

## MASTER

### Een onderzoek naar de berekeningsmethode voor radioverbindingen met behulp van troposferische verstrooiing

Verkroost, G.

*Award date:*  
1965

[Link to publication](#)

#### **Disclaimer**

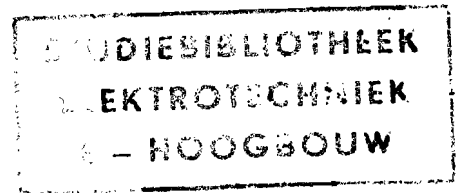
This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

#### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

TECHNISCHE HOGESCHOOL EINDHOVEN  
AFDELING DER ELEKTROTECHNIEK  
RADIOLABORATORIUM.



Verslag van het afstudeerwerk, verricht  
in de groep Radiosystemen van Prof.ir.  
B. van Dijl.

Een onderzoek naar de berekeningsmethode  
voor radioverbindingen met behulp van  
troposferische verstrooiing,  
door: G. Verkroost.

## 2. HET PROPAGATIEMEDIUM

De eenvoudigste manier om de voorplanting van radiogolven in de atmosfeer te beschrijven, is de voortplanting te beschouwen rond een bolvormige aarde omgeven door een homogene atmosfeer. De brekingsindex voor elektromagnetische golven neemt in deze atmosfeer geleidelijk met de hoogte af. Door het optreden van grondgolven tengevolge van de van de hoogte afhankelijke brekingsindex, bestaat de mogelijkheid tot propagatie achter de horizon, waarbij een verzwakking optreedt die sterk met de afstand toeneemt. Voor zeer lange golven blijkt dit model de werkelijkheid goed weer te geven.

Wanneer kortere golven (golflengte tussen 10 en 300 m) worden gebruikt gaat de ionosfeer de radiogolven reflecteren. Hierdoor zijn dan radioverbindingen over lange afstand mogelijk. Voor radiogolven met frequenties hoger dan ca. 50 MHz (VHF en UHF band) wordt de ionosfeer vrijwel doorzichtig zodat deze geen bijdrage meer levert aan propagatie achter de horizon.

Zo lijkt het dat de grens van radioverbindingen, die in de VHF en UHF band werken, door de radiohorizon wordt gevormd. Bij metingen die in 1945 in de Caraïbische Zee zijn uitgevoerd zijn voor het eerst de achter de horizon van een UHF radiozender onverwacht hoge veldsterkten gemeten. Het bleek duidelijk dat deze hoge veldsterkte niet veroorzaakt werd door "duct"vorming in de troposfeer. Daar de gemeten veldsterkte hevige fluctuaties (fading) vertoonde werd aangenomen dat de propagatie hier een gevolg was van verstrooiing van de radiogolven in de troposfeer. Verdere onderzoekingen hebben deze veronderstelling waargemaakt. Deze verstrooiing wordt veroorzaakt door het niet homogeen zijn van de atmosfeer, waardoor de brekingsindex een niet homogeen karakter heeft. De gemiddelde waarde van de brekingsindex vertoont wel een zekere horizontale homogeniteit, maar plaatselijk zal op een bepaalde hoogte de waarde van deze index variaties rond dit gemiddelde vertonen. Deze inhomogeniteit wordt veroorzaakt door de turbulente beweging van de lucht. Turbulentie kan in vloeistoffen of gassen optreden, wanneer er een zekere thermische instabiliteit aanwezig is in dit medium. De verwarming door de zon en de afkoeling door uitstraling veroorzaken verticale stromingen in de lucht. De lucht is door wind ook in horizontale beweging en zo ontstaat een ingewikkeld bewegings-

patroon. Er zijn hierbij twee mechanismen te onderscheiden, die inhomogeniteiten veroorzaken n.l. een laminaire en een turbulente stroming. In de atmosfeer zullen zones met deze typen stromingen naast elkaar voorkomen. De laminaire stroming geeft aanleiding tot de vorming van vrij stabiele lagen. Het oppervlak van deze lagen is grillig gevormd door de aangrenzende turbulente stroming. Fig. 2-1 geeft een schets van de grens tussen de

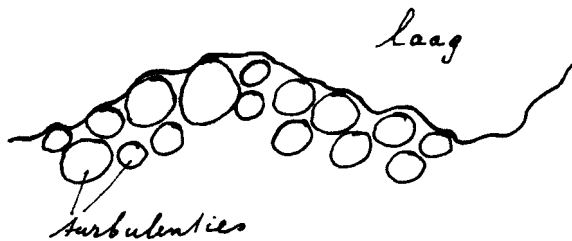


fig. 2-1

laminaire en turbulente stroming.

De wervelingen hebben een diameter tussen enkele millimeters honderd meter. De lagen vertonen onregelmatigheden met een diepte van de orde van één meter en een diameter van

gemiddeld tien meter. Voor de propagatie van radiogolven is het van belang dat in de lagen en wervels een variërende brekingsindex optreedt. Dit wordt veroorzaakt door een in deze lagen en wervels van de omgeving verschillende waterdampdruk en temperatuur.

Er zijn dus twee mechanismen te onderscheiden, die bijdragen tot verstrooiing van de radiogolven:

a) Verstrooiing door turbulenties. Zo'n turbulentie doet zich op een bepaald moment voor als een "bel" waarin de brekingsindex afwijkt van die van zijn omgeving. Door breking van de radiogolven geeft zo'n bel een verstrooiing van de golf in alle richtingen. (fig. 2-2)

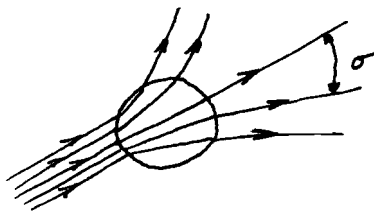


fig. 2-2

Het verstrooide vermogen zal evenredig zijn met de discontinuïteit, die de brekingsindex in de bel vertoont.

Het invallende vermogen zal nu door elke "bel" met een zeker richtingsdiagram worden

verstrooid, waarbij geldt dat het grootste deel van het verstrooide vermogen in richtingen met een kleine verstrooiingshoek -  $\sigma$  - verdwijnt. Daar vele turbulenties gelijktijdig meewerken aan de verstrooiing in een richting  $\sigma$  zal het vermogen, dat in deze richting uitgestraald wordt gemiddeld de som zijn van de vermogens die elke "bel" in deze richting uitstraalt. Dit

laatste geldt daar alle stralende bronnen (turbulenties) fase-incoherent zijn.

b) Reflectie tegen grillig gevormde lagen met willekeurige positie. Deze lagen zijn de eerdergenoemde lagen van laminaire stroming. (fig. 2-1). Ieder oppervlakteelement reflecteert een gedeelte van de invallende golf in een bepaalde richting. Zo ontstaat een diffuse reflectie, evenredig met de discontinuïteit in de brekingindex. Gemiddeld zal de afstand tussen de reflectoren die in een bepaalde richting stralen weer groot zijn t.o.v. de golflengte zodat ook hier de reflectie weer beschouwd kan worden als straling van vele incoherente bronnen.

Door gebruik te maken van de verstrooiing die optreedt voor de radiogolven, is het mogelijk gebleken een betrouwbare telecommunicatieverbinding op te bouwen over afstanden tot ca. 500 km., dus tot ver achter de horizon. In fig. is de opbouw

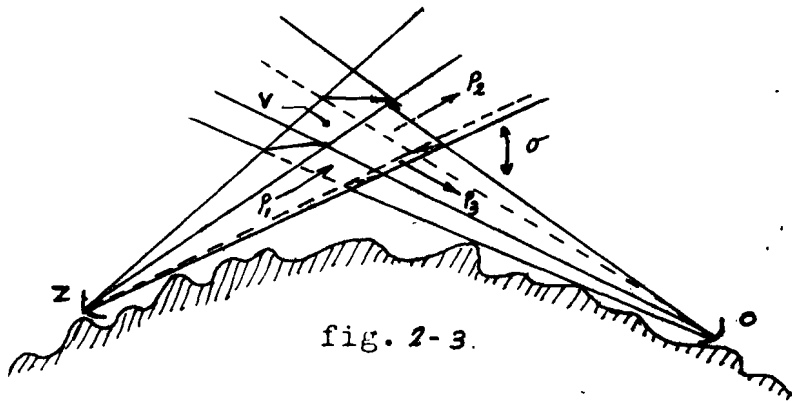


fig. 2-3.

van een dergelijke verbinding geschetst. Door de zender -Z- wordt het vermogen  $P_1$  in de antennebundel uitgestraald. De antennebundel van zender en ontvanger snijden elkaar en vormen een zogenaamd verstrooiingsvolume -V-. Het grootste gedeelte van het vermogen  $P_1$  zal als  $P_2$  in de ruimte verdwijnen, doch een klein gedeelte van het vermogen zal verstrooid worden. Uit het gemeenschappelijk volume zal ook een zeker vermogen  $P_3$  in de richting van de ontvanger gestraald worden. De hoek die de beide antennebundels maken wordt de verstrooiingshoek ( $\sigma$ ) genoemd. De verhouding tussen het in het verstrooiingsvolume ingestraalde vermogen ( $P_1$ ) en het in de richting - $\sigma$ - naar de ontvanger uitgestraalde vermogen ( $P_3$ ) noemen we het verstrooiingsverlies,  $l_v$ .

Dit verstrooiingsverlies,  $l_v$ , is een bepalende factor voor de kwaliteit van de verbinding en het is dan ook van belang de grootte ervan zo nauwkeurig mogelijk te kennen. Ondanks de vele

theoretische onderzoeken die zijn verricht om de grootte van dit verlies te bepalen met behulp van het model van het verstrooiend mechanisme dat in het voorgaande besproken is, is nog steeds niet mogelijk dit verlies rechtstreeks te berekenen. Wel zijn resultaten bekend van vele metingen en deze zullen in het vervolg van dit rapport worden besproken en gebruikt ter berekening van de communicatie-eigenschappen.

### 3. De snelle fading.

#### 3.1 De fading

Een signaal dat uit het verstrooiingsvolume wordt ontvangen, wordt gevormd door componenten uit vele punten van dit volume. Deze componenten hebben allen een verschillende amplitude en door verschillen in afgelegde weg ook een willekeurige fase. Door voortdurende beweging van de verstrooiingsbronnen in het volume verandert deze fase voortdurend. Het is bekend dat, wanneer een signaal de som is van diverse componenten, waarvan er geen overheerst en waarvan de fase uniform verdeeld is over de waarden tussen 0 en  $2\pi$ , de amplitude van dit signaal een stochastische variabele is, die voldoet aan een Rayleighverdeling. Zij  $x$  de momentele waarde van de amplitude van het ingangssignaal, dan wordt zijn frequentie-functie gegeven door:

$$(3-1) \quad \begin{aligned} f(x) &= \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2} && \text{voor } x > 0 \\ f(x) &= 0 && \text{voor } x < 0 \end{aligned}$$

( $\sigma$  geeft de spreiding aan)

De fluctuatie van het ingangssignaal die op deze manier ontstaat wordt de "Rayleighfading" of de "snelle fading" genoemd. Deze fading wordt dus veroorzaakt door de voortdurende plaatsverandering van de bronnen in het verstrooiingsvolume, en de hieruit volgende fazeverandering van signaalcomponenten. De snelheid van de fazeverandering van iedere component zal evenredig zijn met de afstand in golflengten die zijn bron per seconde aflegt, dus met  $\frac{v}{\lambda}$  ( $v$  is de snelheid van de bron en  $\lambda$  de golflengte) Wanneer  $\bar{v}$  het gemiddelde van de scalaire snelheden der verstrooiingsbronnen aangeeft is het dus eenvoudig in te zien dat de fading-snelheid een stijgende functie van  $\frac{\bar{v}}{\lambda}$  is. Hieruit volgt dat de fadingsnelheid, dus het aantal fluctuaties per tijdseenheid, met de radiofrequentie zal toenemen.

Zo zal de fadingfrequentie wanneer met een frequentie van 400 MHz en met een van 3000 MHz gewerkt wordt, van de orde van 10 per minuut respectievelijk 100 per minuut zijn.

### 3-2 Diversity ontvangst

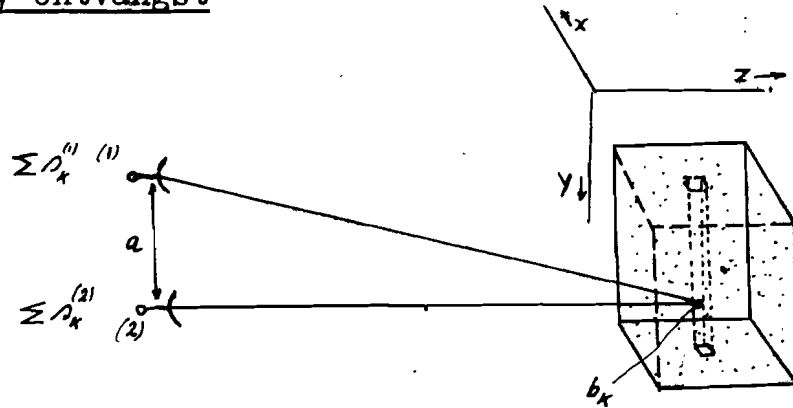


fig. 3-1.

Bij ontvangst met behulp van ruimtelijke diversity worden enkele antennes, die op een zekere afstand van elkaar geplaatst zijn op het verstrooiingsvolume gericht. Vereenvoudigd stellen we ons het verstrooiingsvolume voor als een rechthoekige blok gevuld met  $n$  stralende bronnen  $b_k$  van gelijke frequentie en willekeurige faze. Bron  $b_k$  zal in antenne -1- de signaalcomponent  $s_k^{(1)}$  en in antenne -2- de signaalcomponent  $s_k^{(2)}$  induceren. (zie fig. 3-1).

Voor deze componenten geldt:

$$(3-2) \quad \begin{aligned} \rho_k^{(1)}(t) &= \hat{\rho}_k \sin(\omega_c t + \alpha_k) \\ \rho_k^{(2)}(t) &= \hat{\rho}_k \sin(\omega_c t + \alpha_k + \beta_k) \end{aligned}$$

$\alpha_k$  is uniform verdeeld tussen 0 en  $2\pi$  en stelt de willekeurige faze van bron  $b_k$  voor.

$\beta_k$  wordt veroorzaakt door het wegverschil van de bron naar antenne -1- en antenne -2-.

De antennes zullen de volgende signalen afgeven:

$$\begin{aligned} \rho_1(t) &= \sum_i^n \rho_i^{(1)}(t) = \sum_i^n \hat{\rho}_i \sin(\omega_c t + \alpha_i) \\ \rho_2(t) &= \sum_i^n \rho_i^{(2)}(t) = \sum_i^n \hat{\rho}_i \sin(\omega_c t + \alpha_i + \beta_i) \end{aligned}$$

Door de uniforme verdeling van  $\alpha_k = \alpha_k(t)$  zullen beide signaal-amplituden volgens een Rayleighverdeling fluctueren. Wanneer nu  $\beta_k$  alle waarden tussen 0 en  $2\pi$  willekeurig kan aannemen zijn de fazen van de componenten van  $\rho_1(t)$  en  $\rho_2(t)$  ongecorrleerd en de amplituden van de beide signalen zullen ongecorrleerd fluctueren. Anders gezegd: Bij gegeven  $\hat{\rho}_k$  wordt de amplitude van het somsignaal bepaald door de fazeconstellatie van de componenten,

waardoor de componenten elkaar in zekere mate kunnen versterken of tegenwerken. Wanneer we van deze componenten de fazen willekeurig veranderen zal dus ook de amplitude van somsignaal willekeurig veranderen. Dus de amplituden van  $\nu_1(t)$  en  $\nu_2(t)$  zullen onafhankelijk van elkaar (ongecorreleerd) zijn.

In fig. 3-1, is te zien dat  $\beta_x$  afhankelijk is van de plaats van bron  $b_x$ . De grootte van  $\beta_x$  wordt ook bepaald door de afstand tussen antenne en bron. Om te komen tot ongecorreleerde signaalamplituden in antenne (1) en (2) worden de antennes op een afstand  $a$  van elkaar geplaatst. Deze afstand mag natuurlijk niet te klein genomen worden. In het volgende zullen we daarom nagaan hoe groot deze afstand minstens genomen moet worden. Wanneer de antennes (2) en (1) dezelfde  $x$  en  $z$  coördinaten hebben (zie fig. 3-1) is de  $y$  coördinaat van bron  $b_x$  voornamelijk bepalend voor de fazeverschuiving  $\beta_x$ . Daarom splitsen we het verstrooivolume in repen in de  $y$  richting met kleine breedten  $\Delta x$  en  $\Delta z$ , en we gaan de fazeverschuiving  $\beta_x$  bekijken, die optreedt door de wegverschillen van bron tot de antennes. In fig. 3-2 zijn daarom zo'n reep gevuld met radiobronnen  $b_x$ , en de twee antennes getekend. We stellen dat de beide antennes identiek zijn.

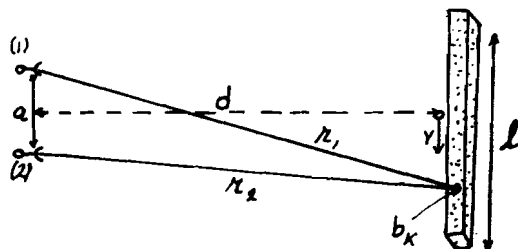


fig. 3-2.

De langte,  $l$ , van deze reep uit het verstrooivolume wordt bepaald door de afmetingen van de antennebundel die dit volume begrensd. We stellen nu dat dit volume begrensd wordt door de kegel van  $3dB$  punten van het antenne-diagram. Wanneer de antennehoek  $\theta_{3dB}$  in radialen wordt uitgedrukt geldt dus:

$$l \approx 2 \theta_{3dB} d$$

Bij deze benadering en ook bij de hierna volgende wordt gesteld:  $l \ll d$  en  $a \ll d$ .

Wanneer  $y$  de coördinaat van bron  $b_x$  is, geldt:

$$\left(y + \frac{a}{2}\right)^2 + d^2 = r_1^2$$

$$\left(y - \frac{a}{2}\right)^2 + d^2 = r_2^2$$

$$\frac{\left(y + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(y - \frac{a}{2}\right)^2}{2} = \frac{r_1^2 - r_2^2}{2}$$



$$\text{dus } 2ay = (\kappa_1^2 - \kappa_2^2) = (\kappa_1 - \kappa_2)(\kappa_1 + \kappa_2)$$

Met  $\kappa_1 + \kappa_2 \approx 2d$  volgt:

$$ay \approx (\kappa_1 - \kappa_2)d$$

$$\text{of: } \kappa_1 - \kappa_2 = \frac{ay}{d}$$

Bron  $b_k$  zendt een golf uit met golflengte  $\lambda$ , dan zal het fazeverschil,  $\beta_k$ , tussen de in antenne (1) en (2) geïnduceerde signalen gelijk zijn aan:

$$(3-3) \beta_k = 2\pi \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{\lambda} = 2\pi \frac{ay}{\lambda d}$$

In het voorgaande is gesteld dat amplitude-ongecorreleerde signalen in antenne (1) en (2) ontstaan wanneer  $\beta_k$  afhankelijk van de plaats van bron minstens alle waarden tussen 0 en  $2\pi$  (of  $-\pi$  en  $+\pi$ ) kan aannemen. Bij gegeven antennehoek  $\theta_{3dB}$  en afstand,  $d$ , tot het verstrooiingsvolume hoort een bepaalde antenneafstand  $a_m$  waarmede juist aan deze voorwaarde voldaan wordt. Deze afstand  $a_m$  noemen we de diversity afstand.

De extreme waarden voor  $\beta_k$  worden bereikt voor  $y = \frac{d}{2}$  en  $y = -\frac{d}{2}$ , en worden gegeven door:

$$\beta_k (y = \frac{d}{2}) = 2\pi \frac{a}{\lambda d} \cdot d \theta_{3dB} = 2\pi \frac{a \theta_{3dB}}{\lambda}$$

$$\beta_k (y = -\frac{d}{2}) = -2\pi \frac{a \theta_{3dB}}{\lambda}$$

We vinden de afstand  $a_m$  door  $\beta_k (y = \frac{d}{2}) = \pi$  en  $\beta_k (y = -\frac{d}{2}) = -\pi$  te stellen en dus:

$$(3-4) \quad \boxed{\frac{a_m}{\lambda} = \frac{1}{2 \theta_{3dB}}} \quad \theta_{3dB} \text{ in radialen.}$$

In de voorgaande afleiding is uitgegaan van een sterk vereenvoudigd model van de propagatie.

(Het antennediagram is b.v. vereenvoudigd tot een constant diagram binnen de 3dB punten en de antenne diameter, is verwaarloosd). Toch geeft formule (3-4) een goede benadering van de benodigde diversity afstand en geeft een indruk van de belangrijke parameters.

In het voorgaande is de toepassing van de zogenaamde

ruimtelijk diversity aangeduid. Een andere methode van diversity is de frequentiediversity, waarbij dezelfde informatie over b.v. twee frequenties wordt uitgezonden. Beide frequenties zullen aan de ingang van de respectievelijke ontvangers, weer met fluctuerende signaalamplitudes ontvangen worden. Doordat, ten gevolge van een niet te klein frequentieverschil, de verstrooiende bronnen hier volkomen anders samengestelde signaalcomponenten in de antennes induceren zullen de amplitudefluctuaties aan de ingang van de twee ontvangers ongecorreleerd zijn voor beide frequenties. Wanneer beide zenders met een frequentieverschil van 15 MHz werken blijken de ontvangen amplituden reeds ongecorreleerd te zijn. Wanneer gelijktijdig ruimtelijke en frequentie-diversity wordt toegepast, is het mogelijk met twee antennes en vier ontvangers viervoudige diversity te verkrijgen.

Onafhankelijk van de manier waarop de diversity wordt verkregen zal in het hierna volgende onderzocht worden wat de kwantitatieve eigenschappen van diversity verbindingen zijn.

### 3-3 Optimale verhouding combinatie

In formule (3-5) wordt gegeven dat de momentele waarde,  $x$ , van het ingangssignaal van een verstrooiingsverbinding stochastisch fluctueert volgens de frequentiefunctie:

$$(3-5) \quad f(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2} \quad \text{voor } x > 0$$

$$\text{en } f(x) = 0 \quad \text{voor } x < 0$$

$\sigma$  is de standaarddeviatie.

Zoals uit het vervolg van dit verslag zal blijken zal de signaal ook nog langzaam variëren door de veranderende fysische grootheden in het verstrooiende volume. Hierdoor zal wanneer we over lange tijd meten, het signaal stochastisch niet meer door een Rayleighverdeling beschreven kunnen worden. Het blijkt dat wanneer steeds gedurende een minuut wordt gemeten de langzame variatie geen invloed op de verdeling uitoefent. De Rayleighverdeling wordt door slechts één grootte gekarakteriseerd. (b.v. door de mediane waarde). Dus kunnen we stellen dat de signaalvariatiën gedurende elke minuut door een Rayleighverdeling worden beschreven, waarbij echter de mediane waarde iedere minuut een andere

waarde zal aannemen. De waarde die deze mediane waarde iedere minuut kan aannemen zal later in dit rapport nader worden bepaald.

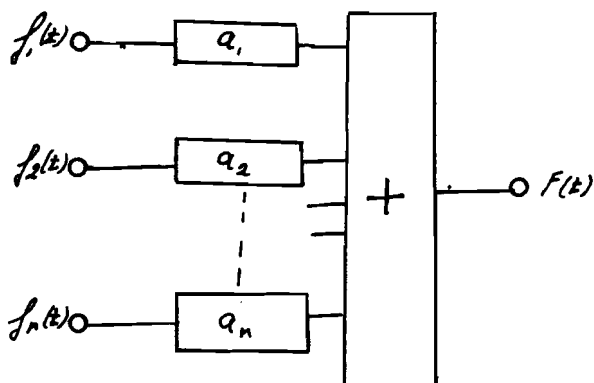


fig. 3-3.

In fig. 3-3 is schematisch de combineerschakeling van een ontvanger met n-voudige diversity weergegeven.

$f_i(t)$  is het gedetecteerde laagfrequente uitgangssignaal van de i-de ontvanger. Er wordt van uitgegaan dat de n ontvangers allen een gelijke versterking hebben van antenneklemmen tot na de detector waar het signaal  $f_i(t)$  wordt afgegeven.

$f_i(t)$  zal dan bestaan uit het laagfrequente signaal plus een laagfrequente ruiscomponent. Dit signaal wordt versterkt met het bedrag  $a_i$ . Na versterking worden alle signalen opgeteld en  $F(t)$  is het somsignaal.

$$\text{Dus } F(t) = \sum_1^n a_i f_i(t) \quad f_i(t) = s_i(t) + n_i(t)$$

Daar de signalen  $s_i(t)$  dezelfde zijn met echter verschillende amplituden stellen we  $s_i(t) = K_i * s(t)$  waarin  $K_i$  een amplitudefactor is die (stochastisch) kan variëren. De fluctuaties van van  $K_i$  en  $K_j$  zijn ongecorrleerd voor  $i \neq j$ . We nemen aan dat de variatie van  $K_i$  langzaam verloopt ten opzichte van de variaties van  $s(t)$ . We kiezen  $s(t)$  zodanig dat het gemiddelde van zijn kwadraat (overeenkomend met gemiddeld vermogen) één bedraagt. Dus  $s^2(t) = 1$ .

Daar de versterkingen van de verschillende ontvangers gelijk zijn, zullen de ruisvermogens aan diverse uitgangen gelijk zijn. Dus  $n_i^2 = n^2$ .

De ruisspanningen aan de verschillende uitgangen zullen onderling incoherent zijn. Dan geldt dus:

$$\overline{n_i n_j} = \overline{n_i} \cdot \overline{n_j} = 0 \text{ voor } i \neq j.$$

Met signaal-ruisverhouding wordt de verhouding van signaal- en ruisvermogen bedoeld. De signaal-ruisverhouding aan de  $i^e$

$$\text{ingang bedraagt: } \rho_i = \frac{s_i^2}{n_i^2} = \frac{K_i^2}{n^2}$$

Aan de uitgang van de combineerschakeling ontstaat het signaal  $F(t)$  (Zie fig. 3-3)

$$F(t) = \sum_1^n a_i f_i(t) = S(t) + N(t)$$

$$S(t) = \sum_1^n a_i s_i(t) = \sum_1^n a_i K_i B(t)$$

$$N(t) = \sum_1^n a_i n_i(t)$$

De signaal-ruisverhouding aan de uitgang bedraagt dan:

$$P = \frac{\overline{S^2}}{\overline{N^2}}$$

Voor het signaalvermogen aan de uitgang geldt:

$$\overline{S^2} = \overline{S^2(t)} \left( \sum_1^n a_i K_i \right)^2 = \left( \sum_1^n a_i K_i \right)^2$$

Voor het ruisvermogen geldt:

$$\overline{N^2} = \overline{\left( \sum_1^n a_i n_i \right)^2} = \overline{\sum_1^n a_i^2 n_i^2 + \sum_{i \neq j} a_i a_j n_i n_j}$$

$$= \sum_1^n a_i^2 \overline{n_i^2} + \sum_{i \neq j} a_i a_j \overline{n_i n_j} = n^2 \sum_1^n a_i^2$$

$$\text{Dus } P = \frac{\overline{S^2}}{\overline{N^2}} = \frac{\left( \sum_1^n a_i K_i \right)^2}{n^2 \sum_1^n a_i^2}$$

Volgens de ongelijkheid van Schwartz geldt:

$$\left( \sum_1^n a_i K_i \right)^2 \leq \sum_1^n a_i^2 \sum_1^n K_i^2$$

$$\text{Dus } P \leq \frac{\sum_1^n K_i^2}{n^2} = \sum_1^n P_i$$

Dus de maximaal te bereiken signaal-ruisverhouding aan de uitgang is gelijk aan de som van de signaal-ruisverhoudingen. In de ongelijkheid van Schwartz zien we direct dat dit maximum bereikt wordt wanneer  $a_i = K_i$ . De techniek waarbij de signalen gecombineerd worden in een verhouding evenredig aan hun sterkte noemen we daarom de "optimale verhouding combinatie".

Conclusie: Wanneer bij diversity-ontvangst "optimale verhouding combinatie" wordt toegepast, is de resulterende signaal-ruisverhouding gelijk aan de som van de gecombineerde signaal-ruisverhoudingen.

### 3-4 De uitgangruis bij diversity ontvangst

Voor de amplitude  $x$  van de ontvangen signaal is de frequentiefunctie:

$$(3-6-1) f(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2}$$

De verdelingsfunctie geeft de waarschijnlijkheid dat amplitude kleiner dan  $x$  is aan:

$$(3-6-2) F(x) = \int_0^x \frac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{\sigma}\right)^2} dt = 1 - e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2}$$

Wanneer  $x_1$  de amplitude is van het signaal aan de  $i^e$  ingang, is de signaal-ruisverhouding aan deze ingang  $P_i = \frac{x_i^2}{n^2}$

Na optimale verhouding combinatie is de resulterende signaal-ruisverhouding gelijk aan:  $P = \sum_i P_i$

De frequentiefunctie van  $x_1$  is in form (3-6-1) gegeven, Hiermede volgt voor de frequentiefunctie van  $P_i$ :

$$(3-7) Y(P_i) = Y\left(\frac{x_i^2}{n^2}\right) = \frac{f(x_i)}{\frac{dP_i}{dx_i}} = \frac{n^2}{2\sigma^2} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2} P_i}$$

$n^2$  stelt hier het constante ruisvermogen aan de ingang van de ontvanger voor.

Door de frequentiefunctie te convolueren kunnen we nu de frequentiefunctie van de resulterende signaal-ruisverhouding berekenen. Voor twee tot en met vijfvoudige diversity volgt dan :

Tweevoudige diversity:  $P = P_1 + P_2$

$$(3-8) Y_2(P) = \int_0^P y(t) y(P-t) dt \\ = \left(\frac{n^2}{2\sigma^2}\right)^2 \cdot P \cdot e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2} P}$$

Drievoudige diversity:  $P = (P_1 + P_2) + P_3$

$$(3-9) Y_3(P) = \int_0^P Y_2(t) Y(P-t) dt \\ = \left(\frac{n^2}{2\sigma^2}\right)^3 \frac{P^2}{2} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2} P}$$

Viervoudige diversity

$$(3-10) Y_4(P) = \int_0^P Y_3(t) Y(P-t) dt = \\ = \left(\frac{n^2}{2\sigma^2}\right)^4 \frac{P^3}{2 \cdot 3} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2} P}$$

Vijfvoudige diversity

$$(3-11) \quad Y_5(p) = \int_0^p Y_4(z) \gamma(p-z) dz \\ = \left(\frac{n^2}{2\sigma^2}\right)^5 \frac{p^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2} p}$$

Aan de uitgang van de ontvanger is het gemiddelde signaalvermogen constant. Daarom kunnen we stellen  $\bar{S} = 1$ . Het ruisvermogen zal dan stochastisch fluctueren. Voor het ruisvermogen,  $r$ , volgt dan  $r = n^2 = \frac{1}{p}$ .

De frequentiefunctie van  $P$  is bekend, hieruit volgt dan bij  $n$ -voudige diversity voor de frequentiefunctie  $U_n(r)$  van het ruisvermogen:

$$U_n(r) = \frac{Y_n(p)}{\frac{dY_n}{dp}} = p^2 \gamma(p) \quad (p = \frac{1}{r})$$

Zo volgt voor:

Geen diversity tot 5-voudige diversity

$$(3-12) \quad U_1(r) = \frac{n^2}{2\sigma^2} \frac{1}{r^2} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2} \frac{1}{r}}$$

$$(3-13) \quad U_2(r) = \left(\frac{n^2}{2\sigma^2}\right)^2 \frac{1}{r^3} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2} \frac{1}{r}}$$

$$(3-14) \quad U_3(r) = \left(\frac{n^2}{2\sigma^2}\right)^3 \frac{1}{r^4} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2} \frac{1}{r}}$$

$$(3-15) \quad U_4(r) = \left(\frac{n^2}{2\sigma^2}\right)^4 \frac{1}{r^5} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2} \frac{1}{r}}$$

$$(3-16) \quad U_5(r) = \left(\frac{n^2}{2\sigma^2}\right)^5 \frac{1}{r^6} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2} \frac{1}{r}}$$

3-5 De gemiddelde ruis bij diversityontvangst.

Nu de frequentiefuncties voor het ruisvermogen zijn gevonden, zullen we het gemiddeld ruisvermogen hieruit bepalen. We moeten wel bedenken, dat, daar zoals in § 2-3 is gesteld de Rayleighverdeling steeds slechts gedurende één minuut geldt, de nu te berekenen gemiddelde ruis ook een minuut-gemiddelde is.

Daar bij de berekening van de gemiddelde ruis, wanneer geen diversity wordt toegepast zich een bijzonderheid voordoet, zullen we eerst de gemiddelden bepalen, wanneer wel diversity wordt toegepast.

Wanneer i-voudige diversity wordt toegepast, en de frequentiefunctie van het ruisvermogen wordt gegeven door  $u_i(\lambda)$ , dan is de gemiddelde ruis  $\bar{r}_i = \int_0^{\infty} \lambda u_i(\lambda) d\lambda$

Met de formules (3-13)t/m (3-16) volgt dan:

$$(3-17) \quad \bar{r}_2 = \frac{n^2}{2\sigma^2}$$

$$(3-18) \quad \bar{r}_3 = \frac{n^2}{4\sigma^2}$$

$$(3-19) \quad \bar{r}_4 = \frac{n^2}{6\sigma^2}$$

$$(3-20) \quad \bar{r}_5 = \frac{n^2}{8\sigma^2}$$

We zullen deze gemiddelde ruiswaarden refereren op het mediane ruisniveau,  $r_m$ , dat ontstaat wanneer geen diversity wordt toegepast. Zoals verderop volgt zullen we namenlijk dit mediane niveau uit de systeemp parameters van de verbinding kunnen bepalen.

Met formule (3-12) volgt dit mediane niveau uit:

$$0,5 = \int_0^{r_m} u_i(\lambda) d\lambda = 1 - e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2} \frac{1}{\lambda m}}$$

$$(3-21) \text{ Dus } r_m = \frac{n^2}{2\sigma^2 \ln 2}$$

We noemen de verhouding van de gemiddelde ruis en dit referentieniveau  $r_m$ ;  $D = -10^{10} \log d$  zullen we met de diversity-winst aanduiden.

Voor deze grootheden volgt dan:

$$(3-22) \quad d_2 = \ln 2 = 0,69$$

$$D_2 = -10 \log d_2 = 1,6 \text{ dB}$$

$$(3-23) \quad d_3 = \frac{1}{2} \ln 2 = 0,35$$

$$D_3 = -10 \log d_3 = 4,6 \text{ dB}$$

$$(3-24) \quad d_4 = \frac{1}{3} \ln 2 = 0,23$$

$$D_4 = -10 \log d_4 = 6,4 \text{ dB}$$

$$(3-25) \quad d_5 = \frac{1}{4} \ln 2 = 0,17$$

$$D_5 = -10 \log d_5 = 7,6 \text{ dB}$$

De diversity-winst,  $D$ , geeft dus in dB's aan hoever het gemiddelde ruisvermogen ligt onder het mediane ruisvermogen dat gevonden wordt wanneer geen diversity wordt toegepast.

3-6 Het gemiddelde ruisvermogen wanneer geen diversity wordt toegepast.

De frequentiefunctie voor het ruisvermogen wordt dan gegeven door formule (3-12):

$$u(r) = \frac{n^2}{2\sigma^2} \frac{1}{r^2} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2} \frac{1}{r}} = \frac{\alpha}{r^2} e^{-\frac{\alpha}{r}} \quad (\alpha = \frac{n^2}{2\sigma^2})$$

Voor het gemiddelde ruisvermogen volgt:

$$(3-26) \quad \bar{r} = \alpha \int_0^{\infty} \frac{1}{r} e^{-\frac{\alpha}{r}} dr$$

Deze integraal divergeert aan de bovengrens en  $\bar{r}$  wordt oneindig groot. Dit kan wanneer de uitgangsis van een ontvanger ongelimiteerd kan toenemen bij kleiner wordend ingangssignaal. In werkelijke systemen zal de ruis natuurlijk niet ongelimiteerd toe kunnen nemen, daar wanneer de ruis een bepaald niveau overschrijdt het transmissiekanaal wordt afgeschakeld. Interessant is het nu om na te gaan wat de gemiddelde ruis zal zijn gedurende de tijd dat het kanaal niet is afgeschakeld. Daartoe nemen we aan dat het kanaal wordt afgeschakeld wanneer het ruisvermogen de waarde R bereikt.

Voor het gemiddelde ruisvermogen geldt dan:

$$(3-27) \quad \bar{r} = \alpha \int_0^R \frac{1}{r} e^{-\frac{\alpha}{r}} dr$$

De kans van  $r > R$  wordt gegeven door:

$$I = \int_R^{\infty} u(r) dr = \int_R^{\infty} \frac{\alpha}{r^2} e^{-\frac{\alpha}{r}} dr = 1 - e^{-\frac{\alpha}{R}}$$

$$\therefore e^{-\frac{\alpha}{R}} = 1 - I$$

Het verband tussen het niveau van ruisbegrenzing, R, en de kans dat de ruis begrensd wordt is dus:

$$(3-28) \quad R = -\frac{n^2}{2\sigma^2} \frac{1}{\ln(1-I)}$$

Met (3-27) volgt dan:

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \alpha \int_0^R \frac{1}{r} e^{-\frac{\alpha}{r}} dr = \int_0^R r e^{-\frac{\alpha}{r}} d\left(\frac{\alpha}{r}\right) = \\ &= \int_0^R r d\left(e^{-\frac{\alpha}{r}}\right) \end{aligned}$$

We gaan over op de nieuwe variabele:  $t = 1 - e^{-\frac{\alpha}{r}}$

Dan is :

$$e^{-\frac{\alpha}{r}} = 1 - t, \quad r = -\frac{\alpha}{\ln(1-t)} \quad \ln d\left(e^{-\frac{\alpha}{r}}\right) = -dt$$



De ondergrens van de integraal wordt:  $t = 1$

De bovengrens van de integraal wordt:  $t = r$

Dan volgt:

$$(3-29) \quad \bar{x} = \int_1^r \frac{-d}{\ln(1-t)} dt = d \int_0^r \frac{dt}{\ln(1-t)}$$

Deze integraal is niet oplosbaar volgens de normale methoden. De voornaamste bijdrage tot de integraal wordt door zijn bovengrens ( $r$ ) geleverd. Daar we normaliter alleen zullen werken met kleine waarden voor  $r$ , stellen we  $r \ll 1$ . Voor dit geval kunnen we de integrand in een reeks ontwikkelen, en zo ook een reeks ontwikkeling voor de integraal vinden.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\ln(1-t)} &= \frac{1}{-t - \frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3} - \frac{t^4}{4} \dots} = \frac{-1}{t(1 + \frac{t}{2} + \frac{t^2}{3} + \dots)} \\ &= \frac{-1}{t(1+\delta)} \quad \text{met } \delta = \frac{t}{2} + \frac{t^2}{3} + \frac{t^3}{4} + \dots \end{aligned}$$

Voor  $t < 1$  is  $\delta < 1$

$$\begin{aligned} \text{Dus } \frac{1}{\ln(1-t)} &= \frac{-1}{t} (1 - \delta + \delta^2 - \delta^3 + \delta^4 - \dots) \\ &= \frac{-1}{t} \left\{ 1 - \left( \frac{t}{2} + \frac{t^2}{3} + \frac{t^3}{4} + \frac{t^4}{5} + \dots \right) + \left( \frac{t^2}{4} + \frac{t^3}{9} + \frac{t^4}{16} + \frac{t^5}{25} + \dots \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{t^3}{8} + \frac{t^4}{8} + \frac{t^5}{12} + \dots \right) + \left( \frac{t^4}{16} + \dots \right) \right\} \end{aligned}$$

We nemen alleen de termen t/m  $t^4$  mee:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\ln(1-t)} &\approx \frac{-1}{t} \left\{ 1 - t \left( \frac{1}{2} \right) - t^2 \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{4} \right) - t^3 \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{8} \right) - t^4 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} \right) \right\} \\ &= \frac{-1}{t} \left( 1 - \frac{1}{2}t - \frac{t^2}{12} - \frac{t^3}{24} - \frac{19}{720}t^4 \right) \end{aligned}$$

Deze afgekapte reeksontwikkeling substitueren we als integrand in de integraal van formule (3-29); dan volgt:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= d \int_1^r \left( -1 + \frac{t}{2} + \frac{t^2}{12} + \frac{t^3}{24} + \frac{19}{720}t^4 \right) \frac{dt}{t} \\ &= \frac{d}{20^2} \left( -0,56 - \ln r + \frac{r}{2} + \frac{r^2}{24} + \frac{r^3}{72} + \frac{19}{2880}r^4 \right) \end{aligned}$$

Voor kleine  $r$  zal deze afgekapte reeksontwikkeling zeer nauwkeurig zijn daar de term  $\ln r$  dan sterk overheerst. We bepalen nu

weer (zoals ook in par. 3-5) de verhouding,  $d$ , van gemiddeld tot het mediane ruisvermogen.

$$(3-30) \quad d = \frac{\bar{x}}{x_m} = \ln 2 \left( -0,56 - \ln T + \frac{T}{2} + \frac{T^2}{24} + \frac{T^3}{72} + \frac{19T^4}{2880} \right)$$

Wanneer bijvoorbeeld de ruisbegrenzing gedurende 0,1% van de tijd plaats vindt ( $T = 10^{-3}$ ); dus wanneer volgens (3-28) het begrenzingsniveau 700 x het mediane niveau is (dus 28 dB boven dit niveau ligt) geldt:

$$d = 0,7 \left( -0,56 + 6,91 + \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} + \frac{1}{24} \cdot 10^{-6} + \dots \right)$$

$$= 4,4$$

en  $D = -10 \log d = -6,4 \text{ dB}$

Dus in dit geval ligt het gemiddelde ruisniveau 6,4 dB boven het mediane niveau.

Opgemerkt dient te worden dat hier de verhouding van gemiddelde tot mediane ruis alleen geen maat is voor de kwaliteit van een verbinding. Zij bepaalt namelijk slechts de gemiddelde ruis gedurende de tijd dat de verbinding werkt. Dus ook de uitvaltijd (afschakeltijd),  $T$ , moet in het oog gehouden worden.

### 3-7 De antennedegradatie.

De winst van een ontvangantenne wordt gedefiniëerd als de verhouding van het vermogen dat deze antenne ontvangt uit een vlakke golf die invalt onder de hoek van maximale respons, tot het vermogen dat door een isotrope antenne uit deze zelfde vlakke golf zou ontvangen. Wanneer de vlakke golf invalt onder een andere hoek als die van maximale respons zal dus in het algemeen de winst kleiner zijn. We kunnen dus alleen met deze maximale winst rekenen wanneer de ontvangantenne "gericht" is op een radiobron die als een puntstraler beschouwd kan worden. Bij een verstrooiingsverbinding wordt signaal ontvangen uit een groot volume. Het invallende veld kan beschouwd worden als te bestaan uit een groot aantal vlakke golven<sup>die</sup> uit richtingen aankomen, die niet corresponderen met de richting voor maxi-

male respons. Daar we toch steeds met de maximale winst rekenen, zullen we daarom bij verstrooiingsverbindingen nog een verliesterm voor de antennewinst moeten introduceren, die "antennedegradatie" of "antenne-medium koppelverlies" wordt genoemd.

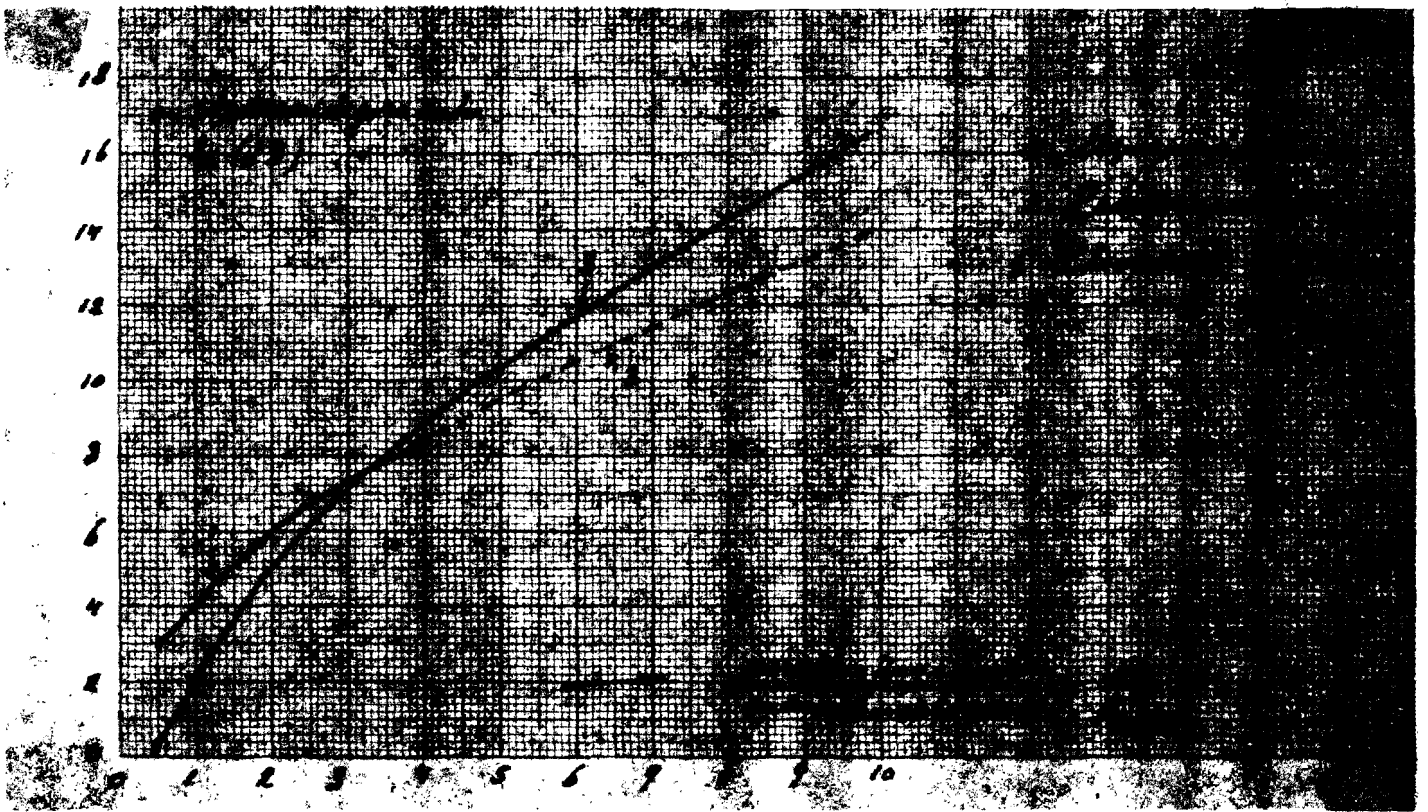
Behalve het hierboven genoemde verschijnsel speelt er nog een andere factor mee, die de antennedegradatie vergroot. Wanneer de antennewinsten van zend- en ontvangantenne worden vergroot zullen de antennebundels smaller worden, en dus zal het verstrooiingsvolume worden verkleind. Daar hierdoor het aantal verstrooiende elementen afneemt, zal het verstrooiingsverlies toenemen. Deze toename van het verstrooiingsverlies bij gebruik van antennes met grote winst draagt dus ook bij tot de antennedegradatie.

Wanneer we identieke zend- en ontvangantennes gebruiken met beide een maximale winst (bij meting met een vlakke golf) van  $G$  dB dan is de werkelijke antennewinst van zend- en ontvangantenne tezamen  $2G - L_a$ , waarin  $L_a$  de antennedegradatie weergeeft. In  $G$  moet het belichtingsrendement van de antenne al opgenomen zijn. Theoretische onderzoeken naar de waarde van deze antennedegradatie,  $L_a$ , zijn o.a. gedaan door Booker en J.T. Bettencourt en door H. Staras. De door Staras berekende waarden van  $L_a$  blijken het beste overeen te komen met de gemeten waarden. Yeh heeft enkele gemeten waarden verzameld en zo een experimenteel verband voor de degradatie  $L_a$  gevonden. De antennedegradatie blijkt toe te nemen met de overhorizontsafstand en dus met de verstrooiingshoek (zie fig. 3-4); en neemt af wanneer de antennehoek groter wordt. In fig. 3-4 is de antennedegradatie gegeven als functie van de verstrooiingshoek,  $\sigma$ , en de antennebundelbreedte  $\theta_{3dB}$  volgens de berekening van Staras, en volgens de door Yeh berekende en geëxtrapoleerde waarden.

#### Referenties.

- H.G. Booker, J.T. Bettencourt; Theory of radio transmission by tropospheric scattering using very narrow beams.  
Proc. IRE vol. 43, March 1955.
- H. Staras; Antenna to medium coupling loss.  
IRE Trans. on antennas and propagation vol. AP-5, April 1957.
- Yeh; Simple methods for designing troposcatter circuits.  
IRE Trans. on communication systems vol. CS-8, September 1960.

Figuur 3-4



-4- Het verstrooiingsverlies en de langzame fading.

4-1 In hfdst. 2 en 3 is nagegaan dat het mogelijk is een radioverbinding tot achter de horizon op te bouwen, door gebruik te maken van de verstrooiende eigenschappen die in de troposfeer bestaan voor radiogolven. Door de beweging van de verstrooiende bronnen in het gemeenschappelijke volume blijkt aan de ontvangkant hetingangssignaal snel te fluctueren. Deze snelle fading is statistisch te beschrijven met een Rayleighverdeling, welk eenduidig door zijn mediaan wordt bepaald.

Uit metingen blijkt dat dit mediane niveau niet constant is maar langzaam variëert, met een "periodeduur" die een tiental minuten à een uur lang is. Deze variatie wordt de langzame fading genoemd. De snelle fading zullen we daarom karakteriseren door de voor één minuut geldende mediane waarde, terwijl de langzame fading deze waarde zal bepalen.

In dit hoofdstuk wordt daarom nagegaan wat de eigenschappen van de langzame fading zijn, en hoe de minuut mediane waarde te bepalen is.

4-2 Het overhorizonverlies.

Uit de theorie van de radiocommunicatie is bekend dat de grootte van het signaalvermogen,  $S_i$ , aan de ingang van de ontvanger bepaald kan worden volgens:

$$(4-1) \quad S_i = S_z \times g_z \times g_o \times \frac{1}{L_c} \quad (\text{mW})$$

Hierin is:

$S_z$ : het door de zender uitgezonden vermogen (mW).

$g_z$ : de maximale antennewinst aan de zendkant.

$g_o$ : de maximale antennewinst aan de ontvangkant.

$L_c$ : het vrije ruimteverlies  $\left[ = \left( \frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 \right]$ .

$d$  = de door de radiogolf afgelegde weg (m).

$\lambda$  = de gebruikte golflengte.

Formule (4-1) geeft het ontvangen signaalvermogen wanneer zender en ontvanger "elkaar zien", en wanneer we een geidealiseerde situatie veronderstellen. In werkelijke systemen treden nog enkele verliestermen op die het ontvangen signaalvermogen verkleinen. Enkele voorname verliestermen zijn de volgende:

$L_{fad}$ : het verlies in vermogen in de antennevoedingsleidingen aan zend- en ontvangkant tezamen.

$L_a$ : de antennegradatie; dit verlies ontstaat door het niet vlak zijn van de ontvangen golf. Deze verliesterm is besproken in hfdst. 3-7.

Bij een troposferische verstrooiingsverbinding treedt dan nog een verliesterm,  $L_N$ , op, die ontstaat doordat slechts een klein gedeelte van de in het verstrooiingsvolume ingestraalde radiovermogen in de richting van de ontvanger "gedirigeerd" wordt.

Als algemene formule voor het ontvangen signaalvermogen bij een verstrooiingsverbinding geldt dan:

$$(4-2) \quad S_i = \frac{S_z \times g_z \times g_o}{L_c \times L_{fad} \times L_a \times L_N}$$

Hierbij moet wel aangetekend worden dat in formule (4-2) geen term is ingevoerd, die de snelle fading weergeeft. De term  $L_v$  die in het hiernavolgende wordt besproken en uit metingen is bepaald, is zo gekozen dat het met formule (4-1) gevonden signaalvermogen het mediane niveau aangeeft, zoals dit in paragraaf 4/ en hoofdstuk 3 is besproken.

De verliesterm  $L_v$  wordt daarom wel aangeduid als het "korte termijn mediane verlies" (K.T.M.V.) maar ook als "overhorizonsverlies" of "verstrooiingsverlies".

Om het rekenwerk te vereenvoudigen worden vermogen en verliezen in decibels uitgedrukt. Met  $dB_m$  wordt dan het niveau t.o.v.  $1\text{ mW}$  bedoeld.

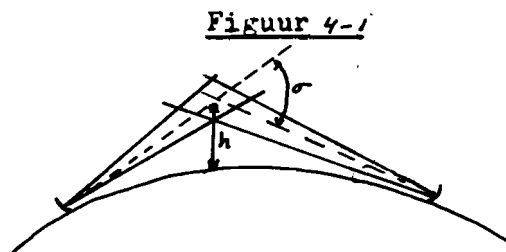
Door de 10 log van vergelijking (4-2) te nemen en de 10 log van de grootheden met de corresponderende hoofdletter aan te geven volgt:

$$(4-3) \quad S_i = S_z + g_z + g_o - L_c - L_{fad} - L_a - L_v \quad (dB_m)$$

In formule (4-3) zijn, wanneer de gebruikte apparatuur bekend is, alle termen op de verstrooiingsverliesterm ( $L_v$ ) na bekend.

Daarom zal nu worden nagegaan waardoor  $L_v$  bepaald wordt.

Daar  $L_v$  aangeeft in welke mate een invallende radiogolf in het verstrooiingsvolume door het medium in de richting van de ontvanger verstrooid wordt, volgt direct dat  $L_v$  een functie is van de eigenschappen van het medium en van de verstrooiingshoek  $\sigma$ . (fig 4-1).



Behalve van deze verstrooiingshoek zal het overhorizonverlies nog een complexe functie zijn van vele andere grootheden zoals onder anderen:

- a) De grootte van de discontinuïteit in de brekingsindex die optreedt in een laag of wervel. (Het is eigenlijk beter om van de plaatselijke gradient in de brekingsindex te spreken daar de brekingsindex niet discontinue verandert, maar sterke variaties over een

kleine afstand zal vertonen).

- b) Het aantal wervels en lagen in het verstrooiingsvolume.
- c) De afmetingen van de wervels en de afmetingen van de onregelmatigheden in het oppervlak van de lagen. Hierbij kan worden gesteld, dat niet de absolute maten van deze grootheden van belang zijn, maar wel hun dimensies genormeerd op de golflengte van de verstrooide golf. Hieruit volgt dan ook dat het overhorizonverlies afhankelijk zal zijn van de gebruikte golflengte.

Daar het bestaan van wervels en lagen en de hierin optredende veranderingen in de brekingsindex een gevolg is van verwarming en afkoeling van de lichtmassa volgt dat de hierboven onder a, b, en c genoemde grootheden afhankelijk zullen zijn van de stand van de zon. De bewegingen in de lucht worden ook beïnvloed door de aard van het oppervlak van de aarde, dus het verstrooiingsverlies zal ook hiervan afhankelijk zijn. Beter is het echter om te stellen dat het verstrooiingsverlies mede bepaald wordt door het ter plaatse heersende klimaat, en dit wordt weer onder anderen bepaald door de gesteldheid van het aardoppervlak. Verder zullen de verstrooiende eigenschappen ook afhankelijk zijn van de hoogte (h) van het verstrooiende volume boven het aardoppervlak (figuur 4-1). Bij metingen is het echter zeer moeilijk de invloed van deze hoogte en van de verstrooiingshoek ( $\sigma$ ) te scheiden, daar deze beide grootheden in zekere mate van elkaar afhankelijk zijn. Wanneer n.l. bij een gladde aarde zender en ontvanger verder uit elkaar worden geplaatst, zullen òn de verstrooiingshoek òn de hoogte van het verstrooiingsvolume evenredig toenemen. Het is dan ook niet bekend hoe deze beide grootheden afzonderlijk het verstrooiingsverlies beïnvloeden.

In de hiervoor genoemde invloed van de zonnestand zijn twee cycli te onderscheiden, n.l. een jaarlijkse en een dagelijkse cyclus. Deze cycli zullen dus ook tot uiting komen in het verstrooiingsverlies, dat hierdoor in de tijd zal variëren. Buiten deze cyclische variaties om zal het verstrooiingsverlies ook nog fluctuaties vertonen die alleen met statistische middelen te beschrijven zijn. De oorzaken van deze fluctuaties zijn de volgende:

- a) Door de wind zal de lucht steeds in horizontale beweging zijn. Hierdoor zullen steeds nieuwe lagen en wervels het verstrooiingsvolume binnentreden, en hieruit verdwijnen. Daar het voorkomen van lagen en wervels in deze bewegende luchtmassa overal anders is, zullen de verstrooiende eigenschappen binnen het verstrooiingsvolume steeds veranderen. Dit effect wordt nog versterkt daar er

steeds lagen en wervels verdwijnen en er ook steeds nieuwe gevormd worden.

- b) Uit de theorie van de radiopropagatie in de troposfeer is bekend dat de brekingsindex met de hoogte boven het aardoppervlak afneemt. Dit heeft tot gevolg dat radiogolven zich niet volgens een rechte lijn voortplanten, maar naar het aardoppervlak toe buigen. Om toch de stralen als rechte lijnen voor te stellen wordt dan de aardstraal gecorrigeerd met een factor  $K$ , en langs de aarde met deze gecorrigeerde aardstraal kunnen we ons de radiogolven als rechtlijnig voortbewegend voorstellen. De CCIR geeft de waarde  $K = 4/3$  voor een standaard-atmosfeer in een gematigd klimaat. Zo is ook in figuur de aardstraal met deze correctiefactor gecorrigeerd gedacht, zodat de antennebundels met rechte lijnen kunnen worden aangegeven. In werkelijkheid is de waarde,  $K = 4/3$ , een gemiddelde waaromheen de correctiefactor stochastisch zal variëren. Deze fluctuaties uiten zich in het meer of minder afbuigen van de antennebundels. In figuur 4-1 is eenvoudig te zien dat wanneer de antennebundels dan gekromd zullen verlopen de verstrooiingshoek,  $\sigma$ , zal veranderen. Een vergroting van de correctiefactor,  $K$ , uit zich in een verkleining van de verstrooiingshoek en omgekeerd. In het voorgaande is reeds gesteld dat het overhorizonsverlies,  $L_v$ , sterk afhankelijk is van deze verstrooiingshoek, hierdoor komen dan de stochastische variaties in de correctiefactor van de aardstraal ( $K$ ) rechtstreeks tot uiting in stochastische fluctuaties van het verstrooiingsverlies,  $L_v$ .

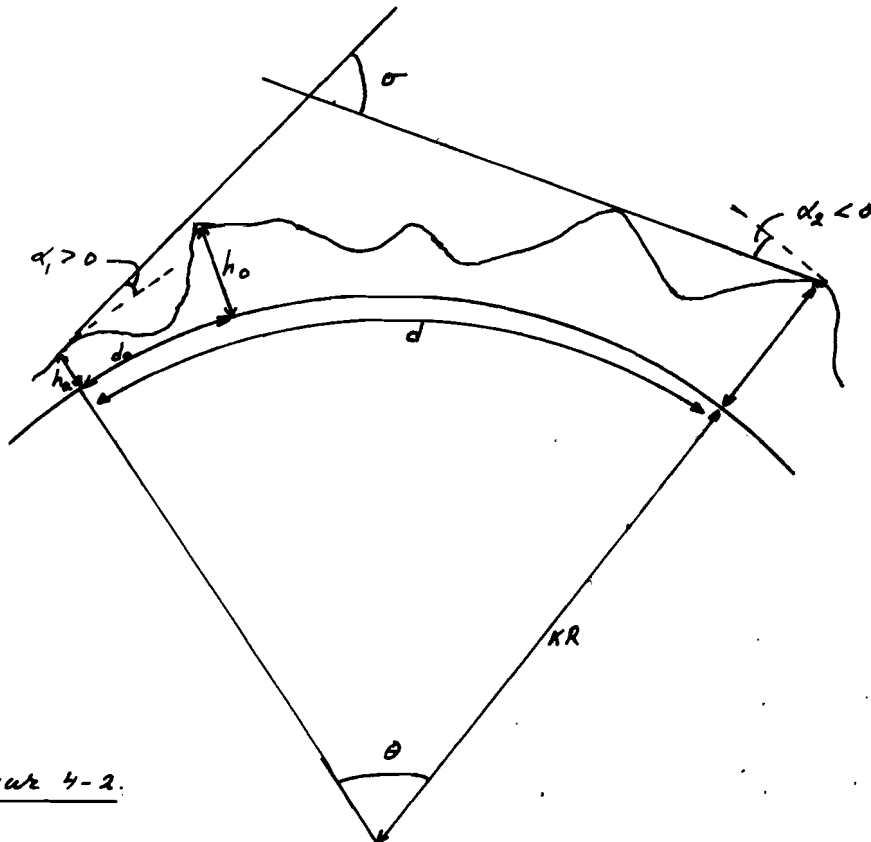
Het blijkt dus dat het overhorizonsverlies een ingewikkelde tijdvariabele is. Een methode om aan de hand van metingen dit verlies te beschrijven wordt in de volgende drie punten gegeven:

- a) Meet voor een aantal periodes van het jaar (b.v. periodes van de duur van een maand) de mediane waarde, de term  $L_v$ . Zo krijgt men twaalf maandmedianen, die de jaarlijkse cyclus van  $L_v$  aangeven.
- b) Verdeel elke dag in periodes met een duur van b.v. een uur. Beschouw alle gelijke uren binnen elke maand tezamen en geef de mediane waarde van  $L_v$  in dat uur van de beschouwde maand aan. Zo wordt dan een dagelijkse cyclus aangegeven, die de uurmediane waarde elke dag beschrijft rond de maandmediane waarde.
- c) Met behulp van de zo gevonden jaarlijkse en dagelijkse cyclus is nu voor elk uur in het jaar de mediane waarde van  $L_v$  bekend. Rond deze



uurmediane waarde zal  $L_v$  nu nog zuiver stochastisch variëren. Wanneer dan b.v. de verdelingsfunctie van deze stochastische variatie bekend is kan voor elk uur nog worden nagegaan met welke kans  $L_v$  een bepaalde waarde zal overschrijden.

4-3 Het terreinprofiel en de verstrooiingshoek.



figuur 4-2.

In figuur 4-2 is het terreinprofiel tussen zender en ontvanger van een troposferische verstrooiingsverbinding geschetst. Het profiel is getekend op een aarde met de gecorrigeerde aardstraal, KR. De antennebundels van zender en ontvanger worden zo laag mogelijk over het aardoppervlak gericht om een kleine verstrooiingshoek,  $\sigma$ , te verkrijgen. De hoek tussen de antennebundel en het horizontale vlak noemen we de horizonshoek. Wanneer zend- en ontvangstation hun horizon waarnemen onder een horizonshoek  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$  (fig. 4-2), dan geldt voor de verstrooiingshoek  $\sigma$ :  $\sigma = \theta$ .  $\theta$  is de grootcirkelhoek tussen de eindpunten van de verbinding. Meer algemeen geldt wanneer we de horizonshoeken positief kiezen in de richting van het zenith:

$$(4-4) \quad \sigma = \theta + \alpha_1 + \alpha_2$$

$\sigma$ ,  $\theta$ ,  $\alpha_1$  en  $\alpha_2$  worden uitgedrukt in graden.

We definiëren de overhorizonsafstand als het produkt van de verstrooiingshoek  $\sigma$  en de gecorrigeerde aardstraal, KR; dus

$d_{OH} = \sigma KR \times \frac{2\pi}{360}$  (Wanneer dus beide horizonshoeken gelijk nul zijn, is de overhorizonsafstand gelijk aan de werkelijke afstand).

Het verband tussen de werkelijke en de overhorizonsafstand tussen zender en ontvanger wordt dus gegeven door:

$$(4-5) \quad d_{OH} = d + (\alpha_1 + \alpha_2) KR \times \frac{2\pi}{360} \quad (\alpha_1 \text{ en } \alpha_2 \text{ in graden})$$

Uit figuur 4-2 blijkt dat de horizonshoeken bepaald worden door de hoogte van de antenne ( $h_a$ ) en een bepaald obstakel waaroverheen de antennebundel juist moet worden gericht, het zogenaamde "horizonsobstakel". Wanneer dit horizonsobstakel op een afstand,  $d_o$ , van de antenne gelegen is en een hoogte,  $h_o$ , heeft (zie figuur 4-2) volgt goniometrisch dat de horizonshoek dan te bepalen is uit de volgende vergelijking:

$$(4-6) \quad \alpha = \left( \frac{h_o - h_a}{d_o} - \frac{d_o}{17} \right) 0,0573^\circ$$

In deze vergelijking moeten  $h_o$  en  $h_a$  in meters en  $d_o$  in kilometers uitgedrukt worden. Ook is aangenomen dat de aardstraal met de factor  $K = 4/3$  gecorrigeerd kan worden.

Met de hiervoor aangegeven methode kan nu uit het terreinprofiel de verstrooiingshoek  $\sigma$  bepaald worden. Deze verstrooiingshoek is van belang daar zij, zoals reeds is aangegeven, het overhorizonsverlies bepaalt.

#### 4-4 De CCIR gegevens over het overhorizonsverlies.

De CCIR geeft in zijn documenten gegevens over het verstrooiingsverlies\*). Om de gegevens beter hanteerbaar te maken en aan te passen aan de in paragraaf 4-1 aangegeven rekenmethode, zijn ze omgewerkt, wat natuurlijk geen verschil maakt in de berekende systeemeigenschappen.

\*) CCIR documents of the Xth Plenary Assembly, Volume II (propagation), Geneva 1963.

Zo kunnen we voor het overhorizonsverlies  $L_v$  het volgende aangeven:

4-4-1 De jaarlijkse cyclus.

De hierna volgende gegevens gelden steeds voor de slechtste maand in het jaar (de winterperiode). We zullen dus steeds de communicatieeigenschappen voor deze slechtste maand berekenen en het is dan niet meer nodig de jaarlijkse cyclus te kennen. In de andere maanden van het jaar zullen de communicatieeigenschappen beter zijn, terwijl in de zomermaande het overhorizonsverlies ongeveer 10 dB lager zal liggen dan de in het volgende aangegeven waarden.

4-4-2 De dagelijkse cyclus.

De CCIR geeft geen gegevens over de eerder genoemde cyclus. De gegevens zijn gebaseerd op de aanname dat deze cyclus niet systematisch optreedt. Wat het effect is van het toch optreden van deze cyclus zal verderop nog worden besproken.

4-4-3 De statistische gegevens van de langzame fading.

Het blijkt dat fluctuaties van het overhorizonsverlies  $L_v$ , wanneer dit in de logarithmische maat, decibels, wordt uitgedrukt, statistisch beschreven kunnen worden met de normale (Gausse-) verdeling. Deze normale verdeling, nl. door de gemiddelde waarde  $m$ , die ook de mediane waarde is; en door de spreiding  $\sigma$ .

De statistische frequentiefunctie van  $L_v$  wordt dan gegeven door:

$$(4-7) \quad f(L_v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(L_v-m)^2}{2\sigma^2}} \quad L_v \text{ (dB)}$$

De kans dat  $L_v$  een bepaalde waarde,  $L_p$ , overschrijdt wordt gegeven door:

$$(4-8) \quad P(L_v > L_p) = \int_{L_p}^{\infty} f(L_v) dL_v$$

Enkele waarden voor deze overschrijdingskans zijn de volgende:

$$(4-9) \quad \begin{aligned} P(L_v > m) &= 50\% \\ P(L_v > m + \sigma) &= 16\% \\ P(L_v > m + 1,65\sigma) &= 5\% \\ P(L_v > m + 2,33\sigma) &= 1\% \\ P(L_v > m + 3,1\sigma) &= 0,1\% \end{aligned}$$

De spreiding,  $\sigma$ , van  $L_v$  blijkt bepaald te worden door de verstrooiingshoek (of de overhorizontsafstand) terwijl de mediane waarde  $m$  door de overhorizontsafstand en door de gebruikte frequentie wordt bepaald. Ook worden de mediaan en de spreiding nog bepaald door het ter plaatse heersende klimaat. Daarom onderscheidt de CCIR meerdere klimaattypen. In het onderstaande zullen we de gegevens vermelden die gelden in een gematigd klimaat, wat o.a. in het grootste gedeelte van Europa heerst. Waar dus voor andere klimaten weliswaar andere waarden voor  $m$  en  $\sigma$  optreden, verlopen de berekeningen toch analoog aan de hierna volgende.

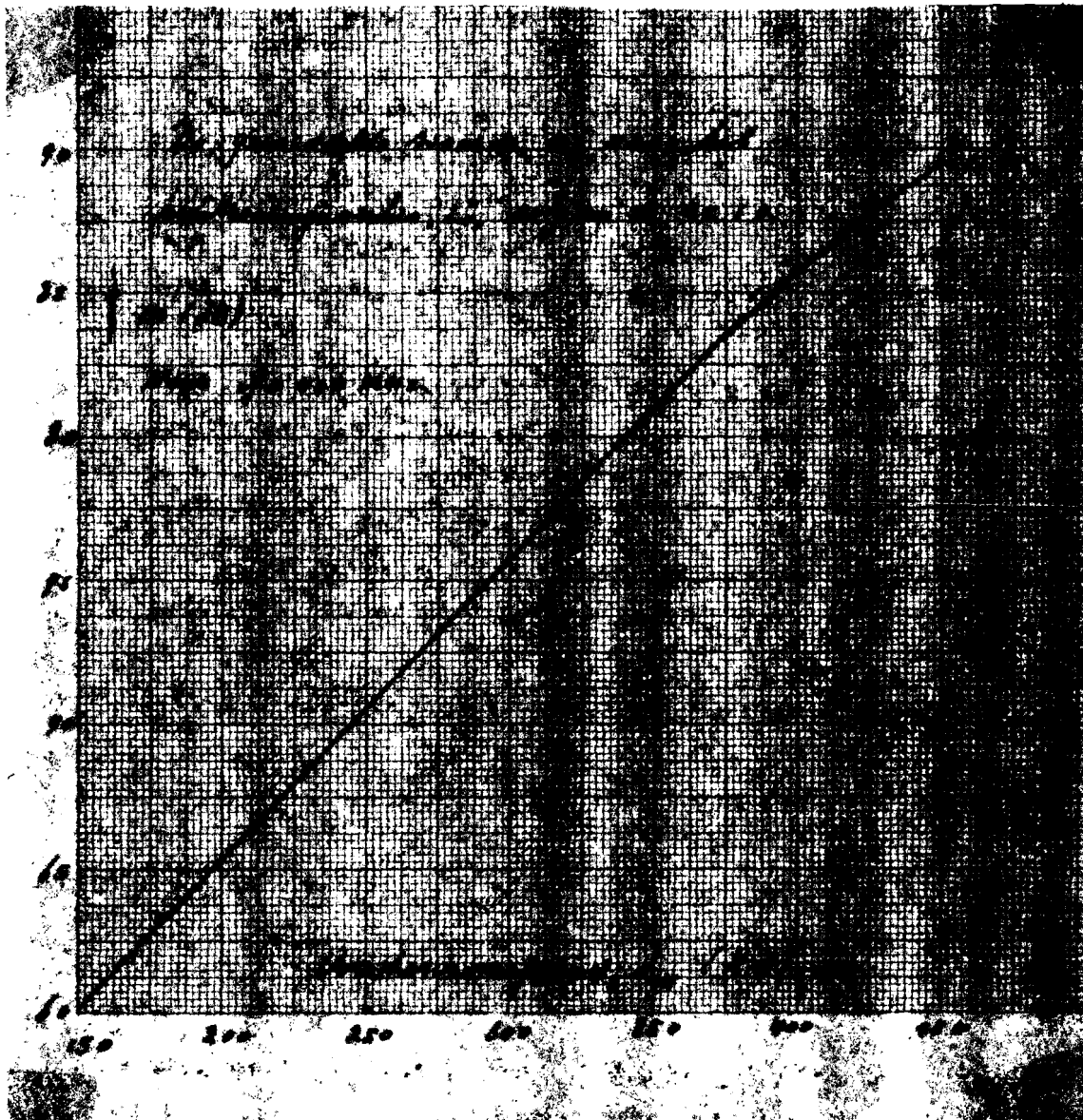


Fig. 4-3

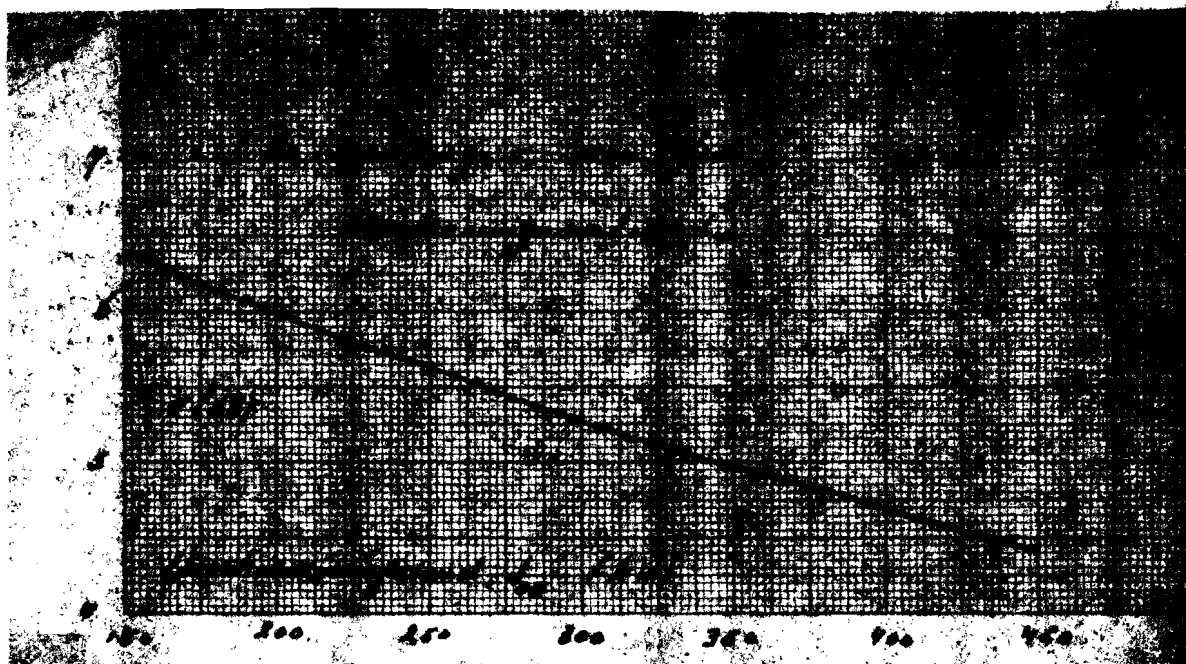


Fig. 4-4

In fig. 4-3 is de mediane (en ook gemiddelde) waarde,  $m$ , van  $L_v$  gegeven als functie van de overhorizonsafstand. In fig. 4-4 is de statistische spreiding,  $\sigma$ , van  $L_v$  ook als functie van  $d_{0M}$  gegeven. De spreiding  $\sigma$  is onafhankelijk van de gebruikte zendfrequentie,  $f$ . De waarde  $m$  is afhankelijk van de zendfrequentie; de verklaring van deze afhankelijkheid is in paragraaf 4-2 gegeven. Het blijkt dat een verdubbeling van de zendfrequentie een verhoging van  $3\text{ dB}$  voor de waarde,  $m$ , tot gevolg heeft. Wanneer een andere zendfrequentie als 400 MHz wordt gebruikt kunnen we dus de gemiddelde waarde van het hierbij behorende overhorizonsverlies  $L_v$  vinden door de waarde van  $m$  zoals die uit figuur 4-3 volgt te vermeerderen met de correctieterm:

$$(4-10) \quad \Delta m = 10 \log \frac{f}{400} \quad f \text{ (MHz)}$$

De volgens het voorgaande gevonden gegevens voor het overhorizonsverlies gelden voor frequenties tussen 400 MHz en 5000 MHz.

Daar  $L_v$  dus statistisch variëert volgens een normale verdeling, waarvan de frequentiefunctie door (4-7) gegeven is, is het eenvoudig om de verdelingsfunctie van  $L_v$  op te tekenen. Hiertoe gebruiken we waarschijnlijkheidspapier. Het is bekend dat de verdelingsfunctie van een normale verdeling op dit papier grafisch een rechte lijn wordt. In figuur (4-5) zijn de verdelingsfuncties van  $L_v$  gegeven voor diverse

90.99 99.9 99.8 99 98 95 90 80 70 60 50 40 30 20 10 5 2 1 0.5 0.2 0.1 0.05 0.01

De verdelingsfunctie van het verspreidingsparameter  $L_v$ .  
 Maar verschillen de over de afstand  $d$  van de zender tot de  
 de zender frequentie 400 MHz bedraagt,  
 get dind naar de slechtste maand  
 van het jaar

100  
90  
80  
70  
60  
50  
40

$d_{0.5}$  480 km  
 400 km  
 350 km  
 300 km  
 250 km  
 200 km  
 150 km

De kans (in procenten) dat de afstand  $d$  van de zender tot de zender  $L_v$  niet meer overschrijden

0.01 0.05 0.1 0.2 0.5 1 2 5 10 20 30 40 50 60 70 80 90 95 98 99 99.8 99.9 99.99

figuur 4-5

-62-

overhorizonsafstanden. De waarden van  $m$  en  $\sigma$  voor deze afstanden zijn met fig. 4-3 en fig. 4-4 bepaald. De in figuur 4-5 gegeven rechten zijn eenvoudig te construeren wanneer vergelijking (4-9) wordt gebruikt.

Hierin zien we b.v.: de kans dat  $L_v$  de waarde  $m$  (mediaan) overschrijdt is 50% en de kans dat  $L_v$  de waarde  $m + 2,32\sigma$  overschrijdt is 1%. Daar de waarden van  $m$  en  $\sigma$  bekend zijn kennen we dus twee punten van de verdelingsfunctie. Door door deze twee punten een rechte lijn te trekken, ontstaan de in figuur 4-5 gegeven rechten.

Opgemerkt kan nog worden dat voor de waarden voor  $L_v$  die met grote waarschijnlijkheid worden overschreden; dit zijn dus de lage waarden van  $L_v$ , bij metingen gebleken is dat deze afwijken van de normale verdeling. Dit ontstaat doordat het mogelijk is zeer lage waarden voor het verstrooiingsverlies te meten tijdens perioden van abnormale propagatie (b.v. bij ductvorming). Het blijkt zelfs voor te komen dat tussen zender en ontvanger alleen het vrije ruimteverlies optreedt. Deze verschijnselen zijn niet in de verdelingen van figuur 4-5 inbegrepen en ze zijn hier ook niet van belang, daar bij het ontwerp van een betrouwbare radioverbinding geen rekening met deze sporadisch voorkomende propagatiecondities gehouden kan worden.

#### 4-4-4 Het effect van het verwaarlozen van de dagelijkse cyclus.

In hoofdstuk 4-2 is uit fysische beschrijving van de oorzaken van het verstrooiingsmechanisme geconcludeerd dat er een jaarlijkse en een dagelijkse cyclus zou optreden in de variaties van het verstrooiingsverlies in de tijd. Deze conclusie die wel voor de hand ligt is echter geen bewijs dat het bestaan van deze cycli zonder meer aantoonbaar is; het is eerder het aannemelijk maken van de verwachting dat deze cycli optreden. Uit metingen is gebleken dat de jaarlijkse cyclus inderdaad optreedt, waardoor de waarden voor het verstrooiingsverlies in zomer en winter ca. 10 dB verschillen. Daarom zijn de hiervoor behandelde gegevens over het verstrooiingsverlies voor de slechtste maand in het jaar gegeven. In de literatuur zijn echter nergens gegevens gevonden die het mogelijk maken de dagelijkse cyclus van  $L_v$  te bepalen. Wel zijn er aanwijzingen dat er zo'n cyclus bestaat. Du Castel\* stelt dat

---

\*) F. Du Castel: Propagation tropospherique et faisceau hertziens transhorizon. Editions Chiron, 40, Rue de Seine, Paris, France.

in het algemeen het verlies,  $L_v$ , 's nachts minimaal en in de namiddag maximaal is. Het verschil tussen dit maximum en minimum zou ongeveer 5 dB zijn.

Door gebrek aan voldoende meetresultaten heeft de CCIR nog geen gegevens over deze cyclus gepubliceerd. De gegevens van de CCIR impliceren dat de verdelingsfunctie van  $L_v$  voor elk uur van de maand hetzelfde is. Dan volgt dat de kans dat  $L_v$  een bepaalde waarde overschrijdt voor elk uur dezelfde is. Wanneer echter de dagelijkse cyclus in rekening wordt gebracht zal de overschrijdingskans voor elk uur niet meer dezelfde zijn.

Wanneer we een radioverbinding bekijken die bestaat uit een sectie (geen tussenstations) is het niet zo belangrijk of we al of niet rekening houden met de cyclus. De cyclische variatie van b.v. 5 dB is in de verdelingsfunctie inbegrepen; de systematische variatie is dus als stochastische variatie geïnterpreteerd. Daar de stochastische variaties in  $L_v$  voor kleine tijdpercentages groot zijn, maken we geen grote fout wanneer we b.v. stellen: gedurende elk uur wordt een verstrooiingsverlies van  $x$  dB met 1% kans overschreden. Hoogstens kunnen we dan aanmerken dat dit niet geldt voor elk uur van de dag, maar voor een gemiddeld uur. Om toch een idee te krijgen van de fout die dan gemaakt wordt in de met b.v. 1% kans overschreden waarde zullen we een vereenvoudigd voorbeeld geven, waarin de rekenwijze naar voren komt die toegepast moet worden wanneer de dagelijkse cyclus bekend is.

Voorbeeld. We hebben een verbinding met een overhorizontsafstand van 250 km. Uit figuur 4-3 en 4-4 volgt dan dat de verdelingsfunctie van  $L_v$  voor een hele dag (of maand) gegeven wordt door het gemiddelde verlies  $m = 71$  dB en de spreiding  $\sigma = 5,6$  dB.

We delen de dag in in twee perioden van 12 uur en stellen dat de dagelijkse cyclus tot gevolg heeft dat gedurende deze twee perioden  $L_v$  weliswaar weer normaal verdeeld is, met gelijke spreiding,  $\sigma$ , maar met twee verschillende gemiddelden  $m_1$  en  $m_2$ . We nemen dan nog aan dat het gemiddelde verlies in beide perioden een verschil vertoont van 5 dB, dus:

$$m_1 - m_2 = 5 \text{ dB.}$$

Daar de verdeling over de twee perioden tezamen "normaal" is met  $m = 71$  dB en  $\sigma = 5,6$  dB, kunnen we nu  $\sigma'$  bepalen, waardoor dan de verdelingen voor beide periodes afzonderlijk bekend zijn. Statistisch



volgt namelijk:

$$m = \frac{1}{2} m_1 + \frac{1}{2} m_2 = 71 \text{ dB}$$

en met  $m_1 - m_2 = 5 \text{ dB}$  volgt:

$$m_1 = 73,5 \text{ dB}$$

$$m_2 = 68,5 \text{ dB}$$

$\sigma'$  kunnen we dan berekenen met:

$$(\sigma')^2 = \sigma^2 - \frac{1}{4} (m_1 - m_2)^2$$

en hiermee volgt  $\sigma' = 5 \text{ dB}$ .

$$\text{Dus } m_1 = 73,5 \text{ dB} \quad \sigma' = 5 \text{ dB}$$

$$m_2 = 68,5 \text{ dB} \quad \sigma' = 5 \text{ dB}$$

De waarde van  $L_v$  die met 1% kans wordt overschreden is dan:

$$\text{voor de gehele dag: } L_v (1\%) = m + 2,32 \sigma = 84 \text{ dB}$$

$$\text{voor periode ,1, : } L_v (1\%) = m_1 + 2,32 \sigma' = 85,1 \text{ dB}$$

$$\text{voor periode ,2, : } L_v (1\%) = m_2 + 2,32 \sigma' = 80,1 \text{ dB}$$

In dit voorbeeld is de dagelijkse cyclus wel overdreven door het gemiddelde verlies voor de twee helften van de dag 5 dB te laten verschillen, terwijl Du Castel aangeeft dat dit verschil voor de extreme uurwaarden geldt. Toch zien we dat de waarde van  $L_v (1\%)$  voor de gehele dag niet sterk afwijkt van die voor de twee perioden afzonderlijk.

Het blijkt dus dat we geen grote fouten maken wanneer we de door de CCIR gegeven statistische gegevens voor het verstrooiingsverlies, die gelden voor een hele maand, gebruiken alsof zij gelden voor elk uur in de maand.

Verderop in dit rapport zal echter blijken dat de dagelijkse cyclus wel problemen met zich meebrengt, wanneer we een verbinding die is opgebouwd uit meerdere radiosecties gaan beschouwen.

## 5 De thermische ruis en de kwaliteit van de radioverbinding.

5-1 De thermische uitgangsrui van een verbinding met een radiosectie.

Vergelijking (4-3) geeft het signaalvermogen dat gemeten wordt aan de ingang van de ontvanger van een troposferische verstrooiingsverbinding:

$$(5-1) \quad S_i = S_x + \rho_z + \rho_0 - L_c - L_{\text{fud.}} - L_a - L_v \quad (\text{dBm})$$

In de ontvangantenne wordt van buiten af ruis geïnduceerd en in de ontvanger zelf wordt ook ruis geproduceerd. We beschouwen de totale bijgevoegde thermische ruis, alsof deze aan de ingang van de ontvanger aanwezig is, en het daar aanwezige ruisvermogen,  $n_i$ , volgt dan uit:

$$(5-2) \quad n_i = F K T_0 B \quad (\text{mW})$$

waarbij:

$K$  = de Boltzmannconstante

$T_0 = 290^\circ \text{K}$

$B$  = de middenfrequent ruisbandbreedte van de ontvanger.

$F$  = de ruisfactor van de ontvanger volgens de definitie van Früs.

Het ruisvermogen achter de ontvanger op het punt waar het testtoonsignaalvermogen 1 mW bedraagt, het punt van relatief niveau nul, is wanneer F.M. wordt toegepast, en het ingangssignaal boven de F.M.-drempel ligt:

$$(5-3) \quad n_0 = \frac{n_i}{s_i} \frac{b_0}{B} \left( \frac{f_k}{\Delta f} \right)^2 \quad (\text{mW})$$

Hierin is:

$b_0$  : de audiobandbreedte van een telefoonkanaal; volgens de CCIR is  $b_0 = 3100 \text{ Hz}$ .

$f_k$  : de gemiddelde frequentie in de basisband van het telefoonkanaal waarvoor het ruisniveau bepaald wordt.

Voor het hoogste kanaal wordt deze frequentie  $f_{m, \text{max}}$  genoemd.

$\Delta f$  : De effectieve frequentie-uitwijking wanneer met een testtoon van  $0 \text{ dBm}$  gezonden wordt.

Vergelijking (5-1) geeft vermogens en verliezen reeds in dB's aan. Door de 10 log van vergelijking (5-2) en (5-3) te nemen worden ook hier de grootheden in decibels uitgedrukt. Dan volgt:

$$(5-4) \quad N_i = -144 + 10 \log B + F_0 \quad (\text{dBm}) \quad ; \quad B \text{ (KHz)}$$

$-144 \text{ dBm}$  is <sup>het</sup> thermische ruisvermogen in een band van 1 KHz wanneer  $F_0 = 10 \log F = 0$ .

$$(5-5) \quad N_0 = N_i - S_i - 10 \log \frac{B}{b_0} + 20 \log \frac{f_x}{\Delta f} \quad (\text{dBmO})$$

wanneer ook  $b_0$  in KHz wordt uitgedrukt.

Eliminatie van  $S_1$  en  $N_1$  uit vergelijking (5-1), (5-4) en (5-5), terwijl ook voor  $f_x$   $f_{m, \text{max}}$  wordt ingevuld geeft dan voor het ongewogen ruisvermogen in het hoogste telefoonkanaal, wanneer geen pré-emphase wordt toegepast:

$$(5-6) \quad N_0 = -S_2 - G_2 - G_0 + L_c + 10 \log b_0 + 20 \log \frac{f_{m, \text{max}}}{\Delta f} + \\ -144 + F_0 + L_{\text{feed}} + L_a + L_v \quad (\text{dBmO})$$

Hierbij moet weer opgemerkt worden dat daar we  $L_v$  hebben ingevuld in de vergelijking,  $N_0$  hier het niveau aangeeft van de minuut-mediane ruis, waaromheen de ruis fluctueert tengevolge van de snelle fading. Om bij dit mediane niveau het minuut-gemiddelde ruisniveau te vinden kan de methode die in hoofdstuk 3 gegeven is, gebruikt worden.

Aan de ontvankelijkant is op het referentiepunt (punt van relatief niveau nul) het signaal weer identiek aan het signaal dat aan de zendkant op het referentiepunt gegeven is. Het verschil tussen zend- en ontvankelijkant wordt echter gegeven door een toename van het ruisvermogen. De kwaliteitseisen die aan een radioverbinding worden opgelegd door de CCIR zullen daarom steeds tot doel hebben dit ruisvermogen te beperken. Vandaar dat de in vergelijking (5-6) gegeven waarde van  $N_0$  de bepalende maat is voor de kwaliteit van de radioverbinding.

Vergelijking (5-6) kunnen we als volgt herschrijven:

$$(5-7) \quad N_0 = N_c + L_v \quad (\text{dBmO})$$

$$(5-8) \quad \text{met } N_c = -S_2 - G_2 - G_0 + L_c + 10 \log b_0 + 20 \log \frac{f_{m, \text{max}}}{\Delta f} + \\ -144 + F_0 + L_{\text{feed}} + L_a \quad (\text{dB})$$

$N_c$  geeft hier een constant ruisniveau aan. Het ruisniveau aan de uitgang van de ontvanger,  $N_0$ , is dus de som van het constante niveau,  $N_c$ , en het variabele verstrooiingsverlies,  $L_v$ .

De waarde  $N_0$  zal dus weer stochastisch fluctueren volgens een normale verdeling, waarbij zijn verdeling wordt gekenmerkt door een gemiddelde,  $N_0 + m$ , en een spreiding  $\sigma$ .

De waarden van  $m$  en  $\sigma$  zijn hierbij dezelfde als de waarden die in paragraaf 4-4-3 zijn gegeven. Hiermede is dan voor een gegeven verbinding de overschrijdingskans voor elk niveau,  $N_0$  (dB), bekend. Zo is ook het tijdspercentage bekend gedurende welk een bepaald ruisvermogen  $n_0 = 10^{N_0/10}$  (mW) wordt overschreden. De kwaliteit van de verbinding is nu volledig bekend en de verbinding kan aan bepaalde gestelde eisen voldoen.

Moeilijker wordt het echter wanneer we de kwaliteit willen bepalen van een verbinding die zich over grotere afstand uitstrekt en uit meerdere radiosecties bestaat.

#### 5-2 De thermische ruis aan de uitgang van een uit meerdere secties bestaande radioverbinding.

Wanneer een radioketen uit meerdere secties bestaat zal elke sectie ruis aan het signaal toevoegen. Aan het eindpunt van de keten meten we op het referentiepunt een ruisvermogen dat gelijk is aan de som van de ruisvermogens die elke schakel afzonderlijk toevoegt.

Wanneer een keten uit  $N$  schakels bestaat, en de  $i$ -de schakel een ruisvermogen  $n_i$  aan het signaal toevoegt, is de ruis aan het einde van de keten dus gelijk aan:

$$(5-9) \quad n_t = \sum_{i=1}^n n_i$$

In paragraaf (5-1) is aangegeven dat  $n_i$  stochastisch varieert, en wel zo, dat  $N_i = 10 \log n_i$  normaal verdeeld is.

Daar de logarithme van het ruisvermogen  $n_i$  normaal verdeeld is, noemen we  $n_i$  zelf een grootte die log-normaal verdeeld is.

Wanneer we de kwaliteit van de keten willen bepalen moeten we de statistische distributiefunctie van het totale ruisvermogen kennen. Het probleem wordt dus: Wanneer van enkele stochastische variabelen gegeven is dat zij log-normaal verdeeld zijn, wat is dan de distributiefunctie van hun som?

De som van twee distributies wordt gegeven door de convolutieintegraal van de beide frequentiefuncties. Ook is het mogelijk de karakteristieke functie van de verdelingen te berekenen, en dan wordt de karakteristieke

ke functie van de somverdeling gegeven door het product van de karakteristieke functies van de afzonderlijke variabelen.

Er is echter nog steeds geen vergelijking gevonden die de distributie van de som van twee log-normaal verdeelde grootheden aangeeft. Voorzover bekend is, is zelfs de karakteristieke functie van de log-normale distributie niet te bepalen.

Om toch iets te weten te komen over de somdistributie is daarom gebruik gemaakt van een computer.

Vergelijking (5-7) geeft:

$$N_0 = N_c + L_v \quad (\text{dBm})$$

$L_v$  is statistisch gegeven door  $L_v = N(m, \sigma)$

De schrijfwijze  $L_v = N(m, \sigma)$  geeft aan dat  $L_v$  normaal verdeeld is met gemiddelde,  $m$ , en spreiding  $\sigma$ .

Dus voor  $N_0$  geldt:

$$N_0 = N_c (N_c + m, \sigma)$$

We zullen het probleem wiskundig iets anders stellen door te gaan zoeken naar de somdistributie van  $x_2 = \sum_{i=1}^n x_i$ , waarbij  $x_i = \ln x_i$  normaal verdeeld is met gemiddelde  $\mu_i$  en spreiding  $\sigma_i$ .

Electrotechnisch kan  $x_i$  beschouwd worden als het niveau van het ruisvermogen in Nepers, terwijl  $N_0$  het niveau in decibels aangeeft. Wanneer gemiddelde en spreiding van het ruisniveau in decibels gegeven is kan dit in Nepers worden uitgedrukt (om  $\mu_i$  en  $\sigma_i$  van  $x_i$  te vinden) door de gegeven waarden te vermenigvuldigen met 0,23.

De computer heeft de verdeling van  $x_2$  volgens de Monte Carlo methode bepaald. Hiertoe was hij als volgt geprogrammeerd:

1. Genereer een verzameling aselechte  $N(0,1)$  getallen. ( $N(0,1)$  getallen zijn getallen die volgens een normale distributie met gemiddelde nul en spreiding één verdeeld zijn.)
2. Pak een  $N(0,1)$  getal, vermenigvuldig dit met  $\sigma_i$  en vermeerder het dan met  $\mu_i$ . Zo wordt het getal  $a_i$  gevonden, welk getal dan een steekproef is uit de verzameling  $N(\mu_i, \sigma_i)$ . Ditzelfde wordt dan gedaan voor elke  $\mu_i$  en  $\sigma_i$ . Hiermede volgen de getallen  $a_i$ , welke dan steekproeven zijn uit de verzamelingen  $N(\mu_i, \sigma_i)$ .
3. Vorm het getal  $b_i = e^{a_i}$   
De getallen  $b_i$  zijn dan steekproeven uit de diverse lognormale verdelingen van  $x_i$ .
4. Vorm de som  $\sum_{i=1}^n b_i = c_i$

$c_i$  is nu een steekproef uit de verdeling van  $x_2$ .

5. Vorm het getal  $d_i = 10 \log c_i$ ,  
 $d_i$  geeft nu de waarde van  $c_i$  weer in decibels aan.
6. Herhaal bewerking 1 t/m 5, M keer. Zo vinden we M getallen  $d_j$  die in decibels aangegeven zijn, en steekproef zijn uit de verdeling van  $10 \log x_i$ .
7. Rangschik deze getallen  $d_j$  naar grootte en pons ze uit.

Het lijkt vreemd om, wanneer van de oorspronkelijke verdeling gemiddelde en spreiding in dB's zijn gegeven, deze eerst om te werken tot Nepers en dan de computer het resultaat weer in dB's te laten geven. Deze omweg vereenvoudigde echter de programmering van de computer, daar deze een subroutine voor  $e$ -macht verheffing bevat.

### 5-3 Conclusies uit de met de computer berekende verdelingen.

In het voorgaande is nagegaan dat de uitgangsruijs van een radioketen bestaande uit N troposferische verstrooiing-radioschakels de som is van N log-normaal verdeelde ruiscomponenten.

De i-de component wordt gekenmerkt door de hiervoor gedefiniëerde  $\mu_i$  en  $\sigma_i$ .

De  $\mu_i$  wordt bepaald door de radiosysteemparameters (zendvermogen, antennewinsten, enz.) en de  $\sigma_i$  wordt bepaald door de overhorizontsafstand.

Wanneer een radioketen economisch verantwoord is ontworpen zullen de diverse  $\mu_i$ 's allen van ongeveer gelijke grootte zijn. Wanneer niet alle verdelingen gelijk zijn zullen één of meerdere componenten ( $n_i$ ) overheersen in de somverdeling, en het gedrag van de verdeling zal voornamelijk door deze componenten bepaald worden. Daarom is het geval waarbij de som van een aantal identiek verdeelde log-normale grootheden wordt bepaald het meest representatief voor het onderzoek naar het gedrag van de somdistributie. In dat geval zal geen der componenten overheersen. Om deze reden en ook terwille van de overzichtelijkheid zijn de in het volgende behandelde somdistributies steeds uit gelijke componenten samengesteld.

In de bijlage zijn enkele met de computer uitgerekende verdelingen gegeven.

De diverse  $\mu_i$ 's zijn gelijk aan nul genomen. In werkelijkheid zullen de  $\mu_i$ 's van nul verschillen, maar door ze allen met een bepaald aantal dB's te vermeerderen of te verminderen verkrijgen we de gereduceerde  $\mu_i$ 's.

Daar voor de hier onderzochte verdeling alle  $\mu_i$  's gelijk zijn, reduceren we ze allen tot nul. Wanneer de  $\mu_i$  's ongelijk zijn kunnen we b.v. de kleinste  $\mu_i$  tot nul reduceren, en de andere  $\mu_i$  's zullen dan positieve waarden in de buurt van nul aannemen. (Dit laatste daar we gesteld hebben dat ze in een werkelijke radioverbinding slechts enkele  $dB$  's zullen verschillen). De somverdeling die verkregen wordt is dan natuurlijk ook weer uitgedrukt in gereduceerde decibel-waarden, en het bedrag waarmee de verschillende  $\mu_i$  's zijn verminderd moet dus bij de gevonden waarden worden opgeteld. Dit bedrag noemen we het referentieniveau.

De bij troposferische verstrooiingsverbindingen optredende spreidingen liggen tussen de 4,35 en 6,5  $dB$  (1,0 en 1,5 neper). Deze waarden zijn dan ook slechts gebruikt bij het bepalen van de somverdeling. Ook zullen we alleen de gevallen van  $N \leq 10$  bekijken, daar met tien verbindingsschakels reeds afstanden tussen 2000 à 4000 Km worden overbrugd, welke afstand te vergelijken is met de lengte van het referentiecircuit van de CCIR (2500 Km).

Uit de figuren 1 t/m 3 (in bijlage) is direct te concluderen dat somverdelingen voor overschrijdingskansen tussen 0,2 en 99,8% duidelijk log-normaal verlopen. Wanneer de component-verdelingen ongelijke  $\mu_i$  's en  $\sigma_i$  's hebben zal dit dus zeker het geval zijn, daar, zoals hiervoor reeds gesteld is, dan bepaalde componenten zullen overheersen en het totale gedrag bepalen.

Toch is analytisch na te gaan dat de som van een aantal log-normaal verdeelde grootheden niet log-normaal verdeeld is. Daarom kunnen we uit de in het aanhangsel gegeven resultaten eigenlijk slechts concluderen dat de somverdelingen de log-normale verdeling zeer goed benaderen.

Statistisch is aan te tonen dat de somverdeling van een groot aantal log-normaal verdeelde grootheden een normale verdeling gaat benaderen. Voor de door ons onderzochte gevallen ( $N \leq 10$ ) geldt dit echter nog zeer zeker niet.

Wel is na te gaan dat voor zeer kleine overschrijdingskansen het verloop van de somdistributie afwijkingen van het log-normale gedrag zal vertonen. Wanneer b.v. een component met  $\delta$  % kans de waarde  $X_i(\delta)$  zal overschrijden, dan is deze uitschieter,  $X_i(\delta)$ , zo groot dat op het moment dat hij optreedt de andere componenten niet meetellen, zodat

$X_i(\delta)$  de waarde van de som aangeeft. Elk van de  $N$  componenten zal deze waarde  $X_i$  met  $\delta$  % kans overschrijden, en voor zeer kleine  $\delta$  ( $\delta < 1\%$ ) zal de som van deze  $N$  componenten de waarde  $X_i$  dan met  $N \times \delta$  procent kans overschrijden. Wanneer de componenten niet dezelfde verde-

ling vertonen kunnen we deze stelling algemener formuleren als: Wanneer alle componenten een bepaald niveau met zeer kleine kans overschrijden dan zal de som van deze componenten dit niveau overschrijden met een kans die ongeveer gelijk is aan de som van de kansen dat elke component afzonderlijk dit niveau overschrijdt.

In figuur 5-1 is aangegeven wat het verloop van de somverdeling bij kleine kansen ongeveer zal zijn.

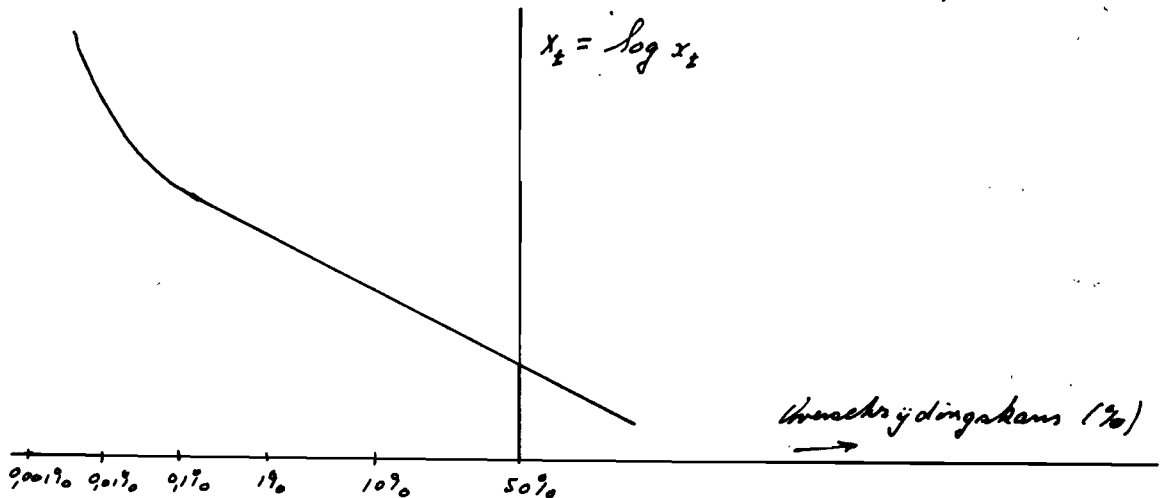


Fig. 5-1

Dat dit verloop zal optreden is ook nog af te leiden uit fig. -/- in het aanhangsel. Wanneer de hierin opgetekende lijnen worden doortrokken, zullen ze elkaar snijden. Voor overschrijdingskansen die kleiner zijn dan de waarde waarvoor b.v. de lijn voor  $N = 4$  de lijn voor  $N = 1$  snijdt volgt dan dat de som van de vier componenten één kleinere kans heeft om een bepaald niveau te overschrijden als elke component afzonderlijk. Dit is natuurlijk onmogelijk. Doordat voor kleine overschrijdingskansen de rechte lijn overgaat in de in fig. 5-1 gegeven gekromde lijn, zullen de lijnen in fig. -/- elkaar niet snijden waardoor de hiervoor beschreven tegenspraak niet van toepassing is.

Voor radioverbindingen is het ruisniveau dat gedurende ca. 0,1% of een nog kleiner gedeelte van de tijd wordt overschreden niet zo belangrijk. Het ontwerp van een verbinding kan nl. niet gebaseerd worden op de slechtere eigenschappen die gedurende zo'n klein tijdsinterval optreden. Daarom kan als conclusie uit het voorgaande gesteld worden: De thermische ruis aan de uitgang van een radioketen, bestaande uit



troposferische verstrooiing-verbindingsschakels zal stochastisch fluctueren volgens een log-normale verdeling, met een nauwkeurigheid die voldoende is om een verantwoord ontwerp van zo'n verbinding mogelijk te maken.

5-4 Benaderende methode om de somverdeling te bepalen.

Uitgaande van de aanname dat de som van een aantal log-normaal verdeelde grootheden weer log-normaal verdeeld is zullen we nu trachten de somverdeling analytisch te bepalen.

Wanneer  $x_i$  de variabele is, dan is  $x_i = \ln x_i$  normaal verdeeld met gemiddelde  $E(x_i) = \mu_i$  en variantie  $E(x_i - \mu_i)^2 = \sigma_i^2$ . (De variantie is het kwadraat van de spreiding).

De frequentiefunctie van  $x_i$  wordt gegeven door:

$$(5-10) \quad f(x_i) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}$$

De waarden voor gemiddelde en variantie van  $x_i$  volgen uit:

$$(5-11) \quad m_i = E(x_i) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i \frac{e^{-\frac{(x_i - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} dx_i = \mu_i + \frac{\sigma_i^2}{2}$$

$$(5-12) \quad S_i^2 = E(x_i - m_i)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left( x_i - \mu_i + \frac{\sigma_i^2}{2} \right)^2 \frac{e^{-\frac{(x_i - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} dx_i = e^{2\mu_i + \sigma_i^2} (e^{\frac{\sigma_i^2}{2}} - 1)$$

Wanneer  $x_z$  de som is van  $N$  variabelen  $x_i$ ,  $x_z = \sum_{i=1}^N x_i$ , is volgens de statistiek het gemiddelde van  $x_z$  de som van de gemiddelden van  $x_i$  en de variantie van  $x_z$  is de som van de varianties van  $x_i$ . Gemiddelde en variantie van  $x_z$  zijn dus bekend, wanneer de verdelingen van de componenten bekend zijn. In par. 5-3 is gebleken dat  $x_z$  log-normaal verdeeld is. Dan zijn gemiddelde en variantie van  $x_z$  gegeven door:

Gemiddelde: (5-13)  $E(x_z) = e^{\mu_z + \frac{\sigma_z^2}{2}} = m_z$

Variantie: (5-14)  $E(x_z - m_z)^2 = e^{2\mu_z + \sigma_z^2} (e^{\frac{\sigma_z^2}{2}} - 1) = S_z^2$

Daar voor deze somverdeling dus ook geldt:

$$(5-15) \quad m_z = \sum_{i=1}^N m_i$$

en

$$(5-16) \quad s_z^2 = \sum_{i=1}^N s_i^2$$

kan door combinatie van frm. (5-11) + (5-16),  $\mu_z$  en  $\sigma_z$  uitgedrukt worden in de verschillende  $\mu_i$ 's en  $\sigma_i$ 's; waardoor de log-normale verdeling van de som gevonden is.

De zo gevonden verdeling is dan een log-normale verdeling die een benadering is van de som-verdeling, doordat hij gemiddelde en variantie met deze somverdeling gemeen heeft.

Opmerking: Om verwarring te voorkomen moge nog gewezen worden op het verschil tussen gemiddelde en variantie van de variabele zelf ( $m_z, s_z^2$  resp.  $m_i, s_i^2$ ) en gemiddelde en spreiding van de logaritme van de variabele ( $\mu_z, \sigma_z$  resp.  $\mu_i, \sigma_i$ ).

Als voorbeeld zullen we nu van de somverdeling van  $N$  gelijkverdeelde log-normale grootheden de  $\mu_z$  en  $\sigma_z$  berekenen.

$$(5-17) \quad x_z = \sum_{i=1}^N x_i$$

$x_i = \ln x_i$  is normaal verdeeld met gemiddelde  $\mu_i$  en spreiding  $\sigma_i$ . De verdelingen van alle  $x_i$ 's zijn gelijk met:  $\mu_i = \mu$  en  $\sigma_i = \sigma$ . We verminderen de  $\mu_i$ 's met de waarde  $\mu$  zodat we rekenen met  $\mu_i = 0$ . Gemiddelde en variantie van  $x_i$  worden dan gegeven door:

$$(5-18) \quad m_i = m = e^{\frac{\sigma^2}{2}}$$

$$(5-19) \quad s_i^2 = s^2 = e^{\sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$$

We benaderen de somverdeling met een log-normale verdeling.

$x_z = \ln x_z$  is dan normaal verdeeld met gemiddelde  $\mu_z$  en spreiding  $\sigma_z$ . Gemiddelde en variantie van  $x_z$  volgen dan uit:

$$(5-20) \quad m_z = e^{\mu_z + \frac{\sigma_z^2}{2}}$$

en

$$(5-21) \quad s_z^2 = e^{2\mu_z + \sigma_z^2} (e^{\sigma_z^2} - 1)$$

Met: 
$$m_z = \sum_{i=1}^N m_i = N e^{\frac{\sigma_z^2}{2}}$$

en: 
$$s_z^2 = \sum_{i=1}^N s_i^2 = N e^{\sigma_z^2} (e^{\sigma_z^2} - 1)$$

volgt dan:

$$e^{\mu_z + \frac{\sigma_z^2}{2}} = N e^{\frac{\sigma_z^2}{2}}$$

$$e^{2\mu_z + \sigma_z^2} (e^{\sigma_z^2} - 1) = N e^{\sigma_z^2} (e^{\sigma_z^2} - 1)$$

Uit deze laatste twee vergelijkingen zijn  $\mu_z$  en  $\sigma_z$  op te lossen, en hiervoor volgt:

$$(5-22) \quad \mu_z = \frac{1}{2} \left\{ \sigma_z^2 + 3 \ln N - \ln (e^{\sigma_z^2} + N - 1) \right\}$$

$$(5-23) \quad \sigma_z = \sqrt{\ln (e^{\sigma_z^2} + N - 1) - \ln N}$$

( $\mu_z$ ,  $\sigma_z$  en  $\sigma$  uitgedrukt in neper,  $1 \text{ dB} = 0,23 \text{ N}$ )

De in de bijlage met de computer bepaalde eerste en tweede serie cumulatieve distributies zullen we nu benaderen met de lognormale verdelingen die uit frm. (5-22) en (5-23) volgen. Daarom zijn in tabel I-a de met de computer bepaalde waarden voor  $\mu_z$ ,  $\sigma_z$  en  $\chi_z(1\%)$ , zoals deze uit tabel I (bijlage) volgen gegeven; ook de waarden voor  $\mu_z$ ,  $\sigma_z$  en  $\chi_z(1\%)$  zoals deze volgen uit frm. (5-22) en (5-23) zijn opgenomen.

$$\chi_z(1\%) \text{ volgt met } \chi_z(1\%) = \mu_z + 2,32 \sigma_z \text{ (dB)}$$

De door de computer bepaalde somdistributies die in de bijlage als tweede serie zijn gegeven, zijn ook benaderd met de lognormale verdeling die met frm. (5-22) en (5-23) volgt. In tabel II-a zijn de met de computer bepaalde gegevens (opgenomen in de bijlage, tabel II), en de met frm. (5-22) en (5-23) berekende gegevens opgenomen.

Uit tabel I-a en II-a blijkt dat de berekende  $\mu_z$ 's hoogstens 0,3 dB van de "computerwaarden" afwijken. Formule 5-22 geeft dus een zeer goede

N	Met de computer bepaalde waarden (zie bijl., tab. I)			Met form. (5-21) en (5-23) bepaalde waarden		
	$\mu_z$ (dB)	$\sigma_z$ (dB)	$\chi_z(1\%)$ (dB)	$\mu_z$ (dB)	$\sigma_z$ (dB)	$\chi_z(1\%)$ (dB)
2	4,2	4,85	15,4	4,17	4,65	15,5
3	6,8	3,75	15,6	6,5	4,14	16,1
4	8,3	3,30	16,0	8,25	3,68	16,7
6	10,6	2,85	17,2	10,4	3,22	17,8
8	12,0	2,40	17,6	11,7	2,78	18,1
10	12,9	2,40	18,6	13,0	2,50	18,8
$\mu_z = 9,0$ (dB) ; $\sigma_z = 5,65$ (dB)						

Tabel I-a

$\sigma_z$ (dB)	Met de computer bepaalde waarden (zie bijl., tab. II)			Met form. (5-22) en (5-23) bepaalde waarden		
	$\mu_z$ (dB)	$\sigma_z$ (dB)	$\chi_z(1\%)$ (dB)	$\mu_z$ (dB)	$\sigma_z$ (dB)	$\chi_z(1\%)$ (dB)
4,35	11,8	1,70	15,8	11,8	1,74	15,8
4,85	12,1	1,85	16,4	12,2	2,00	16,8
5,22	12,6	2,20	17,7	12,5	2,30	17,8
5,65	12,9	2,40	18,6	13,0	2,50	18,8
6,06	13,4	2,60	19,5	13,3	2,97	20,2
6,50	13,8	2,80	20,3	13,6	3,44	21,6
$\mu_z = 9,0$			$N = 10$			

Tabel II-a

benadering van de mediane waarde,  $\mu_z$ , van de somverdeling. Grotere afwijkingen treden op in de berekende spreiding,  $\sigma_z$ . Deze afwijkingen ontstaan doordat de variantie van de somverdeling,  $S_z^2$ , ook beïnvloed wordt door het van het log-normale verloop afwijkende karakter van de somverdeling, bij kleine overschrijdingskansen (zie fig. 5-1). Op de waarde,  $\mu_z$ , heeft deze afwijking niet zo'n sterke invloed. Waarschijnlijk is het statistisch mogelijk een waarde voor

te vinden, die een betere benadering geeft van de met de computer gevonden waarden. Deze mogelijkheid wordt nog onderzocht. De afwijking in  $\sigma_2$  neemt toe wanneer  $\sigma_1$  groter wordt (zie tabel  $\overline{I-4}$ ). Voor het ontwerp van het radiosysteem is de waarde van de met 1% kans overschreden uitgangsruijs belangrijk. In tabel  $I-4$  en  $\overline{I-4}$  is te zien dat deze waarde in alle gevallen met een afwijking die kleiner is als 1,5 dB, met frm.(5-22) en (5-23) te bepalen is. Daar de berekende  $\mu_2$  een afwijking van hoogstens 0,3 dB vertoont volgt nog dat waarden van de uitgangsruijs, met een overschrijdingskans tussen 1% en 99%, te berekenen zijn met een nauwkeurigheid die beter is als 1,5 dB. Wanneer een radiosysteem, dat uit b.v. 10 schakels bestaat, berekend wordt, zullen de andere dan de fadingparameters ook onnauwkeurigheden veroorzaken. Deze onnauwkeurigheden zullen in het algemeen groter zijn dan 1,5 dB. Daarom is de fout van 1,5 dB in de met 1% kans overschreden ruijs niet groot. Uit het voorgaande kunnen we dus concluderen:

#### Conclusie

Bij een troposferische verstrooiingsverbinding zal de uitgangsruijs na meerdere schakels log-normaal verdeeld fluctueren. Wanneer de statistische eigenschappen van de componenten (ruijs van één schakel) bekend zijn is de somdistributie te bepalen met de in deze paragraaf gegeven analytische methode. De zo gevonden log-normale verdeling benadert de werkelijk optredende verdeling met een nauwkeurigheid die beter is dan 1,5 dB voor overschrijdingskansen tussen 1% en 99%, wanneer niet meer als 10 radioschakels gebruikt worden.

#### 5-6 De invloed van een dagelijkse cyclus.

In het voorgaande is de cumulatieve distributie van de thermische ruijs berekende, waarbij steeds impliciet is aangenomen dat het fadingverschijnsel voor de diverse radioschakels ongecorreleerd verloopt. Wanneer in het overhorizonsverlies behalve stochastische variaties ook nog een cyclische variatie optreedt, verandert de situatie. De cyclus zal namelijk gelijk zijn voor alle schakels in de verbinding. Zoals eerder in dit rapport is besproken zijn deze cyclische variaties in de CCIR gegevens opgenomen, maar ze zijn hierbij geïnterpreteerd als stochastische variaties. Dit heeft tot gevolg dat het fadingverschijnsel voor de verschillende schakels niet meer ongecorreleerd verloopt.

Aan de hand van een voorbeeld zullen we nagaan wat de cyclus voor invloed heeft op de kwaliteit van een uit 10 identieke secties bestaand radiosysteem; waarbij elke sectie een overhorizonsafstand van 250 Km. overbrugt.

Voor de gehele dag is de verdeling van het ten opzichte van een referentieniveau gereduceerde ruisniveau van elke component gegeven door  $\mu_i = 0,0, 5,65$  (dB). Wanneer we de computerwaarden voor het met 1% kans overschreden ruisniveau uit tabel  $\overline{II}$ -a bepalen dan volgt dat na 10 secties dit niveau een bedrag  $\chi_2(1\%) = 18,6$  dB boven het referentieniveau ligt. Deze waarde geldt voor een hele dag.

We nemen nu aan dat de cyclus de dag in twee perioden van 12 uur verdeelt, waarbij het gemiddelde overhorizonsverlies in deze perioden 4,5 dB verschilt. De statistische spreiding in het verlies nemen we gelijk voor beide perioden.

Met  $\mu_{i,1} - \mu_{i,2} = 4,5$  dB volgt dan uit de voor de gehele dag gegeven  $\mu_i$  en  $\sigma_i$ :

$$\mu_{i,1} + \mu_{i,2} = 2\mu_i \quad \text{dus} \quad \mu_{i,1} = 2,25 \text{ dB}$$

$$\text{en} \quad \mu_{i,2} = -2,25 \text{ dB.} \quad (\text{t.o.v. referentieniveau})$$

$$\text{en} \quad (\sigma_{i,2})^2 = \sigma_i^2 - \frac{1}{4} (\mu_{i,1} - \mu_{i,2})^2$$

$$\text{dus} \quad \sigma_{i,2} = 5,22 \text{ dB.}$$

Met tabel  $\overline{II}$ -a volgt dan voor  $\chi_2(1\%)$  voor beide perioden:

Periode -1:  $\chi_2(1\%)$  ligt 17,7 dB boven  $\mu_{i,1}$  dus  
 $17,7 + 2,25 = 19,95$  dB boven het referentieniveau.

Periode -2:  $\chi_2(1\%)$  ligt 17,7 dB boven  $\mu_{i,2}$  dus  
 $17,7 - 2,25 = 15,45$  dB boven het referentieniveau.

Bij de gegeven dagelijkse cyclus is het met 1% kans overschreden ruisniveau voor periode 1: 19,95 dB en voor periode 2: 15,45 dB. Wanneer de cyclus verwaarloosd wordt is deze waarde 18,6 dB.

Terwijl de dagelijkse cyclus sterk overdreven is (zie par. 4-4-4) zien we dat voor de slechtste periode de afwijking niet groot is (1,35 dB).

Wanneer we dus bij het bepalen van de ruisdistributie, geldend aan het eind van een uit meerdere schakels bestaand radiosysteem de cyclus verwaarlozen en de door het CCIR gegeven, voor een maand geldende, verdeelingsfuncties representatief laten zijn voor elk uur, maken we geen grote fout.

Deze conclusie is belangrijk, daar het verloop van de dagelijkse cyclus niet bekend is.

## 6. De totale systeemeigenschappen en het hypothetisch referentiecircuit.

De CCIR definiëert voor telecommunicatieverbindingen een referentiecircuit van 2500 Km lengte waarvoor dan de kwaliteitseisen gesteld worden. De eisen worden dan gesteld aan de totale ruis die aan de uitgang van dit referentiecircuit gemeten wordt op het punt van relatief niveau nul. Wanneer een ontworpen keten zich over een afstand uitstrekt die korter als 2500 Km is, mag dit keten slechts een gedeelte van het voor het referentiecircuit toegestane ruisvermogen produceren.

In hoofdstuk 3 van dit rapport is beschreven hoe het uitgangsruisniveau elke minuut een aantal snelle fluctuaties ondergaat tengevolge van de snelle fading. Voor telefonie zijn deze snelle kwaliteitsvariatiën niet zo belangrijk. Daarom kan voor telefonie gerekend worden met de gedurende een minuut gemiddelde ruis. Dit minuutgemiddelde ruisvermogen zal langzaam variëren met de langzame fading. De methode om te bepalen met welke kans dit minuutgemiddelde ruisvermogen een bepaald niveau overschrijdt is in hoofdstuk 5 gegeven. Daar het dus mogelijk is het ruisvermogen aan het eind van een radioketen statistisch volledig te beschrijven, kan ook aan eisen voldaan worden die aan het uitgangsruisvermogen gesteld worden. Deze eisen zullen zo gesteld moeten zijn dan een stochastisch variërende grootte eraan kan voldoen.

Zo zal meestal een eis worden gesteld aan het voor elk uur gemiddelde ruisvermogen. Dit is te bepalen met de in par. 5-4 gegeven formule (5-11). Verder zullen we om het ruisvermogen t.g.v. stochastische fluctuaties niet te groot te laten worden een eis stellen aan b.v. het met 1% kans overschreden ruisniveau.

Een keten van 2500 Km kan b.v. bestaan uit 10 secties van 250 Km. Deze secties kunnen overhorizontafstanden hebben die groter of kleiner dan

250 Km zijn. Wanneer we aannemen dat ze allen ook juist 250 Km zijn, hebben we een soort gemiddelde. Wanneer alle secties dan gelijk zijn opgebouwd, wordt de verdelingsfunctie van de uitgangsruis gegeven door fig. - 9 - in het aanhangsel. Uit deze figuur blijkt dat deze verdeling gegeven wordt door  $\mu_z = 13 \text{ dB}$  en  $\sigma_z = 2,4$ . De ruisniveaux die werden afgelezen zijn waarden die aangeven hoever de uitgangsruis boven het voor één sectie geldende mediane niveau ligt. Stel deze waarde = M. Dan volgt met frm. voor het voor elk uur geldende gemiddelde ruisniveau

$$N(\bar{n}) = M + 13 + 0,5 (\text{dB}) = M + 13,5 (\text{dB})$$

0,5 dB is het verschil tussen het niveau van de gemiddelde ruis en het mediane ruisniveau.

Het met 1% kans overschreden ruisniveau  $N(1\%)$  is

$$N(1\%) = M + 13 + 2,32 \sigma_z = M + 18,6 (\text{dB})$$

Het verschil tussen  $N(1\%)$  en  $N(\bar{n})$  is dus 5 dB. Deze waarde is representatief voor een verbinding die is opgebouwd uit schakels van troposferische verstrooiingsverbindingen over een afstand van 2500 Km. Dit is als volgt in te zien.

Wanneer het aantal bij elkaar gevoegde log-normale grootheden größer wordt, wordt de spreiding van de somverdeling kleiner (zie tabel I en I-4). Wanneer grotere overhorizonsafstanden worden overbrugd wordt de ruisverdeling aan de uitgang der schakels gekenmerkt door een kleinere spreiding.

We kunnen een 2500 Km verbinding opbouwen uit een groot aantal schakels met kleine overhorizonsafstanden of uit een klein aantal met grote overhorizonsafstanden, of uit een combinatie van aantallen van beide soorten. Het aantal schakels en de lengten ervan zullen dus ongeveer omgekeerd evenredig zijn. Wanneer we dan het keten van 2500 Km opbouwen zal vermindering van het aantal schakels de spreiding,  $\sigma_z$ , willen verhogen, maar dit effect wordt weer min of meer gecompenseerd door een verlaging van  $\sigma_z$  die ontstaat doordat de schakels langer worden.

Daarom zal de spreiding  $\sigma_z$  die optreedt bij een verbinding die bestaat uit tien schakels van 250 Km representatief zijn voor elke troposferische verstrooiingsverbinding over een afstand van 2500 Km.

Hiervoor geldt:

$$N(1\%) - N(\bar{n}) = 5 \text{ dB.}$$



Wanneer we het verschil tussen de eis voor  $N(1\%)$  en de eis voor  $N(\bar{n})$  groter dan  $5 \text{ dB}$  nemen, zal de eis voor  $N(1\%)$  steeds de zwaarste zijn. Wanneer we dit verschil kleiner dan  $5 \text{ dB}$  nemen zal  $N(\bar{n})$  steeds de zwaarste eis zijn.

Beide eisen samen hebben alleen zin wanneer ze ongeveer  $5 \text{ dB}$  verschillen. Ze zijn wel allebei nodig omdat de verbinding ook schakels kan bevatten die tot stand komen op een andere manier dan met troposferische verstrooiing.

BIJLAGE

De met de computer berekende cumulatieve distributie.

## 1. Eerste serie.

$$\mu_i = 0,0 \text{ dB} \quad \sigma_i = 5,65 \text{ dB}$$

In deze serie is het aantal variabelen gevarieerd. De berekening is uitgevoerd voor  $N = 2, 3, 4, 6, 8, 10$ . De somverdeling werd gerepresenteerd door 500 getallen ( $M = 500$ ).

In figuur -- is de cumulatieve distributie voor elk geval opgetekend. Uit figuur -- blijkt dat alle verdelingen weer log-normaal verlopen. De verdelingen worden weer gekarakteriseerd door het gemiddelde en de spreiding van de normale verdeling.

Deze waarden volgen uit figuur -- en zijn in tabel I aangegeven; ook de met 1% kans overschreden waarde  $X_{\frac{1}{2}}(1\%)$  is hierin opgenomen.

$\mu_i = 0,0 \text{ dB}$		$\sigma_i = 5,65 \text{ dB}$	
N	$\mu_{\Sigma} \text{ (dB)}$	$\sigma_{\Sigma} \text{ (dB)}$	$X_{\frac{1}{2}}(1\%) \text{ (dB)}$
1	0,0	5,65	13,1
2	4,2	4,85	15,4
3	6,8	3,75	15,6
4	8,3	3,30	16,0
6	10,6	2,85	17,2
8	12,0	2,40	17,6
10	12,9	2,40	18,6

Tabel I

## 2. Tweede serie.

In deze serie is steeds de somverdeling van dien gelijke log-normale verdelingen bepaald.

De berekening is uitgevoerd voor 6 gevallen waarin de spreiding resp. 4,35; 4,85; 5,22; 5,65; 6,06 en 6,5 dB is. (Komt overeen met resp. 1,0; 1,1; 1,2; 1,3; 1,4 en 1,5 Neper). In grafiek -2- zijn de met de computer berekende overschrijdingskansen aangegeven en door verzameling van punten is weer een zo goed mogelijk passende rechte lijn getrokken. De

somverdeling werd gerepresenteerd door 500 getallen (steekproeven).

In tabel II zijn het gemiddelde ( $\mu_z$ ), de spreiding ( $\sigma_z$ ) en de met 1% kans overschreden waarde ( $X_z$ ) van de logaritme van de somverdeling aangegeven, zoals deze uit figuur -2- volgen.

$\mu_i = 0,0$		$N = 10$	
$\sigma_i$ (dB)	$\mu_z$ (dB)	$\sigma_z$ (dB)	$X_z(1\%)$ (dB)
4,35	11,8	1,70	15,8
4,85	12,1	1,85	16,4
5,22	12,6	2,20	17,7
5,65	12,9	2,40	18,6
6,06	13,4	2,60	19,5
6,50	13,8	2,80	20,3

Tabel II

### 3. Derde serie.

Uit serie een en twee is gebleken dat de som van de daar gebruikte log-normale verdelingen weer in zéér goede benadering log-normaal is. In deze twee series werden de overschrijdingskansen bepaald uit een populatie van 500 steekproeven. Om nauwkeuriger na te gaan of de somverdeling, binnen de bereikte nauwkeurigheid, een systematische afwijking van het log-normale gedrag vertoont is eenmaal door de computer de somverdeling bepaald met 2000 steekproeven. Dit is gedaan voor het geval:  $N = 10$ ,  $\mu_i = 0,0$  en  $\sigma_i = 5,65$ . De berekende waarden zijn in figuur uitgezet, en door deze punten is weer een zo goed mogelijk passende rechte lijn getrokken.

Uit figuur -3- valt te concluderen dat binnen de bereikte nauwkeurigheid voor overschrijdingskansen tussen 0,2% en 99,8% geen systematische afwijking van het log-normale gedrag waar te nemen is.

### 4. Vierde serie.

In het voorgaande zijn steeds alle verdelingen van de componenten gelijk genomen. Er zijn nog enkele gevallen berekend waarin de diverse  $\mu_i$ 's en

$\sigma_i$  's willekeurige ongelijke waarden aannamen. Uit deze gevallen kon echter ook alleen geconcludeerd worden dat de somverdelingen voor overschrijdingskansen tussen 0,2% en 99,8% log-normaal verliep.

