

MASTER

Biot- en Stoneley-golven in verschillende poreuze media

Meulman, J.H.

Award date:
1992

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Technische Universiteit



Eindhoven

University of Technology

Address: Den Dolech 2

P.O.Box 513

5600 MB Eindhoven The Netherlands

Telephone (040) 47 91 11

Telex 51163

*Faculteit Technische Natuurkunde**Vakgroep Transportfysica*

Titel: **Biot- en Stoneley-golven in
verschillende poreuze media**

Auteur: **J.H. Meulman**

Verslagnummer: **R-1166-A**

Datum: **Juni 1992**

Werkeenheid: **Gasdynamica/Aëroakoestiek (NT)**

Begeleider(s): **Dr. Ir. M.E.H. van Dongen
Ir. D.M.J. Smeulders**

Graag wil ik Louis Wasser bedanken voor de technische ondersteuning en vele tips die hij mij gegeven heeft. Verder wil ik iedereen van de vakgroep Transportfysica bedanken voor de prettige samenwerking.

Samenvatting

Golfvoortplanting in poreuze media wordt beschreven door de 1-dimensionale Biot-theorie. Experimenten vinden plaats met een schokbuisopstelling. De door de theorie voorspelde 2-golvenstructuur is waargenomen tijdens golfexperimenten aan volledig met water verzadigd Bentheimer zandsteen en keramisch materiaal. Kwalitatief kan het gemeten drukverloop in het poreus materiaal door de theorie worden verklaard. De experimenteel bepaalde voortplantingssnelheden van de Biotgolven, de reflectiecoëfficiënt en de drukverdeling over de golven wijken af van de waarden die met het model berekend zijn.

Voor een deel kunnen deze afwijkingen verklaard worden door de zijdelingse verplaatsingen van het poreuze skelet. Rekmetingen aan de kolom hebben omtreksrek aangetoond die in de Biottheorie verwaarloosd wordt.

Verder is theoretisch onderzocht in hoeverre de invloed van de nauwe spleet tussen het poreuze materiaal en de wand van de schokbuis deze afwijkingen kan verklaren. Daarbij is gebruik gemaakt van de theorie van Stoneley-golven, toegepast op een poreus medium. Een 2-dimensionaal vlak model, gebaseerd op een star poreus skelet, voorspelt kwalitatief een verhoging van de voortplantingssnelheid en een verlaging van de dempingsfactor van de tweede golf. Deze effecten zijn experimenteel waargenomen.

Daarnaast is getracht in Bentheimer zandsteen een homogene verdeling van luchtbellen aan te brengen. Om nog onduidelijke redenen is dit niet gelukt. Oscillaties in het drukverloop die veroorzaakt worden door de luchtbellen in de poriën, zijn waargenomen maar de amplitudes zijn kleiner dan verwacht.

Inhoud

1	Inleiding	3
2	Model voor golfvoortplanting in een poreus medium	5
2.1	Inleiding	5
2.2	De impuls- en continuïteitsvergelijkingen	5
2.3	De constitutieve vergelijkingen	7
2.4	Het frequentiedomein	8
2.5	De dispersierelatie	8
2.6	Golfreflectie	10
2.7	Golfvoortplanting in de kolom	11
3	Bepaling parameters van de keramische kolom	13
3.1	Inleiding	13
3.2	Homogeniteit	13
3.3	Porositeit	16
3.4	Doorlatendheid	17
3.5	Elastische eigenschappen	19
3.6	Tortuositeit	22
4	Experimenten	24
4.1	De opstelling	24
4.2	Volledige verzadiging met water	27
4.3	Volledige verzadiging met lucht	37
4.4	Gedeeltelijke verzadiging	39
5	Invloed van de spleet tussen de kolom en de buiswand op de golfvoortplanting	41
5.1	Inleiding	41
5.2	Theoretisch model voor de spleetinvloed	42
5.3	Effect van de spleet op de golfvoortplanting	46
5.4	Experimenteel bepaalde spleetinvloeden	49
5.5	Effect van de tortuositeit en de doorlatendheid op de golfvoortplanting	50
5.6	Verklaring voor effectieve parameters	50

5.7	Numerieke oplossing voor de dispersierelatie	53
5.8	Discussie	54
6	Conclusies	57
	Referenties	59
A	De Biot-vergelijkingen	61
B	Aansluiting rekstroken	63
C	Eigenschappen van de poreuze kolommen	65

Hoofdstuk 1

Inleiding

Op verschillende terreinen is onderzoek naar golfvoortplanting in poreuze media van belang. De olie- en aardgasindustrie is geïnteresseerd in toepassingen die liggen bij het gebruik van seismische reflectiemetingen voor de detectie van olie of aardgas. Verder worden de resultaten gebruikt bij het beschrijven van schokken op het aardoppervlak door geofysici (denk aan de recente aardbeving op 13 april 1992 bij Roermond). Tenslotte kan het onderzoek van toepassing zijn bij de grondmechanica om bv. golven die ontstaan bij heien te beschrijven.

Een model voor golfvoortplanting in met water verzadigde poreuze media is reeds gepubliceerd in 1956 door Biot [BIO.56a], [BIO.56b]. Dit model is het uitgangspunt van het onderzoek dat reeds 10 jaar in de vakgroep Transportfysica verricht wordt. In eerste instantie was het onderzoek gericht op het 2-fasen model; de poriën van het poreuze medium zijn dan volledig gevuld met lucht of water. Experimenten vonden plaats in een schokbuis waarin een poreuze kolom geplaatst was. Deze kolom bestaat uit aan elkaar gelijkde zandkorrels.

Zoals door het twee-fasen model voorspeld wordt, ontstaat er in de kolom een 2-golvenstructuur indien de kolom belast wordt met een stapvormige druktoename. De resultaten van de experimenten staan in het proefschrift van Van der Grinten [GRI.87]. Tijdens deze experimenten is gebleken dat de aanwezigheid van luchtbellens in een verder met water gevulde kolom een enorme invloed heeft op de golfvoortplanting in de kolom. Sindsdien ligt de nadruk van het onderzoek op golfvoortplanting in een gedeeltelijk met water verzadigde kolom. Dit onderzoek wordt beschreven in het proefschrift van Smeulders [SME.92].

In de literatuur is weinig gepubliceerd over dit laatst genoemde onderwerp. Er is een publicatie van Dontsov et al. [DON.87] waarin een theoretische beschrijving gegeven wordt voor golfvoortplanting door een gedeeltelijk verzadigde poreuze kolom. Voor de experimentele verificatie is gebruik gemaakt van een kolom die uit gesinterd glas bestond. Om nu de data uit deze publicatie te kunnen reproduceren is in het verleden in Polen een keramische kolom aangeschaft. Verder is er een Bentheimer zandsteenkolom gekocht om te golfexperimenten met een natuurlijk poreus materiaal te verrichten. Beide kolommen hebben het voordeel boven de gelijkde zandkolom dat er geen extra fase in de vorm van lijm in het materiaal voorkomt. Bovendien verweekte deze lijm in het water waarin de kolom zich

bevond, waardoor de elasticiteit van de kolom veranderd werd. In dit verslag komen de bevindingen met de nieuwe kolommen aan de orde.

In hoofdstuk 2 wordt een korte beschrijving gegeven van het model dat Biot opgesteld heeft. Hoofdstuk 3 geeft de experimenten weer waarmee enkele parameters van de keramische kolom bepaald zijn. Deze parameters zijn noodzakelijk voor het verifiëren van de experimenten met de theorie van Biot. Hoofdstuk 4 geeft de resultaten weer van de golfexperimenten aan de zandsteen- en de keramische kolom. Voor de experimenten waarbij de kolommen volledig verzadigd waren met water is er tevens een vergelijking van de theorie uitgevoerd. Verder zijn er ook experimenten gedaan met een met lucht gevulde kolom. De pogingen om luchtballen te laten groeien in de zandstenekolom worden aan het eind van dit hoofdstuk beschreven. Tenslotte heeft Van der Grinten in zijn proefschrift reeds opgemerkt dat voor optimale beschrijving van de experimentele resultaten de gemeten waarden voor enkele kolomparameters vervangen moeten worden door effectieve waarden. In dit proefschrift werd het vermoeden geuit dat de smalle spleet die zich bevindt tussen de poreuze kolom en de schokbuiswand hiervoor verantwoordelijk zou kunnen zijn. Dit wordt nu uitgebreid onderzocht in hoofdstuk 5. Enige conclusies die uit het verrichte werk volgen, besluiten dit verslag.

Hoofdstuk 2

Model voor golfvoortplanting in een poreus medium

2.1 Inleiding

In 1956 publiceerde Biot twee artikelen waarin hij een theorie uiteen zette die golfvoortplanting door een volledig met water verzadigd poreus medium beschrijft (zie [BIO.56a] en [BIO.56b]). Deze theorie wordt ook behandeld in de proefschriften van Van der Grinten en Smeulders (zie [GRI.87] en [SME.92]). In dit hoofdstuk wordt nu, door gebruik te maken van de continuïteits- en impulsvergelijkingen, de Biot-theorie aannemelijk gemaakt. In appendix A wordt het verband gegeven tussen de in dit hoofdstuk afgeleide vergelijkingen en de Biot-theorie.

Het hoofdstuk begint met een paragraaf waarin de de continuïteits- en de impulsvergelijkingen voor het skelet en de porievloeistof worden opgesteld. Met behulp van constitutieve vergelijkingen en de beperking tot harmonische oplossingen wordt de dispersierelatie bepaald. Hiermee kan de druk in het frequentiedomein berekend worden. Tevens is het dan mogelijk de frequentie-afhankelijke reflectiecoëfficiënt voor een golf die vanuit een vloeistof op een poreus medium reflecteert, af te leiden.

2.2 De impuls- en continuïteitsvergelijkingen

Een poreus medium bestaat uit tegen elkaar aangeleggen korrels waartussen zich poriën bevinden. Deze poriën staan met elkaar in verbinding door nauwe openingen. Aangenomen wordt dat de korrels met puntcontact met elkaar maken. Het materiaal waaruit de korrels bestaan, is incompressibel maar de korrels kunnen wel ten opzichte van elkaar bewegen. De fractie van het totale volume van het poreuze medium dat ingenomen wordt door de poriën wordt aangeduid met ϕ , de volumefractie van de korrels door $1 - \phi$.

In dit hoofdstuk wordt de golfvoortplanting door een volledig met water verzadigd poreus medium beschouwd. Later in dit verslag zullen ook andere porievloeistoffen aan de orde komen.

De Biot-theorie beschouwt alleen macroscopische grootheden. Voor de theorie zijn dus alleen gemiddelde materiaal-eigenschappen interessant.

In eerste instantie is aangenomen dat de in kolom alleen bewegingen in axiale richting plaatsvinden. De kolom is namelijk aan de zijkanten voorzien van een epoxy-coating. Hierdoor kan de porievloeistof slechts in één richting langs de as bewegen. Ook is aangenomen dat de kolom alleen in axiale richting belast wordt. De aannames resulteren in een 1-dimensionale theorie waarmee de voortplanting van drukgolven door een poreus medium beschreven kan worden. Later in dit verslag zal dieper op de aannames worden ingegaan. Doordat water een sterk incompressibele vloeistof is met een compressiemodulus die dezelfde orde grootte heeft als die van de poreuze kolom (\sim GPa) mogen de impuls- en continuïteitsvergelijkingen gelineariseerd worden. De drukverschillen in de opstelling gecreëerd worden zijn zodanig dat:

$$\frac{\Delta\rho_f}{\rho_{f0}} \ll 1 \quad (2.1)$$

waarbij ρ_{f0} de dichtheid van de porievloeistof is als deze in rust verkeert en ρ_f de dichtheidsverandering die ontstaan is door variatie in de druk. We gaan uit van golfvoortplanting in de positieve z -richting. Voor het skelet en de vloeistof kunnen dan de volgende één-dimensionale gelineariseerde continuïteitsvergelijkingen worden afgeleid:

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \phi)\rho_s] + (1 - \phi)\rho_s \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad \text{skelet} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi\rho_f] + \phi\rho_f \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{vloeistof.} \quad (2.3)$$

In deze vergelijkingen is v de snelheid van de korrels in het poreuze materiaal en w de snelheid van de porievloeistof.

Voor de afleiding van de impulsvergelijking wordt in eerste instantie aangenomen dat het poreuze materiaal star is. Voor lage frequenties geldt voor golfvoortplanting door poreus materiaal de gelineariseerde wet van Darcy:

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\phi\eta}{k_0}w = 0. \quad (2.4)$$

Hierin is k_0 de doorlatendheid van de poreuze kolom, η is de dynamische viscositeit en w de snelheid van de porievloeistof.

Voor hoge frequenties wordt de drukgradient niet in evenwicht gehouden door een wrijvingsterm maar door een traagheidsterm. De impulsvergelijking wordt dan:

$$\alpha\rho_f \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z}. \quad (2.5)$$

α is de tortuositeit van het poreuze materiaal en wordt bepaald door de structuur ervan. In het tussenliggende frequentiegebied moeten zowel de traagheidsterm als de viskeuze term meegenomen worden:

$$\alpha\rho_f\phi \frac{\partial w}{\partial t} = -\phi \frac{\partial p}{\partial z} - b_0 w. \quad (2.6)$$

waarbij b_0 gedefinieerd is als:

$$b_0 = \frac{\phi^2 \eta}{k_0} \quad (2.7)$$

De frequentie waarbij de wrijvingsterm even groot is als de traagheidsterm noemt men de kantelfrequentie. De kantelfrequentie ω_c is gedefinieerd als:

$$\omega_c = \frac{\eta \phi}{k_0 \rho_f \alpha}. \quad (2.8)$$

De wrijvingsterm is frequentie-afhankelijk. Deze afhankelijkheid zal later aan de orde komen bij het bekijken van de parameters in het frequentiedomein.

Als de korrels van het poreus materiaal ten opzichte van elkaar kunnen bewegen, wordt de impuls vergelijking voor de vloeistof:

$$\phi \rho_f \frac{\partial w}{\partial t} - (\alpha - 1) \phi \rho_f \frac{\partial}{\partial t} (v - w) = -\phi \frac{\partial p}{\partial z} + b_0 (v - w). \quad (2.9)$$

De tweede term van het linkerlid is de traagheid die een gevolg is van de relatieve beweging van de vloeistof ten opzichte van het skelet.

Voor het poreuze systeem bestaande uit de kolom en de vloeistof samen wordt de impuls-vergelijking:

$$\phi \rho_f \frac{\partial w}{\partial t} + (1 - \phi) \rho_s \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} (p + \sigma). \quad (2.10)$$

In deze vergelijking is σ gelijk aan de effectieve korrelspanning. Dat is de extra kracht die de korrels op elkaar uitoefenen in axiale richting. Deze moet worden gesuperponeerd op de drukkracht. ρ_s is de dichtheid van het korrelmateriaal.

2.3 De constitutieve vergelijkingen

Reeds eerder is gemeld dat het materiaal waaruit de korrels bestaan, niet samendrukbaar is. Hierdoor blijft de dichtheid ρ_s constant:

$$d\rho_s = 0 \quad (2.11)$$

Met de wet van Hooke, toegepast in de 1-dimensionale situatie zoals die in de vorige paragraaf beschreven staat, volgt voor de gelineariseerde korrelspanning:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -K_p \frac{\partial v}{\partial z} \quad (2.12)$$

waarin K_p de zgn. "constrained modulus" is. Dit een elasticiteitsparameter en wordt gebruikt indien bij een compressie van een materiaal verondersteld mag worden dat er geen radiële uitzetting plaatsvindt.

De compressibiliteit K_f is gedefinieerd als:

$$\frac{1}{K_f} = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial p}. \quad (2.13)$$

Anders geschreven leidt dit tot:

$$\frac{1}{K_f} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial t}. \quad (2.14)$$

Substitutie van de relaties (2.11) en (2.14) in de continuïteits-vergelijkingen (2.2) en (2.3) levert:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = (1 - \phi) \frac{\partial v}{\partial z} \quad \text{skelet} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\phi}{K_f} \frac{\partial p}{\partial t} + \phi \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{vloeistof.} \quad (2.16)$$

Het combineren van beide bovenstaande vergelijkingen levert op:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K_f \left(\frac{1 - \phi}{\phi} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} \right). \quad (2.17)$$

2.4 Het frequentiedomein

Vergelijking (2.6) is ontstaan door de hoge en lage frequentielimiet van de impulsvergelijking te superponeren. De wrijvingsterm is echter frequentieafhankelijk. Om die afhankelijkheid in rekening te brengen wordt in het frequentie-domein een term F aan deze vergelijking toegevoegd. Deze term F beschrijft de grootte van de wrijving op een meer realistische wijze.

Stel dat de druk volgens een harmonische beweging varieert:

$$p(z, \omega) = \hat{p} \exp [i(\omega t - kz)] \quad (2.18)$$

waarin k het golfgetal is. Ook de snelheden v en w kunnen dan op deze manier beschreven worden. Invullen van van deze harmonische functies in (2.9) levert dan op (met gebruik van de term F):

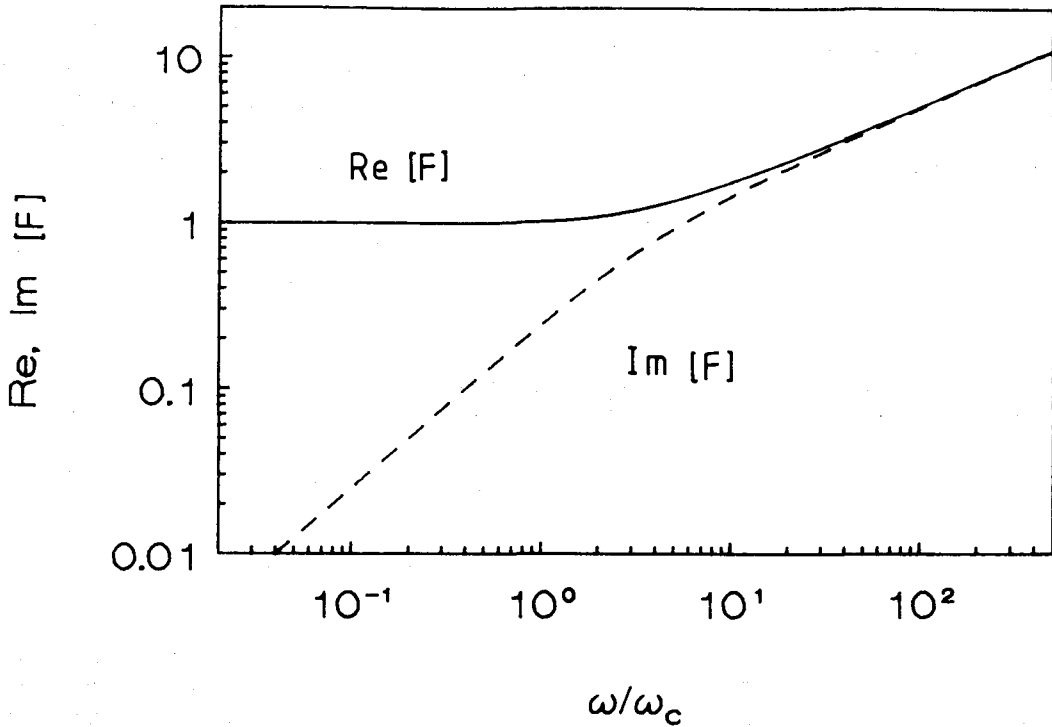
$$i\omega\phi\rho_f\hat{w} - i\omega(\alpha - 1)\phi\rho_f(\hat{v} - \hat{w}) = ik\phi\hat{p} + b_0F(\hat{v} - \hat{w}) \quad (2.19)$$

Uitdrukkingen voor F zijn te vinden in o.a. de artikelen van Biot en in [EGG.91]. In fig. 2.1 is F als functie van de dimensieloze frequentie ω/ω_c afgebeeld.

2.5 De dispersierelatie

Door (2.17) in te vullen in (2.19) met gebruikmaking van het harmonische karakter van v , w en p volgt:

$$i\omega\phi\rho_f\hat{w} - i\omega(\alpha - 1)\phi\rho_f(\hat{v} - \hat{w}) = \frac{ik^2\phi}{\omega} K_f \left[\frac{1 - \phi}{\phi} \hat{v} + \hat{w} \right] + b_0F(\hat{v} - \hat{w}) \quad (2.20)$$



Figuur 2.1: Reëel en imaginair deel van de term F als functie van de dimensieloze hoekfrequentie ω/ω_c .

Vervolgens worden (2.12) en (2.17) gesubstitueerd in (2.10):

$$i\omega\phi\rho_f\hat{w} + i\omega(1-\phi)\rho_s\hat{v} = \frac{ik^2}{\omega}K_f \left[\frac{1-\phi}{\phi}\hat{v} + \hat{w} \right] + \frac{ik^2}{\omega}K_p\hat{v}. \quad (2.21)$$

Voor beide bovenstaande vergelijkingen kunnen de termen met \hat{v} en \hat{w} gescheiden worden. Er zijn dan alleen oplossingen voor \hat{v} en \hat{w} als de determinant van het stelsel vergelijkingen gelijk is aan nul. Uitwerken van deze voorwaarde levert dan de dispersierelatie op:

$$\frac{k^2}{\omega^2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4\phi K_f K_p C}}{2\phi K_f K_p} \quad (2.22)$$

waarbij B en C gedefinieerd zijn als:

$$B = (2\phi - \alpha - \phi^2)K_f\rho_f - \alpha\phi K_p\rho_f - \phi(1-\phi)K_f\rho_s + \frac{ib_0F}{\omega} \left(K_p + \frac{1}{\phi}K_f \right) \quad (2.23)$$

$$C = \alpha\phi(1-\phi)\rho_f\rho_s + (\alpha-1)\phi^2\rho_f^2 - \frac{ib_0F}{\omega} (\phi\rho_f + (1-\phi)\rho_s) \quad (2.24)$$

Uit (2.22) kunnen uiteindelijk twee positieve waarden voor de fasesnelheid $\omega/\text{Re}(k)$ gevonden worden. Er lopen dan twee golven door de poreuze kolom met een verschillende voortplantingssnelheid, de zgn. Biotgolven.

De verhouding tussen \hat{v} en \hat{w} kan nu voor beide golfmoden afgeleid worden door de oplossingen van k^2/ω^2 in te vullen in (2.20) of (2.21):

$$\beta = \frac{\hat{w}}{\hat{v}} = \frac{-(1-\phi)\rho_s + \frac{k^2}{\omega^2}K_f \frac{1-\phi}{\phi} + \frac{k^2}{\omega^2}K_p}{\phi\rho_f - \frac{k^2}{\omega^2}K_f} \quad (2.25)$$

De twee golven hebben elk een verschillende complexe β en $c = \omega/k$. In het vervolg zal dat worden weergegeven door deze variabelen te voorzien van een 1 of 2 als subscript.

2.6 Golfreflectie

Veronderstel dat een golf in de waterlaag boven de kolom zich in de positieve z -richting voortplant. Na aankomst bij de poreuze kolom zal de golf gedeeltelijk reflecteren en voor een deel zich voortplanten door het poreuze materiaal. Bij de bestudering van golfreflectie aan de poreuze kolom wordt een reflectiecoëfficiënt gedefinieerd. Deze coëfficiënt is gelijk aan de verhouding tussen de amplitude van de invallende drukstap \hat{p}_{in} en die van de gereflecteerde drukstap \hat{p}_r op de plaats $z = 0$, het oppervlak van het poreuze medium. De amplitudes van deze drukken kunnen worden berekend m.b.v. (2.12) en (2.17) en de randvoorwaarde die de continuïteit van de druk en de snelheden op de plaats $z = 0$ weergeeft.

Op $z = 0$ geldt de randvoorwaarde dat de korrelspanning σ gelijk aan 0 is, want de kolom is aan de bovenkant vrij opgesteld. Hieruit volgt voor (2.12) en (2.17)

$$0 = K_p \sum_{i=1,2} \frac{\hat{v}_i}{c_i} \quad (2.26)$$

$$\hat{p}_0 = K_f \sum_{i=1,2} \left(\frac{\hat{w}_i}{c_i} + \frac{1-\phi}{\phi c_i} \hat{v}_i \right) \quad (2.27)$$

Uit (2.26) en (2.27) volgt voor de snelheden bij $z = 0$:

$$\hat{w}_0 = \frac{\hat{p}_0}{K_f} \frac{\beta_1 c_1 - \beta_2 c_2}{\beta_1 - \beta_2} \quad (2.28)$$

$$\hat{v}_0 = \frac{\hat{p}_0}{K_f} \frac{c_1 - c_2}{\beta_1 - \beta_2} \quad (2.29)$$

Zoals reeds in de inleiding vermeld is, bestaat er een nauwe ruimte tussen de kolom en de buiswand: De oppervlaktefractie van de bovenkant van de kolom zal worden aangegeven met A_{kol} , de oppervlaktefractie van de nauwe ruimte met $1 - A_{kol}$. Op de plaats $z = 0$ geldt nu voor de continuïteit van de druk en de snelheid:

$$\hat{p}_{in} + \hat{p}_r = \hat{p}_0 \quad (2.30)$$

$$\hat{w}_{in} - \hat{w}_r = A_{kol} [\phi \hat{w}_0 + (1-\phi) \hat{v}_0] + (1 - A_{kol}) \hat{w}_{g0} \quad (2.31)$$

De snelheid w_g is de snelheid van de vloeistof in de spleet. Voor de invallende en gereflecteerde golf bestaat het volgende lineaire verband tussen \hat{p} en \hat{w} :

$$\hat{p}_{in} = Z\hat{w}_{in} \quad (2.32)$$

$$\hat{p}_r = Z\hat{w}_r \quad (2.33)$$

$$\hat{p}_0 = Z\hat{w}_{g0} \quad (2.34)$$

waarbij de akoestische impedantie voor de vloeistof in de kolom is:

$$Z = \rho_f c_f \quad (2.35)$$

c_f is de geluidssnelheid in de vloeistof en gelijk aan $\sqrt{K_f/\rho_f}$.

Nu is (2.31) te herschrijven als

$$\hat{p}_{in} - \hat{p}_r = A_{kol}Z[\phi\hat{w}_0 + (1-\phi)\hat{v}_0] + (1-A)\hat{p}_0 \quad (2.36)$$

Vergelijking (2.36) wordt nu gedeeld door (2.30). Vervolgens worden (2.28) en (2.29) gebruikt om de snelheden te elimineren. Uitwerken levert dan op:

$$\hat{r}(\omega) = \frac{A_{kol} - \frac{ZA_{kol}}{K_f(\beta_1 - \beta_2)} \{\phi(\beta_1 c_1 - \beta_2 c_2) + (1-\phi)(c_1 - c_2)\}}{2 - A_{kol} + \frac{ZA_{kol}}{K_f(\beta_1 - \beta_2)} \{\phi(\beta_1 c_1 - \beta_2 c_2) + (1-\phi)(c_1 - c_2)\}} \quad (2.37)$$

De reflectiecoëfficiënt is dus een functie van β_i en c_i en hierdoor frequentieafhankelijk en complex. (het subscript i geeft de golfmode aan)

2.7 Golfvoortplanting in de kolom

Uit de dispersierelatie volgt dat er twee golven door de poreuze kolom gaan lopen met elk een verschillende snelheid. Elke golf heeft ook een eigen amplitude voor de druk. De som van beide modes is de totale druk. Hetzelfde geldt voor de effectieve korrelspanning.

Uit vergelijking (2.26) en (2.27) volgt voor de verhouding tussen de amplitudes van p_1 en p_2 op $z = 0$:

$$\frac{\hat{p}_{10}}{\hat{p}_{20}} = -\frac{\beta_1 + \frac{1-\phi}{\phi}}{\beta_2 + \frac{1-\phi}{\phi}} = q(\omega) \quad (2.38)$$

Doordat β_i frequentieafhankelijk is, is de verhouding \hat{p}_1/\hat{p}_2 dat ook. De amplitudes van de drukgolven die door de kolom lopen, worden nu berekend m.b.v. de amplitude van de invallende drukgolf:

$$\frac{\hat{p}_1}{\hat{p}_{in}} = \frac{1 + r(\omega)}{1 + q^{-1}(\omega)} \exp(-ik_1 z) \quad (2.39)$$

$$\frac{\hat{p}_2}{\hat{p}_{in}} = \frac{1 + r(\omega)}{1 + q(\omega)} \exp(-ik_2 z) \quad (2.40)$$

De waarden van k_1 en k_2 worden bepaald uit de dispersierelatie.

De complexe amplitude van de drukgolf die door de kolom loopt, wordt bepaald door de amplituden uit (2.39) en (2.40) te sommeren. Het verloop van de druk als functie van de tijd wordt verkregen d.m.v. inverse Fouriertransformatie. In [ENG.85] staat de toepassing van fast fourier analyse bij golfvoortplanting in poreuze media beschreven.

Het blijkt dus dat er bij een stapvormige drukbelasting in de kolom twee golven zich voortplanten, de zgn. Biotgolven. De eerste golf is een stapvormige druktoename waarbij het skelet en de porievloeistof in fase bewegen. De effectieve spanning in het skelet neemt door het samenpersen van de korrels toe.

Bij de tweede golf bewegen het skelet en de porievloeistof uit fase. De korrelspanning in het skelet neemt af ten gevolge van relaxatie. De druk in de poriën blijft echter toenemen door instroming van vloeistof. Dit instroomproces is wrijvingsafhankelijk waardoor de druktoename geleidelijker is.

Bij berekeningen is gebleken dat de eerste golf als functie van de hoogte z in de kolom zijn stapvormig karakter behoudt, terwijl het voorkomen van de tweede golf verandert door demping.

Hoofdstuk 3

Bepaling parameters van de keramische kolom

3.1 Inleiding

Reeds in de inleiding van dit verslag zijn de redenen genoemd voor de aankoop van de Bentheimer zandsteenkolom en de keramische kolom uit Polen. Voor het onderzoek naar golfvoortplanting in deze kolommen moeten een aantal eigenschappen van de materialen waaruit de kolommen bestaan, bekend zijn. Voor de zandsteenkolom staan de gemeten relevante parameters in [DIJK.90] (tortuositeit en doorlatendheid), [CUY.86] (elastische eigenschappen) en [SME.92] (homogeniteit van de kolom en dichtheid van het korrelmateriaal). In tabelvorm staan deze parameters in appendix C.

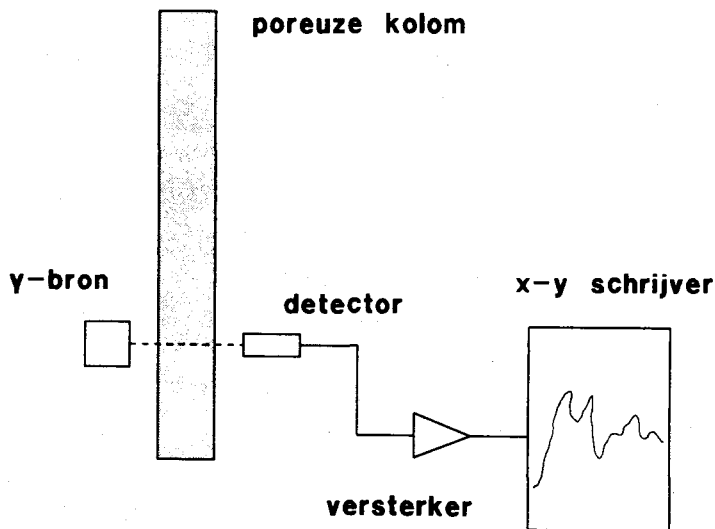
In dit hoofdstuk worden nu de eigenschappen voor de keramische kolom bepaald. De keramische kolom is gemaakt door COSS in Kędzierzyn-Koźk in Silezië. De kolom zal verder in dit verslag dan ook wel als "poolse kolom" aangeduid worden. De kolom bestaat uit stukjes aan elkaar gesinterd glas. De diameter van de stukjes ligt in de grootte van 300-500 μm (gegevens fabrikant).

Als eerste zal een gammatransmissiescan besproken worden. Hieraan is te zien of de kolom homogeen is. Daarna volgt de bepaling van de porositeit. Metingen aan de doorlatendheid van de kolom komen hierna aan de orde, gevolgd door een beschrijving van de elastische eigenschappen. Tenslotte wordt de bepaling van de tortuositeit behandeld.

3.2 Homogeniteit

Het is voor het onderzoek naar golfvoortplanting in gedeeltelijk verzadigde media noodzakelijk dat de poreuze materialen homogeen zijn. Onderzocht moeten worden of de korrels overal dezelfde dichtheid hebben en of de poriën homogeen over het materiaal verdeeld zijn. Om dit te kunnen controleren is in het verleden bij het Laboratorium voor Grondmechanica in Delft een gammatransmissiescanner ontwikkeld. Hiermee wordt de dichtheid van een voorwerp bepaald aan de hand van de verzwakking van de γ -bundel waarmee het voorwerp

bestraald wordt. Met het apparaat is het mogelijk een kolom in z'n geheel te onderzoeken waardoor een goed beeld ontstaat van het verloop van de dichtheid. In [WIT.86] staat een zeer uitgebreide beschrijving gegeven van de werking van deze gammatransmissiescanner. De opstelling waarmee de scan-meting uitgevoerd wordt, staat schematisch weergegeven in fig. 3.1. Een ^{137}Cs γ -bron en een detector zijn aan weerszijden van de poreuze kolom ge-



Figuur 3.1: Schematische weergave van de γ -scan opstelling. De ^{137}Cs γ -bron en de detector worden gelijktijdig langs de poreuze kolom verplaatst. De signalen worden geregistreerd met een x-y schrijver.

plaatst. Bij het belangrijkste vervalproces van ^{137}Cs komen γ -quanten vrij met een energie van 0,66 MeV. Voor fotonen met deze energie is het Compton-effect het voornaamste verstrooiingsmechanisme. De detector bestaat uit een NaI-scintillatiekristal waarachter een photomultiplier geplaatst is. Met behulp van een energie-discriminator worden de pulsen van de photomultiplier afkomstig van niet-verstrooide fotonen geselecteerd. Hierna worden de pulsen geteld door een counter/timer. Door nu zowel de bron als de detector langs de kolom te verplaatsen is de dichtheid als functie van de hoogte van de kolom te bepalen. Het detector-sigitaal wordt als functie van de hoogte op een X-Y recorder weergegeven.

De verhouding tussen het detectorsigitaal I en de bronsterkte I_0 is:

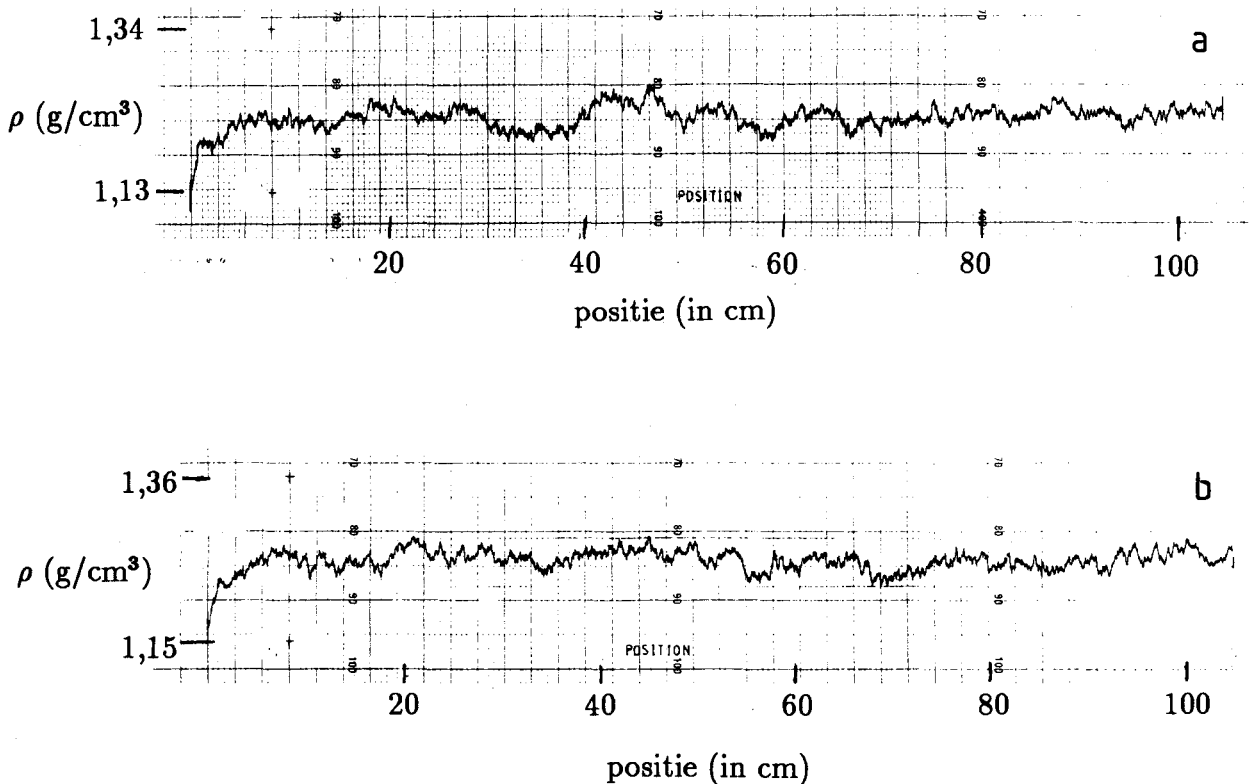
$$I/I_0 = \exp[-\mu\rho d] \quad (3.1)$$

μ is massa-verzwakkingscoëfficiënt, ρ is de dichtheid en d is de dikte van het materiaal. De massa-verzwakkingscoëfficiënt is een functie van de dichtheid van het materiaal, het atoomnummer Z en de energie van de fotonen. Voor het Compton-effect is μ evenredig met het quotiënt van Z met het massagetal A . Voor lichte elementen is dit quotiënt gelijk aan $1/2$. Waterstof is een uitzondering ($Z/A = 1$), hiervoor moet in de scanmetingen de equivalente dichtheid ρ_{eq} , die 1.11 keer de werkelijke dichtheid is, ingevoerd worden. Met deze aanpassing wordt (3.1) nu gemodificeerd tot:

$$I/I_0 = \exp[-\mu_{eq}\rho_{eq}d] \quad (3.2)$$

Deze vergelijking geldt nu voor alle lichte elementen, de aanwezigheid van waterstof in het materiaal is dus niet meer van belang.

Voor een poreus materiaal wordt de dichtheid $\rho_{eq} = (1 - \phi)\rho_s$ gemeten, niet de dichtheid van het materiaal waaruit de korrels bestaan.



Figuur 3.2: Dichtheidsmeting van de keramische kolom met een γ -transmissie scanner. Voor (b) is de kolom 90° gedraaid t.o.v. de positie bij (a). Tijdens de metingen is de γ -intensiteit geregistreerd wat leidt tot een logaritmische schaalverdeling voor de dichtheid. De dichtheid staat uit tegen de hoogte z van de kolom.

In fig. 3.2 (a) staat een scan-meting aan de poolse kolom weergegeven. Na de kolom over 90° geroteerd te hebben, wordt de meetprocedure herhaald (zie fig. 3.2 (b)). Uit beide metingen is de dichtheid bepaald op:

$$(1 - \phi)\rho_s = (1,24 \pm 0,04) \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Uit de figuren en de bepaling van de dichtheid blijkt dat de kolom homogeen is. De fluctuaties in de dichtheid over de hele kolom liggen binnen 4%.

3.3 Porositeit

De porositeit is reeds gedefinieerd in hoofdstuk 2 en is in formulevorm gelijk aan:

$$\phi = \frac{V_p}{V_p + V_k} \quad (3.3)$$

met V_p voor het totale volume dat de poriën innemen en V_k het volume van de korrels. In het verleden zijn verschillende methodes toegepast om de porositeit te bepalen. Met drie hiervan zal ϕ berekend worden waarna door middeling van de verschillende resultaten de uiteindelijke waarde bepaald wordt.

De eerste meetmethode staat beschreven in [DIJK.90]. De methode gaat uit van het massaverschil tussen een droge kolom en een kolom die volledig verzadigd is met water.

$$M_{kol} - m_{kol} = (\rho_w - \rho_a)V_p \quad (3.4)$$

waarbij M_{kol} de massa van de kolom is indien die volledig verzadigd is met water en m_{kol} de massa van de droge kolom. ρ_w en ρ_a zijn de dichtheden van resp. water en lucht. Wanneer M_{kol} en m_{kol} bepaald zijn, is door combinatie van (3.3) en (3.4) de porositeit te bepalen.

$$\phi_1 = 0,48 \pm 0,01$$

De tweede methode staat behandeld in o.a. [ZAN.87] en [BEC.91]. Deze methode is gebaseerd op het gewichtsverschil tussen de droge kolom en de kolom ondergedompeld in water. Bij deze methode wordt ook de dichtheid van het korrelmateriaal gemeten.

Het gewicht G van de kolom is gelijk aan

$$G = g\rho_s V_p \quad (3.5)$$

In deze vergelijking staat g voor de valversnelling. Als het voorwerp onder water gedompeld is, wordt het gewicht G_w :

$$G_w = g(\rho_s - \rho_w)V_p \quad (3.6)$$

Nu is ρ_s dus gelijk aan:

$$\rho_s = \frac{\rho_w}{1 - G_w/G} \quad (3.7)$$

Voor de poolse kolom is de dichtheid van de korrels nu:

$$\rho_s = (2,42 \pm 0,05) \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Het volume van de korrels is dan te bepalen door de massa van de kolom m_{kol} te delen door de dichtheid van het korrelmateriaal. m_{kol} is in de vorige bepaling van de porositeit al gemeten. Met (3.3) wordt nu de porositeit bepaald op:

$$\phi_2 = 0,49 \pm 0,02$$

Deze waarde komt overeen met de vorige meetmethode. Tenslotte kan ϕ nog uit de resultaten van de gammascanmeting bepaald worden. Met de waarde voor $(1 - \phi)\rho_s$ die volgde uit de gammascanmetingen en de waarde voor ρ_s die bij de vorige porositeitsbepaling gevonden is, wordt de porositeit gelijk aan:

$$\phi_3 = 0,49 \pm 0,02$$

Er kan geconcludeerd worden dat de resultaten goed met elkaar overeenstemmen. Alle waarden liggen binnen de nauwkeurigheidsgrenzen. Voor de eerste twee metingen gebruik gemaakt van een monster waarvan de zijwand en de onderkant afgedicht waren met een epoxy-coating. Verzadiging met water vond plaats nadat het monster onder vacuüm gebracht was. Uit het feit dat ϕ_2 en ϕ_3 met elkaar overeenstemmen volgt dat de verzadigingsprocedure correct was uitgevoerd.

In de komende paragrafen zal gerekend worden met een gemiddelde porositeit:

$$\phi = 0,49 \pm 0,02$$

3.4 Doorlatendheid

Bij een 1-dimensionale stationaire stroming door een poreus medium zal er over het medium een drukval te zien zijn. Indien het getal van Reynolds voor deze stroming veel kleiner is dan één kunnen in de impulsvergelijking voor deze stroming de traagheidsterm en de convectieve term verwaarloosd worden. De stroming wordt dan beschreven door de wet van Darcy:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\eta}{k_0}\phi w \quad (3.8)$$

De positieve z-as is hierbij gedefinieerd als de stromingsrichting. Voor hogere Reynoldsgetallen dient er een extra term aan deze vergelijking toegevoegd te worden. Deze term brengt dan de convectieve krachten in rekening. Deze toevoeging is noodzakelijk indien lucht door het poreuze materiaal stroomt. Op deze manier wordt de drukgradient beschreven door:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\eta\phi aw + \rho_a\phi^2 bw^2 \quad (3.9)$$

waarbij a en b resp. de eerste en de tweede constante van Forchheimer zijn. a is gelijk aan de reciproke waarde van de doorlatendheid.

Massabehoud voor de stroming geeft:

$$\frac{\partial}{\partial z}(w\rho_a) = 0 \quad (3.10)$$

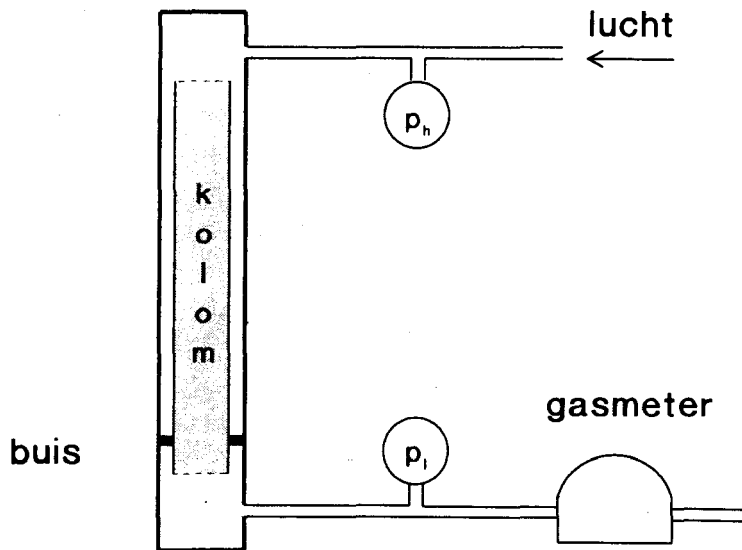
Het product tussen de snelheid van de stroming en de dichtheid blijft dus constant: $w\rho_a = w_l\rho_{a,l}$ waarbij het subscript l aangeeft dat de waarden genomen zijn aan de lage druk zijde. De Forchheimerrelatie (3.9) is nu te schrijven als:

$$\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial z}p^2 = \frac{\phi w_l\rho_{a,l}\eta p_l a}{\rho_{a,l}} + \frac{\phi^2 w_l^2 \rho_{a,l}^2 p_l b}{\rho_{a,l}} \quad (3.11)$$

Nu wordt de massafix Φ geïntroduceerd, $\Phi = \phi \rho_a w$. Door de massafix te substitueren in (3.11) en deze vergelijking te integreren over het poreus materiaal van de instroom- tot de uitstroomzijde wordt de volgende betrekking verkregen:

$$\frac{p_h^2 - p_l^2}{2RTL\eta\Phi_m} = a + \frac{b}{\eta}\Phi_m \quad (3.12)$$

p_h is de druk aan de instroomzijde van het poreuze medium, p_l aan de uitstroomzijde. R is de gasconstante van lucht.

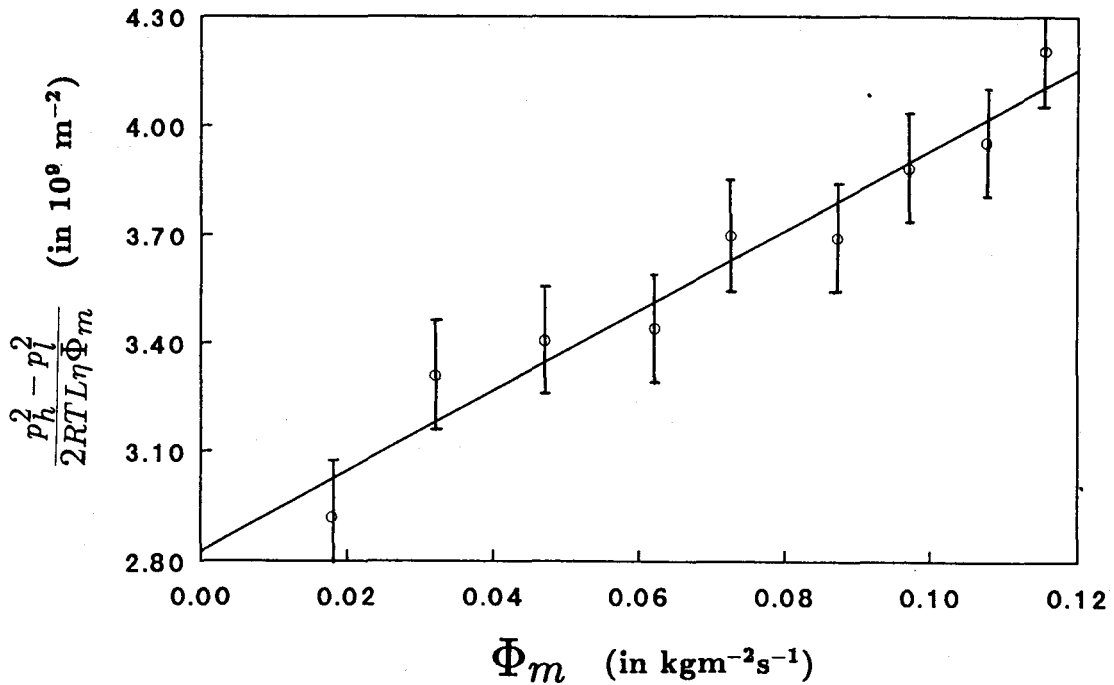


Figuur 3.3: Experimentele opzet voor het bepalen van de eerste en tweede constante van Forchheimer m.b.v. luchtstroming door de poreuze kolom. Het debiet wordt bepaald met een gasmeter. De constanten kunnen dan uit de drukval worden berekend.

De opstelling waarmee de doorlatendheid bepaald wordt, staat getekend in fig. 3.3. Aan weerszijden van een monster van het poreuze materiaal zijn twee drukmeters aangebracht. Aan de linkerzijde van het monster wordt lucht aangevoerd. Doordat de zijwand afgedicht is met een epoxy-coating en aanstroom- en afvoerzijde van elkaar gescheiden zijn door een rubberen ring moet de lucht door het monster stromen. De druk aan de instroomzijde wordt gemeten met een drukmeter van Wallace & Tiernan (bereik 0 - 1 kp/cm²). Aan de uitstroomzijde wordt de druk bepaald met een BETZ micromanometer (v. Essen, Delft). Het volumedebiet Φ_v wordt bepaald met een natte precisie gasmeter (Meterfabriek, Dordrecht). Uit het volumedebiet wordt nu de massafix berekend met:

$$\Phi_m = \frac{\rho_a}{A_t}\Phi_v \quad (3.13)$$

waarbij A_t het totale oppervlak is van het monster. In fig. 3.4 staat nu het linkerlid van 3.12 uit als functie van de massafix. Met de kleinste kwadraten methode zijn uit deze



Figuur 3.4: Resultaat van de doorlatendheidsmeting. De rondjes geven de meetpunten weer. De rechte lijn stelt de lineaire regressie voor. Uit de vergelijking voor deze lijn worden de constanten van Forchheimer bepaald.

grafiek de constanten van Forchheimer bepaald:

$$a = (2,82 \pm 0,14) \cdot 10^9 \text{ m}^{-2}$$

$$b = (2,00 \pm 0,10) \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}$$

Uit de maximale massaf flux is nu het grootste Reynoldsgetal te bepalen. Met een porielengte van ongeveer 0,2 mm en een maximaal massadebiet van $0,12 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ wordt het maximale Reynoldsgetal uit de meting gelijk aan $Re_{max} = 2,6$. Bij deze waarde is de kwadratische term uit de Forchheimerrelatie ongeveer gelijk aan de helft van de andere term. De minimale waarde voor het Reynoldsgetal ongeveer 0,45. In dat geval is de kwadratische term kleiner dan 10 % van de lineaire term. De convectieve term kan voor deze meting dus niet verwaarloosd worden.

3.5 Elastische eigenschappen

Een uitgebreide behandeling van de elasticiteitstheorie wordt gegeven in [LAN.75]. De voor dit onderzoek relevante aspecten staan beschreven in [JEN.86] en [CUY.86]. In de genoemde verslagen staan de afleidingen voor de in deze paragraaf gebruikte formules voor E en K_p en verdere achtergrond informatie over golfvoortplanting door een cylinder.

Het elastisch gedrag van een materiaal wordt beschreven door vier verschillende parameters, slechts twee hiervan zijn echter onafhankelijk. In ons geval zijn de elasticiteitsmodulus E en de constrained modulus K_p van belang.

De elasticiteitsmodulus van een voorwerp is gedefinieerd als

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (3.14)$$

waarbij de spanning σ en de rek ϵ gelijk zijn aan:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (3.15)$$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (3.16)$$

F is de kracht die op het oppervlak A uitgeoefend wordt en Δl is de lengteverandering van het voorwerp die daarvan het gevolg is.

Uit een meting waarbij de lengteverandering van een monster van het te onderzoeken materiaal gemeten wordt als functie van de uitgeoefende kracht is de elasticiteitsmodulus te bepalen. Een gedeelte van de poolse kolom is hiervoor onder een drukkbank (Schenck-Trebel, max. kracht 100 kN) gezet. Op de zijwand van dit monster zijn twee meetpunten aangebracht waartussen de lengteverandering als gevolg van de uitgeoefende kracht bepaald wordt. Op een XY-recorder wordt de indrukking van het materiaal weergegeven als functie van de kracht. In fig. 3.5 is het resultaat van een rekmeting te zien. Uit de helling van de lijn is de elasticiteitsmodulus te berekenen. De meting is bij drie verschillende monsters uitgevoerd en uiteindelijk is E bepaald op:

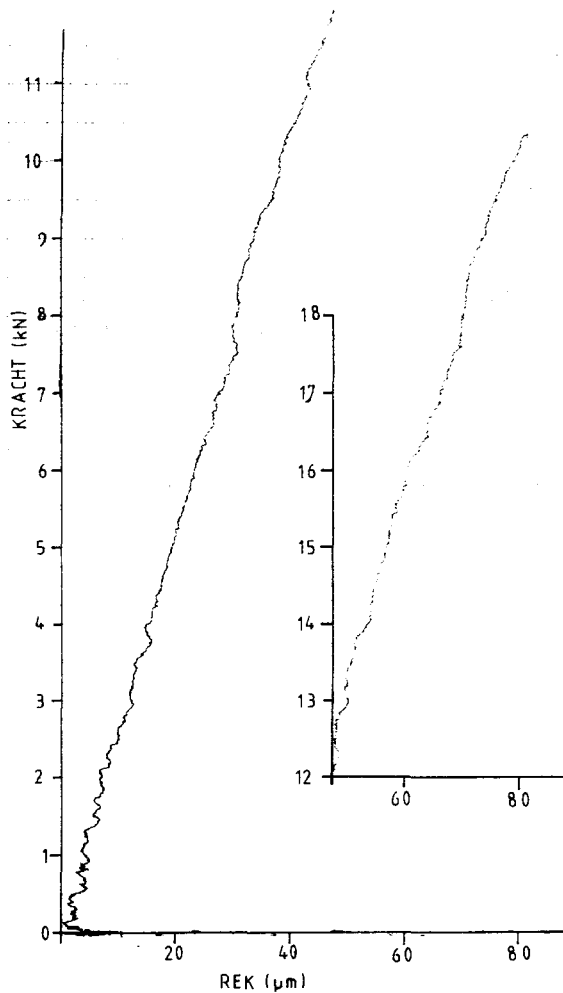
$$E = 3,0 \pm 0,1 \text{ GPa}$$

De constrained modulus geeft de verhouding weer tussen de opgelegde kracht en de rek als de kolom niet in laterale richting uitzet of inkrimpt. Dit laatste in het geval bij pulspropagatie door het materiaal. De golfsnelheid c_d is in dat geval:

$$c_d = \sqrt{K_p / \rho} \quad (3.17)$$

waarbij voor een poreus medium de dichtheid ρ gelijk is aan $(1 - \phi)\rho_s$. Met de bepaling van de voortplantingssnelheid van de puls is dus K_p te berekenen. Om nu c_d te meten is gebruik gemaakt van een betontester (CSI, ctt-4). Deze tester bestaat uit een tweetal piëzo-electrische opnemers en een regelkast. De opnemers kunnen zowel een puls uitzenden als detecteren.

Bij een meting worden beide opnemers tegen de uiteinden van een monster geplaatst. Eén van de opnemers zendt een hoge frequentie puls uit (80 kHz) die zich door het monster voortplant. Wanneer de puls bij de andere opnemer is aangekomen, komt op een display van de regelkast de looptijd van de puls door het monster te staan. Vooraf dient de tester geijkt te zijn op een tweetal aluminium staven waarvan de looptijd op 1 μ s nauwkeurig bekend is. Tussen het monster en de opnemers dient een goed akoestische geleidende vloeistof



Figuur 3.5: *Rek als functie van de uitgeoefende kracht. De lengte waarover de rek gemeten is, is 47,28 mm, de doorsnede van het monster is 70 mm.*

aangebracht te zijn. In ons geval is gebruik gemaakt van een oplossing bestaande uit kwartsmeel en glycerine. Uit de looptijd en de lengte van het monster is nu de constrained modulus te berekenen:

$$K_p = 3,27 \pm 0,03 \text{ GPa}$$

Met K_p en E is de dwarscontractie ν te bepalen. Dit getal is de verhouding tussen de radiële en axiale rek en staat ook wel bekend als de Poissonverhouding. Volgens [LAN.75] geldt voor ν :

$$\frac{K_p}{E} = \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (3.18)$$

Voor de meeste materialen geldt $0 < \nu < 1/2$. Als voor een materiaal $\nu = 0$ dan geeft een axiale lengteverandering geen aanleiding tot een radiële lengteverandering. Bij axiale

uitrekking van dit materiaal zal de volumeverandering gelijk zijn aan het oppervlak vermenigvuldigd met de axiale rek. Er bestaan zelfs materialen waarvoor ν negatief is. Dit wil zeggen dat een axiale uitrekking een radiële uitrekking tot gevolg heeft. De oorzaak hiervoor moet gezocht worden in de vorm en de onderlinge ligging van de moleculen in het materiaal (zie voor een recent overzicht [CHE.90]). Als $\nu = 1/2$ dan wordt een axiale lengteverandering volledig gecompenseerd door een radiële lengteverandering. Het volume van dit materiaal blijft dus constant. Voor de poolse kolom is uit de verhouding van de constrained modulus en de elasticiteitsmodulus de dwarscontractie bepaald op:

$$\nu = 0,18 \pm 0,01$$

3.6 Tortuositeit

In [BRO.80] wordt een overeenkomst afgeleid tussen een oscillerende stroming van een vloeistof door een poreus medium en geleiding van een zoutoplossing in hetzelfde poreuze medium. Door deze analogie is het mogelijk om de tortuositeit α te bepalen m.b.v. weerstandsmetingen. In [BRO.80] is namelijk bepaald dat α evenredig is met het geleidingsvermogen van een zoutoplossing σ_{ref} gedeeld door het geleidingsvermogen van een poreus medium ondergedompeld in dezelfde oplossing σ_{por} .

$$\alpha = \phi \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_{por}} \quad (3.19)$$

Met deze analogie wordt de tortuositeit bepaald voor een in de hoge frequentie limiet oscillerende stroming in een star poreus materiaal.

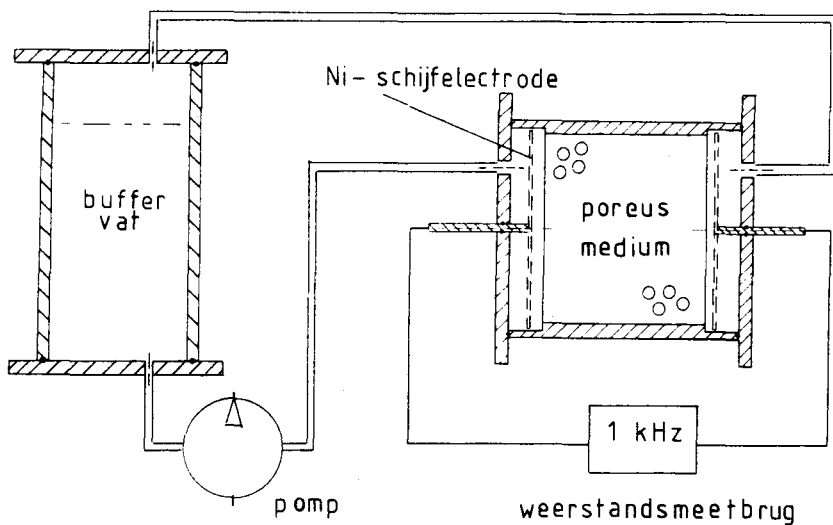
Een gedeelte van de poolse kolom is in een houder geplaatst en tussen twee electrodes gezet (zie fig. 3.6). De houder is zodanig geconstrueerd dat een eventuele stroom door de oplossing alleen via de poriën kan lopen. De electrodes zijn verbonden met een weerstandsbrug (Marconi Universal Bridge TF2700) die een wisselspanning levert van 1 kHz om electrolyse verschijnselen te voorkomen. De zoutoplossing wordt vanuit een buffervat m.b.v. een rotatiepomp door het poreuze medium gepompt. Hiermee wordt de concentratie van de zoutoplossing zoveel mogelijk constant gehouden. Verder ondergaat op deze manier ook de temperatuur van de oplossing weinig veranderingen.

Door de weerstand zowel met als zonder de aanwezigheid van het monster in de zoutoplossing te meten, is α te bepalen. Omdat het geleidingsvermogen omgekeerd evenredig is met de weerstand volgt voor α :

$$\alpha = \phi \frac{R_{por}}{R_{ref}} \quad (3.20)$$

waarbij de weerstanden R_{por} en R_{ref} gemeten zijn bij resp. aan- en afwezigheid van het monster. Uit de metingen is gebleken dat

$$\alpha = 1,4 \pm 0,1$$



Figuur 3.6: *Opstelling om de tortuositeit m.b.v. weerstandsmetingen te kunnen bepalen. De zoutoplossing wordt vanuit het buffervat door de houder gepompt. Uit weerstandsmetingen bij zowel aan- als afwezigheid van het poreuze monster volgt de tortuositeit. De weerstandsbrug meet met een frequentie van 1000 Hz om electrolyse aan de electrodes te beperken.*

Hoofdstuk 4

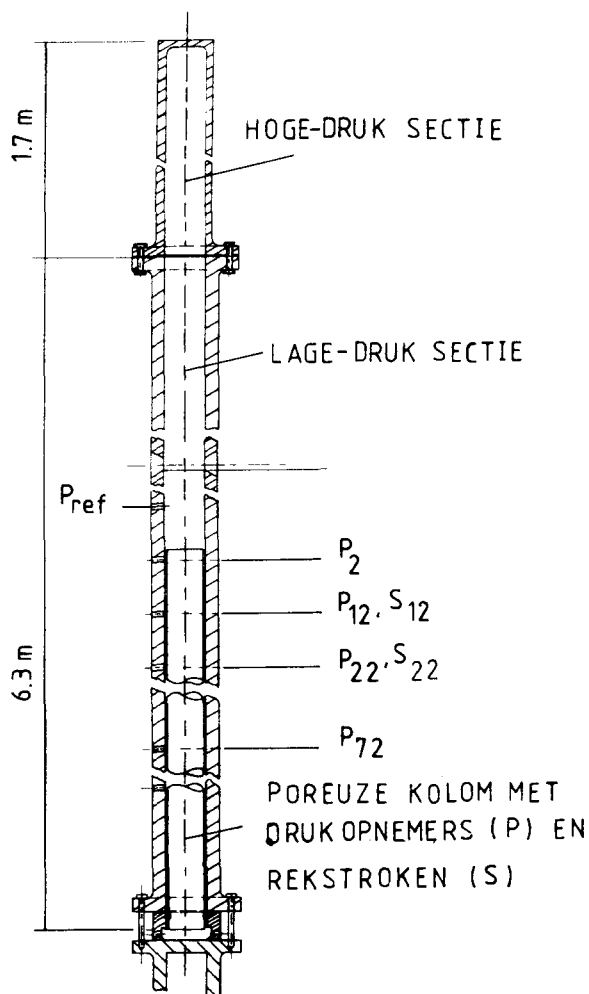
Experimenten

4.1 De opstelling

Om de theorie uit hoofdstuk 2 te kunnen verifiëren wordt gebruik gemaakt van een verticale schokbuisopstelling. Een schematische voorstelling van de buis is getekend in fig. 4.1. De buis heeft een hoogte van ongeveer 8 meter. De binnendiameter is gelijk aan 77 mm. Aan de bovenzijde van de buis bevindt zich de hoge-druk sectie. Deze wordt gescheiden van de lage-druk sectie door een plastic vlies. De kolom bevindt zich in de lage-druk sectie en staat, voorzien van een rubberen ondersteuning, op de bodem van de schokbuis. Als porievloeistof wordt water, lucht of een mengsel van water met luchtbellen gebruikt. Compressibiliteitsmetingen zijn noodzakelijk om te onderzoeken in hoeverre de kolom verzadigd is met water. Met deze metingen is ook de gemiddelde belstraal te bepalen. Een beschrijving van deze meetmethode is te vinden in [HOR.83].

Een smalle ruimte tussen de kolom en de buiswand, de zgn. spleet, voorkomt dat er bij experimenten interactie plaatsvindt tussen de kolom en de buis. De zijkant van de kolom is voorzien van een epoxy-coating zodat de vloeistof zich niet kan bewegen naar de ruimte tussen de kolom en de buiswand.

In de buiswand zijn twee drukopnemers (Kistler 603B, piëzo-electrisch) aangebracht. Eén van de opnemers bevindt zich onder het wateroppervlak en de bovenkant van de poreuze kolom. De afstand tot het wateroppervlak is 898 ± 3 mm voor de zandsteenkolom en 498 ± 3 mm voor de poolse kolom. De opnemer geeft het trigger-sigitaal voor de overige drukopnemers. Verder dient deze opnemer als referentie-drukopnemer. In het vervolg zal deze drukopnemer ook wel P_{ref} genoemd worden. De tweede drukopnemer is gemonteerd in de buiswand naast de kolom. Deze opnemer meet dus de drukvariaties in de ruimte tussen de kolom en de buiswand. Metingen met deze opnemer worden besproken in hoofdstuk 5. Op de axiale as in de keramische en de zandsteenkolom zijn 4 drukopnemers (Druck PDCR81, piëzo-resistief) op achtereenvolgens 2, 12, 22 en 72 cm beneden de bovenkant van de kolom gemonteerd. Ze worden resp. P_2 , P_{12} , P_{22} en P_{72} genoemd. De opnemers geven de verschildruk aan die over een membraan staat. Op de buitenkant van het membraan staat de poriedruk in het skelet, op de binnenkant de buitendruk die met een teflon kabel

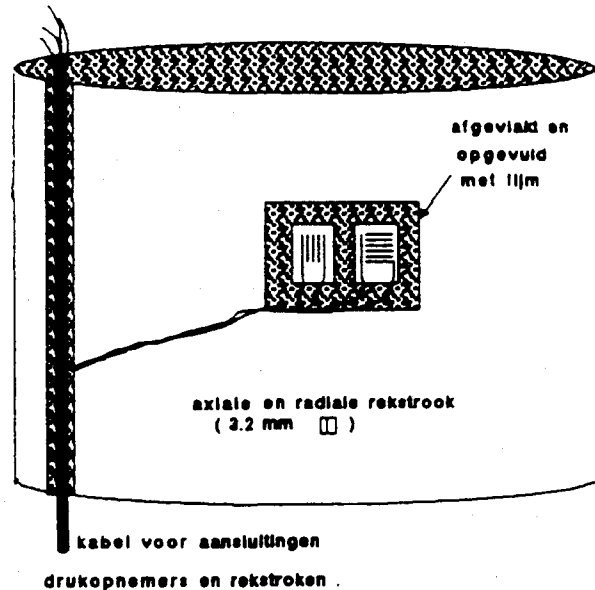


Figuur 4.1: Schokbuisopstelling voor de bestudering van golfvoortplanting door poreuze media. De poreuze kolom is in de lage-druk sectie op de bodem van de buis geplaatst.

naar de opnemer geleid wordt. Aansluitingen van de opnemers lopen in de kolom radiaal naar buiten en vervolgens via sleuven in het kolomoppervlak naar de onderzijde van de buis. Eventuele resterende openingen in de kolom bij de drukopnemers zijn zoveel mogelijk opgevuld met een mengsel van zand en lijm.

De golfvoortplanting in de poreuze kolommen wordt ook geanalyseerd door het opmeten van de rekken die in het korrelskelet van het poreuze materiaal plaatsvinden. Dit gebeurt met behulp van rekstroken (Micro Measurements, type CEA-06-125UT-350). De rekstroken bestaan uit dunne metaalstripjes die parallel op een flexibel plaatje gedampt zijn. De metaalstripjes zijn in serie aangesloten. Om de rekken te meten worden de strookjes op de poreuze kolom gelijmd. Een lengteverandering van het skelet resulteert nu in een evenredige weerstandsverandering van de metaalstrip. In de hierna beschreven experimenten wordt in twee richtingen de rek van de poolse kolom bepaald, namelijk de axiale rek en de omtreksrek. De voortplantingsrichting van de drukgolven staat hier loodrecht op. De

rekstroken zijn $3,2 \times 4,2$ mm. Dit is kleiner dan de breedte van het golffront van de eerste Biotgolf (ongeveer 1 cm) zodat de gemeten rek als de momentane waarde beschouwd mag worden. De rekstroken worden gelijmd op een vlakgeschuurd oppervlak van de wand van de kolom. Hiervoor is een harde lijmsort gekozen (AE10, zie [EIJK.86]). De poriën van



Figuur 4.2: Weergave van de montagemethode waarmee de rekstroken aan de kolom zijn bevestigd.

dat vlakgeschuurde oppervlak zijn vooraf nog opgevuld met twee componenten lijm om een harde ondergrond te creëren. De wand wordt daarna afgedekt door een dubbele laklaag, waartussen een stukje aluminiumfolie is gelegd (zie fig. 4.2 en [EIJK.86]).

De rekstroken (S_{12} en S_{22}) zijn paarsgewijs op 12 en 22 cm aan weerszijden van de cylindermantel op de poolse kolom bevestigd. Eén rekstrookplaatje bevat zowel een rekstrookje voor meting van de axiale rek als een strookje voor de omtreksrek. Een rekstrokenpaar voor één richting wordt samen met twee compensatierekstroken aangesloten op een Wheatstonebrug. De laatstgenoemde rekstroken dienen voor compensatie van temperatuursinvloeden en bevinden zich buiten de schokbuis. In appendix B wordt afgeleid hoe uit het spanningsverschil over de brug de rek gevonden kan worden.

De registratie en verwerking van de signalen, afkomstig van een drukopnemer of een rekstrookbrug, gebeurt met een computersysteem. Het systeem bestaat uit een aantal versterkers, snelle ADC's en geheugens voor snelle opslag van data. De combinatie van achtereenvolgens een versterker, een ADC en een geheugen vormt één kanaal van een 5-kanaals transient-recorder systeem. De samplefrequentie van het systeem is maximaal 1 MHz. Een nadere beschrijving van het meetsysteem is gemaakt door Janssens, zie [JAN.85].

Bij een experiment wordt een drukverschil tussen de hoge-druk en lage-druk sectie van de buis aangelegd. Daarna wordt m.b.v. een stroomstoot het vlies doorgebrand. Er vormt zich nu een vlakke schokgolf die zich naar de onderzijde van de buis voortbeweegt.

De drukverandering over de schokgolf wordt beschreven door de schokvergelijkingen. De theorie voor schokgolven wordt behandeld in [OWC.64].

Na een gedeeltelijke reflectie aan het wateroppervlak en aan de bovenkant van de kolom zijn er in de volledig verzadigde kolom twee longitudinale drukgolven ontstaan. De opnemers registreren dan twee verschillende druksprongen. Enige tijd later zullen diverse reflecties (aan wateroppervlak, onder- en bovenkant kolom) een rol gaan spelen.

Indien de porievloeistof een veel grotere compressibiliteit heeft dan het skelet dan is de drukamplitude van de eerste golf bijna gelijk aan nul. Dit geldt voor een kolom die geheel met lucht gevuld is maar ook voor een kolom die voor 1% gevuld is lucht [GRI.87]. We verwachten voor deze gevallen dus alleen een druktoename die overeenkomt met de tweede Biotgolf.

Als in de met water gevulde poriën luchtbellens zitten, dan zullen bovendien heftige oscillaties te zien zijn. Het model waarmee deze oscillaties beschreven worden gaat uit van de 1-dimensionale Biot-theorie waarbij aangenomen is dat de compressibiliteit K_w afhankelijk is van de frequentie. Voor een nadere uitwerking verwijzen we naar [HEU.91].

In dit hoofdstuk volgt nu eerst een behandeling van de golfexperimenten aan de volledig met water verzadigde zandsteen- en keramische kolom. Metingen uitgevoerd aan de geheel met lucht gevulde poolse kolom worden daarna beschreven. Tenslotte worden de metingen aan de gedeeltelijk verzadigde zandsteenkolom besproken.

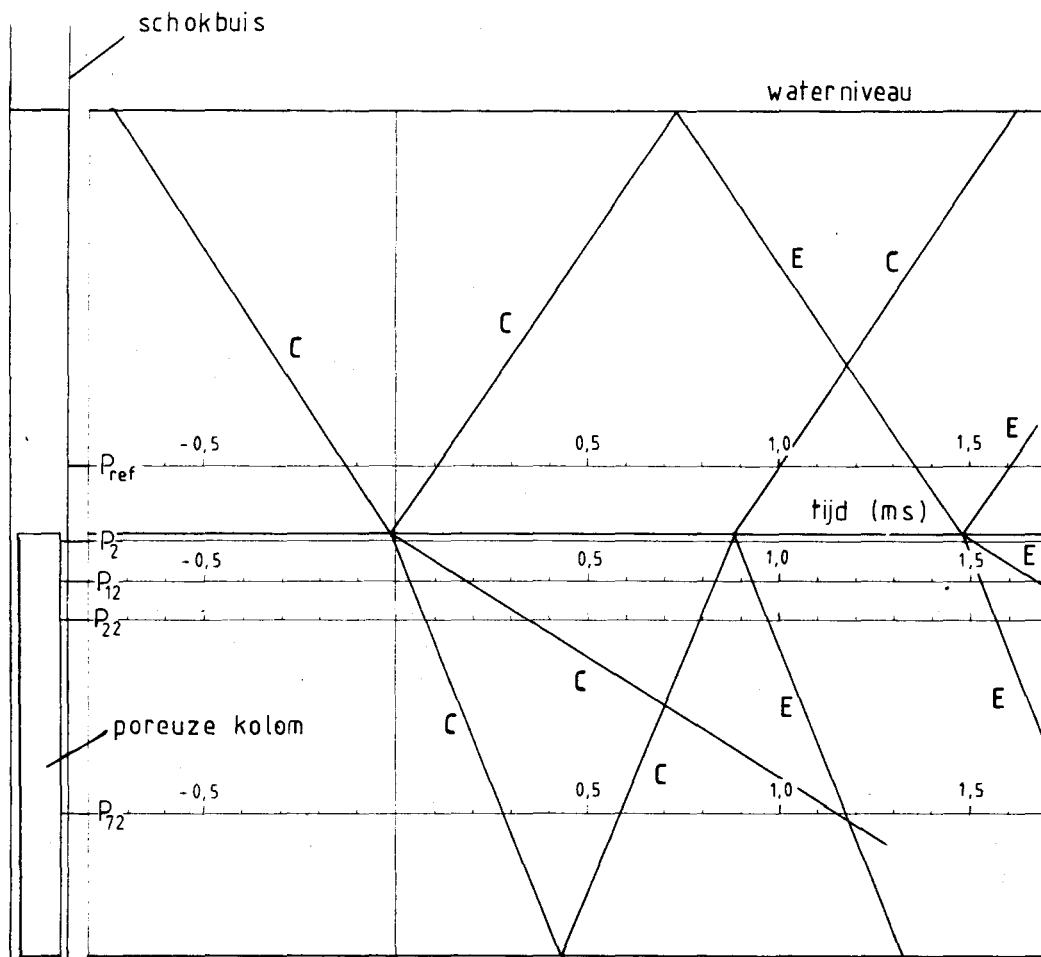
4.2 Volledige verzadiging met water

Zowel met de zandsteen- als met de keramische kolom zijn golfexperimenten uitgevoerd waarbij de poriën volledig verzadigd waren met water. De resultaten zijn vergeleken met de 1-dimensionale Biot-theorie. In deze paragraaf wordt eerst een algemene beschrijving van deze metingen gegeven. Daarna volgt de vergelijking van de metingen met de theorie. Een korte discussie besluit deze paragraaf.

In fig. 4.3 staat een z - t diagram getekend waarin de plaats van de golffronten staat weergegeven als functie van de tijd. Op de horizontale as staat de tijd uit, op de verticale as de hoogte in de kolom. De positieve z -as wijst evenwijdig aan de buis naar beneden. Het tijdstip $t = 0$ correspondeert met de aankomst van de compressiegolf bij de plaats $z = 0$, de bovenkant van de kolom. In fig. 4.5 staat de druk weergegeven zoals die door P_{12} en P_{22} als functie van de tijd zijn geregistreerd tijdens de golfexperimenten aan zandsteen.

De schokgolf genereert in het water een compressiegolf, gekenmerkt door een stapvormige druktoename. Als de golf opnemer P_{ref} passeert, wordt deze drukstap geregistreerd als \hat{p}_{in} (zie fig. 4.4). Op het grensvlak tussen het water en de volledig met water verzadigde kolom zal de golf gedeeltelijk reflecteren. De reflectie zal na aankomst bij P_{ref} opnieuw een stapvormige druktoename (\hat{p}_r) laten zien. De druk bij P_{ref} is nu gelijk aan \hat{p}_0 , de druk die op $t = 0$ heerst in de kolom op de plaats $z = 0$. De reflectiecoëfficiënt \hat{r} is gelijk aan het quotiënt van \hat{p}_r en \hat{p}_{in} .

Uit het tijdsverschil tussen de aankomsten van de invallende en gereflecteerde compressiegolven bij P_{ref} is de geluidssnelheid in water gemeten:



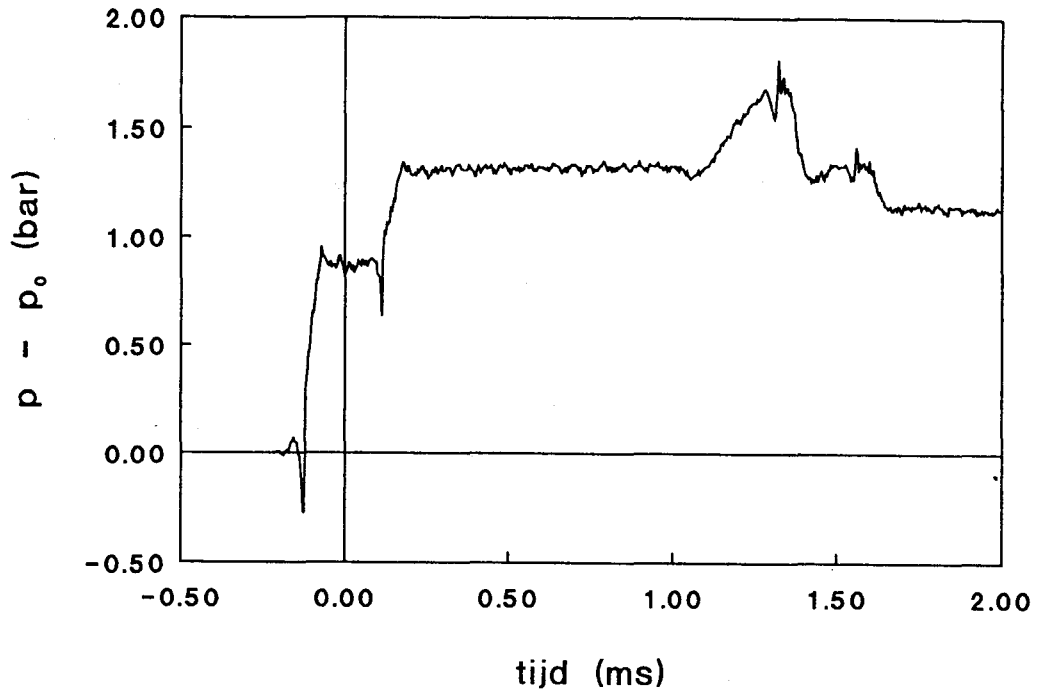
Figuur 4.3: *Plaats-tijd diagram voor de golfvoortplanting in de poreuze kolom. De C staat voor compressie-, de E voor expansie-golven. Dit diagram is specifiek voor de zandsteenkolom gemaakt maar geldt in grote lijnen ook voor andere kolommen.*

$$c_1 = 1475 \pm 20 \text{ m/s bij } T = 18,5 \text{ }^\circ\text{C}$$

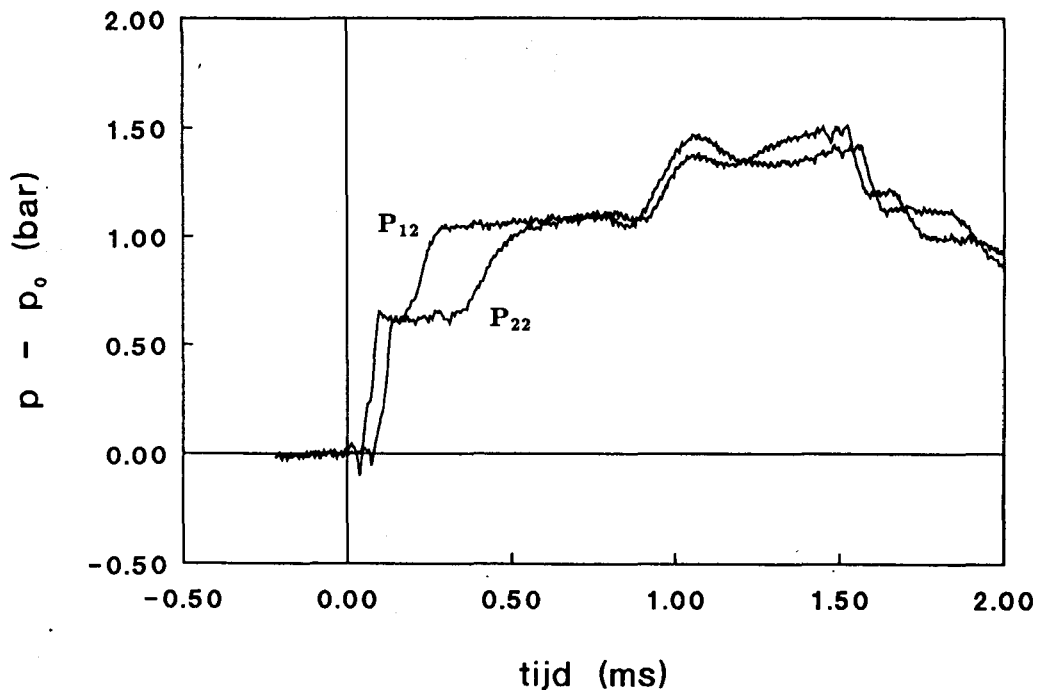
$$c_1 = 1491 \pm 20 \text{ m/s bij } T = 24,5 \text{ }^\circ\text{C}$$

Deze waarden komen overeen met de literatuur (1486 m/s bij $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$).

Door de kolom lopen na de reflectie van de invallende compressiegolf 2 verschillende drukgolven, de eerder genoemde Biotgolven. Dit is te zien aan de eerste twee druktoenames die de beide opnemers laten zien. De eerste druktoename is stapvormig zoals eerder in hoofdstuk 2 beschreven is. Na enige tijd neemt de druk opnieuw toe, ditmaal met een dispersiever karakter. Dit is een gevolg van de tweede Biotgolf. Zoals voorspeld wordt deze druktoename gedempt; de druk neemt bij P_{12} sneller toe dan bij P_{22} . De kolom is eindig, er treden dus reflecties op aan de onderkant van de kolom. In het z-t diagram is te zien dat de derde druktoename die door P_{12} en P_{22} geregistreerd is, veroorzaakt wordt door reflectie van de eerste Biotgolf aan de onderzijde van de schokbuis. De gedeeltelijke



Figuur 4.4: Referentiesignaal gemeten door P_{ref} bij volledig met water verzadigd zandsteen. De eerste twee stapvormige druktoenames komen overeen met de invallende en gereflecteerde compressiegolf. Het tijdstip $t = 0$ correspondeert met $\hat{p}_0 = 1,3$ bar aan de bovenkant van de kolom.



Figuur 4.5: Poriedruksignalen op 12 en 22 cm in de kolom bij een invallende drukstap van 1,3 bar. De verschillende golven worden in de tekst behandeld.

kolom	c_1	c_2	\hat{r}	\hat{p}_{10}/\hat{p}_0
zandsteenkolom	2900 ± 150 m/s	710 ± 40 m/s	$0,52 \pm 0,02$	$0,48 \pm 0,04$
keramische kolom	1900 ± 100 m/s	840 ± 30 m/s	$0,23 \pm 0,04$	$0,68 \pm 0,04$

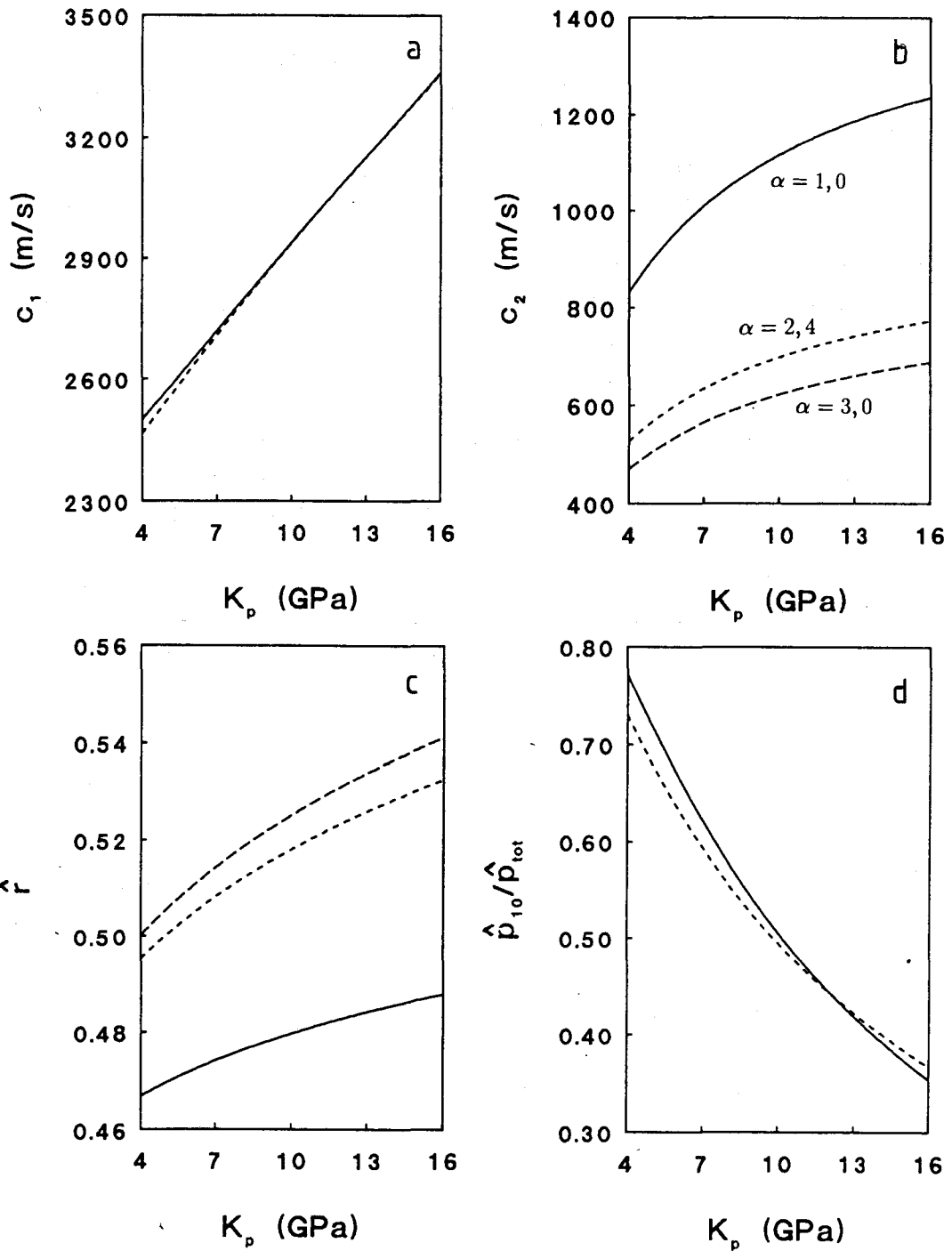
Tabel 4.1: *De hoge frequentielimieten voor c_1 , c_2 , r en \hat{p}_{10}/\hat{p}_0 zoals die voor de zandsteenkolom en de keramische kolom bepaald zijn uit metingen bij volledige verzadiging met water.*

transmissie van deze golf naar de waterlaag geeft een drukverhoging bij opnemer P_{ref} . Tenslotte vertoont het reflectiesignaal nog een stapvormige drukverlaging. In het z-t diagram is te zien dat deze expansiegolf een gevolg is van de twee maal gereflecteerde compressiegolf aan achterevolgens de bovenkant van de kolom en het wateroppervlak. Na een volgende reflectie aan de bovenkant van de kolom veroorzaakt deze golf een volgende stapvormige drukverlaging bij P_{ref} . Bij de transmissie van deze expansiegolf de kolom in ontstaat opnieuw een 2-golvenstructuur zoals beschreven wordt door de Biot-theorie. De opnemer P_{22} registreert dan ook twee drukverlagingen. De eerste, een stapvormige verlaging, correspondeert met de eerste Biotgolf. De tweede geleidelijke drukverlaging komt overeen met de tweede Biotgolf. In één poriedrukmeting zijn dus twee verschillende 2-golvenstructuren te zien.

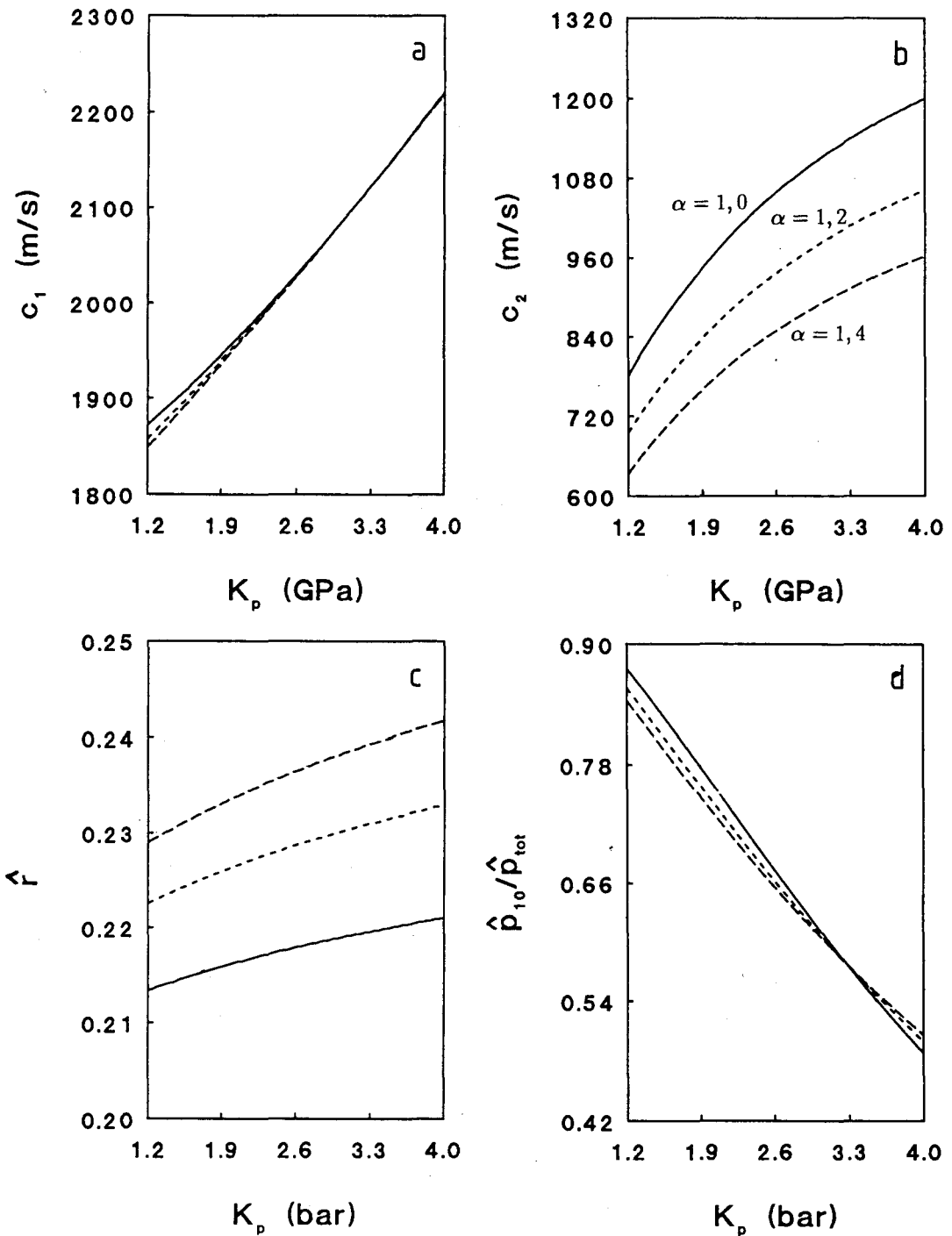
De volgorde waarin de verschillende golven door de drukopnemers in de kolom worden geregistreerd, hangt natuurlijk af van de plaats waar deze zich bevinden en van de grootte van de snelheden van de verschillende golven. Voor de zandsteenkolom zal de opnemer P_{72} eerst de reflectie van de eerste Biotgolf registreren en dan pas de tweede Biotgolf (zie fig. 4.3). Het is gebleken dat bij de keramische kolom dit precies andersom is. Dit komt door het verschil in voortplantingssnelheid (zie tabel 4.1) en de lengte van de kolom (zie appendix C).

Uit de verschillende tijdstippen waarop de golven geregistreerd zijn, zijn de voortplantingssnelheden van deze golven te bepalen. In het frequentiedomein corresponderen deze voortplantingssnelheden met de hoge frequentielimieten. Samen met de experimenteel bepaalde reflectiecoëfficiënt \hat{r} en de drukverhouding \hat{p}_{10}/\hat{p}_0 worden deze snelheden vergeleken met de theoretisch bepaalde waarden vanuit de Biot-theorie. In tabel 4.1 staan de experimenteel bepaalde waarden genoteerd. De berekeningen staan weergegeven in fig. 4.6 en fig. 4.7 voor achtereenvolgens de zandsteenkolom en de keramische kolom. In deze figuren staan de hf-limieten voor de voortplantingssnelheden, de reflectiecoëfficiënt en de drukverdeling uit als functie van de constrained modulus bij verschillende waarden voor α . We zien dat voor $K_p = 14,7$ GPa voor de zandsteenkolom en $K_p = 3,3$ GPa voor de keramische kolom de berekeningen niet overeenkomen met de metingen.

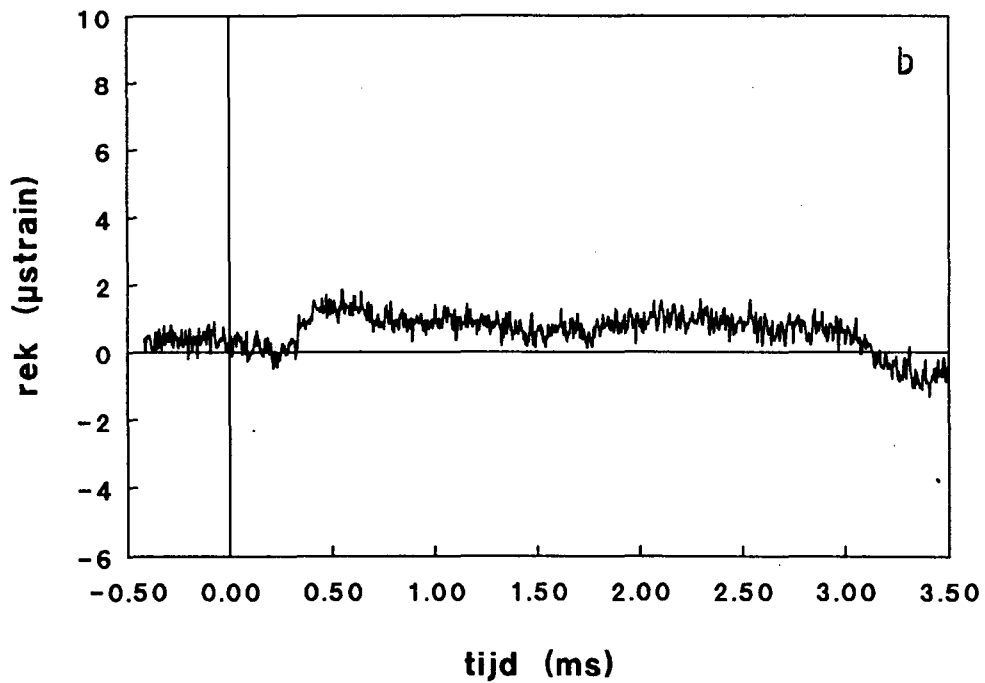
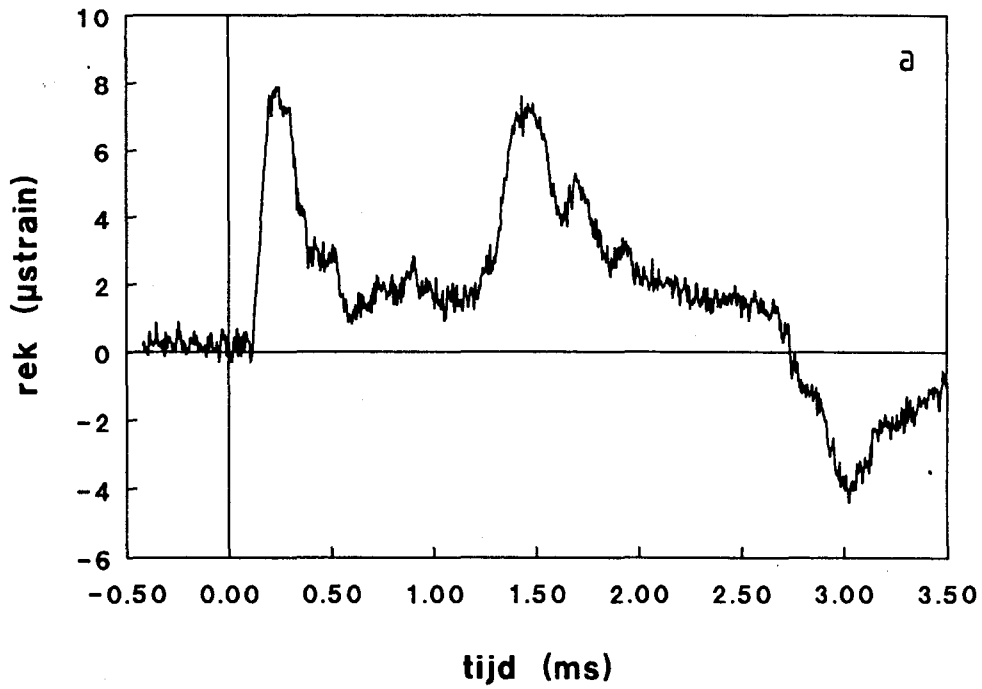
Een deel van de afwijkingen kan eenvoudig verklaard worden uit de zijdelingse bewegingen van het skelet die niet zijn meegenomen in de 1-dimensionale Biot-theorie. Deze bewegingen zijn niet verwaarloosbaar zoals te zien is in fig. 4.8. In dit figuur staan de axiale rek en de omtreksrek gemeten op 22 cm in de keramische kolom. Een positieve waarde van ϵ



Figuur 4.6: Berekende hf-limieten voor de voortplantingssnelheid van de beide Biotgolven (a) en (b), de reflectiecoëfficiënt (c) en de drukverhouding \hat{p}_1/\hat{p}_{tot} (d) als functie van K_p voor zandsteen. Duidelijk te zien is dat de gemeten variabelen niet overeenstemmen met de theorie indien in de berekeningen $K_p = 14,7$ GPa gebruikt wordt. Indien $K_p = 10,0$ GPa corresponderen de berekende hf-limieten wel met de gemeten waarden. Voor de tortuositeit zijn de waarden 1,0 en 2,4 en 3,0 gebruikt (zie (b)).



Figuur 4.7: Hoge frequentie limieten voor de snelheden van de Biotgolven (a) en (b), de reflectiecoëfficiënt (c) en de drukverhouding \hat{p}_{10}/\hat{p}_0 (d) berekend als functie van K_p . De berekeningen zijn uitgevoerd voor α gelijk aan zowel 1,0 als 1,2 als 1,4 (zie (b)). Optimale overeenstemming tussen theorie en meting bestaat bij $\alpha = 1,2$ en $K_p = 1,9$ GPa.



Figuur 4.8: Weergave van rekstrookmetingen op 22 cm in de keramische kolom. In (a) staat de meting van de axiale rek, in (b) de omtreksrek. Beiden zijn op dezelfde schaal weergegeven.

kolom	K_p (GPa)	$K_{p,eff}$ (GPa)	α	α_{eff}	k_0 (10^{-12} m^2)	$k_{0,eff}$ (10^{-12} m^2)
zandsteenkolom	$14,7 \pm 0,2$	10,0	$2,4 \pm 0,2$	–	$2,4 \pm 0,3$	18,0
keramische kolom	$3,27 \pm 0,03$	1,9	$1,4 \pm 0,1$	1,2	355 ± 20	–

Tabel 4.2: *Gemeten en effectieve waarden voor de constrained modulus, de tortuositeit en de doorlatendheid. Indien een parameter geen aanpassing behoefde, wordt dit aangegeven met – in de kolom voor de effectieve waarde van de desbetreffende parameter.*

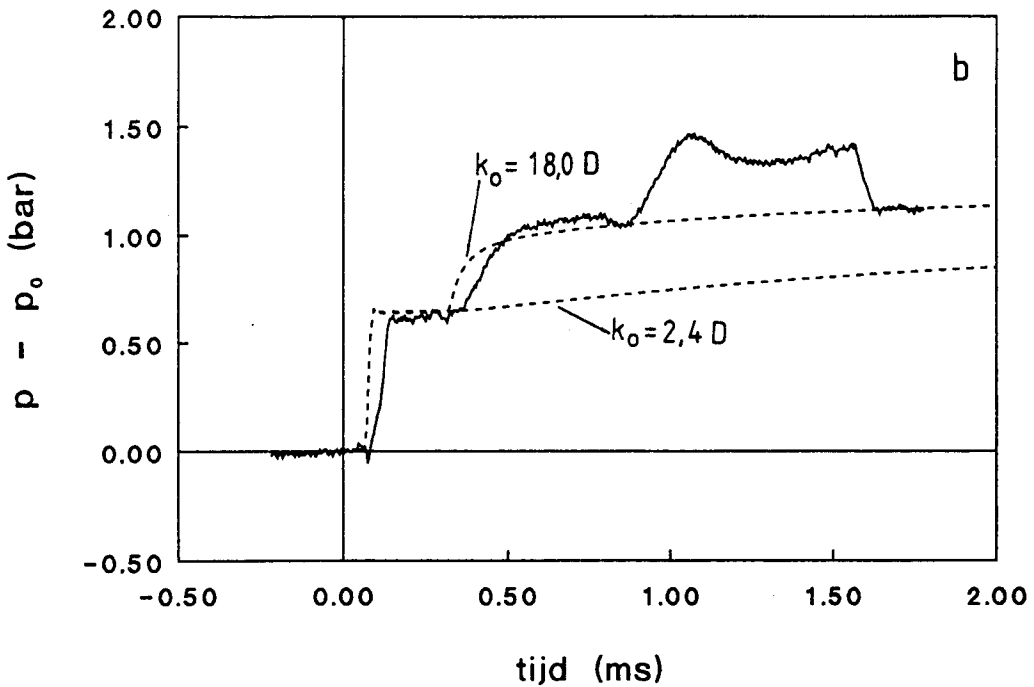
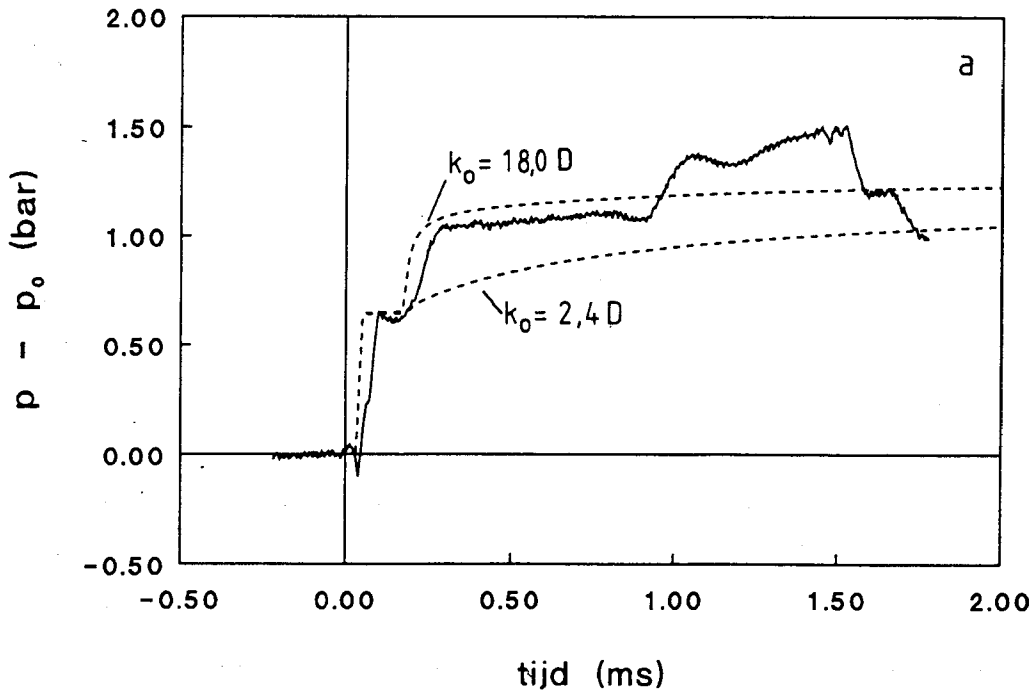
correspondeert met een krimp van het skelet. We zien dat in beide richtingen lengteveranderingen plaatsvinden. De amplitude van de axiale rek is wel veel groter dan die van de omtreksrek.

Indien we de rekstrookmetingen vergelijken met de drukprofielen zien we dat de eerste Biotgolf correspondeert met een compressie van het skelet. De effectieve korrelspanning in de kolom zal dan toenemen. De tweede golf gaat gepaard met een uitzetting van het skelet die de krimp bijna totaal compenseert, er treedt een relaxatie op van de korrelspanning in het skelet. De drukverhoging die gepaard gaat met de tweede Biotgolf is een gevolg van instromende vloeistof in de poriën.

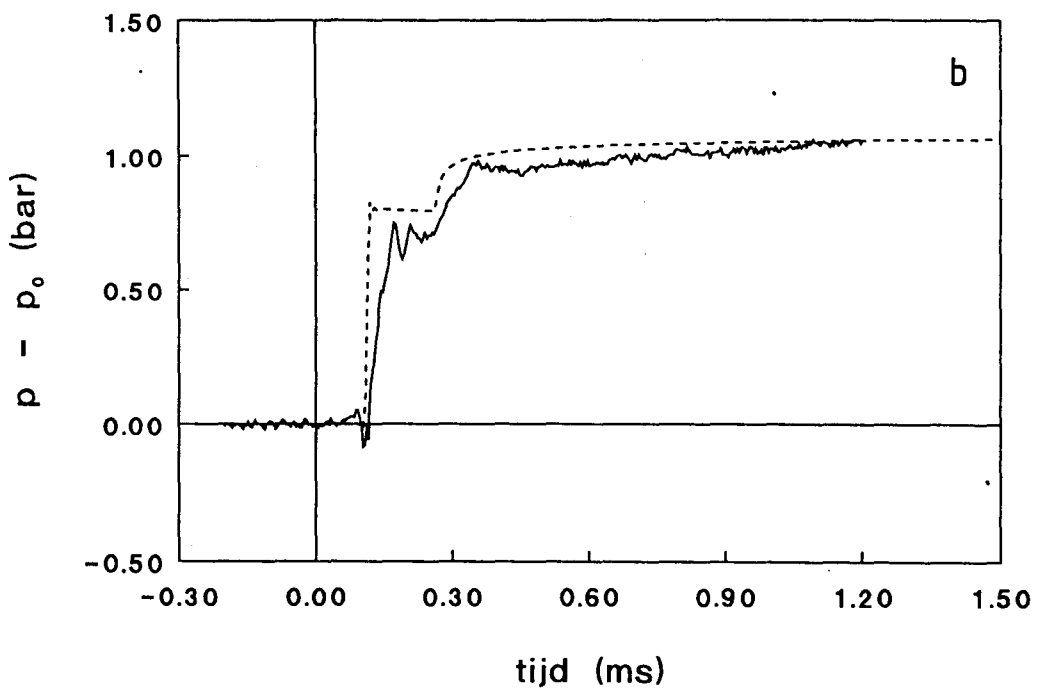
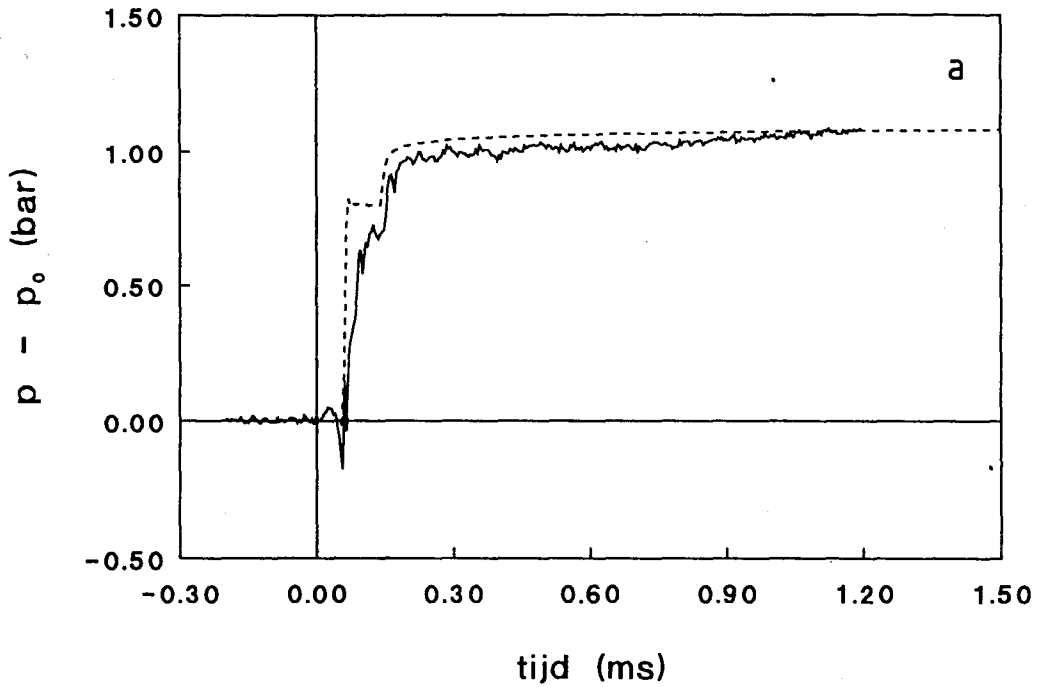
De snelheid van de eerste Biotgolf is bepaald op $c_1 = 1870 \pm 150 \text{ m/s}$. Deze waarde komt goed overeen met de bepalingen uit de drukprofielen. Uit het begintijdstip van de relaxatie is de snelheid van de tweede Biotgolf gemeten: $c_2 = 765 \pm 60 \text{ m/s}$. Deze waarde en de gemeten waarde uit de drukprofielen liggen binnen elkaars onnauwkeurigheidsgrenzen. De bepaling van c_1 en c_2 zijn verricht met de axiale rekmetingen. De omtreksrek was te gering om duidelijk te kunnen bepalen op welk tijdstip de Biotgolven de rekstroken passeren.

Resumerend kunnen we zeggen dat er omtreksrek in de kolom plaatsvindt. Om deze radiële bewegingen in de kolom in de Biot-theorie te kunnen verrekenen, wordt een effectieve waarde voor de constrained modulus $K_{p,eff} < K_p$ geïntroduceerd. De waarde voor $K_{p,eff}$ wordt gevonden uit de voortplantingssnelheden van de eerste Biotgolf die, zoals blijkt uit fig. 4.6 (a) en 4.7 (a), hoofdzakelijk bepaald wordt door de elastische eigenschappen van het skelet. Op deze wijze vinden we de waarden voor $K_{p,eff}$ zoals die in tabel 4.2 gegeven zijn.

Een ander deel van de afwijkingen is een gevolg van de aanwezigheid van de spleet tussen het poreus materiaal en de schokbuiswand. De invloed van de spleet wordt gedetailleerd beschreven in hoofdstuk 5. Een mogelijke manier om deze spleetinvloeden te verrekenen is het introduceren van effectieve parameters α_{eff} en $k_{0,eff}$ in de Biot-theorie. Deze "fitparameters" volgen uit het vergelijken van de experimentele poriedruk-signalen met de Biot-theorie. De fitparameters zijn gegeven in tabel 4.2. In fig. 4.9 en 4.10 staan de door P_{12} en P_{22} geregistreeerde drukverlopen aan resp. de zandsteenkolom en de keramische kolom. De onderbroken curves geven de theoretische voorspellingen weer, waarbij gebruik is gemaakt van de effectieve parameters.



Figuur 4.9: Gemeten en berekende drukprofielen op (a) 12 en (b) 22 cm in de zandsteenkolom. Voor de berekende profielen zijn de effectieve waarden voor de constrained modulus en tortuositeit gebruikt (zie tekst). Voor de doorlatendheid zijn zowel de werkelijke als de effectieve waarde gebruikt.



Figuur 4.10: Gemeten en berekende drukprofielen op (a) 12 en (b) 22 cm in de keramische kolom. Voor de berekende drukprofielen zijn de effectieve waarden voor de constrained modulus, de tortuositeit en de doorlatendheid zoals die in de tekst vermeld staan, gebruikt.

4.3 Volledige verzadiging met lucht

Met de keramische kolom zijn ook experimenten uitgevoerd waarbij de poriën gevuld waren met lucht. Voor deze metingen geldt dat de lineaire theorie voor golfvoortplanting in een poreus materiaal zoals die in hoofdstuk 2 geformuleerd is, niet meer geldig is. Bij golfvoortplanting in lucht zijn de traagheidstermen bij de lage frequenties niet meer te verwaarlozen. De wet van Darcy voldoet niet meer. Met de Forchheimerrelatie, genoemd in hoofdstuk 3, is de golfvoortplanting wel goed te verklaren. Voor een afleiding en uitgebreide behandeling van het golfvoortplantingsmodel voor poreuze media gevuld met lucht verwijzen wij o.a. naar [GRI.87] of [LEN.87]; in dit verslag komt deze theorie niet aan de orde.

De drukverstoring die zich door de schokbuis verplaatst, is in lucht een schokgolf. Dit betekent dat voor het berekenen van de voortplantingssnelheden van de golven, de geluidssnelheden enz. de schokgolftheorie nodig is. Deze theorie staat uitgelegd in [OWC.64]. We zullen hier alleen de resultaten van berekeningen van deze theorie geven.

In fig. 4.11 zijn zowel het referentiesignaal als de signalen van de drukopnemers P_2 en P_{12} weergegeven. Het referentiesignaal vertoont 2 druksprongen van resp. de heengaande en aan de bovenkant van de kolom gereflecteerde schok. Hierna volgt een expansiegolf. Deze expansiegolf is ontstaan bij het verbreken van het vlies en gereflecteerd aan de bovenkant van de schokbuis. Uit de druksprongen is de reflectiecoëfficiënt bepaald op:

$$r = 0,86 \pm 0,03 \quad (4.1)$$

Volgens verwachting is deze waarde veel groter dan de waarde die gevonden is bij metingen aan de met water gevulde kolom.

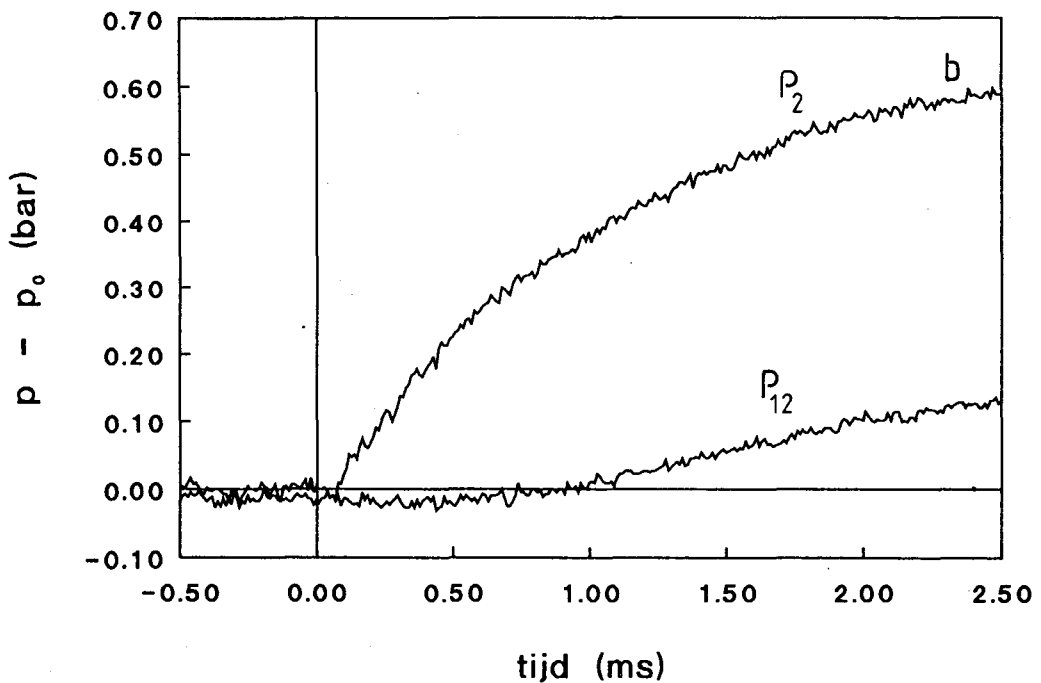
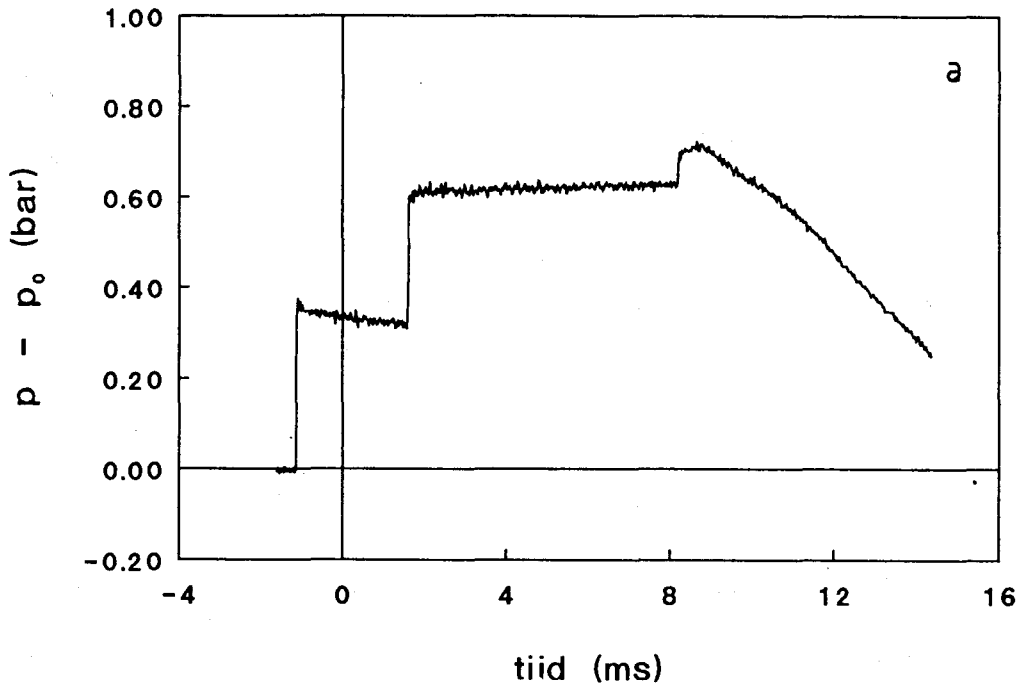
Uit de schokgolftheorie volgt dat voortplantingssnelheid van de heengaande schokgolf v_s , niet gelijk is aan die van de gereflecteerde schokgolf v_r . De snelheden worden bepaald uit de drukstappen die beide schokken veroorzaken:

$$v_s = 391 \pm 4 \text{ m/s}$$

$$v_r = 316 \pm 3 \text{ m/s}$$

Met deze voortplantingssnelheden is het tijdsverschil tussen de aankomst bij P_{ref} van de heengaande en de gereflecteerde schokgolf berekend. Dit tijdsverschil wijkt slechts 0,3 % af van het gemeten verschil.

De compressibiliteit van lucht is veel kleiner dan die van de poreuze kolom. Zoals voorspeld registreren de drukmeters in de poriën ook niet de 2-golvenstructuur zoals we bij de experimenten aan de volledig met water verzadigde kolommen zagen. Het drukverloop vertoont nu het diffuse karakter dat de tweede Biotgolf kenmerkt. Van der Grinten beschreef in zijn proefschrift dezelfde bevindingen ([GRI.87]). Tevens verwijzen wij voor dit onderwerp opnieuw naar [LEN.87].



Figuur 4.11: Drukverloop gemeten met (a) P_{ref} en (b) P_2 en P_{12} . De meting met P_{ref} toont de heengaande en de gereflecteerde schokgolf. Verder is de expansiegolf te zien die een gevolg is van reflectie aan de bovenkant van de buis. De metingen met de drukopnemers in de kolom tonen aan dat de 2-golvenstructuur in de poriën totaal verdwenen is.

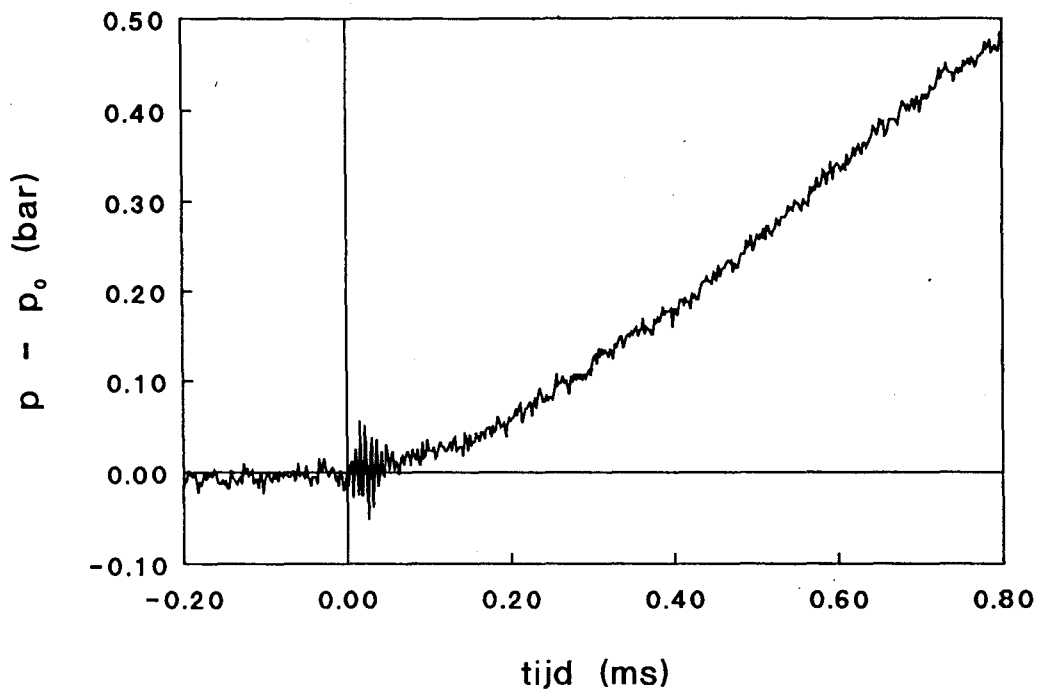
4.4 Gedeeltelijke verzadiging

Het uiteindelijke doel van dit F.O.M.-project is het onderzoek naar golfvoortplanting in gedeeltelijk verzadigde poreuze media. Hiertoe is getracht in de zandsteenkolom luchtbellens aan te brengen. De gevolgde procedure is o.a. te vinden in het afstudeerverslag van Van den Heuvel [HEU.91]. In het kort komt de methode erop neer dat water in een afgesloten vat onder druk verzadigd wordt met lucht. De hoeveelheid lucht die in het water oplost hangt af van de druk die op het vat staat. Daarna wordt het water, nog steeds onder druk, door de kolom gepompt. Indien het beluchte water homogeen over de kolom verdeeld is, wordt de druk van het systeem afgelaten. Er zullen dan door diffusieprocessen luchtbellens in de poriën van de kolom gaan groeien. Het ontstaan en het groeien van bellens wordt beschreven door Castenmiller [CAS.88]. Het groeiproces kan dan gevolgd worden door op verschillende tijdstippen de compressibiliteit van de vloeistof in de buis te meten. De compressibiliteit zal immers door het groeien van het volumepercentage lucht afnemen. De achterliggende theorie om uit deze compressiemetingen zowel het volumepercentage lucht als de straal van de luchtbellens te bepalen, staat uitgelegd in [HEU.91].

De hierboven geschetste procedure voor het verkrijgen van luchtbellens in de zandsteenkolom is diverse malen uitgevoerd. De maximaal verkregen waarde voor het volumepercentage lucht was in de orde van 0,2 à 0,5%. Bij de gelijkde zandkolom waren waardes ruim boven de 4% bereikt. Dit is dus bijna tien keer zoveel. Blijkbaar is het zeer moeilijk om grote aantallen luchtbellens in de zandsteenkolom te laten ontstaan en groeien.

Golfexperimenten gaven wel een indicatie voor de aanwezigheid voor luchtbellens maar duidelijk was dat ze niet homogeen verdeeld waren. De profielen vertoonden niet meer de drukstap die de eerste Biotgolf kenmerkt. De oscillaties die eerder in de gelijkde zand kolom gesignaleerd waren (zie [HEU.91]) zijn echter spaarzaam in de zandsteenkolom waargenomen. In fig. 4.12 is een meting te zien waarin oscillaties zichtbaar zijn. Met de theorie uit [HEU.91] worden oscillaties met een veel grotere amplitude voorspeld. Verder lieten diverse metingen bij de drukopnemers P_2 en P_{22} een signaal zien dat wees op de aanwezigheid van lucht terwijl er bij P_{12} en P_{72} volgens de drukverlopen sprake was van een bijna volledig verzadiging. Tevens toonde de vorm van de reflectie van de eerste Biotgolf aan de onderkant van de kolom (een expansie i.p.v. een compressie) aan dat zich daar lucht bevond. Deze lucht kan zich zowel net onder de kolom als onderin de kolom bevinden, dat is niet uit de metingen te bepalen.

Op welke manier in zandsteen meer lucht in de vorm van bellens in de poriën verkregen kan worden, vereist nog nader onderzoek. Het gebruik van kalk, zoals voorgesteld door Van den Heuvel in [HEU.89] is niet toereikend. Bij alle pogingen heeft de beluchting plaatsgevonden aan een kalkoplossing (1,1 mol/l $\text{Ca}(\text{OH})_2$). De oplossing was niet verzadigd, dit om mogelijke verstoppingen van de poriën door kalkdeeltjes te voorkomen. De toevoeging gaf echter, zoals hierboven reeds gezegd is, geen bevredigende resultaten.



Figuur 4.12: Drukmeting verricht door P_2 in de gedeeltelijk verzadigde zandsteenkolom. Het volumepercentage lucht was 0,48%. Het tijdstip $t = 0$ correspondeert met de aankomst van de invallende drukstap $p_{in} = 0,8\text{bar}$.

Hoofdstuk 5

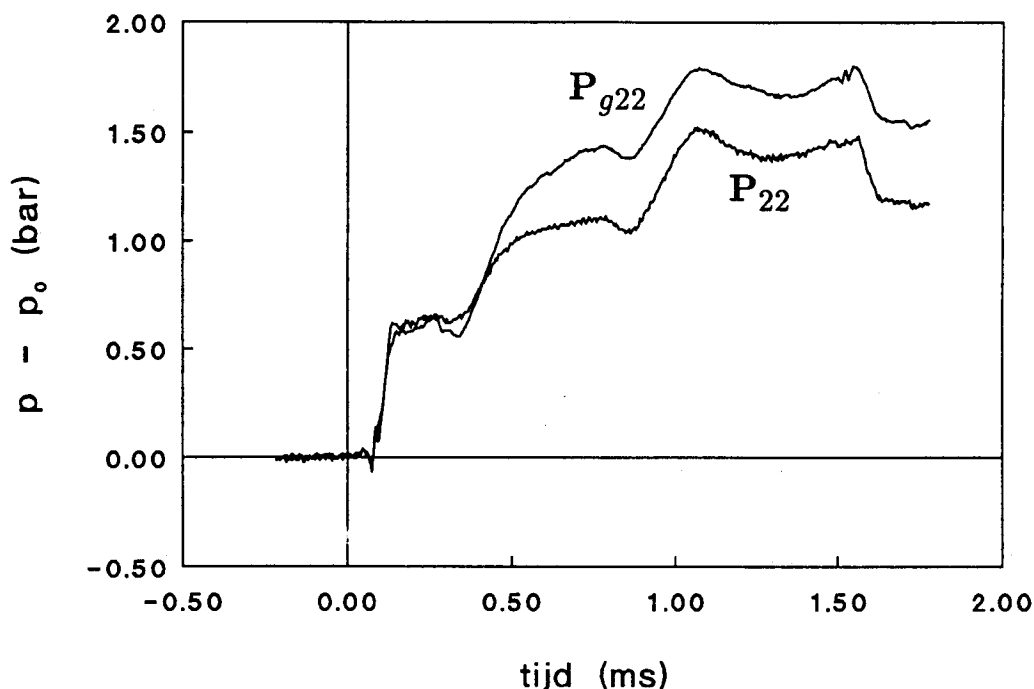
Invloed van de spleet tussen de kolom en de buiswand op de golfvoortplanting

5.1 Inleiding

Zoals in hoofdstuk 4 is gebleken, zijn de gemeten waarden voor v_1 , v_2 , \hat{r} , en \hat{p}_1/\hat{p}_{tot} niet geheel in overeenstemming met de theoretische verwachtingen die gebaseerd zijn op de 1-dimensionale Biot-theorie. Door "effectieve" waarden te introduceren konden de experimenten toch bevredigend met de Biot-theorie worden beschreven. Met een lagere effectieve constrained modulus is de invloed van de zijdelingse bewegingen verdisconteerd. Verder was het noodzakelijk om effectieve waarden voor de tortuositeit en de doorlatendheid te introduceren. In [GRI.87] wordt eveneens het gebruik van een effectieve tortuositeit vermeld. Evenals Van der Grinten hebben we redenen om aan te nemen dat het verschil tussen deze effectieve parameters en werkelijke parameters verklaard kan worden in de interactie tussen de kolom en de spleet die zich tussen de kolom en de buiswand bevindt. Uit metingen is gebleken dat voor de vloeistof in de spleet eenzelfde drukverloop te zien is als voor de porievloeistof in de kolom. In figuur 5.1 worden twee drukverlopen als functie van de tijd getoond waarvan de één in de kolom op 22 cm is opgenomen en de ander in de spleet op dezelfde hoogte. De metingen zijn verricht aan de zandsteenkolom. Duidelijk te zien is dat beide metingen een twee-golven structuur vertonen waarbij de golven dezelfde voortplantingssnelheden hebben. Er vindt dus een interactie plaats tussen de vloeistof in de kolom en in de spleet.

In dit hoofdstuk wordt de aanzet gegeven tot een theorie die de invloed van spleet op de golfvoortplanting in rekening brengt. Er wordt uitgegaan van een star skelet. Verder wordt verondersteld dat er geen stromingsweerstand bestaat tussen de kolom en de omgeving. Er wordt dus aangenomen dat de coating doorlatend is. Op deze manier kan de interactie tussen vloeistof in de spleet en vloeistof in de kolom in het model verrekend worden.

Het doel is te achterhalen wat de invloed van de spleet is op de voortplanting van een



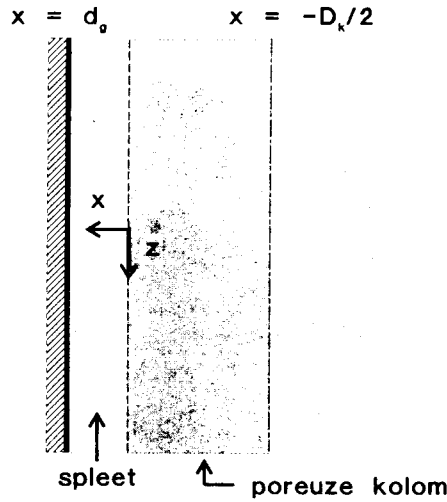
Figuur 5.1: Registratie van de druk door P_{22} en P_{g22} . Beide signalen laten een soortgelijk verloop zien.

golf in de kolom. We zullen proberen met deze invloed de effectieve waarden voor de tortuositeit en de doorlatendheid te verklaren. Indien mogelijk zal er ook een kwantitatieve vergelijking uitgevoerd worden. Bij de vergelijkingen wordt ook gebruik gemaakt van de meetresultaten die gevonden zijn met de gelijmde zandkolom. Deze resultaten staan beschreven in [GRI.87].

5.2 Theoretisch model voor de spleetinvloed

De kolom wordt gemodelleerd als een starre poreuze plaat geplaatst tussen twee vaste wanden. Tussen de kolom en de wand bevindt zich een smalle spleet. De spleet is evenals de poriën van de kolom gevuld met een vloeistof of gas. In fig. 5.2 is dit schematisch weergegeven. De spleetbreedte wordt aangegeven met d_g , de "diameter" van de kolom met D_k . Het gebruikte assenstelsel bestaat uit een x-as die loodrecht op de kolomwand de spleet in wijst en een z-as die evenwijdig aan de kolom over de wand van de kolom loopt (zie fig. 5.2).

De voortplanting van de golven in de vloeistof zal worden beschreven met een exponentieel verband, $\exp[-qx] \exp[i(\omega t - kz)]$. De voortplantingsrichting van de golven in de kolom is de positieve z-richting. Op het grensvlak tussen de kolom en de spleet zal voldaan moeten worden aan de voorwaarden van continuïteit van druk en snelheid. Golven die op deze 2-dimensionale manier beschreven worden, worden afhankelijk van de inhoud van de spleet



Figuur 5.2: Schematische 2-dimensionale weergave van de spleet en de kolom. d_g is de spleetbreedte. De breedte van de kolom wordt aangegeven door D_k .

Stoneley of Rayleigh golven genoemd. Indien de spleet gevuld is met een vloeistof spreken we van Stoneley golven. Daar dit het geval is bij onze experimenten, zullen we deze golven nader bekijken.

Voor de vloeistof in de spleet is nu de volgende golfvergelijking op te stellen:

$$\nabla^2 \psi_g = \frac{1}{c_f^2} \ddot{\psi}_g \quad (5.1)$$

ψ_g stelt de potentiaal voor die de uitwijking van de vloeistof in de spleet beschrijft. De dubbele punt boven de potentiaal geeft aan dat er twee keer naar de tijd gedifferentieerd wordt.

Voor de verplaatsing van de vloeistof u_g in de x-richting en w_g in de z-richting geldt:

$$u_g = \frac{\partial \psi_g}{\partial x} \quad (5.2)$$

$$w_g = \frac{\partial \psi_g}{\partial z} \quad (5.3)$$

Voor de vloeistof in de poreuze kolom wordt eenzelfde vergelijking opgesteld. Voor een starre kolom geldt:

$$\phi K_f \nabla^2 \psi_k = \alpha \rho_{f0} \phi \ddot{\psi}_k + b_0 F \dot{\psi}_k \quad (5.4)$$

Deze vergelijking komt overeen met (2.6) die immers ook op een star skelet gebaseerd is. Voor de verplaatsing van de vloeistof in de kolom gelden dezelfde formules als (5.2) en (5.3) echter met ψ_g vervangen door ψ_k .

De drukken in de spleet en de kolom zijn nu gelijk aan:

$$p_g = -K_f \nabla^2 \psi_g \quad (5.5)$$

$$p_k = -K_f \nabla^2 \psi_k \quad (5.6)$$

Vergelijkingen (5.1), (5.4), (5.5) en (5.6) vormen de basis van de nieuwe theorie. Hieraan moeten golven voldoen indien ze zich zowel in de spleet als in de kolom voortplanten. Door de veronderstelling dat de coating doorlatend is, ontstaan de volgende randvoorwaarden voor de continuïteit van druk en snelheid in de x-richting:

$$p_k|_{x=0} = p_g|_{x=0} \quad (5.7)$$

$$\phi \dot{u}_k|_{x=0} = \dot{u}_g|_{x=0} \quad (5.8)$$

Bij de laatste vergelijking wordt ook wel gesproken over de continuïteit van de filtersnelheid. Op de buiswand is er geen verplaatsing van de vloeistof in de x-richting:

$$\dot{u}_g|_{x=d_g} = 0 \quad (5.9)$$

Omdat de kolom cilindervormig is, moet op de axiale as $x = -D_k/2$ de snelheid om symmetrie-redenen gelijk zijn aan nul:

$$\dot{u}|_{x=-D_k/2} = 0 \quad (5.10)$$

We veronderstellen dat de potentiaal ψ_g voldoet aan het verband:

$$\psi_g = \exp[-qx] \exp[i(\omega t - kz)] \quad (5.11)$$

Hierin is k het golfgetal en q een complexe dempingsfactor. Invullen in (5.1) geeft:

$$q^2 = k^2 - k_f^2 \quad (5.12)$$

waarbij het golfgetal k_f gedefinieerd is als:

$$k_f^2 = \frac{\omega^2}{c_f^2} \quad (5.13)$$

Er zijn dus twee waarden te vinden voor q . De potentiaal in de spleet is dan te schrijven als:

$$\psi_g = \{A \exp[-qz] + B \exp(qz)\} \exp[i(\omega t - kz)] \quad (5.14)$$

Voor de potentiaal voor de porievloeistof in de kolom wordt nu geschreven:

$$\psi_k = \exp[-sx] \exp[i(\omega t - kz)] \quad (5.15)$$

waarin de complexe dempingsfactor in de x-richting nu aangegeven wordt door s . Invullen in (5.4) geeft:

$$s^2 = k^2 - k_\alpha^2 + k_b^2. \quad (5.16)$$

k_α en k_b zijn gedefinieerd in de onderstaande vergelijkingen:

$$k_\alpha^2 = \frac{\alpha \rho_f \omega^2}{K_f} = \frac{\omega^2}{c_\alpha^2} \quad (5.17)$$

$$k_b^2 = \frac{ib_0 F \omega}{\phi K_f} \quad (5.18)$$

Met (5.16) wordt de potentiaal ψ_k :

$$\psi_k = \{C \exp[-sx] + D \exp[sx]\} \exp[i(\omega t - kz)] \quad (5.19)$$

Met de potentialen worden de randvoorwaarden uitgewerkt. Het berekenen van de drukken met vgl. (5.5) en (5.6) en invullen in vgl. (5.7) geeft:

$$(q^2 - k^2)(A + B) = (s^2 - k^2)(C + D) \quad (5.20)$$

De continuïteit van de filtersnelheid aan de wand van de kolom levert op:

$$\phi s(D - C) = q(B - A) \quad (5.21)$$

De aanwezigheid van de onbeweeglijke buiswand geeft de volgende relatie:

$$B = A \exp[2d_g q] \quad (5.22)$$

Tenslotte leidt de symmetrie-voorwaarde op de as van de kolom tot:

$$D = C \exp[-D_k s] \quad (5.23)$$

Uit de 4 bovenstaande vergelijkingen kunnen nu A t/m D geëlimineerd worden. Hiermee is dan een vergelijking voor k^2 te vinden:

$$\phi s \frac{1 - \exp[-D_k s]}{1 + \exp[-D_k s]} (q^2 - k^2) = q \frac{1 - \exp[2qd_g]}{1 + \exp[2qd_g]} (s^2 - k^2) \quad (5.24)$$

Dit is ook te schrijven als:

$$-\phi s k_f^2 \tanh\left(\frac{D_k s}{2}\right) = q k_m^2 \tanh(qd_g) \quad (5.25)$$

waarbij gebruik gemaakt is van het golfgetal k_m , dat gedefinieerd is als:

$$k_m^2 = k_\alpha^2 - k_b^2 \quad (5.26)$$

Vergelijking (5.25) geeft de relatie weer tussen k en ω . In deze vergelijking zit k verborgen in de variabelen s en q terwijl k_f en k_m de hoekfrequentie ω bevatten.

We beperken ons tot de laagste orde in vergelijking 5.25, uitgaande van de veronderstelling dat de laagste orde het minst gedempt zal zijn en dus de belangrijkste bijdrage zal geven aan de golfvoortplanting. Voor een volledige oplossing moet alle modes worden meegenomen. De amplitudes volgen uit de randvoorwaarden aan de bovenkant van de kolom. Voorlopig wordt aangenomen dat $|D_k s/2| \ll 1$ en $|qd_g| \ll 1$. Hiermee kan de vereenvoudiging $\tanh z = z$ toegepast worden. Later zal bekeken worden in hoeverre deze benadering geoorloofd is.

Met de benadering voor de tanh-functies wordt vergelijking (5.25) vereenvoudigd tot:

$$k^2 = k_m^2 k_f^2 \frac{\frac{\phi D_k}{2} + d_g}{\frac{\phi D_k}{2} k_f^2 + d_g k_m^2} \quad (5.27)$$

Deze vergelijking is analytisch op te lossen.

Als nu $D_k \gg d_g$ dan wordt $k^2 = k_m^2$. Omgekeerd leidt de aanname $d_g \gg D_k$ tot $k^2 = k_f^2$.

Deze limieten kloppen met de verwachtingen.

Uit (5.27) volgt nu voor de hoge frequentie-limiet van de voortplantingssnelheid c_{hf} :

$$\frac{c_{hf}}{c_\alpha} = \sqrt{\frac{1 + \alpha \frac{2d_g}{\phi D_k}}{1 + \frac{2d_g}{\phi D_k}}} \quad (5.28)$$

De lage frequentie-limiet c_{lf} is gelijk aan:

$$\frac{c_{lf}}{c_\alpha} = \sqrt{\frac{\alpha \frac{2d_g}{\phi D_k}}{1 + \frac{2d_g}{\phi D_k}}} \quad (5.29)$$

De limieten zijn dimensieloos gemaakt met deling door $c_\alpha = c_f/\sqrt{\alpha}$

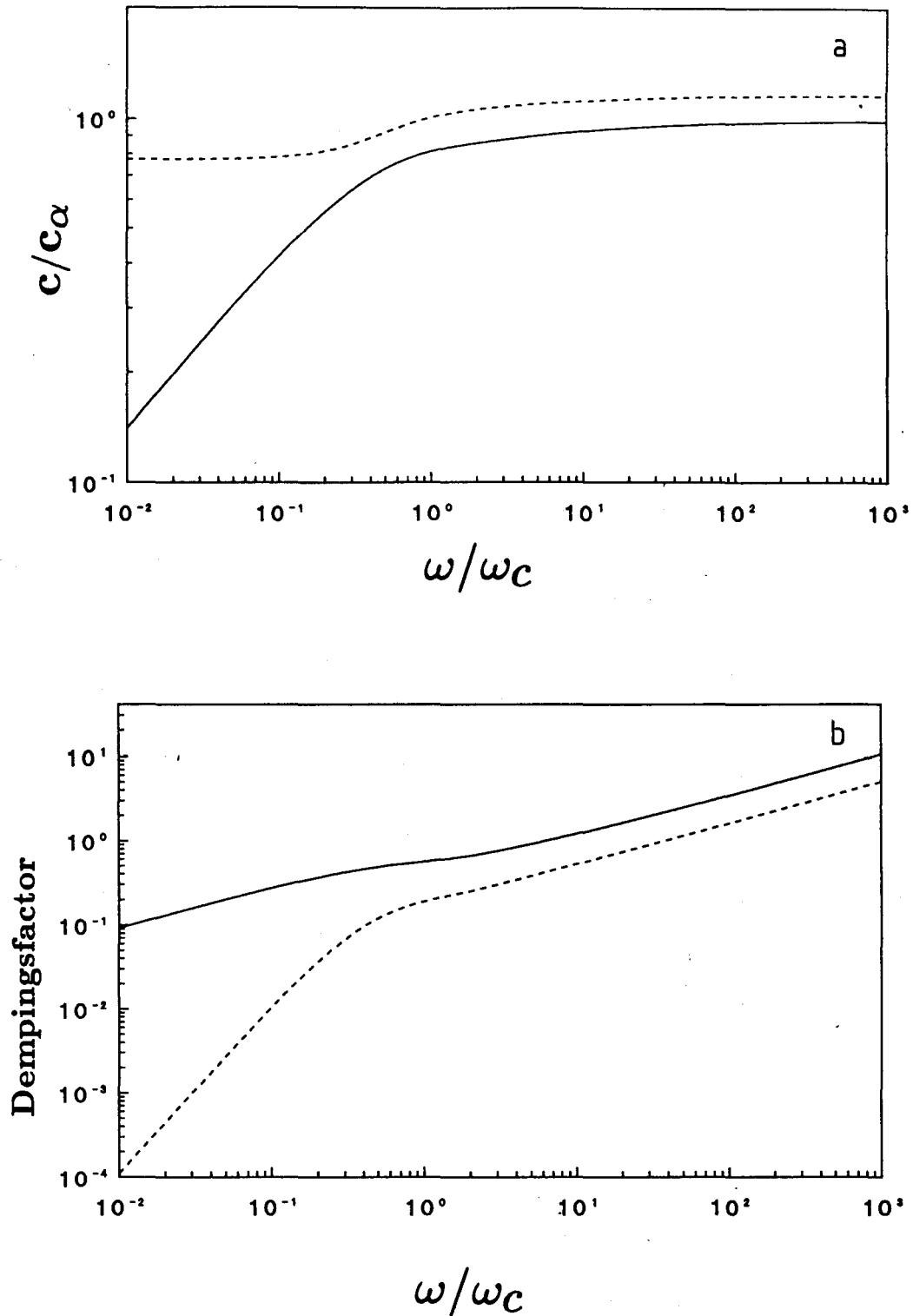
5.3 Effect van de spleet op de golfvoortplanting

Met de theorie die in de voorgaande paragrafen is opgezet, wordt de invloed van de spleet op de voortplantingssnelheid en de dempingsfactor van een golf die door de poreuze kolom loopt, bepaald.

In fig. 5.3 (a) geeft de getrokken kromme de voortplantingssnelheid $\omega/\text{Re}(k)$ weer als functie van de hoekfrequentie waarbij aangenomen is dat $d_g = 0$. Het golfgetal k is in dit geval gelijk aan k_m . De hoekfrequentie is dimensieloos gemaakt door te delen door de kantelfrequentie ω_c (gedefinieerd in (2.8)). In tabel 5.1 staan de kantelfrequenties voor de verschillende kolommen, die in de experimenten gebruikt zijn.

In fig. 5.3 (a) is nu te zien dat voor $\omega < \omega_c$ de voortplantingssnelheid $\sim \omega^{1/2}$. Dit wijst erop dat de voortplantingssnelheid voor deze frequenties bepaald wordt door een diffusievergelijking. De drukverstoring verplaatst zich bij deze frequenties blijkbaar onder invloed van wrijving als een diffusieproces door de kolom. Voor hoge frequenties gaat de voortplantingssnelheid naar een limietwaarde die gelijk is aan $c_f/\sqrt{\alpha}$.

Als nu in vergelijking (5.27) de spleetbreedte d_g niet gelijk is aan nul, verandert het verloop van de voortplantingssnelheid drastisch. Dit wordt in fig. 5.3 (a) weergegeven door de onderbroken kromme. Over het hele frequentiegebied is de voortplantingssnelheid van de golf vergroot t.o.v. de situatie zonder spleet. Voor hoge frequenties is de verandering



Figuur 5.3: Invloed van de spleet op de golfvoortplanting. In (a) en (b) staan resp. de voortplantingssnelheid en de dempingsfactor uit als functie van de dimensieloze frequentie ω/ω_c berekend bij $d_g/D_k = 0$ (getrokken curve) en $d_g/D_k = 0,04$ (onderbroken curve). De snelheid is dimensieloos gemaakt door deling met c_α . Bij de berekeningen is gebruik gemaakt van de kolomparameters van de gelijkde zand kolom (zie Appendix C).

materiaal	ω_c (in 10^3 rad/s)
keramiek	$1,0 \pm 0,1$
gelijmd zand	$1,2 \pm 0,1$
zandsteen	$40,0 \pm 4,0$

Tabel 5.1: *Kantelfrequenties*

ongeveer 10%. Voor lage frequenties loopt deze op tot enkele ordes. De lage frequentie limiet voor de voortplantingssnelheid wordt gegeven door (5.29) en is nu ongelijk aan nul. In fig. 5.3 (b) wordt de dempingsfactor als functie van ω/ω_c weergegeven. De getrokken lijn stelt de demping zonder aanwezigheid van de spleet voor. De demping gaat voor lage frequenties naar nul. Indien we de spleetbreedte ongelijk aan nul nemen, ontstaat de onderbroken kromme. We zien dan dat voor het gehele frequentiegebied de demping afgenomen is ten opzichte van de situatie zonder spleet. Voor de hoge frequenties is dit enkele procenten maar voor frequenties lager dan de kantelfrequentie loopt de verandering op tot enkele ordes.

De berekeningen zijn uitgevoerd voor het frequentiegebied $10^{-2} \leq \omega/\omega_c \leq 10^3$. Voor lage dimensieloze frequenties is te zien dat de invoering van de spleet een drastische verlaging van de demping ten gevolge heeft. Dit effect zal het duidelijkst moeten blijken bij de Bentheimer zandsteenkolom omdat deze kolom immers een hoge kantelfrequentie bezit. Verder is het effect van de spleet op de hoge frequentielimiet van de voortplantingssnelheid van de tweede golf interessant omdat deze overeenkomt met de voortplantingssnelheid van de voet van de tweede golf. De berekeningen laten een verhoging van de voortplantingssnelheid zien.

De in dit hoofdstuk beschreven theorie beschouwt de situatie in het 2-dimensionale vlak. De werkelijke spleetbreedte \hat{d}_g en kolomdiameter \hat{D}_k moeten vertaald worden bij de overgang van de werkelijke cirkelsymmetrische situatie naar de vlakke 2-dimensionale beschrijving. Bij de aanpassing is de oppervlakteverhouding van de spleet en de kolom in de cirkelsymmetrische situatie gelijkgesteld aan de lengteverhouding tussen de spleetbreedte en de "diameter" van de kolom in de 2-D ruimte (5.30). Verder is de som van de spleetbreedte en de kolombreedte constant gehouden (5.31).

$$d_g/D_k = \left[(2\hat{d}_g + \hat{D}_k)^2 - \hat{D}_k^2 \right] / \hat{D}_k^2 \quad (5.30)$$

$$2d_g + D_k = 0,077 \quad (5.31)$$

In tabel 5.2 staan de werkelijke en de gecorrigeerde verhoudingen tussen de spleet en de kolombreedte gegeven.

kolom	diameter kolom (in mm)	\hat{d}_g/\hat{D}_k 3-D situatie	d_g/D_k 2-D situatie
keramische kolom	70,0 ± 0,1	0,050 ± 0,001	0,166
gelijmde zandkolom	74,0 ± 0,1	0,020 ± 0,001	0,041
zandsteenkolom	75,0 ± 0,1	0,013 ± 0,001	0,027

Tabel 5.2: Verhouding tussen de werkelijke spleetbreedte en kolomdiameter (aangegeven door een dakje) en de gecorrigeerde verhouding.

5.4 Experimenteel bepaalde spleetinvloeden

Met de spleetbreedtes uit tabel 5.2 is nu de verhouding c_{hf}/c_α bepaald. In tabel 5.3 staan deze waarden voor de verschillende kolommen. Tevens staat in deze tabel de verhouding tussen de gemeten en de met de Biot-theorie berekende voortplantingssnelheid van de tweede golf $c_{2,exp}/c_{2,th}$. De berekeningen zijn uitgevoerd met de werkelijke tortuositeit en de effectieve constrained modulus. In paragraaf 5.3 zijn voorspellingen gedaan omtrent de invloed van de spleet op de golfvoortplanting in de verschillende kolommen. We zullen nu deze voorspellingen toetsen aan de experimentele waarnemingen.

De verwachting was dat de voortplantingssnelheid verhoogd zou worden. In tabel 5.3 is te zien dat voor de keramische en de gelijmde zandkolom de gemeten voortplantingssnelheid essentieel groter is dan de met de Biot-theorie berekende snelheid. Dit stemt overeen met de verwachtingen. Het effect van de spleet op de demping in beide kolommen is echter gering.

De zandsteenkolom heeft een hoge kantelfrequentie. Aan de hand van de uitkomsten van de 2-dimensionale theorie is voorspeld dat de experimenteel waargenomen demping van de tweede golf bij deze kolom veel kleiner zal zijn dan de berekende demping. In hoofdstuk 4 is beschreven dat inderdaad voor de tweede golf een veel geringere demping gevonden was

kolom	c_{hf}/c_α	$c_{2,exp}/c_{2,th}$
zandsteenkolom	1,13	1,02 ± 0,05
gelijmde zandkolom	1,17	1,40 ± 0,07
keramische kolom	1,08	1,10 ± 0,06

Tabel 5.3: Relatieve snelheidsveranderingen van de tweede golf. De eerste kolom geeft de relatieve verandering in de voortplantingssnelheid door de aanwezigheid van de spleet. De tweede kolom geeft de verhouding tussen de gemeten en de met de Biot-theorie gevonden waarde voor de voortplantingssnelheid.

dan volgens berekeningen met de Biot-theorie verwacht werd.

Bij golfexperimenten zijn de voorspelde invloeden van de spleet waargenomen. We zullen later in dit hoofdstuk nog op de experimentele waarnemingen terug komen. Voordat we de hier gevonden resultaten zullen bediscussiëren, zullen we eerst de invloed van de tortuositeit en de doorlatendheid op de golfvoortplanting onderzoeken.

5.5 Effect van de tortuositeit en de doorlatendheid op de golfvoortplanting

In [GRI.87] en in hoofdstuk 4 zijn voor de best passende fit effectieve waarden voor de tortuositeit en de doorlatendheid geïntroduceerd. We gaan onderzoeken wat de kwalitatieve invloed van een verandering in de tortuositeit of doorlatendheid is op de voortplantingssnelheid en de demping van de door het 2-dimensionale model beschreven golven.

In fig. 5.4 staat de dimensieloze voortplantingssnelheid uit tegen de dimensieloze frequentie bij $\alpha = 1,0$ en $\alpha = 3,0$. Duidelijk is te zien dat bij een verlaging van de tortuositeit de voortplantingssnelheid voor hoekfrequenties $\omega > \omega_c$ toeneemt. De voortplantingssnelheid wordt bij de lage frequenties nauwelijks door de verandering van de tortuositeit beïnvloed. Verhoging van de doorlatendheid resulteert in een vergroting van de voortplantingssnelheid voor hoekfrequenties $\omega < \omega_c$. Dit wordt getoond in fig. 5.5. In dit figuur staat de dimensieloze voortplantingssnelheid uit bij $k_0 = 5$ Darcy en $k_0 = 100$ Darcy (1 Darcy = 10^{-12} m²). De voortplantingssnelheid blijft voor de lage frequenties evenredig met $\omega^{1/2}$. De limiet voor $\omega \downarrow 0$ gaat nog steeds naar nul.

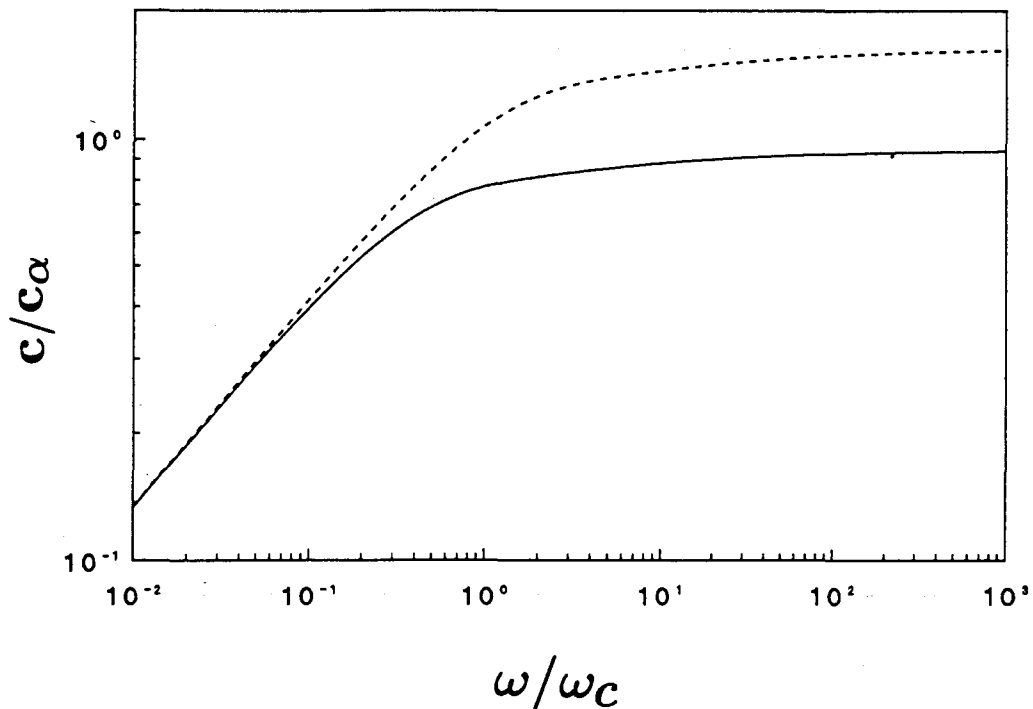
Een combinatie van verlaging van de tortuositeit met een verhoging van de doorlatendheid in het golfvoortplantingsmodel leidt dus tot een verhoging van de voortplantingssnelheid over het hele frequentiegebied.

Nu wordt bekeken wat een verandering van k_0 en α tot gevolg heeft voor de dempingsfactor. In fig. 5.6 staat de dempingsfactor als functie van de dimensieloze frequentie bij verschillende waarden voor k_0 . We zien dat een vergroting van de doorlatendheid aanleiding geeft tot een verlaging van de dempingsfactor over het totale frequentiegebied.

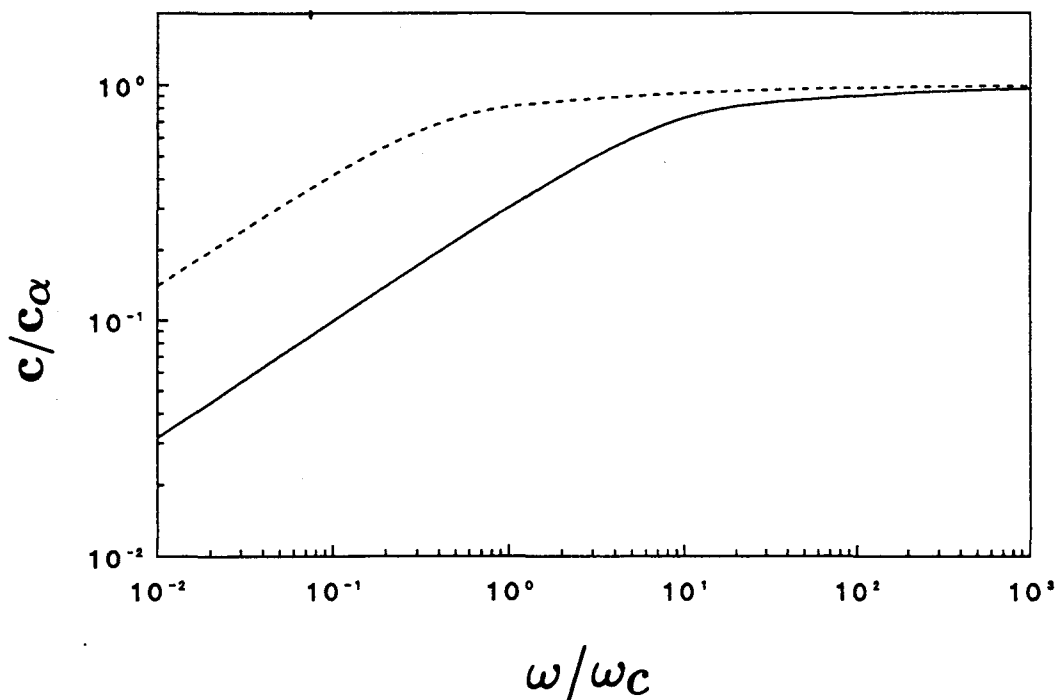
Verandering van de tortuositeit heeft geen gevolgen voor de grootte van de dempingsfactor. Voor het hele frequentiegebied geldt dat bij een verlaging van α van 3,0 naar 1,0 geen relevante veranderingen in de dempingsfactor zijn waar te nemen.

5.6 Verklaring voor effectieve parameters

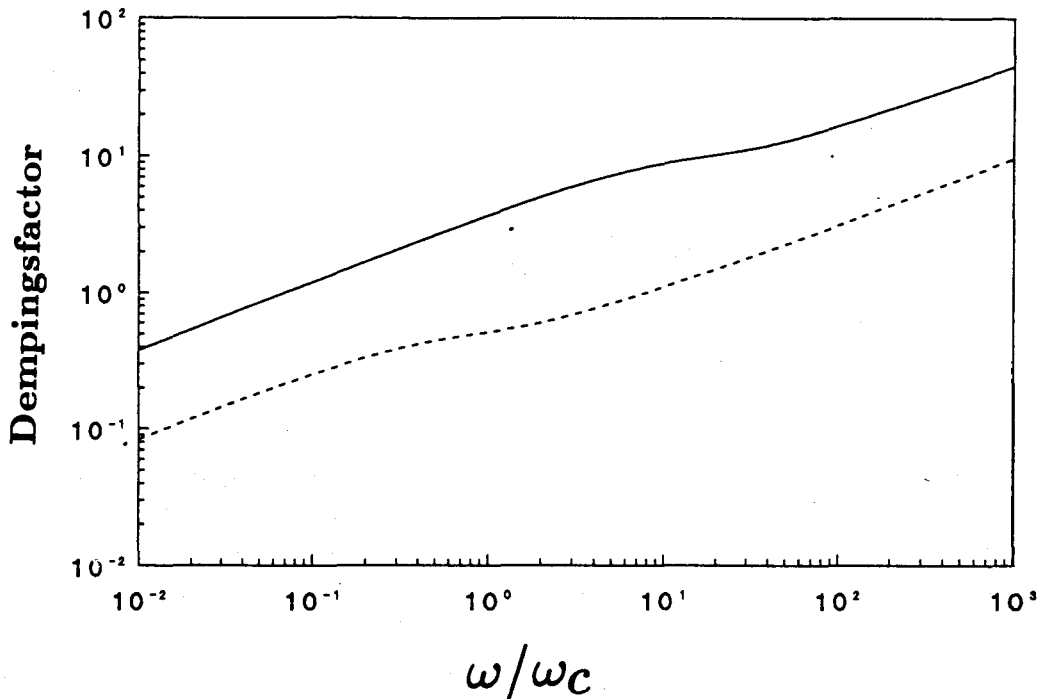
Na de invloed van de spleet is nu ook de invloed van de tortuositeit en de doorlatendheid op de golfvoortplanting kwalitatief afgeleid. In deze paragraaf wordt nu een vergelijking tussen de invloed van de spleet en de invloed van α en k_0 op de golfvoortplanting gemaakt. De aanwezigheid van de spleet leidt tot een verhoging van de hf-limiet van de voortplantingssnelheid van de tweede golf. Eenzelfde effect geeft de introductie van een effectieve



Figuur 5.4: Dimensieloze voortplantingssnelheid van de tweede golf als functie van ω/ω_c berekend bij $\alpha = 3,0$ (getrokken kromme) en $\alpha = 1,0$ (onderbroken kromme). Voor $\omega > \omega_c$ neemt de voortplantingssnelheid duidelijk toe indien α verlaagd wordt.



Figuur 5.5: Dimensieloze voortplantingssnelheid als functie van ω/ω_c berekend bij $k_0 = 5 D$ (getrokken kromme) en bij $k_0 = 100 D$ (onderbroken kromme). Voor $\omega/\omega_c < 1$ is bij verhoging van k_0 de voortplantingssnelheid duidelijk toegenomen.



Figuur 5.6: Dempingsfactor als functie van ω/ω_c berekend bij $k_0 = 5D$ (getrokken kromme) en $k_0 = 100D$ (onderbroken kromme). De dempingsfactor neemt voor het hele frequentiegebied af bij verhoging van de doorlatendheid.

tortuositeit ($\alpha_{eff} < \alpha$). Het is dan te verwachten dat bij alle kolommen de effectieve tortuositeit lager is dan de gemeten tortuositeit.

De aanwezigheid van de spleet leidt tevens tot een verlaging van de demping van de tweede golf over het totale dimensieloze frequentiegebied maar vooral bij frequenties $\omega < \omega_c$. Indien de doorlatendheid verhoogd wordt, wordt de demping eveneens verlaagd. Voor een kolom met een hoge kantelfrequentie zal de invloed van de spleet op de demping van de tweede golf van belang zijn. De door de spleet veroorzaakte verlaging van de demping kan door introductie van een hogere effectieve doorlatendheid met de Biot-theorie beschreven worden.

Voor de gelijkjnde zandkolom en de keramische kolom is voor de tortuositeit een effectieve waarde gevonden, die lager was dan de werkelijke waarde voor α , geheel volgens de voorspellingen. Omdat beide kolommen een lage kantelfrequentie hebben, is de invloed van de spleet op de demping gering.

Voor een correcte beschrijving van de drukverlopen die aan de zandsteenkolom gemeten zijn, is een effectieve doorlatendheid gevonden die aanmerkelijk groter is dan de werkelijke doorlatendheid. Ook dit kan kwalitatief worden verklaard uit de invloed van de spleet. De verhoging van de voortplantingssnelheid is voor de zandsteenkolom niet waargenomen.

5.7 Numerieke oplossing voor de dispersierelatie

Op het eind van paragraaf 5.2 is uitgelegd dat de dispersierelatie (5.25) door de aanname $\tanh z = z$ analytisch oplosbaar werd. Op dat moment was niet bekend of deze vereenvoudiging geoorloofd was. In deze paragraaf zal nu een numerieke oplossing voor (5.25) gegeven worden. Daarna volgen enige conclusies over de benadering van $\tanh z = z$.

De numerieke methode is gebaseerd op het variëren van $\text{Re}(k^2)$ rond een bepaalde waarde bij een vaste waarde voor $\text{Im}(k^2)$ en vooraf opgegeven frequentie. De best passende waarde voor k^2 wordt bepaald m.b.v. tekenwisselingen; een beschrijving van de methode wordt nu gegeven.

De vergelijking is eerst omgeschreven tot:

$$\frac{s}{q} = \frac{-k_m^2 \tanh(qd_g)}{\phi k_f^2 \tanh\left(\frac{D_k s}{2}\right)} \quad (5.32)$$

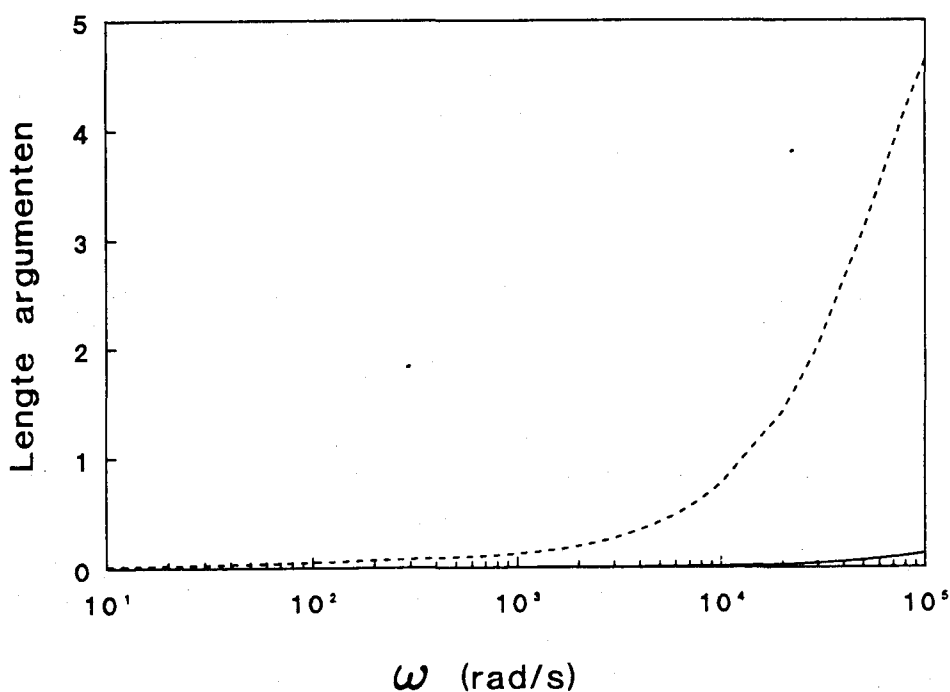
Indien bij variatie van $\text{Re}(k)$ en dus bij variatie van s en q het verschil tussen de reële delen van de linker- en rechterzijde van (5.32) een tekenwisseling vertoont, is de waarde voor k waarbij die tekenwisseling optreedt een mogelijke oplossing. Indien bij dit golfgetal tevens het verschil tussen de imaginaire delen een tekenwisseling laat zien, wordt deze waarde voor k beschouwd als een oplossing voor (5.32). Deze procedure is bij verschillende frequenties herhaald. Omdat $\tanh z$ een periodieke functie is, zijn er meerdere oplossingen voor k te vinden. Het golfgetal is complex, het vinden van het grondmode is dan ook een ingewikkelde zaak. Voor frequenties $\omega > 10^5$ rad/s zijn geen betrouwbare waarden voor k gevonden.

In fig. 5.7 zijn de groottes van de argumenten van de tangenshyperbolici uit (5.32) uitgezet tegen de frequentie.

Duidelijk te zien is dat $|qd_g| \ll 1$ voor $\omega \leq 10^5$. Het andere argument $(D_k s/2)$ is voor $\omega > 10^4$ rad/s groter dan één. Dit houdt in dat de vereenvoudiging $\tanh z = z$ voor deze frequenties een te sterke vereenvoudiging is. Door de numerieke oplossingen voor k te vergelijken met de oplossingen van de vereenvoudigde vergelijking (5.27) kunnen de door de vereenvoudiging geïntroduceerde afwijkingen bekeken worden.

In fig. 5.8 (a) en (b) staan zowel de imaginaire als de reële delen van beide oplossingen voor k . De reële delen van k zijn nagenoeg aan elkaar gelijk. Voor $\omega < 3,0 \cdot 10^4$ komen de imaginaire delen ook goed met elkaar overeen. Bij $\omega = 10^5$ rad/s is het verschil echter bijna 50%. Dit betekent dat de vereenvoudiging voor hoge frequenties aanleiding geeft tot een forse afwijking in de dempingsfactoren.

We kunnen concluderen dat de overeenkomst tussen de vereenvoudigde oplossing en de numerieke oplossing is voor frequenties $\omega < 3,0 \cdot 10^4$ rad/s goed is; voor hogere frequenties vertoont de dempingsfactor grote afwijkingen.



Figuur 5.7: $|qd_g|$ (getrokken curve) en $|sD_k/2|$ (onderbroken curve) als functie van de frequentie.

5.8 Discussie

In dit hoofdstuk is een aanzet gegeven tot een theorie waarmee golven beschreven kunnen worden die zowel door de spleet als de kolom lopen. De opgestelde vergelijkingen zijn opgelost met harmonische golven met een complexe dempingsfactor in de radiële richting. Hierbij is gebruik gemaakt van de vereenvoudiging $\tanh z = z$ in de dispersierelatie. Bovendien is alleen de grondmode van de vergelijking bekeken.

Indien met de opgestelde theorie de voortplantingssnelheid en de dempingsfactor voor de golven zowel met als zonder spleet berekend worden, blijkt de aanwezigheid van een spleet te leiden tot een hogere voortplantingssnelheid van de tweede golf. Verder leidt de spleet tot een een lagere dempingsfactor, vooral bij lage frequenties ($\omega < \omega_c$).

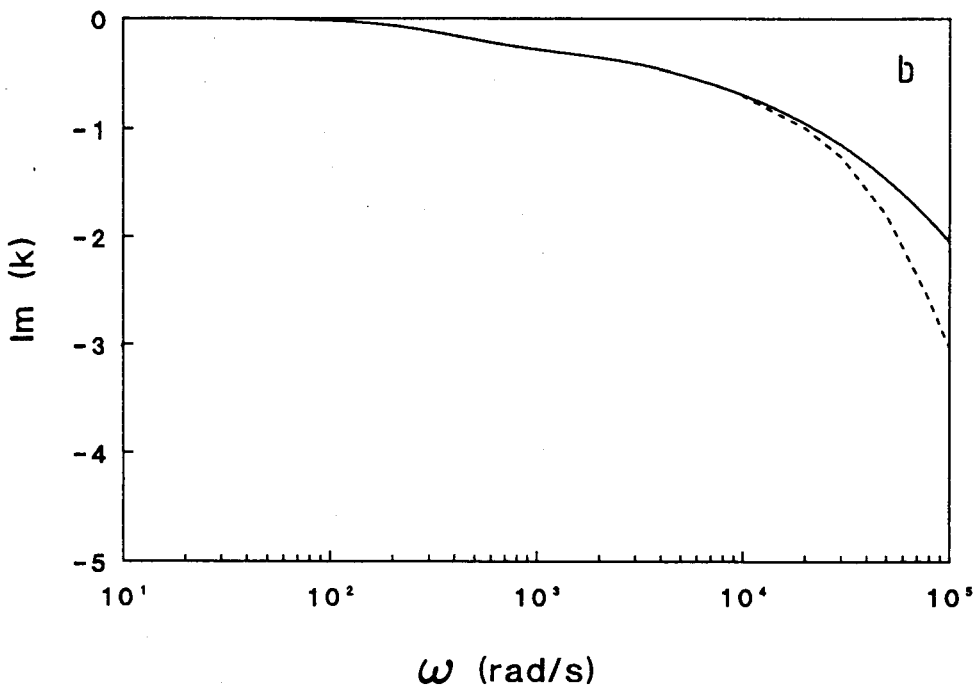
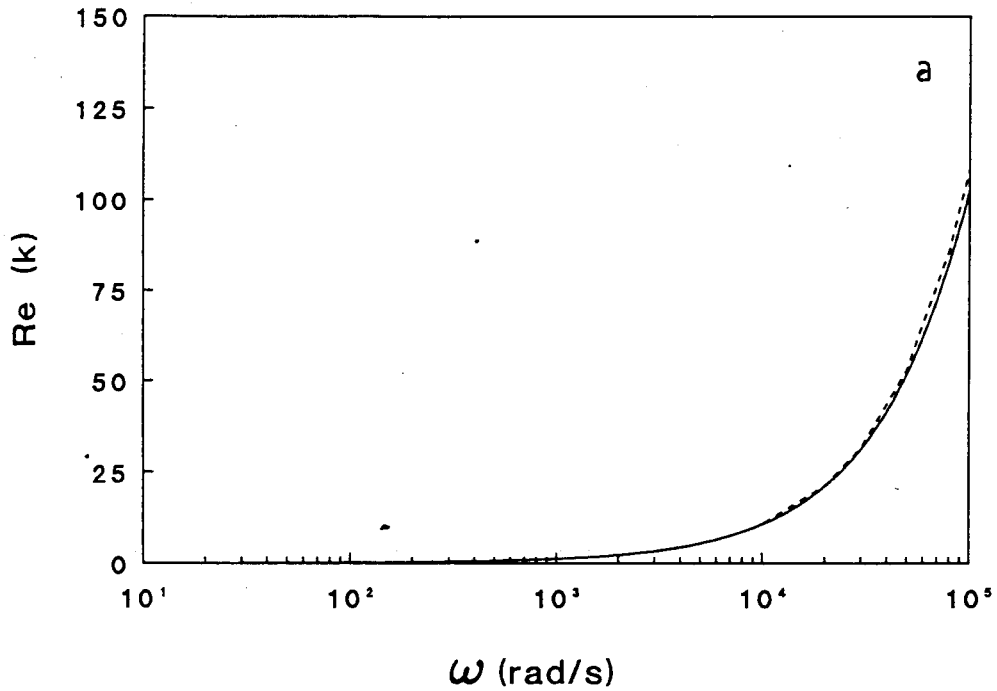
In de Biot-theorie zijn de zijdelingse bewegingen in rekening gebracht door het verlagen van de constrained modulus. Hiermee is de voortplantingssnelheid van de tweede Biotgolf berekend. De experimenteel bepaalde voortplantingssnelheid is voor voor de gelijkjnde zandkolom en de keramische kolom nu inderdaad groter dan de met de Biot-theorie berekende waarde. Voor de zandsteenkolom is dit echter niet het geval; de gemeten voortplantingssnelheid van de tweede golf is voor deze kolom gelijk aan de met de Biot-theorie berekende waarde.

Bij de zandsteenkolom is de experimenteel waargenomen demping van de tweede golf veel te klein in vergelijking met de demping die uit de Biot-theorie volgt. Bij de andere kolommen is geen opmerkelijk grote afwijking voor de demping waargenomen.

De op grond van het eenvoudige model verwachte invloed van de spleet op de golfvoortplanting is dus bij alle kolommen kwalitatief waargenomen. De verwachtingen die op dit model gebaseerd zijn, kunnen ook alleen maar kwalitatief zijn omdat de beweging van het skelet niet in dit model is opgenomen.

Waarom de verhoging van de voortplantingssnelheid van de tweede golf niet bij metingen aan de zandsteenkolom is waargenomen is onduidelijk. De afwezigheid van de verlaging van de dempingsfactor bij de gelijkde zand- en de keramische kolom wordt waarschijnlijk veroorzaakt door de lage kantelfrequentie van de kolommen.

Het is duidelijk dat de hier in aanzet beschreven theorie nog enige aanpassingen behoeft. Voor een meer volledig beeld moeten ook de hogere modes worden meegenomen. De randvoorwaarden aan de bovenkant van de kolom moeten daarbij goed worden beschreven. Voorts moet de vergelijking worden herschreven voor een cilindrische situatie. Verder moeten ook de bewegingen van het skelet in de beschrijving betrokken worden. Dit is een tamelijk zware opgave. Wellicht verdient het aanbeveling om de experimentele condities zodanig te wijzigen dat de golfvoortplanting eenvoudiger te beschrijven is.



Figuur 5.8: Reëel (a) en imaginair (b) deel van de numerieke oplossing (getrokken kromme) en de benaderde oplossing (onderbroken kromme) voor k . De reële delen van beide oplossingen komen goed met elkaar overeen. De imaginaire delen gaan voor olopende frequenties steeds verder uiteen. De berekeningen zijn uitgevoerd voor de gelijkjnde zandkolom.

Hoofdstuk 6

Conclusies

Golfexperimenten aan de nieuwe Bentheimer zandsteenkolom en de poolse keramische kolom zijn met behulp van de 1-dimensionale Biot-theorie geanalyseerd. De experimenten waarbij de poriën volledig met water gevuld zijn, tonen voor beide kolommen de 2-golvenstructuur zoals die door de 1-dimensionale Biot-theorie voorspeld is. De eerste Biotgolf gaat samen met een stapvormige drukverhoging. De tweede, langzamere, Biotgolf wordt gekarakteriseerd door een diffuse druktoename. Rekmetingen tonen aan dat de eerste Biotgolf gepaard gaat met een plotselinge toename van de effectieve korrelspanning in het skelet. De tweede golf wordt gekenmerkt door een bijna even grote relaxatie van de spanningen in het skelet. De experimenteel gevonden waarden voor de voortplantingssnelheden van de Biotgolven in het poreus materiaal, de reflectiecoëfficiënt en de drukverdeling over beide golven vertonen nog enige discrepanties met de Biot-theorie.

De voortplantingssnelheid van de eerste golf blijkt primair afhankelijk te zijn van de constrained modulus. Uit rekmetingen is gebleken dat het skelet omtreksrek vertoont. In de Biot-theorie zijn de zijdelingse verplaatsingen echter verwaarloosd. Hiermee is de theoretisch afwijkende waarde voor de voortplantingssnelheid van de eerste Biotgolf grotendeels te verklaren. Door een lagere effectieve waarde voor de constrained modulus aan te nemen, zijn de zijdelingse bewegingen in de Biot-theorie te verrekenen.

In het verleden waren reeds vermoedens gerezen dat de spleet tussen de kolom en de buiswand verantwoordelijk was voor de afwijkingen van de overige gemeten grootheden. Er is nu een model opgesteld dat vlakke 2-dimensionale golfvoortplanting door een star skelet beschrijft. In het model is de invloed van de spleet op de golfvoortplanting berekend. Uit het model blijkt dat de aanwezigheid van de spleet leidt tot een verhoging van de voortplantingssnelheid van de tweede Biotgolf. Tevens leidt de aanwezigheid van de spleet tot een verlaging van de demping van de tweede golf. Deze verlaging geldt vooral voor de lage frequenties en zal daarom vooral bij kolommen met een hoge kantelfrequentie zichtbaar zijn. Beide effecten zijn experimenteel waargenomen. Bij de Bentheimer zandsteenkolom is gebleken dat de demping van de tweede golf inderdaad veel minder sterk was als verwacht terwijl bij de gelijkde zandkolom en de keramische kolom een grotere voortplantingssnelheid voor de tweede golf gemeten dan met de Biot-theorie berekend was. Waarom bij de zandsteenkolom geen snelheidsverhoging geconstateerd is, is nog niet duidelijk.

Het is gebleken dat met gebruikmaking van een effectieve waarde voor de tortuositeit of de doorlatendheid de experimenteel bepaalde drukverlopen bevredigend door de Biot-theorie beschreven konden worden. De voortplantingssnelheid van tweede golf is sterk afhankelijk van α . Effectieve waarden voor de tortuositeit zijn gebruikt bij de beschrijving van de metingen aan de gelijkde zandkolom en de keramische kolom. De waarde van k_0 is sterk verbonden met de dempingsfactor van de tweede golf. Voor de zandsteenkolom is daarom bij de theoretische beschrijving van de drukverloop een effectieve doorlatendheid gebruikt. Daarnaast is getracht de invloed van luchtbellens in de porievloeistof op de golfvoortplanting te bepalen voor de zandsteenkolom. Door water dat oververzadigd met lucht was onder druk in de kolom te pompen, is getracht een homogene belverdeling in de Bentheimer zandsteenkolom aan te brengen. Door diffusieprocessen gaan de bellen groeien. Om nog onduidelijke redenen is het niet gelukt een homogene verdeling te creëren. Golfexperimenten hebben wel de aanwezigheid van de luchtbellens aangetoond. Oscillaties in het drukverloop zijn ook waargenomen; de amplitude was echter veel kleiner dan op grond van theorie verwacht werd.

Referenties

- [BEC.91] Beckers, M. (1991): De dynamische permeabiliteit van een poreus medium: een experimentele studie, verslag R-111-S, TU Eindhoven.
- [BIO.56a] Biot, M.A. (1956): Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid, Part I: low frequency range, *J. Acoust. Soc. Am.* 28(2), pp. 168-178.
- [BIO.56b] Biot, M.A. (1956): Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid, Part II: higher frequency range, *J. Acoust. Soc. Am.* 28(2), pp. 178-191.
- [BRO.80] Brown, R.J.S. (1980): Connection between formation factor for electrical resistivity and fluid-solid coupling factor in Biot's equations for acoustic waves in fluid-filled porous media, *Geophysics* 45 (8), pp. 1269-1275.
- [CAS.88] Castenmiller, T. (1988): De vorming, groei en stabiliteit van luchtbellen in een poreuze zandkolom, verslag R-911-S, TU Eindhoven.
- [CHE.90] Chervas, J. (1990): Stretching the point, *Science* 247, p. 630.
- [CUY.86] Cuypers, J. (1986): Bepaling van elastische en doorlatendheidseigenschappen van poreuze media, verslag R-809-S, TU Eindhoven.
- [DIJK.90] Dijk, P.W.A. (1990): Porositeit, permeabiliteit saturatie en een nieuw belgroei-model, verslag R-1057-S, TU Eindhoven.
- [DON.87] Dontsov, V.E., Kuznetsov, V.V., Nakoryakov, V.E. (1987): Pressure waves in a porous medium saturated with a gassy fluid, *Mekhanika Zhidkosti i Gaza* 4, pp. 85-92.
- [DUN.86] Dunn, K.J. (1986): Acoustic attenuation in fluid saturated-porous cylinders at low frequencies, *J Acoust. Soc. Am.* 79, pp. 1709-1721.
- [EGG.91] Eggels, R.L.G.M. (1991): Dynamische Permeabiliteit, verslag R-1113-A, TU Eindhoven.

- [EIJK.86] Eijkman, P.F.W. (1986): Twee dimensionale effecten bij golfvoortplanting van een drukstap in een poreuze kolom, verslag R-802-A, TU Eindhoven.
- [ENG.85] Engbers, P.M.G. (1985): Een Fast-Fourier analyse van golfvoortplanting in met water verzadigde poreuze media, verslag R-711-S, TU Eindhoven.
- [GRI.87] Grinten, J.G.M. van der (1987): An experimental Study of Shock-induced wave propagation in dry, water-saturated en partically saturated porous media, proefschrift, TU Eindhoven.
- [HEU.89] Heuvel, E. van den (1989): Een interferometrische meetmethode ter bepaling van de compressibiliteit van een poreus materiaal, verslag R-986-S, TU Eindhoven.
- [HEU.91] Heuvel, M.H.J.P. van den (1991): Golfvoortplanting en akoestische demping in gedeeltelijk verzadigde poreuze media, verslag R-1112-A, TU Eindhoven.
- [HOR.83] Horijon, J.L. (1983): De compressibiliteit van een water-lucht mengsel in een poreus medium, verslag R-606-S, TU Eindhoven.
- [JAN.85] Janssens, M.F.M. (1985): Een programma voor het gebruik van snelle adc's als een meer-kanaals transientrecorder, verslag R-702-S, TU Eindhoven.
- [JEN.86] Jenneskens, T.J.J.M. (1985): Statische elasticiteitsmetingen aan poreuze media, verslag R-700-S, TU Eindhoven.
- [LAN.75] Landau, L.D., Lifschitz, E.M. (1975): Lehrbuch der theoretischen Physik, Akademie-Verlag, Berlin.
- [LEN.87] Lenczowski, S.K.J. (1987): Golfvoortplanting in en reflectie aan een met lucht gevulde poreuze kolom, verslag R-848-S, TU Eindhoven.
- [OWC.64] Owczarek, J.A. (1964): Fundamentals of gasdynamics, International Textbook Company, Scranton, Pennsylvania.
- [ROS.90] Rosette, J.P.M. de la (1990): Golfvoortplantingen en dempingsmechanismen in partieel verzadigde poreuze media, verslag R-1079-A, TU Eindhoven.
- [SME.92] Smeulders, D.M.J. (1992): On wave propagation in saturated and partially saturated porous media, proefschrift, TU Eindhoven.
- [STO.92] Stouthart, J.C., Schwarz, A.D. (1992): mondelinge mededeling, TU Eindhoven.
- [WIT.86] Wit, M.S. de (1986): Dichtheidsmetingen met behulp van een γ -transmissie-scanner, verslag R-796-S, TU Eindhoven.
- [ZAN.87] Zanden, A.J.J. van der (1988): Voortplanting van ultrageluid in met water verzadigde gesinterde glaskorrels, verslag R-922-A, TU Eindhoven.

Appendix A

De Biot-vergelijkingen

De door Biot opgestelde golfvergelijkingen voor longitudinale golven die door een poreus materiaal lopen, zijn:

$$\nabla^2 ((A + 2N)e + Q\epsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11}e + \rho_{12}\epsilon) + bF \frac{\partial}{\partial t} (e - \epsilon) \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla^2 (Qe + R\epsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12}e + \rho_{22}\epsilon) - bF \frac{\partial}{\partial t} (e - \epsilon) \quad (\text{A.2})$$

In (A.1) en (A.2) zijn A , N , Q en R materiaalconstanten. A en N zijn de Lamé-coëfficiënten. N is de glijdingsmodulus. Deze coëfficiënten zijn afkomstig uit de elasticiteitsleer en worden beschreven in [EIJK.86]. e en ϵ zijn achtereenvolgens de rek in het skelet en de vloeistof. De massacoëfficiënten zijn gedefinieerd als:

$$\rho_{11} = (1 - \phi)\rho_s - (1 - \alpha)\phi\rho_f \quad (\text{A.3})$$

$$\rho_{22} = \alpha\phi\rho_f \quad (\text{A.4})$$

$$\rho_{12} = (1 - \alpha)\phi\rho_f \quad (\text{A.5})$$

Voor 1-dimensionale situaties geldt (zie [GRI.87]):

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial z} \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{A.7})$$

Invullen van harmonische oplossingen voor e en ϵ geeft de dispersierelatie:

$$\frac{k^2}{\omega^2} = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4(PR - Q^2)C}}{2(PR - Q^2)} \quad (\text{A.8})$$

waarbij

$$B = P\rho_{22} + R\rho_{11} - 2Q\rho_{12} + \frac{ibF}{\omega}(P + R + 2Q) \quad (\text{A.9})$$

$$C = \rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2 - \frac{ibF}{\omega}(\rho_{11} + \rho_{22} + 2\rho_{12}) \quad (\text{A.10})$$

Verder is de constante P gelijk aan $A + 2N$.

Door Dunn is het verband afgeleid tussen de materiaalconstanten P , Q en R en diverse compressiemoduli [DUN.86]. Indien het poreus medium isotroop is en het korrelmateriaal incompressibel veronderstelt mag worden, worden de materiaalconstanten gelijk aan:

$$P = \frac{1 - \phi^2}{\phi} K_f + K_p \quad (\text{A.11})$$

$$Q = (1 - \phi) K_f \quad (\text{A.12})$$

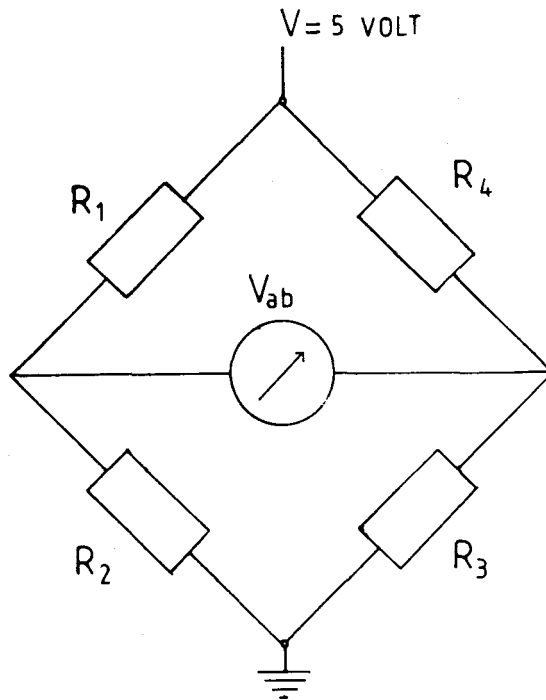
$$R = \phi K_f \quad (\text{A.13})$$

Een beschrijving voor de golfvoortplanting in het poreuze materiaal wordt gegeven door de dispersierelatie, de spanning-rek betrekkingen (zie [ROS.90]) en de randvoorwaarde voor de spanning aan de bovenkant van de kolom (zie paragraaf 2.6). De vergelijkingen (2.39) en (2.40) worden dan opnieuw gevonden.

Appendix B

Aansluiting rekstroken

Een rekstrokenpaar (R_1, R_3) is aangesloten op een Wheatstonebrug, samen met twee compensatierekstroken (R_2, R_4). De compensatierekstroken die buiten de buis op een plaat gemonteerd zijn. Op deze manier wordt de invloed van de temperatuur voor zover die binnen en buiten de buis ongelijk is, door deze stroken gecompenseerd (zie fig. B.1).



Figuur B.1: Schematische weergave van de Wheatstonebrug. R_1 en R_3 zijn de weerstanden van de rekstroken op de kolom, R_2 en R_4 zijn de weerstanden van de compensatierekstroken.

Het spanningsverschil V_{ab} is een maat voor de rek. Hiervoor geldt:

$$V_{ab} = V \frac{R_4 R_2 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \quad (\text{B.1})$$

V is de spanning die over de brug staat (5 Volt). Omdat de weerstanden van de rekstroken ongeveer gelijk zijn ($350 \Omega \pm 0,4\%$, gegevens fabrikant), volgt na invullen van $R_1 = R_3 = R + \delta R$, $R_2 = R_4 = R$ de onderstaande uitdrukking voor V_{ab} :

$$V_{ab} = -V \frac{\delta R}{2R} \quad (\text{B.2})$$

δR is de variatie in R die optreedt bij rek of krimp.

De fabrikant geeft als ijkfactor voor de rekstrookjes: $k_{ijk} = 2,07 \pm 0,5\%$. Voor de rek geldt dan:

$$\epsilon = \frac{\delta R}{kR} = \frac{2V_{ab}}{kV} \quad (\text{B.3})$$

Appendix C

Eigenschappen van de poreuze kolommen

eigenschap	symbool	waarde zandsteenkolom	waarde keramische kolom
lengte kolom	l (mm)	1101 ± 1	1202 ± 1
diameter kolom	D_k (mm)	$75 \pm 0,5$	$70 \pm 0,5$
gemiddelde korreldiameter	d_{50} (mm)	$0,5 \pm 0,1$	$0,4 \pm 0,1$
dichtheid korrelmateriaal	ρ_s (kg/m ³)	2650 ± 50	2420 ± 50
porositeit	ϕ	$0,23 \pm 0,02$	$0,49 \pm 0,02$
doorlatendheid	k_0 (10 ⁻¹² m ²)	$2,4 \pm 0,3$	355 ± 20
elasticiteitsmodulus	E (GPa)	$13,4 \pm 0,2$	$3,0 \pm 0,1$
constrained modulus	K_p (GPa)	$14,7 \pm 0,2$	$3,27 \pm 0,03$
tortuositeit	α	$2,4 \pm 0,2$	$1,4 \pm 0,1$

Tabel C.1: Eigenschappen van de zandsteenkolom en de keramische kolom. De eigenschappen van de gelijmde zand kolom staan vermeld in het proefschrift van Van der Grinten [GRI87].