

MASTER

De eenfasige synchrone motor met permanent magnetische rotor

Kamerbeek, E.M.H.

Award date:
1965

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

906 bse

STUDIEBOEK
ELEKTROTECHNIEK
E - HOOGBOUW

DE EENFASIGE SYNCHRONE MOTOR MET
PERMANENT MAGNETISCHE ROTOR

EM65-2

E.M.H. Kamerbeek

september 1965

INHOUD

	pag.
Summary	d
1. Inleiding	1
2. Algemene bewegingsvergelijkingen	3
3. De motor zonder verzadiging	3
3.1. Bewegingsvergelijkingen	4
3.2. Bepaling van de machineconstanten	6
3.3. Quasi-stationair bedrijf	6
3.3.1. Betrekkingen	7
3.3.2. Polaire stroomdiagrammen	9
3.4. Dimensionering	15
3.5. Het dynamische gedrag	15
3.5.1. Bewegingsvergelijkingen	17
3.5.2. Doel van het onderzoek	18
3.5.3. Methoden van onderzoek	22
3.5.4. Onderzoek van de bewegingsvergelijkingen met behulp van een analoge rekenmachine	22
3.5.4.1. Dynamische stabiliteit	29
3.5.4.2. Aanloopeigenschappen	30
3.5.4.3. Theorie getoetst aan de praktijk	33
3.5.5. Onderzoek van de gelineariseerde bewegingsvergelijkingen	33
3.5.5.1. Invloed van de linearisering	35
3.5.5.2. Verdere vereenvoudiging van de bewegingsvergelijkingen	38
3.5.5.3. De mogelijkheden van een elektromechanisch model	43
3.5.5.4. Onderzoek van vereenvoudigde bewegingsvergelijkingen met behulp van een analoge rekenmachine	49
3.5.6. Conclusies	51
3.5.7. Aard van de verwaarlozingen	

	pag.
4. De motor met verzadiging	53
4.1. Bewegingsvergelijkingen	53
4.2. Experimentele bepaling van de machinegrootheden	53
4.2.1. Bepaling van $\frac{d\psi}{dt}$	53
4.2.2. Bepaling van $\frac{J\dot{\psi}}{SC}$	57
4.2.3. Bepaling van $\frac{JW}{SC}^m$	58
4.2.4. Conclusies	59
4.3. Vereenvoudiging van de bewegingsvergelijkingen	59
4.4. analytische functies voor $\psi(m)$	63
4.5. Onderzoek m.b.v. een analoge rekenmachine	70
4.5.1. Dimensieloze bewegingsvergelijkingen	70
4.5.2. Rekenmachineresultaten	71
4.5.3. Berekening van de rekenmachineresultaten	77
5. Conclusies	79
Literatuur	81
Figuren 11 t/m 21	82
27 t/m 34	93

d

DE EENFASIGE SYNCHRONE MOTOR MET PERMANENT MAGNETISCHE ROTOR.

door E.M.H. Kamerbeek *)

Summary:

The behaviour of a single-phase synchronous motor with permanent-magnet rotor is subjected to a theoretical study.

In dealing with the dynamic properties of the motor extensive use is made of an analogue computer.

The influence of saturation is also taken into account.

In all theoretical investigations core losses have been neglected.

*) Technische Hogeschool Eindhoven



1. Inleiding.

De ontwikkeling van ferromagnetische oxyden, waaronder ferroxdure, heeft tot gevolg dat ook op het gebied van de elektrische machines de toepassing van permanente magneten op grotere schaal gaat plaatsvinden. Het gebruik van deze nieuwe materialen wordt in vele gevallen aantrekkelijk, omdat het tot vereenvoudigde constructies en een groter vermogen per volume-eenheid kan leiden. Vooral bij kleine motoren, waar de gehele rotor door permanent magnetisch materiaal kan worden vervangen zijn deze voordelen overduidelijk.

De van een permanent magnetische rotor voorziene ééfasige synchrone motor onderscheidt zich wat zijn quasi-stationaire eigenschappen betreft slechts zeer weinig van de met gelijkstroom bekrachtigde motor; wel mist de genoemde motor uiteraard de regelbaarheid van het magneetveld.

Bij de beschrijving van het quasi-stationaire gedrag kan op bevredigende wijze gebruik worden gemaakt van de theorie van de conventionele synchrone machine. De aanwezigheid van een permanente magneet uit zich voornamelijk in een andere grootte-orde van de machineconstanten.

Onder dynamische omstandigheden zijn er opmerkelijke verschillen met de conventionele synchrone machine. De complicaties, die zich bij de beschrijving van het dynamische gedrag voordoen, betreffen de aanloopverschijnselen en de stabiliteit. Met name aan de stabiliteit zal in het onderhavige rapport veel aandacht worden geschonken.

2. Algemene bewegingsvergelijkingen.

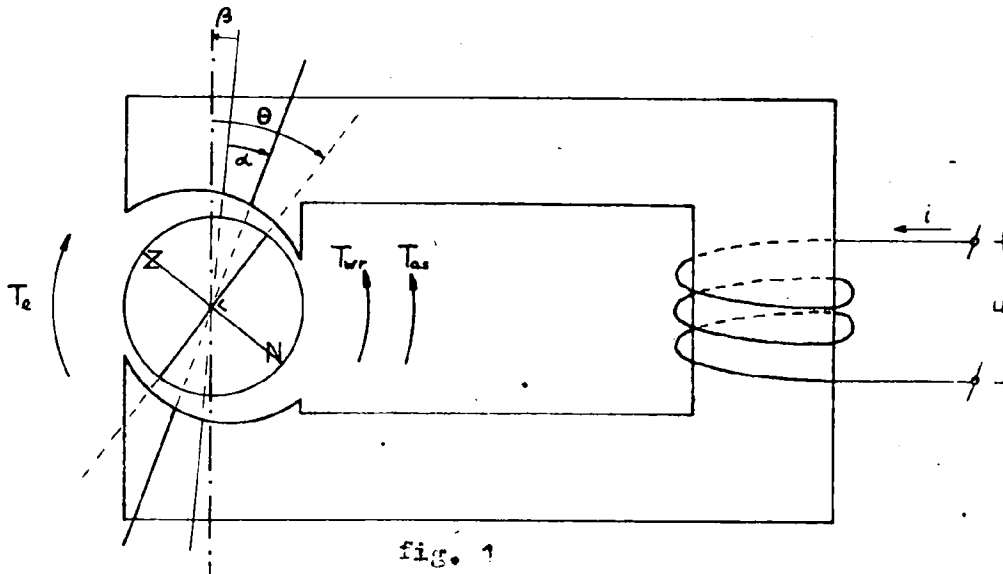
Bij onze beschouwingen zullen we steeds veronderstellen dat de magnetische materialen - Ferroxdure en ijzer - geen hysteresis vertonen en dat de invloed van de wervelstromen in het ijzer te verwaarlozen is. De stator bevat steeds één elektrisch circuit; de rotor bestaat uit een holle of massieve cylinder van Ferroxdure.

Hoewel voor Ferroxdure in een groot gebied geldt:

$$\underline{E} = \mu_r \mu_0 \underline{H} + \mu_0 \underline{M}, \text{ waarin } \underline{M} \text{ (de magnetisatie) = constant en}$$

$\mu_r \approx \text{constant}$, zullen we toch veronderstellen dat \underline{M} onder invloed van \underline{H} kan veranderen, dus $\underline{M} = \underline{M}(\underline{H})$.

Indien er geen stroom in de statorwikkeling vloeit geldt voor de magnetische energie van de in figuur 1 aangegeven motor: $W_m = W_m(\theta)$



Voor het statorcircuit noteren we de spanningsbetrekking:

$$u = Ri + \frac{d\Phi}{dt}, \text{ waarin } \Phi = \Phi(i, \theta) \quad (2.1)$$

$W_m(\theta)$ en $\Phi(i, \theta)$ zijn éénwaardige functies.

Verwaarlozen we bij onze beschouwingen de elektrische veldenergie, dan volgt uit de energiebalans:

$$i d\Phi = dW_m(i, \theta) + T_e d\theta, \text{ waarin} \quad (2.2)$$

T_e het koppel van elektromagnetische oorsprong is.

$$\text{Daar } d\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial i} di + \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} d\theta \text{ en } dW_m = \frac{\partial W_m}{\partial i} di + \frac{\partial W_m}{\partial \theta} d\theta$$

volgt uit (2.2):

$$\left(\frac{\partial W_m(i, \theta)}{\partial i} - i \frac{\partial \Phi(i, \theta)}{\partial i} \right) di + \left(T_e - i \frac{\partial \Phi(i, \theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial W_m(i, \theta)}{\partial \theta} \right) d\theta = 0 \quad (2.3)$$



De totale magnetische energie $W_m(i, \theta)$ is gegeven door de uitdrukking:

$$W_m(i, \theta) = W_m(\theta) + \int_{\Phi(0, \theta)}^{\Phi(i, \theta)} i d\Phi = W_m(\theta) + W_{mi}(i, \theta) \quad (2.4)$$

Uit (2.4) volgt:

$$\frac{\partial W_m(i, \theta)}{\partial i} = i \frac{\partial \Phi(i, \theta)}{\partial i} \quad (2.5)$$

Met (2.5) en (2.3) vinden we dan voor het koppel:

$$T_e = i \frac{\partial \Phi(i, \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial W_m(i, \theta)}{\partial \theta} \quad (2.6)$$

Kennen we tenslotte aan de rotor een traagheidsmoment J , een wrijvingskoppel T_{wr} en een askoppel T_{as} toe, dan levert de koppel-evenwichts-betrekking:

$$i \frac{\partial \Phi(i, \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial W_m(i, \theta)}{\partial \theta} = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + T_{wr} + T_{as} \quad (2.7)$$

De betrekkingen (2.1) en (2.7) dienen als uitgangspunt voor onze verdere beschouwingen.

3. De motor zonder verzadiging.

3.1. Bewegingsvergelijkingen.

Bij afwezigheid van verzadiging kunnen we stellen:

$$\Phi = Li + \hat{\Phi}_m F(\theta), \text{ waaruit volgt (zie 2.4): } W_{mi} = \frac{1}{2} Li^2 \quad (3.1-1)$$

Hiermee vinden we voor de bewegingsvergelijkingen (2.1) en (2.7)

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \hat{\Phi}_m F'(\theta) \frac{d\theta}{dt} \quad \text{en} \quad (3.1-2)$$

$$i \hat{\Phi}_m F'(\theta) - \frac{dW_m(\theta)}{d\theta} = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + T_{wr} + T_{as} \quad \text{met} \quad (3.1-3)$$

$$F'(\theta) = \frac{dF(\theta)}{d\theta} \quad .$$



Als gevolg van de homogene magnetisatie van de rotor ($\underline{M} = \text{constant}$), kan worden verwacht dat: (zie fig. 1)

$$F'(\theta) \approx \cos(\theta - \beta) \quad \text{en} \quad (3.1-4)$$

$$-\frac{dW_m(\theta)}{d\theta} \approx \hat{T}_k \sin 2(\theta - \alpha - \beta). \quad (3.1-5)$$

Onder 3.2 zal het bovenstaande worden bevestigd.

3.2. Bepaling van de machineconstanten.

- De weerstand (R) van de statorwikkeling kan op eenvoudige wijze worden bepaald met een Wheatstone-meetbrug.

- De zelfinductie (L) van de statorwikkeling volgt uit meting van stroom en spanning; dit levert:

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2}.$$

Bij deze metingen blijkt dat de ijzerverliezen voor een eerste benadering van L verwaarloosd kunnen worden.

Het verloop van L (gemiddeld over θ) is als functie van de spanning weergegeven in grafiek 1. De verzadiging blijkt binnen het gebied $u \leq 220$ V weinig invloed te hebben op de grootte van L.

- De functie $\hat{\Phi}_m F'(\theta)$ kan langs experimentele weg worden gevonden uit de spanningsbetrekking (3.1-2). Immers onder de voorwaarden $i = 0$ en $\frac{d\theta}{dt} = \omega_m = \text{constant}$ geldt $v = \hat{\Phi}_m F'(\theta) \omega_m$. Het verloop van $\hat{\Phi}_m F'(\theta)$ is weergegeven in grafiek 2. Het nulpunt voor de θ -schaal werd zo gekozen, dat voor $\theta = 0$ de grondharmonische in U maximaal en positief is. (d.w.z. in (3.1-4): $\beta = 0$).

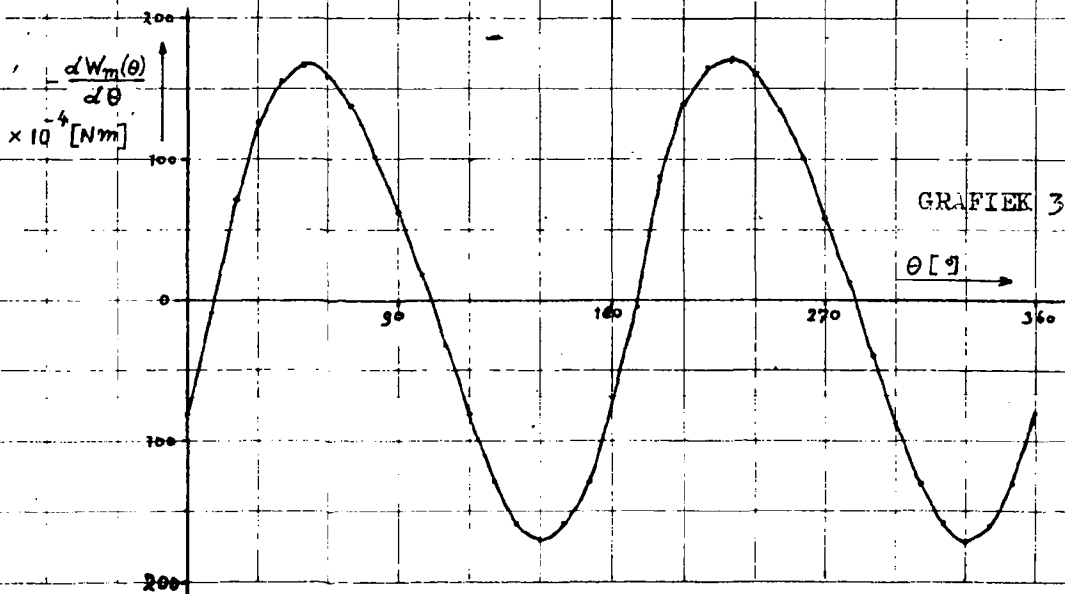
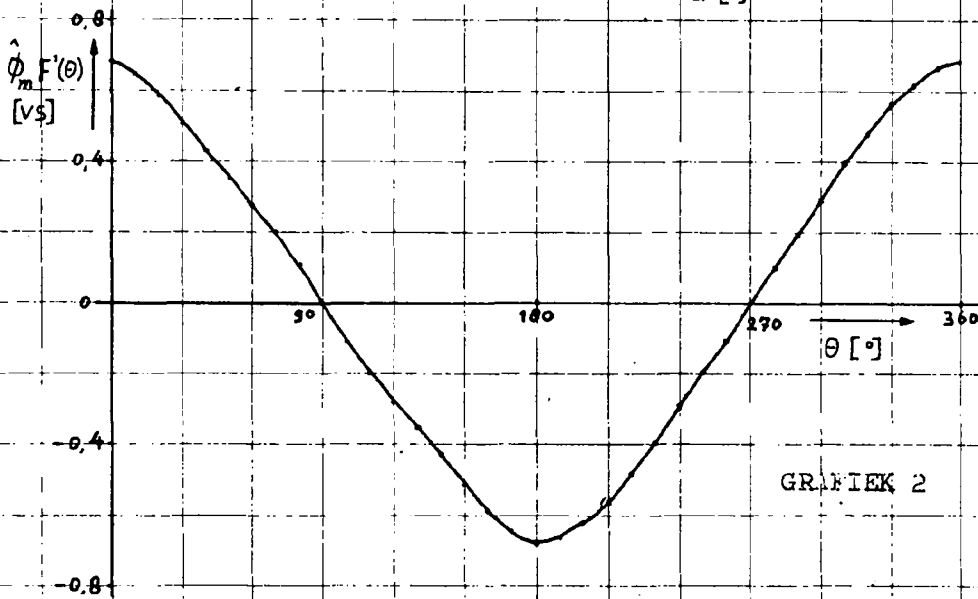
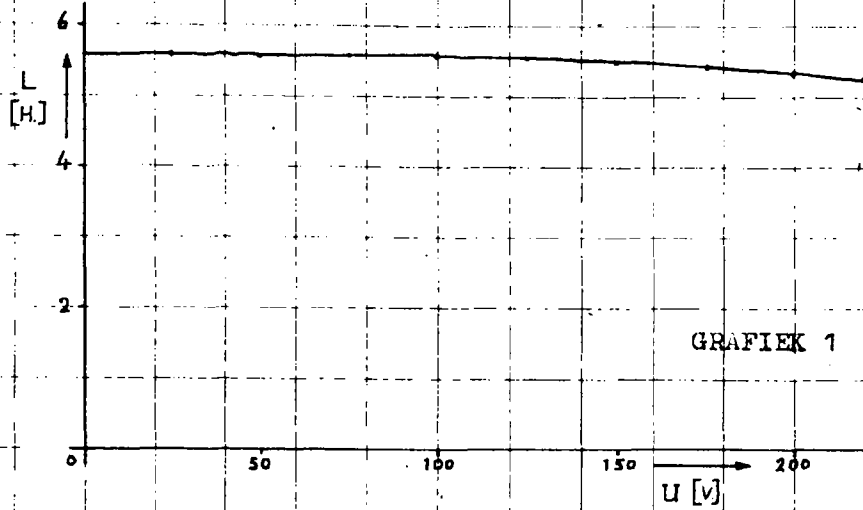
- Onder statische omstandigheden ($\frac{d\theta}{dt} = 0$) geldt voor een onbelcrachtig-

$$\text{de motor (zie (3.1-5))}: -\frac{dW_m(\theta)}{d\theta} = T_{wr} + T_{as}.$$

Met behulp van een dynamometer werd T_{as} als functie van θ bepaald.

Na het invoeren van de correctie ten gevolge van T_{wr} werd het resultaat afgebeeld in grafiek 3.

- Het traagheidsmoment (J) kan worden berekend uit de afmetingen van de rotor en het s.g. van Ferroxdure.





- Het wrijvingskoppel (T_{wr}) kan worden bepaald door bij de meting van $-\frac{dW}{d\theta}$ voor een vaste waarde van θ de wrijving van teken te

laten verwisselen. Dit levert: $-\frac{dW}{d\theta} = -T_{wr} + T'_{as}$. Hieruit volgt:

$T_{wr} = \frac{T'_{as} - T_{as}}{2}$. Uit metingen blijkt dat T_{wr} over het gehele toeren-gebied als een constante kan worden beschouwd.

Onder quasi-stationaire omstandigheden ($\frac{d\theta}{dt} = \text{constant}$) werd het askoppel (T_{as}) bepaald met behulp van een kleine remdynamo (gelijkstroommachine). Uit de meetresultaten blijkt dat we als een goede benadering kunnen invoeren:

$$F'(\theta) = \cos \theta, \quad \frac{-dW}{d\theta} = \hat{T}_k \sin 2(\theta - \alpha) = T_k \text{ (kleefkoppel) en}$$

$$T_{wr} = \hat{T}_{wr} \text{ sgn}(\dot{\theta}).$$

Het askoppel zal steeds worden beschreven met: $T_{as} = \hat{T}_{as} \text{ sgn}(\dot{\theta})$.

3.3. Quasi-stationair bedrijf.

3.3.1. Betrekkingen.

We definiëren quasi-stationair bedrijf door te stellen:

$$u = \hat{u} \cos \omega t, \quad \theta = \theta_0 + \omega t \quad \text{en} \quad i = \hat{i} \cos(\omega t - \varphi).$$

Daar in het algemeen het elektromagnetische koppel een pulserend karakter heeft - het is een éénfasige motor -, zal aan de voorwaarde $\theta = \theta_0 + \omega t$ slecht bij benadering kunnen zijn voldaan. De benadering is beter naarmate het totale traagheidsmoment in de bewegingsvergelijking groter is.

Onder de genoemde voorwaarden wordt de spanningsbetrekking:

$$\hat{u} \cos \omega t = Ri + L \frac{di}{dt} + \omega \hat{\Phi}_m \cos(\omega t + \theta_0) \quad (3.3-1)$$

Hieruit volgt voor de momentane waarde van de stroom:

$$i = \frac{U\sqrt{2}}{Z} [\cos(\omega t - \chi) - \lambda \cos(\omega t + \theta_0 - \chi)], \quad \text{waarin} \quad (3.3-2)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}, \quad \chi = \text{bgtg} \frac{\omega L}{R} \quad \text{en} \quad \lambda = \frac{\omega \hat{\Phi}_m}{\hat{u}}$$



De momentane waarde van het elektromagnetische koppel wordt:

$$T_e = \frac{U^2}{\omega Z} \lambda [\cos(\theta_0 + \chi) - \lambda \cos \chi + \cos(2\omega t + \theta_0 - \chi) - \lambda \cos(2\omega t + 2\theta_0 - \chi)] + \hat{T}_k \sin 2(\omega t + \theta_0 - \alpha) \quad (3.3-3)$$

Verder vinden we voor de gemiddelde waarde van het elektrische vermogen:

$$\bar{P}_e = UI \cos \varphi = \frac{U^2}{Z} [\cos \chi - \lambda \cos(\chi - \theta_0)] \quad \text{en} \quad (3.3-4)$$

voor de gemiddelde waarde van het mechanische vermogen:

$$\bar{P}_m = \omega \bar{T}_e = \frac{U^2}{Z} \lambda [\cos(\theta_0 + \chi) - \lambda \cos \chi] \quad (3.3-5)$$

Mit (3.3-4) en (3.3-5) volgt voor het motorrendement:

$$\eta_m = \frac{\bar{P}_m}{\bar{P}_e} = \lambda \frac{\cos(\theta_0 + \chi) - \lambda \cos \chi}{\cos \chi - \lambda \cos(\chi - \theta_0)} \quad (3.3-6)$$

3.3.3. Polaire stroomdiagrammen.

Het elektromechanische gedrag van de motor tijdens quasi-stationair bedrijf kan op fraaie wijze aanschouwelijk worden gemaakt aan de hand van de zogenaamde Blondel-diagrammen. In deze diagrammen wordt de grootheid \underline{I} uit de relatie $i = \text{Re} [\underline{I} \sqrt{2} e^{j\omega t}]$ afgebeeld in het complexe vlak voor verschillende bedrijfstoestanden. Uit (3.3-2) volgt:

$$\underline{I} = \frac{U}{Z} [e^{-j\chi} - \lambda e^{-j(\chi - \theta_0)}] \quad (3.3-7)$$

Leggen we de vektor \underline{U} langs de reële as, dan vinden we voor de meetkundige plaats van \underline{I} bij een constante waarde van λ een cirkel met middelpunt $\frac{U}{Z} e^{-j\chi}$ en straal $\frac{U}{Z} \lambda$ (zie figuur 2).

De hoek θ_0 bepaalt onder deze omstandigheden $-U$ en λ zijn constant het koppel \bar{T}_e (zie (3.3-5)) en wordt daarom de koppelhoek genoemd. We kunnen ook nagaan wat de meetkundige plaats van \underline{I} is bij een constante waarde van resp. \bar{P}_e , $\bar{P}_R = RI^2$, \bar{P}_m en η_m . Hiertoe stellen we:

$$\text{Re} [\underline{I}] = X \quad \text{en} \quad \text{Im} [\underline{I}] = Y.$$

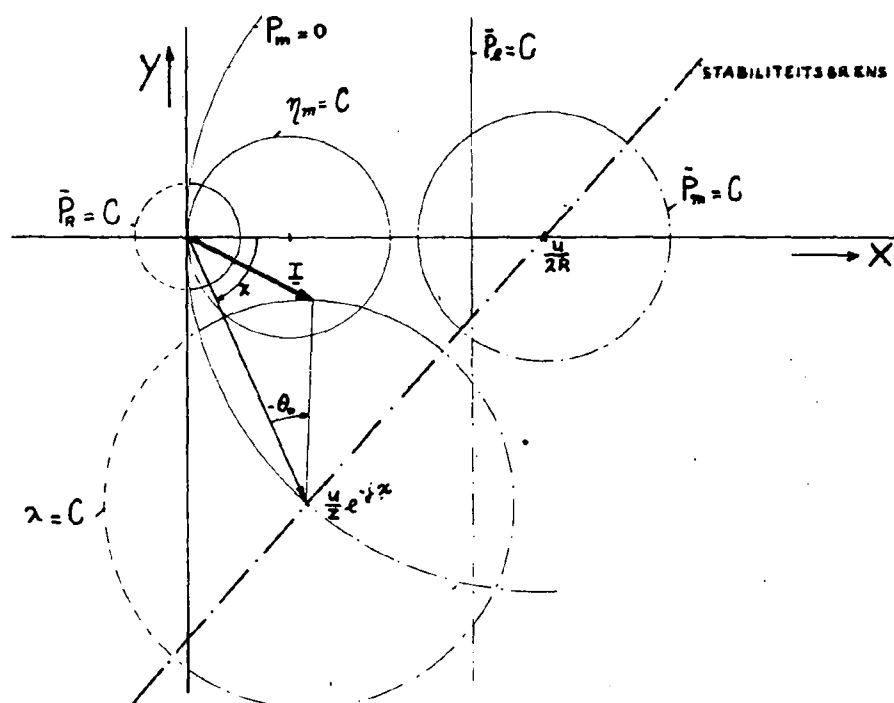


fig. 2

Indien $\bar{P}_e = UI \cos \varphi = \text{constant}$ geldt:

$$X = \frac{\bar{P}_e}{U} \quad (3.3-8)$$

De bedrijfspunten, waarvoor geldt $\bar{P}_R = \text{constant}$, worden gegeven door:

$$X^2 + Y^2 = \frac{\bar{P}_R}{R} \quad (3.3-9)$$

$\bar{P}_m = \bar{P}_e - \bar{P}_R = \text{constant}$ leidt tot de meetkundige plaats:

$$\left(X - \frac{U}{2R}\right)^2 + Y^2 = \left(\frac{U}{2R}\right)^2 \left(1 - \frac{\bar{P}_m}{U^2}\right) \quad (3.3-10)$$

Bedrijfspunten met een zelfde rendement (η_m) hebben als meetkundige plaats:

$$\left(X - (1 - \eta_m) \frac{U}{2R}\right)^2 + Y^2 = (1 - \eta_m)^2 \left(\frac{U}{2R}\right)^2 \quad (3.3-11)$$

In figuur 2 zijn de genoemde meetkundige plaatsen aangegeven.

Uit (3.3-10) volgt, dat het maximale mechanische vermogen wordt gegeven door:

$$\bar{P}_{m(\max)} = \frac{U^2}{4R} \quad \text{en} \quad (3.3-12)$$

dat de bedrijfspunten met $\bar{P}_m = 0$ liggen op de cirkel met middelpunt $\left(\frac{U}{2R}, 0\right)$ en straal $\frac{U}{2R}$.

Veronderstellen we, dat voor stabiel bedrijf in ieder geval voldaan moet zijn aan de bekende voorwaarde:

$\frac{d\bar{T}}{d\theta_0} < 0$, dan blijkt het gebied $\chi \leq -\theta_0 \leq \chi + \pi$ instabiel te zijn. Het ideële motorgebied, gegeven door de voorwaarden $\bar{P}_m > 0$ en $-\pi + \chi < -\theta_0 < \chi$, kan nu in het polaire diagram worden aangegeven. Een nadere beschouwing van de stabiliteit zal leren, dat het praktisch bruikbare motorgebied in het algemeen veel kleiner is.

3.4. Dimensionering.

De klemspanning (U) en het nominale mechanische vermogen (\bar{P}_{mn}) behoren steeds tot de uitgangspunten voor een ontwerp. In verband met dit feit blijkt het zinvol te zijn de betrekkingen uit 3.3. als volgt dimensieloos te maken:

$$\underline{i} = \frac{\bar{I}}{I_0}, \text{ met } I_0 = \frac{U}{2R} \quad \text{en} \quad (3.4-1)$$

$$\bar{p} = \frac{\bar{P}}{P_0}, \text{ met } P_0 = \frac{U^2}{4R} = P_{m(\max)} \quad (3.4-2)$$

In het bedrijfspunt $P_m = P_{m(\max)}$ geldt dan:

$$\underline{i} = \bar{p}_m = 1.$$

Met (3.4-1) en (3.4-2) vinden we dan:

$$\underline{i} = 2 \cos \chi [e^{-j\chi} - \lambda e^{-j(\chi - \theta_0)}] \quad \text{en} \quad (3.4-3)$$

$$\bar{p}_m = \frac{\omega \bar{T}}{P_0} = \bar{t}_e = 4\lambda \cos \chi [\cos(\theta_0 + \chi) - \lambda \cos \chi] \quad (3.4-4)$$

Voorts gaan de betrekkingen (3.3-8) t/m(3.3-12) over in:

$$x = \frac{\bar{p}_e}{2} \quad (3.4-5)$$

$$(x - 1)^2 + y^2 = 1 - \bar{p}_m \quad (3.4-6)$$

$$(x - (1 - \eta_m))^2 + y^2 = (1 - \eta_m)^2 \quad (3.4-7)$$

$$x^2 + y^2 = \bar{p}_R \quad (3.4-8)$$

waarin $x = \text{Re}[\underline{i}]$ en $y = \text{Im}[\underline{i}]$.

In figuur 3 zijn deze meetkundige plaatsen aangegeven. De invloed van de parameter χ is nu ook duidelijk zichtbaar.

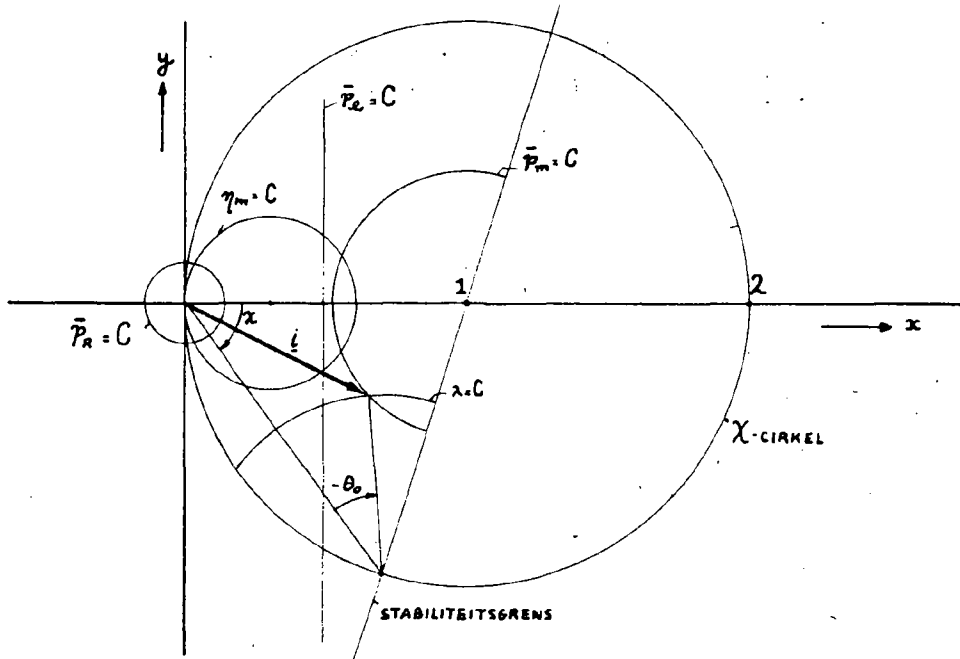


Fig. 3

We beperken ons tot 2 grafische ontwerp-procedures.

- a) We wensen: $\bar{p}_{mk} = \bar{p}_m(\max) = 1$, de overbelastbaarheid = b en een maximaal rendement bij $\bar{p}_{mn} = \frac{1}{b}$.

Procedure: (zie fig. 4). Construeer de meetkundige plaats van de bedrijfspunten $\bar{p}_n = \frac{1}{b}$. Bepaal het "stabiele" snijpunt (B) van de cirkel $\bar{p}_n = \frac{1}{b}$ (middelpunt C) met de x-as; in B is η_m maximaal. Construeer vervolgens de middelloodlijn van \overline{BC} en het snijpunt (A) van deze lijn met de χ -cirkel.

Dit levert: $\chi = \angle BOA$, $\lambda = \frac{AC}{AO}$ en $\eta = 1 - \frac{OB}{2}$.

Uit $P_{m(\max)} = \frac{U^2}{4R} = b P_{mn}$ volgt:

$$R = \frac{U^2}{4b P_{mn}} \quad (3.4-9)$$

en daar $\omega L = R \operatorname{tg} \chi$:

$$L = \frac{U^2}{4\omega b P_{mn}} \operatorname{tg} \chi \quad (3.4-10)$$

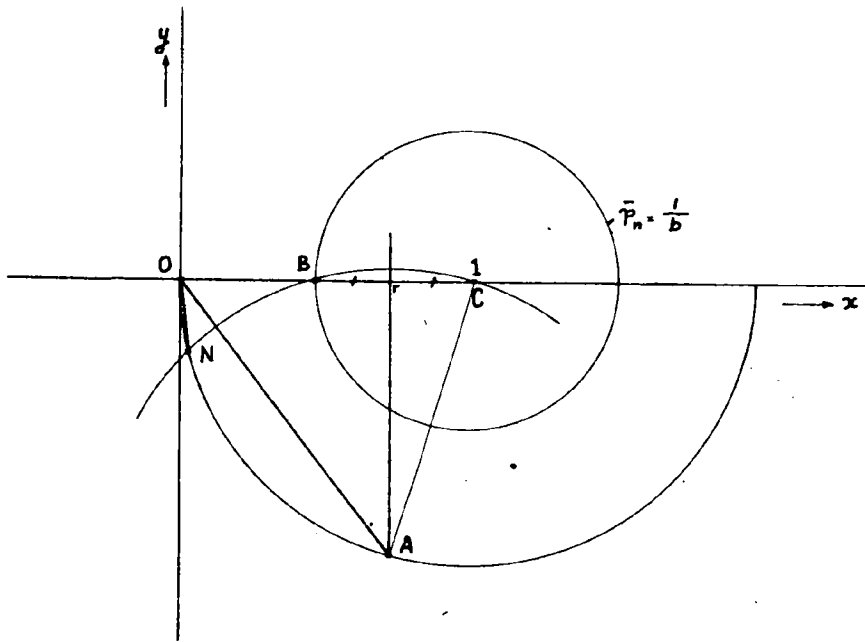


fig. 4

De λ -cirkel met middelpunt A levert ons het nullastpunt N. Dit de afstand \overline{ON} kunnen de koevoortstanden bij nullast worden berekend. Tenslotte moeten de grootheden L , R , $\hat{\Phi}_m = \lambda \frac{1}{\omega}$ in verband worden gebracht met de afmetingen van de motor. Stellen we : $L = \frac{N^2}{R_m}$, waarin

N = aantal windingen van de statorspoel en

R_m = magnetische weerstand van het magneetscircuit en verlies

$\hat{\Phi}_m = N \hat{\Phi}_m^{(1)}$, waarin $\hat{\Phi}_m^{(1)}$ = maximale rotorflux door het statorcircuit,

dan gelden de relaties:

$$\hat{\Phi}_m^{(1)} = \frac{\lambda \omega V^2}{N \omega} \quad \text{en} \quad (3.4-11)$$

$$R_m = N^2 \frac{\omega}{R \text{tg } \chi} \quad . \quad (3.4-12)$$

Uit (3.4-11) en (3.4-12) volgt:

$$R_m \{ \hat{\Phi}_m^{(1)} \}^2 = \frac{2\lambda^2 \omega^2}{\omega R \text{tg } \chi} = \frac{3\lambda^2 b P_{mn}}{\omega \text{tg } \chi} \quad (3.4-13)$$

De grootheden R_m en $\hat{\Phi}_m^{(1)}$ hangen alleen af van de afmetingen en de materiaaleigenschappen. Hierop zal in dit rapport niet verder worden ingegaan.



Heeft de ontwerper een configuratie gevonden waarbij voldaan is aan (3.4-13), dan volgt N uit (3.4-11).

De spoelweerstand (R) moet voldoen aan de relatie (3.4-12). Met

$$R = \rho \frac{N l_{\text{gem}}}{\frac{\pi}{4} d^2}, \text{ waarin}$$

ρ = s.w. van koper

l_{gem} = gemiddelde windingslengte van de statorspoel

d = diameter van de koperdraad

gaat (3.4-12) over in:

$$\frac{l_{\text{gem}}}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{N \omega}{\rho R_m \text{tg } \chi} \quad (3.4-14)$$

Bij de keuze van l_{gem} en d zullen de wikkelruimte en de verwarming een rol spelen.

b) We wensen: $\eta = \eta_{\text{max}}$ bij P_{mn} , en $\frac{P_{\text{mk}}}{P_{\text{mn}}} = b$.

Procedure: (zie fig. 5). Bereken \overline{OB} uit $\eta_{\text{max}} = 1 - \frac{\overline{OB}}{r}$.

Bepaal \overline{p}_n voor de cirkel met straal $r_n = \overline{BC}$ en ook de straal r_k

van de cirkel $\overline{p}_k = b \overline{p}_n$.

De cirkel met straal $1 - r_k$ (middelpunt B) snijdt de χ -cirkel in het punt A. Uit de figuur volgt dan:

$$\chi = \angle AOB, \quad \lambda = \frac{\overline{AE}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AO}}.$$

De weerstand R kan worden berekend uit:

$$R = \frac{\overline{p}_n \cdot \overline{y}^2}{4P_{\text{mn}}} = \frac{U^2}{4P_{\text{mn}}}$$

Zie verder procedure a).

Vanzelfsprekend is het ook mogelijk de besproken ontwerpmethoden langs analytisch weg uit te voeren. Bovenstaande grafische methoden laten echter duidelijk de praktische betekenis van het polaire diagram uitkomen.

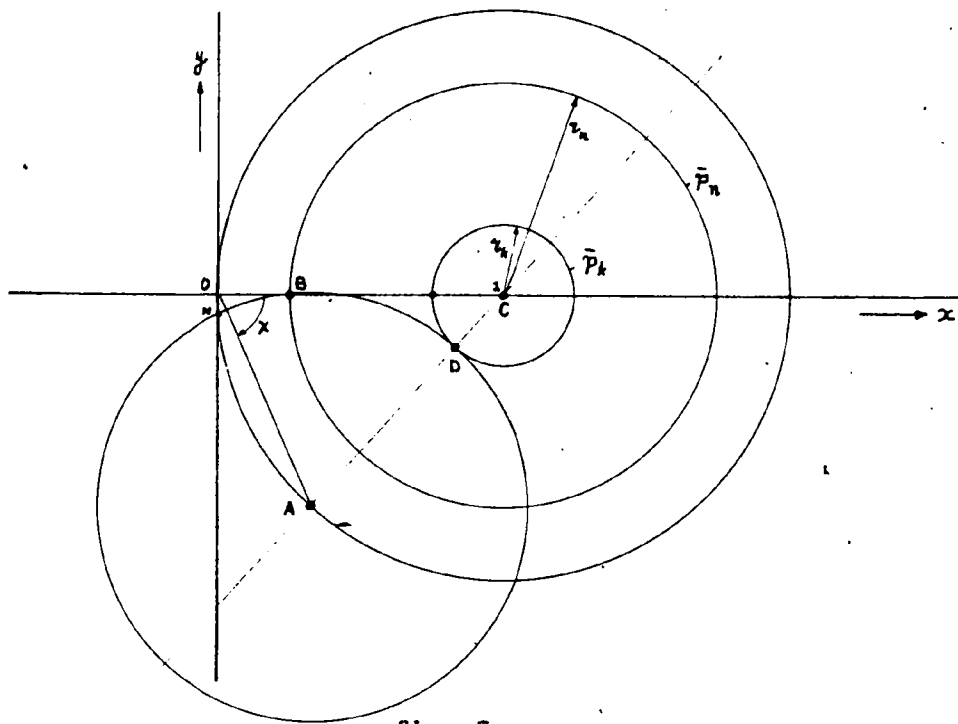


fig. 5

Bij het ontwerp zal ook aandacht moeten worden besteed aan de grootte en fase van het zogenaamde kleeffkoppel.

Het kleeffkoppel maakt deel uit van de koppelcomponent met de dubbele netfrequentie. In dimensionloze vorm wordt dit koppel beschreven door de uitdrukking : (vergelijk 3.3-3)

$$t_{e2} = 4\lambda \cos \chi [\cos(2\omega t + \theta_0 - \chi) - \lambda \cos(2\omega t + 2\theta_0 - \chi)] + \hat{t}_k \sin 2(\omega t + \theta_0 - \alpha) \quad (3.4-15)$$

waarin $\hat{t}_k = \frac{\hat{T}_k}{U^2 R}$

Stellen we vervolgens $t_{e2} = \text{Re} [\underline{t}_{e2} e^{j2\omega t}]$,

dan volgen de grootte en fase van t_{e2} uit een afbeelding in het complexe vlak van de vector:

$$\underline{t}_{e2} = e^{j2\theta_0} [4\lambda \cos \chi (e^{-j(\theta_0 + \chi)} - \lambda e^{-j\chi}) - j \hat{t}_k e^{-j2\alpha}] \quad (3.4-16)$$

Voor het verkrijgen van een aanloopkoppel moet α van nul verschillen. Grote waarden van α kunnen echter bij het ontwerp niet op eenvoudige wijze worden verwezenlijkt.



In het algemeen zal men bij nominale belasting een zo klein mogelijke waarde van \hat{t}_{e2} wensen. Veel vrijheid in de keuze van \hat{T}_k en α bestaat er echter niet, omdat deze grootheden zeer nauw samenhangen met R_m en $\hat{\phi}_m^{(1)}$, die door de betrekkingen (3.4-11) en (3.4-12) reeds vastliggen. Een wijziging in de poolvorm en de poolbooghoek maakt hierna nog een beperkte variatie in \hat{T}_k en α mogelijk.

Met behulp van de reeds bekende waarden van λ , χ en θ_0 kan

$\underline{t}_{e2} e^{-j2\theta_0}$ op eenvoudige wijze worden afgebeeld in het complexe vlak (zie figuur 6).

Het eindpunt T van deze vector moet dus zo dicht mogelijk bij de oorsprong komen te liggen.

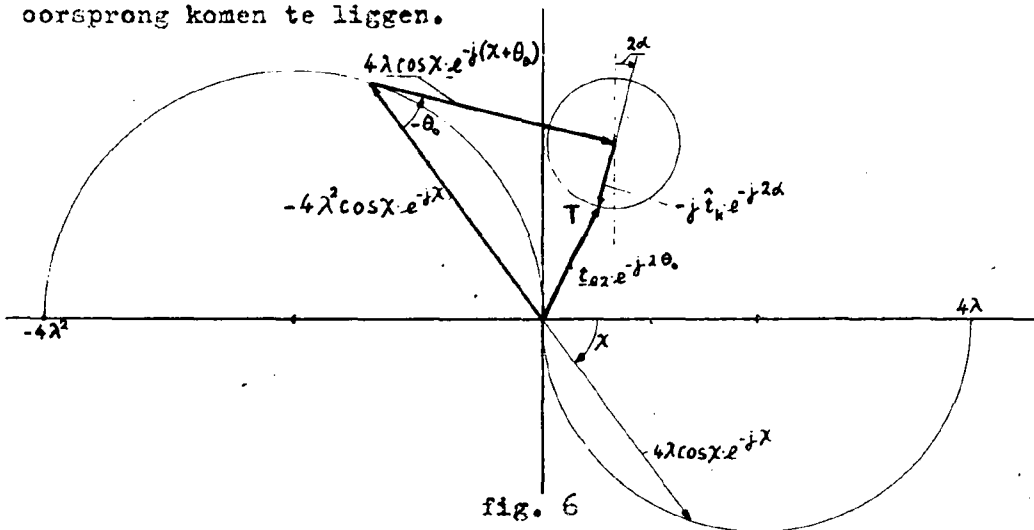


fig. 6

Bij onze beschouwingen van de quasi-stationaire toestand hebben we ons beperkt tot het geval: $\frac{d\theta}{dt} = \omega_m = \omega$.

Het zal duidelijk zijn dat dankzij het eenfasige karakter van de beschouwde motor het geval $\omega_m = -\omega$ uitmondt in dezelfde betrekkingen, indien men $\theta = \omega_m t + \theta_0$ vervangt door $\theta' = \pi - \theta = \omega t + \pi - \theta_0 = \omega t + \theta'_0$; zie figuur 7.

De hoek α in het kleeftkoppel moet bij de negatieve draairichting echter van een minteken worden voorzien.

Uit figuur 6 blijkt dan duidelijk, dat in het algemeen het gedrag van de motor mede afhangt van de draairichting.

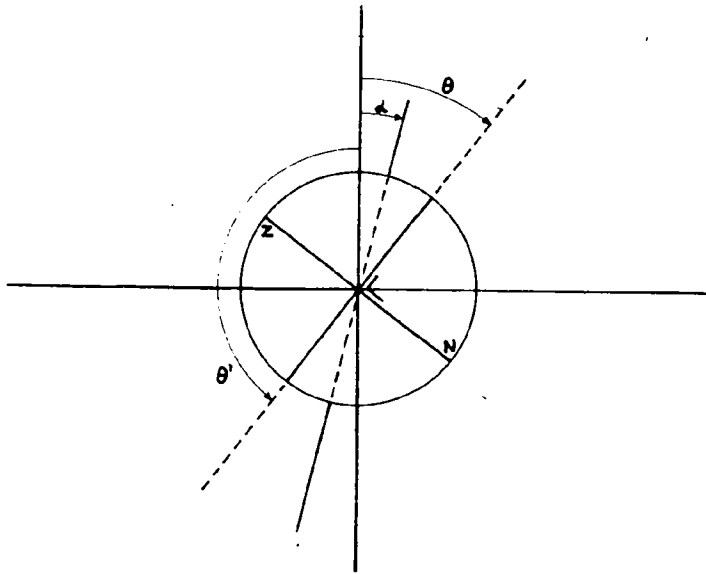


fig. 7

3.5. Het dynamische gedrag.

3.5.1. Bewegingsvergelijkingen.

Een theoretisch onderzoek naar de aanloopeigenschappen en de stabiliteit van de motor kan slechts geschieden aan de hand van de beide differentiaalvergelijkingen:

$$\hat{u} \cos(\omega t + \phi) = Ri + L \frac{di}{dt} + \hat{\Phi}_m \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \quad \text{en} \quad (3.5-1)$$

$$i \hat{\Phi}_m \cos \theta + \hat{T}_k \sin 2(\theta - \alpha) = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \hat{T}_b \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) \quad (3.5-2)$$

Met behulp van de parameter ϕ kan het inschakelmoment worden gekozen, immers $u(t=0) = \hat{u} \cos \phi$.

Het belastingskoppel \hat{T}_b bevat ook het wrijvingskoppel \hat{T}_{wr} , zodat $\hat{T}_b = \hat{T}_{wr} + \hat{T}_{as}$. (3.5-3)

Het aantal parameters in de betrekkingen (3.5-1) en (3.5-2) kan worden gereduceerd door het introduceren van dimensieloze variabelen, die we mede met het oog op later rekenmachinewerk als volgt kiezen:

$$i = \frac{\omega L}{u} i \quad \text{en} \quad \tau = \omega t \quad (3.5-4)$$



Hiermee gaan de betrekkingen (3.5-1) en (3.5-2) over in:

$$\cos(\tau + \psi) = r\dot{i} + \frac{di}{d\tau} + \lambda \cos \theta \cdot \frac{d\theta}{d\tau} \quad \text{en} \quad (3.5-5)$$

$$\lambda c \dot{i} \cos \theta + \dot{t}_k \sin 2(\theta - \alpha) = \frac{d^2\theta}{d\tau^2} + \dot{t}_b \operatorname{sgn} \left(\frac{d\theta}{d\tau} \right) \quad (3.5-6)$$

$$\text{waarin: } r = \frac{R}{\omega L} = \cot \chi, \quad c = \frac{2U^2}{\omega^2 L^2}, \quad \dot{t}_k = \frac{\hat{T}_k}{J\omega^2} \quad \text{en} \quad \dot{t}_b = \frac{\hat{T}_b}{J\omega^2}$$

In hoofdstuk 3.4. hebben we gezien dat in de quasi-stationaire toestand het gedrag van de motor in eerste instantie wordt bepaald door de parameters χ , λ en \bar{p}_m .

De parameter \bar{p}_m kan worden uitgedrukt in de nieuwe parameters r, c en \dot{t}_b ; we vinden $\bar{p}_m = \frac{8r}{c} \dot{t}_b$. (3.5-7)

Ten behoeve van een aanschouwelijke voorstelling van de invloed van de diverse parameters, zullen we ook hier gebruik maken van een polair diagram.

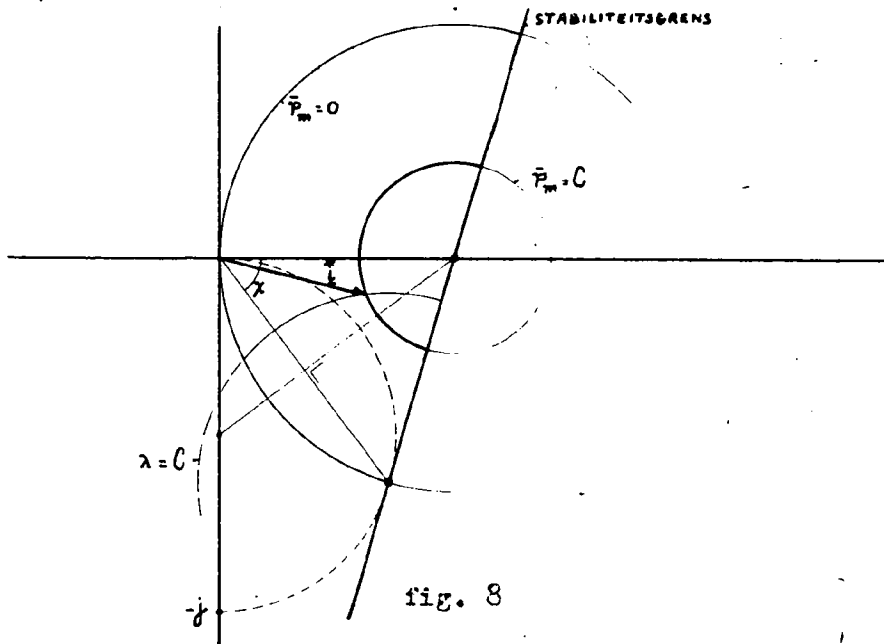
Stellen we $\psi = 0$ en $\theta = \theta_0 + \tau$, dan vinden we voor de dimensionelone stroom:

$$\dot{i} = \sin \chi [\cos(\tau - \chi) - \lambda \cos(\tau + \theta_0 - \chi)] \quad (3.5-8)$$

Voor de complexe grootheid $\underline{\dot{i}}$ uit de relatie $\dot{i} = \operatorname{Re} [\underline{\dot{i}} e^{j\tau}]$

vinden we dan: $\underline{\dot{i}} = \sin \chi [e^{-j\chi} - \lambda e^{j(\theta_0 - \chi)}]$. (3.5-9)

We beelden de vector $\underline{\dot{i}}$ af voor een vaste waarde van χ ; zie figuur 8. Zoals uit deze figuur blijkt kan het eindpunt van de vector $\underline{\dot{i}}$ worden aangegeven met behulp van de parameters λ en $\bar{p}_m = \frac{8r}{c} \dot{t}_b$.



3.1.2. Doel van het onderzoek.

De door ons beschouwde motor is in de praktijk bruikbaar indien hij tenminste aan de volgende eisen voldoet:

Hij moet (a) in onbelaste toestand zelfstandig kunnen aanlopen, (b) vervolgens stabiel blijven draaien en (c) tenslotte belastbaar zijn tot een bepaalde waarde.

In verband met deze eisen stellen we ons het volgende ten doel:

- a) Voor een constante χ -waarde te bepalen het gebied G_a in figuur 8, waarbinnen de op een willekeurig ogenblik ingeschakelde motor na een tijd T_a een stabiel bedrijfspunt bereikt.
- b) Voor een constante χ -waarde te bepalen het gebied G_s , waarbinnen stabiel bedrijf mogelijk is.

Onder stabiel bedrijf willen we verstaan motorbedrijf, waarvoor geldt:

1) $\left| \frac{d\theta}{dt} \right|_{\text{gem}} = 1$, d.w.z. de gemiddelde hoeksnelheid komt overeen met de synchrone hoeksnelheid.

2) $\left| \left| \frac{d\theta}{dt} \right| - 1 \right| < \Delta$, d.w.z. de variaties om de gemiddelde hoeksnelheid liggen binnen bepaalde grenzen.

In ieder geval geldt de eis: $0 \leq \Delta < 1$.

Per definitie ligt het gebied G_a binnen het gebied G_s ; het geeft informatie betreffende de aanloopeigenschappen.

Wanneer bijvoorbeeld $\alpha = 0$, is er geen gebied G_a .



We wijzen er met nadruk op, dat voor de punten binnen G_a bij elke waarde van ϕ een goede aanloop optreedt. Er zullen in het algemeen ook punten zijn, waar slechts voor bepaalde ϕ -waarden een bevredigende aanloop optreedt. Deze punten liggen dus buiten het door ons gedefiniëerde gebied G_a .

Voor een bepaalde waarde van χ zijn de grootte en ligging van de gebieden G_a en G_s afhankelijk van de parameters $(\epsilon, t_k, \alpha, \Delta, T_a)$, respectievelijk $(\epsilon, t_k, \alpha, \Delta)$.

In het volgende zullen we ons bezighouden met de afbakening van de gebieden G_a en G_s in de polaire diagrammen van \dot{i} .

3.5.3. Methoden van onderzoek.

Voor de gecompliceerde niet-lineaire differentiaalvergelijkingen (3.5-5) en (3.5-6) kunnen helaas geen algemene oplossingen worden aangegeven. Dit noodzaakt ons om in ieder geval de aanloopverschijnselen met een rekenmachine te onderzoeken. In verband met het grote aantal parameters en het karakter van de differentiaalvergelijkingen kozen we een analoge rekenmachine. Alleen langs deze weg kan informatie worden verkregen ten aanzien van de in 3.5.2. gedefiniëerde gebieden G_a .

Een uitspraak over de stabiliteit van een elektromechanisch systeem vereist niet altijd bekendheid met de oplossingen van de bewegingsvergelijkingen. Dit wordt geïllustreerd door het gebruik van de Hurwitz-criteria bij lineaire differentiaalvergelijkingen met constante coëfficiënten.

We zullen nu nagaan in hoeverre het in ons geval mogelijk is om bij het stabiliteitsonderzoek gebruik te maken van analytische methoden.

Ten behoeve van een overzichtelijke notatie voeren we in:

$$\dot{i} = y_1, \quad \theta = y_2 \quad \text{en} \quad \dot{\theta} = y_3.$$

Hiermee gaan de betrekkingen (3.5-5) en (3.5-6) over in

$$\frac{dy_1}{d\tau} = \lambda y_1 - \lambda y_3 \cos y_2 + \cos(\tau + \phi) \quad (3.5-10)$$

$$\frac{dy_2}{d\tau} = y_3 \quad (3.5-11)$$

$$\frac{dy_3}{d\tau} = \lambda \epsilon y_1 \cos y_2 + \dot{t}_k \sin 2(y_2 - \alpha) - \dot{t}_b \operatorname{sgn}(y_3). \quad (3.5-12)$$



Dit stelsel heeft de algemene gedaante:

$$\frac{dy_s}{d\tau} = Y_s(y_1, y_2, y_3, \tau) \quad (s = 1, 2, 3) \quad (3.5-13)$$

Bij een stabiliteitsonderzoek is het gebruikelijk om over te gaan op differentiaalvergelijkingen, welke de gestoorde beweging beschrijven. Noemen we f_1 , f_2 en f_3 de particuliere oplossingen van (3.5-10), (3.5-11) en (3.5-12), dan zijn de storingen gegeven door

$$x_s = y_s - f_s \quad (s = 1, 2, 3) \quad (3.5-14)$$

Dit levert:

$$\frac{dx_s}{d\tau} = Y_s(x_1 + f_1, x_2 + f_2, x_3 + f_3, \tau) - Y_s(f_1, f_2, f_3, \tau) \quad (3.5-15)$$

Met (3.5-10) t/m (3.5-12) vinden we dan:

$$\frac{dx_1}{d\tau} = -rx_1 - \lambda x_3 \cos(x_2 + f_2) - \lambda f_3 \cos(x_2 + f_2) + \lambda f_3 \cos f_2 \quad (3.5-16)$$

$$\frac{dx_2}{d\tau} = x_3 \quad (3.5-17)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx_3}{d\tau} = & +\lambda c x_1 \cos(x_2 + f_2) + \lambda c f_1 \cos(x_2 + f_2) + \dot{t}_k \sin 2(x_2 + f_2 - \alpha) + \\ & - \dot{t}_k \sin 2(f_2 - \alpha) - \lambda c f_1 \cos f_2 - \dot{t}_b \operatorname{sgn}(f_3 + x_3) + \dot{t}_b \operatorname{sgn}(f_3) \end{aligned} \quad (3.5-18)$$

$$\text{of } \frac{dx_s}{d\tau} = X_s(x_1, x_2, x_3, \tau) \quad \text{met} \quad (3.5-19)$$

$$X_s(0, 0, 0, \tau) = 0$$

De betrekking (3.5-19) beschrijft een niet-stationaire beweging, daar X_s expliciet afhankelijk is van τ . Dit feit maakt een stabiliteitsbeschouwing bijzonder gecompliceerd.



De tweede (directe) methode van Ljapunow biedt de mogelijkheid algemene wetten op te stellen betreffende de stabiliteit van niet-stationaire bewegingen. (zie L1 pag. 161 - 169 en L2 pag. 37 t/m 41) Het gebruik van deze wetten vereist echter het creëren van zogenaamde Ljapunow-functies; dit zijn zeer speciale functies, die niet volgens een bekende procedure kunnen worden verkregen.

Een nadere beschouwing van de vergelijking (3.5-19) maakt duidelijk, dat het vinden van een geschikte Ljapunow-functie voor deze betrekking als onmogelijk moet worden beschouwd.

Onder invoering van de benadering $x_2 \ll 1$ geldt:

$\cos x_2 \approx 1$ en $\sin x_2 \approx x_2$. Met deze benaderingen gaan de relaties (3.5-16), (3.5-17) en (3.5-18) over in respectievelijk:

$$\frac{dx_1}{dt} = -rx_1 + \lambda f_3 x_2 \sin f_2 - \lambda x_3 \cos f_2 \quad (3.5-20)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_3 \quad (3.5-21)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \lambda c x_1 \cos f_2 - \lambda c f_1 x_2 \sin f_2 + 2 \dot{f}_k x_2 \cos 2(f_2 - \alpha). \quad (3.5-22)$$

Deze betrekkingen vormen "de eerste benadering" van het oorspronkelijke stelsel (3.5-19).

Helaas geeft een stabiliteitsbeschouwing van de eerste benadering niet altijd bruikbare informatie betreffende de stabiliteit van het oorspronkelijke stelsel.

Met name zijn het de verwaarloosde niet-lineaire termen die de invloed van de grootte der verstoringen op de stabiliteit bepalen. Verderop zal hier nader op worden ingegaan.

Onderzoek van de lineaire betrekkingen (3.5-20) t/m (3.5-22) wordt eerst mogelijk, indien we de particuliere oplossingen $f_1(\tau)$, $f_2(\tau)$ en $f_3(\tau)$ kennen.



Nu kunnen we op eenvoudige wijze aantonen dat de volgende reeksontwikkelingen mogelijk moeten zijn:

$$f_1 = f_1^{(1)} + f_1^{(3)} + f_1^{(5)} + \dots = \dot{i}_1 + \dot{i}_3 + \dot{i}_5 + \dots$$

$$f_2 = \tau + f_2^{(2)} + f_2^{(4)} + \dots = \tau + \theta_0 + \theta_2 + \theta_4 + \dots$$

$$f_3 = \frac{df_2}{dt} = 1 + \theta_2' + \theta_4' + \dots$$

waarin $\dot{i}_1 = \hat{i}_1 \cos(\tau - \varphi_1)$, $\dot{i}_3 = \hat{i}_3 \cos(3\tau - \varphi_3)$, etc.

$$\theta_2 = \hat{\theta}_2 \cos(2\tau + \rho_2), \theta_4 = \hat{\theta}_4 \cos(4\tau + \rho_4), \text{ etc.}$$

In die gevallen, waarbij θ_2 , θ_4 etc. zeer klein zijn - een motor met een groot traagheidsmoment en/of klein tweede harmonisch koppel - kunnen de vergelijkingen van de eerste benadering nog verder worden vereenvoudigd:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\alpha x_1 + \lambda x_2 \sin(\tau + \theta_0) - \lambda x_3 \cos(\tau + \theta_0) \quad (3.5-23)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_3 \quad (3.5-24)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \lambda \alpha x_1 \cos(\tau + \theta_0) - \lambda \dot{i}_1 x_2 \sin(\tau + \theta_0) + 2 \dot{i}_k x_2 \cos 2(\tau + \theta_0 - \alpha) \quad (3.5-25)$$

Deze vereenvoudigde lineaire differentiaalvergelijkingen met periodieke coëfficiënten zijn in principe voor een analytische stabiliteitsbeschouwing toegankelijk. (zie L1 pag. 169 - 194 en 19) Dit onderzoek zou zeer veel rekenwerk vergen en bovendien slechts uitvoerbaar zijn voor kleine waarden van de parameter λ . Daar voor de praktische toepassingen juist het gebied met grote λ -waarden van belang is, werd het onderzoek langs deze weg niet voortgezet. Verderop zal het evenwel nodig blijken het gedrag van de vergelijkingen (3.5-22) t/m (3.5-24) met behulp van een rekenmachine te onderzoeken.



Aan het einde van dit hoofdstuk komen we tot de conclusie dat een analytisch onderzoek naar de stabiliteit van de éénfasige motor met permanent magnetische rotor niet uitvoerbaar is.

Het verkrijgen van een gesloten uitdrukking voor de gebieden $G_g(\alpha, t_k^*, \alpha, \Delta)$ moet dus als een onmogelijkheid worden beschouwd.

De gecompliceerdheid van het onderhavige stabiliteitsprobleem dwingt ons nu de hulp van de analoge rekenmachine in te roepen. In het volgende hoofdstuk zal deze methode van onderzoek nader worden uiteengezet.

3.5.4. Onderzoek van de bewegingsvergelijkingen met behulp van een analoge rekenmachine.

In de fig. 9a en 9b is het rekenmachineschema weergegeven, waarmee de differentiaalvergelijkingen (3.5-5) en (3.5-6) tot een oplossing kunnen worden gebracht. Het zijn de functies $\cos \theta$ en $\sin 2(\theta - \alpha)$, die dit schema nogal gecompliceerd maken, want beide functies kunnen slechts met behulp van een omvangrijke generatorschakeling (fig. 9b) uit de beginwaarden $\theta_0 = \theta(\tau = 0)$ en de functie $\theta = \theta(\tau)$ worden verkregen.

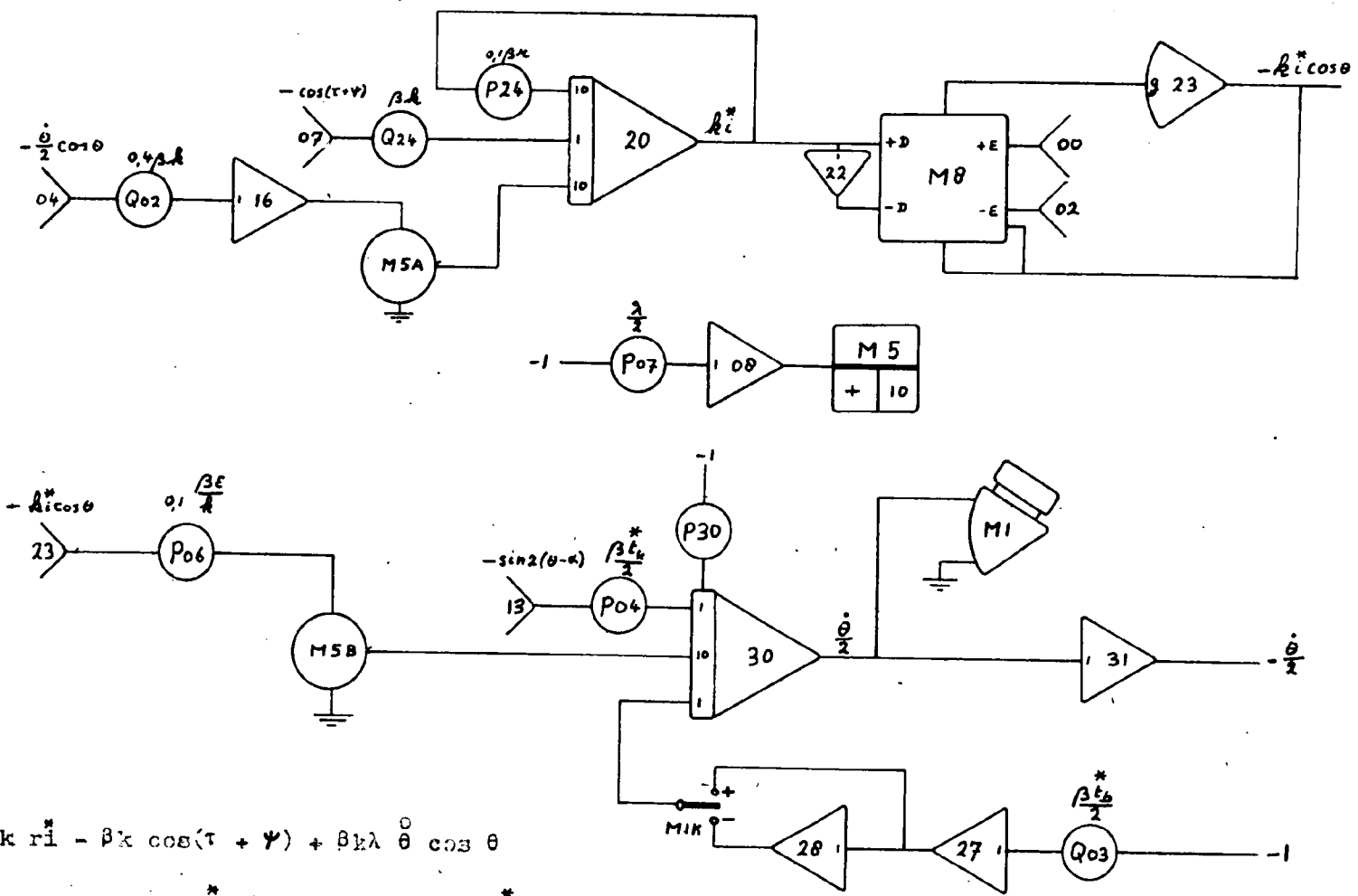
3.5.4.1. Dynamische stabiliteit.

De volgende procedure werd gevolgd om te komen tot een afbeelding van het gebied G_g (zie 3.5-2) in het polaire diagram van $\frac{d\theta}{dt}$.

a) Kies voor χ, α, t_k^* en Δ waarden, die liggen binnen de volgende intervallen:

$$40^\circ \leq \chi \leq 55^\circ; 1,5 \leq \alpha \leq 2; 0,15 \leq t_k^* \leq 0,20; -10^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ.$$

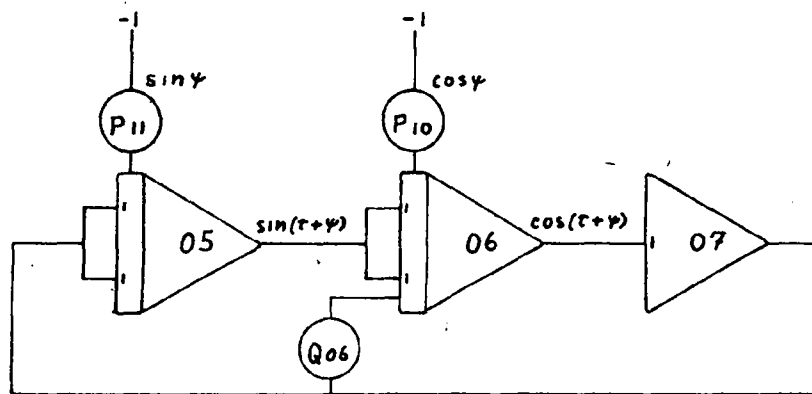
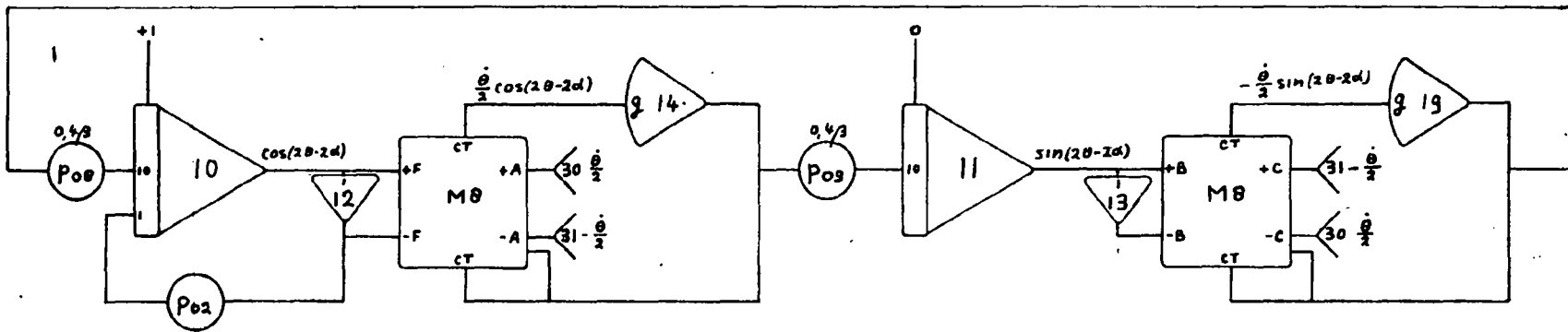
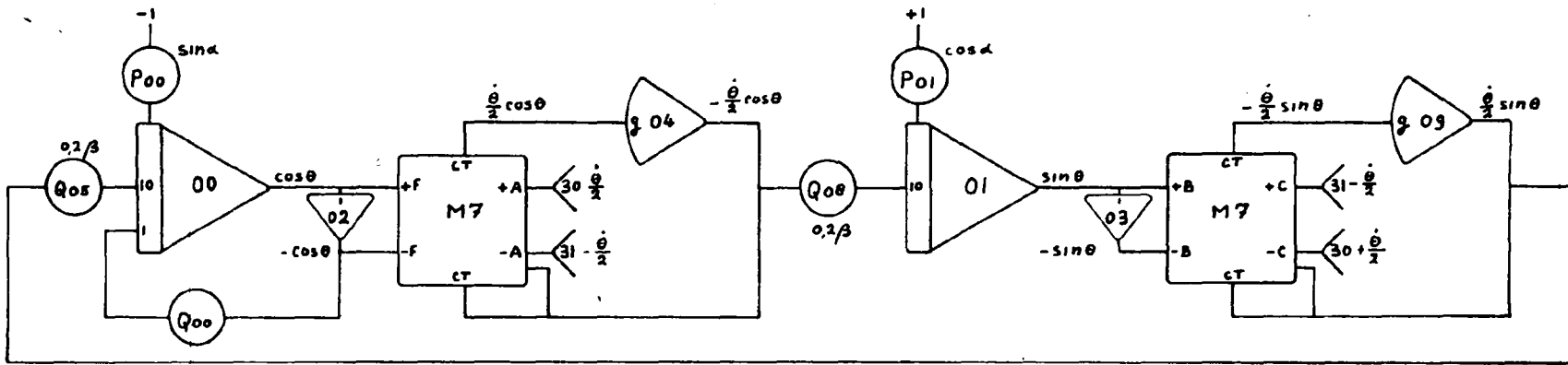
Uit metingen aan enkele prototypen is gebleken dat de aangegeven waarden ook constructief binnen de mogelijkheden liggen. Om het overgangsverschijnsel tijdens dit onderzoek in grootte en tijdsduur zo veel mogelijk te beperken - het liefst zouden we zonder beginstoring het onderzoek starten - werd als beginvoorwaarde voor de hoeksnelheid de synchrone hoeksnelheid gekozen, dus $(\frac{d\theta}{dt})_{\tau=0} = 1$. Voor de beginstand van de rotor werd gekozen de labiele evenwichtsstand $\theta_0 = \theta(\tau=0) = \alpha$. (zie fig. 1)



$$-k i^* = \beta k r i - \beta k \cos(\tau + \psi) + \beta k \lambda \dot{\theta} \cos \theta$$

$$-\dot{\omega}^* = -\beta c \frac{\lambda}{2} i^* \cos \theta - \frac{\beta t_k^*}{2} \sin 2(\theta - \alpha) + \frac{\beta t_k^*}{2} \dot{\theta} \sin(\theta)$$

Fig. 9a



$$\theta(\tau = 0) = \alpha - \frac{\pi}{2}$$

fig. 9b

POTENTIOMETERS

ONDERWERP: Stabiliteit omverzadigde proefmotor.

(fig. 22)

PROBLEEM NR.: M65-2

BLAD NR.: 25

AUTEUR:

DATUM:

 $\beta = 2; k = 0,5.$

ADRES	PARAMETER BESCHRIJVING	INSTELLING				
P00	$\sin \alpha$	0,1736	.			
P01	$\cos \alpha$	0,9848				
Q05	0,2 β	0,4000				
Q08	0,2 β	0,4000				
Q00	damping $\cos \theta$	0,0006				
P08	0,4 β	0,8000				
P09	0,4 β	0,8000				
P02	damping $\cos 2(\theta - \alpha)$	0,0010				
P10	$\cos \psi$	1,0000				
F11	$\sin \psi$	0,0000				
Q06	damping $\cos(\psi + \psi)$	0,0007				
P24	0,1 βr	0,1320				
Q24	βk	1,0000				
Q02	0,4 βk	0,4000				
P07	$\frac{\lambda}{2}$	0,3575				
P06	0,1 $\frac{\beta r}{k}$	0,7960				
P04	$\beta t_k / 2$	0,1300				
Q03	$\beta t_b / 2$	0,0000				
P30	i.c. $\frac{\theta}{2}$	0,0000				



- b) Stel een waarde van λ in ($0,2 \leq \lambda \leq 1,2$) en maak $\dot{t}_b = 0$ (motor bij inschakelen onbelast).

De hoek ψ wordt zodanig gekozen dat bij $\lambda = 1$ en gehandhaafd toerental ($\frac{d\theta}{dt} = 1$) na het inschakelen geen statorstroom ontstaat.

Aan deze voorwaarde wordt voldaan indien $\psi = \alpha$.

Is $\lambda \neq 1$ dan treedt wel een elektrisch overgangsverschijnsel op, maar de grootte en duur van de gelijkstroomkomponent in de statorstroom zijn zeer beperkt. Eerst wanneer deze gelijkstroomkomponent weggedempt is, wordt het toerental niet meer "opgedrukt". Het zijn dan slechts kleine afwijkingen in de momentane waarde van θ en i , die aanleiding geven tot verstoringen. Het elimineren van deze laatste verstoringen zou bekendheid met de volledige particuliere oplossingen vereisen.

Na het inschakelen wordt de voorwaarde $\frac{d\theta}{dt} = 1$ gedurende $\frac{15}{\pi}$ perioden gehandhaafd. Naar $\frac{30}{\pi}$ perioden later wordt de belasting langzaam opgevoerd, tenzij in de onbelaste toestand ($\dot{t}_b = 0$) de variaties om de gemiddelde waarde van de hoeksnelheid reeds groter worden dan 40 %. ($\Delta = 0,4$). De waarde van \dot{t}_b waartoe de variaties meer dan 40 % gaan bedragen bepaalt dus in ons geval de stabiliteitsgrens.

- c) Bereken $\bar{p}_m = \frac{2r}{s} \dot{t}_b$ en beeld met behulp van de gegeven waarden van γ en λ het bedrijfspunt af in het polaire diagram.

De stappen b) en c) worden voor andere waarden van λ herhaald, totdat de ligging van het gebied G_s voor een zekere parametercombinatie ($\gamma, c, \dot{t}_b, \alpha$) voldoende benaderd is.



De op deze wijze verkregen informatie betreffende de gebieden G_g was helaas niet erg betrouwbaar en wel om de volgende redenen:

- Voor grote λ -waarden ontwikkelt de instabiliteit zich in het algemeen zeer langzaam. Dit houdt in dat pas na een lange rekentijd een beslissing kan worden genomen ten aanzien van de stabiliteit, terwijl in verband met de driftverschijnselen in de integrator-schakelingen, voor nauwkeurige berekeningen deze lange tijden niet toelaatbaar zijn. De reeds eerder genoemde generatorschakelingen lieten echter niet toe het rekenproces te versnellen.
- Bij niet-lineaire systemen is de stabiliteit afhankelijk van de grootte van de verstoring. Nu is het niet mogelijk het onderzoek te verrichten zonder beginstoring, daar de quasi-stationaire oplossing van de bewegingsvergelijking zulk een gecompliceerde gedaante heeft. De grootte van deze beginstoring hangt af van het inschakelmoment (φ).

Hierdoor wordt het gebied G_g toch een functie van φ , terwijl volgens onze aanvankelijke definitie (zie pag. 17) G_g onafhankelijk van φ is.

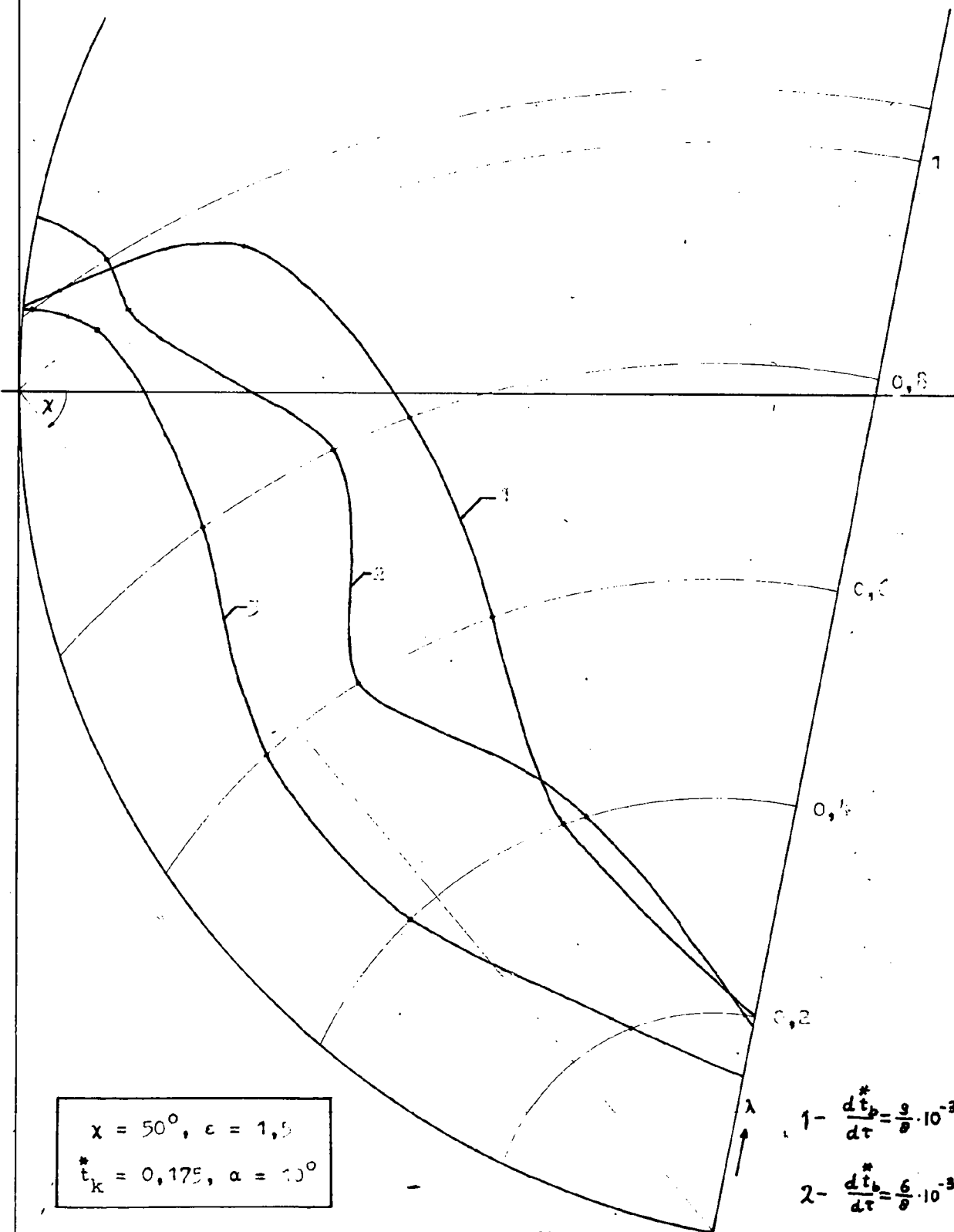
- Het opvoeren van de belasting gaat gepaard met een verstoring van de quasi-stationaire toestand. De grootte van het gebied G_g wordt hierdoor afhankelijk van de snelheid waarmee de belasting wordt vergroot.

We kozen $\frac{dt_b}{dt} = 0,75 \cdot 10^{-3}$. Uit figuur 10 blijkt dat deze invloed bij grote λ -waarden ($\lambda > 45^\circ$), nogal aanzienlijk is.

Aan de hand van de figuren 11 t/m 13 komen we wat het gebied G_g betreft tot de volgende conclusies:

- a) De grootte van de gebieden neemt af met toenemende λ . Indien $\lambda \geq 60^\circ$, is geen stabiel bedrijf meer mogelijk.
- b) Voor de waarden $\lambda = 40^\circ$ en $\lambda = 55^\circ$ neemt de grootte van het gebied toe met afnemende α , (zie fig. 11 en 14). Bij de andere λ -waarden is de invloed van α minder duidelijk.
- c) Indien $0,5 < \lambda < 1$, neemt de grootte van het gebied toe met afnemende t_k . (zie fig. 15 en 16).
- d) De invloed van α is in het algemeen gering. (zie fig. 17 en 18)

*) De figuren 11 t/m 21 zijn achter in het rapport opgenomen.



$x = 50^\circ, e = 1,5$
 $t_k^* = 0,175, a = 10^\circ$

- 1- $\frac{dt_b^*}{d\tau} = \frac{9}{8} \cdot 10^{-3}$
- 2- $\frac{dt_b^*}{d\tau} = \frac{6}{8} \cdot 10^{-3}$
- 3- $\frac{dt_b^*}{d\tau} = \frac{3}{8} \cdot 10^{-3}$

fig. 10



De grote invloed van de waarde voor $\frac{dt_b^*}{dt}$, de waargenomen spreiding in de meetresultaten, de zeer grove benadering van de gebieden G_g ($\Delta\lambda = 0,2$, $\Delta\chi = 5^\circ$, etc.) en het moeilijk te hanteren stabiliteitscriterium ($\Delta = 0,4$, beginstoring $\neq 0$) laten het helaas niet toe aan de verkregen resultaten meer dan een kwalitatieve betekenis toe te kennen.

3.5.4.3. Aanloopeigenschappen.

We zullen ons bij dit deel van het onderzoek ook beperken tot de χ -waarden:

$$40^\circ, 45^\circ, 50^\circ \text{ en } 55^\circ$$

en nagaan, waar de motor binnen de reeds eerder gevonden gebieden G_g in staat is om zelfstandig aan te lopen.

De beginvoorwaarden worden nu:

$$\theta_c = \theta(\tau = 0) = \alpha - \frac{\pi}{2} ; \quad \dot{\theta}(\tau = 0) = 0 ; \quad i(\tau = 0) = 0$$

Na de keuze van de andere parameters s , t_k en u , nemen we λ - en t_b^* -waarden uit het gebied G_g .

We beginnen met $t_b^* = 0$ en gaan na of de motor voor alle ψ -waarden zelfstandig aanloopt. Vinden we een positief resultaat, dan behoort het desbetreffende bedrijfspunt tot het gebied G_a .

Het door ons uitgevoerde onderzoek levert slechts een benadering op, daar de parameters λ en t_b^* niet continu worden gewijzigd.

In principe kan met behulp van de analoge rekenmachine het onderzoek ook met continu te variëren parameters worden uitgevoerd, hiertoe moet de machine repeterend worden gebruikt. Het onnauwkeurige gedrag van de reeds eerder genoemde generatorschakelingen zou echter de op deze wijze verkregen resultaten weer onbetrouwbaar maken.

We kozen voor ψ achtereenvolgens de waarden 0° , 30° , 60° , 90° etc.

De verkregen gebieden zijn in de figuren t/m afgebeeld. Een aanloop werd als mislukt beschouwd na $\frac{180}{\pi}$ perioden nog geen stabiele bedrijfstoestand was bereikt.



Op grond van de verkregen resultaten komen we tot de volgende conclusies:

- a) De motor is niet in staat om zelfstandig aan te lopen indien $\chi > 45^\circ$.
- b) Indien $\lambda < \lambda_{\min}$ loopt de motor niet aan, d.w.z. er is steeds een voldoende groot elektromagnetisch koppel nodig om de motor op het synchrone toerental te brengen. Bij $\lambda \approx 1$ vertoont de motor de beste aanloopkwaliteiten (fig. 11, 12).
- c) In het gebied $\lambda > 0,9$ bestaat ten aanzien van de aanloopeigenschappen een optimale waarde voor c . Verder neemt λ_{\min} af met toenemende waarde van c (zie fig. 19).
- d) De invloed van de parameter t_k^* is binnen het gebied $0,15 < t_k^* < 0,2$ gering (zie fig. 20).
- e) Binnen het gebied $0 < \alpha \leq 10^\circ$ neemt de grootte van het gebied G_a toe met toenemende α (zie fig. 21).

Daar alle parameters op discontinue wijze zijn geverifieerd ($\Delta\chi = 5^\circ$, $\Delta\lambda = 0,2$, $\Delta\psi = 30^\circ$, etc.) geven de verkregen resultaten slechts een benadering voor de gebieden G_a .

3.3.4.3. Theorie getoetst aan de praktijk.

Het gedrag van de proefmotor, waarvoor de volgende parameterwaarden werden gevonden bij $U = 220$ V:

$$c = 1,99; \quad \lambda = 0,715, \quad t_k^* = 0,190, \quad \alpha = 10^\circ$$

$$r = 0,66 \quad (\chi = 56,6^\circ)$$

blijkt in de praktijk gunstiger te zijn dan de rekenmachine-resultaten zouden doen vermoeden.

Het rekenmachine-resultaat leidt rechtstreeks tot de conclusie dat een motor met genoemde constanten zich bij nullast ($t_b^* = 0$) juist op de rand van het stabiliteitsgebied bevindt.

In figuur 22 is het bovenstaande geïllustreerd:

Fig. 22a geeft het verloop van de hoeksnelheid als functie van de tijd na een zeer kleine verstoring bij synchronisme, terwijl $t_b^* = 0$.

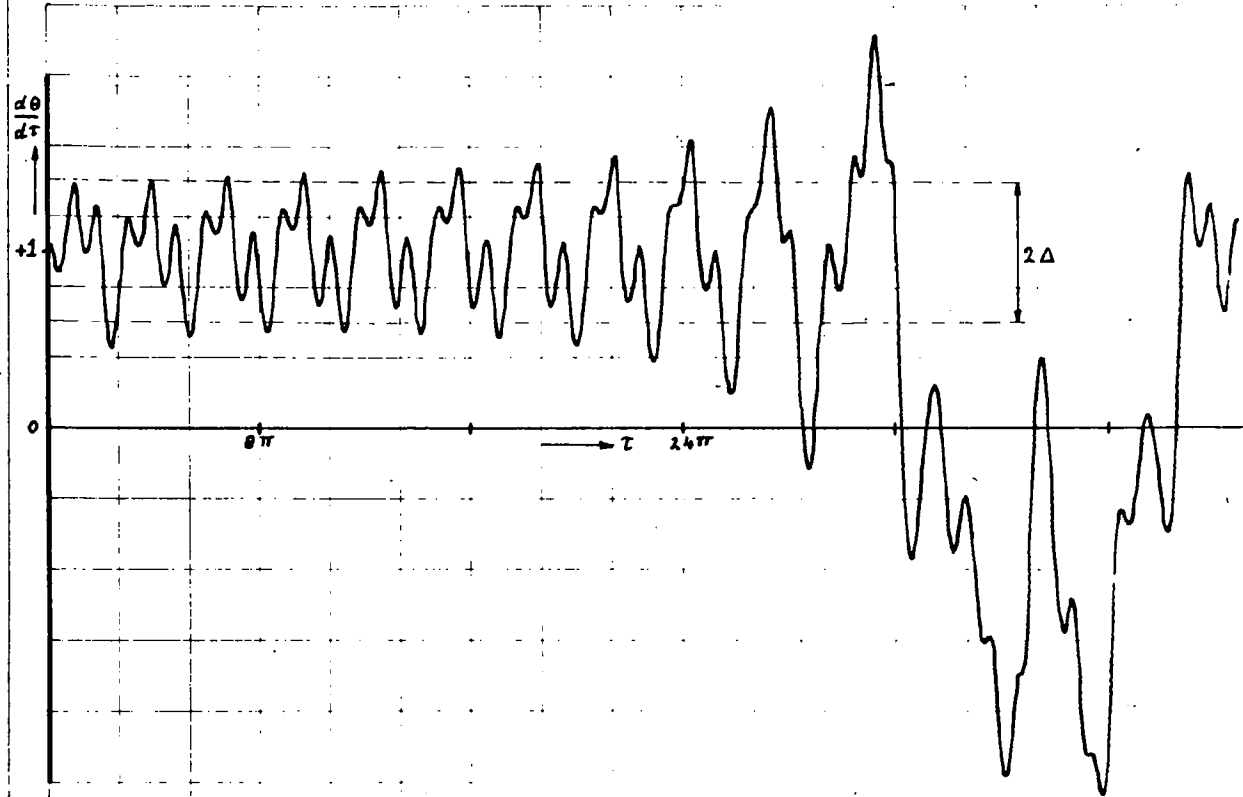


fig. 22a

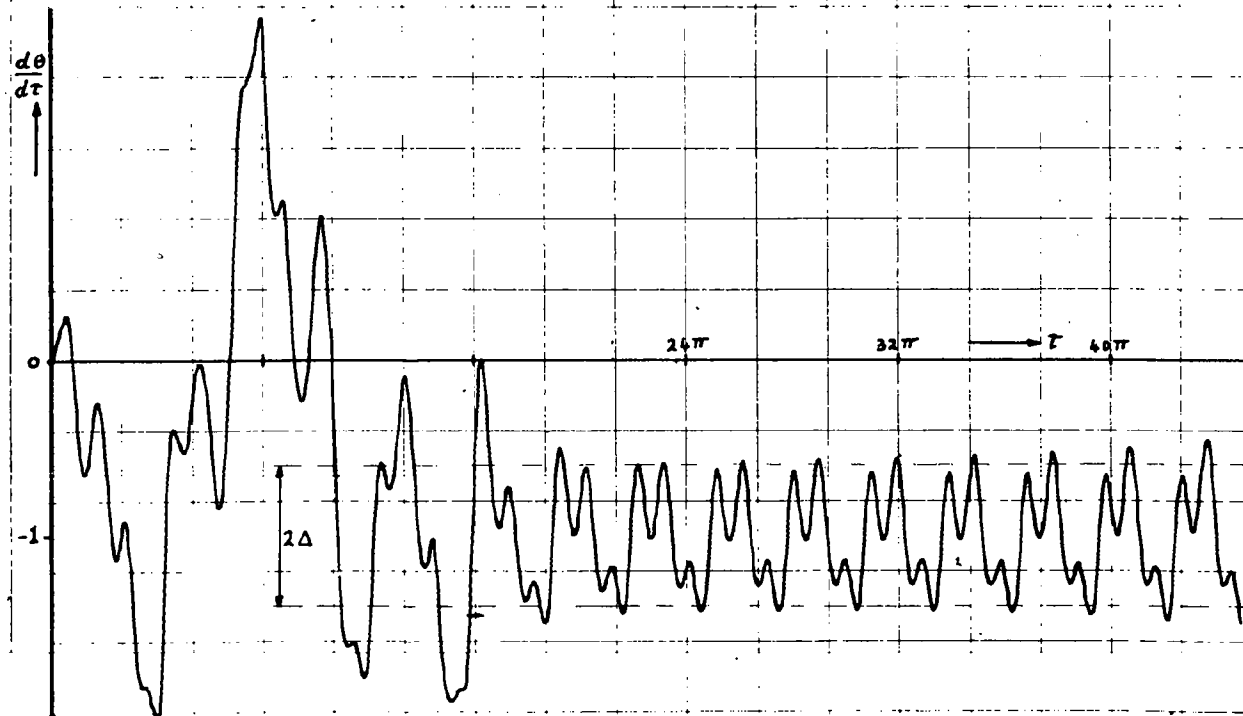


fig. 22b



We zien dat de instabiliteit zich tamelijk snel ontwikkelt en dat de variaties in de hoeksnelheid de gemiddelde waarde overschrijden ($\Delta > 1$).

Fig. 22b geeft een beeld van het verloop van de hoeksnelheid als functie van de tijd, nadat de onbelaste motor vanuit stilstand op de topspanning ($\psi = 0$) wordt ingeschakeld. Een stabiele bedrijfs-toestand wordt niet bereikt.

De proefmotor blijkt wel zelf aan te kunnen lopen (voor elke waarde van ψ) en is stabiel ($\Delta < 0,4$) tot $t_p \approx 0,175$ ($\bar{p}_m \approx 0,46$). Ook bij andere motoren blijkt het gedrag in dezelfde zin gunstiger te zijn.

Deze duidelijke verschillen tussen theorie en praktijk wat betreft de dynamische eigenschappen, kunnen hun oorsprong vinden in:

- a) een te grote onnauwkeurigheid in de uiteindelijke rekenmachine-resultaten,
- b) een niet te verwaarlozen invloed van de verzadiging, ijzerverliezen en andere nevenverschijnselen.

Daar we enige zekerheid wat betreft het dynamische gedrag van de geïdealiseerde motor met het oog op aansluitend onderzoek zeer gewenst achten, werd besloten de gelineariseerde bewegingsvergelijkingen (de vergelijkingen van de eerste benadering) aan een nadere studie te onderwerpen, in de hoop dat de uitkomsten van deze studie een uitspraak mogelijk zouden maken betreffende de genoemde punten a en b.

Blijkt verderop, dat de rekenmachine het gedrag van de geïdealiseerde motor toch redelijk nauwkeurig heeft weergegeven, dan zijn we genoodzaakt de invloeden van allerlei verwaarlozingen - met name de verwaarlozing van de verzadiging -, nader te onderzoeken.



3.5.5. Onderzoek van de gelineariseerde bewegingsvergelijkingen.

3.5.5.1. Invloed van de linearisering.

Naar aanleiding van de enigszins onbevredigende resultaten bij de bepaling van de gebieden G_s en de in het vorige hoofdstuk gesignaleerde verschillen tussen theorie en praktijk werd gezocht naar een vereenvoudigde benaderingswijze van het probleem.

Nu maken de reeds eerder afgeleide gelineariseerde bewegingsvergelijkingen wel een beduidende vereenvoudiging mogelijk, maar we moeten goed bedenken dat juist door deze vereenvoudigingen de verkregen informatie minder waardevol wordt.

Men kan echter bewijzen dat asymptotische stabiliteit van de bewegingsvergelijkingen der eerste benadering voor het oorspronkelijke stelsel asymptotische stabiliteit na een oneindig kleine verstoring betekent (zgn. stabiliteit in de oorsprong), indien de vergelijkingen der eerste benadering bestaan uit lineaire differentiaalvergelijkingen met periodieke coëfficiënten. (Zie bijv. pag. 310 - 316)

In de praktijk zal men evenwel bijna altijd eisen, dat de afwijkingen van de quasi-stationaire oplossing binnen bepaalde grenzen blijven, ondanks het optreden van in- en uitwendige verstoringen.

De door ons gegeven definitie van stabiel bedrijf (zie 3.5.2.) kwam ook voort uit deze eis.

Deze definitie van stabiel bedrijf (praktische stabiliteit) maakt het mogelijk dat theoretisch asymptotisch stabiel bedrijf toch praktisch instabiel is, omdat de toelaatbare verstoringen te klein zijn en ook omgekeerd, dat theoretisch instabiel bedrijf toch praktisch stabiel bedrijf kan worden genoemd, omdat de vorm van de instabiliteit in de praktijk toelaatbaar wordt geacht.

In het algemeen spreekt men van praktische stabiliteit, indien een systeem, ondanks eindige uitwendige verstoringen en een zekere beginstoring voor $t > 0$ een praktisch aanvaardbaar gedrag vertoont.

Bij de door ons gehanteerde definitie van praktische stabiliteit werden de uitwendige verstoringen en de beginstoring nul verondersteld. De bepaling van de gebieden G_s ging echter wel gepaard met een beginstoring ten gevolge van het niet geheel te elimineren overgangsverschijnsel, terwijl er zich ook uitwendige verstoringen voor-



deden, die een gevolg waren van de niet-ideale eigenschappen van de diverse rekenmachine-eenheden.

Duidelijk is het nu ook dat het gebied G_a kleiner is dan het gebied G_s , omdat bij de bepaling van het gebied G_a zich een beduidende beginstoring - het aanloopverschijnsel - voordoet.

We merken nog op dat het juist de niet-lineaire termen zijn, die de praktische stabiliteit bepalen. Immers bij lineaire systemen zou asymptotische stabiliteit steeds praktische stabiliteit betekenen en zelfs complete stabiliteit, d.w.z. de stabiliteit is onafhankelijk van de grootte van de verstoring.

Na deze overwegingen komen we tot de conclusie, dat een onderzoek van het gelineariseerde stelsel, slechts zeer globale uitspraken mogelijk maakt betreffende de stabiliteit van het oorspronkelijke stelsel. Dit onderzoek is echter alleen mogelijk wanneer de op pag. 23 vermelde vereenvoudigingen toelaatbaar zijn. In het volgende hoofdstuk zal deze kwestie nader onderzocht worden.

Duidelijke voordelen, die zich voordoen bij een stabiliteitsbeoordeling van de vereenvoudigde gelineariseerde betrekkingen zijn:

- De betrekkingen zijn minder gecompliceerd.
- Het stabiliteitscriterium (verstoringen moeten naar nul gaan) is gemakkelijk te hanteren.
- De stabiliteit is onafhankelijk van de beginstoring (lineaire betrekkingen).



3.5.5.2. Verdere vereenvoudiging van de vergelijkingen.

We gaan uit van de betrekkingen: (3.5-20) t/m (3.5-22).

$$\frac{dx_1}{dt} = -rx_1 + \lambda f_3 \sin f_2 x_2 - \lambda \cos f_2 x_3 \quad (3.5-20)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_3 \quad (3.5-21)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \lambda \varepsilon x_1 \cos f_2 - \lambda \varepsilon x_2 \sin f_2 + 2t_k^* x_2 \cos 2(f_2 - \alpha) \quad (3.5-22)$$

We hebben gezien, dat we de functies f_1 , f_2 en f_3 kunnen voorstellen door respectievelijk:

$$f_1 = i_1 + i_3 + i_5 + \dots$$

$$f_2 = \tau + \theta_0 + \theta_2 + \theta_4 + \dots$$

$$f_3 = 1 + \theta_2 + \theta_4 + \dots \quad \text{waarin}$$

$$\hat{i}_1 = \hat{i}_1 \cos(\tau - \varphi_1), \quad \hat{i}_3 = \hat{i}_3 \cos(3\tau - \varphi_3), \quad \text{etc.} \quad \text{en}$$

$$\theta_2 = \hat{\theta}_2 \cos(2\tau + \rho_2), \quad \theta_4 = \hat{\theta}_4 \cos(4\tau + \rho_4) \quad \text{etc.}$$

Indien het geoorloofd is om gebruik te maken van de benaderingen $f_1 = \hat{i}_1$ en $f_2 = \tau + \theta_0$, kunnen de betrekkingen (3.5-20) t/m (3.5-22) aanzienlijk worden vereenvoudigd, zoals reeds bleek in hoofdstuk 1. . . .

We zullen veronderstellen, dat deze vereenvoudiging toelaatbaar is

indien $\hat{i}_3 \ll \hat{i}_1$ en $\hat{\theta}_2 \ll 1$.

Aan de hand van de betrekkingen (3.5-5) en (3.5-6) zullen we nu een schatting maken van de verhouding

$$\frac{\hat{i}_3}{\hat{i}_1} \quad \text{en van de waarde van} \quad \hat{\theta}_2 = \frac{\hat{\theta}_2}{1}$$

Met $i \approx i_1 + i_3$ en $\theta \approx \tau + \theta_0 + \theta_2$ volgt uit (3.5-5):

$$\cos \tau \approx r i_1 + i_1 + r i_3 + i_3 + \lambda (\cos(\tau + \theta_0) \cos \theta_2 + \sin(\tau + \theta_2) \sin \theta_2) (1 + \theta_2) \quad (3.5-26)$$



en uit (3.5-6):

$$\lambda \epsilon (\dot{i}_1 + \dot{i}_3) \cos(\tau + \theta_0 + \theta_2) + \dot{t}_k \sin 2(\tau + \theta_0 + \theta_2 - \alpha) = \dot{\theta}_2 + \dot{t}_b \quad (3.5-27)$$

Benaderen we vervolgens $\cos \theta_2$ en $\sin \theta_2$ door 1 resp. θ_2 , - waarbij de afwijkingen kleiner dan 10% zijn indien $\theta_2 \leq 0,4$ - dan volgt onder inachtneming van $\theta_2 = \hat{\theta}_2 \cos(2\tau + \rho_2)$ uit (3.5-26):

$$\dot{i}_1 \approx \sin \chi [\cos(\tau - \chi) - \lambda \cos(\tau + \theta_0 - \chi) + \frac{\lambda \hat{\theta}_2}{2} \sin(\tau + \rho_2 - \theta_0 - \chi)]$$

en

$$\dot{i}_3 \approx \lambda \frac{\hat{\theta}_2}{2} \sin \chi_3 \sin(3\tau + \theta_0 + \rho_2 - \chi_3), \text{ waarin } \chi_3 = \text{bgtg } \frac{1}{\tau} \quad (3.5-28)$$

$$\dot{i}_3 \approx \lambda \frac{\hat{\theta}_2}{2} \sin \chi_3 \sin(3\tau + \theta_0 + \rho_2 - \chi_3), \text{ waarin } \chi_3 = \text{bgtg } \frac{1}{\tau} \quad (3.5-29)$$

Voor de berekening van θ_2 zullen we alleen het quasi-stationaire tweede harmonische koppel \dot{t}_{e2} in rekening brengen, d.w.z. we verwaarlozen in het linkerdeel van betrekking (3.5-27) de invloed van θ_2 . Dit levert de benaderingen:

$$\frac{\lambda \epsilon}{2} \sin \chi (\cos(\theta_0 + \chi) - \lambda \cos \chi) \approx \dot{t}_b \quad \text{en} \quad (3.5-30)$$

$$\frac{\lambda \epsilon}{2} \sin \chi [\cos(2\tau + \theta_0 - \chi) - \lambda \cos(2\tau + 2\theta_0 - \chi)] + \dot{t}_k \sin 2(\tau + \theta_0 - \alpha) = -4 \hat{\theta}_2 \cos(2\tau + \rho_2) \quad (3.5-31)$$

Ten behoeve van de te verrichten schattingen maken we gebruik van de bekende notatie:

$$\dot{i}_1 = \hat{i}_1 e^{-j\psi} = \sin \chi [e^{-j\chi} - \lambda e^{j(\theta_0 - \chi)}] \quad \text{en} \quad (3.5-32)$$

$$\dot{\theta}_2 = \hat{\theta}_2 e^{j\rho_2} = -e^{-j2\theta_0} \left[\frac{\lambda \sin \chi}{\epsilon} (e^{-j(\theta_0 + \chi)} - \lambda e^{-j\chi}) - j \frac{\dot{t}_k}{4} e^{-j2\alpha} \right] \quad (3.5-33)$$

In eerste instantie verwaarlozen we de invloed van \dot{t}_k op $\hat{\theta}_2$. Uit (3.5-33) volgt dan:

$$\hat{\theta}_2 = \frac{\lambda \sin \chi}{8} \sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \theta_0}, \quad \text{en met (3.5-29)} \quad (3.5-34)$$

$$\dot{i}_3 = \frac{\epsilon \lambda^2}{16} \sin \chi_3 \sin \chi \sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \theta_0} \quad (3.5-35)$$



Daar $\hat{i}_1 = |\hat{i}_1| = \sin \chi \sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \theta_0}$ vinden we (3.5-36)

voor de verhouding van \hat{i}_3 en \hat{i}_1 , indien $t_k^* = 0$:

$$\frac{\hat{i}_3}{\hat{i}_1} = \frac{\varepsilon \lambda^2}{16} \sin \chi_3 \quad (3.5-37)$$

Kiezen we tenslotte voor de parameters de maximale waarden: $\varepsilon = 2$,

$\lambda = 1,2$ en $\chi = 60^\circ$ dan wordt

$$\frac{\hat{i}_3}{\hat{i}_1} \approx 0,175.$$

Verder vinden we als maximale waarde voor $\hat{\theta}_2$ bij de genoemde parameterwaarden: $\hat{\theta}_2^{\max} = 0,29$. Voor θ_0 werd hiertoe in uitdrukking

(3.5-31) genomen $\theta_0 = -60^\circ$, daar bij motorbedrijf $\lambda > 1$ en

$$-\chi < \theta_0 < 0.$$

Dit zou neerkomen op variaties in de hoeksnelheid van $2 \times 29 = 58\%$.

$$(\hat{\theta}_2^0 = -2 \hat{\theta}_2^{\max} \sin(2\tau + \theta_2^0)).$$

We zullen dezelfde grootheden ook bepalen voor het geval dat

$\lambda = 0,6$. Dit heeft tot resultaat:

$$\frac{\hat{i}_3}{\hat{i}_1} \approx 0,045 \quad \text{en} \quad \hat{\theta}_2 = 0,113.$$

Deze uitkomsten leiden tot de gevolgtrekking dat bij hoge λ -waarden en kleine θ_0 -waarden (grote belastingen) de benadering niet aan de te stellen eisen voldoet.

Nu blijkt echter onder invloed van het kleeftoppel (t_k^*) bij λ -waarden groter dan 1 de variatie in de hoeksnelheid steeds verkleind te worden indien α ligt binnen het gebied van de praktisch te verwezenlijken waarden. ($-10^\circ < \alpha < 10^\circ$) (zie figuur 6).

Op grond van dit feit en de rekentechnisch ervaring dat de stabiliteitsgrenzen zich niet voordoen in gebieden waar zowel λ als $-\theta_0$ grote waarden hebben, werd besloten het onderzoek van de betrekkingen (3.5-23) t/m (3.5-25) te vervolgen.

In het volgende hoofdstuk zal worden nagegaan of het mogelijk is deze betrekkingen met behulp van een elektromechanisch model te simuleren.



3.5.5.3. De mogelijkheden van een elektromechanisch model.

We zoeken een elektromechanisch model, waarvan het gedrag wordt beschreven door de betrekkingen (3.5-23) t/m (3.5-25). Hiertoe schrijven we deze betrekkingen in de gedaante:

$$R i_v + i_v + \frac{d}{dt} [\lambda \theta_v \cos(\tau + \theta_0)] = 0 \quad (3.5-38)$$

$$\epsilon \lambda i_v \cos(\tau + \theta_0) = \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (\lambda c i_1 \sin(\tau + \theta_0) - 2 t_k \cos(2\tau + 2\theta_0 - 2\alpha)) \theta_v \quad (3.5-39)$$

door de substitutie: $x_1 = i_v$, $x_2 = \theta_v$ en $x_3 = \dot{\theta}_v$.

Een elektromechanisch model, waarmee de betrekkingen (3.5-38) en (3.5-39) in principe kunnen worden gesimuleerd, kan men opgebouwd denken uit 3 zogenaamde synchro's met cilindrische stator en rotor; bij 2 synchro's wordt echter de cilindrische rotor vervangen door een permanent magnetische rotor. (zie figuur 23)

Alle drie rotoren zijn op de aangegeven wijze mechanisch met elkaar gekoppeld.

Het gedrag van dit systeem, dat op de gebruikelijke manier wordt geïdealiseerd, beantwoordt aan de bewegingsvergelijkingen:

$$0 = R i_v + L \frac{di_v}{dt} + \frac{d}{dt} [i_a L_{12} \sin \theta_v] \quad \text{en} \quad (3.5-40)$$

$$L_{12} i_a i_v \cos \theta_v + C_1 i_b \sin \theta_v = J_t \frac{d^2 \theta_v}{dt^2} + C_2 I \sin \theta \quad (3.5-41)$$

waarin C_1 en C_2 constanten zijn.

R en L zijn respectievelijk de weerstand en de zelfinductie van de kortgesloten rotorwikkeling. De coëfficiënt L_{12} is een maat voor de maximale wederzijdse inductie tussen een stator- en een rotorwikkeling van de desbetreffende synchro.

J_t is het totale traagheidsmoment van de 3 rotoren.

De positieve richtingen van de stromen i_v , I , i_a en i_b en de hoek θ_v zijn in de figuur aangegeven.

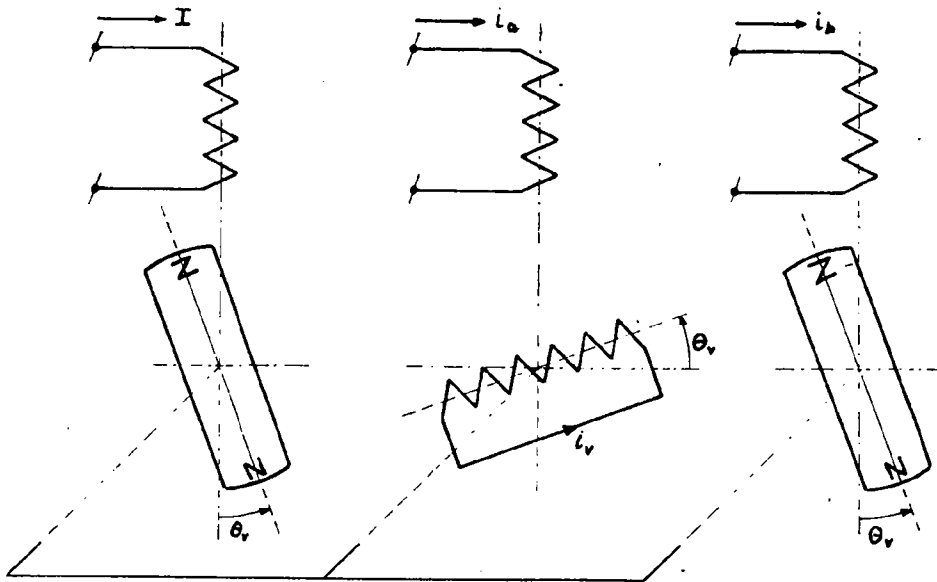


fig. 23

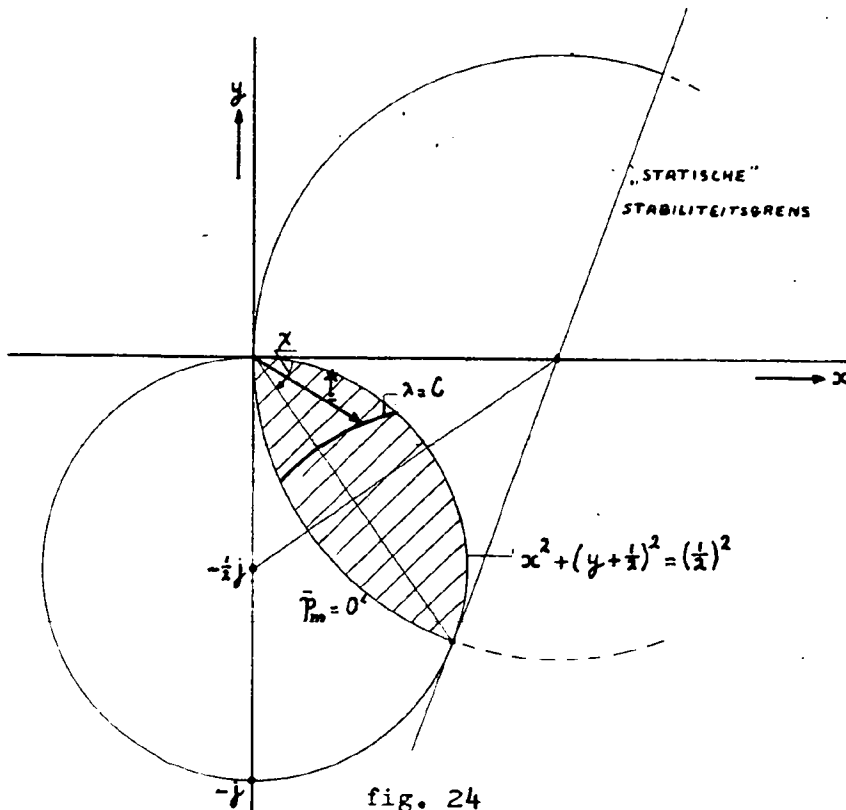


fig. 24



Beperken we ons tot kleine waarden van θ_v , zodat $\sin \theta_v \approx \theta_v$ en $\cos \theta_v \approx 1$, dan kunnen de betrekkingen (3.5-40) en (3.5-41) worden vereenvoudigd tot:

$$0 = R i_v + L \frac{di_v}{dt} + \frac{d}{dt} [i_a L_{12} \theta_v] \quad \text{en} \quad (3.5-42)$$

$$L_{12} i_a i_v + C_1 i_b \theta_v = J_t \frac{d^2 \theta_v}{dt^2} + C_2 I \theta_v \quad (3.5-43)$$

Vergelijken we deze betrekkingen met (3.5-40) en (3.5-41) dan is het duidelijk dat we voor i_a en i_b wisselstromen zullen moeten kiezen en voor I een gelijkstroom. De frequentie van de stroom i_a zij $\frac{\Omega}{2\pi}$, dan wordt de frequentie van i_b dus $\frac{\Omega}{\pi}$.

Voeren we ook in de betrekkingen (3.5-42) en (3.5-43) de tijdreductie $\tau = \Omega t$ in - hierdoor ontstaat een analoge tijdschaal - dan gaan deze betrekkingen over in:

$$\frac{R}{L\Omega} i_v + \dot{i}_v + \frac{d}{d\tau} \left(\frac{L_{12}}{L} i_a \theta_v \right) = 0 \quad \text{en} \quad (3.5-44)$$

$$\frac{L_{12}}{J\Omega^2} i_a i_v = \frac{d^2 \theta_v}{d\tau^2} + \frac{C_2 I}{J_t \Omega^2} \theta_v - \frac{C_1 i_b \theta_v}{J\Omega^2} \quad (3.5-45)$$

Stellen we tenslotte $i_v = k \dot{i}_v^*$, dan laten (3.5-44) en (3.5-45) zich verder herleiden tot:

$$\frac{R}{L\Omega} \dot{i}_v^* + \dot{i}_v^* + \frac{d}{d\tau} \left(\frac{L_{12}}{L} i_a \theta_v \right) = 0 \quad \text{en} \quad (3.5-46)$$

$$\frac{L_{12} k}{J\Omega^2} i_a \dot{i}_v^* = \ddot{\theta}_v + \frac{C_2 I}{J_t \Omega^2} \theta_v - \frac{C_1 i_b}{J\Omega^2} \theta_v \quad (3.5-47)$$

Wanneer voldaan is aan de voorwaarden:

$$\frac{R}{L\Omega} = r, \quad i_a = k \lambda \frac{L}{L_{12}} \cos(\Omega t + \theta_0), \quad \epsilon = \frac{k^2 L}{J_t \Omega^2}$$

$$C_2 I = J\Omega^2 [\lambda \epsilon \dot{i}_1^* \sin(\tau + \theta_0)]_{\text{gem.}} \quad \text{en} \quad (3.5-48)$$

$$C_1 i_b = J\Omega^2 [2 t_k^* \cos 2\tau + 2\theta_0 - 2\epsilon] - \epsilon \dot{i}_1^* \sin(\tau + \theta_0) \quad \text{2e harm.}$$



zijn de betrekkingen (3.5-46) en (3.5-47) identiek aan de betrekkingen (3.5-38) en (3.5-39).

Het systeem is stabiel indien na een kleine verstoring de hoek θ_v en de stroom i_v weer nul worden.

Het stabiliteitscriterium kan bij dit model zodoende op zeer eenvoudige wijze gehanteerd worden.

Uit de betrekking (3.5-47) en ook uit figuur 23 blijkt duidelijk dat de stroom I de grootte en richting van een "torsieveer"-koppel bepaalt.

Een zeer oppervlakkige beschouwing van de mechanische bewegingsvergelijking zou ons voeren tot de stabiliteitsvoorwaarde: $I > 0$.

We zullen nagaan welk gebied in het diagram voor \underline{i} correspondeert met de voorwaarde:

$$C_2 I = J \Omega^2 [\lambda c i_1^* \sin(\tau + \theta_0)]_{\text{gem}} \geq C.$$

Daartoe bepalen we de meetkundige plaats van de punten waarvoor geldt:

$$[i_1^* \sin(\tau + \theta_0)]_{\text{gem.}} = C. \quad (3.5-49)$$

Met $i_1^* = \sin \chi [\cos(\tau - \chi) - \lambda \cos(\tau + \theta_0 - \chi)]$

gaat (3.5-49) over in:

$$\lambda^2 \sin^2 \chi - \lambda \sin \chi \sin(\chi + \theta_0) = 0 \quad (3.5-50)$$

Uit $i_1^* = \sin \chi [e^{-j\chi} - \lambda e^{j(\theta_0 - \chi)}]$ volgt:

$$x = \sin \chi [\cos \chi - \lambda \cos(\theta_0 - \chi)] \quad \text{en} \quad (3.5-51)$$

$$y = \sin \chi [-\sin \chi - \lambda \sin(\theta_0 - \chi)] \quad (3.5-52)$$

Uit (3.5-51) en (3.5-52) kan worden gevonden:

$$\lambda^2 \sin^2 \chi = x^2 + y^2 + 2y \sin^2 \chi - x \sin 2\chi + \sin^2 \chi \quad \text{en}$$

$$\lambda \sin \chi \sin(\chi + \theta_0) = -\cos 2\chi (y + \sin^2 \chi) - \sin 2\chi (x - \cos \chi \sin \chi).$$

Hiermee gaat (3.5-50) over in de eenvoudige meetkundige plaats:

$$x^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = (\frac{1}{2})^2 \quad (3.5-53)$$



In figuur 24 is de ligging van deze cirkel verduidelijkt. Binnen de aangegeven cirkel worden de punten, waarvoor geldt

$$[i_1 \sin(\tau + \theta_0)]_{\text{gem}} > 0, \text{ aangetroffen.}$$

Het stabiele motorgebied wordt aan de andere zijde begrensd door de cirkel: $\bar{p}_m = 0$.

De uit deze globale beschouwing volgende stabiele gebieden wijken echter zeer veel af van de tot dusver met de rekenmachine gevonden gebieden G_s . Dit onderstreept nog eens de grote invloed van de tijdsafhankelijke coëfficiënten.

Indien het mogelijk is om in het beschreven model aan de gestelde voorwaarden (3.5-48) te voldoen kan langs deze weg het onderzoek worden voortgezet.

De gegevens van de synchro met bewikkelde rotor zijn:

$$L_{12} = 17,5 \text{ mH} \quad , \quad L = 1,47 \text{ mH} \quad , \quad R = 0,28 \quad \Omega \quad ,$$

$$J_t = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2 \quad \text{en} \quad \hat{i}_{a_{\text{max}}} = 500 \text{ V} \cdot \text{mA.}$$

Met het analogon zullen we in ieder geval de volgende parameters waarden moeten kunnen instellen:

$$s = r = 1 \quad \text{en} \quad \lambda = 1,2.$$

Geval a). De rotorwikkeling van de synchro wordt kortgesloten zonder tussenschakeling van extra weerstand of zelfinductie.

Uit de voorwaarden (3.5-48) volgt:

$$\Omega = \frac{R}{rL} = 190 \text{ rad/sec} \quad (\pm 30\text{Hz})$$

$$k = \Omega \sqrt{\frac{J_t}{L}} = 21 \text{ A} \quad \text{en}$$

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{L_{12} \hat{i}_{a_{\text{max}}}}{Lk} = 0,48 < 1,2 \quad .$$

Op deze wijze kan dus geen bevredigend analogon worden verkregen, daar λ_{max} te klein blijft.

Geval b). De rotorwikkeling van de synchro wordt kortgesloten onder tussenschakeling van extra zelfinductie.

$$(L_{\text{totaal}} = 1,47 + 8,10 = 9,57 \text{ mH}).$$

We vinden hiermee:

$$\Omega = 29,1 \text{ rad/sec} \quad (4,65 \text{ Hz})$$

$$k = 1,26 \text{ A} \quad \text{en}$$

$$\lambda_{\text{max}} = 1,41 > 1,2.$$



We kunnen een juist gedimensioneerd analoog verkrijgen indien we kunnen beschikken over o.a. een stroombron met een frequentie van 5 Hz en een stroomwaarde (topwaarde) van 600 V2 mA. Een elektronische stroombron met deze hoedanigheden was niet beschikbaar. Met behulp van een als Rosenberg generator geschakelde amplidyne kon echter wel een geschikte stroombron worden benaderd. Helaas leidt de lage frequentie van de wisselstroom i_a tot een zeer laag koppel van elektromagnetische oorsprong - $T_e = L_{12} i_a i_v$, waarin i_v evenredig is met Ω - zodat de in het systeem aanwezige wrijvings- en tandpulsatie-koppels een te grote invloed krijgen.

De reproduceerbaarheid van de metingen voldeed dientengevolge niet aan de te stellen eisen.

Om deze reden werd van verdere experimenten aan een elektromechanisch model afgezien.

De gesignaleerde moeilijkheden bij de dimensionering zijn een gevolg van de aanwezigheid van een permanente magneet in de oorspronkelijke motor.

Deze permanente magneet met $\mu_r \approx 1$, leidt tot een relatief lage waarde van L , terwijl de in de magneet aanwezige magnetomotorische kracht (magnetisatie) niet door een bewikkelde rotor van beperkt volume kan worden opgebracht.

Na het mislukken van deze experimenten werd besloten het model met behulp van analoge-rekenmachine elementen op te bouwen. De resultaten van dit onderzoek werden in het volgende hoofdstuk weergegeven.

3.5.5.4. Onderzoek van de vereenvoudigde bewegingsvergelijkingen met behulp van een analoge rekenmachine.

Onder invoering van de substitutie $\tau' = \tau + \theta_0$ gaan de betrekkingen (3.5-38) en (3.5-39) over in:

$$r i_v^* + \frac{d}{d\tau'} i_v^* + \frac{d}{d\tau'} [\lambda \theta_v \cos \tau'] = 0 \quad \text{en} \quad (3.5-54)$$

$$e \lambda i_v^* \cos \tau' = \frac{d^2 \theta_v}{d\tau'^2} + [\lambda e i_v^* \sin \tau' - 2 t_k^* \cos(2\tau' - \alpha)] \theta_v \quad (3.5-55).$$



Er werd gezocht naar een directe afbeeldingsmethode van de stabiele gebieden in het polaire stroomdiagram.

Hiertoe werden de betrekkingen (3.5-54) en (3.5-55) onder invoering

$$\text{van } i_1^* = \sin \chi [\cos(\tau' - \theta_0 - \chi) - \lambda \cos(\tau' - \chi)]$$

geschreven in de vorm:

$$\frac{d}{d\tau'} i_v^* = -r i_v^* - \frac{d}{d\tau'} [\lambda \theta_v \cos \tau'] \quad \text{en} \quad (3.5-56)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \theta}{d\tau'^2} &= c \lambda i_v^* \cos \tau' + \\ &- [\lambda c \frac{\sin \chi}{2} (\sin(\theta_0 + \chi) - \sin(\theta_0 + \chi) \cos 2\tau' + \cos(\theta_0 + \chi) \sin 2\tau') + \\ &- \lambda^2 c \frac{\sin \chi}{2} (\sin \chi + \cos \chi \cdot \sin 2\tau' - \sin \chi \cos 2\tau') + \\ &- 2t_k^* \cos 2\alpha \cos 2\tau' - 2t_k^* \sin 2\alpha \sin 2\tau'] \theta_v. \end{aligned} \quad (3.5-57)$$

Deze betrekkingen kunnen met behulp van het in de figuren 25a en 25b aangegeven rekenmachine-schema worden onderzocht op hun stabiliteit. Het systeem is asymptotisch stabiel indien de op het tijdstip $\tau = 0$ aanwezige verstoringen (beginvoorwaarden voor i_v^* en/of θ_v) voor $\tau > 0$ naar nul gaan.

Nadat de parameterwaarden $\chi(r)$, c , t_k^* en α zijn gekozen kunnen de bedrijfspunten voor een bepaalde λ -waarde worden onderzocht door de koppelhoek θ_0 continu te variëren. Op deze wijze wordt in het polaire stroomdiagram de bekende λ -cirkel doorlopen. (zie fig. 26)

Nemen we de "statische" stabiliteitsgrens - de lijn BC - als de y-as van een rechthoekig coördinatensysteem met oorsprong B, dan volgt uit figuur 26 dat het bedrijfspunt wordt beschreven door de coördinaten $[-\lambda \sin(\theta_0 + \chi), \lambda \cos(\theta_0 + \chi)]$, indien $\overline{AB} = 1$.

Daar de spanningen $\lambda \sin(\theta_0 + \chi)$ en $\lambda \cos(\theta_0 + \chi)$, die ook in de te simuleren betrekking (3.5-56) en (3.5-57) de invloed van θ_0 vertolken, op eenvoudige wijze met behulp van een zogenaamde resolver kunnen worden verkregen, is het mogelijk de stabiliteitsgebieden direct met behulp van een x-y recorder te registreren.

Het in figuur 25 aangegeven rekenmachine-schema bevat o.a. twee generatorschakelingen voor resp. $\cos \tau$ ($\sin \tau$) en $\cos 2\tau$ ($\sin 2\tau$). Door gebruik te maken van enige vermenigvuldigers is het variëren

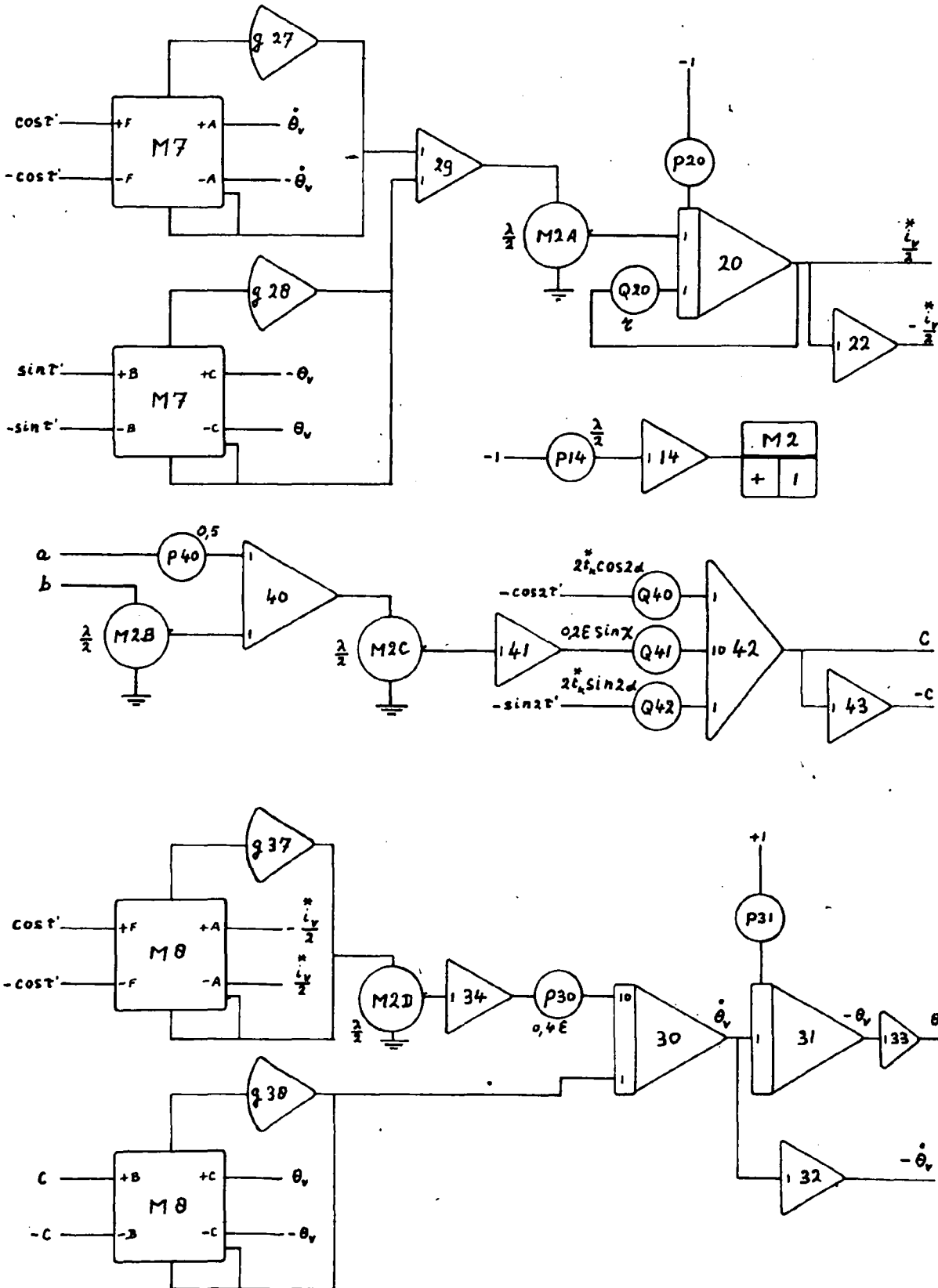


fig. 25a

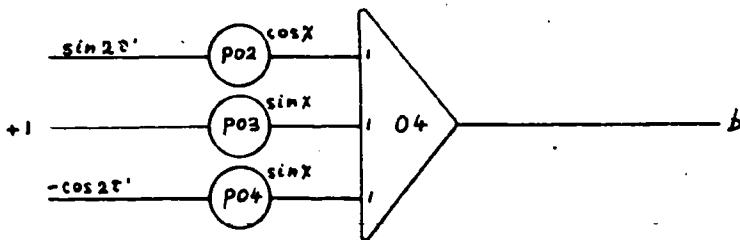
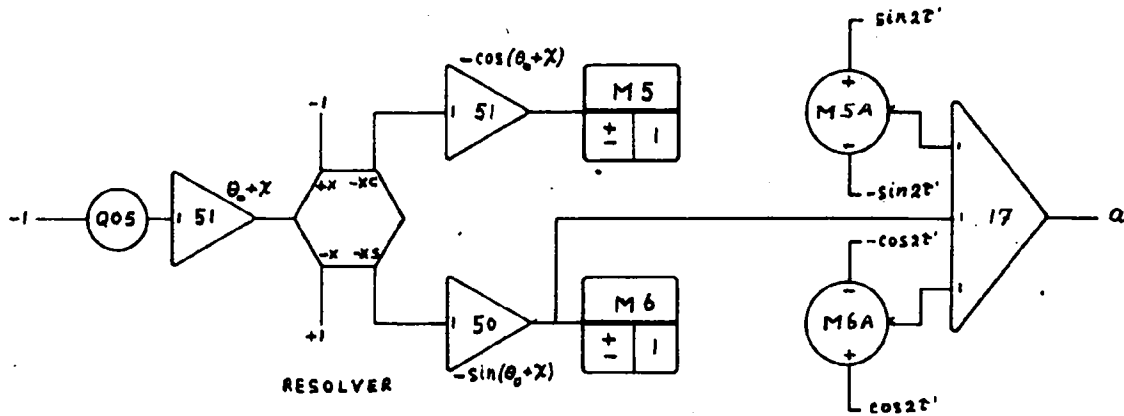
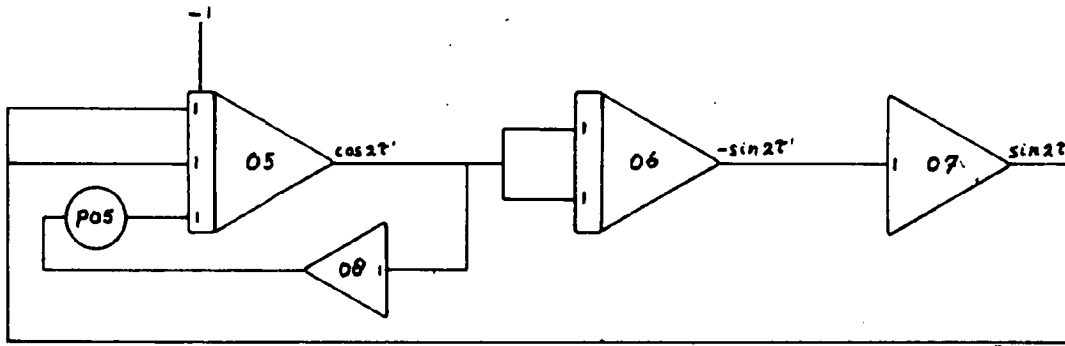
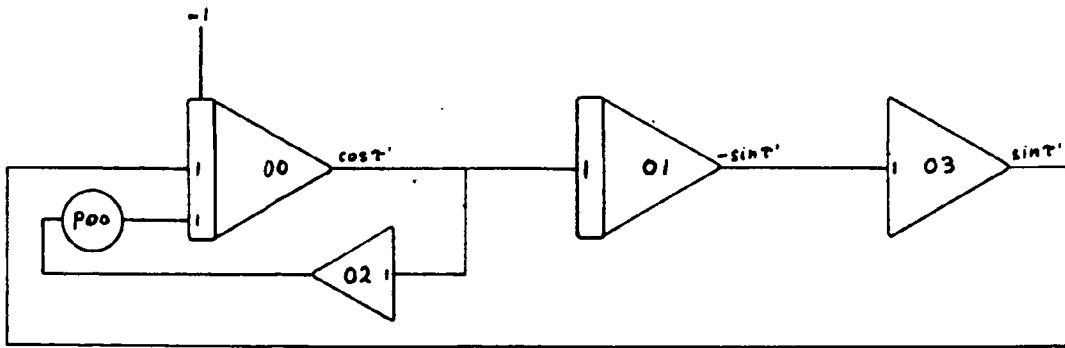


fig. 25b

POTENTIOMETERS

ONDERWERP: Stabiliteit onverzadigde motor.

(fig. 27 t/m 34)

PROBLEEM NR.: EM65-2

BLAD NR.: 47

AUTEUR:

DATUM:

$\beta = 1$

ADRES	PARAMETER BESCHRIJVING	INSTELLING				
P20	$\frac{1}{2} \gamma (\tau' = 0)$					
Q20	r					
P14	$\frac{\lambda}{2}$					
P40	0,5					
Q40	$2t_k \cos 2\alpha$					
Q41	$0,2c \sin \chi$					
Q42	$2t_k \sin 2\alpha$					
P30	0,4c					
P31	$\theta_v (\tau' = 0)$					
P00	damping ($\cos \tau'$)					
P05	damping ($\cos \tau'$)					
Q05	$\theta_0 + \chi$					
P02	$\cos \chi$					
P03	$\sin \chi$					
P04	$\sin \chi$					

fig. 25c

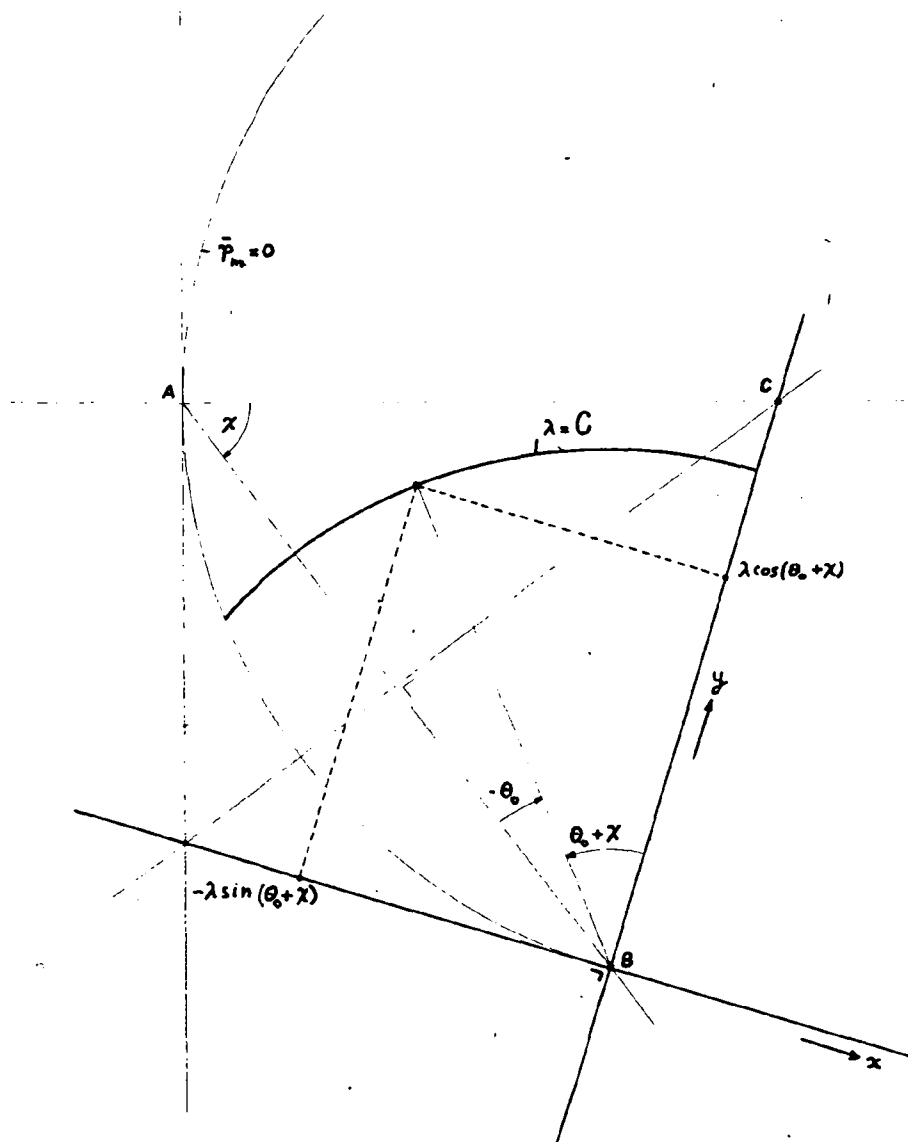


fig. 26



van de diverse potentiometerwaarden enigszins minder tijdrovend gemaakt.

Het onderzoek kan bovendien drastisch worden versneld door in de gebieden, waar de demping aanzienlijk is de rekenmachine in de repeterende werkwijze te gebruiken.

Het onderzoek werd uitgevoerd voor een groot aantal χ -waarden ($40^\circ \leq \chi \leq 55^\circ$, $\Delta\chi = 1^\circ$).

In dit rapport zullen we alleen de resultaten voor de χ -waarden: 40° , 45° , 50° en 55° vermelden.

De invloed van de hoek α werd slechts voor enkele χ -waarden onderzocht.

De figuren 27 t/m 34, welke achter in het rapport zijn opgenomen, geven een beeld van de rekenmachine-resultaten en leiden tot de volgende conclusies:

- a) De afwijking tussen de statische- en de dynamische stabiliteitsgrens wordt met toenemende χ groter (zie de fig. 27 t/m 34).
De stabiele motorgebieden worden met toenemende χ kleiner, terwijl voor $\chi > 60^\circ$ binnen de reeds eerder aangegeven parametergebieden geen stabiel motorgebied meer wordt gevonden. (zie fig. 30)
- b) Indien $\chi < 45^\circ$ is de invloed van de parameter ϵ gering; bij grotere χ -waarden zien we het stabiele motorgebied met toenemende waarde van ϵ toenemen. (zie fig. 27 en fig. 29)
- c) De invloed van de parameter t_k^* is gering voor kleine χ -waarden. ($\chi < 45^\circ$) (zie fig. 33)
Voor grotere χ -waarden worden de stabiele motorgebieden groter met toenemende t_k^* . (zie fig. 32)
- d) De invloed van kleine variaties van α ten opzichte van $\alpha = 0$ is in het algemeen te verwaarlozen. (zie fig. 34).

3.5.4.5. Conclusies.

Het in hoofdstuk 3.5.4.4. beschreven onderzoek geeft betrouwbare informatie betreffende de asymptotische stabiliteit van de vereenvoudigde bewegingsvergelijkingen (lineaire differentiaalvergelijkingen met periodieke coëfficiënten). Deze noodzakelijke vereenvoudiging van de oorspronkelijke vergelijkingen der eerste benadering heeft tot gevolg dat we niet mogen concluderen, dat het oorspronkelijke



stelsel niet-lineaire differentiaalvergelijkingen binnen de gevonden gebieden asymptotisch stabiel is na een oneindig kleine verstoring. Over de aard van de zich voordoende verschillen kunnen we helaas geen kwantitatieve uitspraak doen. Op grond van de reeds eerder gedane schattingen (zie hoofdstuk 3.5.5.2.) kunnen we slechts vermoeden dat de verschillen klein zullen zijn.

Bij de bepaling van de gebieden G_s in hoofdstuk 3.5.4.1. hebben we geen asymptotische stabiliteit geëist, doch een vorm van praktische stabiliteit, waarbij het toegestaan was dat de verstoringen eindig bleven ($\Delta = 0,4$).

Dit feit kan ons tot de uitspraak brengen, dat de gebieden G_s groter zullen zijn dan de in hoofdstuk 3.5.5.4. bepaalde stabiele motorgebieden.

Aan de andere kant zijn het de verwaarloosde niet-lineariteiten - zij bepalen de grootte van de toelaatbare verstoringen - tezamen met de bij de bepaling van de gebieden G_s optredende verstoringen, die een tegenovergestelde uitspraak mogelijk maken.

Naar aanleiding van het bovenstaande is het slechts toegestaan een kwalitatieve vergelijking te treffen tussen de resultaten van de twee gevolgde methoden.

In de figuren 27 t/m 30 zijn ter vergelijking resultaten van beide methoden weergegeven; de met een onderbroken lijn aangegeven krommen zijn verkregen uit de algemene bewegingsvergelijkingen.

De zeer globale overeenkomst tussen deze resultaten, alsmede de conclusies aan het eind van de hoofdstukken 3.5.4.1. en 3.5.5.4. voeren ons tot de eindconclusie:

Het gedrag van de geïdealiseerde motor beantwoordt in grote trekken aan tot dusver gevonden rekenmachine-resultaten.

Deze conclusie leidt tot de tweede conclusie, dat de gehanteerde geïdealiseerde differentiaalvergelijkingen het dynamische gedrag van de onderhavige motor niet voldoende nauwkeurig beschrijven (zie ook hoofdstuk 3.5.4.3.).

In het volgende hoofdstuk zullen we alvast nagaan welke verwaarlozingen het meest verantwoordelijk kunnen worden geacht voor de geconstateerde verschillen.



3.5.5.6. Aard van de verwaarlozingen.

Bij de bepaling van de machineconstanten L , $F(\theta)$ en $-\frac{dW}{d\theta}$ (zie hoofdstuk 3.2.) deden zich onregelmatigheden voor, die tot dusver werden verwaarloosd. Deze onregelmatigheden kunnen we in verband brengen met:

- a) de niet-ideale eigenschappen van het ijzer en de permanente magneet,
- b) de niet-ideale vormgeving (bijvoorbeeld de discontinue luchtspleetgrootte).

ad a) De ijzerverliezen bleken onder normale bedrijfsomstandigheden zeer klein te zijn ten opzichte van de koperverliezen (circa 5%). Voorts zou het verdisconteren van de invloed van deze ijzerverliezen - tengevolge van wervelstromen én hysteresis - in de algemene bewegingsvergelijkingen tot niet te hanteren differentiaalvergelijkingen leiden.

Om deze redenen worden de ijzerverliezen ook in de nog volgende beschouwingen verwaarloosd.

Tevens zullen we de hysteresis verschijnselen in de permanente magneet blijven verwaarlozen.

De invloed van de parameter $x = \frac{R}{\omega L}$ bleek bij de voorgaande beschouwingen zeer groot. Dit zou inderdaad kunnen duiden op een grote invloed van de variaties in "L" tengevolge van de verzadiging. Binnen het gebied van de quasi-stationaire stromen deden zich in L variaties voor van circa 5%.

Uit metingen blijkt dat de momentane waarde van de stroom gedurende "dynamisch bedrijf" de quasi-stationaire waarde ver overschrijdt. Dit verschijnsel zou de ligging van de stabiliteitsgrens wel eens in grote mate kunnen beïnvloeden.

Het is duidelijk dat de verzadiging ook invloed heeft op de uitdrukking voor de rotatiespanning en het kleeftkoppel (zie de uitdrukkingen uit hoofdstuk 2).

ad b) De niet-ideale vormgeving heeft in eerste instantie invloed op de θ -afhankelijkheid van de diverse parameters. Zo zal de θ -afhankelijkheid in de functie $F(\theta)$ (zie 3.1-1) ook bij afwezigheid van verzadiging al kunnen afwijken van $\cos \theta$ -vorm. Dit soort afwijkingen werd inderdaad bij de bepaling van de parameters waargenomen.



In het laatste deel van dit rapport zullen we nagaan in hoeverre het mogelijk is de in hoofdstuk 2 afgeleide betrekkingen (2.1) en (2.7) als uitgangspunt te nemen voor een nadere beschouwing van een motor met verzadiging.



4. De motor met verzadiging.

4.1. Bewegingsvergelijkingen.

In hoofdstuk 2 vonden we voor een motor zonder ijzerverliezen de bewegingsvergelijkingen:

$$u = Ri + \frac{\partial \Phi}{\partial i} (i, \theta) \frac{di}{dt} + \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} (i, \theta) \frac{d\theta}{dt} \quad (4.1-1)$$

$$i \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} (i, \theta) - \frac{\partial W_m}{\partial \theta} (i, \theta) = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + T_b \quad (4.1-2)$$

Voor onderzoek naar het gedrag van de motor met verzadiging dienen we in de eerste plaats het verloop te kennen van de machinegrootheden

$$\frac{\partial \Phi}{\partial i} (i, \theta), \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} (i, \theta) \quad \text{en} \quad \frac{\partial W_m}{\partial \theta} (i, \theta) .$$

Vervolgens kunnen we proberen de resulterende niet-lineaire differentiaalvergelijkingen tot een oplossing te brengen. Een exacte berekening van de machinegrootheden is niet mogelijk. We zullen daarom trachten langs deels experimentele- en deels theoretische weg fysisch verantwoorde benaderingen te vinden voor deze functies.

4.2. Experimentele bepaling van de machinegrootheden.

4.2.1. Bepaling van $\frac{\partial \Phi}{\partial i} (i, \theta)$.

We willen volstaan met het aangeven van 2 technisch uitvoerbare meetmethoden, waarvoor als uitgangspunt dient de elektrische bewegingsvergelijking (4.1-1) met de nevenvoorwaarde $\theta = \text{constant}$.

$$u = Ri + \frac{\partial \Phi}{\partial i} (i, \theta) \frac{di}{dt} \quad (4.2-1)$$

a) Op het tijdstip $t = 0$ wordt een constante gelijkspanning $U_1(t)$ aangesloten op de spoel. Ten aanzien van de functie $\frac{\partial \Phi}{\partial i} (i, \theta)$ geldt dan voor $t > 0$:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial i} (i, \theta = \text{constant}) = \frac{U_1(t) - Ri(t)}{\frac{di}{dt}(t)} \quad (4.2-2)$$

De benodigde waarden voor $i(t)$ en $\frac{\partial i}{\partial t}(t)$ kunnen uit een stroom-tijd-diagram worden opgemeten. Bij elke θ -waarde dient het experiment voor de positieve en de negatieve stroomrichting te worden uitgevoerd. Figuur 35 geeft het meetresultaat weer voor $\theta = 90^\circ$; $\theta = 0^\circ$ en $\theta = -90^\circ$. Als gevolg van de noodzakelijke constructies in het stroom-tijd-diagram zijn de verkregen gegevens niet erg nauwkeurig.

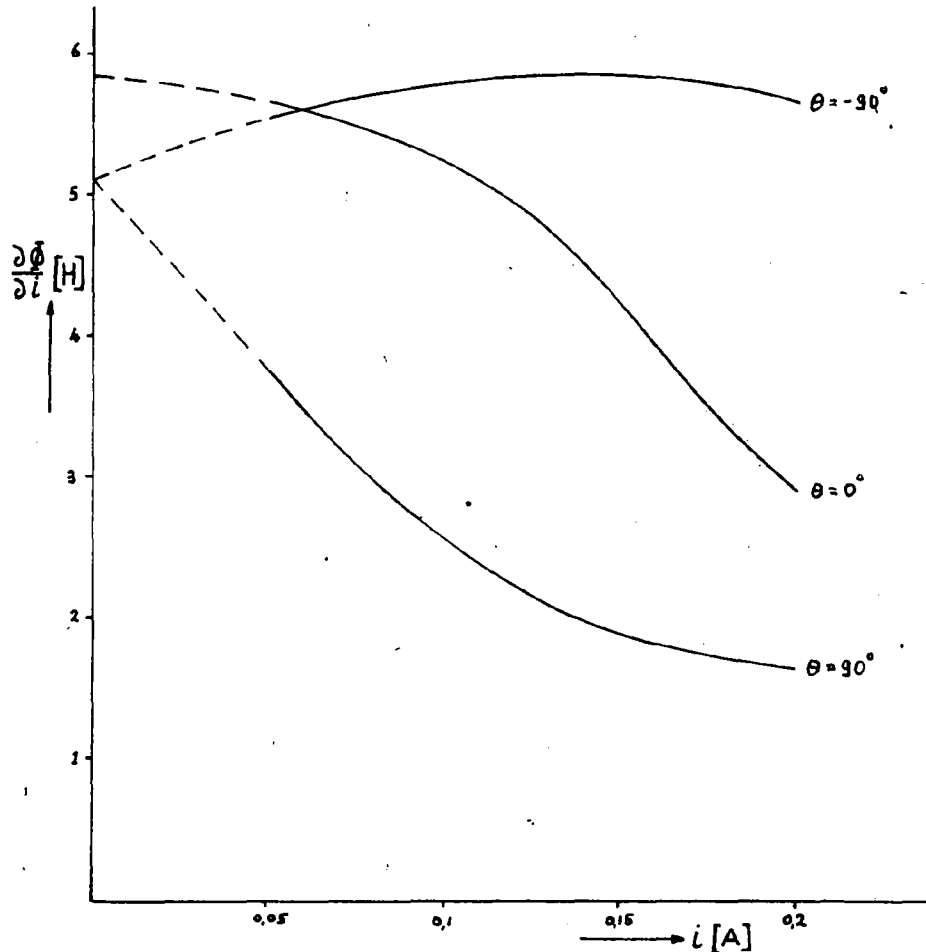


fig. 35

- b) We kunnen ook op de gebruikelijke wijze Φ - i karakteristieken op het scherm van een oscillograaf zichtbaar maken voor verschillende waarden van θ . Langs grafische weg kunnen uit deze karakteristieken de overeenkomstige $\frac{\partial \Phi}{\partial i}$ -krommen worden afgeleid.

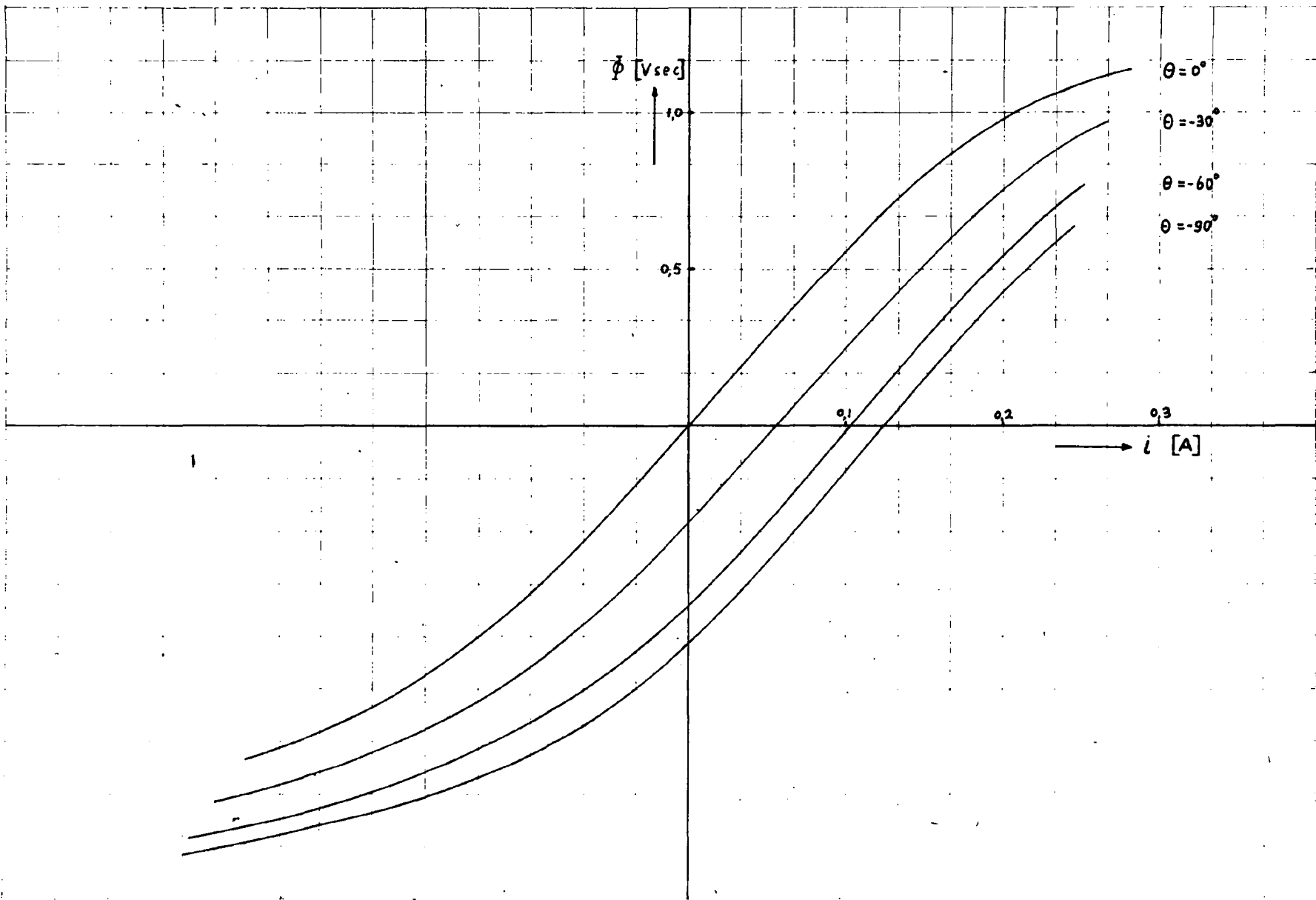


fig. 36



In figuur 36 zijn de $\Phi - i$ karakteristieken van de proefmotor weergegeven voor verschillende waarden van θ . De grootte van de voormagnetisatie $\Phi(i = 0, \theta)$, welke niet op het scherm van de oscillograaf zichtbaar wordt, is ontleend aan de vroegere meetresultaten aangaande $\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}$ ($i = 0, \theta$) uit grafiek 2 (pag. 5).

In figuur 36 is het hysteresis-verschijnsel verwaarloosd. Uit fig. 37, waar de volledige $\Phi - i$ karakteristiek voor $\theta = 0$ is weergegeven blijkt echter zeer duidelijk dat het hysteresis-effect bij deze motor niet verwaarloosbaar klein kan worden geacht. Wel hebben we reeds eerder vastgesteld dat de ijzerverliezen in het algemeen slechts een fractie zijn van de optredende koperverliezen.

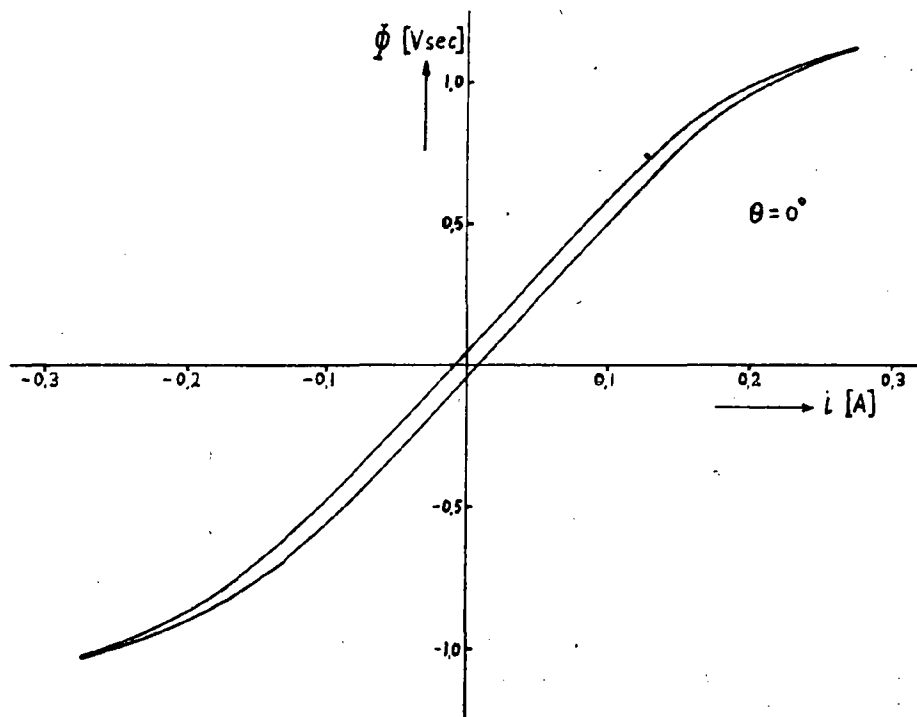


fig. 37



4.2.2. Bepaling van $\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}(i, \theta)$.

Onder de voorwaarden $i = I = \text{constant}$ en $\frac{d\theta}{dt} = \Omega = \text{constant}$ gaat de bewegingsvergelijking (4.2-1) over in

$$u = Ri + \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}(I, \theta)\Omega \quad , \text{ waaruit volgt:}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}(I, \theta) = \frac{u - Ri}{\Omega} \quad (4.2-4)$$

Daar $\theta = \Omega t + \theta_0$, kan op eenvoudige wijze uit een oscillogram van $u(t)$ het verloop van de functie $\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}(I, \theta)$ worden afgeleid. Het blijkt echter nogal moeilijk te zijn om bij de experimenten aan de voorwaarden $I = \text{constant}$ en $\Omega = \text{constant}$ nauwkeurig te voldoen.

De in figuur 38 weergegeven meetresultaten zijn om deze reden kwantitatief niet erg betrouwbaar.

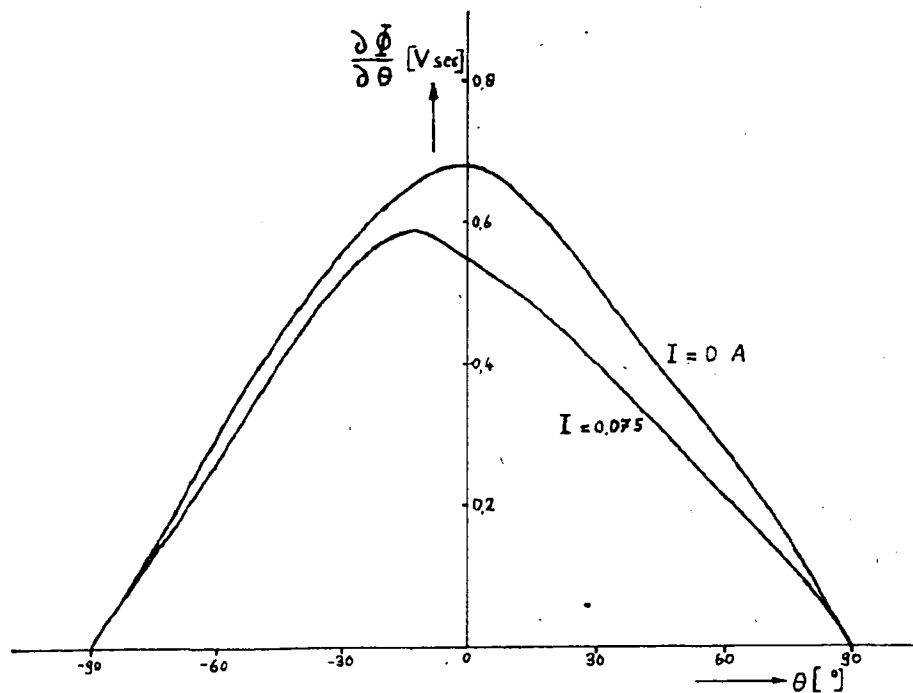


fig. 38



4.2.3. Bepaling van $\frac{\partial W}{\partial \theta} (i, \theta)$.

Stellen we $i = I = \text{constant}$ en $\frac{d\theta}{dt} = 0$ dan gaat de mechanische bewegingsvergelijking (4.1-2) over in

$$I \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} (I, \theta) - \frac{\partial W}{\partial \theta} (I, \theta) = T_b (I, \theta) \quad (4.2-5)$$

Het koppel $T_b (I, \theta)$ kan nu volgens een statische meetmethode worden gevonden als functie van θ . Vervolgens kan met gebruikmaking van de onder 4.2.2. gevonden gegevens betreffende $\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} (I, \theta)$ het verloop van de functie $\frac{\partial W}{\partial \theta} (I, \theta)$ worden bepaald. De beschreven methode is zeer bewerkelijk en levert geen nauwkeurige resultaten op, mede door de onnauwkeurigheid in de bepaling van $\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} (I, \theta)$.

4.2.4. Conclusies.

Van de machinegrootheden kan $\frac{\partial \Phi}{\partial i} (i, \theta = \text{constant})$ met enige nauwkeurigheid worden bepaald voor een willekeurige waarde van θ . Slechts deze meetresultaten kunnen voor verdere kwantitatieve beschouwingen worden gebruikt.

Willen we ook bekend worden met het verloop van de functie $\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} (i, \theta)$, dan zullen we ons moeten toeleggen op een bruikbare beschrijving van de functie $\Phi (i, \theta)$, waarvan het verloop langs experimentele weg op bevredigende wijze bepaald kan worden.

De resterende grootte $\frac{\partial W}{\partial \theta} (i, \theta)$ kan vervolgens via de relatie (2.4):

$$W_m (i, \theta) = W_m (\theta) + \int_{\Phi(0, \theta)}^{\Phi(i, \theta)} i d\Phi \quad (4.2-6)$$

in verband worden gebracht met $\Phi (i, \theta)$ en de eveneens experimenteel te bepalen grootte $W_m (\theta)$ (zie hoofdstuk 3.2.). In het volgende hoofdstuk zullen we nagaan in hoeverre het mogelijk is op de geschetste wijze het onderzoek te vervolgen.



4.3. Vereenvoudiging van de bewegingsvergelijkingen.

Onder gebruikmaking van relatie (4.3-6) laten de bewegingsvergelijkingen zich schrijven in de vorm:

$$u = Ri + \frac{d}{dt} (\Phi(i, \theta)) \quad (4.3-1)$$

$$\int_0^i \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} (i, \theta) di - \frac{dW_m(\theta)}{d\theta} = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \dot{T}_b \quad (4.3-2)$$

In hoofdstuk 3.2. werd als een bruikbare benadering voor

$$- \frac{dW_m(\theta)}{d\theta} \text{ aangegeven:}$$

$$- \frac{dW_m(\theta)}{d\theta} = \hat{T}_k \sin 2(\theta - \alpha).$$

Het belastingskoppel (T_b) zullen we blijven voorstellen door de uitdrukking:

$$T_b = \hat{T}_b \operatorname{sgn}(\dot{\theta}).$$

Uit fig. 36 blijkt dat onder invloed van θ in eerste benadering een horizontale verschuiving optreedt in de $\Phi - i$ karakteristieken.

We zullen langs theoretische weg aantonen, dat we inderdaad slechts een horizontale verschuiving in de $\Phi - i$ karakteristieken kunnen verwachten, indien we te doen hebben met een onverzadigbare permanente magneet in een magnetisch circuit, dat buiten de permanente magneet wel aan verzadiging onderhevig is.

We gaan uit van de eerste wet van Maxwell. Deze wet kunnen we voor ons doel hanteren in de integraalvorm

$$\oint \underline{H} \cdot d\underline{l} = \Sigma i.$$

We kiezen de in figuur 39 aangegeven contour, waarna volgt:

$$\int_{\text{ijzer}} \underline{H} \cdot d\underline{l} + \int_{\text{lucht}} \underline{H} \cdot d\underline{l} + \int_{\text{magn.}} \underline{H} \cdot d\underline{l} = ni \quad (4.3-3)$$

(n = aantal
windingen van
de statorspoel)

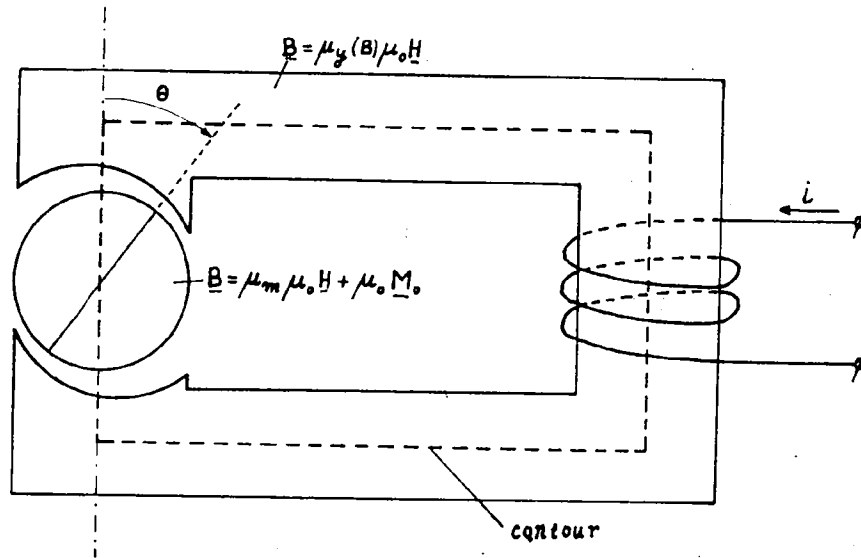


fig. 39

In het ijzer veronderstellen we tussen \underline{H} en \underline{B} het verband

$\underline{B} = \mu_{ij}(B) \mu_0 \underline{H}$ en
in de permanente magneet

$$\underline{B} = \mu_m \mu_0 \underline{H} + \mu_0 \underline{M}_0 \quad (\mu_m = \text{constant})$$

Hiermee gaat uitdrukking (4.3-3) over in:

$$\begin{aligned} \int_{\text{ijzer}} \frac{\underline{B}}{\mu_y \mu_0} \cdot d\underline{l} + \int_{\text{lucht}} \frac{\underline{B}}{\mu_0} \cdot d\underline{l} + \int_{\text{magneet}} \frac{\underline{B}}{\mu_m \mu_0} \cdot d\underline{l} &= \\ &= ni + \int_{\text{magneet}} \frac{\underline{M}_0 \cdot d\underline{l}}{\mu_m} \end{aligned} \quad (4.3-5)$$

Nemen we voorts aan, dat

in het ijzer $B_1 = \frac{\Phi(1)}{A_{ij}(1)}$,

in de lucht $B_1 = \frac{\Phi(1)}{A_1(1)}$ en

in de magneet $B_1 = \frac{\Phi(1)}{A_m(1)}$,

- $\Phi^{(1)}$ is de door één wikkeling van de spoel omvatte flux -
dan volgt uit (4.3-5) de formule:

$$\Phi^{(1)} = \frac{ni + G(\theta)}{R_l + R_m + R_{ij}(\Phi^{(1)})} \quad (4.3-6)$$

$$\text{met } G(\theta) = \frac{1}{\mu_m} \int_{\text{magneet}} \underline{M}_o \cdot d\underline{l} \quad , \quad R_l = \int_{\text{lucht}} \frac{dl}{\mu_o A_l(l)}$$

$$R_m = \int_{\text{magn.}} \frac{dl}{\mu_m \mu_o A_m(l)} \quad \text{en} \quad R_{ij}(\Phi^{(1)}) = \int_{\text{ijzer}} \frac{dl}{\mu_{ij}(\Phi^{(1)}) \mu_o A_{ij}(l)}$$

Voeren we voor de magnetomotorische kracht in

$$M = ni + G(\theta) \quad (4.3-7)$$

en voor de totale magnetische weerstand $R_m(\Phi^{(1)})$

dan resulteert de eenvoudige formule:

$$\Phi^{(1)} = \frac{M}{R_m(\Phi^{(1)})} \quad (4.3-8)$$

De functie $G(\theta)$ zal steeds een periodieke functie zijn, welke volledig bepaald wordt door de wijze van magnetisatie.

Daar bij onze proefmotor de rotor homogeen gemagnetiseerd is, blijkt de benadering $G(\theta) = b \sin \theta$ goed te voldoen.

Bij onze verdere beschouwingen zullen we de functie $\Phi(i, \theta)$ echter nog voorstellen door de wat algemenere vorm:

$$\Phi = \Phi(m) \quad (4.3-9)$$

met $m = i + g(\theta)$.

Een nadere beschouwing van de mechanische bewegingsvergelijking (4.3-2) leert, dat de daarin voorkomende integraal kan worden uitgedrukt in $\Phi(m)$ en $g(\theta)$, immers

$$\int_0^i \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} di = \int_{m(0,\theta)}^{m(i,\theta)} \frac{d\Phi}{dm} \frac{dm}{d\theta} dm = \frac{dg(\theta)}{d\theta} \{\Phi(i, \theta) - \Phi(0, \theta)\} \quad (4.3-10)$$

Deze vereenvoudiging vloeit voort uit het gehanteerde superpositie beginsel ten aanzien van de magnetomotorische kracht,



waardoor

$$\frac{\partial m}{\partial \theta} = f(\theta) \quad \text{en} \quad \frac{\partial m}{\partial i} = 1.$$

Na het bovenstaande krijgen de vereenvoudigde bewegingsvergelijkingen de gedaante:

$$u = Ri + \frac{d}{dt} \{ \Phi(m) \} = Ri + \frac{d\Phi}{dm} \frac{dm}{dt} \quad (4.3-11)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tau(\theta)}{d\theta} (\Phi(m) - \Phi(m(0, \theta))) + \hat{T}_k \sin 2(\theta - \alpha) = \\ = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \hat{T}_b \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) \end{aligned} \quad (4.3-12)$$

met $m = i + g(\theta)$.

De differentiaalvergelijkingen (4.3-11) en 4.3-12) kunnen met behulp van een analoge rekenmachine worden opgelost. We dienen dan gebruik te maken van 2 functiegeneratoren: één voor het afleiden van m uit het verloop van $\Phi(m)$ en één voor de bepaling van $\Phi\{m(0, \theta)\}$ uit $m(0, \theta)$.

Deze procedure is zeer goed mogelijk en zou bij een onderzoek naar de invloed van een bepaalde verzadigingstoestand de meest voor de hand liggende zijn, mits men kan beschikken over voldoende nauwkeurige functiegeneratoren.

In ons geval willen we vooral de invloed leren kennen van de mate van verzadiging. Hiertoe zouden we het liefst circa 5 verzadigingstoestanden willen beschouwen - elke verzadigingstoestand gekarakteriseerd door hoogstens 2 parameters -, zonder dat we de genoemde functiegeneratoren behoeven te gebruiken. Het tijdrovende gebruik van functiegeneratoren kunnen we echter slechts omzeilen indien we er in slagen een geschikte analytische functie voor $\Phi(m)$ te vinden.

Een analytische vorm voor $\Phi(m)$ wordt voor ons doel indien

- a) de overeenkomst met de experimenteel bepaalde functie $\Phi(m)$ goed is,
- b) de rekentechnische complicaties niet te groot zijn.



Ten aanzien van punt b worden we genoodzaakt ons te beperken tot zeer eenvoudige algebraïsche functies, waarin geen termen voorkomen met een hogere macht dan vijf.

4.4. Analytische functies voor $\Phi(m)$.

We onderzoeken de mogelijkheden van enige gebruikelijke benaderingen, terwijl $g(\theta) = b \sin \theta$.

$$a) \quad \Phi(m) = L_0 (m + a_3 m^3 + a_5 m^5) \quad (4.4-1)$$

In dit geval worden de bewegingsvergelijkingen:

$$(u - Ri) \left(1 + \frac{a_3}{3} m^2 + \frac{a_5}{5} m^4\right)^{-1} = L_0 \frac{di}{dt} + b L_0 \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \quad (4.4-2)$$

$$b L_0 \cos \theta \left\{ (m + a_3 m^3 + a_5 m^5) - (b \sin \theta + a_3 (b \sin \theta)^3 + a_5 (b \sin \theta)^5) \right\} + \hat{T}_k \sin 2(\theta - \alpha) = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \hat{T}_b \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) \quad (4.4-3)$$

Rekentechnisch leveren deze betrekkingen geen al te grote problemen op.

Het blijkt echter niet mogelijk onder invoering van de 2 parameters a_3 en a_5 een benadering voor $\Phi(m)$ te vinden, die ook voor grote m -waarden goed voldoet.

In figuur 40 zijn de benaderingen weergegeven, die worden verkregen voor ($a_3 = -3,5$; $a_5 = 0$) en voor $a_3 = -3,5$; $a_5 = 5,4$, terwijl $L_0 = 5,56$. Vooral gedurende de inschakelverschijnselen en de instabiele bedrijfstoestanden worden grote waarden van m bereikt, zodat we met deze benaderingen voor $\Phi(m)$ geen betrouwbare resultaten mogen verwachten.

$$b) \quad \Phi(m) = L_0 \frac{m}{1 + a|m|}$$

Onder invoering van (4.4-4) ontstaan de bewegingsvergelijkingen

$$(u - Ri) (1 + a|m|)^2 = L_0 \frac{di}{dt} + b L_0 \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \quad (4.4-5)$$

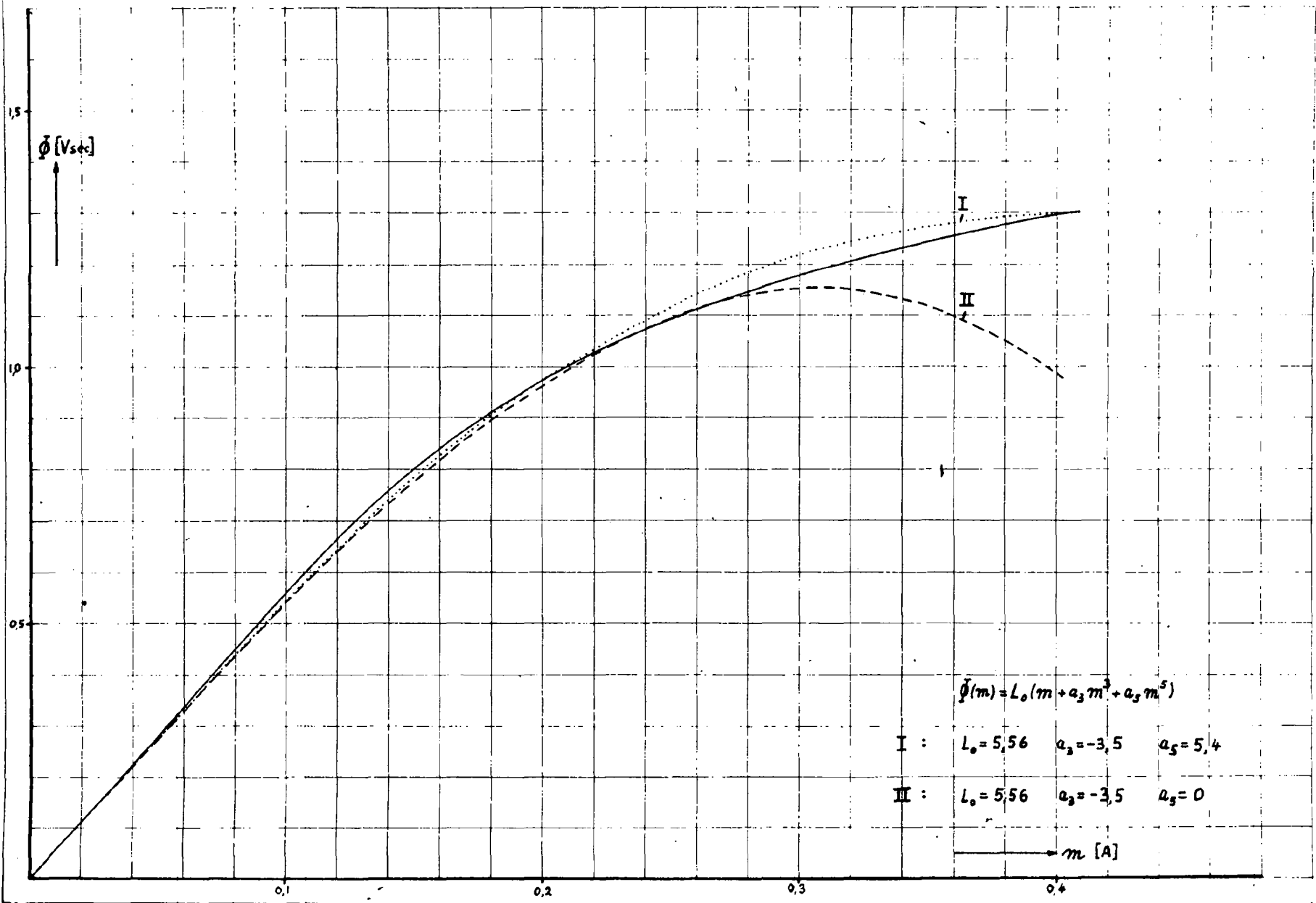


fig. 40



$$bL_0 \cos \theta \left[\frac{m}{1 + a|\pi|} - \frac{b \sin \theta}{1 + ab|\sin \theta|} \right] + \hat{T}_k \sin 2(\theta - \alpha) =$$

$$= J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \hat{T}_b \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) \quad (4.4-6)$$

Ook deze betrekkingen zijn rekentechnisch aanvaardbaar.

Langs grafische weg blijkt, dat het niet mogelijk is een goede benadering voor $\Phi(i, \theta)$ te verkrijgen, zonder dat de helling van $\Phi(m)$ voor kleine waarden van m aanzienlijk afwijkt van de experimenteel bepaalde waarde; d.w.z. L_0 zal steeds groter dan 5,56 moeten worden gekozen om voor het gehele m -gebied tot een bevredigende benadering te geraken.

Figuur 41 geeft het verloop van de benadering $\Phi(m)$, indien $L_0 = 8,25$ en $a = 3,33$. De snijpunten van kromme (IV) met de experimenteel bepaalde kromme werden in dit geval gekozen ter plaatse $m = m_1 = 0,1$ en $m = m_2 = 0,3$. L_0 en a volgen dan uit de formules:

$$L_0 = \frac{\Phi(m_1) \Phi(m_2) \{m_2 - m_1\}}{m_1 m_2 \{\Phi(m_2) - \Phi(m_1)\}} \quad a = \frac{m_2 \Phi(m_1) - m_1 \Phi(m_2)}{m_1 m_2 \{\Phi(m_2) - \Phi(m_1)\}}$$

Door de plaats van de snijpunten te variëren, terwijl vol-
daan blijft aan de relatie $m_2 = 3m_1$, kunnen we parameterwaarden vinden, die corresponderen met andere verzadigingstoe-
standen. In onderstaande tabel zijn de grootheden aangegeven, die betrekking hebben op de krommen I t/m V uit fig. 41.

	m_1	m_2	L_0	a
I	0,04	0,12	5,56	0
II	0,06	0,18	5,90	0,975
III	0,08	0,24	6,35	1,78
IV	0,10	0,30	7,06	2,66
V	0,12	0,36	7,94	3,60

tabel 1

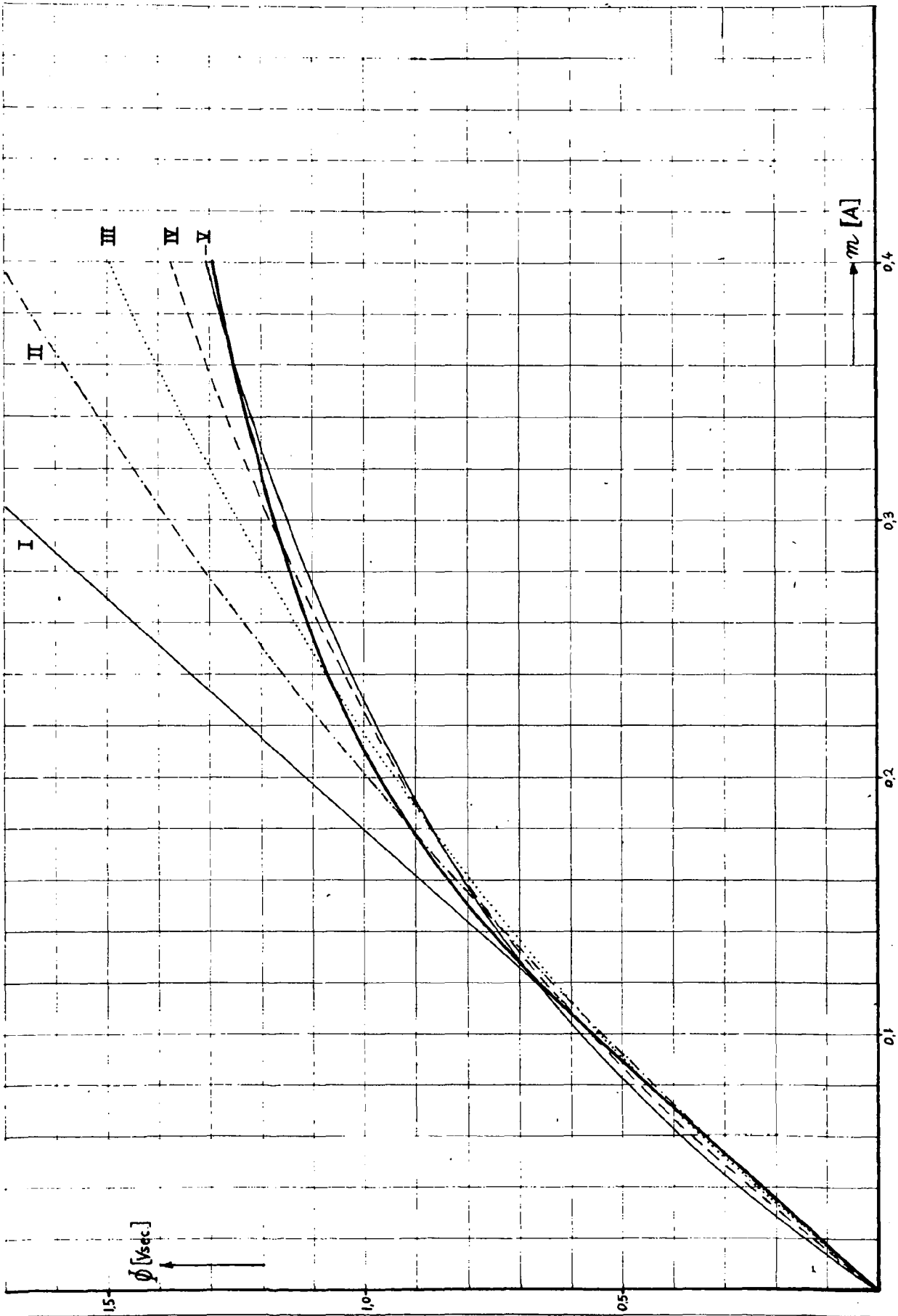


Fig. 41



Een groot bezwaar van deze benaderingsmethode is dat de helling voor kleine waarden van m sterk afwijkt van de werkelijkheid en bovendien erg varieert met de parameter a . Slechts voor kleine waarden van a (motoren met weinig verzadiging) kan op deze wijze te werk gegaan worden.

$$c) \quad \Phi(m) = L_0 m \quad \text{voor} \quad |m| \leq m_1 \quad (m_1 > 0) \quad (4.4-7)$$

$$\Phi(m) = L_0 \left[m_1 + \frac{|m| - m_1}{1 + a (|m| - m_1)} \right] \text{sgn}(m) \quad \text{voor} \quad |m| > m_1.$$

Deze benadering komt tegemoet aan de bezwaren van methode b. De helling blijft voor kleine waarden van m ($|m| < m_1$) constant en neemt daarna met toenemende m gelijkmatig af.

Rekentechnisch brengt deze methode uiteraard nogal wat complicaties met zich mee; dit blijkt duidelijk uit de notatie van de bewegingsvergelijkingen, (4.4-8) en (4.4-9).

Voeren we in:

$$m' = |m| - m_1, \quad m'' = (b \sin \theta) - m_1$$

$$\begin{aligned} \text{en de hulpfuncties:} \quad 1(m) &= 1 \quad \text{voor} \quad m > 0 \\ &= 0 \quad \text{voor} \quad m \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sgn}(m) &= 1 \quad \text{voor} \quad m > 0 \\ &= -1 \quad \text{voor} \quad m < 0 \end{aligned}$$

dan kunnen de bewegingsvergelijkingen worden weergegeven in de vorm:

$$(u - Ri) \{1 + am'1(m')\}^2 = L_0 \frac{di}{dt} + bL_0 \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \quad (4.4-8)$$

$$bL_0 \cos \theta [m \{1 - 1(m')\} - b \sin \theta \{1 - 1(m'')\}] +$$

$$1(m') \left(m_1 + \frac{m'}{1 + am'} \right) \text{sgn}(m) - 1(m'') \left(m_1 + \frac{m''}{1 + am''} \right) \text{sgn}(\sin \theta)] +$$

$$+ \hat{T}_k \sin 2(\theta - \alpha) = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \hat{T}_b \text{sgn}(\dot{\theta}). \quad (4.4-9)$$

De hulpfuncties $1(m)$ en $\text{sgn}(m)$ worden m.b.v. schakelelementen (dioden en comparatoren) op de analoge rekenmachine verkregen.



In figuur 42 is de benadering voor $\Phi(i, \theta) = \Phi(m)$ weer-
gegeven, die wordt verkregen met de parameterwaarden
(zie kromme V):

$$L_0 = 5,56 \quad m_1 = 0,12 \quad \text{en} \quad a = 5,5$$

Andere verzadigingstoestanden kunnen op eenvoudige wijze uit
deze waarden worden afgeleid door de waarde van m_1 te
variëren en a zó te kiezen dat $am_1 = 0,66 = \text{constant}$; L_0
behoudt uiteraard dezelfde waarde. Deze procedure komt in
wezen neer op een vermenigvuldiging van de kromme V vanuit
de oorsprong. De vermenigvuldigingsfactor (γ), alsmede de
daarmede corresponderende waarden van L_0 , m_1 en a zijn
voor de verzadigingstoestanden I t/m VI in onderstaande
tabel aangegeven; fig.42 geeft een beeld van de diverse
verzadigingstoestanden.

	γ	L_0	m_1	a
I	∞	5,56	∞	0
II	5/2	5,56	0,30	2,2
III	5/3	5,56	0,20	3,3
IV	5/4	5,56	0,15	4,4
V	1	5,56	0,12	5,5
VI	5/6	5,56	0,10	6,6

tabel 2.

Daar de bovenstaande benaderingsmethode in hoge mate voldoet
aan onze eisen wat betreft de nauwkeurigheid en de parameter-
keuze, besloten we de genoemde rekentechnische complicaties
voor lief te nemen.

In het volgende hoofdstuk zal blijken dat het zeer wel
doenlijk is om tot een aanvaardbare rekenprocedure te komen.

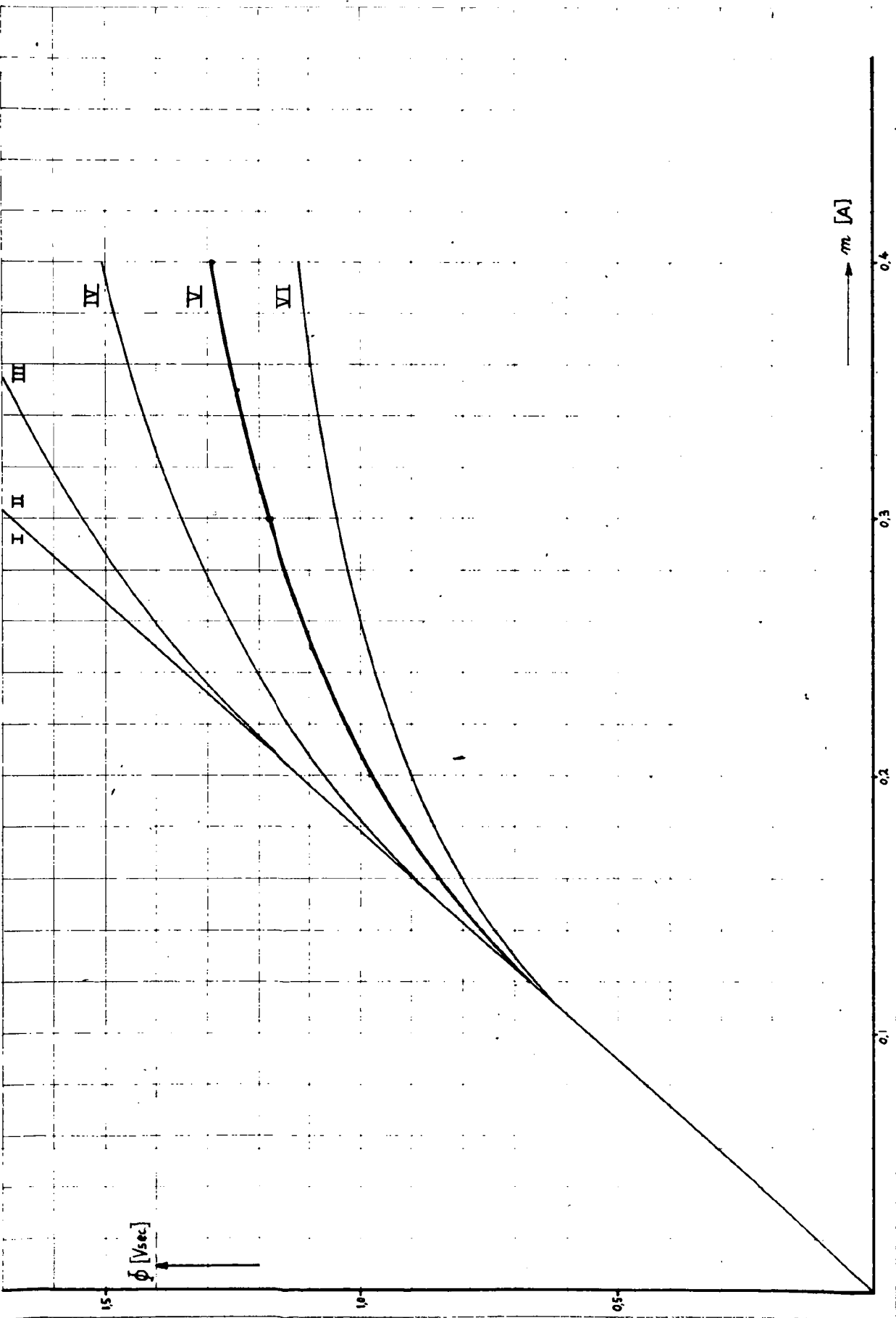


fig. 42



4.5. Onderzoek met behulp van een analoge rekenmachine.

4.5.1. Dimensieloze bewegingsvergelijkingen.

Onder invoering van

$$\tau = \omega t; \quad u = p \hat{u}_0 \cos(\tau + \psi); \quad \dot{i} = \frac{\omega L_0}{\hat{u}_0} i; \quad \dot{m} = \frac{\omega L_0}{\hat{u}_0} m$$

en

$$r = \frac{R}{\omega L_0}; \quad \lambda = \frac{\omega L_0}{\hat{u}_0} b; \quad \epsilon = \frac{2U_0^2}{\omega^4 L_0 J}; \quad \dot{t}_k = \frac{\hat{T}_k}{J\omega^2}; \quad \dot{t}_b = \frac{\hat{T}_b}{J\omega^2}$$

$$\dot{a} = \frac{\hat{u}_0}{\omega L_0} a$$

krijgen de vergelijkingen (4.4-7) en (4.4-8) de gedaante:

$$(p \cos(\tau + \psi) - ri) \{1 + \dot{a} \dot{m}^{-1} (m^*)\}^2 = \frac{di}{d\tau} + \lambda \cos \theta \frac{d\theta}{d\tau} \quad (4.5-1)$$

$$\epsilon \lambda \cos \theta \{m^* (1 - 1(m^*))\} - \lambda \sin \theta (1 - 1(m^*)) +$$

$$1(m^*) \left\{ m_1 + \frac{E}{\dot{t}_k} \right\} \operatorname{sgn}(m^*) - 1(m^*) \left\{ m_1 + \frac{E}{\dot{t}_k} \right\} \operatorname{sgn}(\sin \theta) +$$

$$+ \dot{t}_k \sin 2(\theta - \omega) = \frac{d^2 \theta}{d\tau^2} + \dot{t}_b \operatorname{sgn}(\theta) \quad (4.5-2)$$

Voor \hat{u}_0 kiezen we de voor de hand liggende waarde 220 V, waardoor voor $a = 0$ en $m_1 = \omega$ de betrekkingen (4.5-1) en 4.5-2 geheel identiek worden aan de betrekkingen (3.5-5) en (3.5-6) van de onverzadigde motor. (zie blz. 16)

Voor de proefmotor geldt bij benadering:

$$r = 0,66; \quad \lambda = 0,715; \quad \epsilon = 1,99; \quad \dot{t}_k = 0,100; \quad \omega = 10^\circ$$

$$\dot{m}_1 = 0,673 \quad \text{en} \quad \dot{a} = 0,082.$$

Het getrag van de motor kan voor een willekeurige waarde van de spanning worden onderzocht door middel van de spannings-

$$\text{parameter: } p = \frac{\hat{u}}{\hat{u}_0}.$$



Figuur 43 geeft het rekenmachineschema weer, waarmee de bewegingsvergelijkingen tot een oplossing kunnen worden gebracht. In fig. 43 zijn de ook hier benodigde generator-schakelingen uit fig. 9b niet herhaald.

In fig. 43c zijn de potentiometerinstellingen aangegeven die behoren bij de proefmotor, indien hij wordt bedreven met een klemspanning van 220 V.

De signalen m^* en $\lambda \sin \theta$ worden door middel van zogenaamde limiters - dit zijn zeer eenvoudige diodeschakelingen - begrensd op de waarde $|m^*| = m_1^*$. Eerst indien $|m^*| > m_1^*$ en/of

$|\lambda \sin \theta| > m_1^*$ worden de aanvullende signalen $\frac{m^*}{1 + a m^*}$ en/of $\frac{m^{**}}{1 + a m^{**}}$ aan de desbetreffende versterker (21) toegevoerd.

Overgang op een andere verzadigingsstoestand (een andere kromme uit tabel 2) vereist een andere instelling van de limiters en een wijziging van de potentiometerinstellingen betreffende a^* en m_1^* .

4.5.2. Rekenmachineresultaten.

We zullen een groot aantal resultaten op overzichtelijke wijze in tabel 3 onderbrengen. Deze rekenmachineresultaten betreffen 3 experimenten, welke we respectievelijk met de letters a, b en c aangeven.

Experiment a bestaat uit een onbelaste aanloop, waarbij de stilstaande motor ($\frac{d\theta}{dt} (\tau = 0) = 0$) wordt ingeschakeld op de top van de wisselspanning ($\psi = 0$) vanuit de stabiele rusttoestand ($\theta(\tau = 0) = \alpha - \frac{\pi}{2}$).

Een kruisje in een kolom a betekent dat de motor in het desbetreffende geval zelfstandig aanloopt en dat de uiteindelijke variaties in het toerental kleiner blijven dan 40%. Deze laatste eis ($\Delta < 0,4$) werd ook hier gehandhaafd om vergelijking met de resultaten van de onverzadigde motor mogelijk te maken.

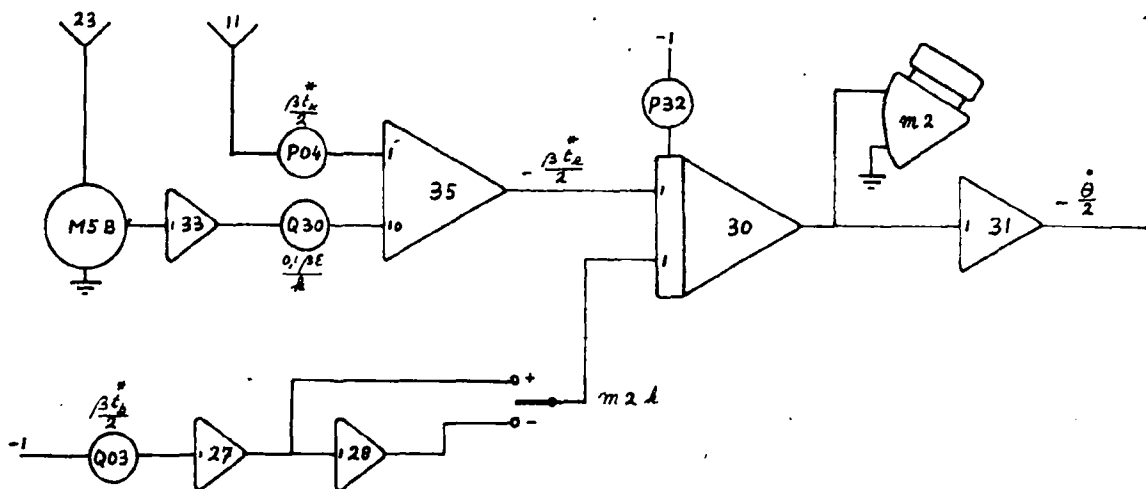
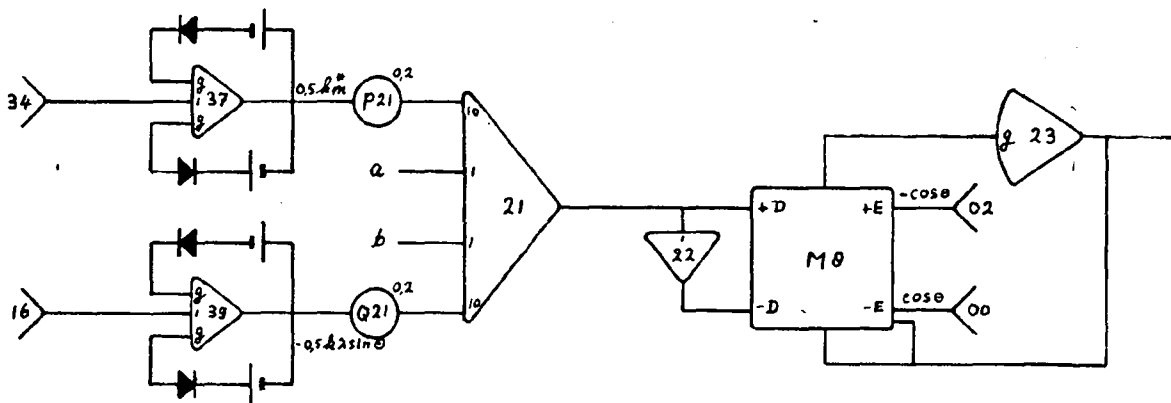
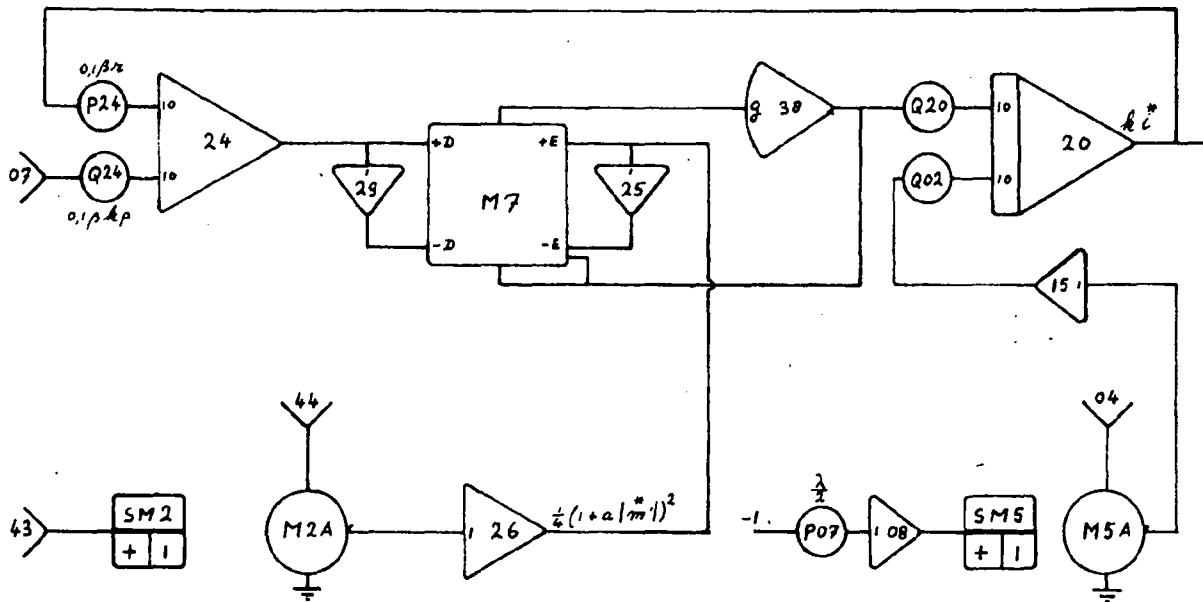


fig. 43a

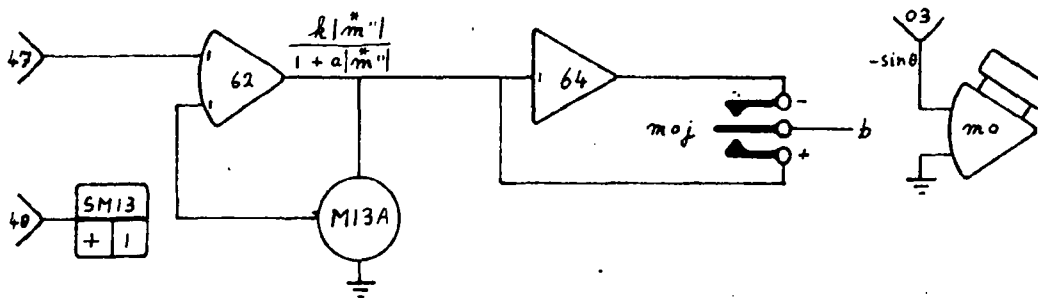
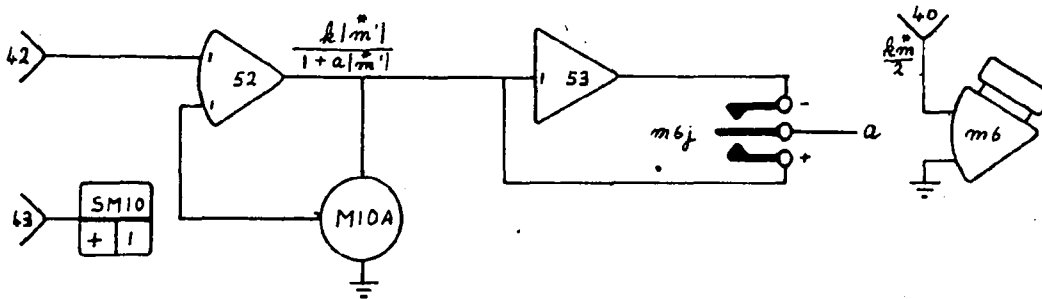
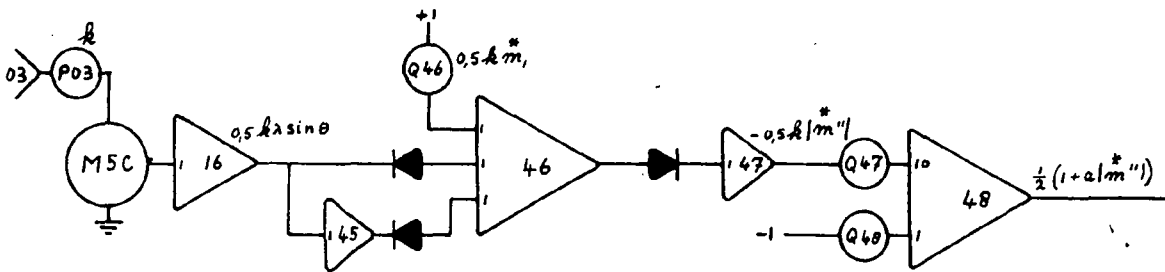
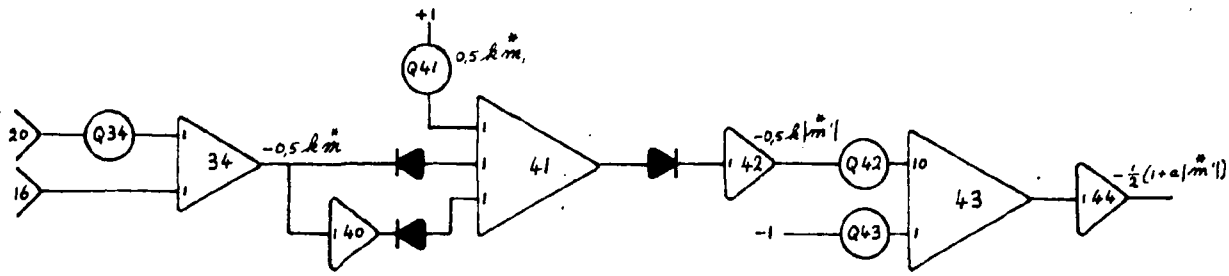


fig. 43b

POTENTIOMETERS

ONDERWERP: Stabiliteit van verzadigde proef-
motor (verzadigingstoestand V).
(U = 220V).

PROBLEEM NR.: EM65-2

BLAD NR.: 74

AUTEUR:

DATUM:

$\beta = 2; k = 0,5.$

ADRES	PARAMETER BESCHRIJVING	INSTELLING				
Q02	$0,4 \beta k \times (10)$	0,4000				
P03	k	0,5000				
Q03	$\beta t_b^*/2$	variabel				
P04	$\beta t_k^*/2$	0,1900				
P07	$\lambda/2$	0,3575				
Q20	$0,4 (x 10)$	0,4000				
P21	$0,2 (x 10)$	0,2000				
Q21	$0,2 (x 10)$	0,2000				
P24	$0,1 \beta r (x 10)$	0,1320				
Q24	$0,1 \beta k_p (x 10)$	0,1000				
Q30	$0,1 \beta e/k (x 10)$	0,7960				
P32	$\delta/2 (\tau = 0)$	0,0000				
Q34	0,5	0,5000				
Q41	$0,5 k m_1$	0,1682				
Q42	$0,1 a/k (x 10)$	0,1964				
Q43	0,5	0,5000				
Q46	$0,5 k m_1$	0,1682				
Q47	$0,1 a/k (x 10)$	0,1964				
Q48	0,5	0,5000				



Experiment b betreft een plotselinge belasting van de bij experiment a met gunstig gevolg ingeschakelde motor. Een kruisje in een kolom b houdt in, dat onder de aangegeven omstandigheden de motor plotseling belast kan worden met een koppel dat correspondeert met $\bar{p}_m = \frac{T_b}{U^2} = \frac{1}{3}$ voor de op 220 V

aangesloten motor.

De bijkomende eis, $\Delta < 0,4$, werd ook hier gehandhaafd.

Experiment c bestaat uit een belaste aanloop met de nevenvoorwaarden $\psi = 0$, $\theta(\tau = 0) = \alpha - \frac{\pi}{2}$, $\frac{d\theta}{d\tau}(\tau = 0) = 0$;

$t_o^*(\tau = 0) = 0,05$.

Na een geslaarde aanloop werd de belasting plotseling verhoogd tot $2 \times 0,05$, weer enige tijd later tot $3 \times 0,05$ etc.

Een 0 in kolom c geeft aan dat de motor niet aan de gestelde eisen voldoet wanneer hij belast is met $t_o^* = 0,05$. Een ander geheel getal (k) in deze kolom betekent dat de motor belastbaar is tot $t_o^* = k \times 0,05$, zonder dat de variaties in het toerental groter worden dan 40%. In sommige gevallen staat in kolom c achter de nul een geheel getal tussen haakjes, bijv. 0(k); hiermee wordt te kennen gegeven dat de motor tot $t_o^* = k \times 0,05$ belastbaar is, indien toerentalvariaties groter dan 40% wel worden toegelaten.

Tenslotte zijn in de tabel de waarden van ϵ en λ aangegeven, die op de volgende wijze van de klemspanning U afhankelijk zijn:

$$\epsilon = \frac{2U^2}{\omega^* L_o J} \quad \text{en} \quad \lambda = \frac{\omega L_o}{\hat{u}} \quad b$$



experiment motor- spanning(V)	I			II			III			IV			V			VI			L	λ
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c		
140	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,805	1,12
160	0	0	0(1)	0	0	0(1)	0	0	0(1)	0	0	0(1)	0	0	0(1)	x	0	1	1,05	0,985
180	x	0	0(1)	x	0	0(1)	x	0	0(1)	x	0	0(2)	x	0	0(2)	x	0	2	1,33	0,875
200	0	0	1	0	0	1	0	0	1	x	0	2	x	x	2	x	x	3	1,65	0,785
220	x	x	0(3)	x	x	0(3)	x	0	0(4)	x	x	3	x	x	4	x	x	5	1,99	0,715
240	x	x	5	x	x	5	x	x	5	x	x	4	x	x	5	x	x	6	2,37	0,655
260	x	x	6	x	x	6	x	x	6	x	x	5	x	x	7	x	x	7	2,78	0,605

tabel 3



4.5.3. Bespreking van de rekenmachineresultaten.

We zien dat voor $\lambda > 1$ ($U < 160$ V) geen stabiel bedrijf mogelijk is, ook niet bij de sterkst verzadigde motor.

Bij 160V ($\lambda = 0,985$) wordt voor het eerst een stabiele aanloop waargenomen, echter alleen in de verzadigingstoestand VI. In dit geval kan de motor ook al zelfstandig aanlopen onder een belasting $t_b = 0,05$ (cijfer 1 in kolom c).

Eerst bij 200 V ($\lambda = 0,785$) levert verzadigingstoestand V een bruikbare motor op (x x 2).

Verder kunnen we vaststellen dat in de toestanden II en III de invloed van de verzadiging te verwaarlozen is.

Opmerkelijk is dat bij $U = 240$ V en $U = 260$ V verzadigingstoestand III een betere motor oplevert dan toestand IV.

In alle overige gevallen geldt dat het gedrag van de motor gunstiger wordt naarmate de verzadiging toeneemt. Zo blijkt duidelijk dat onder invloed van de verzadiging de maximaal toelaatbare waarde voor λ toeneemt (in toestand I: $\lambda_{\max} = 0,715$), in toestand VI: $\lambda_{\max} = 1,05$). Deze conclusie heeft grote betekenis ten aanzien van de maximaal haalbare rendementen.

Vit de resultaten voor $U = 240$ en 260 V blijkt dat de onverzadigde motor bij deze spanningen nagenoeg even goed bruikbaar is als de verzadigde motor. Zelfs bij 220V blijkt de onverzadigde motor al tot een goede aanloop in staat te zijn; dit in schijnbare tegenstelling tot vroegere experimenten, waar bleek dat de onverzadigde motor voor $\lambda > 45^\circ$ en $1 \leq \epsilon \leq 2$ niet in staat was tot een zelfstandige aanloop (zie blz. 30). Daar stelden we echter de eis, dat voor elke waarde van ϕ (voor elk inschakelmoment) een stabiele aanloop moest volgen binnen een bepaalde tijd ($\frac{180}{n}$ perioden).

Zo blijkt ook hier dat bij 220V en een andere waarde van ϕ , (bijv. $\phi = 45^\circ$), geen stabiele aanloop meer optreedt: d.w.z. het desbetreffende punt ligt niet binnen het vroeger gedefiniëerde gebied G_a .



Bij hogere waarden van de spanning wordt λ groter dan 2 (zie tabel). Uit nadere experimenten is nu gebleken dat voor $\lambda > 2$, $\lambda > 45^\circ$ en $\lambda < 1$ wel een stabiele aanloop mogelijk is bij een willekeurige waarde van ψ .

Ook in de figuren 19 en 30 konden we reeds waarnemen dat voor $\lambda < 1$ de stabiliteit gunstiger wordt met toenemende λ .

De informatie uit kolom V kon nog niet tot in detail worden vergeleken met het gedrag van de proefmotor, daar het registreren van de hoeksnelheid meettechnische problemen met zich mee brengt.



5. Conclusies.

1. Verwaarlozing van de ijzerverliezen biedt de mogelijkheid om uitgaande van een energiebeschouwing, algemene en overzichtelijke bewegingsvergelijkingen op te stellen voor de éénfasige synchrone motor met permanent magnetische rotor.
2. In die gevallen, waar ook de verzadiging verwaarloosd kan worden, laten de bewegingsvergelijkingen zich herleiden tot 3 simultane niet-lineaire differentiaalvergelijkingen van de eerste orde.
3. Onder quasi-stationaire omstandigheden - de hoeksnelheid ($\dot{\theta}$) is constant - kunnen de elektromechanische eigenschappen van de onverzadigde motor aan de hand van de bovengenoemde bewegingsvergelijkingen op eenvoudige wijze onderzocht worden. Deze eigenschappen kunnen op fraaie wijze verduidelijkt worden door middel van zogenaamde polaire stroomdiagrammen.
4. Ten aanzien van de dimensionering van de onverzadigde motor bieden de gehanteerde bewegingsvergelijkingen en de polaire stroomdiagrammen aantrekkelijke mogelijkheden.
5. Als gevolg van de gecompliceerde gedaante van de niet-lineaire bewegingsvergelijkingen is het niet mogelijk het dynamische gedrag (aanloop en stabiliteit) van de overzadigde motor langs analytische weg te onderzoeken. De gelineariseerde bewegingsvergelijkingen - de vergelijkingen van de eerste benadering - lenen zich ook niet voor een nader mathematisch onderzoek van de dynamische stabiliteit.
6. Met behulp van een analoge rekenmachine kan het gedrag van de onverzadigde motor nader bestudeerd worden. Vanwege de reken-technische complicaties zijn de verkregen resultaten echter niet steeds volledig betrouwbaar.
7. Voortgezet onderzoek - ook met behulp van een analoge rekenmachine - van de gelineariseerde bewegingsvergelijkingen, maakte het mogelijk de vroegere rekenmachineresultaten enigszins te verifiëren. Uit de gezamenlijke rekenmachine-



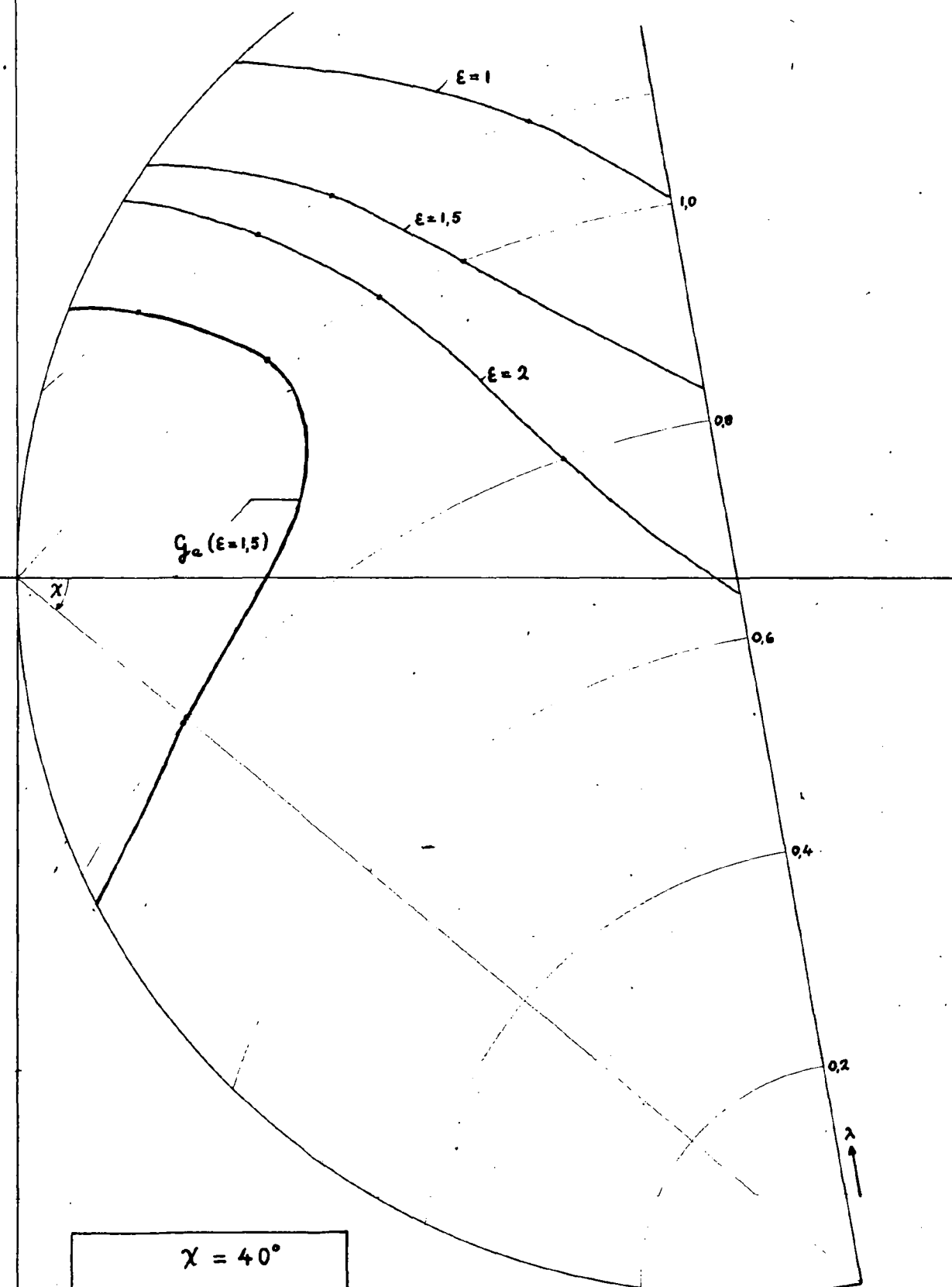
resultaten kon tenslotte een beeld worden verkregen van het gedrag van de onverradigde motor. De dynamische eigenschappen werden ook afgebeeld in de eerdergenoemde volaire stroomdiagrammen.

8. Het gedrag van de proefmotoren blijkt vrijwel steeds gunstiger te zijn dan de rekenmachineresultaten aangeven. Deze afwijkingen vinden hun oorzaak in de ingevoerde verwaarlozingen betreffende het magneetcircuit (verzadiging en ijzerverliezen).
9. De invloed van de verzadiging werd door anderen (Aken) langs experimentele weg reeds duidelijk aangetoond. Bij de proefmotoren blijken verzadiging en hysteresis vooral tijdens aanloopverschijnselen en instabiele toestanden steeds aanwezig te zijn.
10. De invloed van het hysteresis-verschijnsel op het dynamisch gedrag van de motor is nog niet bekend en kan helaas ook niet op eenvoudige wijze met de bewegingsvergelijkingen worden beschreven.
11. De invloed van de verzadiging kan onder invoering van enige verantwoorde verwaarlozingen op bevredigende wijze in rekening worden gebracht. De resulterende vergelijkingen laten zich m.b.v. een analoge rekenmachine tot in detail onderzoeken.
12. De mate van verzadiging is te beschrijven met een eenvoudige analytische vorm, waarin slechts twee parameters voorkomen. Op deze wijze is het mogelijk de invloed van de mate van verzadiging op snelle wijze te onderzoeken.
13. Uit de tot dusver verkregen resultaten blijkt dat de verzadiging een verbetering van het dynamische gedrag tengevolge heeft. In het algemeen neemt deze verbetering toe met de mate van verzadiging.
14. Kwantitatieve onderzoeken naar de invloed van de verzadiging blijken mogelijk en kunnen misschien verder onderzoek wenselijk maken.



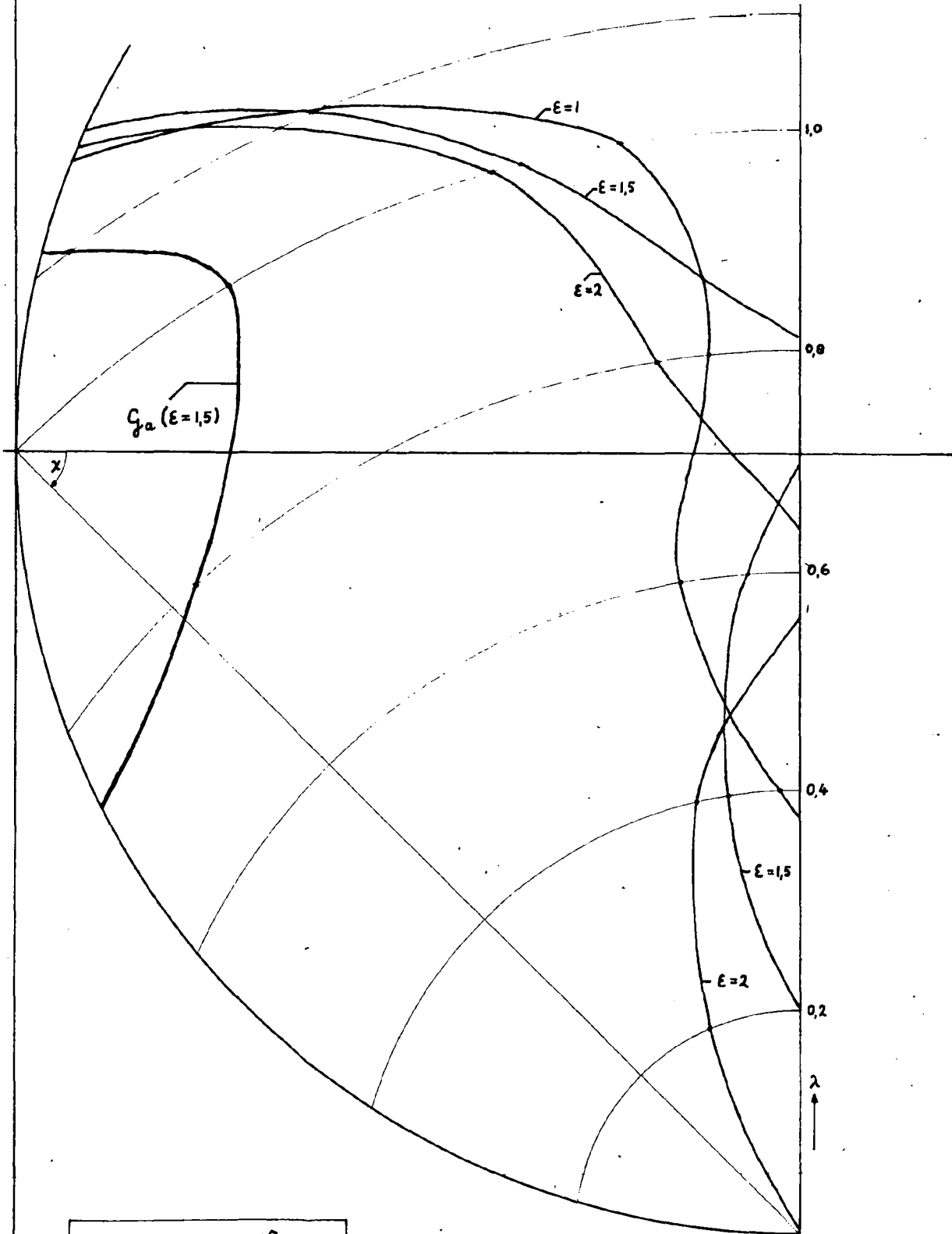
Literatuur

- L 1 Malkin, I.I. - Theorie der Stabilität einer Bewegung.
R. Oldenbourg - München (1959)
- L 2 La Salle, J. Lefschetz, S. - Stability by Liapunov's Direct Method.
Academic Press - London (1961)
- L 3 Schweizer, G. - Regelkreise mit periodisch sich ändernden Parametern.
Regelungstechnik, 13. Jahrgang
1963
Teil I, N. 4, S. 165 - 169
Teil II, N. 5, S. 196 - 201



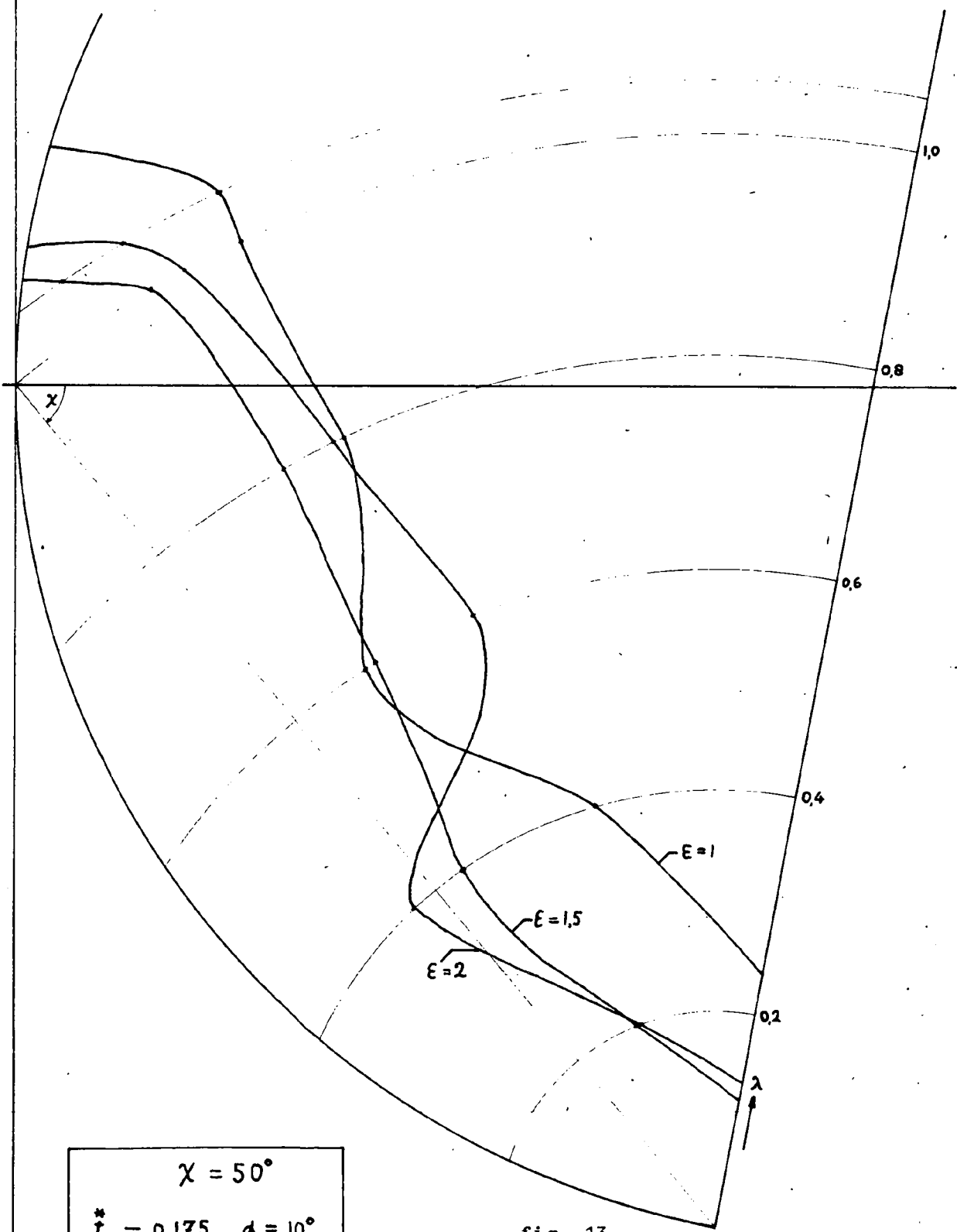
$\chi = 40^\circ$
 $t_k^* = 0,175 \quad \alpha = 10^\circ$

fig. 11



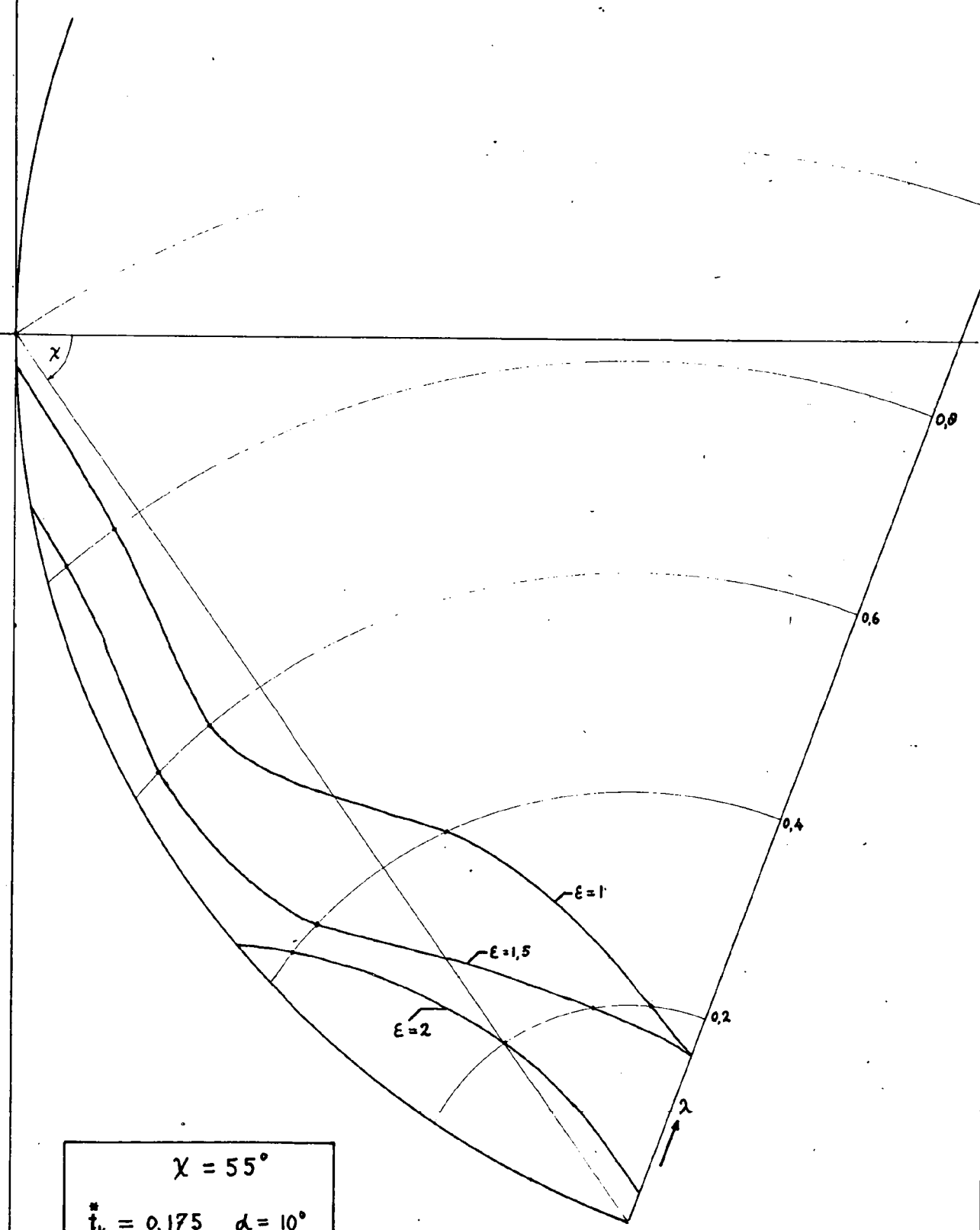
$\chi = 45^\circ$
 $t_h^* = 0,175 \quad \alpha = 10^\circ$

fig. 12



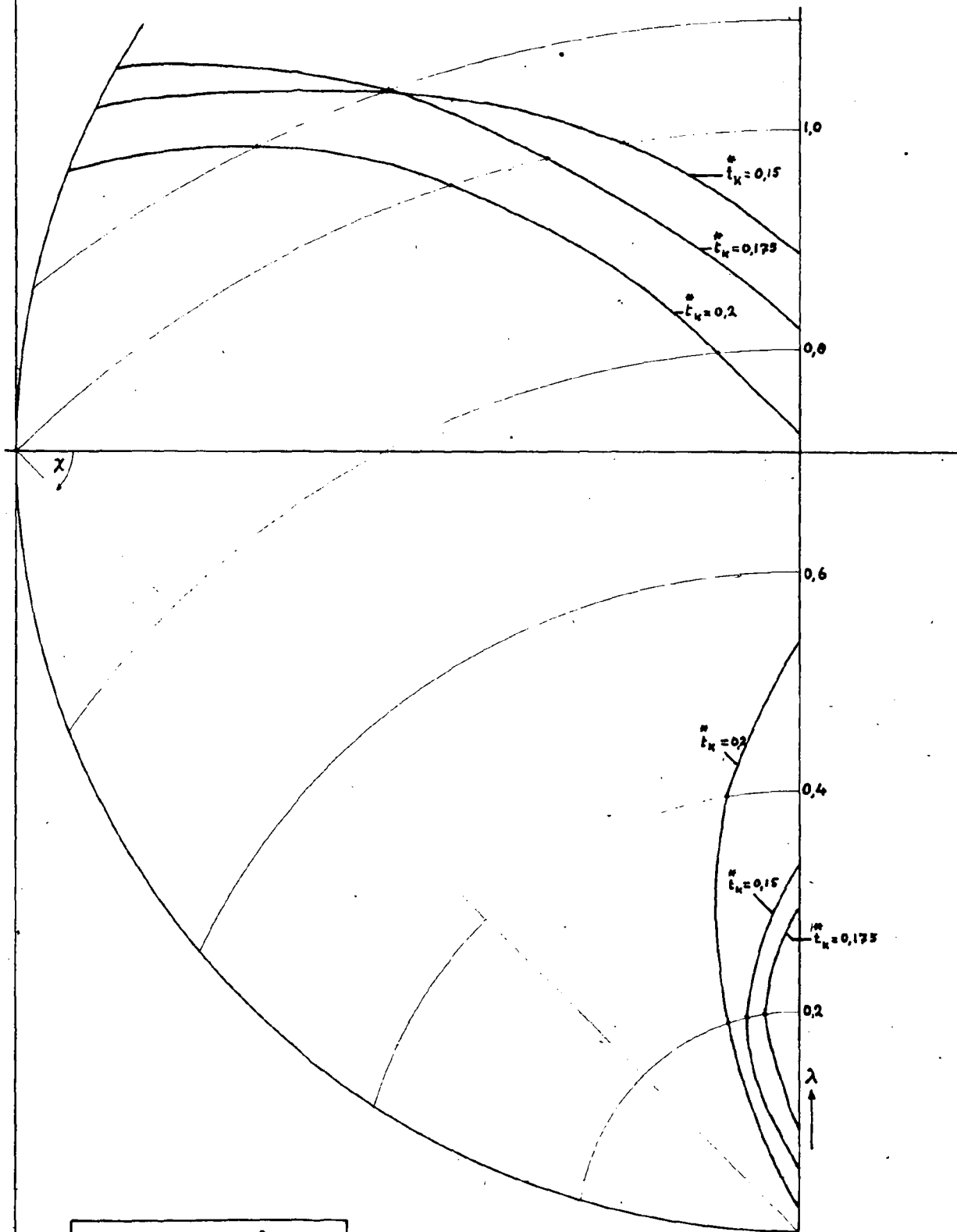
$\chi = 50^\circ$
 $*t_k = 0,175 \quad \alpha = 10^\circ$

fig. 13



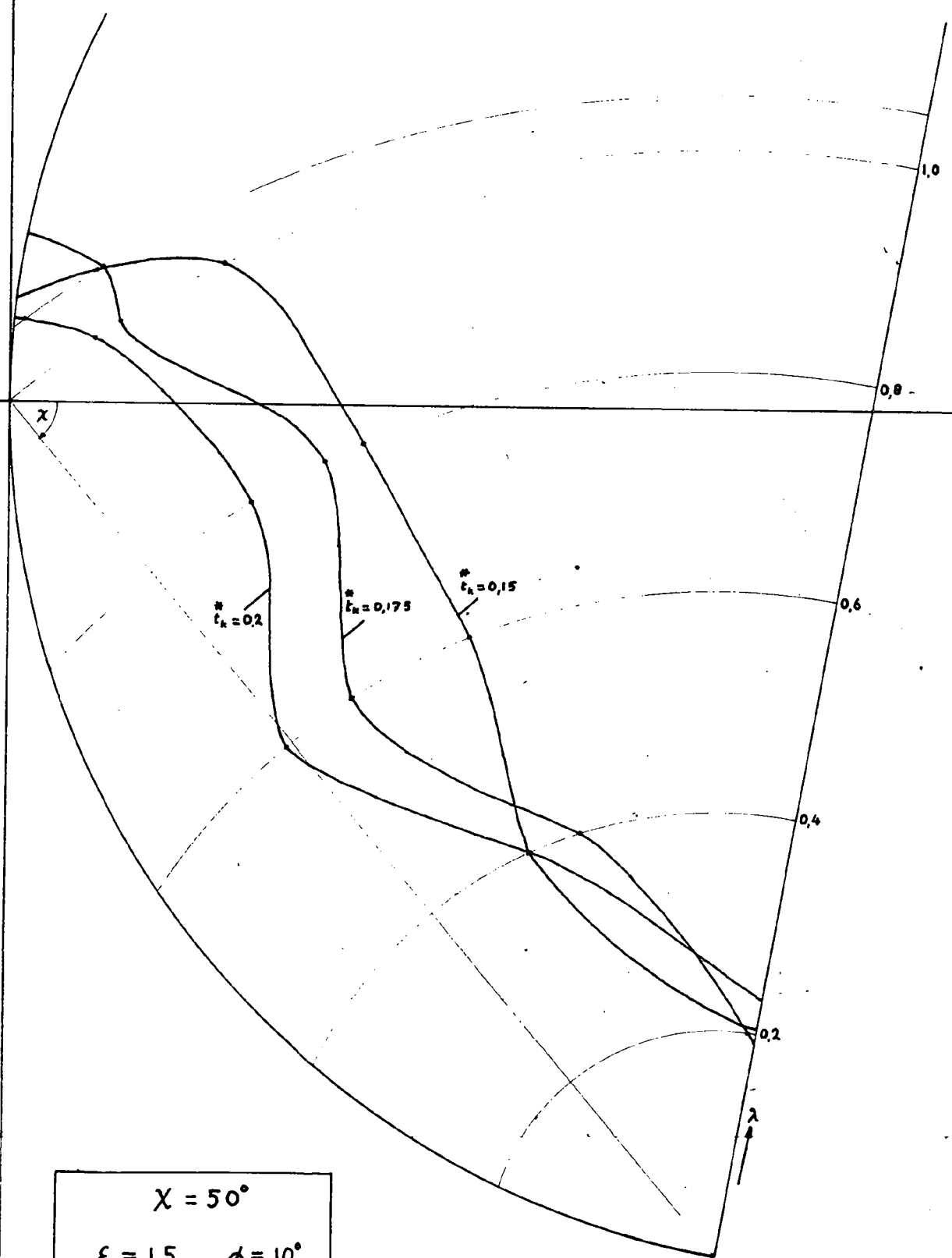
$\chi = 55^\circ$
 $i_k = 0,175 \quad \alpha = 10^\circ$

fig. 14



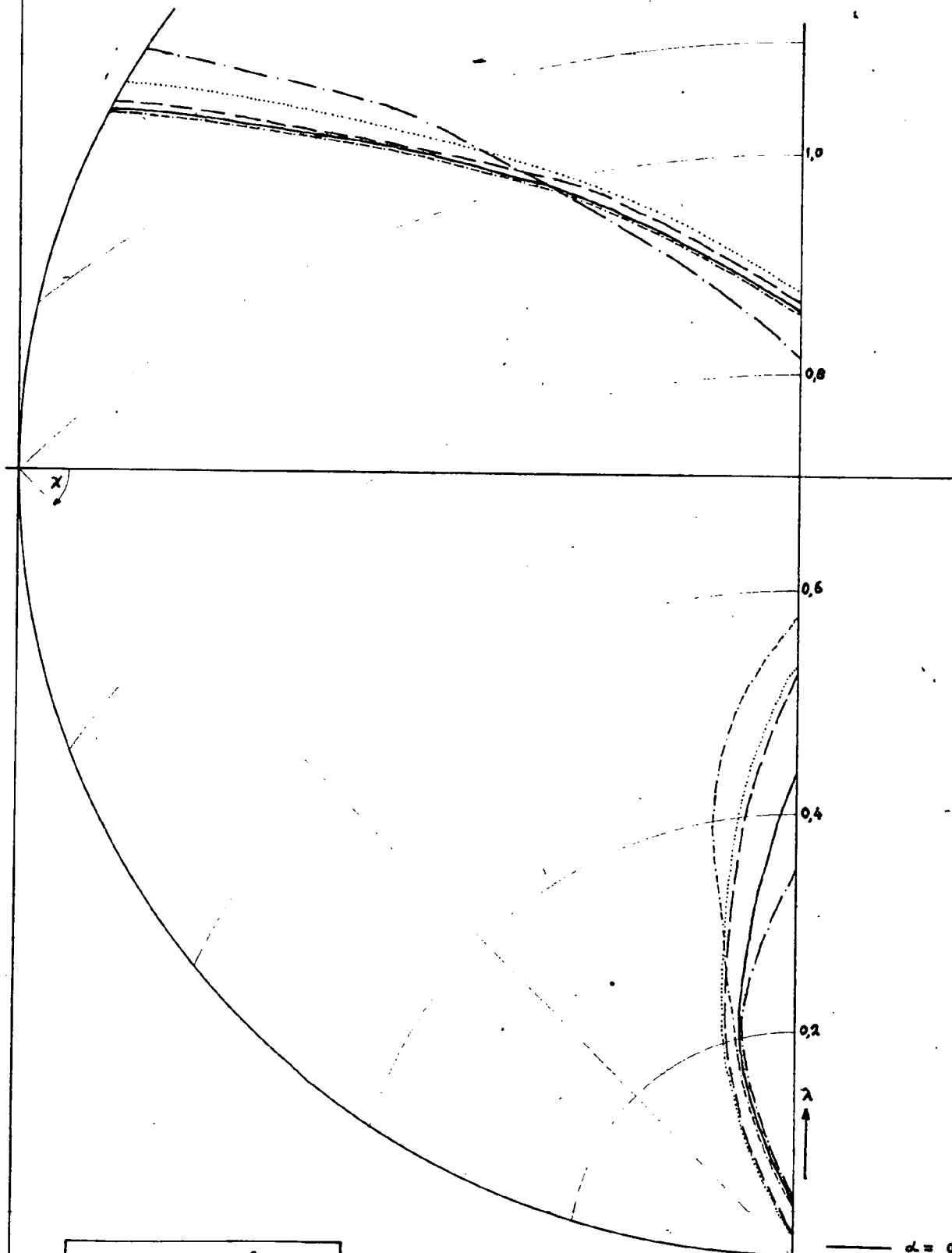
$\chi = 45^\circ$
 $\epsilon = 1.5$ $\alpha = 10^\circ$

fig. 15



$\chi = 50^\circ$
 $\epsilon = 1,5 \quad \alpha = 10^\circ$

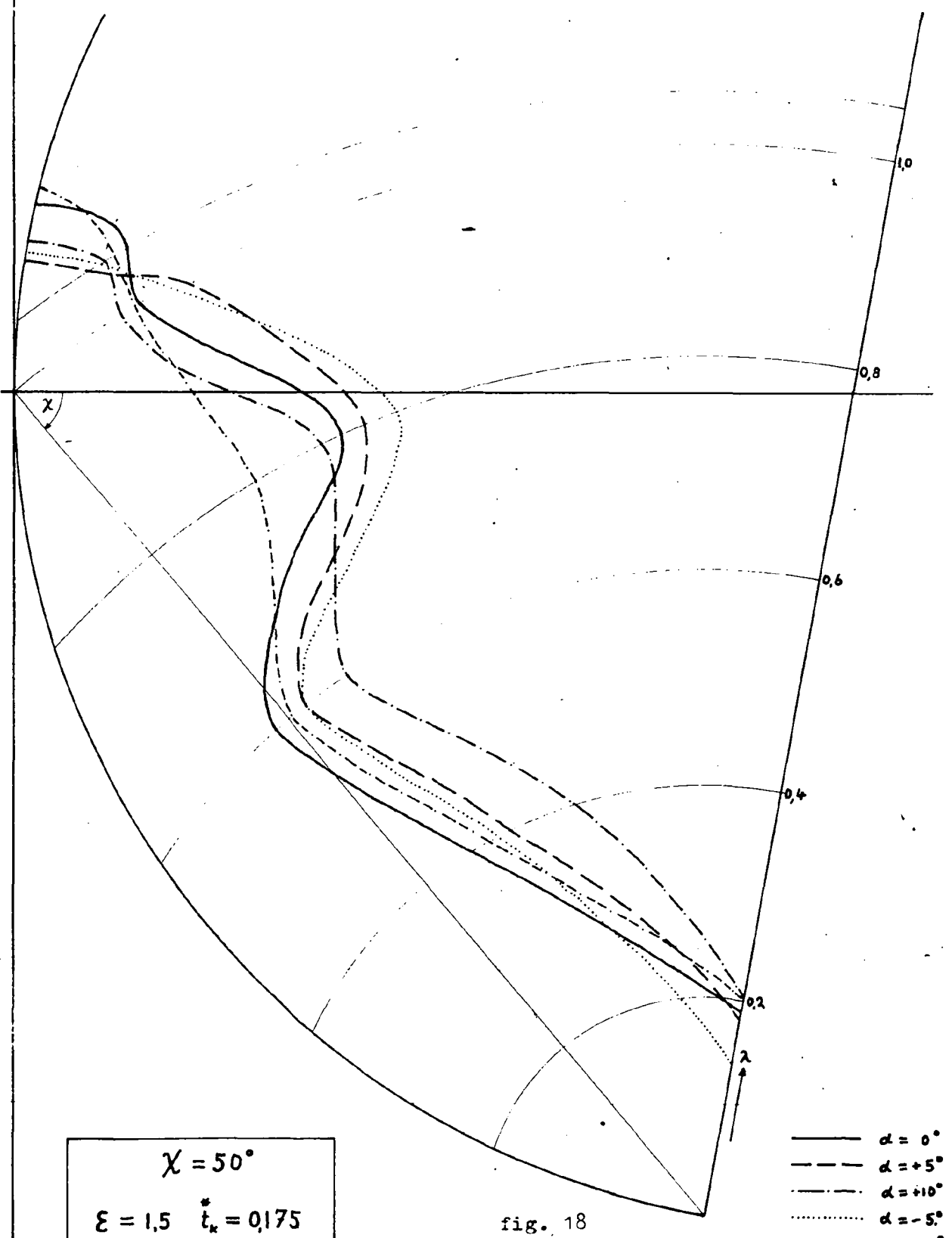
fig. 16



- $\alpha = 0^\circ$
- - $\alpha = +5^\circ$
- · - $\alpha = +10^\circ$
- $\alpha = -5^\circ$
- - - $\alpha = -10^\circ$

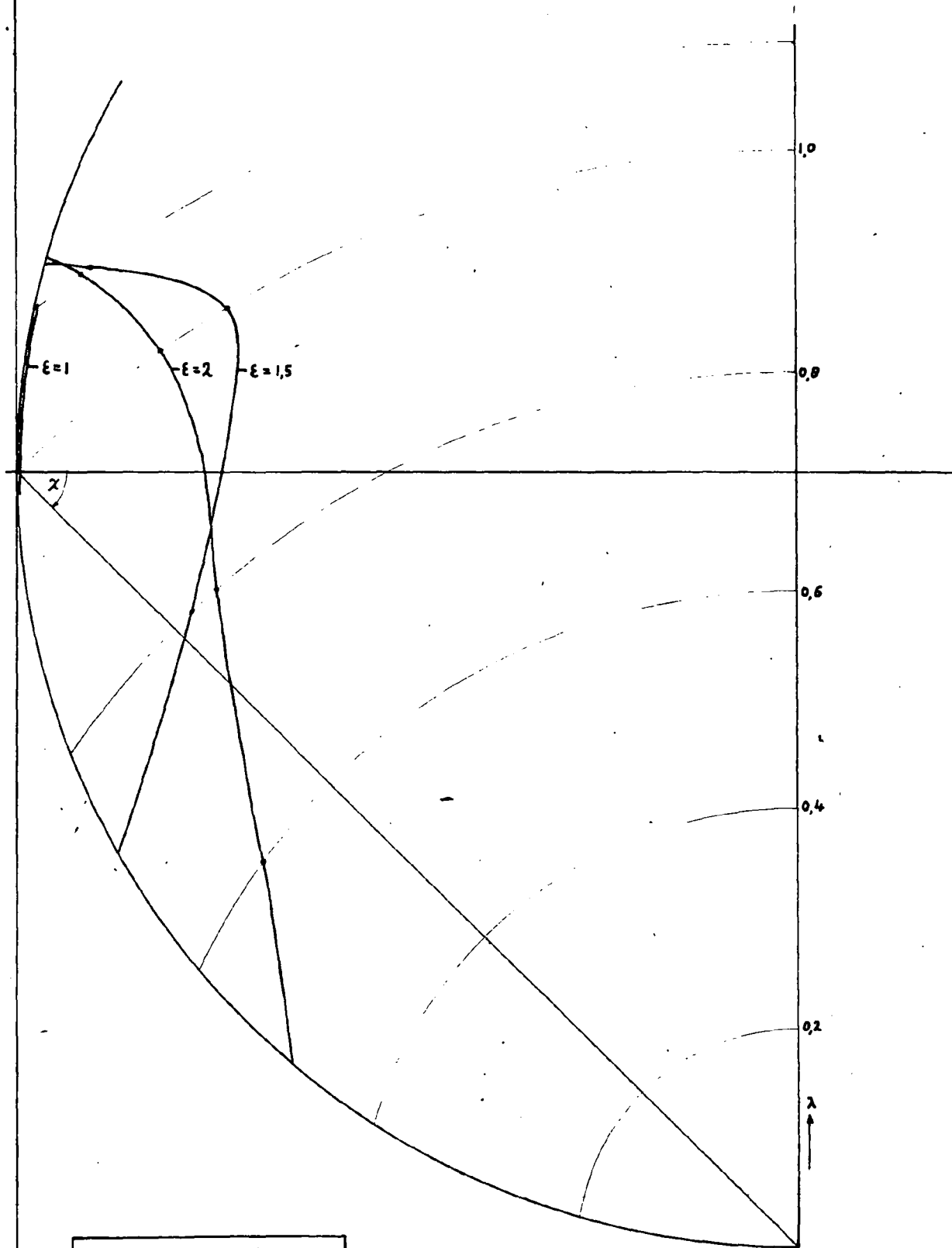
$\chi = 45^\circ$
 $\epsilon = 1,5 \quad t_k^* = 0,175$

fig. 17



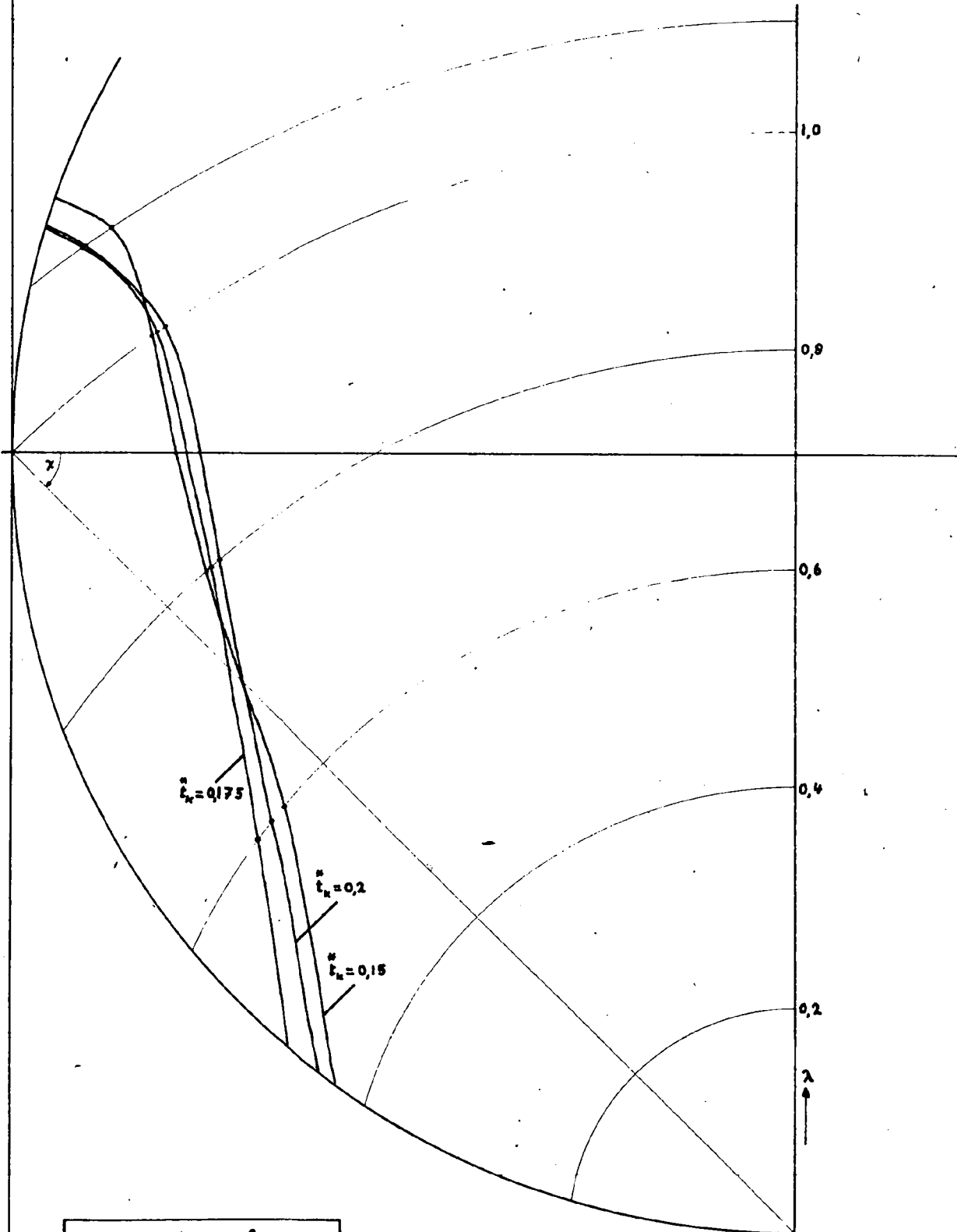
$\chi = 50^\circ$
 $\varepsilon = 1.5 \quad t_r^* = 0.175$

fig. 18



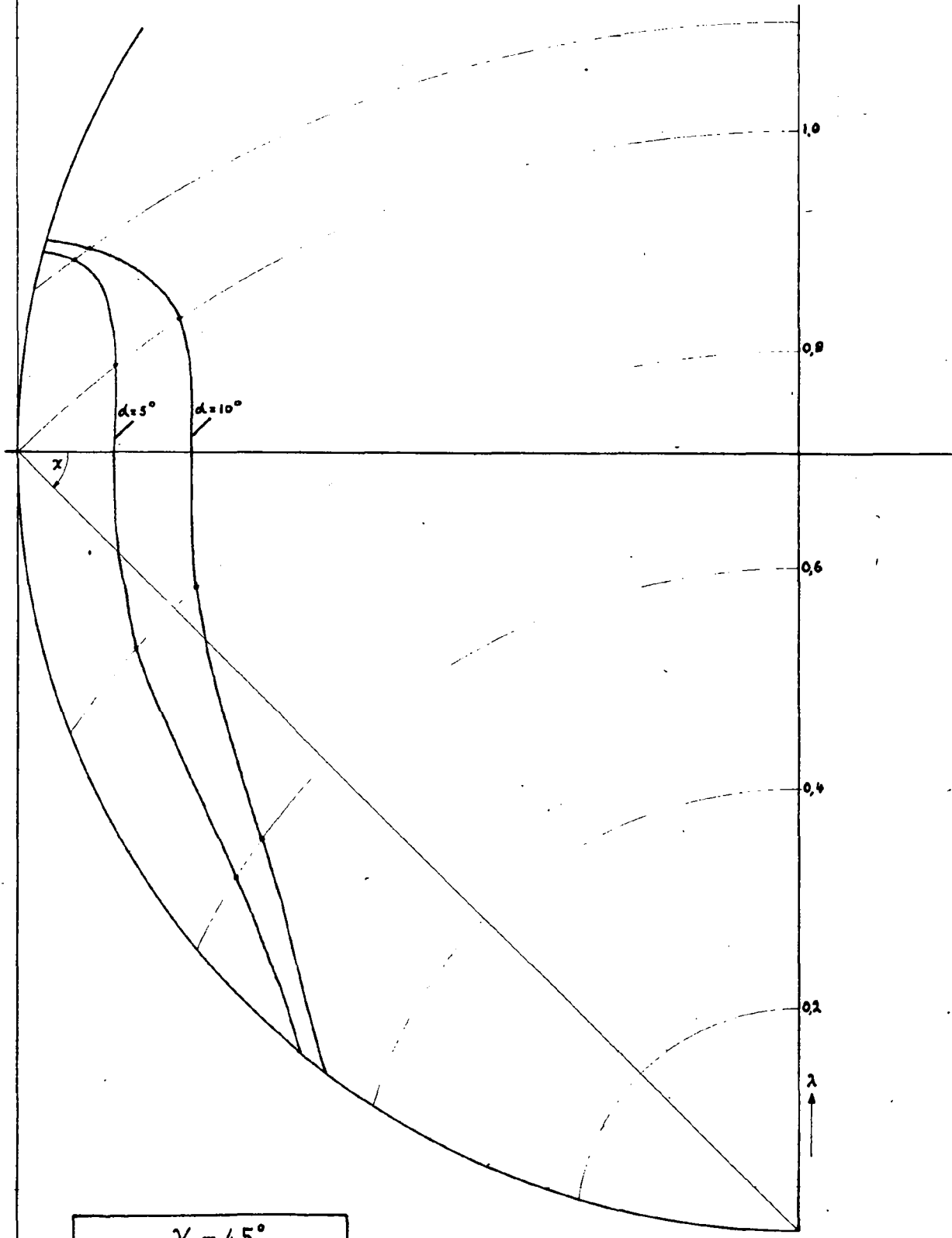
$\chi = 45^\circ$
 $\hat{t}_k = 0,175 \quad \alpha = 10^\circ$

fig. 19



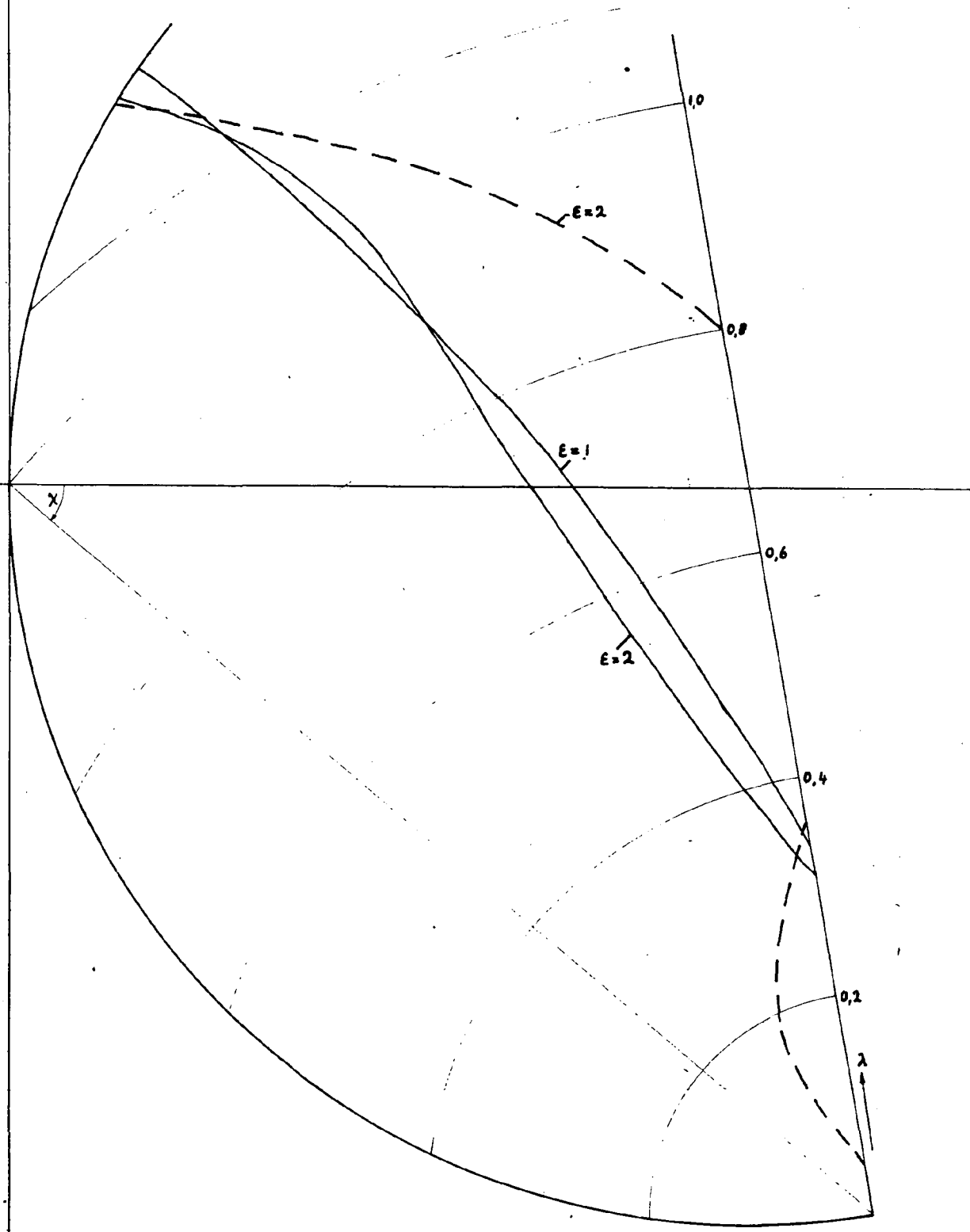
$\chi = 45^\circ$
 $\epsilon = 2 \quad \alpha = 10^\circ$

fig. 20



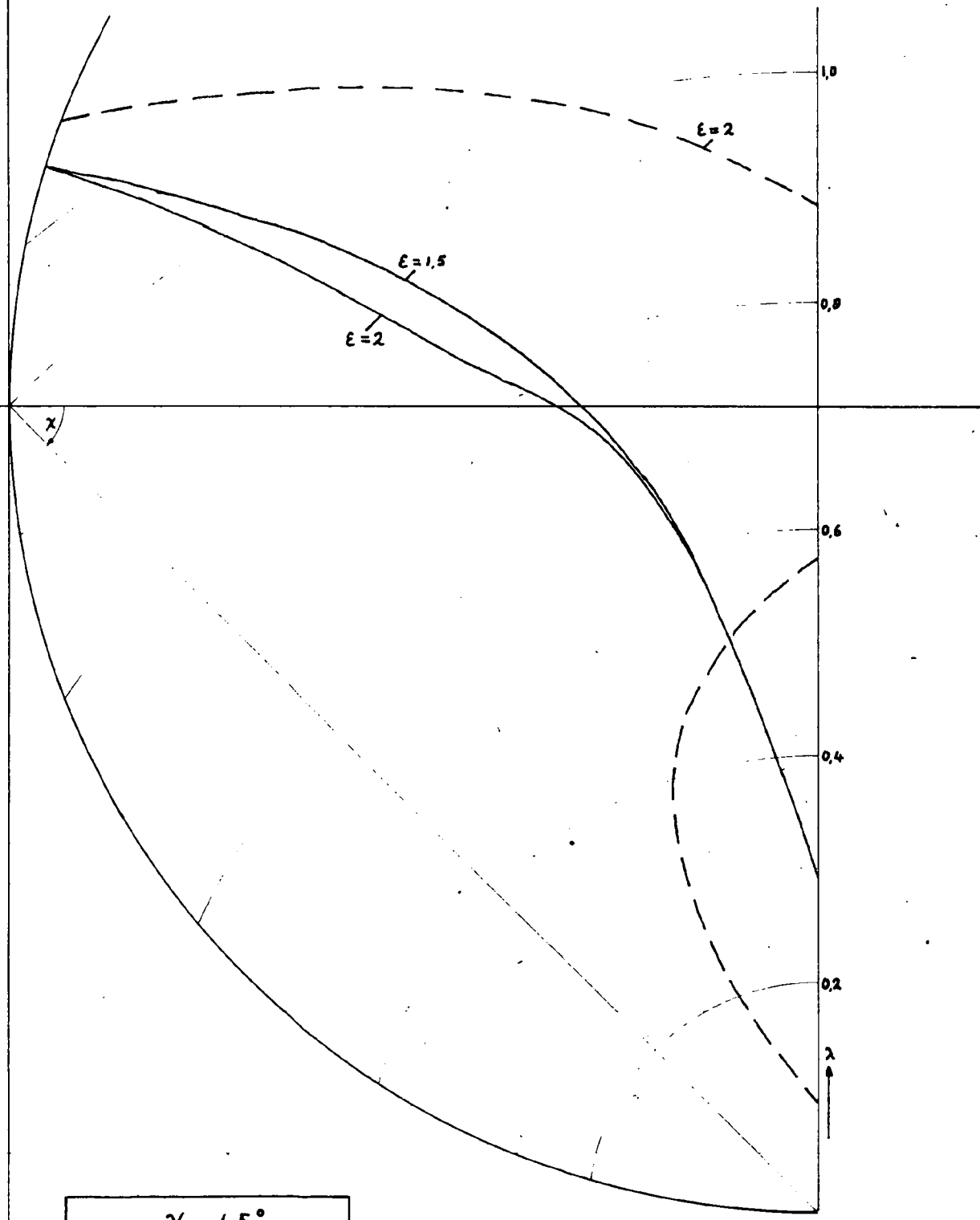
$\chi = 45^\circ$
 $\epsilon = 2 \quad t_v = 0,175$

fig. 21



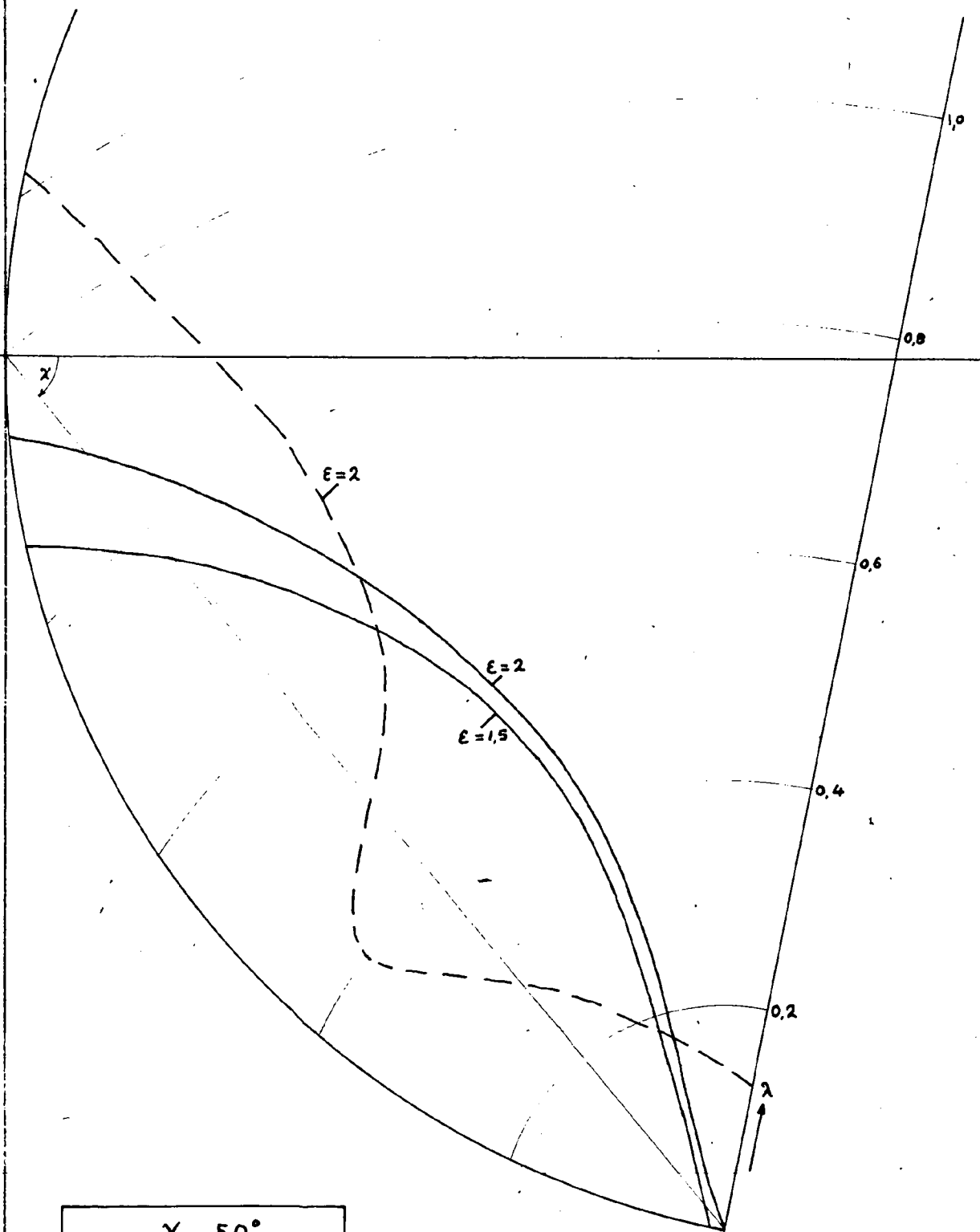
$\chi = 40^\circ$
 $t_k = 0,175 \quad \alpha = 0^\circ$

fig. 27



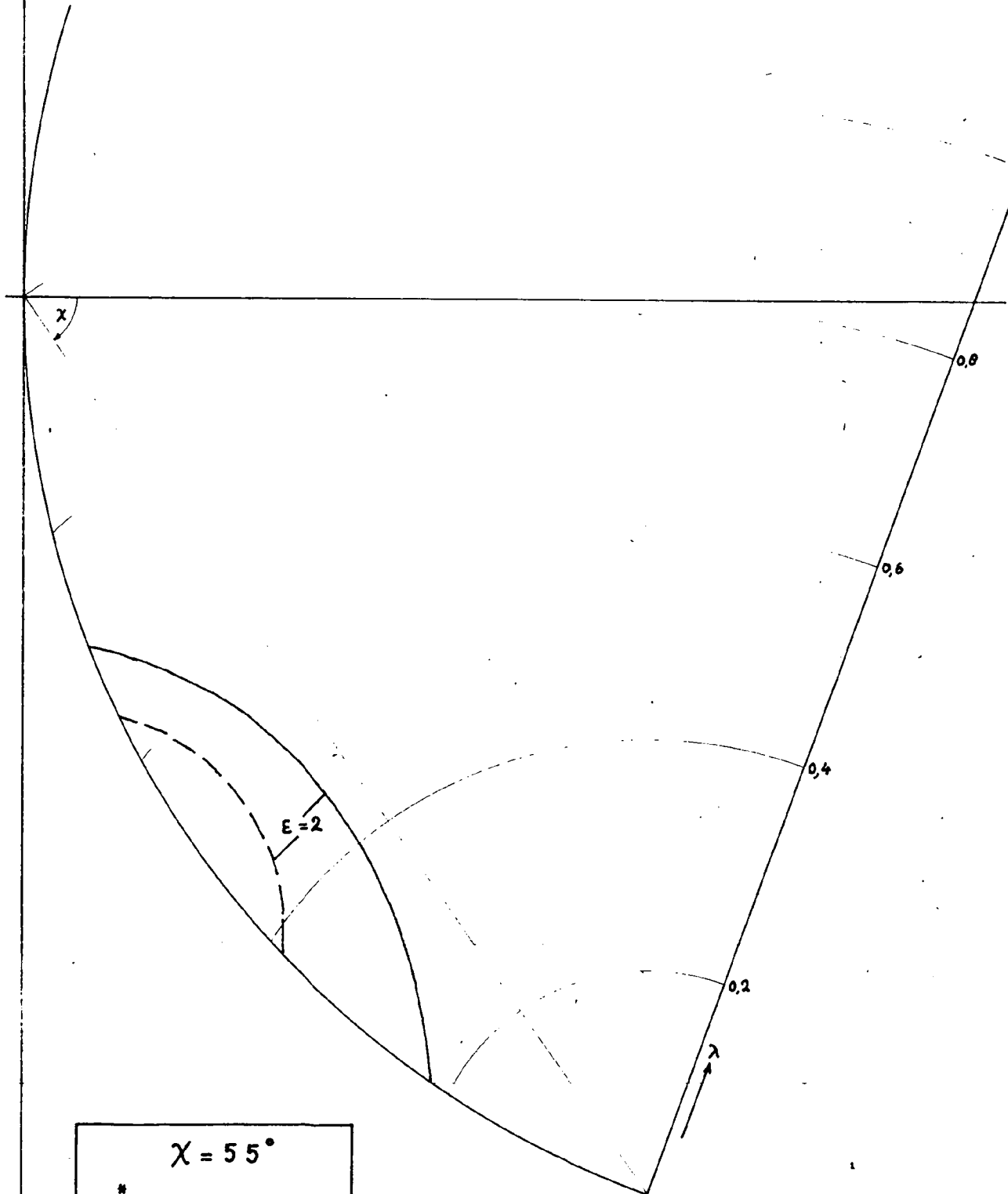
$\chi = 45^\circ$
 $t_x^* = 0.2 \quad \alpha = 0^\circ$

fig. 28



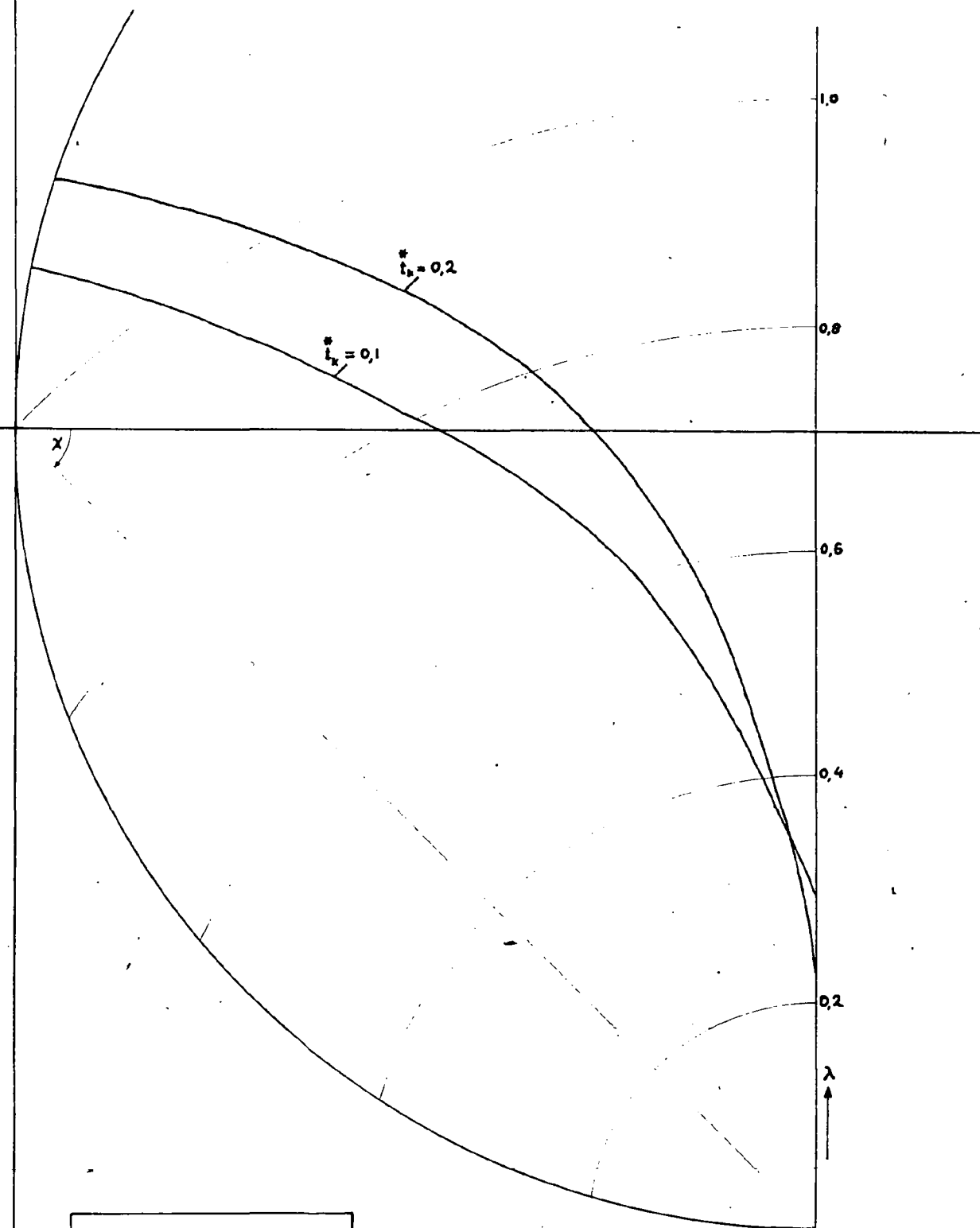
$\chi = 50^\circ$
 $t_k^* = 0.2 \quad \alpha = 0^\circ$

fig. 29



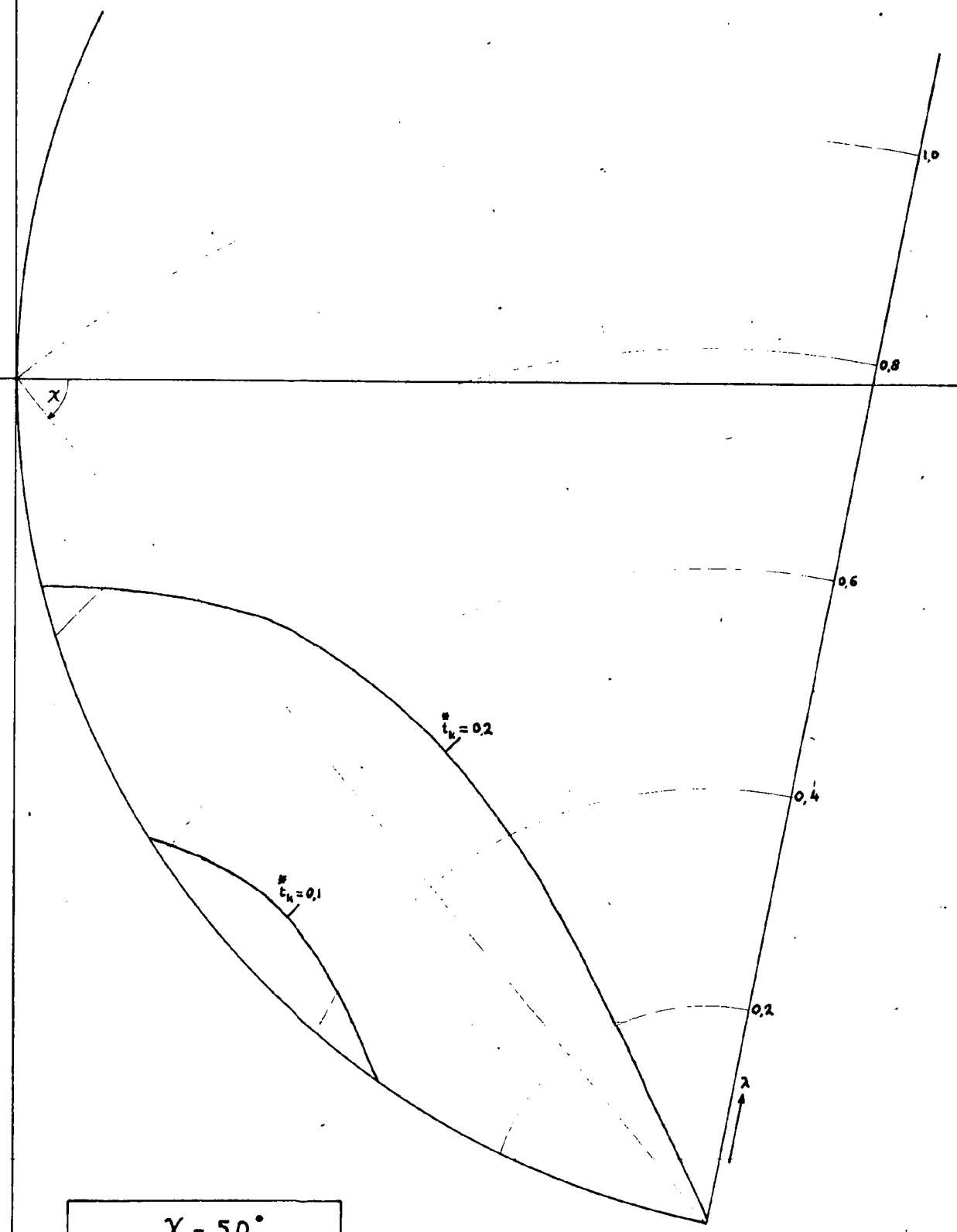
$\chi = 55^\circ$
 $t_k^* = 0,2 \quad \alpha = 0^\circ$

fig. 30



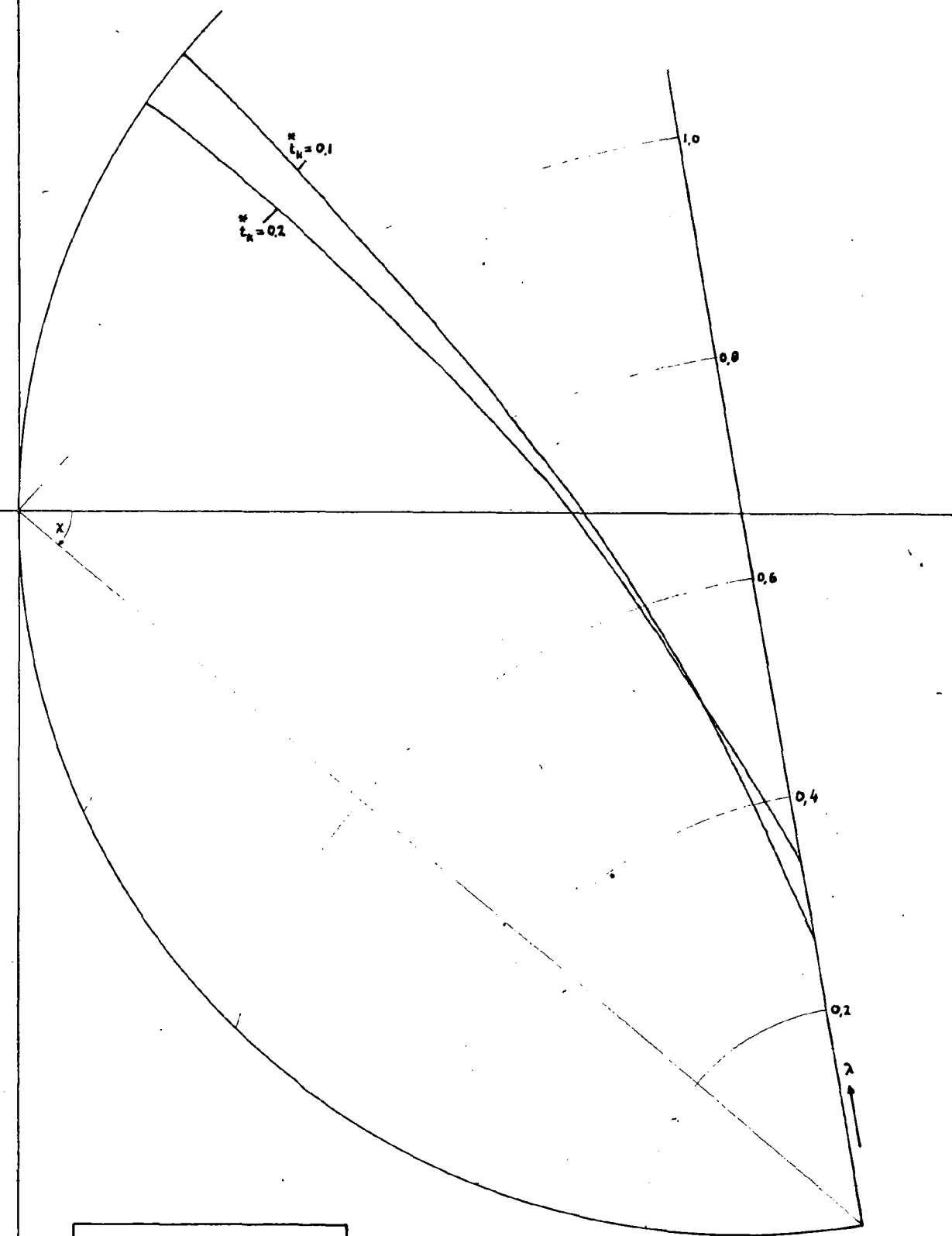
$\chi = 45^\circ$
 $\varepsilon = 1,5 \quad \alpha = 0^\circ$

fig. 31



$\chi = 50^\circ$
 $\epsilon = 1.0 \quad \alpha = 0^\circ$

fig. 32



$\chi = 40^\circ$
 $\varepsilon = 1.0 \quad \alpha = 0^\circ$

fig. 33

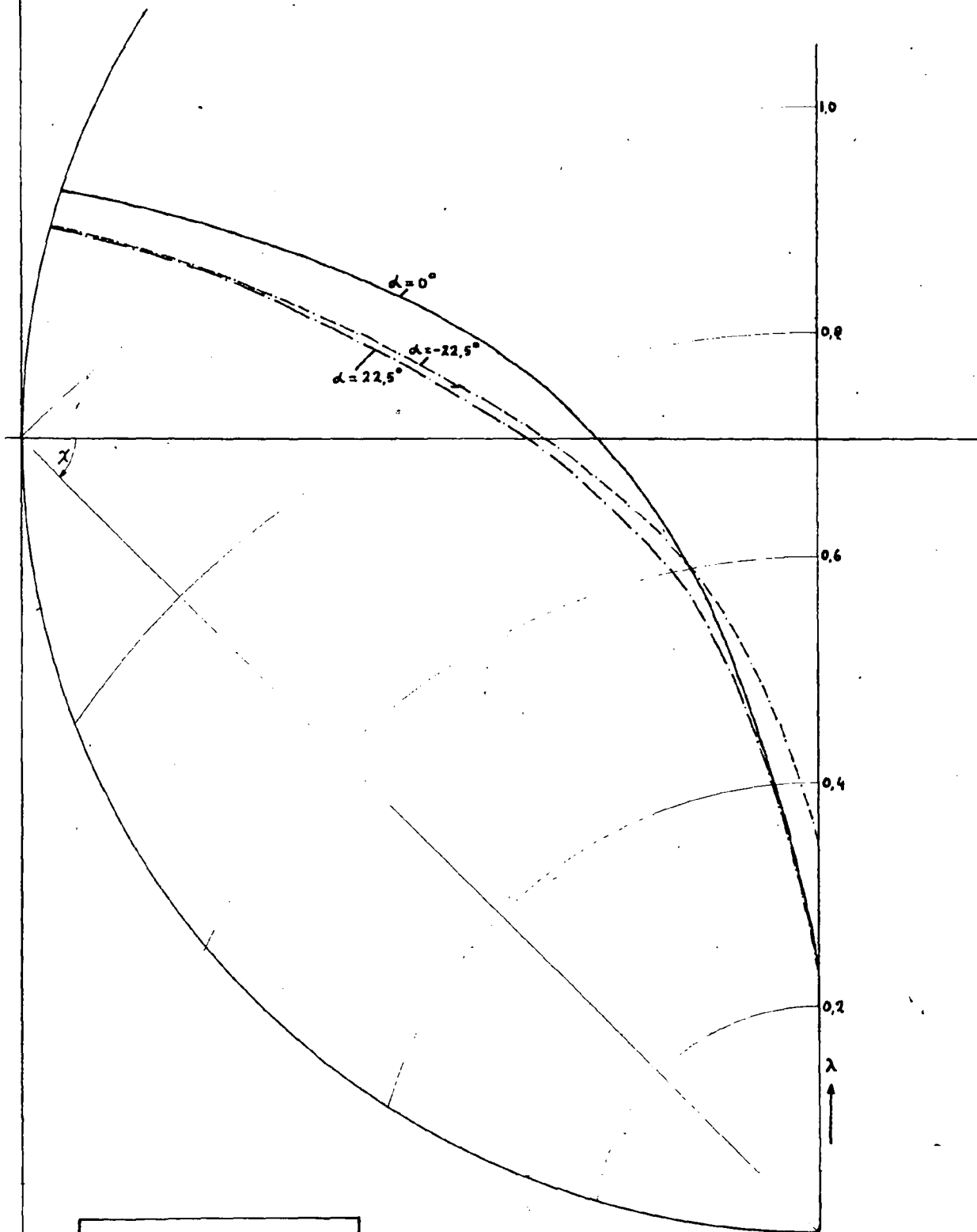


fig. 34