkrijgen.

Het preconditioneren voor een bepaalde proef houdt in feite niets anders in dan het een aantal malen achter elkaar uitvoeren van diezelfde proef. Aangezien in de literatuur weinig te vinden is omtrent het preconditioneren en omdat preconditioneren zo belangrijk is in verband met het kunnen vergelijken van meetgegevens wordt bij de experimenten, besproken in dit rapport, veel aandacht besteed aan dit fenomeen.

In 3.2.3 staat de beschrijving van de meetopstelling, welke gebruikt is bij het uitvoeren van de preconditioneringsproeven.

Het materiaal bij deze experimenten is zowel betrokken van vlies- als van sinusweefsel. De strookjes worden meestal genomen in dwarsrichting terwijl er slechts een enkele keer ook in radiële richting is gekeken.

Het preconditioneringsgedrag is bestudeerd aan de hand van een eenvoudige trekproef met konstante reksnelheid.

Voor andere soorten proeven (zie hoofdstukken 5 en 7) wordt de gepreconditioneerde toestand verkregen door middel van het een aantal keren achter elkaar uitvoeren van die proef.

Bij de, in het volgende besproken, preconditioneringsproeven wordt allereerst gekeken naar het globale gedrag van het weefsel tijdens het preconditioneren. Daarna zullen enkele meer specifieke eigenschappen worden onderzocht, o.a. de duurzaamheid van de gepreconditioneerde toestand.

### 4.2 Beschrijving van de proefopzet

Het proefstrookje ondergaat tijdens deze experimenten verscheidene procedures, te weten:

- inklemprocedure
- beginprocedure
- pendelprocedure.

#### inklemprocedure

Voor een beschrijving van de klemrichting en de inklemprocedure wordt verwezen naar 3.2.2.

Na het inklemmen bedraagt de afstand tussen de twee klemvlakjes:  $l'_0 = 10,35 \pm 0,01 \text{ mm}$ , [13]. Het strookje hangt dan slap door.  $l'_0$  heet de

inspanlengte.

Beginprocedure

De beginprocedure houdt in dat het strookje wordt belast met een bepaalde voorspankracht. Dit is noodzakelijk, wil men de daarna volgende pendelprocedure (het eigenlijke preconditioneren) vlot en goed laten verlopen. Als namelijk bij het pendelen wordt uitgegaan van de toestand, zoals die er was vóór de beginprocedure (slap doorhangend strookje), dan zal tijdens de opwaartse traversebeweging het strookje nog geruime tijd onbelast blijven, [13].

De beginprocedure kan als volgt worden beschreven: Na de inklempcedure wordt het reservoir met de fysiologische zoutoplossing omhoog gebracht, waarna de taster van de rekmeter op de bovenste klem wordt aangebracht. Zowel het kracht- als het lengtemeetsysteem wordt dan op nul ingesteld [11].

De strookjes, genomen uit de vliesjes, worden gerekt tot een voorspankracht van  $F_0 \approx 0.003$  N. Na een paar seconden rust (relaxatie) wordt de kracht- en lengtemeting wederom op nul ingesteld.

De strookjes, genomen uit de sinuswand worden gerekt tot een voorspankracht van  $F_0 \approx 0.06$  N. Na het strookje te laten relaxeren tot een konstante kracht, worden kracht- en lengtemeting op nul ingesteld.

De benodigde verlenging om tot een voorspankracht  $F_0$  te komen wordt ook gemeten. Deze benodigde verlenging heeft als symbool  $\Delta l_0$ .

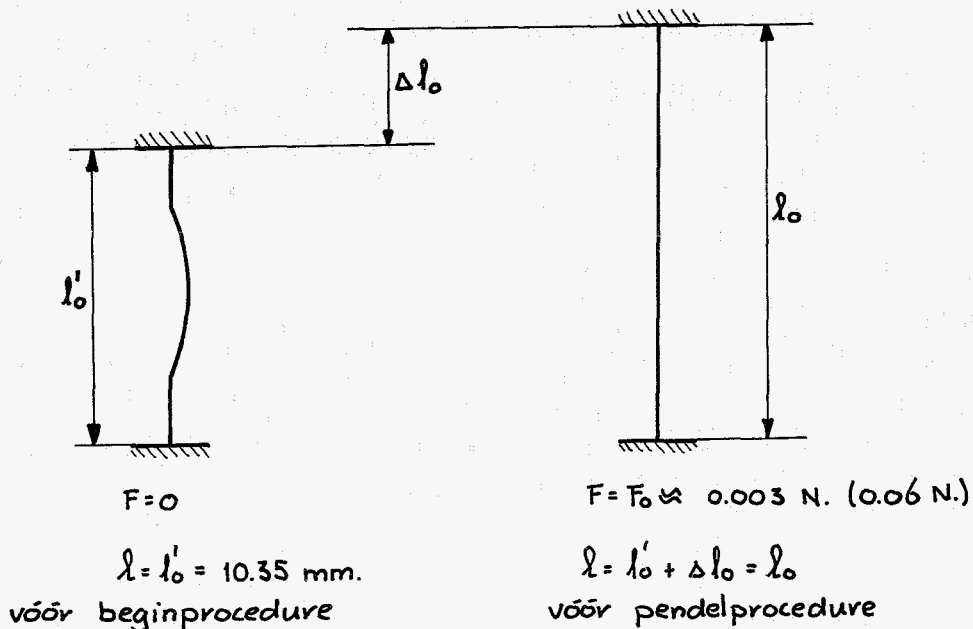


fig. 4.1. Beginprocedure: voorspannen van het proefstrookje.

Pendelprocedure

Alvorens de pendelprocedure te beschrijven, worden er enige definities gegeven:

- een cyclus: een cyclus bestaat uit een verlenging van het proefstrookje tot een bepaalde bovengrens, meteen gevolgd door een verkorting tot een ondergrens. Als grenzen kunnen zowel belastingen als verlengingen worden gekozen (fig. 4.2).

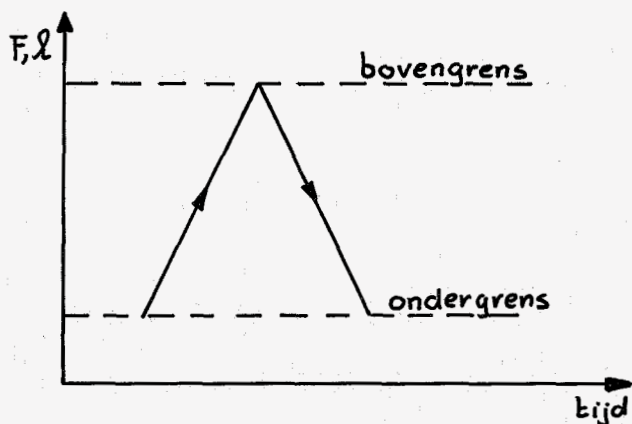


fig. 4.2. Een cyclus.

- een  $\Delta L$ -serie: een  $\Delta L$ -serie bestaat uit een aantal cycli, direct achter elkaar uitgevoerd (zie fig. 4.3).

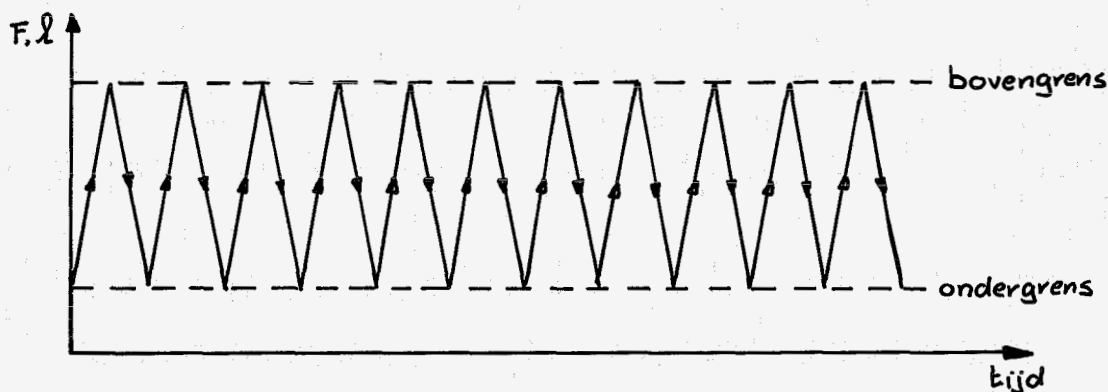


fig. 4.3.  $\Delta L$ -serie van 11 cycli.

Bij de experimenten beschreven in dit rapport bestaat de pendelprocedure (p.p.) uit het 5 maal achter elkaar uitvoeren van een  $\Delta L$ -serie van 15 cycli, met als boven- en ondergrens een positie van de bewegende klem.

Tussen de  $\Delta L$ -series wordt een rustpauze genomen van 30 sec., tenzij anders vermeld (zie fig. 4.4).

De keuze van het aantal  $\Delta L$ -series (5), het aantal cycli per  $\Delta L$ -serie (15) en de grootte van de rustpauzes tussen de  $\Delta L$ -series (30 s.) werden bepaald door de resultaten van proefmetingen, die aan deze experimenten voorafgingen. Deze waarden moeten echter als min of meer arbitrair worden gezien.

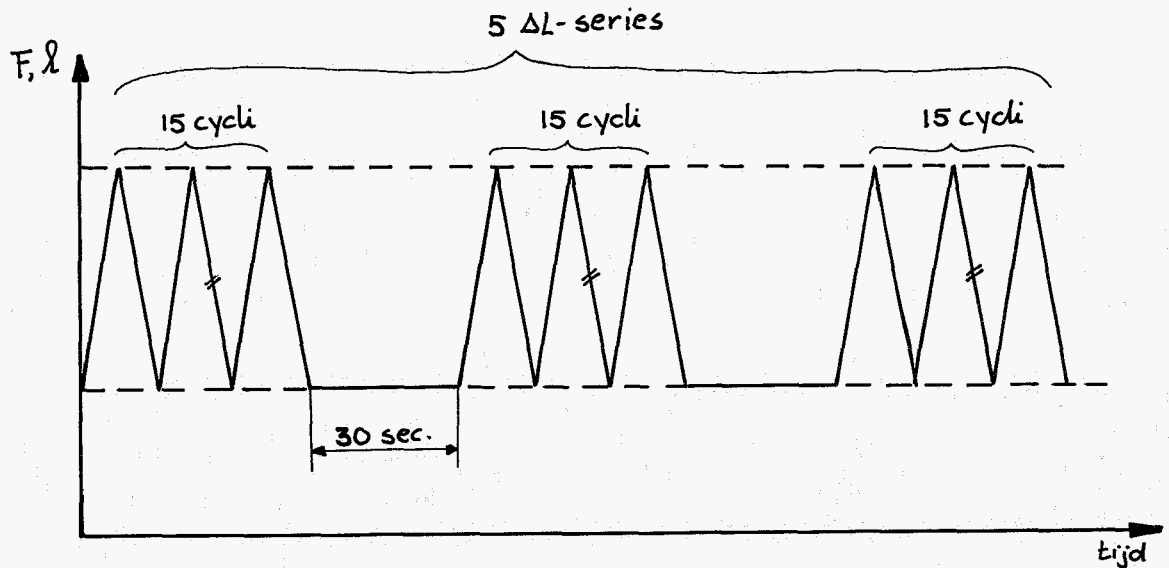


fig. 4.4. Pendelprocedure: 5  $\Delta L$ -series van 15 cycli  
rustpauzes:  $T_p = 30$  sec.

De traversesnelheid  $v_t$  (dit is de snelheid, waarmee de bovenste klem op en neer beweegt) bedraagt voor alle metingen (tenzij anders vermeld): 15 mm/min.

Bij de preconditioneringsproeven, zoals beschreven in dit rapport, worden de kracht op en de verlenging van het proefstrookje synchroon gemeten.

Tenslotte wordt nog de volgende definitie gegeven:

$\hat{F}_i(j)$  : dit is de topwaarde van de kracht in de  $i$ -de  
cyclus van de  $j$ -de  $\Delta L$ -serie.

#### 4.3. Meetresultaten en conclusies

Allereerst wordt gekeken naar de algemene tendens van het preconditioneringsgedrag. Hiertoe zal gekeken worden naar de per cyclus optredende topwaarde  $\hat{F}$  van de kracht. Daarna wordt de duurzaamheid van de gepreconditioneerde toestand bestudeerd. Tenslotte wordt de invloed van de rustpauzes en de invloed van de frequentie bekeken.

#### 4.3.1. Algemene tendenzen

Als materiaal bij deze experimenten zijn alleen strookjes vliesweefsel genomen.

Tijdens de pendelprocedure worden de lengte van en de kracht op het proefstrookje tegelijk gemeten. Bij de bespreking van het verloop van de belasting  $\hat{F}$  zullen wij ons beperken tot de per cyclus optredende topwaarde  $\hat{F}$ . Deze topwaarden worden in fig. 4.5 schematisch uitgezet tegen het aantal doorlopen cycli. Elk strookje ondergaat 5  $\Delta L$ -series van 15 cycli met rustpauzes  $T_p = 30$  s. Zowel de boven- als de ondergrens is een positie.

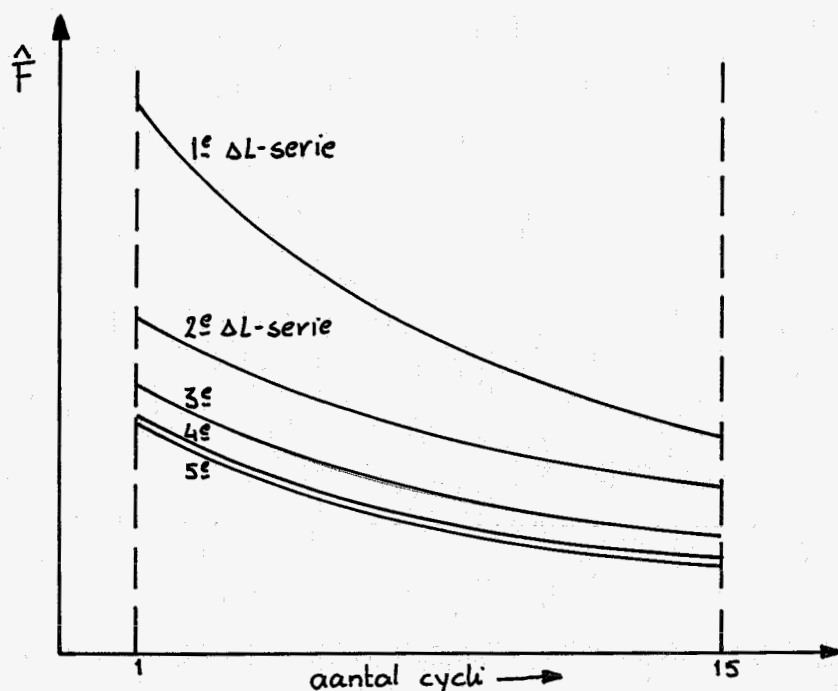


fig. 4.5. Karakteristiek verloop van de topwaarden  $\hat{F}$  als functie van het aantal cycli tijdens een pendelprocedure.

De waarden van  $\hat{F}$  in de eerste  $\Delta L$ -serie (lijn 1) liggen meestal duidelijk hoger dan die in de volgende series. Bij toenemend aantal  $\Delta L$ -series (lijn 2 t/m 5) treedt in tweeërlei opzicht stabilisering op.

De  $\hat{F}$ -krommen naderen steeds dichter tot elkaar en bovendien vertonen zij een steeds vlakker verloop.

In de figuren 4.6 en 4.7 zijn voor 2 strookjes de experimenteel bepaalde  $\hat{F}$ -krommen grafisch weergegeven. Figuur 4.6 geldt voor een strookje in dwarsrichting; figuur 4.7 voor een strookje in radiële richting. In bijlage 4 staan in de tabellen B 4.1 en B 4.2 de hierbij behorende meetwaarden. Tevens wordt daar statistisch bekeken of de 5e  $\Delta L$ -serie inderdaad als identiek aan de 4e  $\Delta L$ -serie beschouwd mag worden.

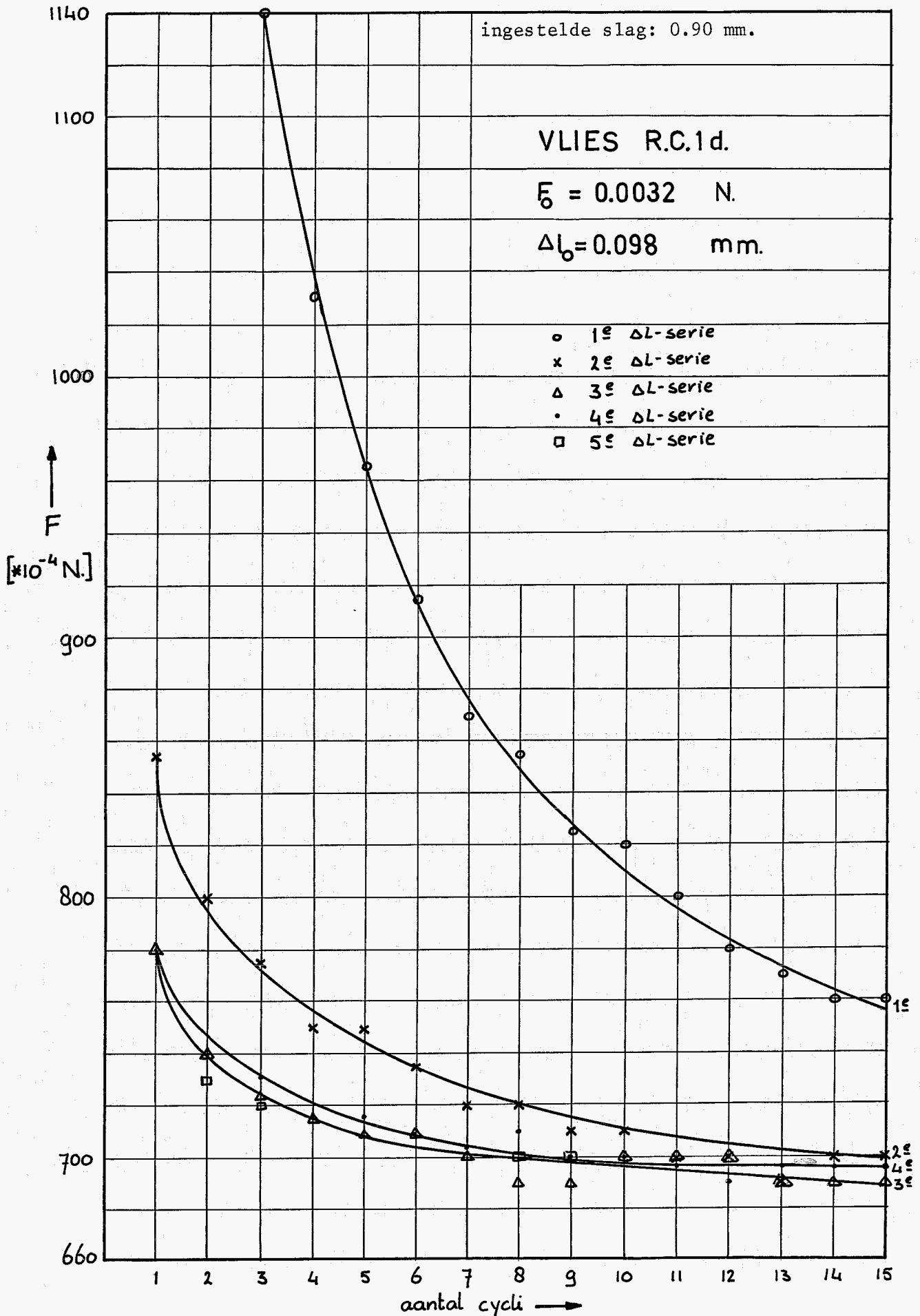


FIG. 4.6 : P.P. voor vliesweefsel uit dwarsrichting

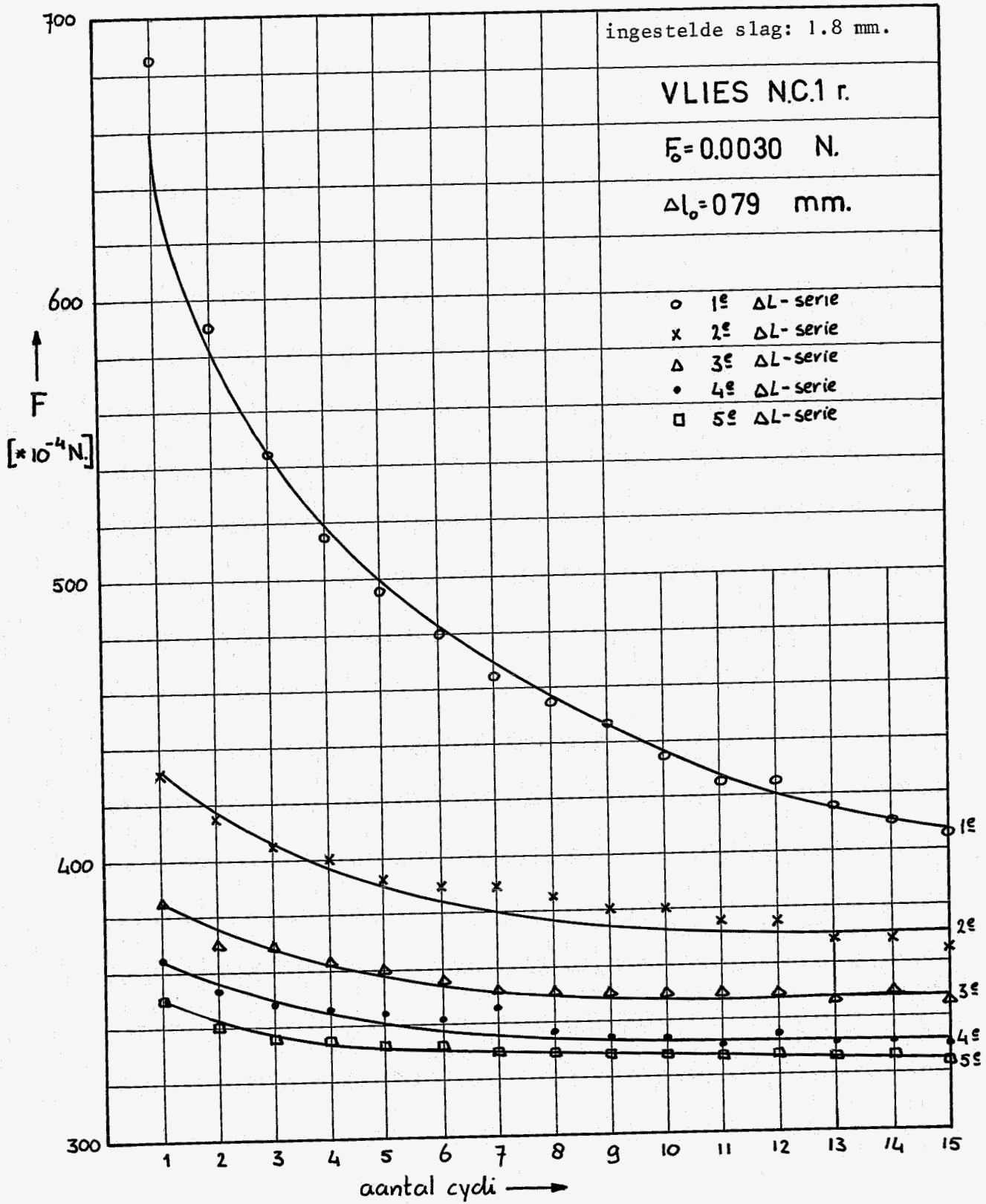


FIG. 4.7 P.P. voor vliesweefsel uit radiële richting

Uit deze statistische analyse blijkt dat het strookje: vlies R.C.2.d in de 5e  $\Delta$ L-serie inderdaad gepreconditioneerd is.

Het strookje: vlies N.C.1.R. is in de 5de  $\Delta$ L-serie echter nog niet gepreconditioneerd, en dus moeten er nog meerdere  $\Delta$ L-series volgen.

Om hieruit verdere conclusies te trekken is een hachelijke zaak, daar het aantal metingen weer zeer beperkt is.

De vorm en de ligging van de  $\hat{F}$ -krommen in de eerste  $\Delta$ L-serie worden mogelijk bepaald door de volgende factoren:

1. het ontstaan van een blijvende verlenging in de eerste twee cycli [14].

Deze kan het gevolg zijn van zetten van het weefsel in en buiten de inklemming (heroriëntatie van vezelstructuren).

2. spanningsrelaxatie ten gevolge van visko-elastische weefseleigenschappen  
Ligging en vorm van de  $\hat{F}$ -krommen voor de volgende 4  $\Delta$ L-series zouden dan hoofdzakelijk bepaald worden door relaxatieverschijnselen en in veel mindere mate door heroriëntatie van vezelstructuren.

Uit de tabellen B 4.1 en B. 4.2 en figuren 4.6 en 4.7 blijkt dat de beginwaarde  $\hat{F}_1^{(i)}$  van de  $i$ -de  $\Delta$ L-serie ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) altijd groter is dan de eindwaarde  $\hat{F}_{15}^{(i-1)}$  van de voorgaande  $\Delta$ L-serie. Een mogelijke verklaring hiervoor is dat het weefselstrookje tijdens de pauze tussen 2  $\Delta$ L-series vocht opneemt, waardoor het opzwelt en korter wil worden. Omdat dit verhinderd wordt, bouwt het een (meetbare) spanning op. Wanneer het strookje bij de volgende  $\Delta$ L-serie wordt gerekt, zal voor het wegpersen van het vocht een grotere kracht nodig zijn dan voor het rekken tot dezelfde verlenging van het "vocht-arme" strookje in de laatste cyclus van de voorgaande  $\Delta$ L-serie.

Dit verschijnsel (het toenemen van de kracht op het strookje, bij gelijkblijvende lengte) is ook aangetoond bij metingen, verricht aan menselijke pezen [4]. Daar wordt dit fenomeen "spanningsherstel" genoemd. Wij zullen verder geen aandacht besteden aan dit fenomeen.

Indien de  $\hat{F}$ -krommen van een strookje vliesweefsel uit dwarsrichting wordt vergeleken met die van een strookje uit radiële richting (zie figuren 4.6 en 4.7), dan zien we kwalitatief een overeenkomstig beeld, terwijl kwantitatief de conclusie zou kunnen luiden dat strookjes in radiële richting slapper zijn dan die in dwarsrichting. Dit is in overeenstemming met de resultaten van Clark en Missirlis [22].

Een mogelijke verklaring voor dit laatste is dat in dwarsrichting de kans groot is dat er één of meer collageenvezels van klem tot klem lopen, terwijl deze kans in radiële richting erg klein is (zie fig. 4.8).



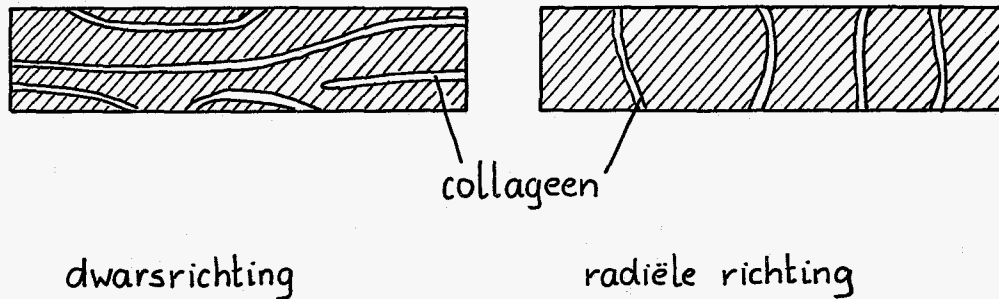


fig. 4.8 Oriëntatie van de collageenvezels in de proefstrookjes.

4.3.2. Duurzaamheid van de gepreconditioneerde toestand van vliesweefsel.

Meetprocedure

Bij deze meting wordt onderzocht of de tijd een invloed heeft op de gepreconditioneerde toestand van het weefsel.

Er wordt eerst een normale preconditioneringsprocedure op het proefstrookje uitgevoerd, d.w.z. het strookje wordt onderworpen aan 5  $\Delta L$ -series van 15 cycli met rustpauzes van  $T_p = 30$  sec. Hierbij wordt als bovengrens een positie gekozen en als ondergrens een kracht, namelijk kracht = nul. Daarna wordt er 5 minuten gewacht en worden er wederom 3  $\Delta L$ -series met het strookje uitgevoerd. Tenslotte wordt nog een keer 10 minuten gewacht en weer 3  $\Delta L$ -series uitgevoerd.

Schematisch ziet de meetprocedure er dan als volgt uit:

<P.P>    <5 min>    <3  $\Delta L$ -series,  $T_p = 30$  s.>    <10 min>  
<3  $\Delta L$ -series,  $T_p = 30$  s.>

(P.P = preconditioneringsprocedure)

De traversesnelheid  $v_t$  bedraagt 15 mm/min.

De metingen zijn alleen verricht aan vliesweefsel in dwarsrichting.

Opgemerkt zij dat de ondergrens nu een kracht = nul, voorstelt, terwijl bij de hiervóór beschreven proeven de ondergrens nog een positie voorstelde.

Deze verandering is te wijten aan de resultaten van de experimenten, besproken in [14]. Daar werd namelijk geconstateerd dat het weefsel tijdens de eerste cycli van de eerste  $\Delta L$ -serie van een pendelprocedure, een blijvende verlenging ondergaat. Als nu voor de ondergrens een kracht = nul wordt gekozen, verkrijgt men een indruk over de grootte van de blijvende verlenging. Verder heeft dit als voordeel dat het strookje in de onderste

stand niet meer slap hangt.

Resultaten

In figuur 4.10 zijn voor één meting de  $\hat{F}$ -krommen weergegeven.

Tevens staan de waarden van  $\hat{F}$  in tabel B 4.3 in bijlage 4 vermeld.

In deze tabel staan ook gegevens met betrekking tot de blijvende verlenging van het proefstrookje.

Deze blijvende verlenging is als volgt voor te stellen (fig. 4.9):

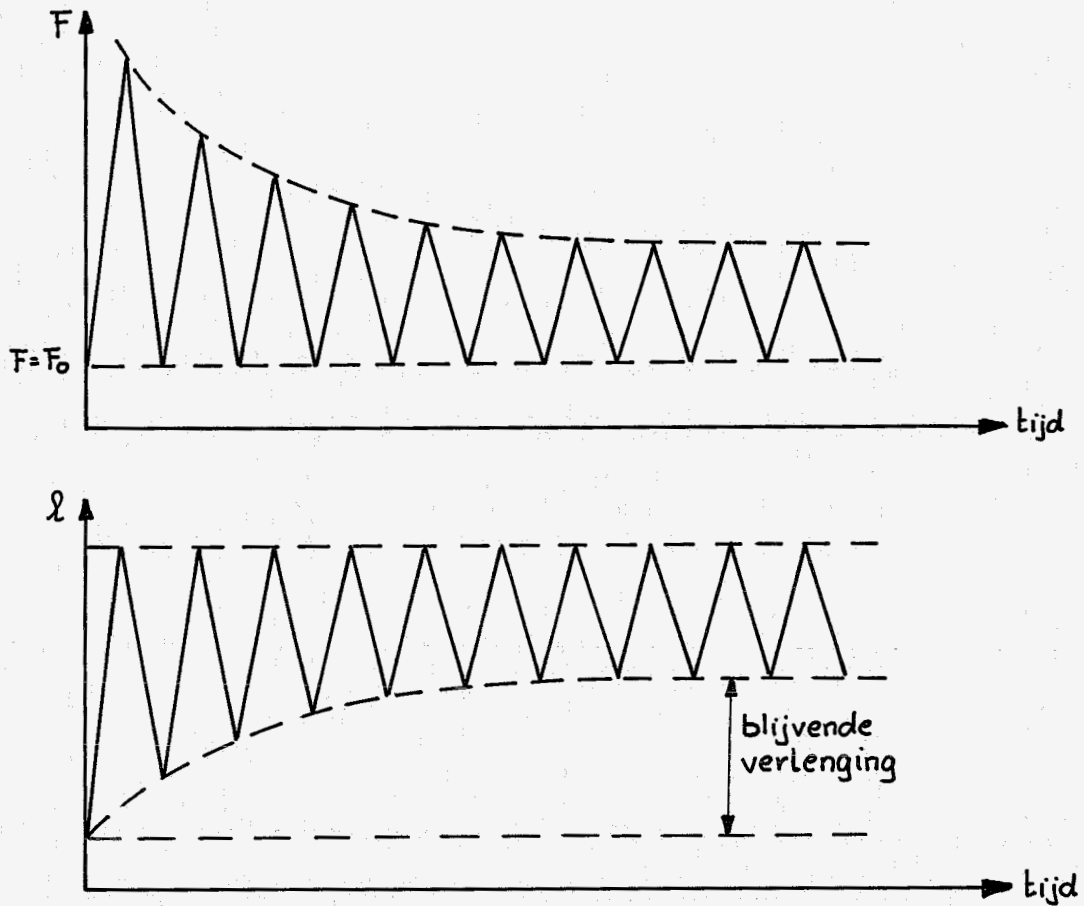


fig. 4.9 Blijvende verlenging.

Meer informatie over deze blijvende verlenging is te vinden in [14].

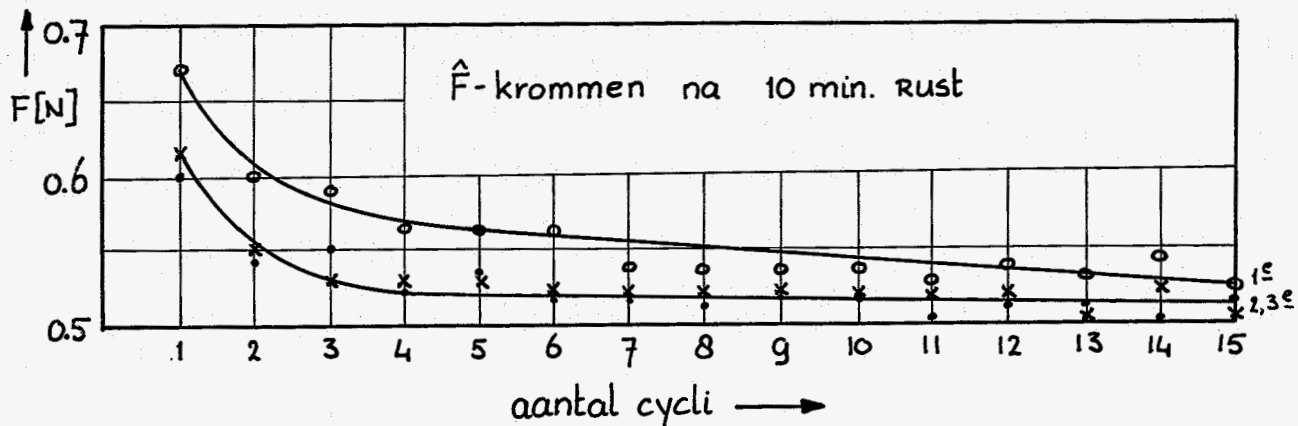
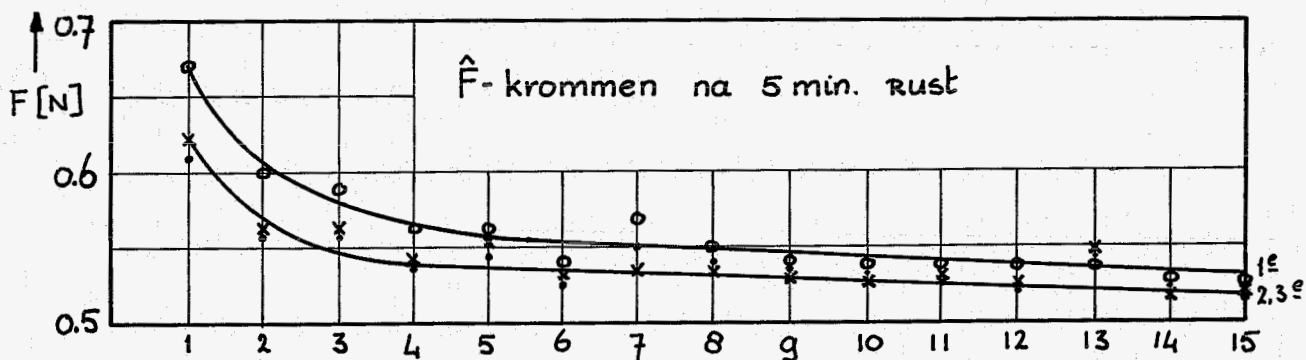
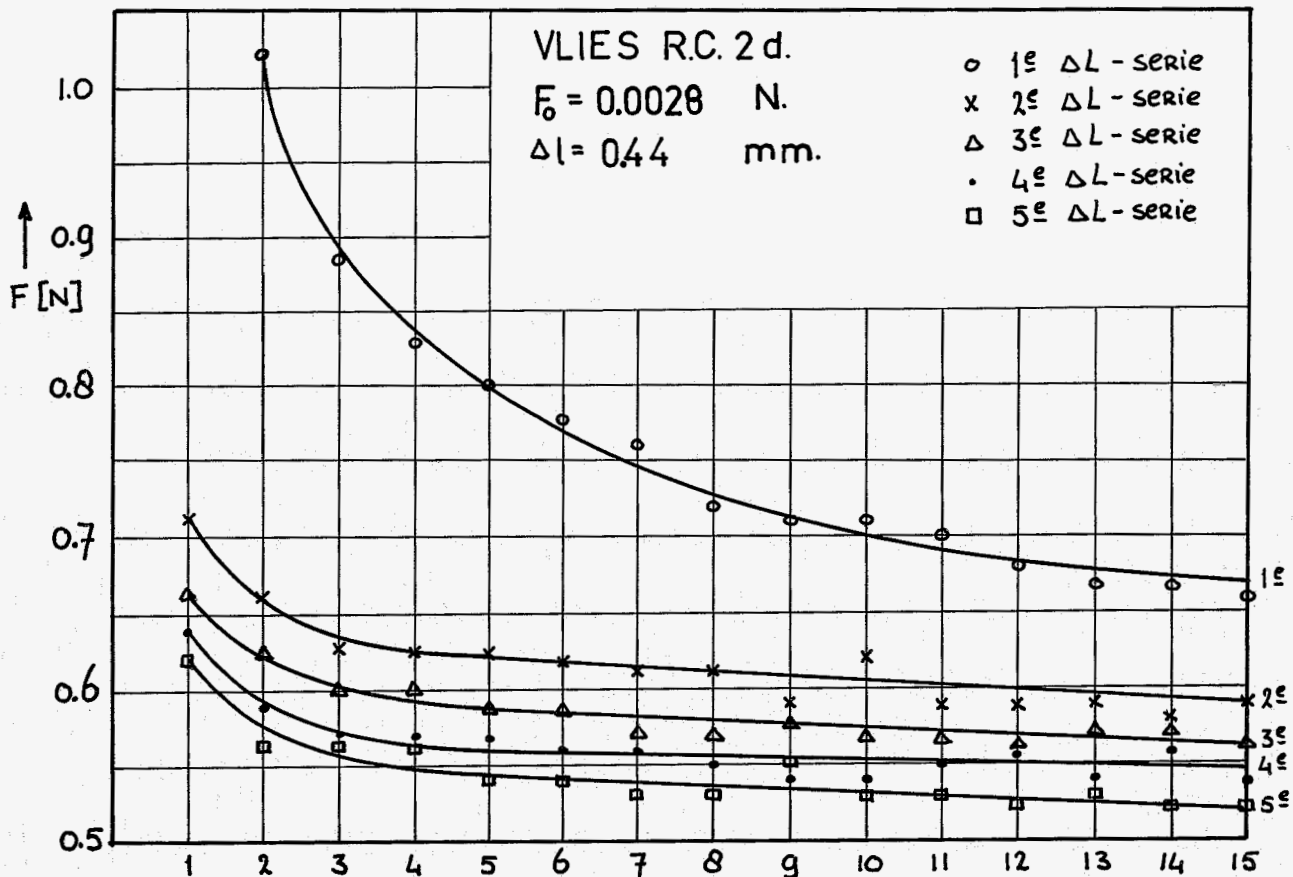


FIG. 4.10: invloed van de tijd op het preconditioneringsgedrag

Uit deze meetresultaten blijkt dat de gepreconditioneerde toestand duurzaam is over een periode van ca. 25 min.

Als namelijk eerst een P.P. op het strookje wordt uitgevoerd en er wordt dan 5 resp. 10 minuten gewacht alvorens weer een P.P. uit te voeren (3  $\Delta L$ -series), dan blijkt dat de respons na zo'n lange rustpauze niet wezenlijk verandert ten opzichte van de respons van de eerste P.P.

Met een statistische analyse is in bijlage 4 het een en ander getoetst. Daaruit blijkt dat de  $\hat{F}$ -kromme van de 3e  $\Delta L$ -serie van de P.P., uitgevoerd na een rustperiode van 5 min., geen verschil vertoont met de  $\hat{F}$ -kromme van de 5e  $\Delta L$ -serie uit de eerste P.P.

De 3e  $\hat{F}$ -kromme, geregistreerd na een rustpauze van 10 min. ligt echter iets lager dan die van de 5e  $\Delta L$ -serie uit de eerste P.P.

#### 4.3.3. Invloed van de rustpauzes

##### Meetprocedure

Bij deze meting wordt onderzocht of de grootte van de rustpauze tussen 2  $\Delta L$ -series van invloed is op het preconditioneringsgedrag. Bij de metingen, besproken in 4.3.1 en 4.3.2 bedroeg de rustpauze steeds  $T_p = 30$  s. Bij dit experiment wordt éénmaal gepreconditioneerd met rustpauzes van  $T_p = 180$  s. en éénmaal met rustpauzes van  $T_p = 300$  s.

Verder verlopen de experimenten analoog als bij de preconditioneringsproeven hiervóór:

- traversesnelheid  $v_t = 15$  mm/min
- bovengrens: positie
- ondergrens" kracht = 0 (nul)
- strookjes genomen uit dwarsrichting van het vlies.

##### Resultaten

Het verloop van de  $\hat{F}$ -krommen is identiek aan het verloop van de  $\hat{F}$ -krommen bij de vorige experimenten.

Ook tijdens de rustpauzes van 180 resp. 300 s. blijft de gepreconditioneerde toestand gehandhaafd.

De stabilisering vertoont eveneens eenzelfde beeld.

Voor één meting (vlies N.C.1.d.) zijn in figuur 4.11 de 5  $\hat{F}$ -krommen grafisch weergegeven.

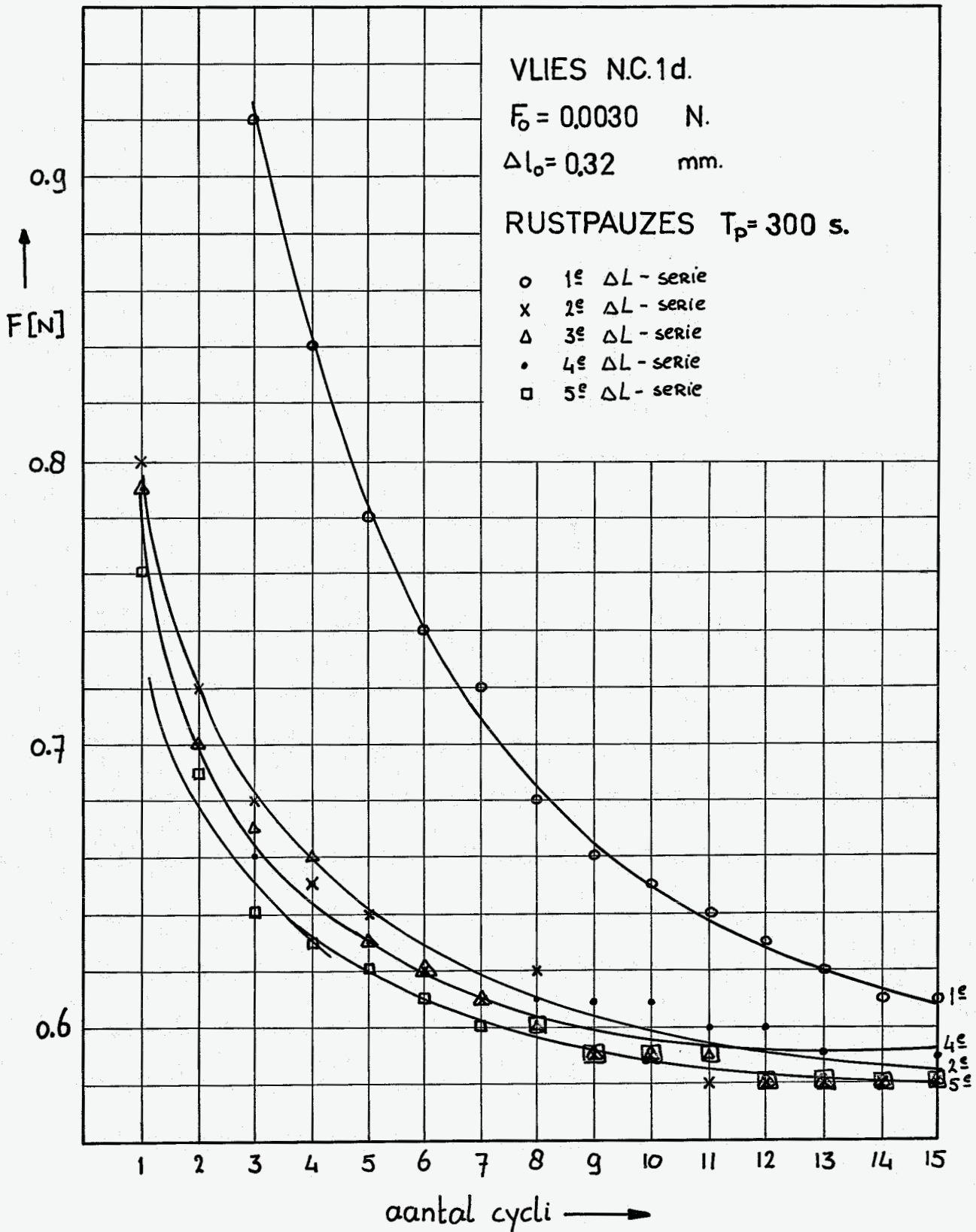


FIG. 4.11 : invloed van de rustpauzes op het preconditioneringsgedrag.

#### 4.3.4 Invloed van de reksnelheid op het preconditioneringsgedrag.

De bedoeling van dit experiment is om te kijken of de reksnelheid van invloed is op het preconditioneringsgedrag van het weefsel.

Hierbij wordt uitgegaan van de volgende vraagstelling:

1. variëren de  $\hat{F}$ -krommen t.g.v. variatie in de reksnelheid; m.a.w. komt de  $\hat{F}$ -kromme hoger of lager te liggen?
2. doet verandering in de reksnelheid de gepreconditioneerde toestand veranderen; m.a.w. moet bij een instelling van een andere reksnelheid opnieuw gepreconditioneerd worden?

Er is gemeten aan 2 strookjes, genomen in de dwarsrichting uit vliesweefsel.

Meetprocedure: De meetprocedure aan een strookje ziet er schematisch als volgt uit:

<inkleprocedure>

<beginprocedure >

<5  $\Delta L$ -series; 15 cycli; vt = 5 mm/min.; bovengrens: positie  $\Delta l \approx 1$  mm;  
ondergrens: kracht = 0, Tp = 30 s>

<30 sec. rust>

<5  $\Delta L$ -series; 15 cycli; vt = 25 mm/min; bovengrens: positie  $\Delta l \approx 1$  mm;  
ondergrens: kracht = 0, Tp = 30 s>

<30 sec. rust>

<5  $\Delta L$ -series; 15 cycli; vt = 5 mm/min; bovengrens: positie  $\Delta l \approx 1.5$  mm;  
ondergrens: kracht = 0, Tp = 30 s>

<30 sec. rust>

<5  $\Delta L$ -series; 15 cycli; vt = 25 mm/min; bovengrens: positie  $\Delta l \approx 1.5$  mm;  
ondergrens: kracht = 0, Tp = 30 sec>

Voor hogere reksnelheden wordt de amplitude (d.w.z. de instelling van de bovengrens  $\Delta l$ ) gecorrigeerd voor de overshoot [15]. Zodoende wordt een nagenoeg konstante  $\Delta l$  verkregen bij verschillende reksnelheden. In fig. 4.12 wordt schematisch de traversebeweging voorgesteld. Bij de weergave van deze figuur is geen rekening gehouden met de blijvende verlenging.

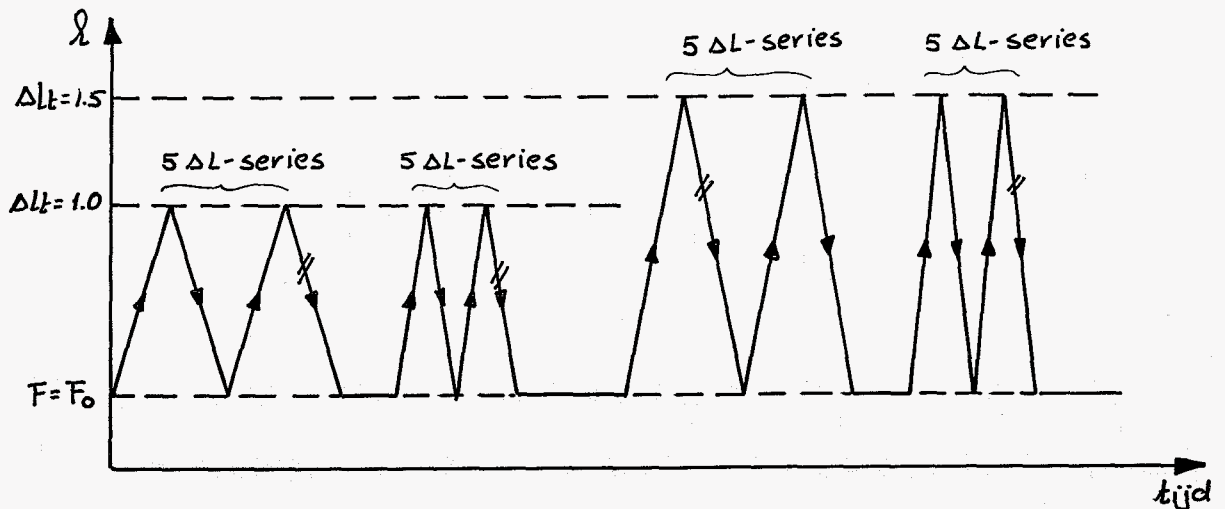


fig. 4.12 Schematische voorstelling van de traversebeweging.

### Resultaten

In de figuren 4.13 en 4.14 zijn voor één strookje de  $\hat{F}$ -krommen grafisch weergegeven. (De meetwaarden staan in tabel B 4.4 van bijlage 4). Hieruit volgt door middel van een statistische berekening, die te vinden is in bijlage 4, dat bij een verandering van de reksnelheid het verloop van de  $\hat{F}$ -kromme een wijziging ondergaat: bij een grotere reksnelheid ligt de  $\hat{F}$ -kromme in haar geheel iets hoger dan bij de lage reksnelheid. Dit kan het gevolg zijn van het feit dat bij de hoge reksnelheid de overshoot niet geheel is weggekorrigeerd. Dit houdt in dat de amplitude iets groter is ( $\approx 0.03$  mm).

Verder blijkt dat de  $\hat{F}$ -krommen, die bepaald zijn na instelling van een grotere reksnelheid, al van het begin af vrijwel geheel gestabiliseerd zijn. M.a.w. na een instelling van een hogere reksnelheid hoeft niet opnieuw gepreconditioneerd te worden. Het weefsel is én blijft gepreconditioneerd.

Uiteraard moet wel, na instelling van een grotere amplitude opnieuw gepreconditioneerd worden.

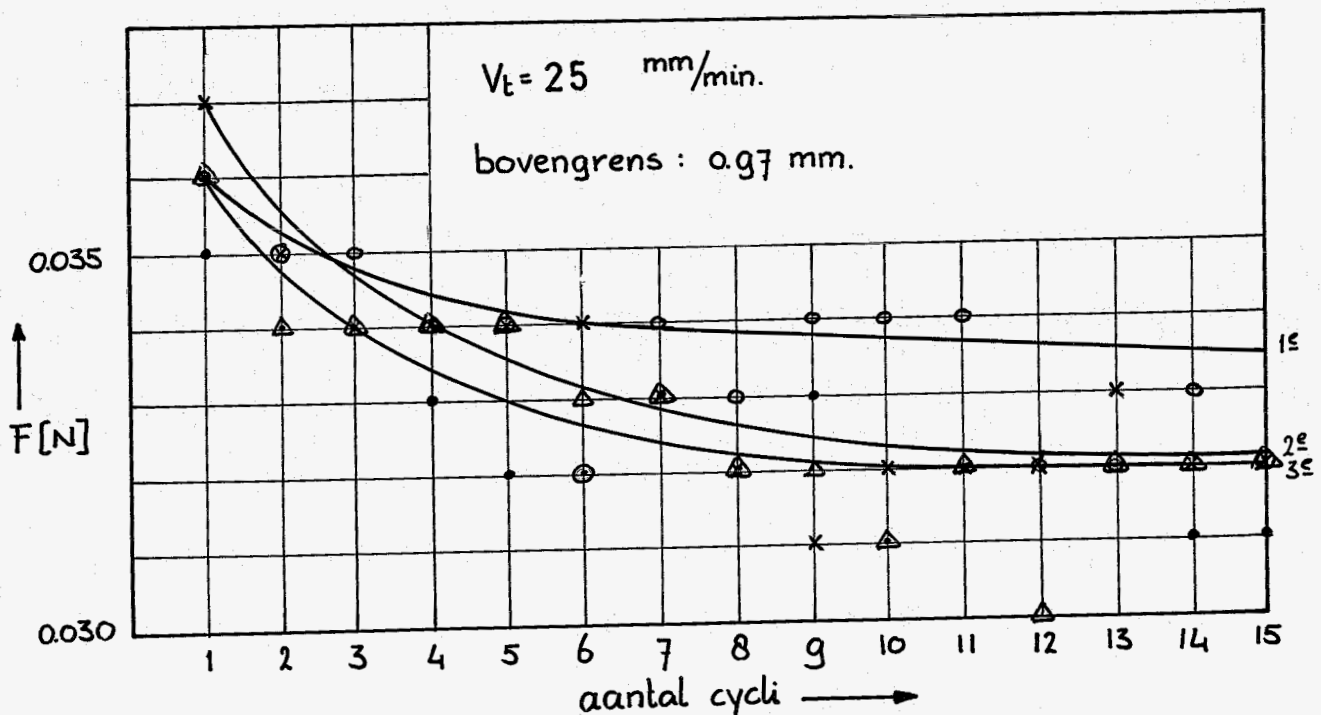
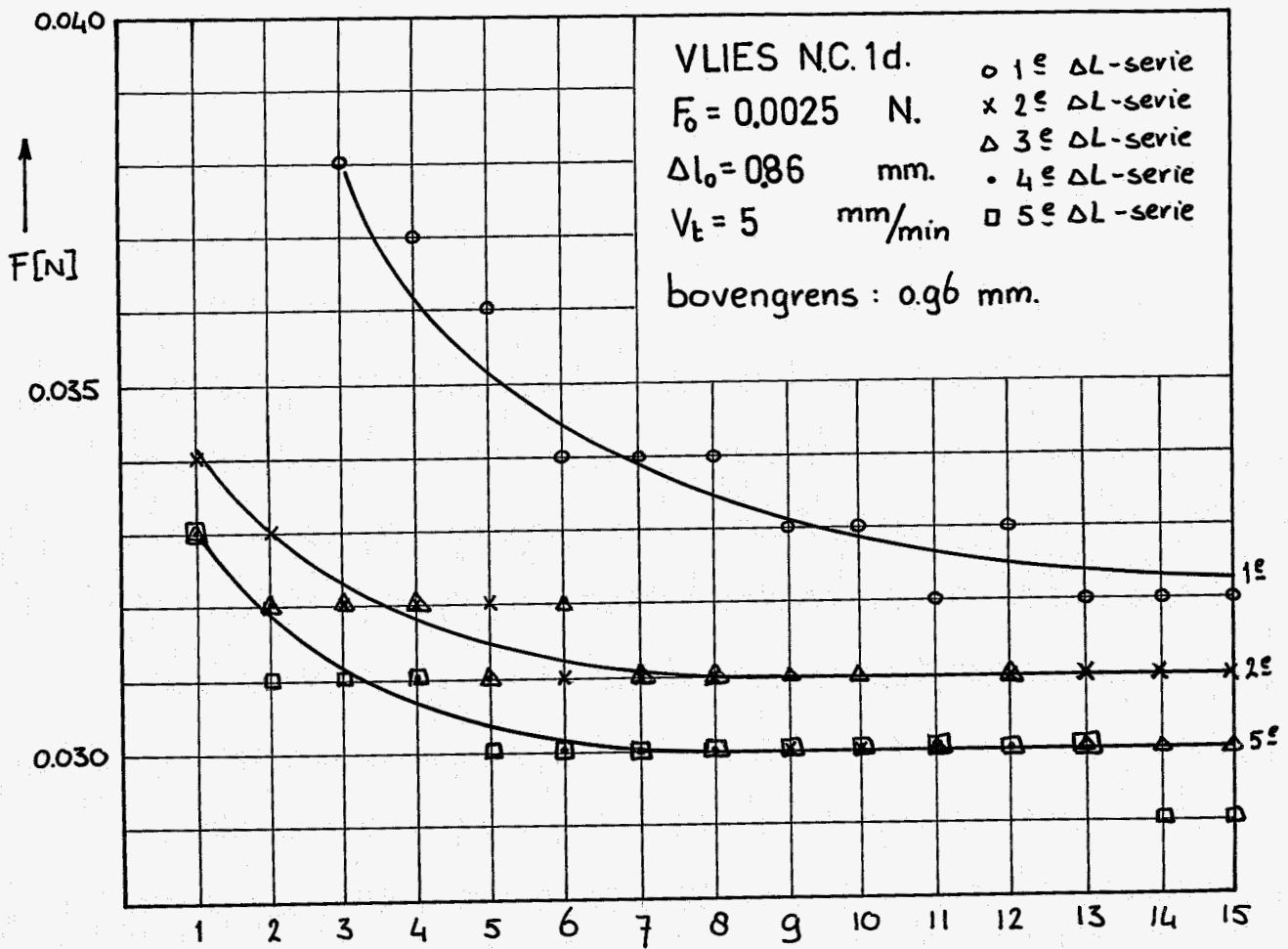


FIG. 4.13 : invloed van de reksnelheid op het preconditioneringsgedrag.



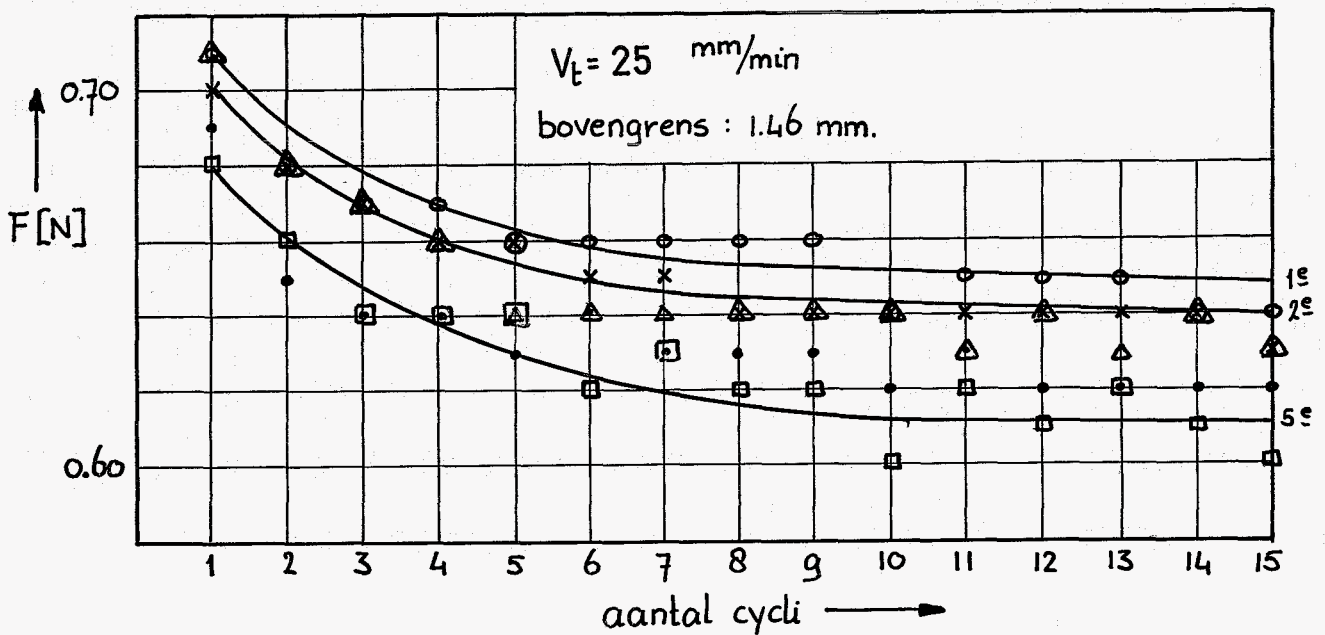
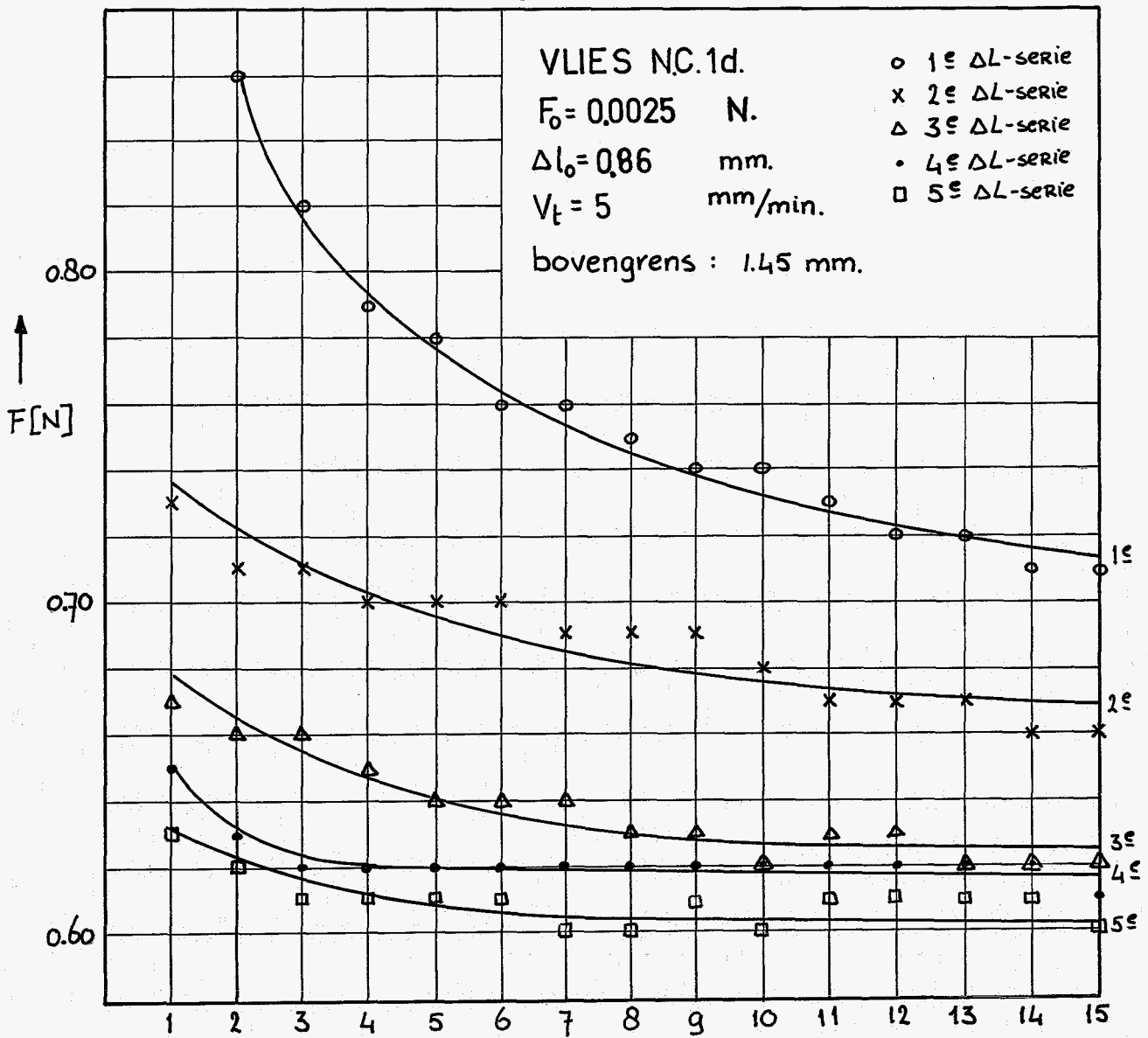


FIG. 4.14 : invloed van de reksnelheid op het preconditioneringsgedrag

#### 4.4 Diskussie en konklusies

Er blijkt dat als vliesweefsel wordt onderworpen aan 5 achtereenvolgende  $\Delta 1$ -series er een stabilisatie van de respons optreedt. Dit stabiliseren wordt preconditioneren genoemd.

De gepreconditioneerde toestand wordt verkregen door een aantal maal dezelfde proef op het weefsel uit te voeren. Stabiliseren de materiaalkarakteristieken, dan kan het uiteindelijke experiment plaatsvinden.

Zo wordt voor een trekproef met konstante reksnelheid gepreconditioneerd door 5  $\Delta 1$ -series van 15 cycli uit te voeren.

De laatste cyclus van de laatste  $\Delta 1$ -serie wordt dan gedefinieerd als de trekproef.

De gepreconditioneerde toestand is in dit geval bereikt, als de  $\hat{F}$ -krommen stabiliseren; m.a.w. als de  $\hat{F}$ -krommen van twee achtereenvolgende  $\Delta 1$ -series over elkaar heenvallen.

In dit hoofdstuk is het preconditioneringsgedrag bestudeerd voor trekproeven met konstante reksnelheid. Er wordt verwacht dat bij andere typen experimenten een soortgelijke preconditioneringsprocedure geldt, m.a.w. vóór het uitvoeren van een bepaald experiment zal men eerst moeten preconditioneren door enkele malen dat experiment op het weefsel uit te voeren. Hierop wordt in de volgende hoofdstukken nader ingegaan.

Bij de in dit hoofdstuk bepaalde preconditioneringsprocedure (5  $\Delta 1$ -series van 15 cycli met tussenpauzes van 30 sec) worden de  $\hat{F}$ -krommen als de materiaalkarakteristieken beschouwd, aan de hand waarvan onderzocht wordt of het weefsel wel of niet gepreconditioneerd is.

Deze zijn in figuur 4.15 nogmaals geschetst voor de opeenvolgende  $\Delta 1$ -series. Het aanmerkelijke verschil tussen de  $\hat{F}$ -krommen van de 1e en 2e  $\Delta 1$ -serie zou verklaard kunnen worden door aan te nemen dat het preconditioneringsproces zich tijdens de 1e  $\Delta 1$ -serie voor het grootste gedeelte voltrekt.

Tijdens de volgende  $\Delta 1$ -series worden de preconditioneringseffekten steeds zwakker, waardoor de respons stabiliseert, m.a.w. de  $\hat{F}$ -krommen voor twee opeenvolgende  $\Delta 1$ -series komen nagenoeg over elkaar heen te liggen.

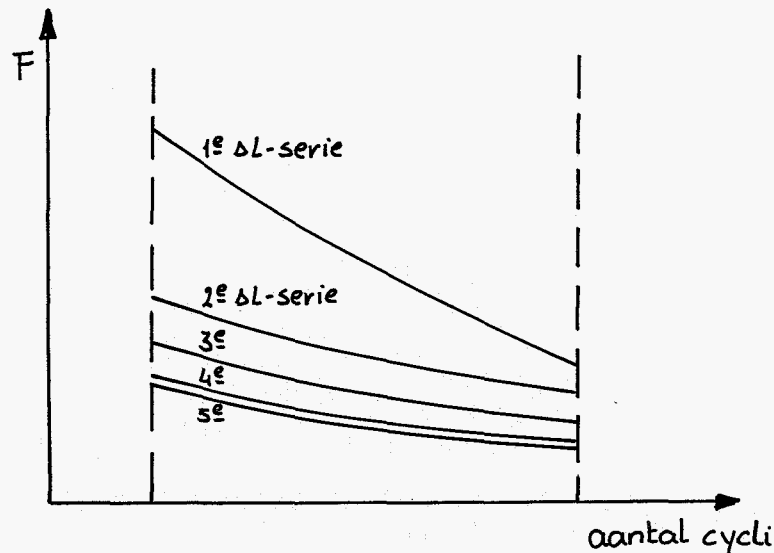


fig. 4.15

Verder blijkt dat als het weefsel eenmaal gepreconditioneerd is, deze gepreconditioneerde toestand duurzaam is over ca. 25 minuten. M.a.w. de tijd heeft geen invloed op de gepreconditioneerde toestand.

Dit komt ook tot uitdrukking in het feit dat de grootte van de rustpauzes tussen twee  $\Delta L$ -series niet van invloed is op het stabiliseringsgedrag van de  $\hat{F}$ -krommen (de pauzeduur is gevarieerd van 30 - 300 sec.).

Ook de reksnelheid heeft weinig invloed op het preconditioneringsgedrag. Bij een verandering van de reksnelheid met een faktor 5 hoeft het weefsel niet opnieuw gepreconditioneerd te worden.

We konkluderen voor trekproeven met konstante reksnelheid dat:

- er een preconditionerings-fenomeen bestaat
- er een preconditionerings-procedure bestaat
- het criterium voor het wel of niet gepreconditioneerd zijn, de uitkomst is van de toets, die bepaalt of 2 opeenvolgende  $\hat{F}$ -krommen samenvallen.

#### 4.5 Follow-up

Ons vermoeden is dat voor het preconditioneren niet zozeer het soort experiment van belang is, maar meer de mate van verlenging die het weefsel ondergaat.

Om dit te onderzoeken kan het volgende worden voorgesteld:

Kies een maximaal rekbereik et. Dit kan gekozen worden op grond van fysiologische gegevens.

Er wordt dan gepreconditioneerd op de manier, zoals beschreven in dit hoofdstuk, met als ingestelde maximale rek de gekozen et.

Hierdoor zal het weefsel een blijvende verlenging ondergaan en de "ware rek" zal resteren:

$$\varepsilon_w = a \cdot \varepsilon t$$

$$a \approx 0.6$$

voor vliesweefsel

$$a \approx 0.8$$

voor sinusweefsel [14] , blz. 38

Het weefsel is nu gepreconditioneerd (in principe alléén voor een trekproef met konstante reksnelheid) in het rekgebied  $0 < \varepsilon < \varepsilon_w$ .

Binnen dit gebied blijvende, kan dan gekeken worden of deze gepreconditioneerde toestand ook van toepassing is voor andere typen experimenten. Indien zou blijken dat dit inderdaad het geval is, zouden de metingen aan het weefsel een stuk minder tijdrovend worden.

Immers bij het overgaan op een ander type experiment zou niet meer opnieuw gepreconditioneerd hoeven te worden. Bovendien zou het zo mogelijk zijn om de metingen (met het oog op de statistische analyse van de resultaten) minder afhankelijk van elkaar uit te voeren. Zo zal bijvoorbeeld in hoofdstuk 5 gezien worden dat bij relaxatieproeven met verschillende stapgroottes, deze stapgroottes in opvolgende grootte achter elkaar moeten worden uitgevoerd.

Indien de veronderstelling van deze paragraaf juist zou zijn, kunnen in het vervolg de stapgroottes in een willekeurige volgorde worden gevarieerd.

## Hoofdstuk 5: Een aanzet tot relaxatieproeven

### 5.1. Inleiding

Bij de bespreking van het model van Fung in hoofdstuk 2 zagen we dat bij de beschrijving van een materiaalgedrag met behulp van dit model twee functies gemeten moesten worden, en wel de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  en de elastische respons  $F^{(e)}$ .

Deze functies zijn te bepalen met een eenvoudige relaxatieproef. Voor de bepaling van  $F^{(e)}$  moet de relaxatieproef herhaald worden voor verschillende stapgroottes.

Het hoofddoel van de relaxatiemetingen, besproken in dit hoofdstuk, is dan ook om gegevens te verschaffen over deze functies.

Daarbij zal aandacht besteed worden aan de volgende punten:

- de onafhankelijkheid van  $G(t) = \frac{F(t)}{F(t=0^+)}$  van de stapgrootte.

Dit is namelijk een noodzakelijke eis, willen we deze functie in het model van Fung kunnen gebruiken.

- de invloed van preconditionering en voorspanning op  $G(t)$ .

De meetopstelling, die bij de relaxatieproeven is gebruikt staat beschreven in 3.2.3.

Bij deze metingen is gemeten aan 6, in dwarsrichting gesneden, strookjes: 3 strookjes vliesweefsel en 3 strookjes sinusweefsel:

meting 80012403	vlies L.C.1.d.
meting 80012404	vlies L.C.2.d.
meting 80013103	vlies N.C.2.d.
meting 80012502	sinus N.C.1.d.
meting 80013101	sinus N.C.1.d.
meting 80013102	sinus N.C.1.d.

(voor codering van de proefstrookjes: zie 3.2.1).

Alle strookjes hebben een breedte van 3 mm.

### 5.2. Meetprocedure

Nadat het proefstrookje is ingeklemd (zie 3.2.2) wordt weer eerst een bepaalde voorspankracht aangebracht. Deze voorspankracht bedroeg bij vorige metingen (zie hoofdstuk 4) voor strookjes vliesweefsel:

$F_0 \approx 0.003 \text{ N.}$ , en voor strookjes sinusweefsel:  $F_0 \approx 0.05 \text{ N.}$

Het is bij de hier beschreven metingen echter niet mogelijk om de kracht met zo'n nauwkeurigheid meteen af te lezen.

Om toch een bepaalde voorspanning te verkrijgen wordt het strookje een verlenging gegeven van  $\Delta l_0$ . Deze verlenging  $\Delta l_0$  wordt voor vliesweefsel geschat op 0.5 mm. De voorspanning is hierbij onbekend.

Strookjes sinusweefsel worden zo lang gerekt tot deze recht hangen. Dit recht hangen wordt met het blote oog waargenomen.

Nog een belangrijk punt, waarop men hier moet letten, in verband met de definitie van de referentielengte, is dat bij het losmaken van de leibaan, de onderste klem naar boven springt. Deze verplaatsing is even groot als de ingestelde stapgrootte.

De ingestelde stapgrootte bedraagt aan het begin altijd 1 mm.

Vliesweefsel moet dus 1.5 mm worden gerekt alvorens men met de eigenlijke experimenten kan beginnen.

Hierna wordt begonnen met het preconditioneren van het weefsel (zie 4.1). De preconditioneringsprocedure bestaat uit het 5 maal achter elkaar uitvoeren van een stapproef met dezelfde ingestelde stapgrootte. Uit het preconditioneringsonderzoek (5.4.3) blijkt namelijk dat na 5 maal achter elkaar uitvoeren van een stapproef het weefsel vrijwel gepreconditioneerd is.

Na deze procedure heeft het strookje een blijvende verlenging ondergaan. Dit wordt gecorrigeerd door, na het instellen van een nieuwe stapgrootte de traverse omhoog te bewegen:  $\Delta l_o^{(i)}$  (zie fig. 5.1). Deze traverseverplaatsing is gelijk aan de ingestelde stapgrootte plus de geschatte blijvende verlenging. Deze laatste moet worden geschat daar we met de huidige meetopstelling niet direkt de kracht op het proefstrookje kunnen aflezen.

De blijvende verlenging wordt geschat met behulp van de meetresultaten bij de inleidende relaxatieproeven.

De werkelijke stapgrootte  $\Delta l_{sw}$  wordt dus gegeven door:

$$\Delta l_{sw}^{(i)} = \Delta l_{stap}^{(i)} - \Delta l_p^{(i)} \quad (\text{zie fig. 5.1})$$

Na het instellen van een nieuwe stapgrootte en het corrigeren voor de blijvende verlenging, wordt het hele, hiervóór beschreven procedure herhaald.

In figuur 5.1 is schematisch weergegeven, welke lengteveranderingen het proefstrookje in de tijd ondergaat.

In bijlage 5 is ter volledigheid een checklist gegeven, waarin alle handelingen vermeld staan, die nodig zijn voor het uitvoeren van een relaxatieproef.

Opmerking : de blijvende verlenging  $\Delta l_p^{(1)}$  is  
 geschat, niēt gemeten.

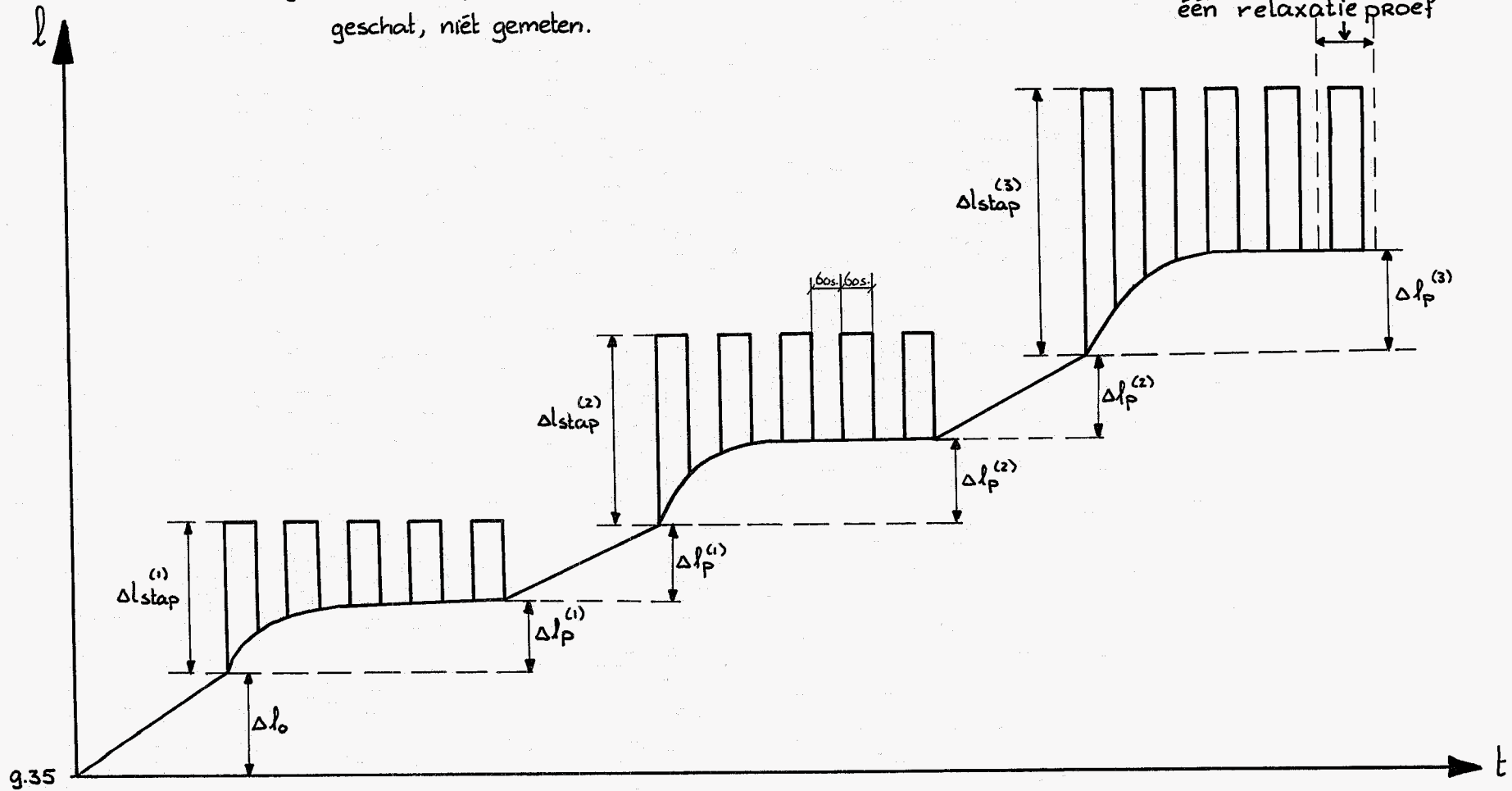


FIG. 5.1 SCHEMATISCHE WEERGAVE VAN DE LENGTEVERANDERINGEN VAN  
 HET PROEFSTROOKJE

Na het aanbrengen van een stapvormige verlenging, wordt de kracht gemeten als functie van de tijd.

Via de zo gemeten krachtrespons  $F(t)$  kunnen de andere grootheden worden afgeleid:

- gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t) = \frac{F(t)}{F(t=0^+)}$

- elastische respons  $F^{(e)} = F(t=0)$

Bij de bepaling van de rek houden we rekening met de blijvende verlenging. We definiëren daartoe de ware rek  $\epsilon_w$  als:

$$\epsilon_w = \frac{\Delta l_{sw}}{l_0}$$

waarin  $\Delta l_{sw} = \Delta l_{stap} - \Delta l_p$  (fig. 5.1)

en  $l_0 = 9.35 + \Delta l_0 + \sum \Delta l_p$  (zie fig. 5.1)

Om de invloed van het preconditioneren te bestuderen zijn voor meting 80012403 (vliesweefsel) en meting 80012502 (sinusweefsel) bij een stapgrootte van 2 mm resp. 3 mm de waarden van  $G(t)$  berekend voor de 5 achtereenvolgende stappen met dezelfde stapgrootte. Hierdoor kan bekeken worden of er preconditioneren optreedt; m.a.w. of de krachtrespons reproduceert.

Om tenslotte de invloed van de voorspanning te bestuderen wordt bij de metingen 8001301 en 80013102, na het 5 maal achter elkaar uitvoeren van een relaxatieproef met stapgrootte 3 mm., nogmaals de bovenste klem 1 mm omhoog gebracht.

Daarna worden nog een keer 5 stappen van 3 mm. aan het weefsel opgehangen. De 5e stapproef wordt weer geregistreerd. Hierna wordt nog een keer de bovenste klem omhoog gebracht en weer 5 stappen van 3 mm. opgedrongen. Ook deze vijfde keer wordt de  $G(t)$  weer geregistreerd (zie fig. 5.2).



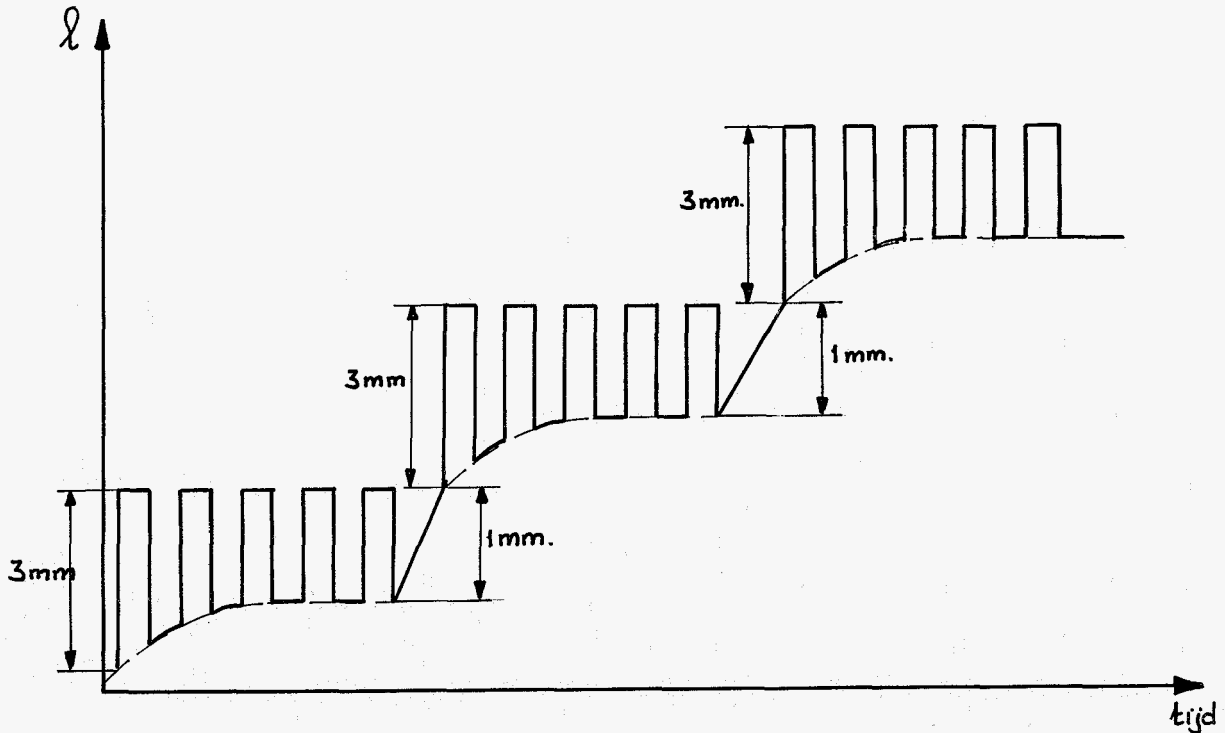


fig. 5.2 Procedure voor het bestuderen van de voorspanning.

### 5.3 Bespreking van de meetresultaten; conclusies

#### 5.3.1 De gereduceerde relaxatiefunctie

Voor de meetwaarden van de totale krachtrespons  $F(t)$  en de daaruit berekende waarden voor  $G(t)$  wordt verwezen naar de tabellen B 5.1 resp. B 5.2 in bijlage 5. De meetwaarden voor  $F(t)$  zijn bepaald in het tijdinterval  $0^+ \leq t \leq 60$  s (met  $t=0^+$ : tijdstip waarop de stapvormige verlenging juist is voltooid).

Door middel van variantie-analyse kan met behulp van deze gegevens de (on)afhankelijkheid van enkele parameters getoetst worden. Deze parameters zijn: de tijd, de stapgrootte en het experiment. Daarna kan, uitgaande van het volgende model:

$$G(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot f(\Delta l \text{stap}) + \alpha_2 \cdot g(\text{tijd}) + \alpha_3 \cdot h(\text{exp.}) \quad (5.1)$$

een uitdrukking voor  $G(t)$  worden gevonden (zie 3.3.3).

De variantie-analyse wordt hier wel gedaan; het schatten van een uitdrukking voor  $G(t)$  niet. Hiervoor wordt in 3.3.3 de methode aangegeven.

Variantie-analyse, toegepast op de gemeten waarden van  $G(t)$  voor vliesweefsel levert het volgende resultaat:

FAKTOR	KWADRATEN SOM KS	VRIJHEIDS- GRADEN $\nu$	GEREDUCEERDE KWADR. SOM: $GK = \frac{KS}{\nu}$	$F = \frac{GK}{\hat{\sigma}_o^2}$	$F_{92}^{\nu}$
totaal	1.7017	-	-	-	-
tijd	1.5997	11	0.1454	364	1.9
stap	0.0642	2	0.0321	80	3.1
exp.	0.0002	2	0.001	0.25	3.1
rest	0.0376	92	$\hat{\sigma}_o^2 = 0.0004$	-	-

Tabel 5.1. Variantie-analyse van de resultaten van de proeven (80012403, 80012404, 80013103) met vliesweefsel.

$F_{92}^{\nu}$  is de kritieke waarde van de F-verdeling bij  $\alpha = 0.05$  ( 20 tabel 4.1). Indien voor parameter  $\alpha_i$  geldt  $F > F_{92}^{\nu}$ , dient de hypothese "de meetwaarden zijn onafhankelijk van  $\alpha_i$ " te worden verworpen.

Uit de resultaten van deze analyse volgt dat de waarden van  $G(t)$  geen significante afhankelijkheid vertonen van het experiment oftewel het proefstrookje. De afhankelijkheid van de tijd én van de stapgrootte is echter wél significant. De laatstgenoemde afhankelijkheid wijst er op dat voor vliesweefsel geen gereduceerde relaxatiefunctie in de zin van het model van Fung bestaat. Een dergelijke konklusie is hier echter voorbarig omdat:

1. het fenomeen preconditioneren nog niet goed is bestudeerd
2. de voorspanning niet in de hand gehouden is.

Variantie-analyse, toegepast op de  $G(t)$ , gemeten op sinusweefsel levert de gegevens in tabel 5.2.

FAKTOR	KWADRATEN SOM KS	VRIJHEIDS- GRADEN $\nu$	GEREDUCEERDE KWADR.SOM: $GK = \frac{KS}{\nu}$	$F = \frac{GK}{\sigma_o^2}$	$F_{127}^{\nu}$
totaal	2.19	-	-	-	-
tijd	1.70	11	0.155	78	1.9
stap	0.16	3	0.053	27	2.6
exp	0.11	2	0.055	28	3
rest	0.22	127	$\sigma^2$ o	-	-

Tabel 5.2 Variantie-analyse van de resultaten van de proeven (80012502, 80013101, 80013102) met sinusweefsel.

In het model van  $G(t)$  (5.1) mag nu geen enkele parameter gelijk aan nul worden gesteld. De gereduceerde relaxatiefunctie is dus afhankelijk van de tijd, de stapgrootte en van het proefstrookje.

Ter illustratie is in fig. 5.3 voor één vliesweefselstrookje de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  grafisch weergegeven voor de verschillende stapgroottes.

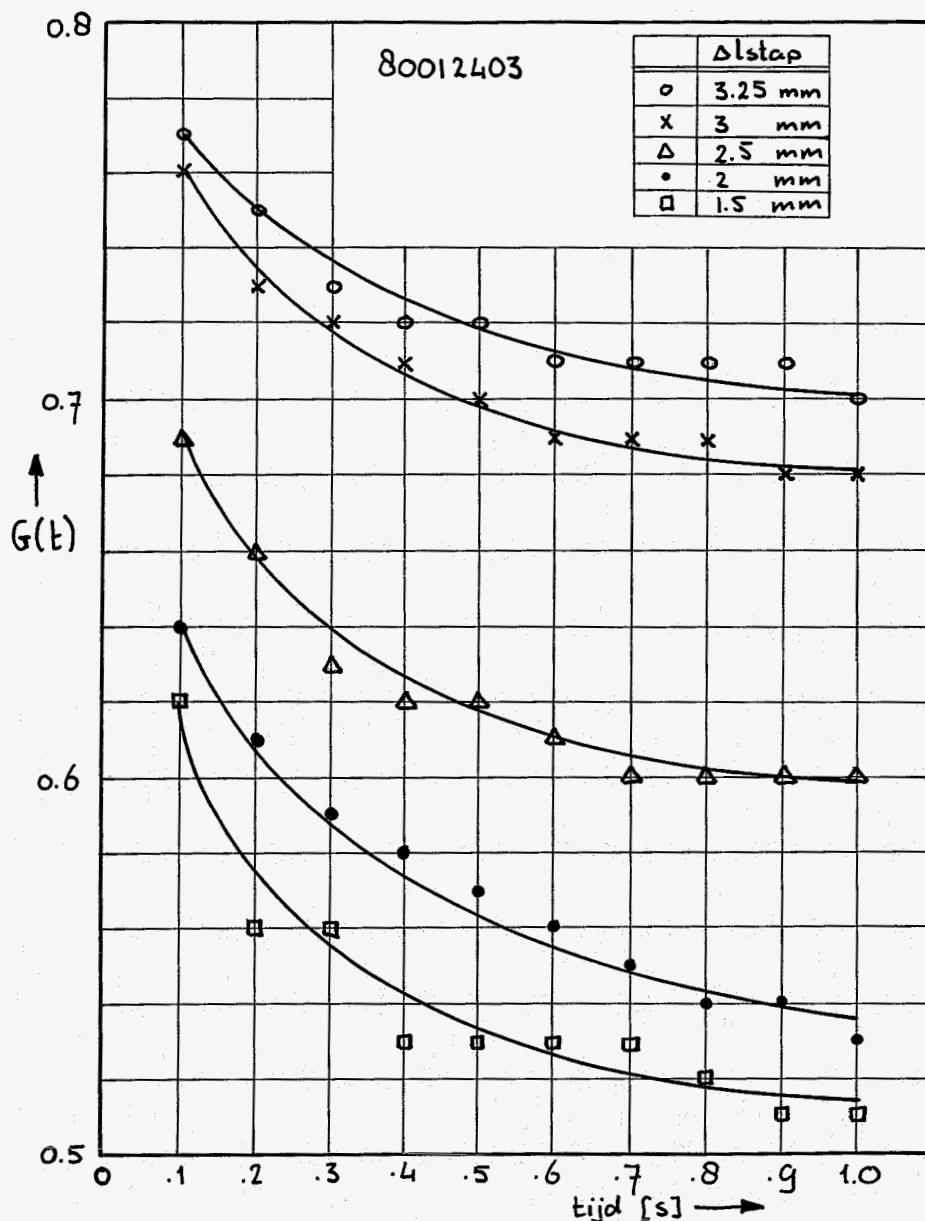


fig. 5.3 De gereduceerde relaxatiefunctie bij verschillende stapgroottes. Metingnr. 80012403. Vliesweefsel.

### 5.3.2 De elastische respons

De meetwaarden voor de elastische respons  $F^{(e)} = F(t=0^+)$  zijn opgenomen in tabel B 5.3 in bijlage 5.

In figuur 5.4 is de elastische respons voor de 3 vliesstrookjes en de 3 sinusstrookjes grafisch weergegeven.

Aangezien we niet weten of er een gereduceerde relaxatiefunctie in de zin van Fung bestaat, moeten we ons afvragen of er wel een elastische respons  $F^{(e)}$  bestaat.

Indien er wordt verondersteld dat er inderdaad zo'n functie bestaat, dan kunnen we de figuur 5.4 nader beschouwen.

Nadere beschouwing van deze figuur laat zien dat:

- er tussen de elastische responsen van de 3 vliesstrookjes grote verschillen bestaan. De oorzaak hiervan kan zijn dat er bij de verschillende strookjes andere voorspanningen zijn aangebracht. Verder kan als oorzaak hiervan worden aangegeven dat we niet zeker zijn over het al dan niet gepreconditioneerd zijn van het weefsel. Tenslotte zal de weefselsamenstelling van de diverse strookjes verschillend zijn.
- er een duidelijk verschil bestaat tussen de  $F^{(e)}$  van vlies- en sinusweefsel: voor sinusweefsel is een vrijwel rechte lijn te constateren. Over de elastische respons van het vliesweefsel is het volgende te zeggen: Men kan deze indelen in 3 gebieden:
  - / . lineair stuk bij kleine rek. Dit gebied wordt ook wel het elastinegebied genoemd.
  - / . overgangsgebied
  - / . lineair stuk bij grote rek. Dit gebied heeft het collageengebied.

### 5.3.3 Onderzoek naar de preconditionering bij de relaxatieproeven

In figuur 5.5 zijn voor een vlies- en een sinusstrookje de waarden van  $G(t)$  uitgezet zoals deze bepaald zijn uit vijf achtereenvolgende uitgevoerde relaxatieproeven met dezelfde ingestelde stapgrootte. De bijbehorende getalwaarden zijn opgenomen in tabel B.5.4 in bijlage 5.

Met de toets, besproken in 3.3.3 A, kan onderzocht worden of het weefsel tijdens de vijfde meting gepreconditioneerd is. m.a.w. of de 5e  $G(t)$  overeenkomt met de 4e  $G(t)$ .

Voor vliesweefsel (80012403) geldt  $\bar{d} = 0$ . De toetsingsgroottheid:

$$\frac{\bar{d}}{s\bar{d}/\sqrt{n}} = 0$$

Voor sinusweefsel (80012502) geldt  $\bar{d} = 0.016$ . De toetsingsgroottheid:

$$\frac{\bar{d}}{s\bar{d}/\sqrt{n}} = 5.5$$

Daar de kritieke waarde van de student-t verdeling 2.14 bedraagt, kan hieruit geconcludeerd worden dat voor het onderzochte vliesweefsel de 5e stapproof in de gepreconditioneerde toestand heeft plaats gevonden. Voor het onderzochte sinusweefsel is dat niet het geval.

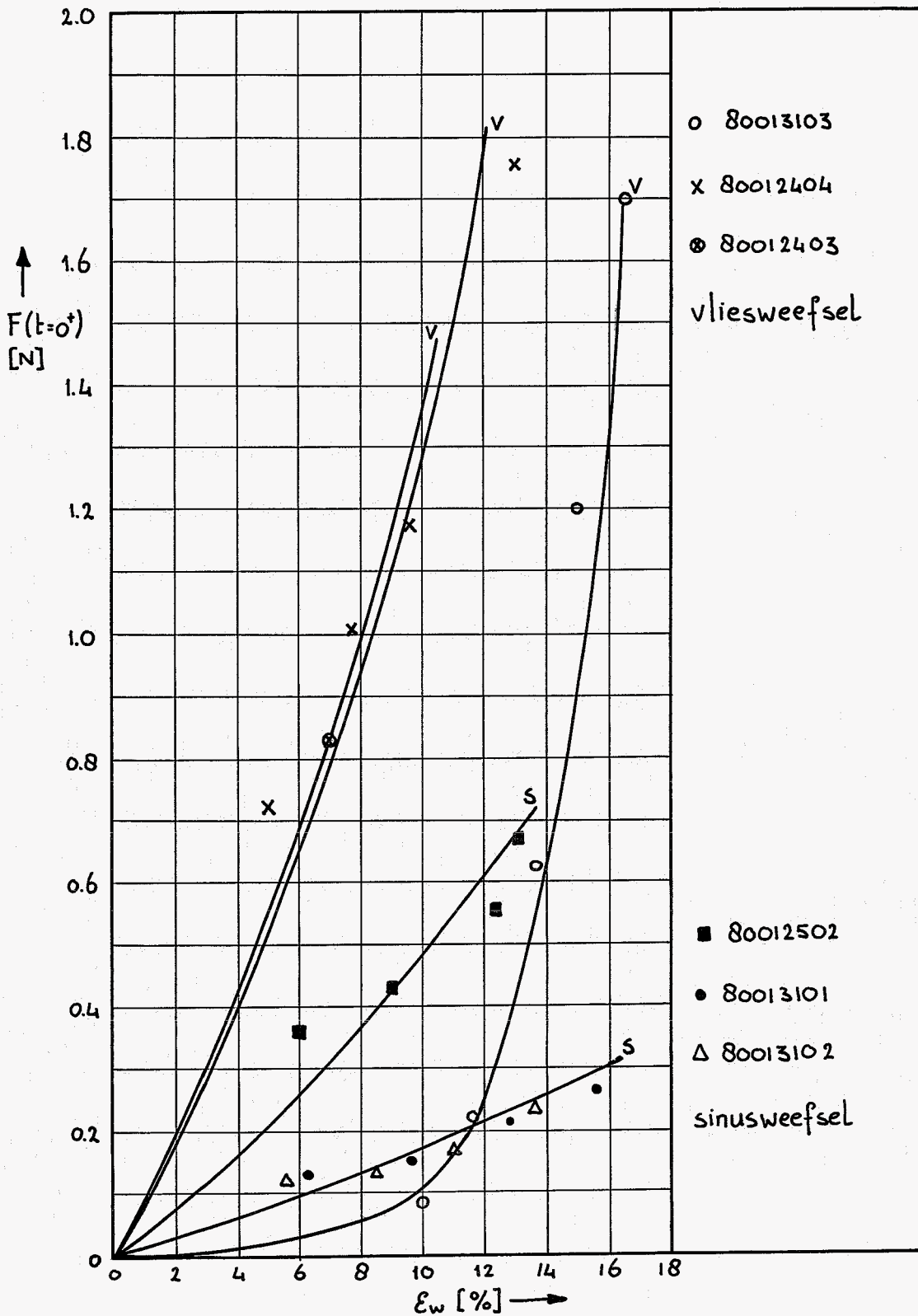


FIG. 5.4 : DE ELASTISCHE RESPONS  $F^{(e)}$

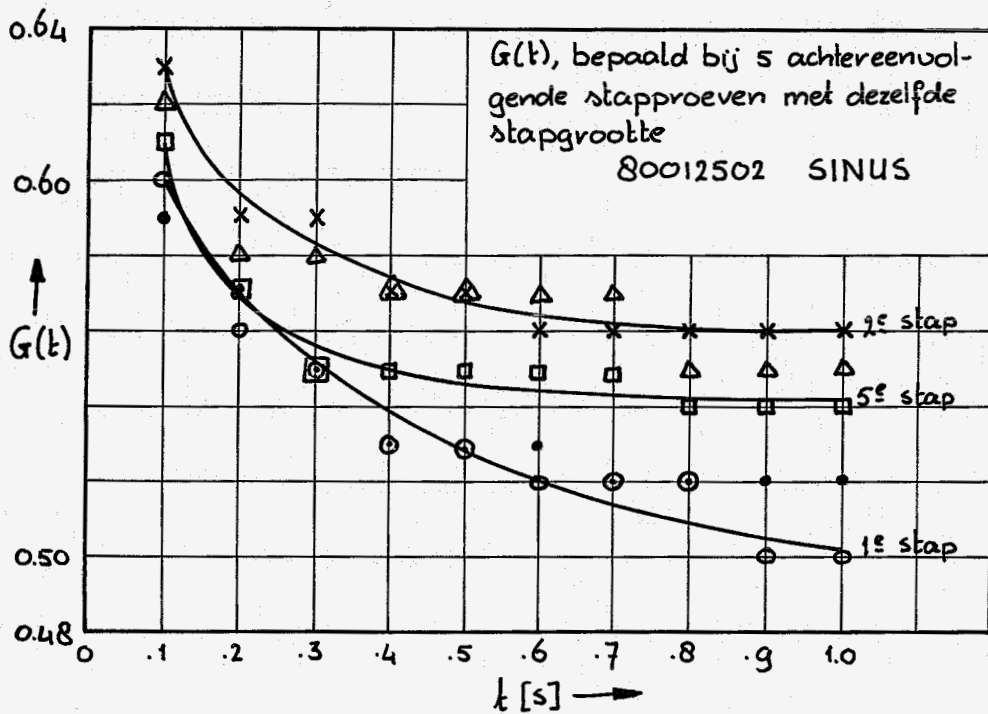
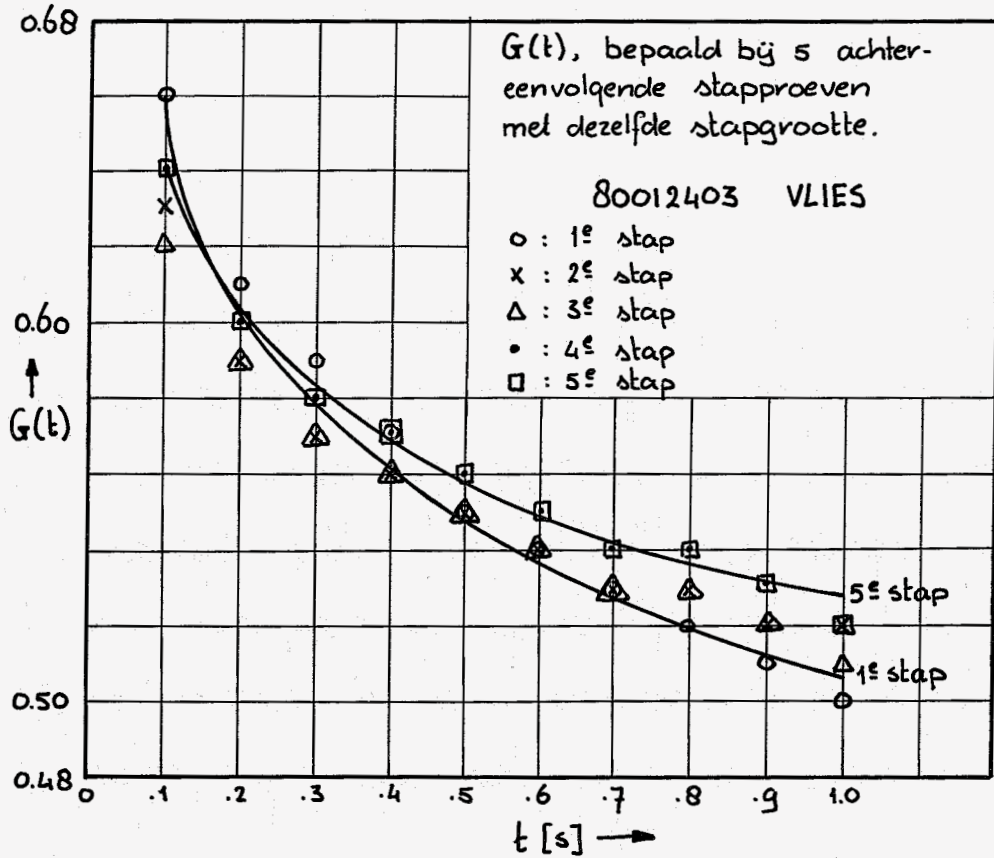


FIG. 55: ONDERZOEK NAAR HET PRECONDITIONEREN

5.3.4 De invloed van de voorspanning

In tabel B 5.2 van bijlage 5 en figuur 5.6 staan de meetresultaten, die betrekking hebben op het bestuderen van de invloed van de voorspanning. Deze invloed is alléén bekeken voor sinusweefsel. Voor meting 80013001 zal met behulp van variantie-analyse bekeken worden of de voorspanning invloed heeft op de gereduceerde relaxatiefunctie. Hiervoor wordt uitgegaan van het volgende model:

$$G(t) = \alpha_0 + \alpha_1.f(\text{tijd}) + \alpha_2.g(\text{voersp.}) \quad (5.3)$$

Variantie-analyse leidt tot:

FAKTOR	KS	v	GK	F	$F_{22}^v$
totaal	0.0469	-	-	-	-
tijd	0.448	11	0.0407	298	2.3
voersp.	0.018	2	0.009	66	3.4
rest	0.003	22	$1.36 \cdot 10^{-4}$	-	-

Tabel 5.3 Variantie-analyse; invloed van de voorspanning.

Aangezien  $66 > 3.4$  moet er gekonkludeerd worden dat de voorspanning invloed heeft op de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$ . Hierop komen we in 5.4 nog terug.



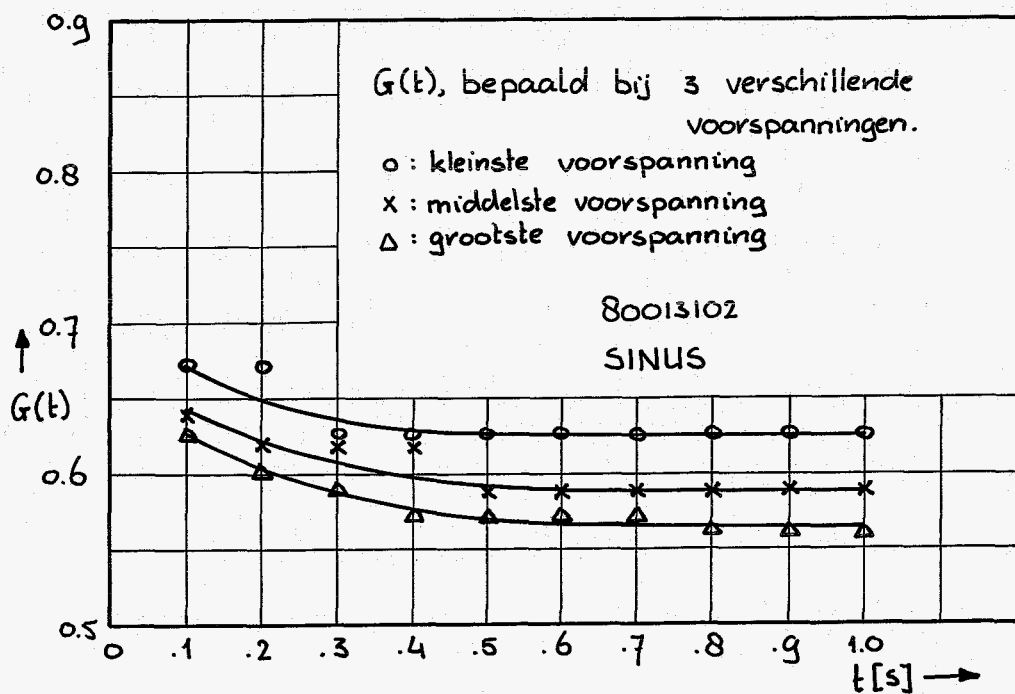
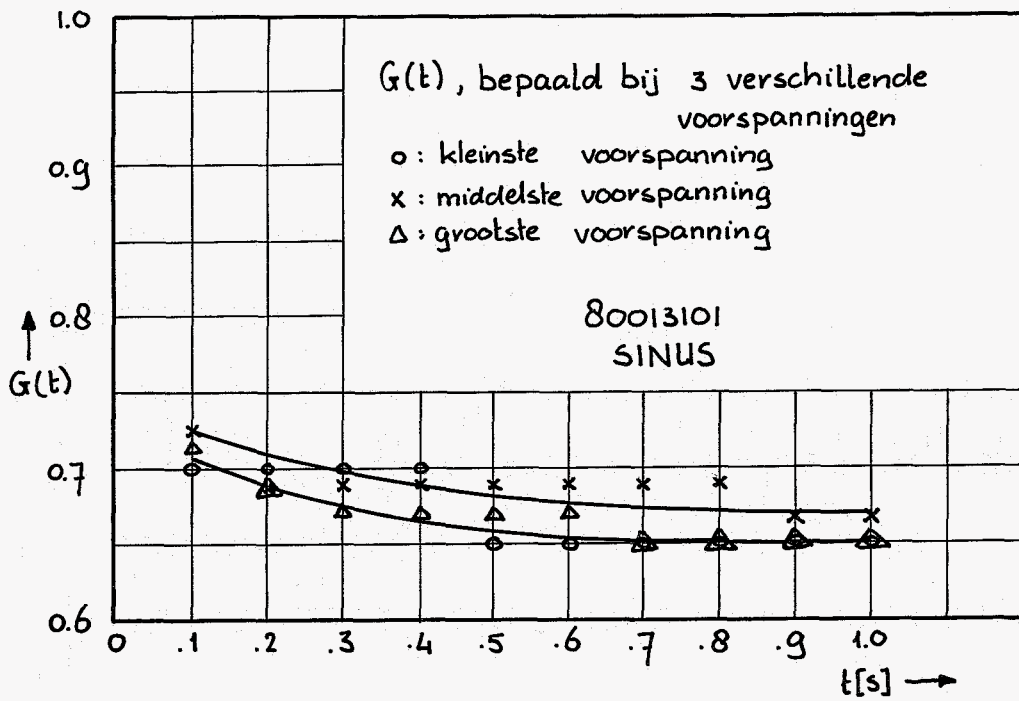


FIG. 5.6: INVLOED VAN DE VOORSPANNING

#### 5.4. Diskussie en Konklusies

Omdat het vermoeden bestond dat aortaklepweefsel visko-elastisch materiaalgedrag vertoont leek het interessant te kijken naar het fenomeen spanningsrelaxatie.

Zou er spanningsrelaxatie optreden, dan zou gekeken kunnen worden of er een gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  voor het weefsel bestaat in de zin van Fung. (m.a.w. of  $G(t)$  onafhankelijk is van de stapgrootte).

Daarmee samenhangend kan dan ook gekeken worden naar de elastische respons  $F^{(e)}$ .

Zoals bij elk type experiment aan biologisch weefsel, moet er eerst gepreconditioneerd worden, alvorens met het eigenlijke experiment te beginnen.

Getracht werd om het weefsel voor de relaxatieproef gepreconditioneerd te krijgen d.m.v. 5 maal achter elkaar een stapproef met dezelfde stapgrootte uit te voeren.

Wegens tijdgebrek is dit fenomeen niet systematisch onderzocht en is dit onderzoek beperkt gebleven tot één strookje vlies- en één strookje sinusweefsel. Het vliesstrookje bleek na 5 stappen gepreconditioneerd te zijn; het sinusstrookje nog niet.

Ná het preconditioneren werd gekeken of er spanningsrelaxatie optrad. Zowel voor vlies- als voor sinusweefsel trad er spanningsrelaxatie op.

Een gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$  in de zin van Fung werd niet gemeten. De  $G(t)$  bleek namelijk afhankelijk van de stapgrootte.

Dit resultaat moet echter zeer voorzichtig geïnterpreteerd worden, daar er aan de toegepaste meetprocedure nogal wat haken en ogen zaten.

Zo kon bijvoorbeeld de kracht op het proefstrookje niet direct worden afgelezen, waardoor we de voorspanning op het strookje niet in de hand hadden.

Ook kon door dit euvel de blijvende verlenging niet worden bepaald, maar moest worden uitgegaan van een schatting van de blijvende verlenging bij het instellen van de referentielengte.

Verder was de bepaling van  $F(t=0^+)$  vrij onnauwkeurig, en wel om meerdere redenen.

Op de eerste plaats liet de kwaliteit van de registratie van de piekwaarde van het krachtsignaal op de schrijver te wensen over.

Bovendien was het beschikbare lengtemeetsysteem niet bruikbaar bij de snelle verplaatsingen, die bij deze experimenten werden gerealiseerd. Alleen de kracht op het proefstrookje kon worden gemeten. Waarschijnlijk wordt een grotere nauwkeurigheid bereikt bij de bepaling van het tijdstip  $t = 0^+$  (= tijdstip waarop de stapvormige verlenging is voltooid) wanneer zowel de lengte van als de kracht op het strookje bekend zijn als functie van de tijd.

### 5.5. Follow-up

De meetopstelling dient zodanig verbeterd te worden, dat er een mogelijkheid bestaat om de kracht op het proefstrookje momentaan af te lezen. Hierdoor wordt de voorspanning in de hand gehouden en kan de blijvende verlenging worden bepaald.

Indien het gemeten krachtsignaal uitgeschreven wordt m.b.v. een betere schrijver, zou de bepaling van  $F(t=0^+)$  een stuk nauwkeuriger worden. Het momentaan kunnen aflezen van de gemeten kracht kan op 2 manieren verwezenlijkt worden:

- De "Hottinger"-krachtopnemer in serie plaatsen met de "Kistler"-krachtopnemer (zie: bijlage 3). De "Hottinger" kan de voorspanning registreren, terwijl de "Kistler" de eigenlijke relaxatieproef registreert.
- Een digitale voltmeter op de uitgang van de ladingsversterker (zie bijlage 3) levert een mogelijkheid de door de "Kistler" krachtopnemer gemeten kracht direct af te lezen.

Inmiddels is een nieuw lengtemeetsysteem aangeschaft dat geschikt is voor het meten van snelle lengteveranderingen. Verwacht wordt dat hiermee de bepaling van het tijdstip  $t = 0^+$  met grotere nauwkeurigheid kan worden verricht.

Het preconditioneren verdient meer aandacht. Er zal voor elk strookje en voor elke stapgrootte gekeken moeten worden of de krachtrespons reproduceert.

De totale meetprocedure voor de relaxatieproeven ziet er dan in het kort als volgt uit:

- preconditioneren
- kijken of er een  $G(t)$  (en dus ook een  $F^{(e)}$ ) bestaat
- het vinden van een analytische uitdrukking voor  $G(t)$  en  $F^{(e)}$ .

## Hoofdstuk 6: trekproef met constante reksnelheid

### 6.1. Inleiding

Doel van dit experiment is om trekkrommen van het weefsel te verkrijgen. Deze trekkrommen kunnen dan informatie verschaffen over eventuele visko-elastische fenomenen, zoals:

- invloed van de reksnelheid
- energiedissipatie, die tot uiting moet komen in de aanwezigheid van een hystereselus.

De experimenten zijn verricht aan 2 strookjes vliesweefsel, die in de dwarsrichting uit het vlies zijn genomen.

### 6.2. Meetprocedure

I.v.m. de noodzaak van preconditioneren, en het feit dat de snelheidsafhankelijkheid onderzocht moet worden, ziet de meetprocedure er hetzelfde uit als de meetprocedure, besproken in 4.3.4. Er wordt bij de trekproeven echter alleen gekeken naar de gevallen waar de bovengrens is ingesteld op 1.5 mm.

De meetresultaten, die in het volgende worden besproken, zijn telkens ontleend aan de laatste cyclus van de laatste (= vijfde)  $\Delta l$ -serie.

In deze situatie is het weefsel gepreconditioneerd. (zie fig. 4.14).

Voor het bepalen van een trekkromme moeten enkele belangrijke grootheden worden gedefinieerd. Deze grootheden zijn in fig. 6.1 weergegeven:

$l_0$  : de lengte van het proefstrookje ná de inklemprocedure (4.2).

$\Delta l_0$  : de benodigde verlenging voor het op voorspanning brengen van het proefstrookje (beginprocedure: 4.2).

$\Delta l_p$  : de blijvende verlenging vlak vóór de trekproef.

$l_{ref} = l_0 + \Delta l_0 + \Delta l_p$ ; de referentielengte van het proefstrookje vóór de trekproef.

$l$  : de grootte, die de werkelijke verplaatsing van de bovenste klem weergeeft.

$l$  loopt van  $l = 0$  als het strookje zich in de referentietoestand bevindt (de werkelijke lengte van het strookje is dan:  $l_{ref}$ ) tot  $l = l_{max}$  als de traverse de bovengrens heeft bereikt ( $l_{ing}$ ).

$l_{ing}$  : de instelling van de bovengrens.

$\epsilon_w = \frac{l}{l_{ref}}$  : de ware rek, die het proefstrookje ondergaat tijdens de trekproef.

$F_0$  : de voorspankracht, die tijdens de beginprocedure wordt aangebracht (voor vliesweefsel:  $F_0 = 0.003 \text{ N.}$ ).

$\hat{F}_{15}^{(5)}$  : topwaarde van de kracht in de laatste cyclus van de 5e  $\Delta l$ -serie.

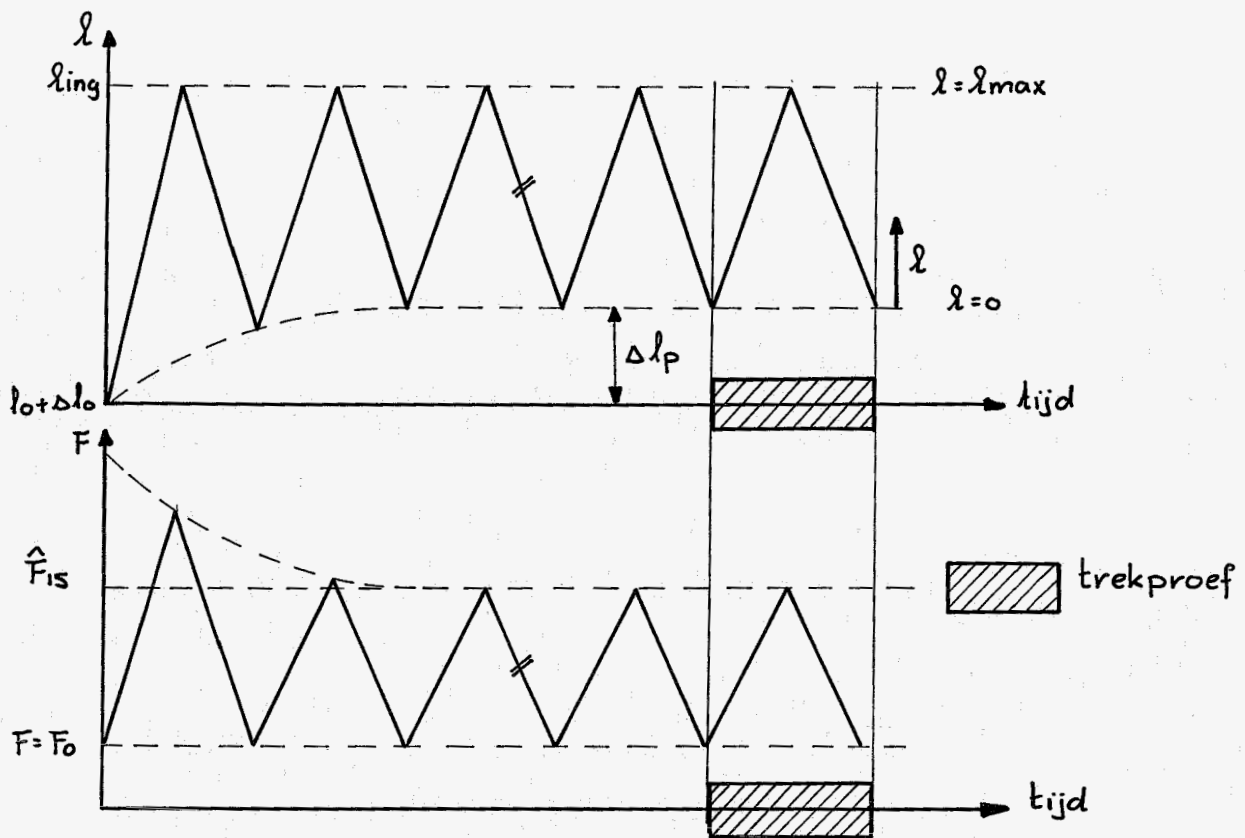


fig. 6.1.: de trekproef. (15e cyclus van de 5e  $\Delta l$ -serie).

Indien het krachtsignaal tijdens de laatste cyclus (= trekproef) wordt uitgeschreven op de verticale as, en het lengtesignaal op de horizontale as, dan verkrijgt men de gewenste trekkromme.

### 6.3. Resultaten

De op die manier bepaalde trekkromme ziet er schematisch als volgt uit (figuur 6.2):

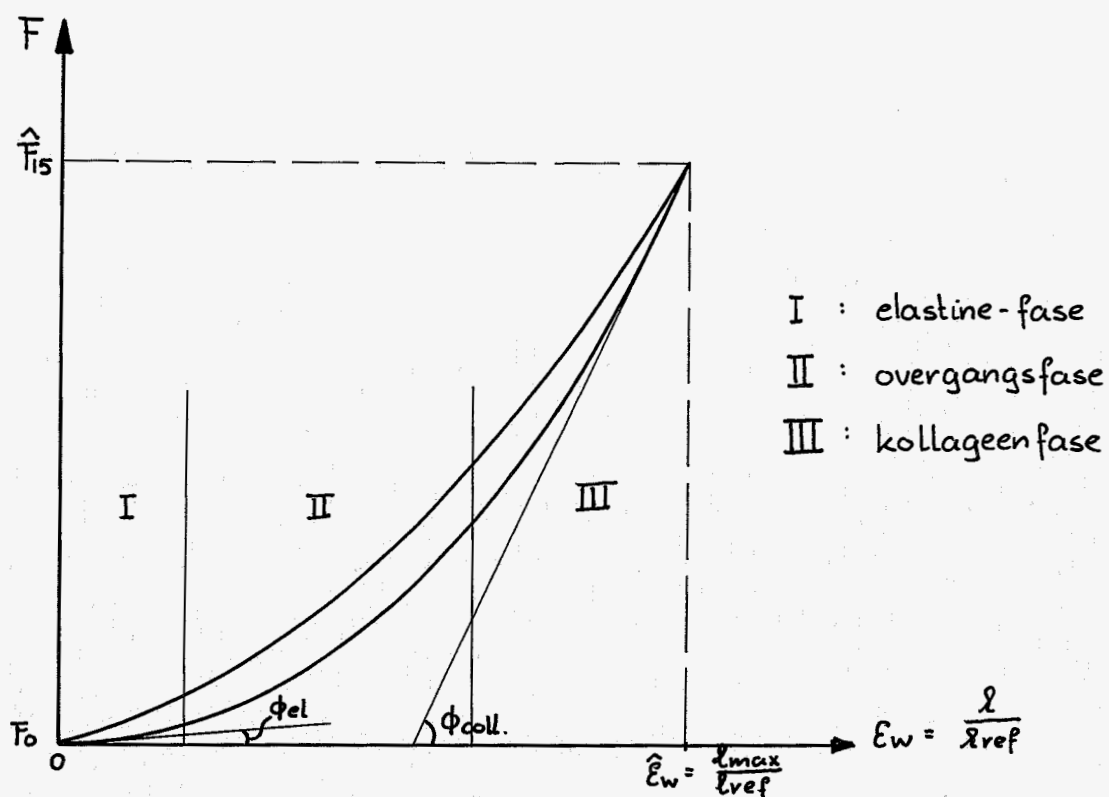


fig. 6.2.: schematische voorstelling van een trekkromme.

In de figuren 6.3 en 6.4 staan de werkelijk gemeten trekkrommen grafisch weergegeven.

In tabel 6.1 staan enkele belangrijke meetresultaten samengevat. De laatste 3 grootheden: Eelastine, Ekollageen en %hysterese behoeven enige toelichting:

De trekkromme kan men verdelen in 3 gebieden, te weten:

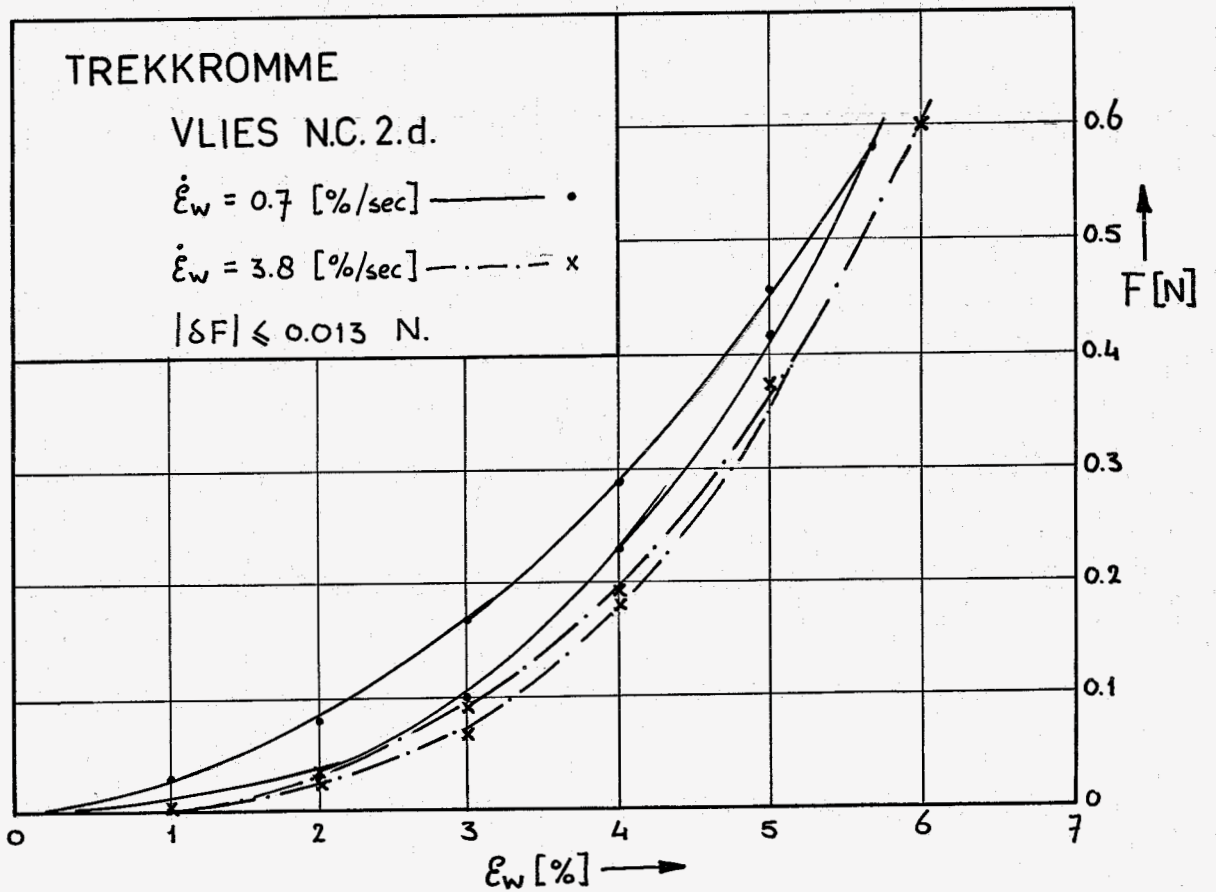
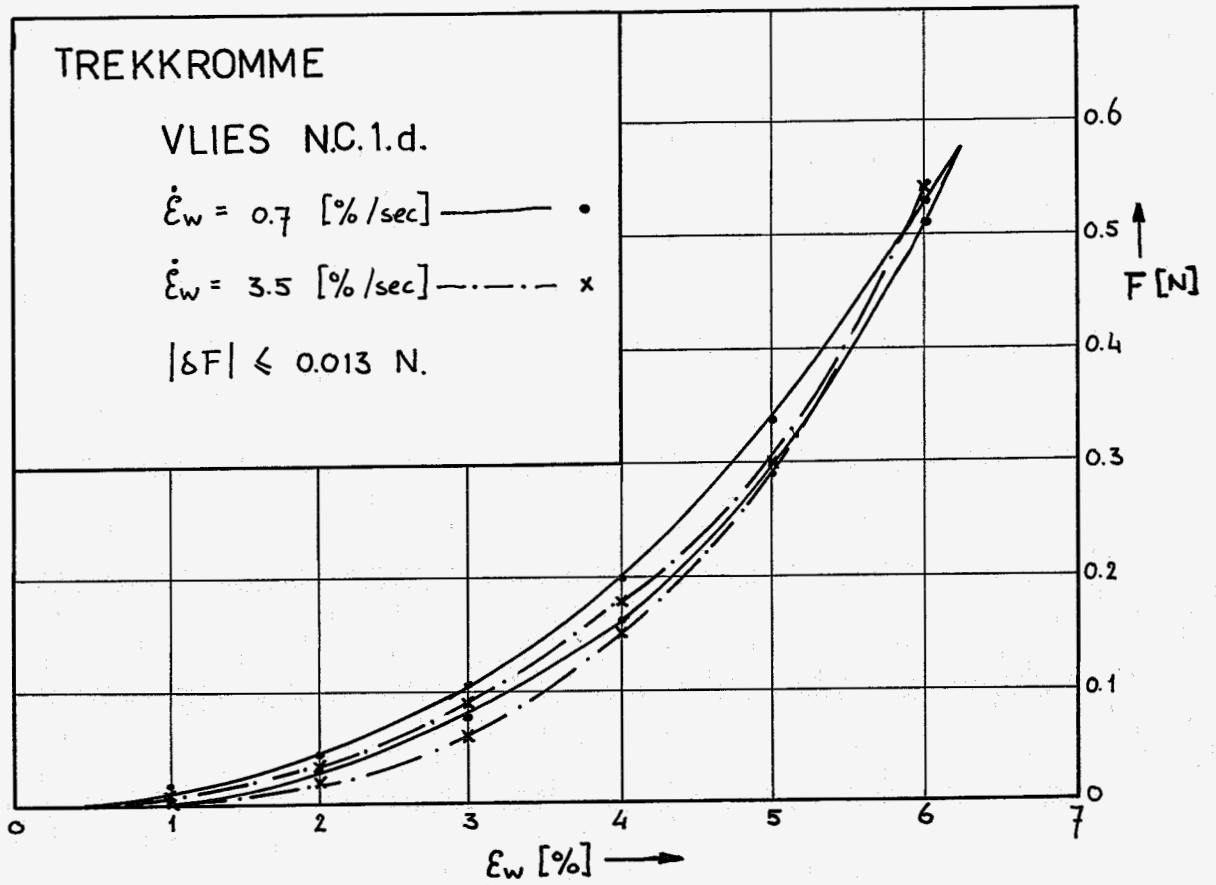


FIG. 6.3 en 6.4 : Trekkrommen van vliesweefsel

- de elastine-fase
- de overgangsfase
- de kollageenfase

Dit is schematisch weergegeven in fig. 6.2.

In de elastine-fase neemt de rek sterk toe bij kleine spanningstoename. De kollageenvezels worden vanuit de in ontspannen toestand karakteristieke, golvende vorm gestrekt. De elastische vezels nemen de belasting op.

In de overgangsfase gaat het strekken van de kollageenvezels verder. Dit levert een verminderde rek bij gelijke spanningstoename.

De kollageenfase is een nagenoeg lineair gedeelte. De kollagene bundels zijn volledig gestrekt en georiënteerd in de richting van de belasting en nemen deze volledig op.

Voor de elastine- en de kollageenfase worden grafisch de raaklijnen aan de trekkromme getrokken.

Deze raaklijnen zijn bepaald in de coördinaten  $F_{el}$ ,  $\epsilon_{wel}$ , respectievelijk  $F_{coll}$ ,  $\epsilon_{wcol}$ , die in tabel 6.1 staan weergegeven.

De hoeken, die deze raaklijnen maken met de positieve-x-as ( $\epsilon_w$ ) worden  $\phi_{el}$  respectievelijk  $\phi_{coll}$  genoemd.

$E^*$  elastine is nu de  $\tan \phi_{el}$  en  $E^*$  collageen is  $\tan \phi_{coll}$ . Deze grootheden worden vervolgens genormeerd op het doorsneeoppervlak van het strookje. Deze oppervlakte bedraagt (zeer globaal)  $0.6 * 3 = 1.8 \text{ mm}^2$ . Hierbij is uitgegaan van een vliesdikte van 0.6 mm., [23] en een breedte van het strookje van 3 mm.

De zo verkregen grootheden heten  $E_{elast}$ . respectievelijk  $E_{coll}$ . (tabel 6.1).

Het zij opgemerkt dat de bepaling van deze E-moduli zeer onnauwkeurig is. (raaklijn bepaling, doorsnee oppervlak bepaling).

De bedoeling van deze berekening is echter slechts een indruk te krijgen van de orde van grootte van de E-moduli.

Deze waarden zijn in tabel 6.1 weergegeven, evenals het quotiënt van  $E_{coll}$  en  $E_{elast}$ .



De methode ter bepaling van de hysteresis is erg onnauwkeurig. Vandaar dat de in tabel 6.1 gegeven waarden voor de hysteresis ook weer slechts globale indrukken geven.

Wel levert deze analyse de tendens dat de hysteresis minder wordt bij grotere reksnelheid.

Bij het strookje N.C.1.d heeft de reksnelheid een veel kleinere invloed op de hysteresis dan bij het strookje N.C.2.d.

De oorzaak hiervan zou kunnen zijn dat de samenstelling van die 2 strookjes verschillend is.

strookje	vlies N.C.1.d.		vlies N.C.2.d.	
	0.7	3.5	0.7	3.8
$\dot{\epsilon}_w$ (%/sec)				
$F_0$ [N]	0.0025	0.0025	0.0022	0.0022
$l_0$ [mm]	10.35	10.35	10.35	10.35
$\Delta l_0$ [mm]	0.86	0.86	0.31	0.31
$\Delta l_p$ [mm]	0.57	0.54	0.68	0.64
$l_{ref}$ [mm]	11.78	11.75	11.34	11.30
$\hat{F}_{15}^{(5)}$ [N]	0.61	0.65	0.58	0.62
$\hat{\epsilon}_w$	0.064	0.066	0.057	0.060
$F_{el}$ [N]	0	0	0	0
$\epsilon_{wel}$	0	0	0	0
$F_{coll}$ [N]	0.61	0.65	0.58	0.62
$\epsilon_{wcoll}$	0.064	0.066	0.057	0.060
$E_{elast}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	0.6	0.5	0.3	0.3
$E_{coll}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	12	15	12	14
$E_{coll}/E_{elast}$	20	30	40	47
hysteresis [%]	15	7	22	2

tabel 6.1.: meetresultaten van de trekproef met constante reksnelheid.

Uit de figuren 6.3 en 6.4 is in te zien dat de reksnelheid weinig invloed heeft op de ligging van de trekkromme.

#### 6.4. Diskussie en konklusies

Een spannings-rekverband zou informatie kunnen verschaffen over het al dan niet visko-elastisch materiaalgedrag van het weefsel.

Door het variëren van de reksnelheid zou de snelheidsafhankelijkheid van de materiaalkarakteristieken onderzocht kunnen worden. Hiertoe dient de reksnelheid sterk gevarieërd te worden (bijvoorbeeld een factor 100). Met de huidige meetopstelling is dit echter nog niet te realiseren. Vandaar dat de variatie in de reksnelheid beperkt bleef tot een factor 5.

De metingen leverden de volgende resultaten:

- In het onderzochte vliesweefsel (sinusweefsel werd nog niet onderzocht) treedt hysteresie op. Dit duidt op een visko-elastisch materiaalgedrag.

Het blijkt dat de hysteresie afhankelijk is van de reksnelheid. Bij een toename van de reksnelheid wordt de hysteresie minder. Ter illustratie wordt hier verwezen naar de uitdrukking voor de energiedissipatie bij sinusvormige rekken:

$$U = \frac{1}{2} \cdot \omega \cdot |\bar{\epsilon}|^2 \cdot E_2 \cdot \Delta t \quad (1.8)$$

Een standaard lineair element heeft een loss modulus  $E_2$ :

$$E_2 = \frac{b\omega c_1^2}{c_1^2 + (b\omega)^2} \quad (\text{zie: 1.17})$$

Dit levert een uitdrukking voor de energiedissipatie in een standaard lineair element bij sinusvormige rekken:

$$U = \frac{b\omega c_1^2 \cdot k \cdot \pi}{c_1^2 + (b\omega)^2}$$

Met deze uitdrukking is in te zien dat in dit geval een verhoging van de frekwentie  $\omega$  een afname van de energiedissipatie levert.

Dit is in overeenstemming met onze bevindingen.

- De reksnelheid heeft weinig invloed op de ligging van de trekkromme.
- De zeer globale en onnauwkeurige bepaling van de E-moduli geeft toch een tendens te zien. Het blijkt dat de E-modulus voor het elastinegebied de orde van grootte  $0.5 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  heeft. De E-modulus van het

kollageengebied de orde van grootte  $15 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ .

Missirlis [22] vond bij metingen aan vliesweefsel in dwarsrichting een E-modulus voor het kollageengebied van  $7.23 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ .

- De overshoot van de traverse werd niet geheel gekorrigeerd. Het verschil tussen de maximale ware rek ( $\hat{\epsilon}_w$ ) bij de lage- en hoge rek-snelheid bedroeg ca. 0.3%.

Dit komt neer op een "overshoot" in de kracht van ca. 0.02 N.

### 6.5. Follow-up

- De E-moduli zouden bepaald moeten worden m.b.v. raaklijnen, die d.m.v. een functie-aanpassing van de geregistreeerde trekkromme bepaald kunnen worden. Het normeren op het dwarsdoorsnede-oppervlak blijft echter een hachelijke zaak. Het bepalen van die oppervlakte is namelijk een onnauwkeurige bezigheid. Daarbij komt dan ook nog het inhomogene karakter van het vliesweefsel. Voor sinusweefsel zijn hierbij minder problemen te verwachten i.v.m. de relatief regelmatige afmetingen en weefselstructuur.
- De snelheidsafhankelijkheid zal meer systematisch onderzocht moeten worden. Allereerst is het wenselijk de reksnelheid in een grotere range te variëren.  
Daarbij verdient het aanbeveling om de materiaalkarakteristieken te bepalen bij verschillende reksnelheden, waarbij de snelheid willekeurig groter of kleiner wordt gemaakt. (Dus bijvoorbeeld de materiaalkarakteristieken bepalen bij reksnelheden respectievelijk  $x$ ,  $\frac{1}{2}x$ ,  $2x$ , en niet bij  $\frac{1}{2}x$ ,  $x$ ,  $2x$ , zoals in feite tot nu toe is gedaan). De metingen worden op die manier onafhankelijker, waardoor de resultaten van statische analyses meer zeggingskracht krijgen.
- Om eventuele verschillen in materiaalgedrag aan te kunnen tonen tussen vlies- en sinusweefsel, zullen voor beide soorten materialen de spannings-rekverbanden bepaald moeten worden.

## Hoofdstuk 7: Sinusvormige verlengingen

### 7.1. Inleiding

Bij deze experimenten wordt het weefsel onderworpen aan een rek, die sinusvormig in de tijd varieert.

Deze proeven, ook wel aangeduid met sinusproeven, hebben tot doel om de visko-elastische fenomenen, die in de resultaten van de overige typen experimenten naar voren zijn gekomen, nader te bestuderen. Daarbij dient dan gedacht te worden aan zaken als onderzoek naar de frekwentie-afhankelijkheid van de materiaalkarakteristieken, bepaling van de complexe modulus en, uiteraard, een additionele mogelijkheid om het model van Fung te toetsen. Het grote voordeel van sinusvormige signalen is dat zij gemakkelijk analytisch te beschrijven zijn.

De doelstelling bij de in dit hoofdstuk beschreven experimenten is veel bescheidener. De metingen zijn oriënterend van karakter en zijn in eerste instantie bedoeld om meetprocedures te ontwikkelen, en de eventueel daarbij optredende problemen te onderkennen en op te lossen.

Desalniettemin zal daarnaast ook enige aandacht worden besteed aan de analyse en de interpretatie van de schaarse meetgegevens. Deze resultaten worden echter onder zeer veel voorbehoud gepresenteerd. Zo worden bijvoorbeeld resultaten gegeven van metingen aan weefsel, dat nog niet gepreconditioneerd is. Het is dus niet zeker of deze resultaten staande blijven bij nader systematisch onderzoek.

Met de gebruikte opstelling konden de proefstrookjes alleen met een frekwentie van ca. 1 Hz geëxciteerd worden.

### 7.2. Meetprocedures

Er is bij deze metingen achtereenvolgens gebruik gemaakt van twee meetprocedures. De eerste meetprocedure (procedure 1) bleek niet te voldoen; de tweede (procedure 2) wél.

Deze procedures zullen hier achtereenvolgens worden besproken, evenals de oorzaak van falen van procedure 1.

### 7.2.1. Procedure 1

Na het inspannen van het proefstrookje, wordt dit d.m.v. een opwaartse beweging van de traverse onder een bepaalde voorspanning gebracht, ( $F_0$ ). De benodigde verlenging voor deze voorspanning bedraagt:  $\Delta l_0$ .

Voor vliesweefsel (strookjes van 3 mm. breed) bedraagt deze voorspanning  $F_0 \approx 0.003$  N.; voor sinusweefsel:  $F_0 \approx 0.06$  N.

Daarna werd getracht om het weefsel te preconditioneren door 3  $\Delta l$ -series met tussenpauzes  $T_p = 1$  min. uit te voeren. Elke  $\Delta l$ -serie bestond uit minimaal 20 cycli met een amplitude  $\frac{1}{2} \cdot A\Delta l_1$  (fig. 7.1). Het aantal cycli per  $\Delta l$ -serie was hierbij niet van te voren in te stellen, zoals dat wel het geval was bij de in hoofdstuk 4 beschreven preconditioneringsproeven.

Door tijdgebrek, en door het feit dat deze metingen slechts oriënterende metingen zijn, werden er slechts 3  $\Delta l$ -series uitgevoerd. Het ware echter beter geweest, indien er 5 of meer  $\Delta l$ -series waren genomen. In 7.3.1 zullen we dan ook zien dat na uitvoeren van 3  $\Delta l$ -series het weefsel nog niet gepreconditioneerd is.

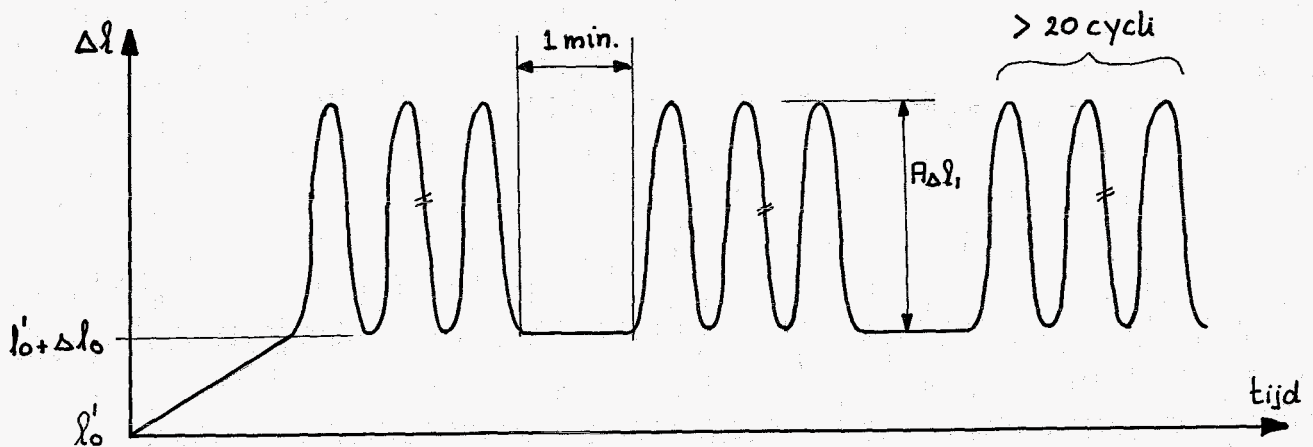


fig. 7.1.: verlengingen van het proefstrookje tijdens procedure 1.

Er werd bij de preconditioneringsprocedure geprobeerd het weefsel de rustpauze in te laten gaan bij de positie  $l = l'_0 + \Delta l_0$  (fig. 7.1). Dit te realiseren was met de huidige opstelling geen eenvoudige zaak.

Aan dit punt zal dan in een later stadium meer aandacht moeten worden geschonken.

Na deze 3  $\Delta l$ -series werd de sinusgenerator ingesteld op een grotere amplitude:  $\frac{1}{2}A\Delta l_2$  en werd het weefsel weer onderworpen aan 3  $\Delta l$ -series. Dit proces werd enkele keren herhaald, om de (eventuele) invloed van de amplitude  $\frac{1}{2}A\Delta l$  op de materiaalkarakteristieken te bepalen.

Bij het registreren van de kracht op het proefstrookje bleek echter dat het krachtsignaal geen sinusvormig signaal was. In fig. 7.2 staat een voorbeeld van een dergelijk gemeten krachtsignaal.

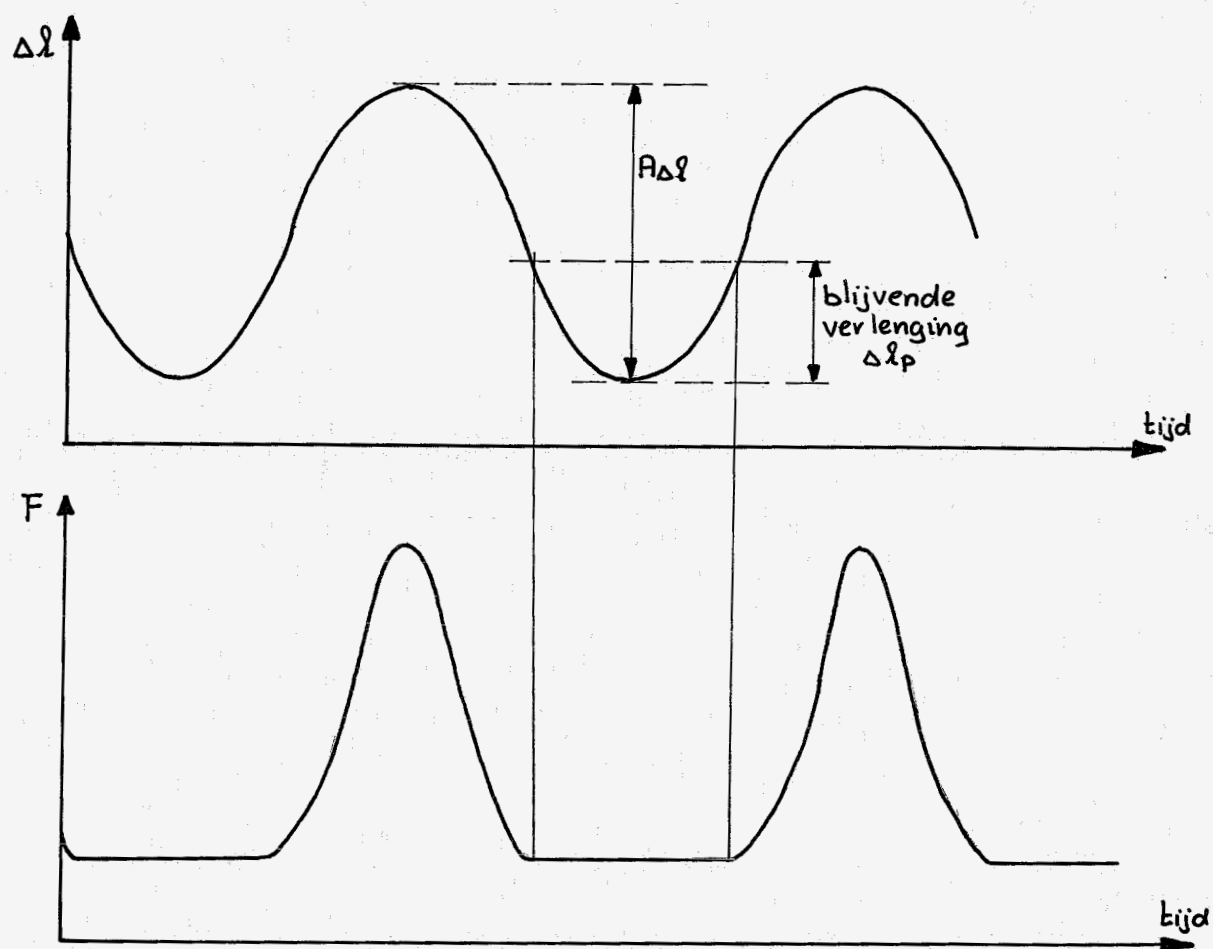


fig. 7.2.: gemeten kracht- en lengtesignaal bij procedure 1.

Men ziet een vlak verloop van de krachtrespons voor waarden van  $l$  in de buurt van  $l_0^1 + \Delta l_0$ . Dit vindt zijn oorzaak in de blijvende verlenging, die het proefstrookje ondergaat. Als  $\Delta l \rightarrow 0$  hangt het proefstrookje slap,

zodat de kracht op het strookje gelijk aan nul wordt.

Een mogelijkheid om dit probleem op te lossen is het strookje een extra verlenging te geven, alvorens het sinusvormig te exciteren. Wanneer deze extra verlenging groter is dan (of gelijk is aan) de te verwachten blijvende verlenging van het strookje, dan zal het krachtsignaal in de buurt van  $\ell_0^1 + \Delta\ell_0$  minder vlak gaan verlopen.

Op die manier komen we terecht bij de procedure 2.

### 7.2.2. Procedure 2

Na het inspannen en het op voorspanning brengen tot  $F_0$ , wordt het proefstrookje een extra verlenging  $\Delta\ell_e$  gegeven. Deze extra verlenging moet in principe even groot zijn als de te verwachten blijvende verlenging.

Daarna worden weer, evenals bij procedure 1, 3  $\Delta\ell$ -series aan het strookje opgedrongen, met tussenpauzes van 1 minuut. Ook hier bedroeg aan het aantal cycli per  $\Delta\ell$ -serie weer minimaal 20.

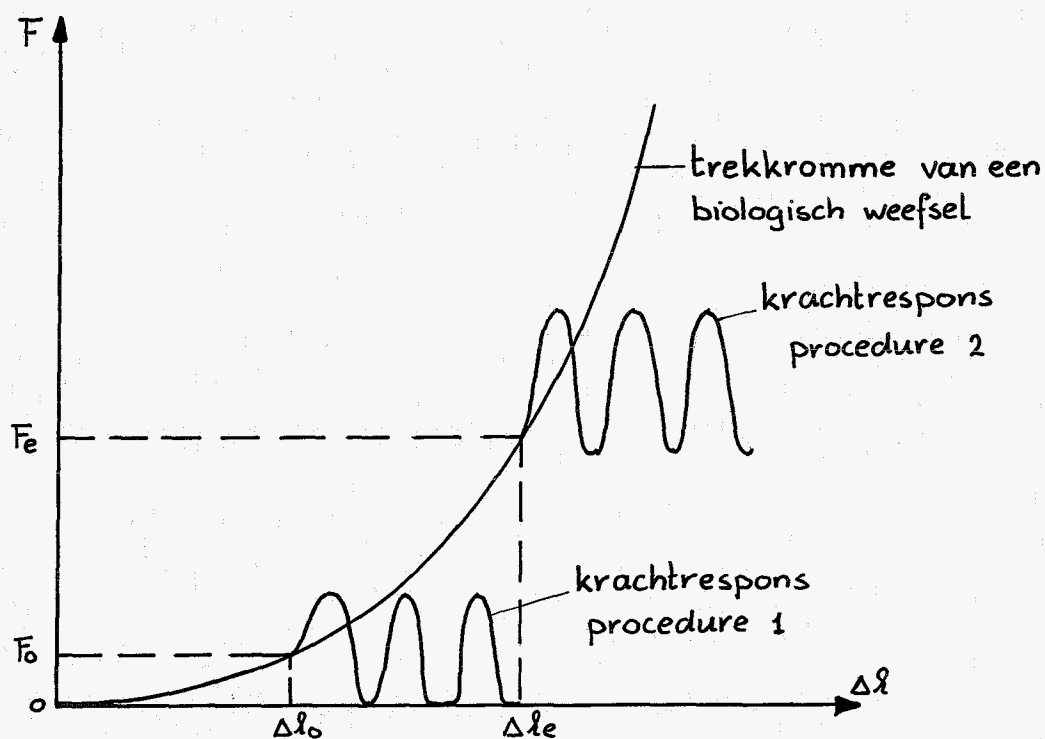


fig. 7.2.: verschil in krachtrespons bij de verschillende meetprocedures.

Zodoende zal de geregistreeerde krachtrespons geen vlak verloop meer vertonen. Het proefstrookje zal niet meer slap komen te hangen.

Schematisch kunnen de meetprocedures als volgt worden weergegeven (zie: fig. 7.4):



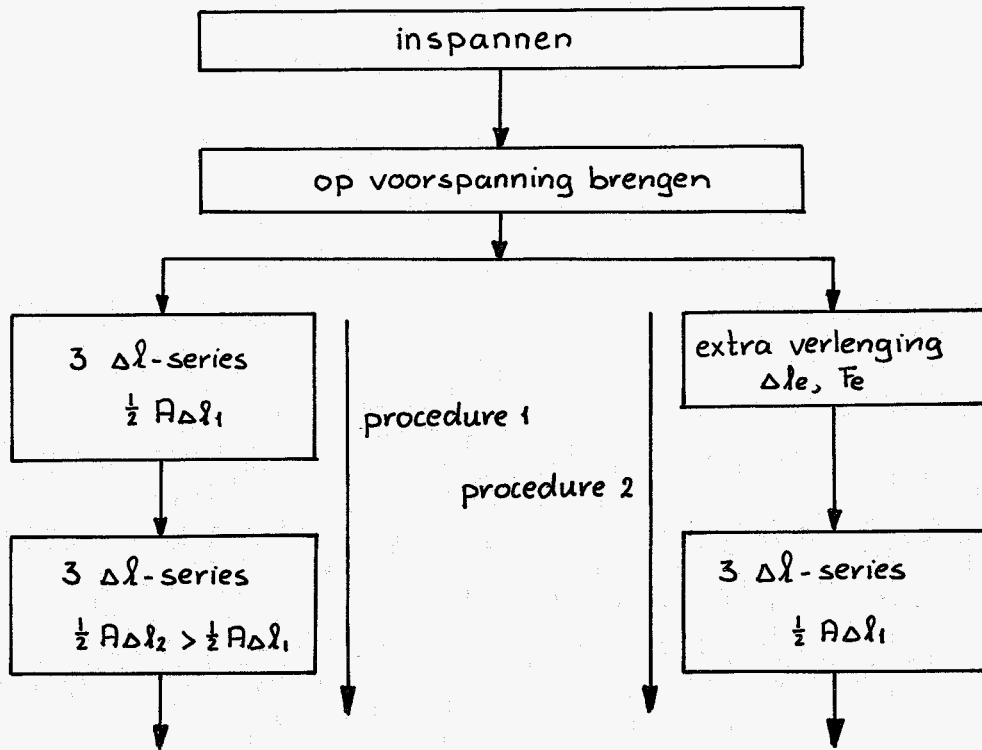


fig. 7.4.: Schematische weergave van de meetprocedures.

Met het kracht- en verlengingssignaal, verkregen m.b.v. de procedure 2, kan men een indruk verkrijgen over de amplitude verhouding en de faseverschuiving.

Uitgaande van de veronderstelling dat we te doen hebben met lineair visko-elastisch materiaalgedrag, zouden we de volgende grootheden kunnen definiëren. (zie fig. 7.5).

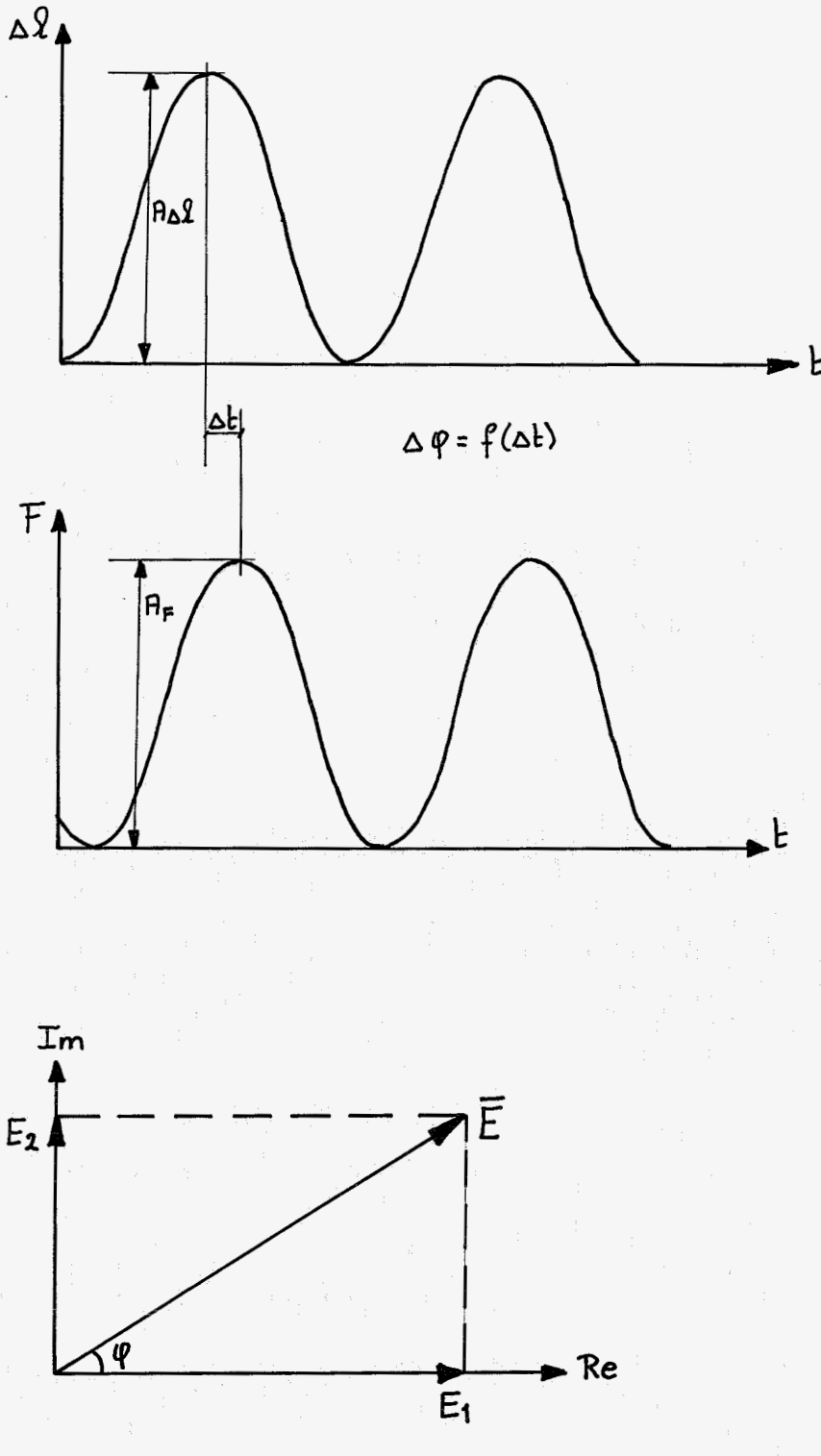


fig. 7.5.: definitie van enkele belangrijke grootheden.

Zodoende kan met deze metingen informatie verkregen worden over  $E_1$  en  $E_2$ . Er dient hierbij opgemerkt te worden dat er over de geldigheid van de veronderstelling van lineair visko-elastisch materiaalgedrag voor vliesweefsel zeer zeker valt te twisten. In 7.3.2 zullen hieromtrent meer gegevens verschijnen.

### 7.3 Resultaten

Over de metingen, verricht m.b.v. procedure 1, zal hier verder niets meer worden gezegd. Er wordt alleen nog maar gekeken naar de meetresultaten, die verkregen zijn door toepassen van procedure 2.

Allereerst wordt gekeken naar het preconditioneringsgedrag. De vraag hierbij zal zijn: "bevindt het weefsel zich tijdens de 3e  $\Delta l$ -serie inderdaad in de gepreconditioneerde toestand?"

Daarna zal de vorm van het krachtsignaal nader bekeken worden: "is de krachtrespons sinusvormig?"

De vorm van het verlengingssignaal wordt nader beschouwd in bijlage 6.

#### 7.3.1. Het preconditioneringsgedrag

Na het aanbrengen van de voorspanning  $F_0$  en de extra verlenging  $\Delta l_e$ , worden achter elkaar 3  $\Delta l$ -series aan het proefstrookje opgedrongen.

Indien tijdens deze 3  $\Delta l$ -series de topwaarden van de kracht ( $\hat{F}$ ) worden uitgezet tegen het aantal cycli, dan verkrijgt men  $\hat{F}$ -krommen, analoog als bij hoofdstuk 4 (preconditioneringsproeven).

Dit is gedaan voor 2 weefselstrookjes: vlies N.C.1.d. en sinus N.C.1.d.

In fig. 7.6 zijn de zo bepaalde  $\hat{F}$ -krommen grafisch weergegeven.

Uit deze figuur is duidelijk dat zowel het vlies- als het sinusweefsel tijdens de 3e  $\Delta l$ -serie nog niet is gepreconditioneerd. Dit was echter te voorzien i.v.m. de procedure die gevolgd is bij de trekproeven met constante snelheid (hoofdstuk 4). Er zullen in het vervolg dus meer dan 3  $\Delta l$ -series achter elkaar uitgevoerd moeten worden, wil men het weefsel in de gepreconditioneerde toestand krijgen.

#### 7.3.2. De vorm van het krachtsignaal

Als voorbeeld voor de geregistreerde meetsignalen worden dezelfde metingen beschouwd als bij 7.3.1. (vlies N.C.1.d en sinus N.C.1.d). In fig. 7.7 staan deze meetsignalen weergegeven.

Uit deze figuren valt te concluderen dat het krachtsignaal, geregistreerd bij het sinusweefsel sinusvormig lijkt. Het krachtsignaal echter, geregistreerd bij het vliesweefsel lijkt niet sinusvormig.

De oorzaak hiervan kan liggen in de niet-lineairiteit, die voor vliesweefsel groter is dan voor sinusweefsel.

Dit is in te zien aan de hand van de in hoofdstuk 5 bepaalde elastische respons  $F^{(e)}$ . Deze is in fig. 7.8 globaal weergegeven.

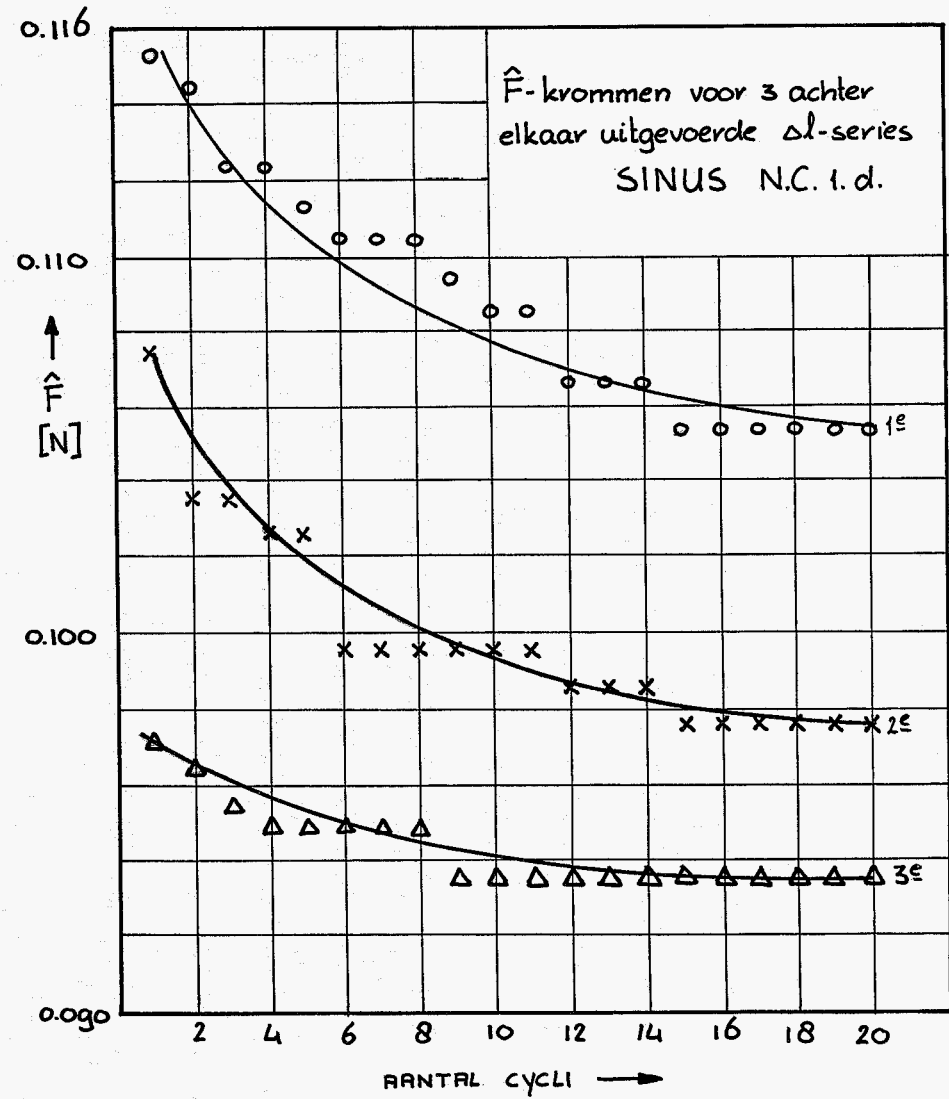
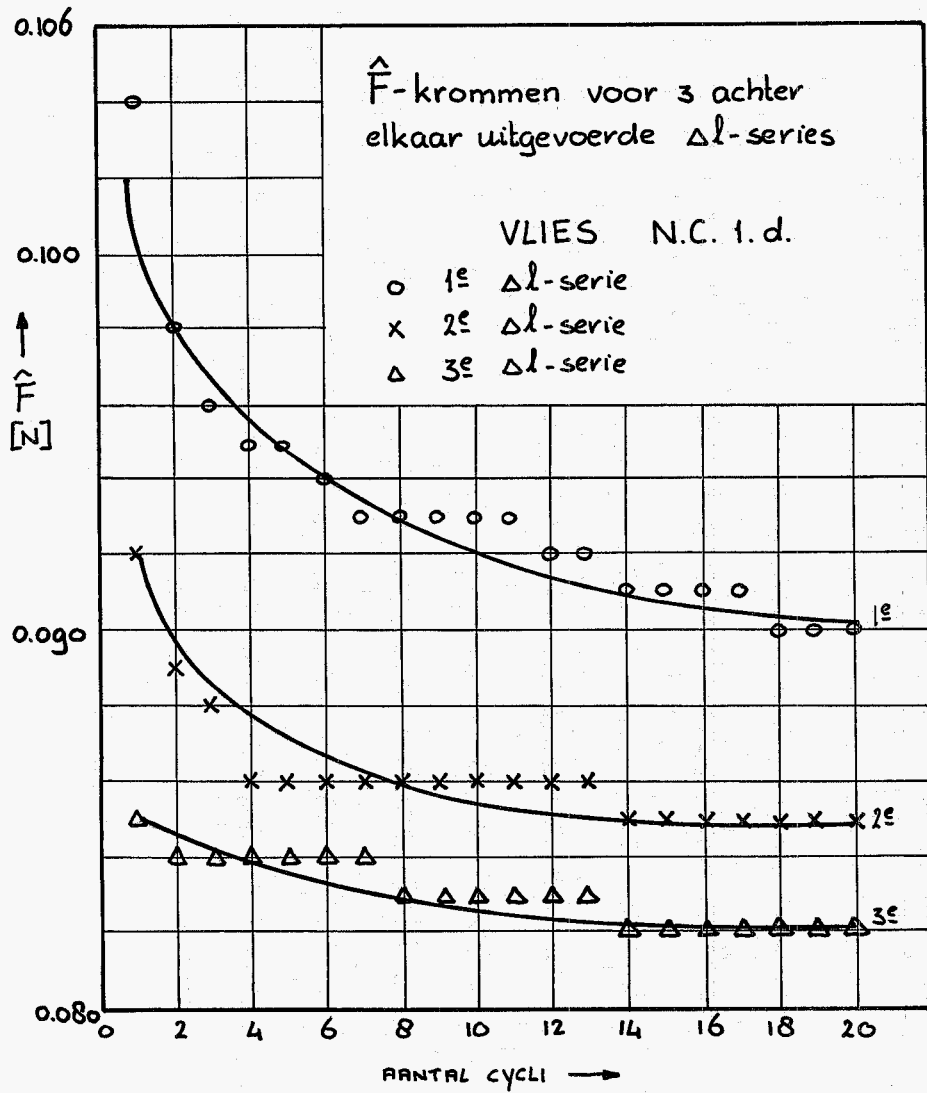


FIG. 7.6: ONDERZOEK NAAR HET PRECONDITIONEREN

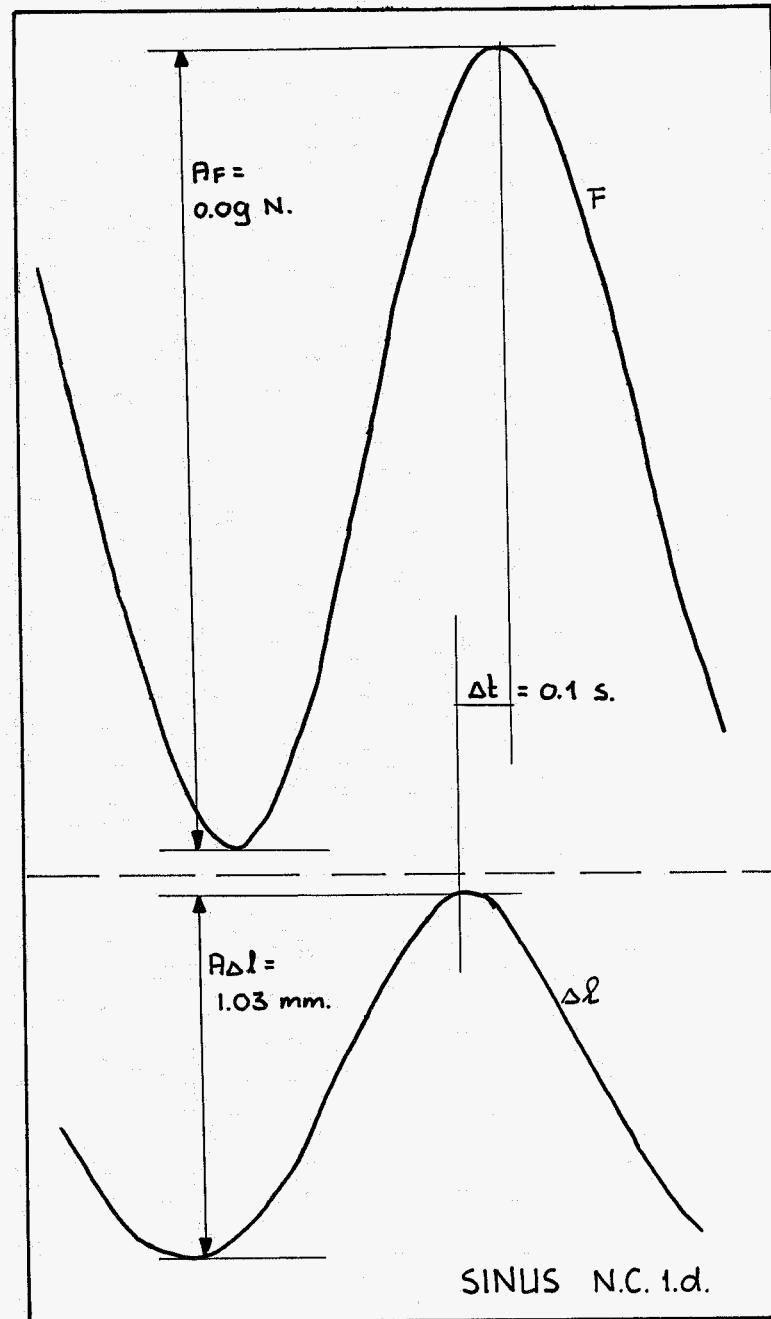
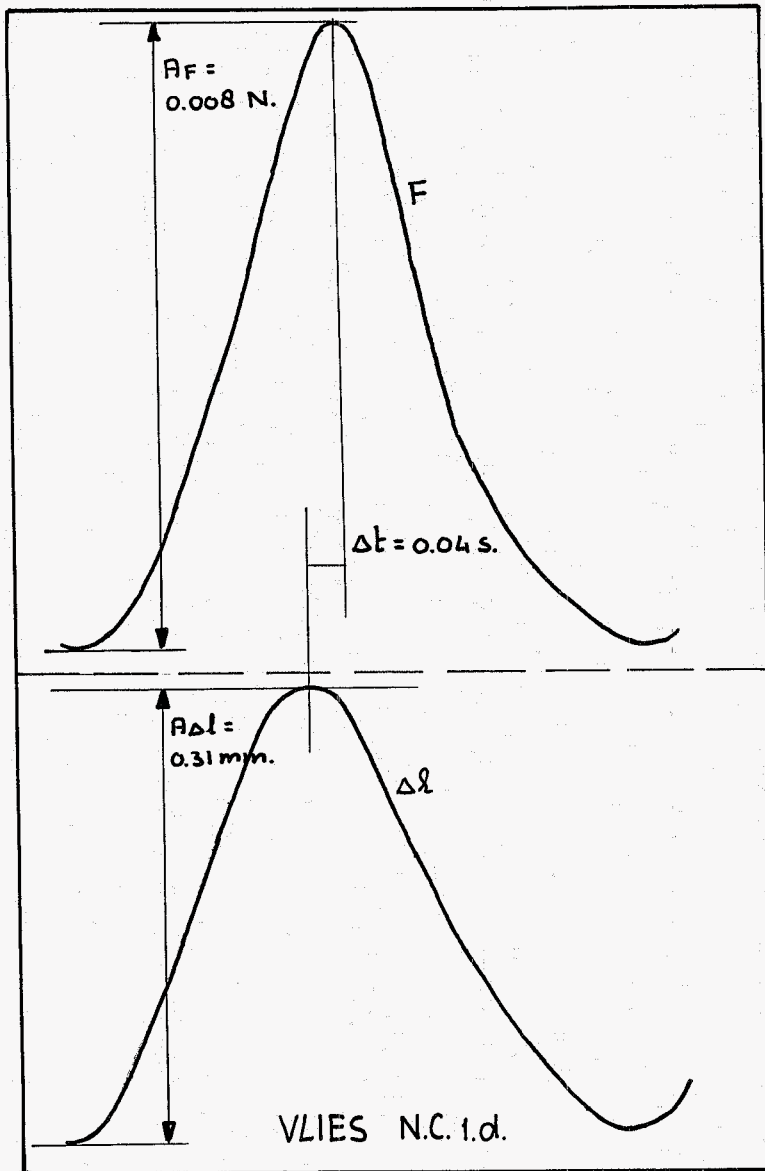


fig. 7.7.: geregistreeerde meetsignalen.  
 (z  r schematisch weergegeven)

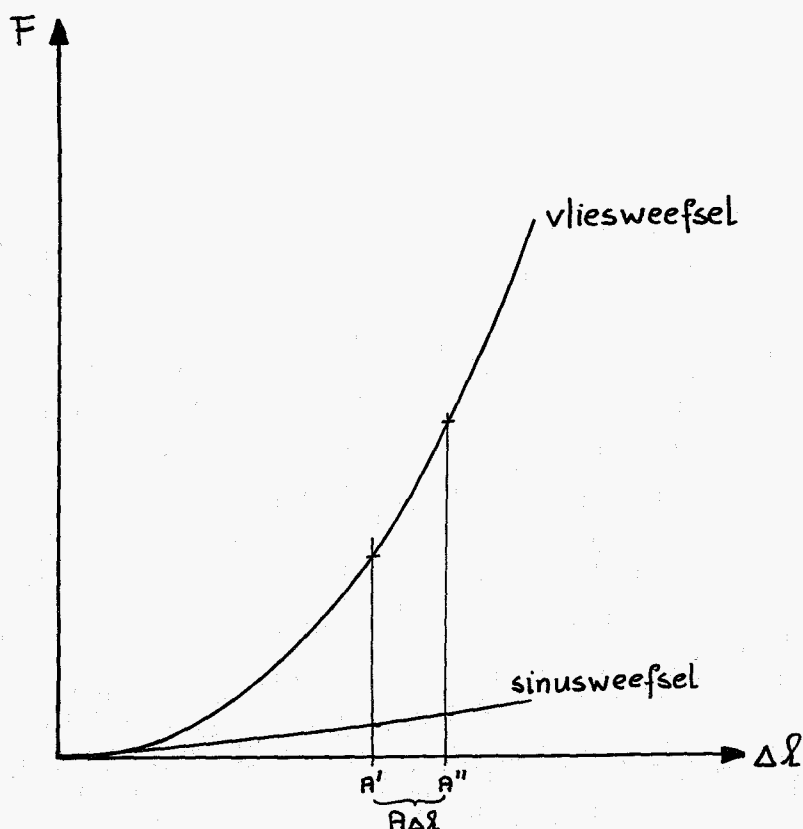


fig. 7.8.: elastische respons.

Stel dat de slag van het sinusvormig verlengingssignaal tussen A' en A'' ligt, dan betekent dat, dat in dat gebied de kracht op het vliesweefsel meer dan evenredig stijgt met de verlenging, terwijl op het sinusweefsel de kracht nagenoeg evenredig is met de verlenging.

Bij vliesweefsel dient de amplitude van de sinusvormige verlenging zo klein te worden gekozen dat de respons in de kracht de sinusvorm zo dicht mogelijk benadert.

Voor een infinitesimale kleine amplitude zou de trekkromme voor vliesweefsel in dat gebiedje lineair verondersteld mogen worden.

Daardoor zou het dan geoorloofd zijn de complex modulus  $\bar{E}$  (en dus ook  $E_1$  en  $E_2$ ) te bepalen m.b.v. de methode besproken in 7.2. (fig. 7.5).

#### 7.4. Diskussie en konklusies

Daar sinusvormige signalen gemakkelijk analytisch te beschrijven zijn, leek het zinvol om het weefsel te onderwerpen aan sinusvormige rekken. Daarbij kwam allereerst het probleem om de hoek kijken of er een sinusvormige excitatie van het proefstrookje verwezenlijkt kon worden. Is zo'n excitatie mogelijk, dan moeten de kracht op en de verlenging van het strookje gemeten kunnen worden.

Het uiteindelijke doel van deze experimenten was het vinden van een bruikbare meetprocedure. Het preconditioneren nam (evenals bij alle andere typen experimenten) weer een belangrijke plaats in.

Met de huidige meetopstelling was het niet mogelijk de frekwentie te variëren; deze bedroeg altijd ca. 1 Hz.

Bij de geschetste meetprocedure (procedure 2) kwamen nog al wat problemen naar voren.

De extra verlenging, die moest worden aangebracht om de blijvende verlenging te compenseren, moest op grond van ervaring worden geschat. Dit leidde niet meteen tot goed reproduceerbare meetgegevens.

Verder werd er getracht tijdens het preconditioneren het strookje de rustpauze in te laten gaan, wanneer dat een lengte had van  $l = l'_0 + \Delta l_0$ . Dit stuitte ook op enkele praktische problemen.

Er werd met de toegepaste preconditioneringsprocedure géén gepreconditioneerde toestand verkregen. Dit was op grond van voorgaande metingen (zie hoofdstuk 4) wel te verwachten. In hoofdstuk 4 werd het proefstrookje onderworpen aan 5  $\Delta l$ -series van 15 cycli. Bij deze experimenten (door tijdgebrek) werden er slechts 3  $\Delta l$ -series uitgevoerd. Na deze 3e  $\Delta l$ -serie was het weefsel nog niet gepreconditioneerd.

Het verlengingssignaal benaderde de sinusvorm goed. Over de vorm van het krachtsignaal kan het volgende gezegd worden:

Voor sinusweefsel benaderde dit signaal de sinusvorm goed. Voor vliesweefsel echter niet.

De oorzaak hiervan kan liggen in de grotere niet-lineariteit van het materiaalgedrag van vliesweefsel t.o.v. sinusweefsel.



7.5. Follow-up

Het grote bezwaar tegen procedure 2 is dat er wordt uitgegaan van een verwachte blijvende verlenging. Er wordt dan ook een voorstel gedaan voor een andere meetprocedure. Deze zal hier in het kort worden besproken:

- Stel de sinusgenerator in op een slag ter grootte van  $A\Delta l_1$ .
- Onderwerp het proefstrookje dan aan de sinusvormige rekken.
- Hierdoor ondergaat dit strookje een blijvende verlenging:  $\Delta l_p$ .
- Stel dan een nieuwe referentielengte in:  
 $l_{ref} + l_0^1 + \Delta l_0 + \Delta l_p$ .
- Dan wordt het strookje weer aan de sinusvormige excitatie onderworpen.  
 De slag van de sinusgenerator wordt daarbij ingesteld op:  
 $A\Delta l_2 = A\Delta l_1 - \Delta l_p$ .
- Het strookje zal zodoende niet meer slap komen te hangen.

Het een en ander is in fig. 7.9 schematisch voorgesteld.

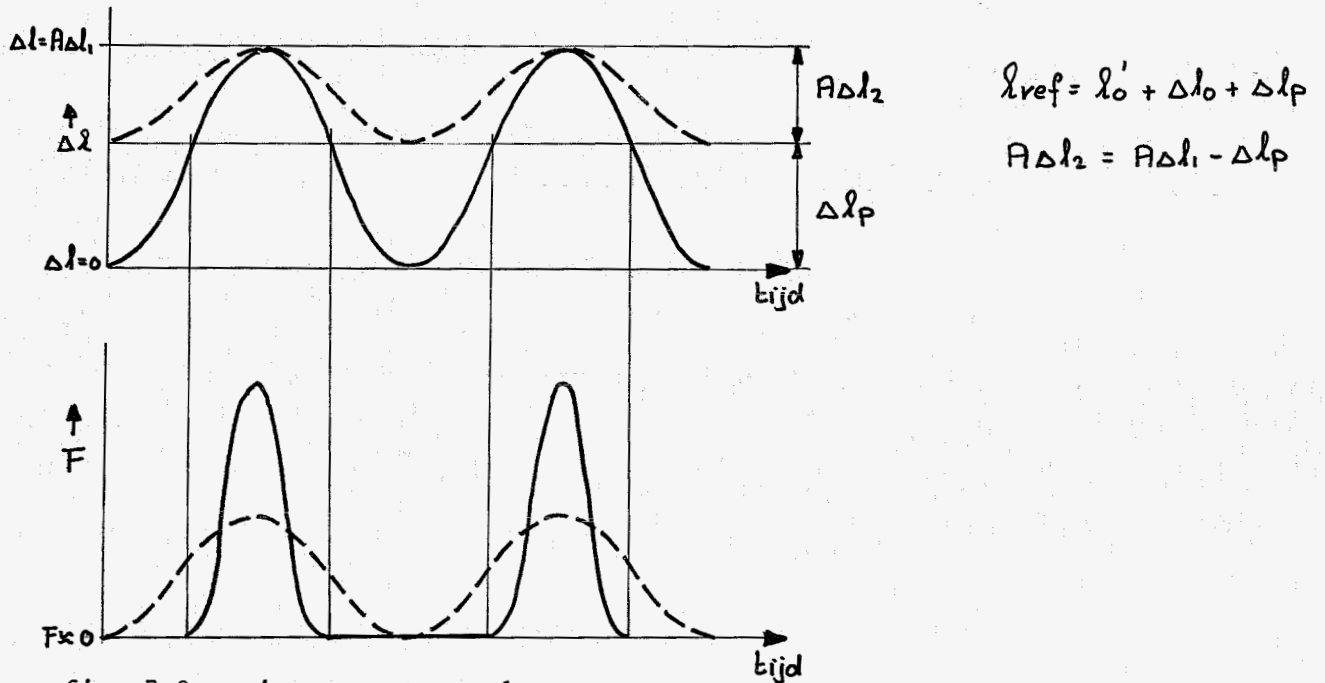


fig. 7.9.: nieuwe meetprocedure.

Opmerking: Bij de bepaling van  $\Delta\lambda_p$  dient wel rekening te worden gehouden met eventuele faseverschuivingen.

Bij de hierboven geschetste methode wordt dus de "werkelijke" blijvende verlenging verdiskonteerd. Deze heeft echter het nadeel dat zij vrij omslachtig is.

Ten behoeve van systematisch onderzoek naar de complexe modulus  $\bar{E}$  als functie van de frekwentie wordt de meetopstelling zodanig gewijzigd dat het mogelijk wordt om het frekwentiegebied 0 - 15 Hz te bestrijken.

Bijlage 1: Afleidingen van de relaties van 1.2.3.

- Relaties tussen quasi-statische grootheden

Het bestaan van de vergelijkingen:

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t Y(t-\tau) \cdot \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (1.40)$$

en

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t J(t-\tau) \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (1.41)$$

leidt tot het vermoeden dat er een verband bestaat tussen  $J(t)$  en  $Y(t)$ .

Dit verband wordt hier afgeleid voor het Laplace domein:

De systeemvergelijking voor een lineair visko-elastisch materiaal is te schrijven in de volgende algemene vorm:

$$\sigma + p_1 \cdot \dot{\sigma} + p_2 \cdot \ddot{\sigma} + \dots + p_m \cdot \frac{d^m \sigma}{dt^m} = q_0 \cdot \varepsilon + q_1 \cdot \dot{\varepsilon} + \dots + q_n \cdot \frac{d^n \varepsilon}{dt^n} \quad \text{of:}$$

$$P \cdot \sigma = Q \cdot \varepsilon \quad \text{met} \quad P = 1 + \sum_{k=1}^m p_k \cdot \frac{d^k}{dt^k}$$

en

$$Q = \sum_{k=0}^n q_k \cdot \frac{d^k}{dt^k}$$

Voor de kruipproef met  $\sigma_0 = 1$  geldt:

$$\left. \begin{array}{l} J(t) = \varepsilon(t) \\ L\{\sigma(t)\} = \frac{1}{s} \\ \frac{P(s)}{s} = Q(s) \cdot \varepsilon(s) \end{array} \right\} \rightarrow \varepsilon(s) = J(s) = \frac{P(s)}{s \cdot Q(s)} \quad (A.1)$$

Voor de relaxatieproef met  $\varepsilon_0 = 1$  geldt:

$$\left. \begin{array}{l} Y(t) = \sigma(t) \\ L\{\varepsilon(t)\} = \frac{1}{s} \\ P(s) \cdot \sigma(s) = \frac{Q(s)}{s} \end{array} \right\} \rightarrow \sigma(s) = Y(s) = \frac{Q(s)}{s \cdot P(s)} \quad (A.2)$$

Uit (A.1) en (A.2) volgt dan:

$$J(s) \cdot Y(s) = \frac{1}{s} \quad (\text{A.3})$$

In principe kan bij gegeven Laplace-transformatie van één van beide grootheden  $J(t)$  en  $Y(t)$  de ander bepaald worden m.b.v. bovenstaande uitdrukking (A.3) en inverse Laplace-transformatie.

Uit (A.3) volgt meteen door terugtransformatie:

$$t = \int_0^t J(\tau) \cdot Y(t-\tau) d\tau \quad (\text{A.4})$$

- Relaties tussen quasi-statische en dynamische grootheden

Er wordt uitgegaan van relatie (1.41):

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t J(t-\tau) \cdot \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau$$

Substitueer hierin:  $t - \tau = \xi$ ;  $d\tau = -d\xi$ .

Dit levert:

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(\xi) \cdot \frac{d\sigma(t-\xi)}{d\xi} d\xi \quad (\text{A.5})$$

$$\text{Stel nu: } \sigma(t) = \sigma_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (\text{A.6})$$

Substitutie van (A.6) in (A.5) leidt tot:

$$\begin{aligned} \varepsilon(i\omega t) &= -i\omega\sigma_0 \cdot \int_0^t J(\xi) \cdot e^{i\omega(t-\xi)} d\xi \\ &= i\omega\sigma_0 \cdot \int_0^\infty J(\xi) \cdot e^{i\omega(t-\xi)} d\xi \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Per definitie geldt:

$$\bar{J} = \frac{\varepsilon(i\omega t)}{\sigma_0 \cdot e^{i\omega t}} = i\omega \cdot \int_0^\infty J(\xi) \cdot e^{-i\omega\xi} d\xi \quad (\text{A.8})$$

Nu wordt vervolgens  $J(\xi)$  gesplitst in  $\{J(\xi) - J_u\}$  en  $J_u$ .

Dit levert:

$$\bar{J} = i\omega \cdot \int_0^\infty \{J(\xi) - J_u\} \cdot e^{-i\omega\xi} d\xi + i\omega \cdot J_u \int_0^\infty e^{-i\omega\xi} d\xi$$

$$\begin{aligned}
 &= i\omega \cdot \int_0^{\infty} \{J(\xi) - J_u\} \cdot e^{-i\omega\xi} d\xi - J_u \cdot e^{-i\omega\xi} \Big|_{\xi=0}^{\infty} \\
 &= i\omega \cdot \int_0^{\infty} \{J(\xi) - J_u\} e^{-i\omega\xi} + J_u
 \end{aligned} \tag{A.9}$$

Nu is:

$$e^{-i\omega\xi} = \cos(\omega\xi) - i \sin(\omega\xi) \tag{A.10}$$

en

$$\bar{J} = J_1 + i \cdot J_2 \tag{A.11}$$

Substitutie van (A.10) en (A.11) in (A.9) levert:

$$J_1 + i \cdot J_2 = J_u + i\omega \int_0^{\infty} \{J(\xi) - J_u\} \cdot \{\cos(\omega\xi) - i \sin(\omega\xi)\} d\xi \tag{A.12}$$

Gelijkstelling van de reële en imaginaire delen levert:

$$J_1(\omega) - J_u = \omega \cdot \int_0^{\infty} \{J(t) - J_u\} \cdot \sin \omega t dt \tag{1.11}$$

$$J_2 = \omega \cdot \int_0^{\infty} \{J(t) - J_u\} \cdot \cos \omega t dt \tag{1.12}$$

Uit (A.8) volgt:

$$\begin{aligned}
 \bar{J} &= - \int_0^{\infty} J(\xi) \cdot de^{-i\omega\xi} \\
 &= - J(\xi) \cdot e^{-i\omega\xi} \Big|_{\xi=0}^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-i\omega\xi} dJ(\xi) \\
 &= -\{J_r \cdot 0 - J_u\} + \int_0^{\infty} e^{-i\omega t} \cdot \frac{dJ(t)}{dt} dt \\
 J_1 + i \cdot J_2 &= J_u + \int_0^{\infty} e^{-i\omega t} \cdot \frac{dJ(t)}{dt} dt
 \end{aligned}$$

Gelijkstelling van de reële en imaginaire delen levert:

$$J_1(\omega) = J_u + \int_0^{\infty} \frac{dJ(t)}{dt} \cdot \cos \omega t dt \tag{1.13}$$

$$J_2(\omega) = - \int_0^{\infty} \frac{dJ(t)}{dt} \cdot \sin \omega t dt \tag{1.14}$$

Inverse Fourier transformatie leidt tot de uitdrukkingen (1.15) en (1.16).

Uitdrukking (1.40) levert:

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t Y(t-\tau) \cdot \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau$$

Substitutie van  $t - \tau = x$  levert:

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \int_{\infty}^0 Y(x) \cdot \frac{d\varepsilon(t-x)}{dx} dx \\ &= - \int_0^{\infty} Y(\tau) \cdot \frac{d\varepsilon(t-\tau)}{d\tau} d\tau \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Indien  $Y(\tau)$  wordt gesplitst in  $\{Y(\tau) - Y_r\}$  en  $Y_r$ , dan levert dat:

$$\sigma(t) = - \int_0^{\infty} Y_r \cdot \frac{d\varepsilon(t-\tau)}{d\tau} d\tau - \int_0^{\infty} \{Y(\tau) - Y_r\} \cdot \frac{d\varepsilon(t-\tau)}{d\tau} d\tau \quad (\text{A.14})$$

Substitutie van  $t - \tau = x$  in de eerste integraal van (A.14) levert:

$$\sigma(t) = - \int_t^{-\infty} Y_r \cdot \frac{d\varepsilon(x)}{dx} dx - \int_0^{\infty} \{Y(\tau) - Y_r\} \cdot \frac{d\varepsilon(t-\tau)}{d\tau} d\tau \quad (\text{A.15})$$

Vervang  $x$  door  $\tau$  en stel dat  $\varepsilon(\tau) = 0$  voor  $\tau \leq 0$ ; dit geeft:

$$\sigma(t) = \int_0^t Y_r \cdot \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau - \int_0^{\infty} \{Y(\tau) - Y_r\} \cdot \frac{d\varepsilon(t-\tau)}{d\tau} d\tau \quad (\text{A.16})$$

$$\sigma(t) = Y_r \cdot \varepsilon(t) - \int_0^{\infty} \{Y(\tau) - Y_r\} \cdot \frac{d\varepsilon(t-\tau)}{d\tau} d\tau \quad (\text{A.17})$$

Stel nu:

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{d\bar{\varepsilon}(t-\tau)}{d\tau} = -i\omega\varepsilon_0 \cdot e^{i\omega(t-\tau)} \quad (\text{A.19})$$

Substitutie van (A.18) en (A.19) in (A.17) geeft:

$$\bar{\sigma}(t) = Y_r \cdot \epsilon_0 \cdot e^{i\omega t} + \int_0^{\infty} \{Y(\tau) - Y_r\} \cdot i\omega\epsilon_0 \cdot e^{i\omega(t-\tau)} d\tau$$

Per definitie wordt  $\bar{E}$  nu gegeven door:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{\bar{\sigma}(t)}{\epsilon_0 \cdot e^{i\omega t}} = Y_r + \int_0^{\infty} \{Y(\tau) - Y_r\} \cdot i\omega \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= Y_r + \int_0^{\infty} \{Y(\tau) - Y_r\} \cdot i\omega \cdot \{\cos(\omega\tau) - i \sin(\omega\tau)\} d\tau \end{aligned}$$

$$\bar{E} = E_1 + i \cdot E_2$$

Gelijkstelling van reële en imaginaire delen levert:

$$E_1(\omega) = Y_r + \omega \cdot \int_0^{\infty} \{Y(\tau) - Y_r\} \cdot \sin \omega\tau d\tau \quad (1.17)$$

$$E_2(\omega) = \omega \cdot \int_0^{\infty} \{Y(\tau) - Y_r\} \cdot \cos \omega\tau d\tau \quad (1.18)$$

De vergelijkingen (1.19) en (1.20) worden verkregen door (1.41) eerst een maal partieël te integreren en daarna de rekenprocedure als hierboven te volgen.

#### - Relaties tussen dynamische grootheden

Er wordt hier uitgegaan van de volgende vergelijkingen:

$$\bar{E} = \frac{|\bar{\sigma}|}{|\bar{\epsilon}|} \cdot e^{i\phi} = E_1 + i \cdot E_2 \quad (A.20)$$

$$\bar{J} = \frac{|\bar{\epsilon}|}{|\bar{\sigma}|} \cdot e^{-i\phi} = J_1 + i \cdot J_2 \quad (A.21)$$

Vergelijking van (A.20) en (A.21) levert meteen:

$$\bar{J} = \frac{1}{\bar{E}} \quad \text{en} \quad |\bar{J}| = \frac{1}{|\bar{E}|} \quad (1.21)$$

Uit (A.20) en (A.21) volgt verder:

$$\bar{E} = |\bar{E}| \cdot \{\cos \phi + i \sin \phi\} \quad (A.22)$$

$$\text{en } \bar{J} = |\bar{J}| \cdot \{\cos \phi - i \sin \phi\} \quad (A.23)$$

Dit levert:

$$E_1 = |\bar{E}| \cdot \cos \phi \quad \text{en} \quad E_2 = |\bar{E}| \cdot \sin \phi \quad (\text{A.24})$$

$$\text{en} \quad J_1 = |\bar{J}| \cdot \cos \phi \quad \text{en} \quad J_2 = -|\bar{J}| \cdot \sin \phi \quad (\text{A.25})$$

Samen met (1.21) levert dit:

$$\frac{J_2}{J_1} = -\frac{E_2}{E_1} \quad (\text{1.22})$$

Er geldt:

$$|\bar{E}|^2 = E_1^2 + E_2^2 \quad (\text{A.26})$$

Delen door  $E_1^2$  geeft:

$$\begin{aligned} \frac{|\bar{E}|^2}{E_1^2} &= 1 + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)^2 \\ &= 1 + \tan^2 \phi \end{aligned}$$

$$\text{Dus} \quad |\bar{E}|^2 = E_1^2 (1 + \tan^2 \phi) \quad (\text{A.27})$$

Uit (1.21) volgt:

$$E_1^2 + E_2^2 = \frac{1}{J_1^2 + J_2^2} \quad (\text{A.28})$$

Substitueer hierin vgl. (1.22); dit levert:

$$|\bar{E}|^2 = \frac{1}{J_1^2 \left\{ 1 + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)^2 \right\}} \quad (\text{A.29})$$

Vermenigvuldigen van (A.26) met (A.29) geeft:

$$\begin{aligned} |\bar{E}|^4 &= \frac{E_1^2 + E_2^2}{J_1^2 \left\{ 1 + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)^2 \right\}} \\ &= \frac{E_1^2 \left\{ 1 + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)^2 \right\}}{J_1^2 \left\{ 1 + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)^2 \right\}} = \left(\frac{E_1}{J_1}\right)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$



Wortel trekken levert:

$$|\bar{E}|^2 = \frac{E_1}{J_1} \text{ oftewel:}$$

$$J_1 = \frac{E_1}{|\bar{E}|^2} \tag{1.23}$$

Substitutie van (1.21) in (1.23) levert:

$$J_1 = \frac{E_1}{E_1^2(1 + \tan^2 \phi)},$$

dus

$$J_1 = \{E_1(1 + \tan^2 \phi)\}^{-1} \tag{1.25}$$

Substitutie van  $J_2 = -J_1 \cdot \frac{E_2}{E_1}$  in (1.23) geeft

$$J_2 = -\frac{E_1}{|\bar{E}|^2} \cdot \frac{E_2}{E_1} = -\frac{E_2}{|\bar{E}|^2} \tag{1.24}$$

Bijlage 2: Beschrijving van de rekenprogramma's; rekenresultaten.

Er is gebruik gemaakt van enkele standaardprocedures, te weten:

EULERTRAP: Deze bepaalt een benadering voor de oplossing  $\phi$  van het beginwaardeprobleem:

$$y' = f(x,y) , x > a$$
$$y(a) = y_a$$

in het eindpunt  $b = a + d$  volgens een eenstapsmethode met vaste stapgrootte  $h$ .

INTEGRAAL: Deze procedure berekent de integraal  $I = \int_a^b f(x)dx$ , en is gebaseerd op een 5-punts Gauss-Legendre formule van de 10e orde.

MINIQUAD: Dit is een algemene procedure voor het minimaliseren van sommen van kwadraten van niet-lineaire functies. Er is gekozen voor de methode van Gauss-Newton met Choleski decompositie. De stapgrootte in de zoekrichting wordt bepaald door éénmalige kwadratische interpolatie.

Voor een gedetailleerde beschrijving van deze procedures wordt verwezen naar de R.C. informatie van de T.H.E.:

P.P. 3.1.1., P.P. 3.4.1., en P.P. 5.5.

MAXWELL: De invoergegevens voor dit programma zijn: de veerconstante  $c$ , de dempingsconstante  $b$ , de reksnelheid  $v$ , en het aantal tijdstippen  $n$ .

Het programma lost voor verschillende waarden van de niet-lineariteit  $a$  de differentiaalvergelijking (2.18) op m.b.v. de standaardprocedure EULERTRAP.

De uitvoer bestaat uit een aantal  $(n+1)$  rekken met de daarbij behorende berekende kracht. Deze gegevens worden in tabelvorm opgeslagen in de file NIETLIN.

MAXWELLSIN: De invoer voor dit programma bestaat uit veerconstante  $c$ , de dempingsconstante  $b$ , de amplitude  $P$ , de hoekfrequentie  $\omega$  en het aantal keren dat de kracht berekend moet worden:  $n$ .

Dit programma levert de exacte oplossing voor de sinusvormige rekken. De differentiaalvergelijking (2.20) wordt opgelost m.b.v. EULERTRAP. Ook hier wordt de uitvoer, die bestaat uit  $4n + 1$  waarden voor  $\omega * t$  met de bijbehorende kracht, opgeslagen in tabelvorm.

TREKPROEF: Dit programma vraagt aan invoer: veerconstante  $c$ , dempingsconstante  $b$ , stapgrootte  $EPS$ , reksnelheid  $v$ , en het aantal tijdstippen  $n$ . Allereerst wordt m.b.v. EULERTRAP de oplossing bepaald van de homogene differentiaalvergelijking (2.22) met als beginvoorwaarde:  $F(t=0^+) = F^{(e)} = c * EPS ** a$ . Dit levert ons de gereduceerde relaxatiefunctie  $G(t)$ . Deze gegevens worden opgeslagen in het array  $GT$ . Daarna wordt met MINIQAD een kleinste kwadratenaanpassing voor  $G(t)$  berekend, waarbij  $G(t)$  van de vorm:  $G(t) = e^{-t/\tau_r}$  wordt gesteld, met een te berekenen  $\tau_r$ . De aldus verkregen  $G(t)$  wordt dan samen met  $F^{(e)}$  in de integraaluitdrukking van  $Fung$  (2.10) gesubstitueerd. M.b.v. INTEGRAAL wordt deze integraal berekend. De uitvoer wordt wederom opgeslagen in tabelvorm.

SINUSPROEF: Dit programma is vrijwel identiek aan het programma TREKPROEF, met dien verstande dat nu niet vgl. (2.24) wordt opgelost, maar (2.26). Aan invoer vraagt dit programma dezelfde gegevens als MAXWELLSIN, met nog daaraan toegevoegd de stapgrootte  $EPS$ .

Alle uitvoergegevens worden in tabelvorm opgeslagen in de file NIETLIN. Deze datafile wordt later als invoerfile gebruikt voor het plotprogramma GRAFMAKER. Dit plotprogramma levert de grafieken, die in deze bijlage zijn bijgevoegd.

In het volgende worden de programmateksten van de diverse rekenprogramma's gegeven. Daarop volgend zullen enkele figuren weergegeven worden, welke d.m.v. de procedure GRAFMAKER werden gemaakt.

## MAXWELL

```
100 $ SET INSTALLATION
200 $ SET LIMIT 100
300 BEGIN FILE IN(KIND=REMOTE),
400     OUT(KIND=REMOTE, MAXRECSIZE=132);
500     FILE NIETLIN(KIND=PACK, PACKNAME="USER4.",
600                 MAXRECSIZE=15, BLOCKSIZE=450,
700                 AREASIZE=400);
800     REAL A,C,V,B,F,T,H;
900     INTEGER I,J,K,L,N;
1000    REAL ARRAY TT,FTL0;50;
1100    WRITE(OUT, </, "LEES IN C,B EN V">);
1200    WRITE(OUT, STOP, </>);
1300    READ(IN, /, C,B,V,N);
1400    J:=0;
1500    FOR I:=10 STEP 1 UNTIL 14 DO
1600        BEGIN A:=I/10;
1700            H:=0.01;
1800            BEGIN T:=0; F:=0.000001;
1900                WHILE T LEQ N DO
2000                    BEGIN EULERTRAP((A**((1/A))*(B*V-F)*
2100                    (F**((1-1/A))/B), T, F, 1, H);
2200                    K:=T;
2300                    TTCKJ:=T*V;
2400                    FTCKJ:=F;
2500                END;
2600            END;
2700            J:=J+1;
2800            TTC0J:=0;
2900            FTC0J:=0;
3000            WRITE(NIETLIN, <I5, ", ", I5/*(E11.4, ", ", E11.4/)>,
3100                    J, N+1, N+1, FOR L:=0 STEP 1 UNTIL N DO
3200                    [TTCLJ, FTCLJ]);
3300        END;
3400    LOCK(NIETLIN, CRUNCH);
3500 END.
#
```

## TREKPROEF

```
100 $SET AUTOBIND
200 $BIND=FROM PP5/= ON APPL;
300 $ SET INSTALLATION
400 $ SET LIMIT 100
500 BEGIN FILE IN(KIND=REMOTE),
600     OUT(KIND=REMOTE, MAXRECSIZE=132);
700     FILE NIETLIN(KIND=PACK, PACKNAME="USER4.",
800                 MAXRECSIZE=15, BLOCKSIZE=450,
900                 AREASIZE=400);
1000    REAL A,C,V,B,F,X,T,H,G, EPS, ERROR;
1100    FILE OPL(KIND=REMOTE, MAXRECSIZE=132);
1200    INTEGER I,J,K,L,N;
1300    PROCEDURE MINQUAD(M,N,X, RESIDUAL, GRADRES, INFO,
1400        METHOD, STOPCRIT, EPSABS, EPSREL, IMAX,
1500        OUTPUT, VARCOV, OPL);
```

```
1600     VALUE M,N,INFO,METHOD,EPSABS,EPSREL,OUTPUT;
1700     INTEGER M,N,INFO,METHOD,STOPCRIT,IMAX,
1800         OUTPUT;
1900     REAL EPSABS,EPSREL;
2000     ARRAY XC[*],VARCOV[*,*];
2100     PROCEDURE RESIDUAL,GRADRES;
2200     FILE OPL;
2300     EXTERNAL;
2400     REAL ARRAY TT,GT,FTC0:50;
2500     WRITE(OUT,</,"LEES IN C,B,EPS EN V EN N">);
2600     WRITE(OUT[STOP],</>);
2700     READ(IN,/,C,B,EPS,V,N);
2800     J:=0;
2900     FOR I:=10 STEP 1 UNTIL 14 DO
3000 BEGIN A:=I/10;
3100     H:=0.25;
3200     BEGIN T:=0;F:=C*EPS**A;
3300         WHILE T LEQ N DO
3400             BEGIN EULERTRAP((A*C**(1/A))*(-F)*
3500                 (F**(1-1/A))/B),T,F,1,H);
3600                 K:=T;
3700                 TTCK:=T;
3800                 G:=F/(C*EPS**A);
3900                 GTCK:=G;
4000             END;
4100         END;
4200     BEGIN INTEGER INFO,METHOD,STOPCRIT,IMAX;
4300         ARRAY VARCOV1:N,1:N,TAUC1:1;
4400         PROCEDURE RESIDU(TAU,R,I);
4500             INTEGER I;REAL R;ARRAY TAUC[*];
4600             R:=EXP(-TTCK/TAUC1)-GTCK;
4700             PROCEDURE GRADRES(TAU,GRAD,I);
4800                 INTEGER I;ARRAY TAU,GRAD[*];
4900                 BEGIN GRAD1:=(TTCK/TAUC1**2)*
5000                     EXP(-TTCK/TAUC1);
5100             END OF GRADRES;
5200             TAUC1:=B/C;
5300             INFO:=1;METHOD:=22;STOPCRIT:=13;IMAX:=50;
5400             MINIQAD(N,1,TAU,RESIDU,GRADRES,INFO,
5500                 METHOD,STOPCRIT,0.00001,0.00001,
5600                 IMAX,0,VARCOV,OPL);
5700             BEGIN FOR K:=1 STEP 1 UNTIL N DO
5800                 BEGIN FTCK:=A*C*V**A*INTEGRAAL((
5900                     ((K-X)**(A-1))*(EXP(-X/
6000                     TAUC1))),X,0,K,0.01,
6100                     ERROR);
6200                 END;
6300             END;
6350             WRITE(OUT,</,E11.4>,TAUC1);
6400         END;
6500             J:=J+1;
6600             TTC0:=0;
6700             FTC0:=0;
6800             WRITE(NIETLIN,<I5,"",I5/*(E11.4,"",E11.4/)>,
6900                 J,N+1,N+1,FOR L:=0 STEP 1 UNTIL N DO
7000                 [TTC1,FTC1]);
7100         END;
7200     LOCK(NIETLIN,CRUNCH);
7300 END.
#
```

# MAXWELLSIN

```
100 $ SET INSTALLATION
200 $ SET LIMIT 100
300 BEGIN FILE IN(KIND=REMOTE),
400     OUT(KIND=REMOTE, MAXRECSIZE=132);
500     FILE NIETLIN(KIND=PACK, PACKNAME="USER4.",
600                 MAXRECSIZE=15, BLOCKSIZE=450,
700                 AREASIZE=400);
800     REAL A,C,V,B,F,T,H,P,OMEGA;
900     INTEGER I,J,K,L,N;
1000    REAL ARRAY TT,FTL(500);
1001
1002    PROCEDURE EULERTRAP(FXY,X,Y,D,H);
1003    VALUE D;
1004    REAL FXY,X,Y,D,H;
1005    IF D NEQ 0 THEN
1006    BEGIN
1007        INTEGER M,J; REAL A,K1,K2;
1008        H:=SIGN(D)*ABS(H);
1009        M:=D/H; IF M=0 THEN M:=1; H:=D/M; A:=X;
1010        FOR J:=1 STEP 1 UNTIL M DO
1011        BEGIN
1012            K1:=H*FXY; X:=A+J*H; Y:=Y+K1;
1013            K2:=H*FXY; Y:=Y+(K2-K1)/2
1014        END
1015    END EULERTRAP;
1100    WRITE(OUT,</,"LEES IN C,B , P,OMEGA,N">);
1200    WRITE(OUTESTOPJ,</>);
1300    READ(IN,/,C,B,P,OMEGA,N);
1400    J:=0;
1500    FOR I:=10 STEP 1 UNTIL 15 DO
1600    BEGIN A:=I/10;
1700        H:=0.1;
1750        K:=0;
1800        BEGIN T:=0;F:=0.0000001;
1900            WHILE T LEQ N DO
2000            BEGIN EULERTRAP(A*C**((1/A)*(ABS(F))**((A-1)/A)*
2050                (B*P*OMEGA*SIN(OMEGA*T)-F)/B,
2100                T,F,0.25,H);
2200            K:=K+1;
2300            TTCKJ:=OMEGA*T;
2400            FTCKJ:=F;
2500            END;
2600        END;
2700        J:=J+1;
2800        TTLOJ:=0;
2900        FTLOJ:=0;
3000        WRITE(NIETLIN,<I5," ",I5/*(E11.4," ",E11.4/)>,
3100            J,4*N+1,4*N+1,FOR L:=0 STEP 1 UNTIL 4*N DO
3200            [TTCLJ,FTCLJ]);
3300        END;
3400    LOCK(NIETLIN,CRUNCH);
3500    END.
*
```

# SINUSPROEF

```
50  $ SET AUTOBIND
60  $ BIND=FROM PP5/=ON APPL;
100 $ SET INSTALLATION
200 $ SET LIMIT 100
300 BEGIN FILE IN(KIND=REMOTE),
400     OUT(KIND=REMOTE, MAXRECSIZE=132);
500     FILE NIETLIN(KIND=PACK,PACKNAME="USER4.",
600                 MAXRECSIZE=15,BLOCKSIZE=450,
700                 AREASIZE=400);
800     REAL TAUR,P,Z,OMEGA,A,C,V,B,F,X,T,H,G,EPS,ERROR;
850     FILE OPL(KIND=REMOTE,MAXRECSIZE=132);
900     INTEGER I,J,K,L,N;
975     PROCEDURE MINIUAD(M,N,X,RESIDUAL,GRADRES,INFO,
976     METHOD,STOPCRIT,EPSABS,EPSREL,IMAX,
977     OUTPUT,VARCOV,OPL);
978     VALUE M,N,INFO,METHOD,EPSABS,EPSREL,OUTPUT;
979     INTEGER M,N,INFO,METHOD,STOPCRIT,IMAX,OUTPUT;
980     REAL EPSABS,EPSREL;
981     ARRAY XC[*],VARCOV[*,*];
982     PROCEDURE RESIDUAL,GRADRES;
983     FILE OPL;
984     EXTERNAL;
1000    REAL ARRAY TT,GT,FTC0:1000;
1100    WRITE(OUT,</,"LEES IN C,B,EPS EN OMEGA,P EN N">);
1200    WRITE(OUT|STOP|,</>);
1300    READ(IN,/,C,B,EPS,OMEGA,P,N);
1400    J:=0;
1500    FOR I:=11 STEP 1 UNTIL 15 DO
1600    BEGIN A:=I/10;
1700        H:=0.05;
1800        BEGIN T:=0;F:=C*EPS**A;
1900            WHILE T LEQ N DO
2000            BEGIN EULERTRAP((A*C**((1/A))*(-F)*
2100                (F**((1-1/A)))/B),T,F,1,H);
2200                K:=T;
2300                TTCKJ:=T;
2350                G:=F/(C*EPS**A);
2400                GTCKJ:=G;
2500            END;
2600        END;
2601    BEGIN INTEGER INFO, METHOD,STOPCRIT,IMAX;
2602    ARRAY VARCOV[1:N,1:N],TAUC[1:1];
2603    PROCEDURE RESIDU(TAU,R,I);
2604    INTEGER I;REAL R;ARRAY TAU[*];
2605    R:=EXP(-TTC[I]/TAUC[I])-GTC[I];
2606    PROCEDURE GRADRES(TAU,GRAD,I);
2607    INTEGER I;ARRAY TAU,GRAD[*];
2608    BEGIN GRADC[I]:=(TTC[I]/TAUC[I]**2)*
2609        EXP(-TTC[I]/TAUC[I]);
2610    END OF GRADRES;
2611    TAUC[1]:=B/C;
2612    INFO:=1; METHOD:=22; STOPCRIT:=13; IMAX:=50;
2613    MINIUAD(N,1,TAU,RESIDU,GRADRES,INFO,
2614        METHOD,STOPCRIT,0.00001,0.00001,
2615        IMAX,0,VARCOV,OUT);
2700    TAUR:=1/(1-GTC[1]);
```



```
2800      FOR K:=1 STEP 1 UNTIL N DO
3000          BEGIN TTCKJ:=OMEGA*K/4;
3200              FTCKJ:=C*A*OMEGA*INTEGRAAL((
3250                  (EXP(-X/TAUC1J))
3300                      *((1-COS(OMEGA*(K/4-X)))**
3400                          (A-1))*SIN(OMEGA*X)),X,0,K/4,
3500                          0.0001,ERROR);
3600                      END;
3700          J:=J+1;
3800          TTLOJ:=0;
3900          FTLOJ:=C*EPS**A;
4000          WRITE(NIETLIN,<I5,"",I5/(E11.4,"",E11.4/)>,
4100              J,N+1,N+1,FOR L:=0 STEP 1 UNTIL N DO
4200                  (TTTELJ,FTTELJ));
4300          END;END;
4400          LOCK(NIETLIN,CRUNCH);
4500      END.
#
```

↓  
(K/4-x)

↙  
0



CP  
 EXACTE OPLOSSING  
 B=C=1  
 U=0.01  
 1: A=1.0  
 2: A=1.1  
 3: A=1.2  
 4: A=1.3  
 5: A=1.4

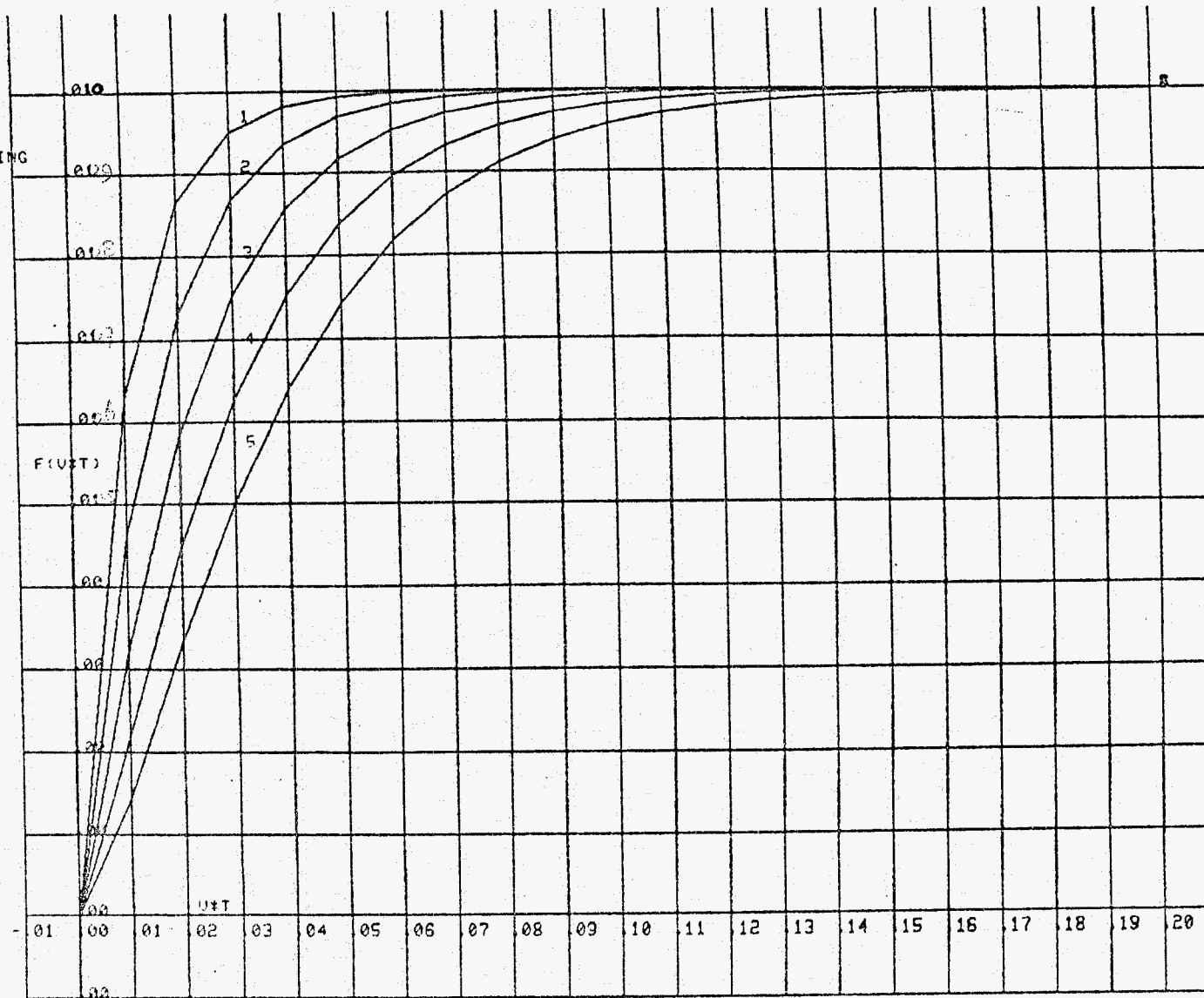


fig. B2.1 : invloed van a, exacte oplossing

C? OPLOSSING  
 FUNG  
 C=B=1  
 V=0.01  
 1: A=1.0  
 2: A=1.1  
 3: A=1.2  
 4: A=1.3  
 5: A=1.4

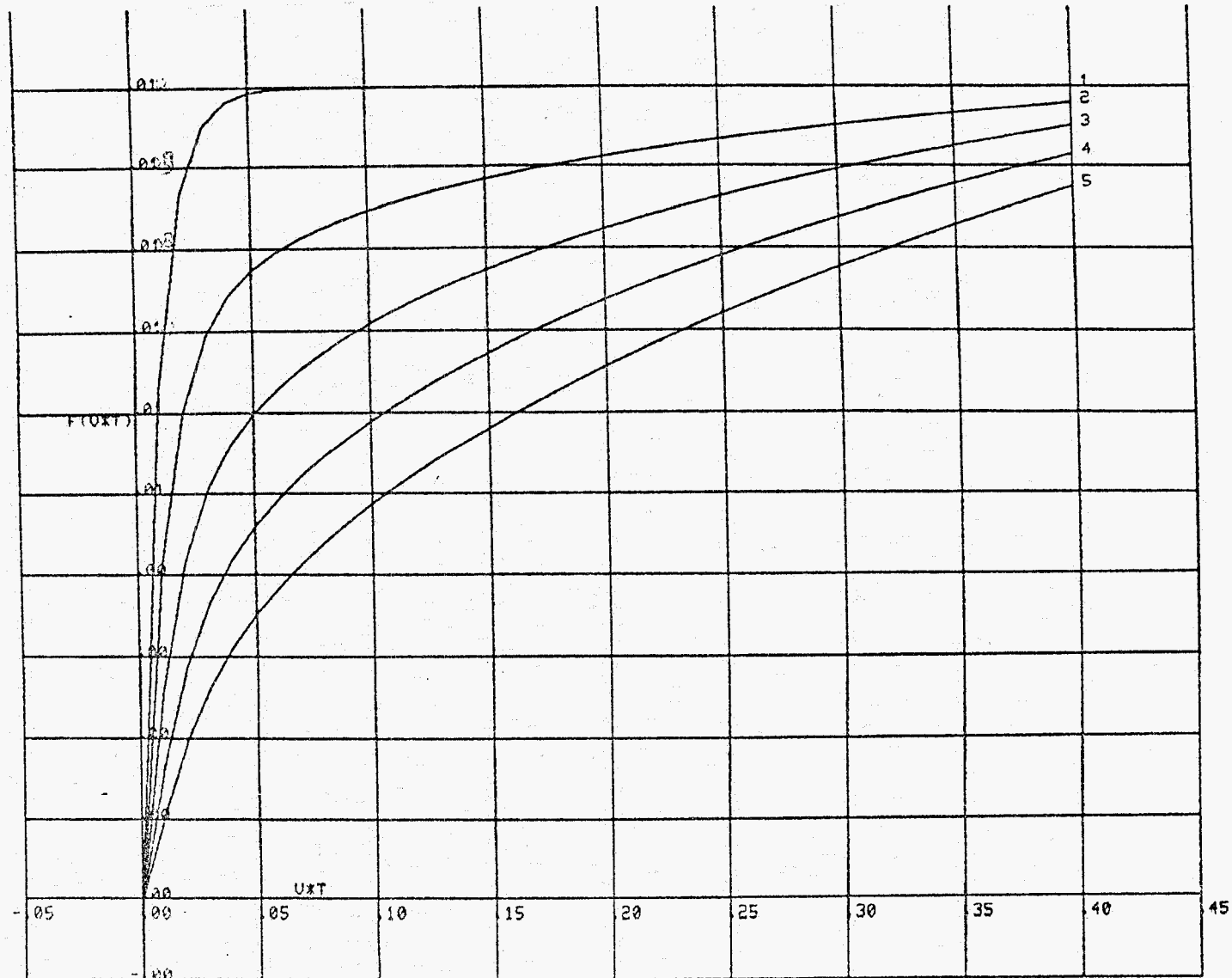


fig.B2.2 : invloed van a, oplossing Fung

C?  
EXACTE OPLOSSING  
C=B\*OMEGA=1  
P=0.05

1: A=1.0  
2: A=1.1  
3: A=1.2  
4: A=1.3  
5: A=1.4  
6: A=1.5

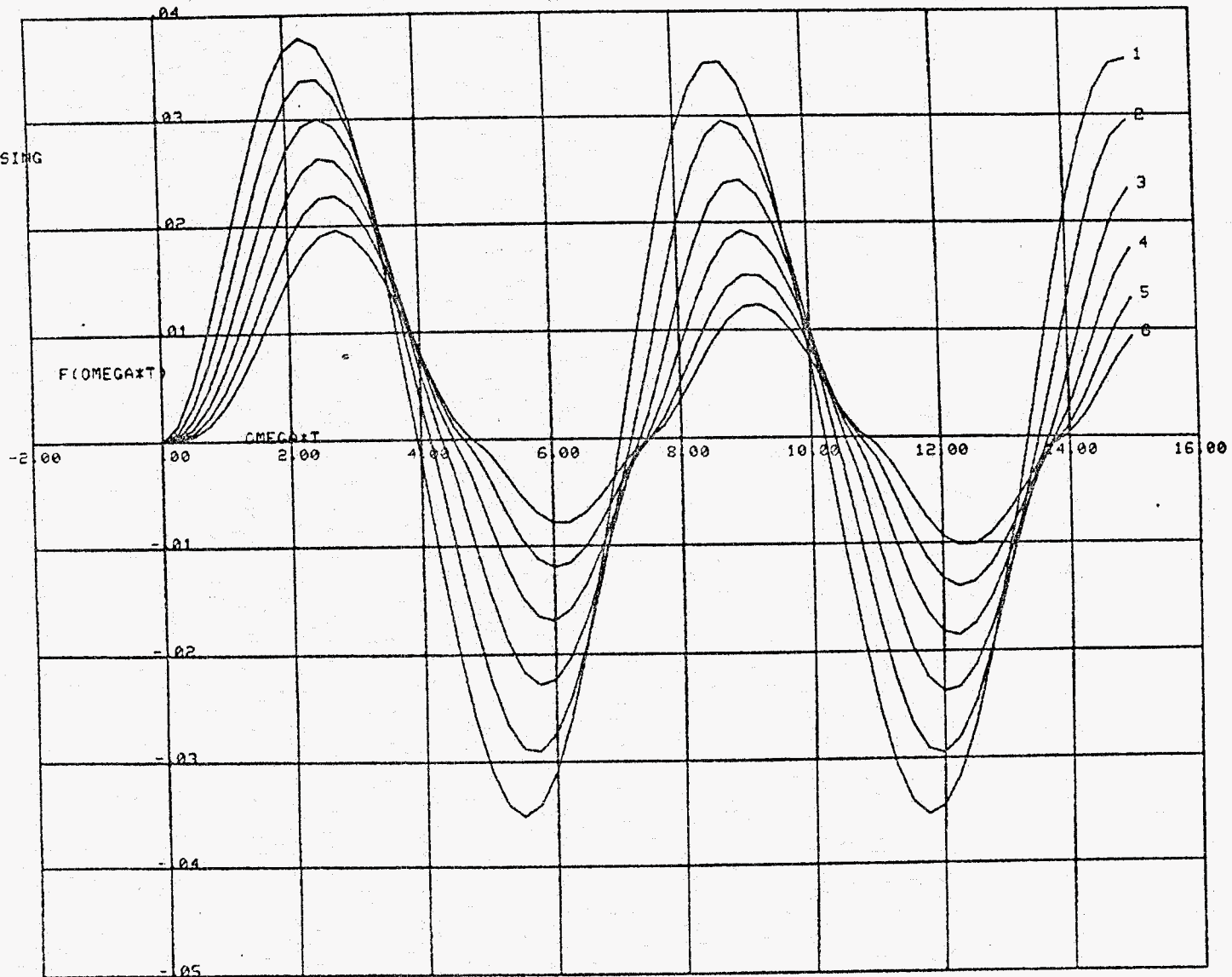


fig. B2.3 : invloed van a, exacte oploss.

C?  
OPLOSSING  
FUNG  
B=C=OMEGA\*1  
P=0.05  
1: A=1.0  
2: A=1.1  
3: A=1.2  
4: A=1.3  
5: A=1.4  
6: A=1.5

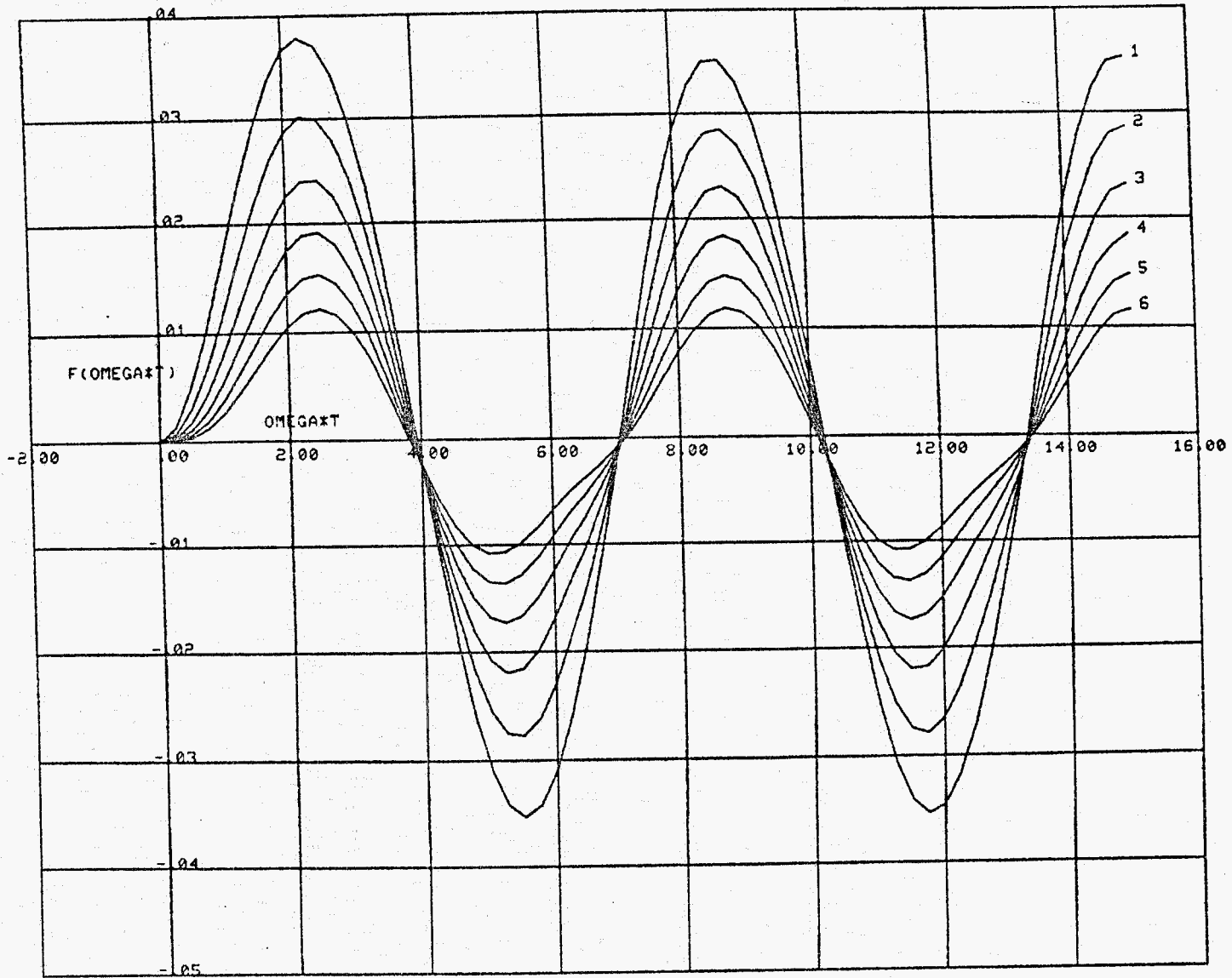


fig. B2.4: invloed van a, opl. Fung

C?  
 EXACTE OPLOSSING  
 C=1  
 B=0.1  
 U=0.01  
 1: A=1.0  
 2: A=1.1  
 3: A=1.2  
 4: A=1.3  
 5: A=1.4

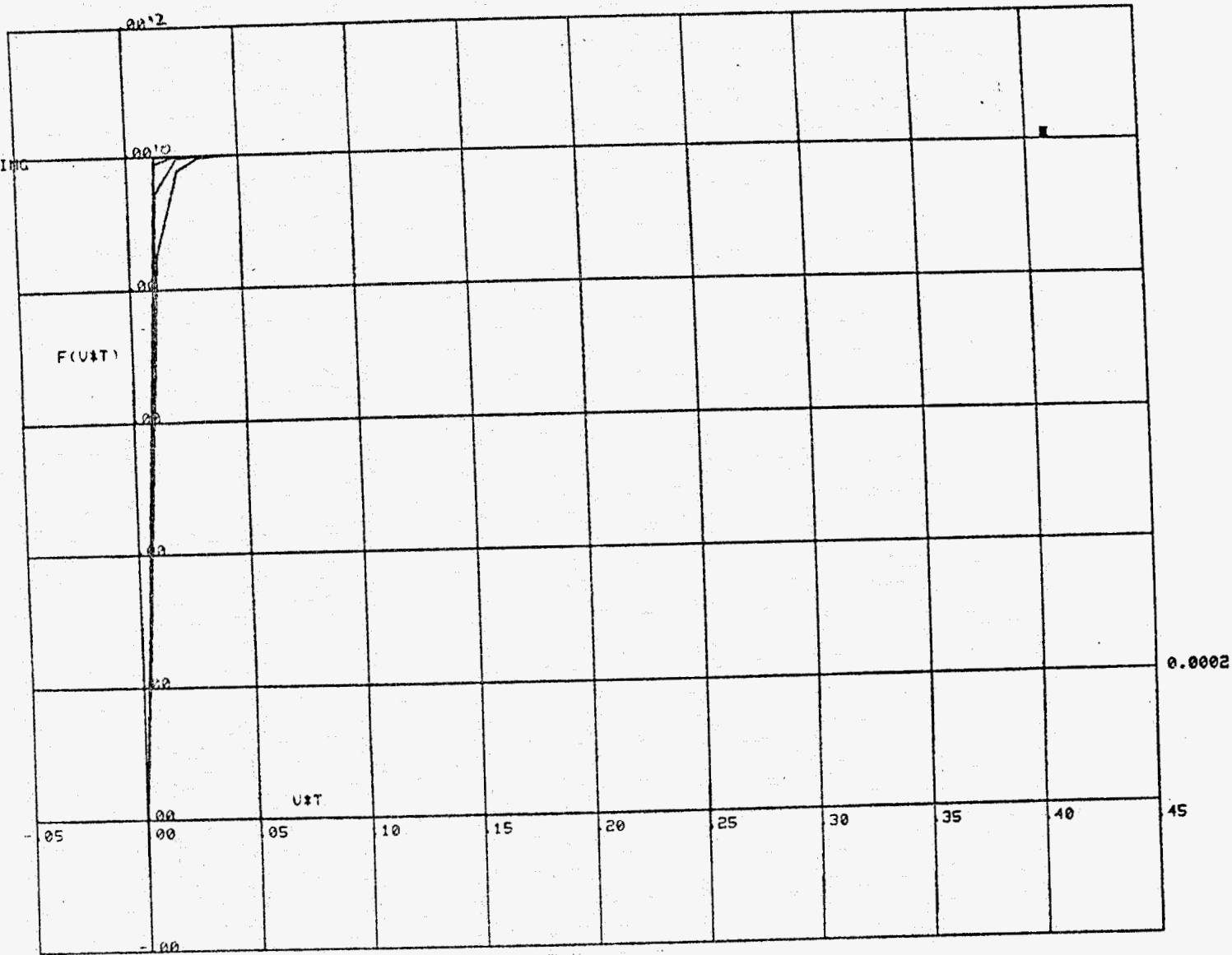


fig. B2.5 : invloed van a, b, exacte opl.

C?
   
 OPLOSSING
   
 FUNG
   
 C=1
   
 B=0.1
   
 U=0.01
   
 1: A=1.0
   
 2: A=1.1
   
 3: A=1.2
   
 4: A=1.3
   
 5: A=1.4

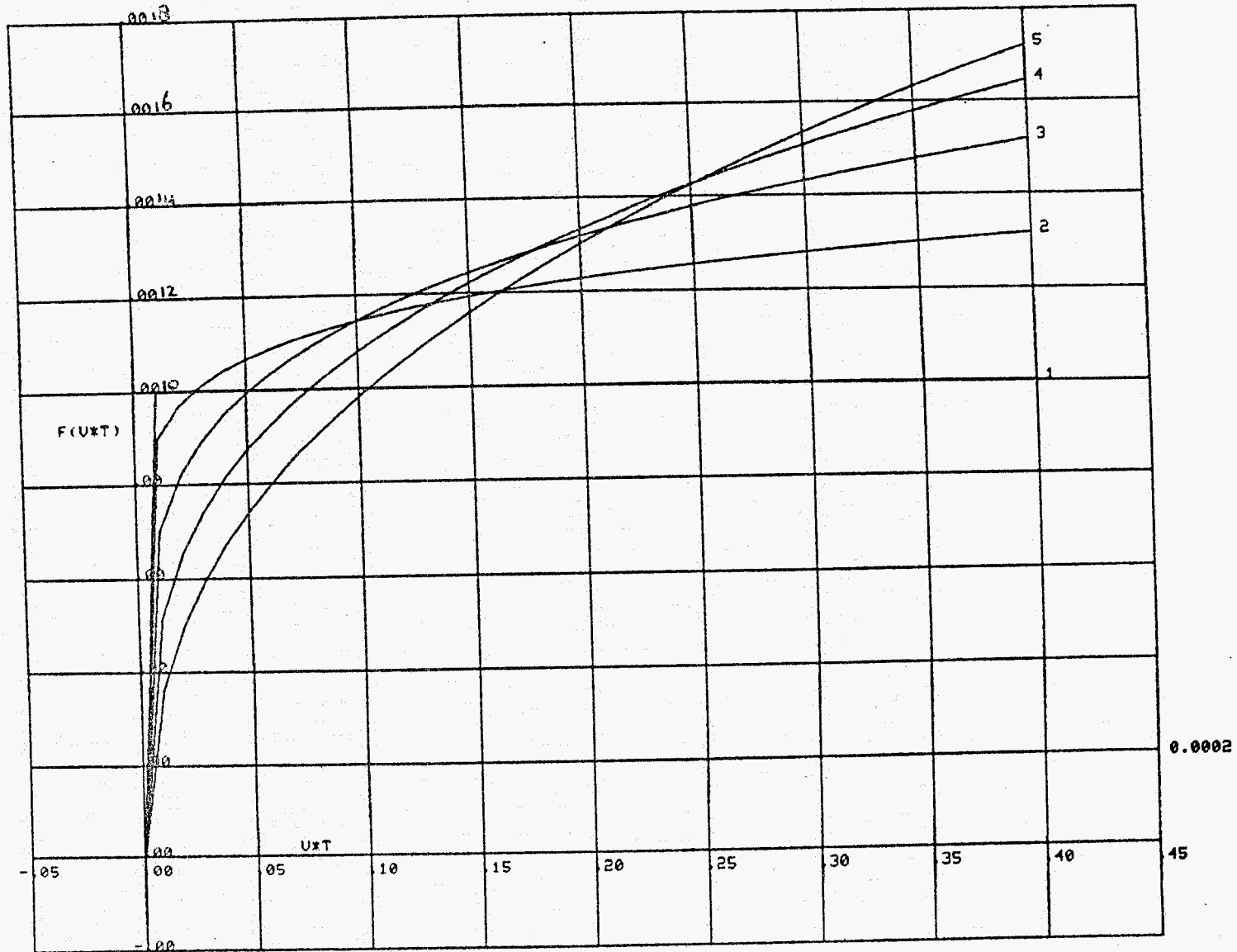


fig. B2.6 : invloed van a, b, opl. Fung

C?

EXACTE OPLOSSING

$C=B=1$

$A=1.4$

1:  $v=0.01$

2:  $v=0.05$

3:  $v=0.10$

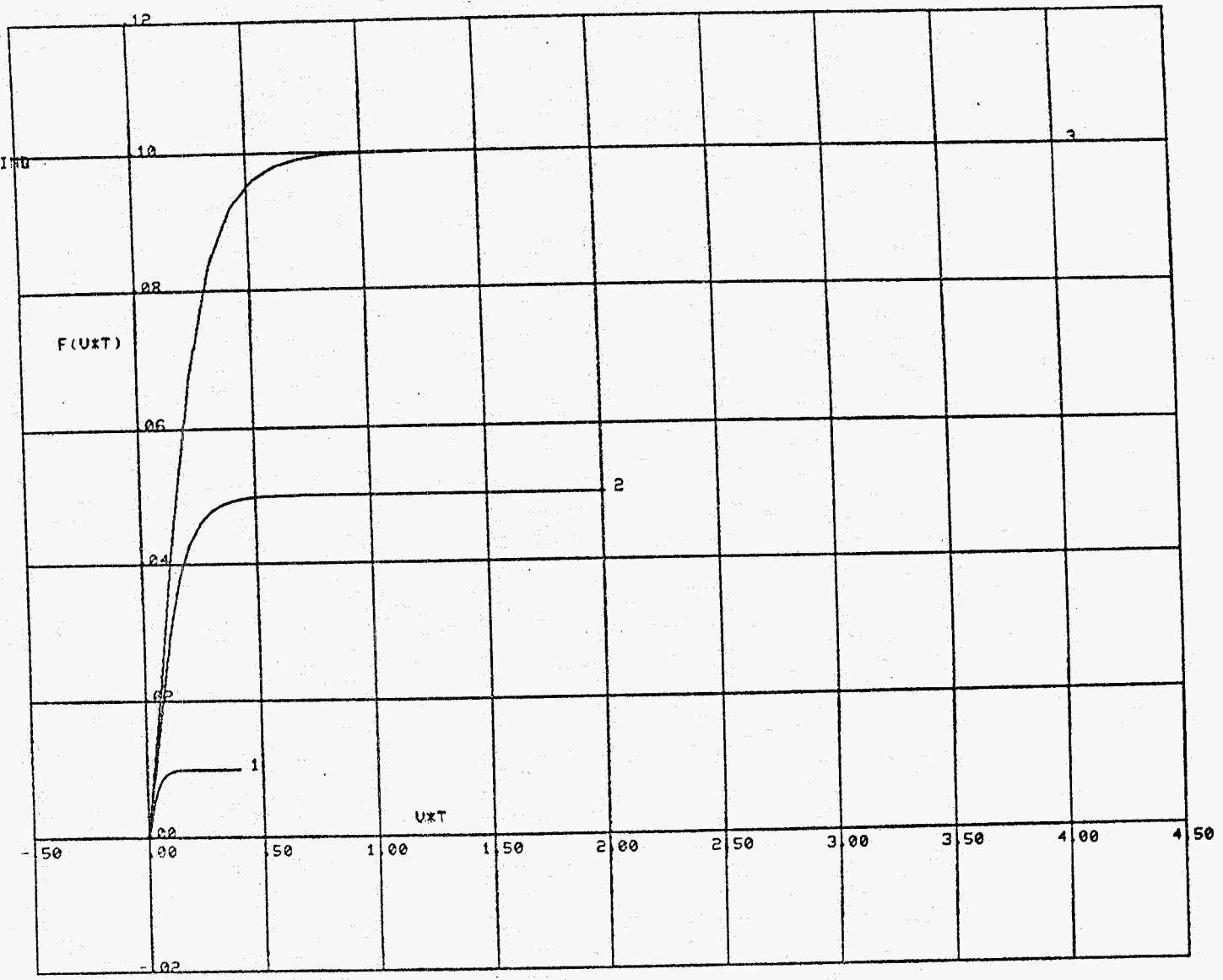


fig B2.7 : invloed van v, exacte opl.

C?  
OPLOSSING  
FUNG  
C-B=1  
A=1.4  
1: U=0.01  
2: U=0.05  
3: U=0.10

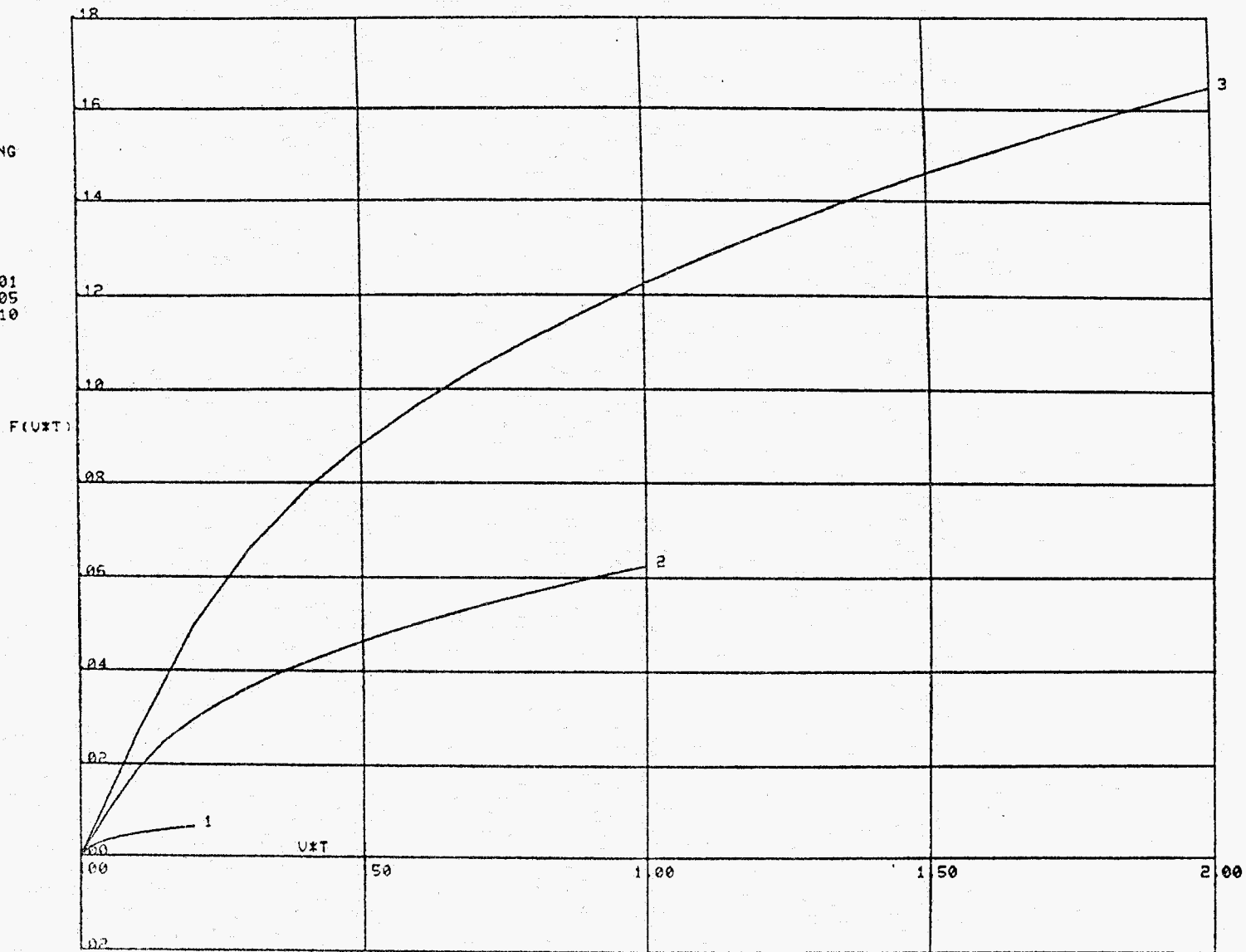


fig. B2.8 : invloed van v, opl. Fung



### Bijlage 3

#### Lijst van gebruikte apparatuur:

Trekbank (ZWICK 1434): zie [11].

Krachtmeter 1 (Hottinger U-1):

Meetprincipe: de krachtmeting berust op het rekstrookmeetprincipe en is in eerste instantie bedoeld voor quasi-statische proeven. De resonantie-frekwentie van de krachtmeter bedraagt 210 Hz.

Krachtmeter 2 (Kistler 9301):

Meetprincipe: piezo-elektrisch (kwartskristal). Deze kracht-opnemer kan zowel quasi-statisch als dynamisch meten. Benodigd hierbij is wel een ladingsversterker (Kistler 5001).

Verplaatsingsmeter (Zwick 1400):

Meetprincipe: m.b.v. een inductief meetsysteem kan in principe de verschilverplaatsing van twee doorsneden van het proefstrookje gemeten worden. Daartoe dienen twee tasters bij de betreffende doorsneden op het proefstrookje bevestigd te worden. Omdat dit bij de onderhavige proefstrookjes vanwege hun geringe afmetingen nagenoeg onmogelijk is, wordt voorlopig volstaan met het meten van de verplaatsing van de bewegende klem t.o.v. de vaste wereld.

Stapgenerator: zie [12].

Ladingsversterker: (Kistler 5001).

Instrumentatierecorder: (H.P. 3968 A).

U-V schrijver (C.E.C. 5-124).

Voedingsapparaat (Advance Industrial Electronics; PP. 31).

VLIES R.C.2.d. $\hat{F}_i^{(j)}$ [*10 <sup>-4</sup> N.]					
i \ j	1	2	3	4	5
1	-	855	780	780	780
2	1260	800	740	740	730
3	1140	775	725	730	720
4	1030	750	715	715	715
5	965	750	710	715	710
6	915	735	710	710	710
7	870	720	700	705	700
8	855	720	690	710	700
9	825	710	690	700	700
10	820	710	700	700	700
11	800	700	700	695	695
12	780	700	700	690	690
13	770	690	690	695	695
14	760	700	690	695	690
15	760	700	690	685	695

TABEL B4.1

VLIES N.C.1.r. $\hat{F}_i^{(j)}$ [*10 <sup>-4</sup> N.]					
i \ j	1	2	3	4	5
1	685	430	384	363	351
2	590	414	370	353	342
3	544	404	368	348	337
4	517	399	362	346	337
5	496	392	360	343	335
6	480	390	357	341	334
7	464	388	354	344	330
8	456	384	354	338	329
9	448	380	352	337	329
10	438	379	352	336	327
11	425	374	350	336	328
12	424	374	349	334	327
13	417	368	346	336	328
14	414	368	348	333	327
15	408	363	344	333	323

TABEL B4.2

Bijlage 4: Meetresultaten bij hoofdstuk 4

Toetsing van de hypothese dat de 5<sup>e</sup>  $\Delta I$ -serie overeenkomt met de 4<sup>e</sup>  $\Delta I$ -serie

VLIES R.C.2.d

Aantal cycli $i$ ↓	$\hat{F}_i^{(4)}$	$\hat{F}_i^{(5)}$	verschil $d$
1	780	780	0
2	740	730	10
3	730	720	10
4	715	715	0
5	715	710	5
6	710	710	0
7	705	700	5
8	710	700	10
9	700	700	0
10	700	700	0
11	695	695	0
12	690	690	0
13	695	695	0
14	695	690	5
15	685	695	-10

$H_0: E\bar{d} = 0 ; \bar{d} = 2.33$   
 $Sd = 5.3 ; n = 15$

$$\frac{\bar{d}}{Sd/\sqrt{n}} = 1.7$$

$H_0$  niet verwerpen

VLIES N.C.1.r.

Aantal cycli $i$ ↓	$\hat{F}_i^{(4)}$	$\hat{F}_i^{(5)}$	verschil $d$
1	363	351	12
2	353	342	11
3	348	337	11
4	346	337	9
5	343	335	8
6	341	334	7
7	344	330	14
8	338	329	9
9	337	329	8
10	336	327	9
11	336	328	8
12	334	327	7
13	336	328	8
14	333	327	6
15	333	323	10

$H_0: E\bar{d} = 0 ; d = 9.13$   
 $Sd = 2.1 ; n = 15$

$$\frac{\bar{d}}{Sd/\sqrt{n}} = 17$$

$H_0$  verwerpen

Topwaarden v.d. kracht bij de meting 79112101  $\hat{F}$  [N]

n	1	2	3	4	$\hat{F}^{(5)}$	5 min rust	6	7	$\hat{F}^{(8)}$	10 min rust	9	10	$\hat{F}^{(11)}$
1	1.38	0.71	0.66	0.64	0.62		0.67	0.61	0.62		0.67	0.61	0.60
2	1.02	0.66	0.62	0.59	0.56		0.60	0.56	0.56		0.60	0.55	0.54
3	0.89	0.63	0.60	0.57	0.56		0.59	0.56	0.56		0.59	0.53	0.55
4	0.83	0.63	0.60	0.57	0.56		0.56	0.54	0.54		0.56	0.53	0.52
5	0.80	0.63	0.59	0.57	0.54		0.56	0.54	0.56		0.56	0.53	0.53
6	0.78	0.62	0.59	0.56	0.54		0.54	0.52	0.54		0.56	0.52	0.52
7	0.76	0.61	0.57	0.56	0.53		0.57	0.55	0.54		0.54	0.52	0.52
8	0.72	0.61	0.57	0.55	0.53		0.55	0.54	0.54		0.54	0.52	0.51
9	0.71	0.59	0.58	0.54	0.55		0.54	0.54	0.54		0.54	0.52	0.52
10	0.71	0.62	0.57	0.54	0.53		0.54	0.54	0.53		0.54	0.52	0.52
11	0.70	0.59	0.57	0.55	0.53		0.54	0.54	0.54		0.53	0.52	0.50
12	0.68	0.59	0.56	0.56	0.52		0.54	0.53	0.53		0.54	0.52	0.51
13	0.67	0.59	0.57	0.54	0.53		0.54	0.55	0.55		0.53	0.50	0.51
14	0.67	0.58	0.57	0.56	0.52		0.53	0.53	0.52		0.54	0.52	0.50
15	0.66	0.59	0.56	0.54	0.52		0.53	0.52	0.53		0.52	0.50	0.51
	-	-	-	-	1.16		1.15	1.15	1.15		1.15	1.18	1.17

Tabel B4.3. : Onderzoek naar de duurzaamheid van de gepreconditioneerde toestand. (de laatste vijf getallen zijn waarden voor de blijvende verlenging [mm]).

Toets : nulhypothese  $H_{01}: E(\hat{F}^{(5)} - \hat{F}^{(8)}) = 0$   
 $: E \bar{d}_1 = 0$

$\bar{d}_1 = 0.4$  ;  $Sd_1 = 1.06$

$\frac{\bar{d}_1}{Sd_1/\sqrt{n}} = 1.47$

$H_{01}$  : niet verwerpen

$H_{02}: E(\hat{F}^{(5)} - \hat{F}^{(11)}) = 0$   
 $: E \bar{d}_2 = 0$

$\bar{d}_2 = 1.9$  ;  $Sd_2 = 0.92$

$\frac{\bar{d}_2}{Sd_2/\sqrt{n}} = 7.9$

$H_{02}$  : verwerpen

Parental cycli $i$ ↓	$\Delta t = 0.96$ ; $v_t = 5$ [mm] [mm/min]				
	$\hat{F}_i^{(1)}$	$\hat{F}_i^{(2)}$	$\hat{F}_i^{(3)}$	$\hat{F}_i^{(4)}$	$\hat{F}_i^{(5)}$
1	.046	.034	.033	.033	.033
2	.042	.033	.032	.032	.031
3	.038	.032	.032	.032	.031
4	.037	.032	.032	.031	.031
5	.036	.032	.031	.031	.030
6	.034	.031	.032	.030	.030
7	.034	.031	.031	.031	.030
8	.034	.031	.031	.031	.030
9	.033	.030	.031	.030	.030
10	.033	.031	.031	.030	.030
11	.032	.031	.030	.030	.030
12	.033	.031	.031	.030	.030
13	.032	.031	.030	.031	.030
14	.032	.031	.030	.031	.029
15	.032	.031	.030	.030	.029

$\Delta t = 0.97$ ; $v_t = 25$ [mm] [mm/min]				
$\hat{F}_i^{(6)}$	$\hat{F}_i^{(7)}$	$\hat{F}_i^{(8)}$	$\hat{F}_i^{(9)}$	$\hat{F}_i^{(10)}$
.036	.037	.036	.035	.036
.035	.035	.034	.034	.036
.035	.034	.034	.034	.034
.034	.034	.034	.033	.033
.034	.034	.034	.032	.033
.032	.034	.033	.032	.033
.034	.033	.033	.033	.033
.033	.032	.032	.032	.032
.034	.031	.032	.033	.031
.034	.032	.031	.031	.032
.034	.032	.032	.032	.030
.032	.032	.030	.032	.032
.032	.033	.032	.032	.032
.033	.032	.032	.031	.033
.032	.032	.032	.031	.032

Parental cycli $i$ ↓	$\Delta t = 1.45$ [mm] $v_t = 5$ [mm/min]				
	$\hat{F}_i^{(11)}$	$\hat{F}_i^{(12)}$	$\hat{F}_i^{(13)}$	$\hat{F}_i^{(14)}$	$\hat{F}_i^{(15)}$
1	.98	.73	.67	.65	.63
2	.86	.71	.66	.63	.62
3	.82	.71	.66	.62	.61
4	.79	.70	.65	.62	.61
5	.78	.70	.64	.62	.61
6	.76	.70	.64	.62	.61
7	.76	.69	.64	.62	.60
8	.75	.69	.63	.62	.60
9	.74	.69	.63	.62	.61
10	.74	.68	.62	.62	.60
11	.73	.67	.63	.62	.61
12	.72	.67	.63	.62	.61
13	.72	.67	.62	.62	.61
14	.71	.66	.62	.62	.61
15	.71	.66	.62	.61	.60

$\Delta t = 1.46$ [mm] $v_t = 25$ [mm/min]				
$\hat{F}_i^{(16)}$	$\hat{F}_i^{(17)}$	$\hat{F}_i^{(18)}$	$\hat{F}_i^{(19)}$	$\hat{F}_i^{(20)}$
.71	.70	.71	.69	.68
.68	.68	.68	.65	.66
.67	.67	.67	.64	.64
.67	.66	.66	.64	-
.66	.66	.64	.63	.64
.66	.65	.64	.64	.62
.66	.65	.64	.63	.63
.66	.64	.64	.63	.62
.66	.64	.64	.63	.62
.64	.64	.64	.62	.60
.65	.64	.63	.63	.62
.65	.64	.64	.62	.61
.65	.64	.63	.62	.62
.64	.64	.64	.62	.61
.64	.63	.63	.62	.60

Tabel B4.4

Involed van de reksnelheid op de ligging van de  $\hat{F}$ -kromme

Aantal cycli $i$ ↓	$\hat{F}_i^{(5)}$ $\cdot 10^{-3} [N]$	$\hat{F}_i^{(10)}$ $\cdot 10^{-3} [N]$	$(\hat{F}_i^{(10)} - \hat{F}_i^{(5)})_i$ $\cdot 10^{-3} [N]$
1	33	36	3
2	31	36	5
3	31	34	3
4	31	33	2
5	30	33	3
6	30	33	3
7	30	33	3
8	30	32	2
9	30	31	1
10	30	32	2
11	30	30	0
12	30	32	2
13	30	32	2
14	29	33	4
15	29	32	3

toets:  $H_0: \mathcal{E}(\hat{F}^{(10)} - \hat{F}^{(5)}) = 0$

$\bar{d} = 2.53$  ;  $S_d = 1.19$

$\frac{\bar{d}}{S_d/\sqrt{n}} = 8.23$

$8.23 > 2.14$

$H_0$ : verwerpen

Aantal cycli $i$ ↓	$\hat{F}_i^{(15)}$ $\cdot 10^{-2} [N]$	$\hat{F}_i^{(20)}$ $\cdot 10^{-2} [N]$	$(\hat{F}_i^{(20)} - \hat{F}_i^{(15)})_i$ $\cdot 10^{-2} [N]$
1	63	68	5
2	62	66	4
3	61	64	3
4	61	64	3
5	61	64	3
6	61	62	1
7	60	63	3
8	60	62	2
9	61	62	1
10	60	60	0
11	61	62	1
12	61	61	0
13	61	62	1
14	61	61	0
15	60	60	0

toets:  $H_0: \mathcal{E}(\hat{F}^{(20)} - \hat{F}^{(15)}) = 0$

$\bar{d} = 1.8$  ;  $S_d = 1.61$

$\frac{\bar{d}}{S_d/\sqrt{n}} = 4.33$

$4.33 > 2.14$

$H_0$ : verwerpen

Involed van de reksnelheid op de gepreconditioneerde toestand.

Aantal cycli $i$ ↓	$\hat{F}_i^{(6)}$ $\cdot 10^{-3} N$	$\hat{F}_i^{(7)}$ $\cdot 10^{-3} N$	$(\hat{F}_i^{(7)} - \hat{F}_i^{(6)})_i$ $\cdot 10^{-3} N$
1	36	37	1
2	35	35	0
3	35	34	-1
4	34	34	0
5	34	34	0
6	32	34	2
7	34	33	-1
8	33	32	-1
9	34	31	-3
10	34	32	-2
11	34	32	-2
12	32	32	0
13	32	33	1
14	33	32	-1
15	32	32	0

Aantal cycli $i$ ↓	$\hat{F}_i^{(16)}$ $\cdot 10^{-2} N$	$\hat{F}_i^{(17)}$ $\cdot 10^{-2} N$	$(\hat{F}_i^{(17)} - \hat{F}_i^{(16)})_i$ $\cdot 10^{-2} N$
1	71	70	-1
2	68	68	0
3	67	67	0
4	67	66	-1
5	66	66	0
6	66	65	-1
7	66	65	-1
8	66	64	-2
9	66	64	-2
10	64	64	0
11	65	64	-1
12	65	64	-1
13	65	64	-1
14	64	64	0
15	64	63	-1

toets :  $H_0 : E(\hat{F}^{(7)} - \hat{F}^{(6)}) = 0$

$\bar{d} = -0.47 ; Sd = 1.30$

$\left| \frac{\bar{d}}{Sd/\sqrt{n}} \right| = 1.39$

$1.39 < 2.14$

$H_0$  : niet verwerpen

toets :  $H_0 : E(\hat{F}^{(17)} - \hat{F}^{(16)}) = 0$

$\bar{d} = -0.8 ; Sd = 0.68$

$\left| \frac{\bar{d}}{Sd/\sqrt{n}} \right| = 4.58$

$4.58 > 2.14$

$H_0$  : verwerpen

meting	80012403					80012404							80013103						
$\frac{\Delta L_{st}}{L}$ [s]	1.5	2	2.5	3	3.25	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75
0	0.85	2.62	4.38	5.29	4.65	0.73	1.01	1.17	1.74	2.48	3.60	4.33	0.09	0.22	0.63	1.20	1.70	2.00	1.80
0.1	0.53	1.68	3.04	4.01	3.58	0.45	0.64	0.77	1.15	1.68	2.32	2.94	0.03	0.13	0.40	0.75	1.09	1.39	1.22
0.2	0.48	1.60	2.88	3.84	3.47	0.43	0.61	0.72	1.08	1.60	2.22	2.83	0.03	0.13	0.37	0.71	1.02	1.32	1.19
0.3	0.48	1.55	2.78	3.79	3.39	0.40	0.60	0.69	1.04	1.55	2.16	2.72	0.03	0.12	0.36	0.69	1.02	1.29	1.16
0.4	0.45	1.52	2.72	3.74	3.36	0.40	0.59	0.69	1.01	1.52	2.12	2.70	0.03	0.12	0.35	0.68	0.99	1.27	1.12
0.5	0.45	1.50	2.72	3.68	3.34	0.40	0.57	0.67	1.00	1.50	2.08	2.64	0.03	0.12	0.35	0.68	0.99	1.25	1.12
0.6	0.45	1.47	2.67	3.63	3.31	0.40	0.56	0.67	0.99	1.50	2.06	2.62	0.03	0.12	0.35	0.67	0.99	1.25	1.11
0.7	0.45	1.44	2.64	3.63	3.31	0.37	0.56	0.65	0.97	1.47	2.03	2.62	0.03	0.11	0.34	0.66	0.99	1.22	1.09
0.8	0.44	1.42	2.62	3.63	3.28	0.37	0.56	0.65	0.97	1.44	2.02	2.59	0.03	0.11	0.34	0.65	0.96	1.22	1.09
0.9	0.43	1.42	2.62	3.60	3.28	0.37	0.56	0.65	0.97	1.44	2.00	2.56	0.02	0.11	0.33	0.64	0.96	1.22	1.07
1	0.43	1.39	2.62	3.60	3.26	0.37	0.55	0.64	0.95	1.42	1.99	2.56	0.02	0.11	0.33	0.64	0.96	1.22	1.07
2	0.41	1.31	2.51	3.55	3.20	0.36	0.53	0.59	0.91	1.36	1.88	2.46	0.02	0.11	0.31	0.62	0.92	1.19	1.04
60	0.22	0.96	2.00	3.07	2.88	0.22	0.25	0.36	0.60	1.00	1.49	2.00	0.02	0.08	0.26	0.54	0.80	1.00	0.90

TABEL B5.1 KRACHTRESPONS [N]  
VLIES



meting	80012502				80013101						80013102					
$\frac{\Delta L}{L}$ [mm] [s]	1.5	2	2.5	3.0	1.5	2	2.5	3	3	3	1.5	2	2.5	3	3	3
0	0.36	0.43	0.56	0.68	0.13	0.15	0.21	0.27	0.39	0.63	0.12	0.14	0.18	0.23	0.32	0.49
0.1	0.25	0.30	0.39	0.47	0.07	0.10	0.13	0.18	0.25	0.40	0.07	0.10	0.13	0.16	0.23	0.35
0.2	0.24	0.29	0.37	0.45	0.07	0.10	0.13	0.18	0.24	0.38	0.06	0.09	0.12	0.16	0.22	0.34
0.3	0.24	0.29	0.37	0.45	0.07	0.10	0.13	0.17	0.24	0.37	0.06	0.09	0.12	0.16	0.22	0.33
0.4	0.24	0.28	0.37	0.44	0.07	0.09	0.12	0.17	0.24	0.36	0.06	0.08	0.12	0.16	0.22	0.33
0.5	0.24	0.28	0.36	0.44	0.07	0.09	0.12	0.17	0.23	0.36	0.06	0.08	0.12	0.15	0.22	0.33
0.6	0.24	0.28	0.36	0.44	0.06	0.09	0.12	0.17	0.23	0.36	0.06	0.08	0.12	0.15	0.22	0.33
0.7	0.24	0.28	0.36	0.43	0.06	0.09	0.12	0.17	0.23	0.36	0.06	0.08	0.12	0.15	0.22	0.32
0.8	0.24	0.28	0.36	0.43	0.06	0.09	0.12	0.17	0.23	0.35	0.06	0.08	0.12	0.15	0.22	0.32
0.9	0.24	0.28	0.36	0.43	0.06	0.09	0.12	0.17	0.23	0.35	0.06	0.08	0.11	0.15	0.21	0.32
1	0.24	0.28	0.36	0.43	0.06	0.09	0.12	0.17	0.23	0.35	0.06	0.08	0.11	0.15	0.21	0.32
2	0.23	0.27	0.35	0.43	0.06	0.09	0.12	0.16	0.22	0.34	0.05	0.08	0.11	0.15	0.21	0.31
60	0.23	0.26	0.34	0.43	0.06	0.09	0.12	0.16	0.21	0.32	0.05	0.08	0.11	0.15	0.20	0.30

TABEL B5.1: KRACHTRESPONS [N]  
SINUS

meting	80012403					80012404							80013103							
$t \frac{\Delta L}{L} [\%]$	1.5	2	2.5	3	3.25	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75	
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	0.62	0.64	0.69	0.76	0.77	0.62	0.63	0.66	0.66	0.68	0.64	0.68	0.33	0.59	0.63	0.63	0.64	0.70	0.68	
0.2	0.56	0.61	0.66	0.73	0.75	0.59	0.60	0.62	0.62	0.65	0.62	0.65	0.33	0.59	0.59	0.59	0.60	0.66	0.66	
0.3	0.56	0.59	0.63	0.72	0.73	0.55	0.59	0.59	0.60	0.63	0.60	0.63	0.33	0.55	0.57	0.58	0.60	0.65	0.64	
0.4	0.53	0.58	0.62	0.71	0.72	0.55	0.58	0.59	0.58	0.61	0.59	0.62	0.33	0.55	0.56	0.57	0.58	0.64	0.62	
0.5	0.53	0.57	0.62	0.70	0.72	0.55	0.56	0.57	0.57	0.60	0.58	0.61	0.33	0.55	0.56	0.57	0.58	0.63	0.62	
0.6	0.53	0.56	0.61	0.69	0.71	0.55	0.55	0.57	0.57	0.60	0.57	0.61	0.33	0.55	0.56	0.56	0.58	0.63	0.62	
0.7	0.53	0.55	0.60	0.69	0.71	0.51	0.55	0.56	0.56	0.59	0.56	0.61	0.33	0.50	0.54	0.55	0.58	0.61	0.61	
0.8	0.52	0.54	0.60	0.69	0.71	0.51	0.55	0.56	0.56	0.58	0.56	0.60	0.33	0.50	0.54	0.54	0.56	0.61	0.61	
0.9	0.51	0.54	0.60	0.68	0.71	0.51	0.55	0.56	0.56	0.58	0.56	0.59	0.22	0.50	0.52	0.53	0.56	0.61	0.59	
1	0.51	0.53	0.60	0.68	0.70	0.51	0.54	0.55	0.55	0.57	0.55	0.59	0.22	0.50	0.52	0.53	0.56	0.61	0.59	
2	0.48	0.50	0.57	0.67	0.69	0.49	0.52	0.50	0.52	0.55	0.52	0.57	0.22	0.50	0.49	0.52	0.54	0.60	0.58	
60	0.26	0.37	0.46	0.58	0.62	0.30	0.25	0.31	0.34	0.40	0.41	0.46	0.22	0.36	0.41	0.45	0.47	0.50	0.50	

TABEL B5.2: GEREDUCEERDE RELAXATIE FUNCTIE

$$G(t) = F(t) / F(t=0)$$

VLIES

meting	80012502				80013101						80013102					
$\frac{\Delta L}{L}$ t [min] [s]	1.5	2	2.5	3	1.5	2	2.5	3	3	3	1.5	2	2.5	3	3	3
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	0.69	0.70	0.70	0.69	0.54	0.67	0.62	0.67	0.64	0.63	0.58	0.71	0.72	0.70	0.72	0.71
0.2	0.67	0.67	0.66	0.66	0.54	0.67	0.62	0.67	0.62	0.60	0.50	0.64	0.67	0.70	0.69	0.69
0.3	0.67	0.67	0.66	0.66	0.54	0.67	0.62	0.63	0.62	0.59	0.50	0.64	0.67	0.70	0.69	0.67
0.4	0.67	0.65	0.66	0.65	0.54	0.60	0.57	0.63	0.62	0.57	0.50	0.57	0.67	0.70	0.69	0.67
0.5	0.67	0.65	0.64	0.65	0.54	0.60	0.57	0.63	0.59	0.57	0.50	0.57	0.67	0.65	0.69	0.67
0.6	0.67	0.65	0.64	0.65	0.46	0.60	0.57	0.63	0.59	0.57	0.50	0.57	0.67	0.65	0.69	0.67
0.7	0.67	0.65	0.64	0.63	0.46	0.60	0.57	0.63	0.59	0.57	0.50	0.57	0.67	0.65	0.69	0.65
0.8	0.67	0.65	0.64	0.63	0.46	0.60	0.57	0.63	0.59	0.56	0.50	0.57	0.67	0.65	0.69	0.65
0.9	0.67	0.65	0.64	0.63	0.46	0.60	0.57	0.63	0.59	0.56	0.50	0.57	0.61	0.65	0.66	0.65
1	0.67	0.65	0.64	0.63	0.46	0.60	0.57	0.63	0.59	0.56	0.50	0.57	0.61	0.65	0.66	0.65
2	0.64	0.63	0.63	0.63	0.46	0.60	0.57	0.59	0.56	0.54	0.42	0.57	0.61	0.65	0.66	0.63
60	0.64	0.60	0.61	0.63	0.46	0.60	0.57	0.59	0.54	0.51	0.42	0.57	0.61	0.65	0.63	0.61

TABEL B52: GEREDUCEERDE RELAXATIE FUNCTIE

$$G(t) = \frac{F(t)}{F(t=0)}$$

SINUS

	$\Delta l_{\text{step}}$ [mm]	$\Delta l_{\text{sw}}$ [mm]	$l_0$ [mm]	$\epsilon_w$	$F(t=0)$	$F(t=60)$
8000124003	1.5	0.80	11.55	0.069	0.85	0.22
	2	1.30	12.25	0.106	2.62	0.96
	2.5	1.80	12.95	0.139	4.38	2.00
	3	2.60	13.65	0.190	5.29	3.07
800012404	1.25	0.60	11.26	0.053	0.73	0.22
	1.5	0.90	11.61	0.078	1.01	0.25
	1.75	1.15	11.96	0.096	1.17	0.36
	2	1.63	12.31	0.132	1.74	0.60
	2.25	1.89	12.68	0.149	2.48	1.00
	2.5	2.15	13.04	0.165	3.60	1.49
8000131003	1.25	1.15	11.55	0.099	0.09	0.02
	1.5	1.40	11.90	0.118	0.22	0.08
	1.75	1.65	12.25	0.135	0.63	0.26
	2	1.90	12.60	0.151	1.20	0.54
	2.25	2.15	12.95	0.166	1.70	0.80
	2.5	2.40	13.30	0.180	2.00	1.00
	2.75	2.65	13.65	0.194	1.80	0.90

VLIES

	$\Delta l_{\text{step}}$ [mm]	$\Delta l_{\text{sw}}$ [mm]	$l_0$ [mm]	$\epsilon_w$	$F(t=0)$ [N]	$F(t=60)$ [N]
8000125002	1.5	0.79	13.30	0.059	0.36	0.23
	2	1.28	14.01	0.091	0.43	0.26
	2.5	1.78	14.73	0.121	0.56	0.34
	3	2.00	15.45	0.129	0.68	0.43
8000131001	1.5	0.8	12.86	0.062	0.13	0.06
	2	1.3	13.56	0.096	0.15	0.09
	2.5	1.80	14.26	0.126	0.21	0.12
	3	2.3	14.96	0.154	0.27	0.16
	3	2.3	14.96	0.154	0.27	0.16
8000131002	1.5	0.8	14.64	0.055	0.12	0.05
	2	1.3	15.34	0.085	0.14	0.08
	2.5	1.8	16.04	0.112	0.18	0.11
	3	2.3	16.74	0.137	0.23	0.15

SINUS

Tabel B5.3

	80012403 $\Delta l_{step} = 2 \text{ mm}$ $\Delta l_{sw} = 1.3 \text{ mm}$					80012502 $\Delta l_{step} = 3 \text{ mm}$ $\Delta l_{sw} = 2 \text{ mm}$				
t	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	0.66	0.62	0.63	0.64	0.64	0.60	0.63	0.62	0.59	0.61
0.2	0.61	0.59	0.59	0.60	0.60	0.56	0.59	0.58	0.57	0.57
0.3	0.59	0.57	0.57	0.58	0.58	0.55	0.59	0.58	0.55	0.55
0.4	0.57	0.56	0.56	0.57	0.57	0.53	0.57	0.57	0.53	0.55
0.5	0.55	0.55	0.55	0.56	0.56	0.53	0.57	0.57	0.53	0.55
0.6	0.54	0.54	0.54	0.55	0.55	0.52	0.56	0.57	0.53	0.55
0.7	0.53	0.53	0.53	0.54	0.54	0.52	0.56	0.57	0.52	0.55
0.8	0.52	0.53	0.53	0.54	0.54	0.52	0.56	0.55	0.52	0.54
0.9	0.51	0.52	0.52	0.53	0.53	0.50	0.56	0.55	0.52	0.54
1	0.50	0.51	0.52	0.52	0.52	0.50	0.56	0.55	0.52	0.54
2	0.46	0.49	0.48	0.49	0.49	0.48	0.54	0.53	0.50	0.52

INVLOED VAN HET PRECONDITIONEREN  
OP DE GEREDUCEERDE RELAXATIE FUNCTIE.

TABEL B5.4

De te verrichten handelingen voor een relaxatieproef

Afkortingen: V.A. = voedingsapparaat

S.G. = stapgenerator

De getallen, die gebruikt zijn in deze checklist komen overeen met de getallen, welke gebruikt zijn in [11].

Checklist:

- . Trekbank aanzetten m.b.v. 1.
- . onderste klem in S.G.; bevestigen met meeneemstift
- . taster v.d. rekmeter op onderste klem
- . V.A. aanzetten (24 V.; max. stroom)
- . spoel bekrachtigen
- .  $\ell = 0$  instellen m.b.v.  $q_A$  en  $q_B$   
 $B_L = 10$  mm. (10 B)
- . stroom onderbreken
- .  $\Delta\ell$  stap instellen m.b.v. de instelmoer v.d. S.G.  
( $\Delta\ell$  is af te lezen van display 3).
- . taster rekmeter wegnemen
- . onderste klem uit S.G. nemen.
  
- . strookje snijden en inklemmen
- . geheel in trekbank bevestigen:
  - onderste klem in S.G. brengen; meeneemstift
  - traverse naar beneden m.b.v. 2D en 2A
  - bovenste klem vastmaken aan krachtmeter m.b.v. stiftje
  - moer aandraaien
  - leibaan verwijderen
- . taster rekmeter op bovenste klem
- . strookje voorspannen
- . taster wegnemen
- . strookje bevochtigen

- . magnetische band laten lopen
- . stand noteren
- . spoel bekrachtigen
- . stopwatch indrukken
- . eventueel krachtmeetbereik wijzigen
- . stroom terugdraaien tot  $\pm 0.2$  A

Na bepaalde relaxatietijd (1 min.):

- . stroom onderbreken
- . stroom weer maximaal maken
- . strookje bevochtigen
- . eventueel overtollig vocht wegvegen
- . tijd in de gaten houden (1 min. rust)

Procedure A

Deze procedure A wordt 5 maal achter elkaar uitgevoerd.

- . band stoppen
- . taster rekmeter op onderste klem
- .  $\lambda = 0$  instellen
- . nieuwe stapgrootte instellen m.b.v. instelmoer v.d. S.G.
- .  $B_L = 10$  mm.;  $\Delta\lambda$  aflezen van display (3)
- . taster op bovenste klem
- . traverse omhoog bewegen
- . F relaxeren
- .  $\Delta\lambda_p$  noteren
- . taster wegnemen
- . strookje bevochtigen
- . opnieuw procedure A 5 maal herhalen

Alvorens procedure A wordt uitgevoerd, moet eerst de bandrecorder bedrijfsklaar worden gemaakt:

- . bandrecorder aanzetten (power on)
- . calibreren op input (cal. mode);
- . kabels in input-pluggen



Bijlage 6 : Meetresultaten bij hoofdstuk 7

De vorm van het verlengingssignaal

In tabel B6.1 staan voor waarden van  $\varphi$  tussen  $0^\circ$  en  $360^\circ$ , met stappen van  $10^\circ$ , de waarden van de "exacte" sinusfunctie  $A \cdot \sin \varphi$ , met  $A = 7.5$

Tevens staan in deze tabel de gemeten waarden van het verlengingssignaal bij diezelfde waarden voor  $\varphi$ .

In figuur B6.1 zijn zowel de "exacte" als de gemeten sinusfunctie getekend.

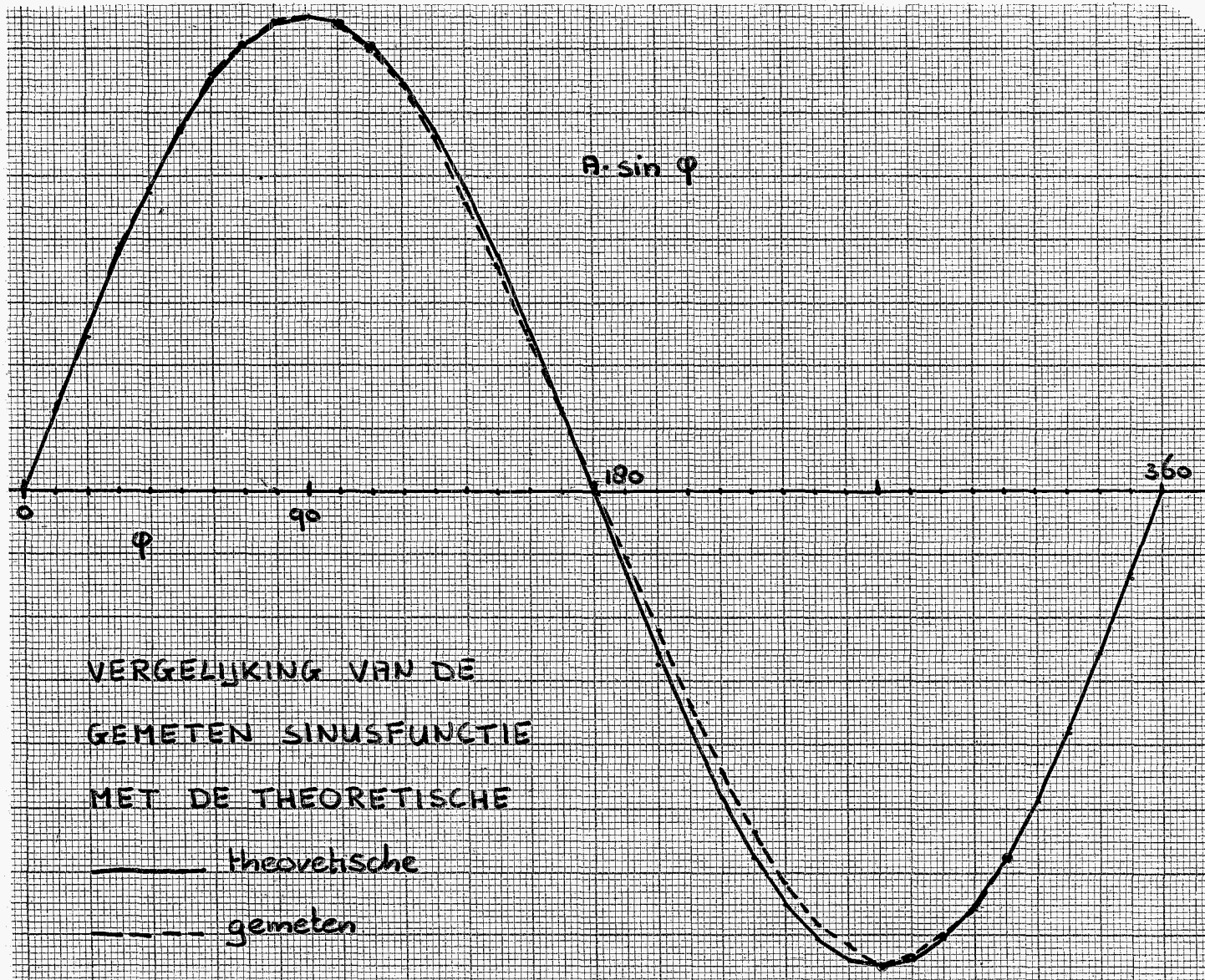
Uit deze figuur blijkt dat het verlengingssignaal de sinusvorm goed benadert.

$\varphi$	A=7.5 A·sinφ	GEMETEN SINUSFUNCTIE							
		0 ÷ 90		90 ÷ 180		180 ÷ 270		270 ÷ 360	
		waarde	verschil	waarde	verschil	waarde	verschil	waarde	verschil
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	1.30	1.35	3.8	1.25	-3.8	1.05	-19.2	1.45	11.5
20	2.55	2.45	-3.9	2.40	-5.9	2.20	-13.7	2.55	0
30	3.75	3.85	2.7	3.55	-5.3	3.40	-9.3	3.80	1.3
40	4.80	4.75	-1.0	4.55	-7.3	4.45	-7.3	4.85	1.0
50	5.75	5.70	-0.9	5.60	-2.6	5.35	-7.0	5.75	0
60	6.50	6.60	1.5	6.45	-0.8	6.15	-5.4	6.55	0.8
70	7.05	7.05	0	7.00	-0.7	6.80	-3.5	7.00	-0.7
80	7.40	7.45	0.7	7.40	0	7.15	-3.4	7.35	-0.7
90	7.50	7.50	0	7.50	0	7.50	0	7.50	0

TABEL B6.1

$$\text{verschil} = \frac{\text{gemeten} - \text{exact}}{\text{exact}} \cdot 100\%$$





CP  
EXACTE OPLOSSING

B=C=1

U=0.01

- 1: A=1.0
- 2: A=1.1
- 3: A=1.2
- 4: A=1.3
- 5: A=1.4

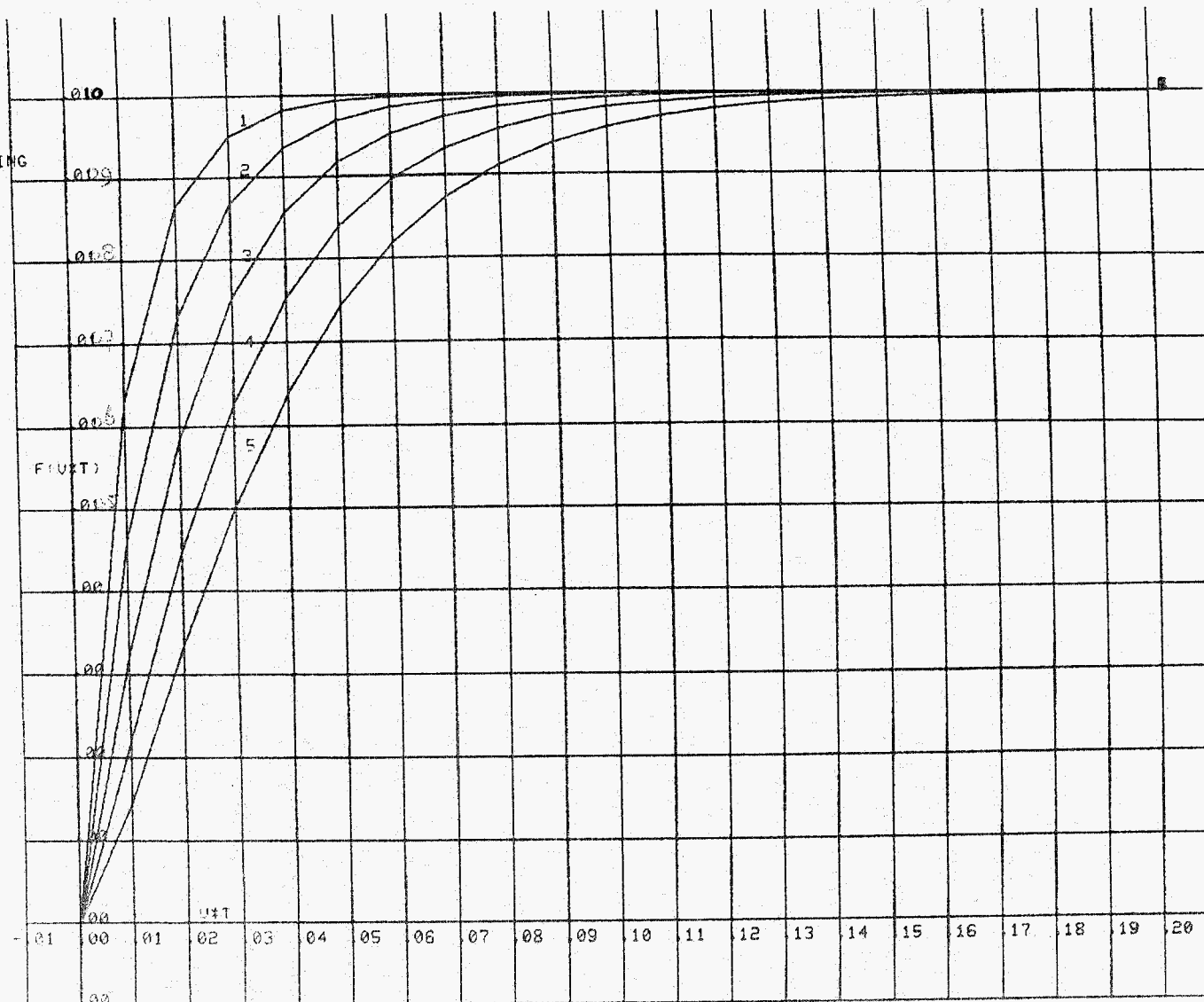


fig. B2.1 : invloed van a, exacte oplossing

C?  
 OPLOSSING  
 FUNG  
 C=B=1  
 U=0,01  
 1: A=1.0  
 2: A=1.1  
 3: A=1.2  
 4: A=1.3  
 5: A=1.4

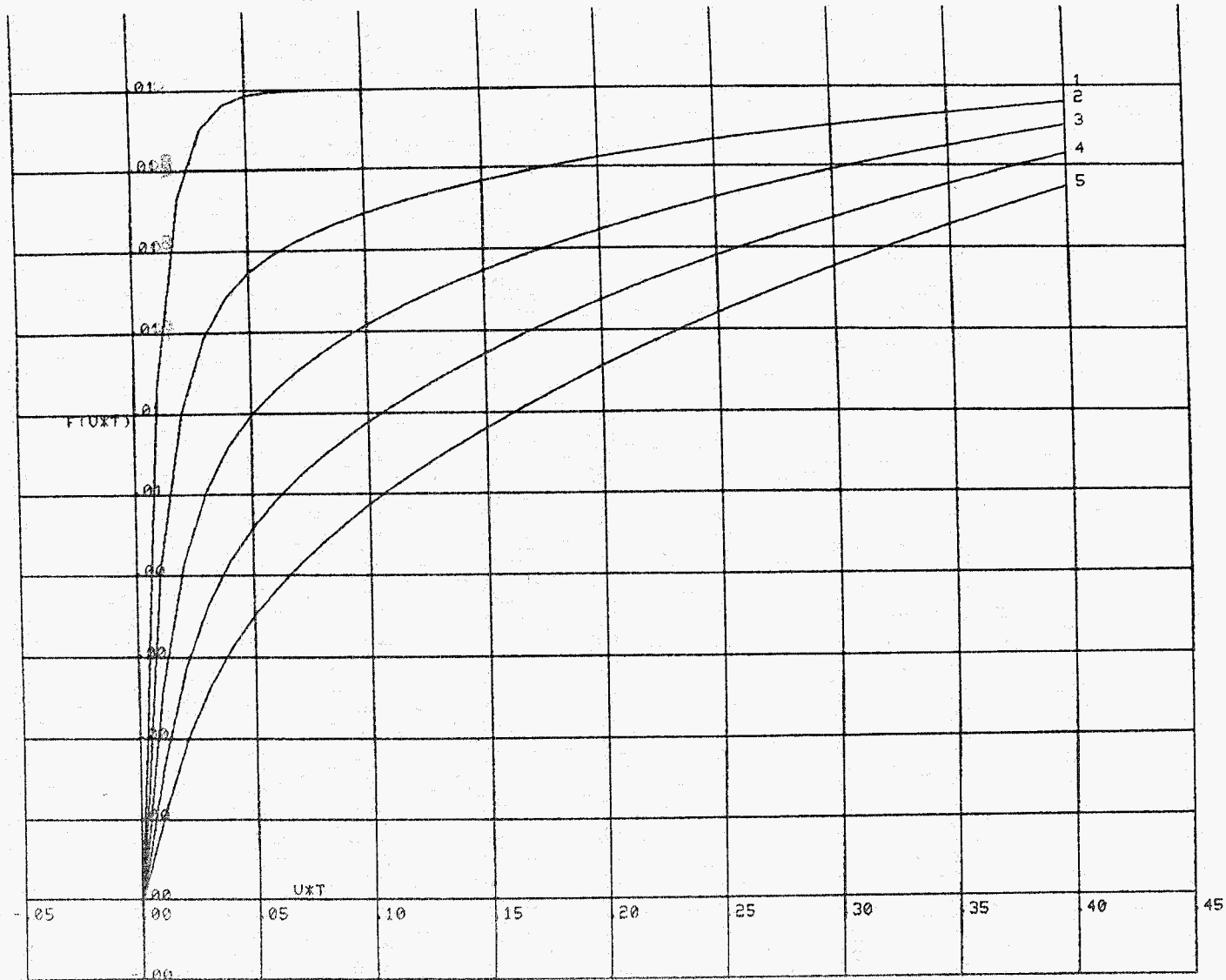


fig. B2.2 : invloed van a, oplossing Fung

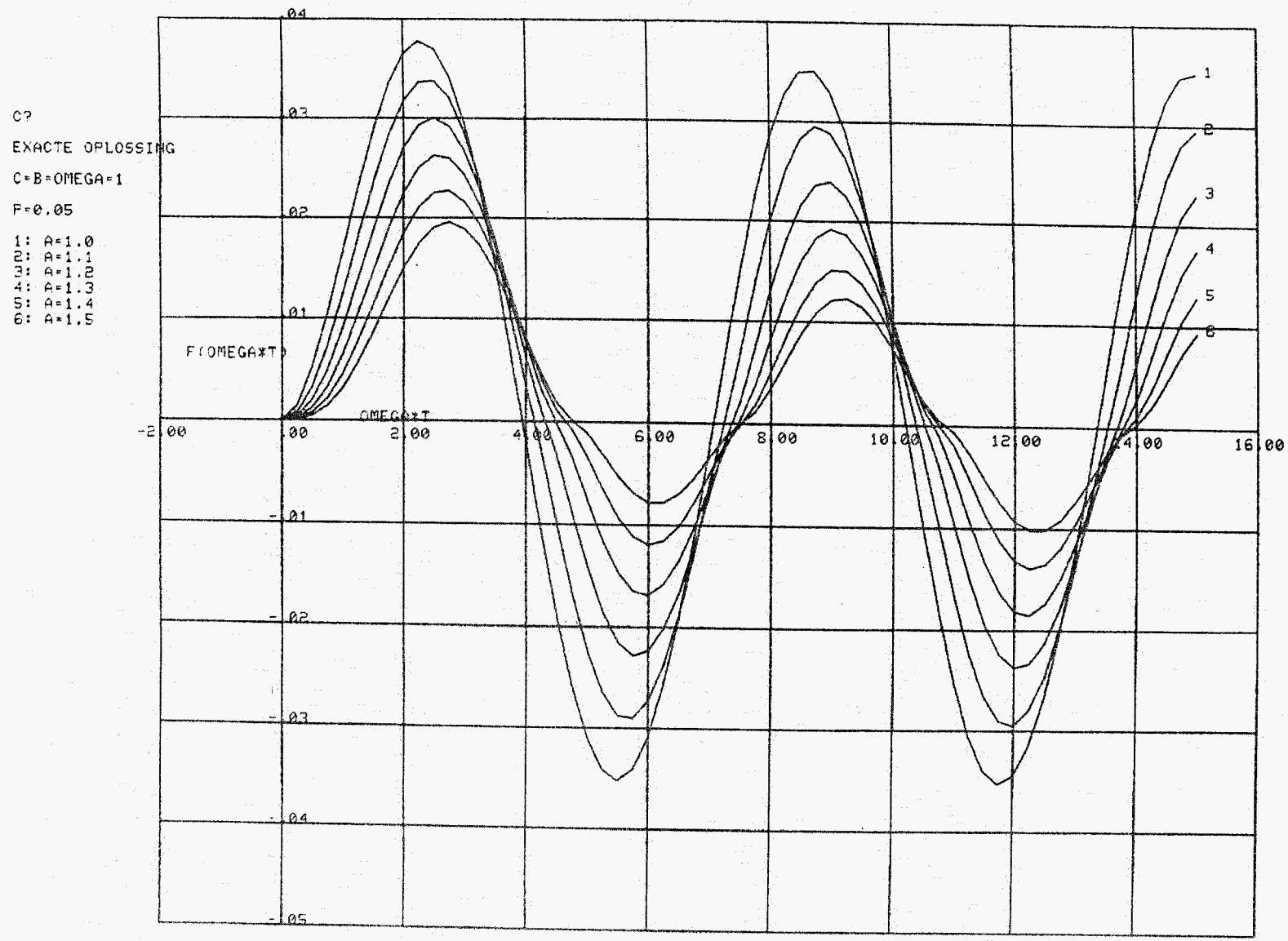


fig.B2.3 : invloed van a, exacte oploss.

C?  
OPLOSSING  
FUNG  
B=C=OMEGA=1  
P=0.05  
1: A=1.0  
2: A=1.1  
3: A=1.2  
4: A=1.3  
5: A=1.4  
6: A=1.5

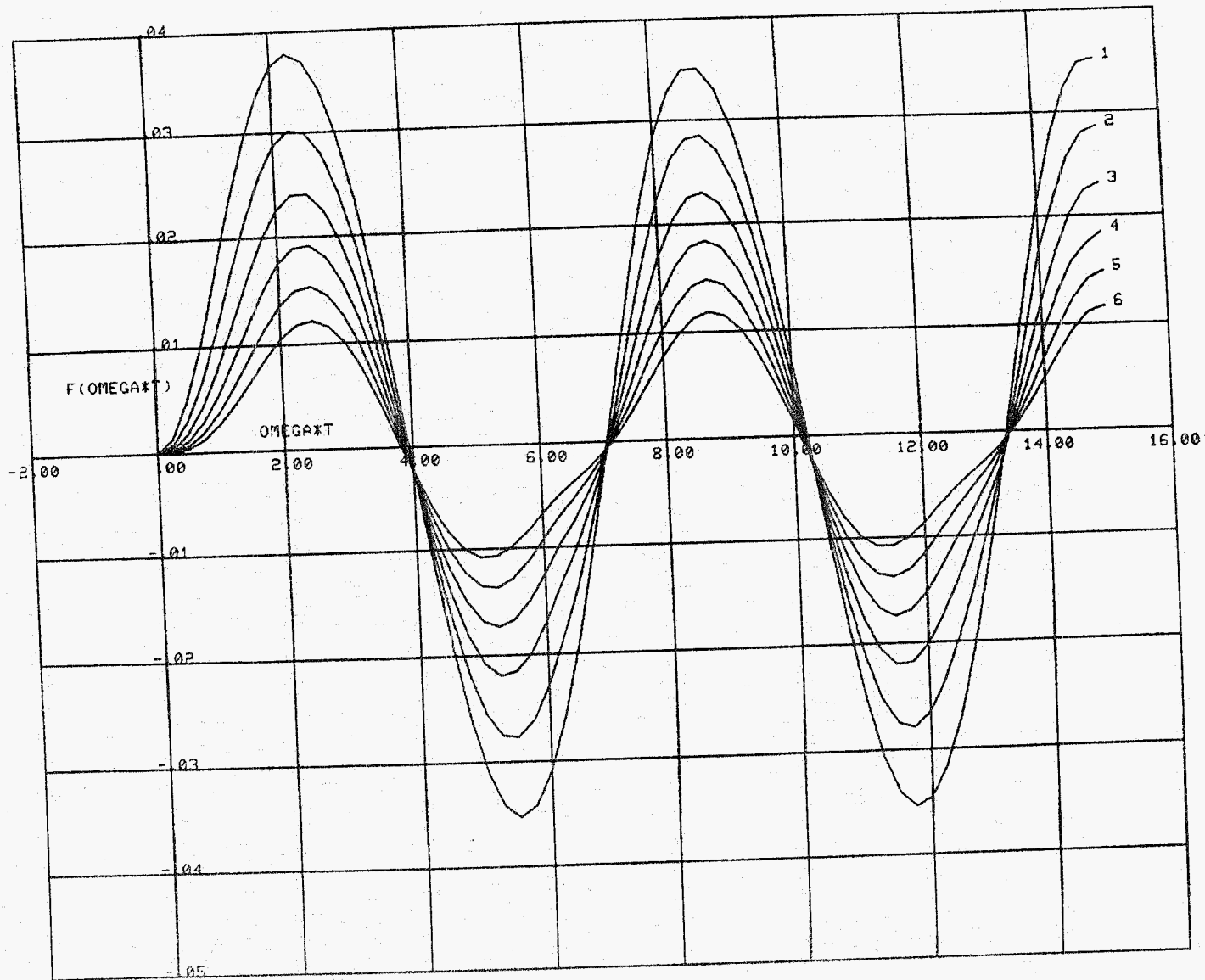


fig. B2.4: invloed van a, opl. Fung

C?

EXACTE OPLOSSING

C=1

B=0.1

U=0.01

1: A=1.0

2: A=1.1

3: A=1.2

4: A=1.3

5: A=1.4

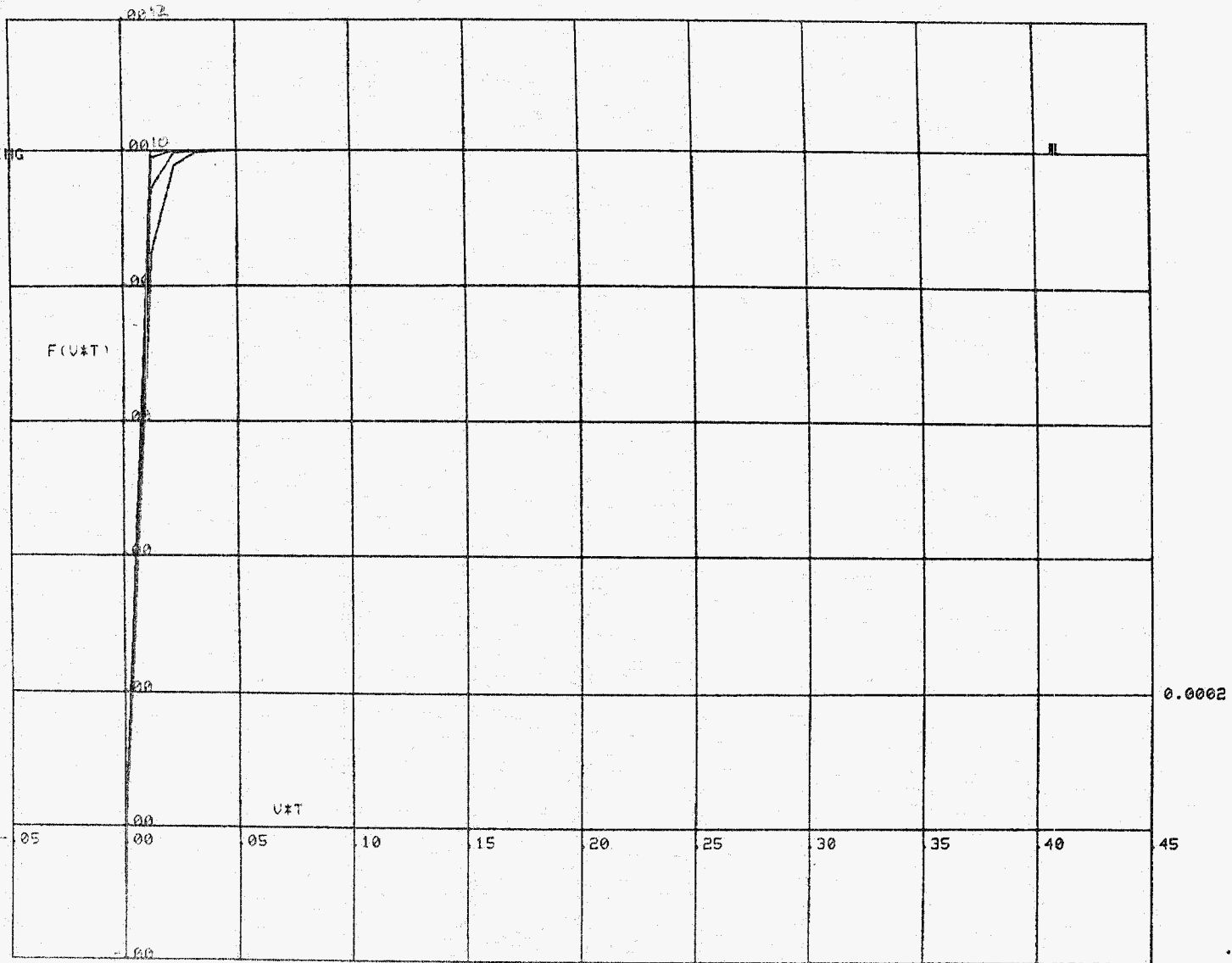


fig. B2.5 : invloed van a, b, exacte opl.

C?

EXACTE OPLOSSING

$C=B=1$

$A=1.4$

1:  $U=0.01$

2:  $U=0.05$

3:  $U=0.10$

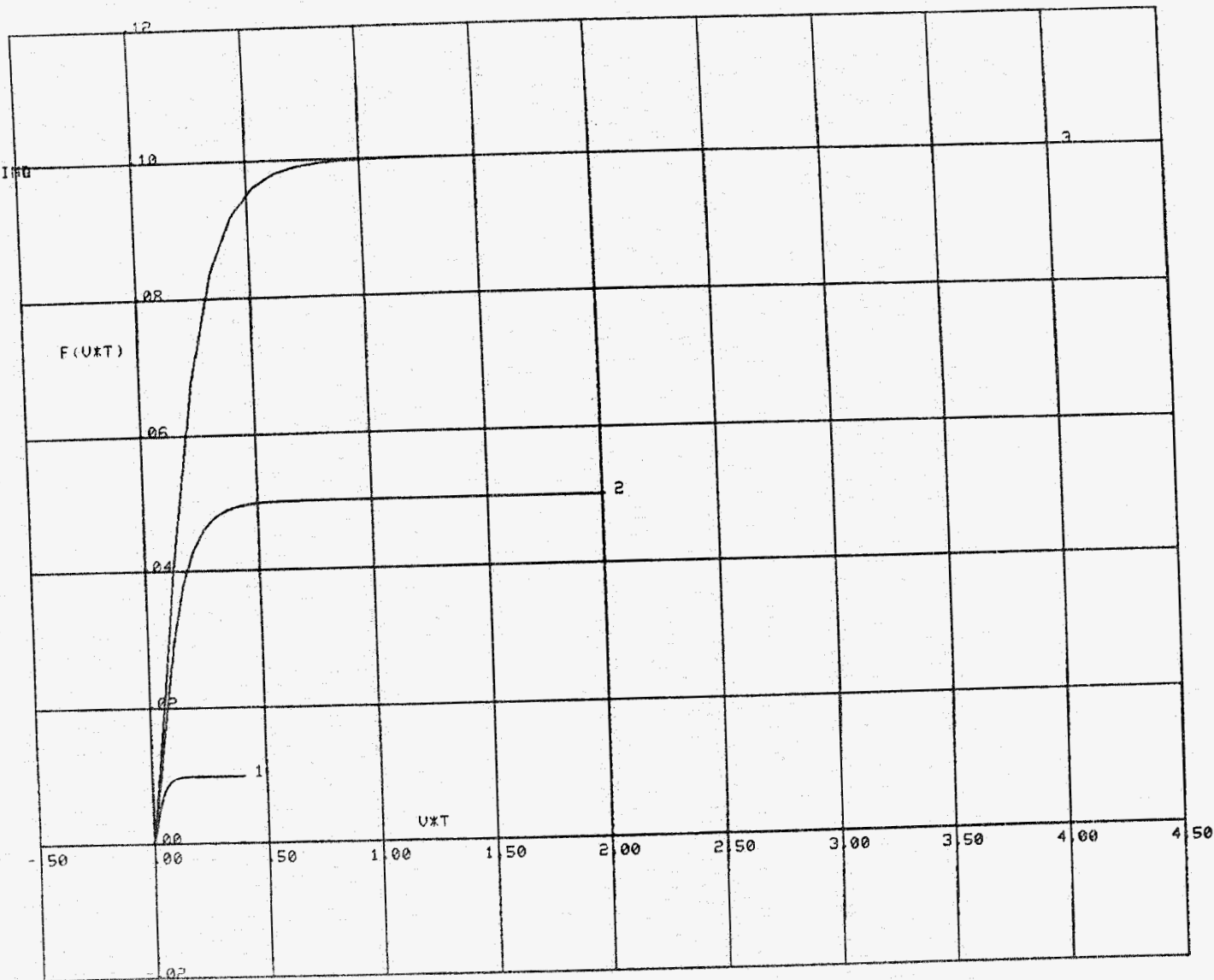


fig B2.7 : invloed van  $v$ , exacte opl.

C?   
 OPLOSSING   
 FUNG   
 C=B=1   
 A=1.4   
 1: U=0.01   
 2: U=0.05   
 3: U=0.10

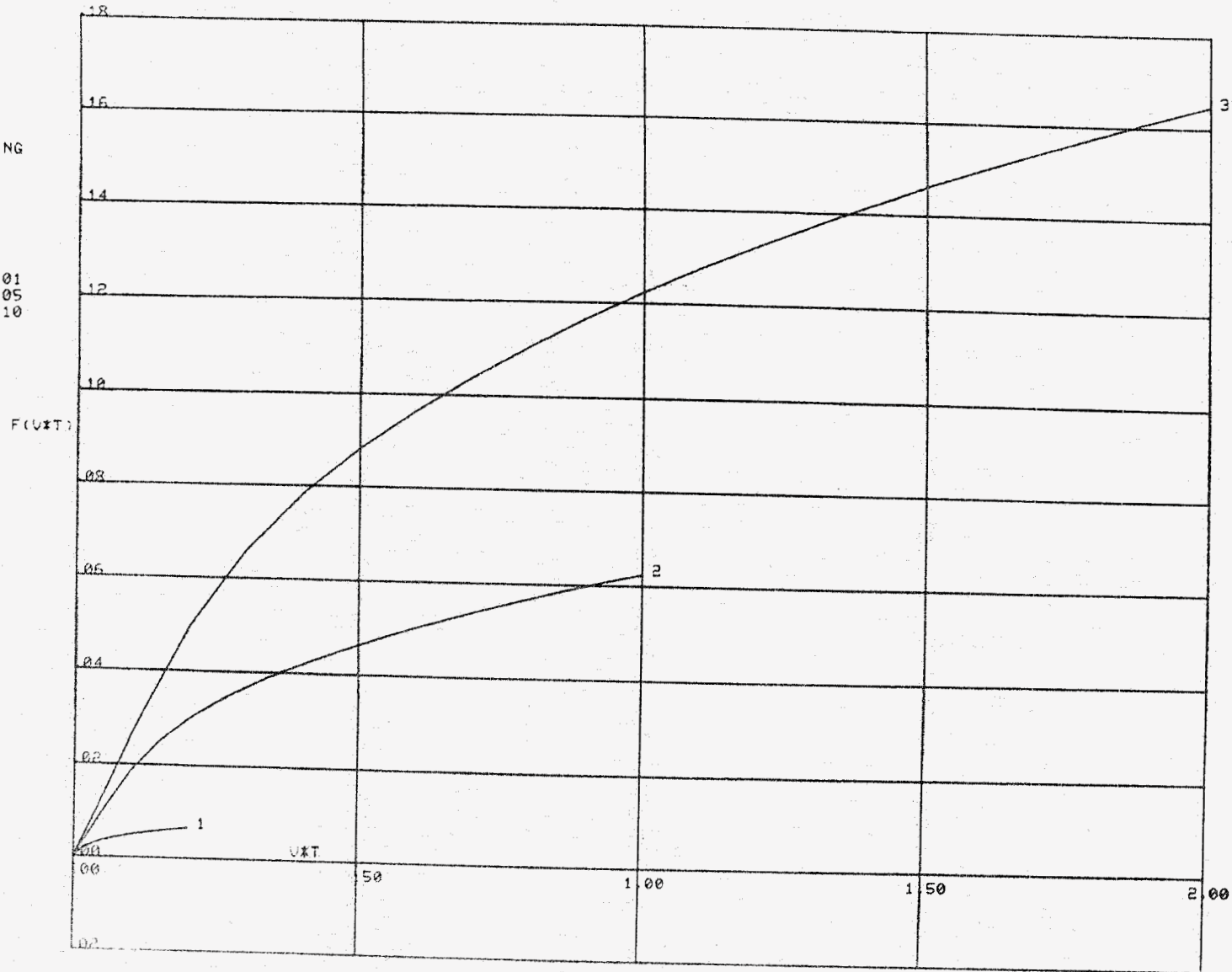


fig. B2.8 : invloed van v, opl. Fung