

## MASTER

### Het schatten van de tijdsafhankelijke parameters van een lineaire overdrachtsfunctie

Krutzen, F.G.

*Award date:*  
1970

[Link to publication](#)

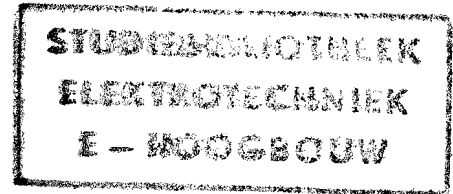
#### **Disclaimer**

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

#### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain



AFDELING DER ELEKTROTECHNIEK  
TECHNISCHE HOGESCHOOL  
EINDHOVEN

Groep Meten en Regelen  
HET SCHATTEN VAN DE TIJDSONAF-  
HANKELIJKE PARAMETERS VAN EEN  
LINEAIRE OVERDRACHTSFUNCTIE.  
door: F.G.Krutzen

## ERB

Rapport van het afstudeerwerk  
uitgevoerd van aug. 1969 tot juni 1970  
in opdracht van prof.dr.ir.P.Eykhoff  
onder leiding van ir.H.H.van de Ven.

Voor bijlagen zie Sectie bibliotheek ER 3.21

Lijst van gebruikte symbolen:

$a_0, \dots, a_z$	: procesparameters.
$b_0, \dots, b_p$	
$\alpha_0, \dots, \alpha_z$	: modelparameters.
$\beta_0, \dots, \beta_p$	
U	: ingangssignaal.
V	: uitgangssignaal.
e	: foutsignaal.
E	: kwadraat van het foutsignaal.
K	: versterkingsfactor.
U(s)	: de Laplace getransformeerde van u
T	: stoorterm.
P.B.R.	Pseudo-binaire-ruis.
$f_{kl}$	: klokfrequentie.
n	: aantal registers van P.B.R.-generator.
i	: lopende variabele 1, 2, 3, .....
$P_i$	: amplitude van i-de harmonische.
$1/N$	: filter voor de vorming van de afgeleiden.
p	: breekfrequentie van het filter(1/N).
r	: breekfrequentie van het laagdoorlaatfilter.
$\forall i$	: fase-verschil tussen in-en uitgangssignaal voor de i-de harmonische.
$\overline{u^2}$	: gelijkspanningscomponent van $u(t) \cdot u(t)$ .
$E_{\beta 1}$	: fout in de regelkring van $\beta 1$ t.g.v. onnauw- keurigheden in de componenten.

Samenvatting.

In dit verslag zullen de mogelijkheden worden nagegaan voor het simultaan schatten van de tijdonafhankelijke parameters van de overdrachtsfuncties:

$$H(s) = \frac{s + a_0}{b_1 s + b_0} \quad \text{en} \quad H(s) = \frac{s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

Aan de hand van de meetresultaten, die verkregen zijn door simulatie op de analoge rekenmachine, zal een verklaring gegeven worden voor de begrenzing in de insteltijd en nauwkeurigheid van de parameterwaarden. We zullen zien dat deze begrenzingen sterk samenhangen met de interactie tussen de parameters.

Verder zijn verschillende andere afregelmethode onderzocht, waarvan de meetresultaten vergeleken worden.

Als meetsignaal is een Pseudo-Binaire-Ruissignaal gekozen. Veel aandacht is besteed aan de invloed van de ligging van de discrete frequenties van het testsignaal t.o.v. de ligging van de polen en nulpunten van het proces.

Tenslotte is een model voor het schatten van drie parameters gerealiseerd met behulp van goedkope analoge componenten.

OPM. : Naast dit afstudeerverslag bestaat er nog een "archief-bijlage", waarin de grafieken zijn opgenomen, waarnaar in dit verslag wordt verwezen.

<u>inhoudsopgave.</u>	pag.
1. INLEIDING.	6
1.1. <u>Het schatten van procesparameters.</u>	6
1.2. <u>Probleemrepresentatie.</u>	8
2. THEORIE.	10
2.1. <u>Principe.</u>	10
2.2. <u>Het foutcriterium.</u>	11
2.3. <u>Het verloop van de parameters als functie van de tijd.</u>	14
2.4. <u>Het meetsignaal.</u>	17
3. INSTRUMENTATIE EN METINGEN AAN HET PROCES:	21
$H(s) = \frac{s + a_0}{b_1 s + b_0}$	
3.1. <u>Instrumentatie.</u>	21
3.2. <u>Metingen aan de insteltijden van de parameters.</u>	23
3.3. <u>Andere afregelmethoden.</u>	24
3.4. <u>Grenzen en nauwkeurigheden van de procesparameters.</u>	28
3.5. <u>Aanpassing van het testsignaal.</u>	30
3.6. <u>Intermitterend regelen.</u>	31
3.7. <u>Interpretatie en theoretische verklaring van de meetresultaten.</u>	31
3.8. <u>De invloed van de afstand van de pool tot het nulpunt op de parameterwaarden <math>\alpha_0</math> en <math>\beta_0</math>.</u>	39
3.9. <u>Conclusie.</u>	40
4. INSTRUMENTATIE EN METINGEN AAN HET PROCES:	
$H(s) = \frac{s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$	
4.1. <u>Instrumentatie.</u>	42
4.2. <u>Meetresultaten.</u>	43
4.3. <u>Conclusie.</u>	44

5. DE PRAKTISCHE REALISERING VAN EEN MODEL VOOR  
HET PROCES:

$$H(s) = \frac{s+a_0}{b_1s+b_0}$$

45

5.1. <u>Meetsignaal.</u>	45
5.2. <u>Laagdoorlaatfilter, integrator en esignu.</u>	46
5.3. <u>De vermenigvuldiger.</u>	46
5.4. <u>Invloed van diverse offsets en de fout van de vermenigvuldiger op de parameter- waarden.</u>	48
5.5. <u>Meetresultaten.</u>	49
6. LITERATUURLIJST.	51
7. BIJLAGEN. (1 t/m 5)	52
8. MEETTABELLEN. ( 1 t/m 10 )	58

1. INLEIDING.

1.1. Het schatten van procesparameters.

Het probleem van het parameterschatten komt in principe neer op het volgende. Van een dynamisch systeem P (proces) (fig.1.1.-1.) wordt gevraagd bepaalde eigenschappen af te leiden uit observaties omtrent het in- en uitgangssignaal  $u^*$  resp.  $v^*$ . Is de vorm van de differentiaalvergelijking tussen in- en uitgangssignaal bekend, dan spreken we over parameterschatten.

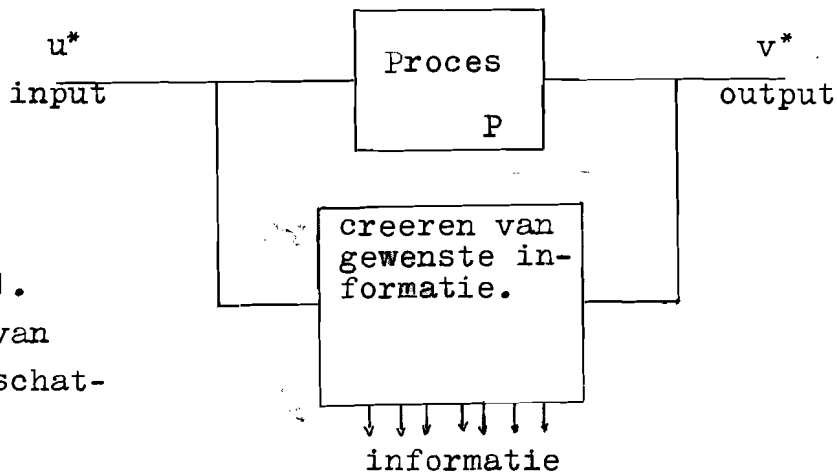


fig.1.1.-1.  
Principe van parameterschat-  
ten.

Is het proces lineair, dan is het volledig bepaald in de beschrijvende differentiaalvergelijking, die voorgesteld kan worden door:

$$\sum_{i=0}^z a_i \cdot u^{(i)} = \sum_{j=0}^p b_j \cdot v^{(j)} \quad 1.1.(1)$$

met  $u^{(0)} = u$  en  $v^{(j)} = v$

$$u^{(i)} = \frac{d^{(i)}u}{dt^i} \quad v^{(j)} = \frac{d^{(j)}v}{dt^j}$$

Vergel.1.1.(1) stelt in het s-domein een proces voor met z nulpunten en p polen. De coëfficiënten van de differentiaalvergelijking noemen we verder de parameters van het proces.

Er staan twee methoden bekend (lit. 1), waarmee we, uit de meting van in- en uitgangssignaal, de gewenste informatie kunnen creëren.

a) De impliciet mathematische of closed-loop methode.

Een fysisch model wordt naast het proces gelegd. Dit model wordt automatisch zó geregeld, dat de responsie van model en proces, onderworpen aan het zelfde inputsignaal, zo goed mogelijk op elkaar lijken. (fig. 1.1.2a)

b) De expliciet mathematische of open-loop methode.

De schatting van de parameters van het proces volgt uit mathematische relaties, die resulteren in numerieke grootheden voor bijv.: coëfficiënten van de differentiaalvergelijking; punten van de impulsresponsie; enz. (fig. 1.1.-2b)

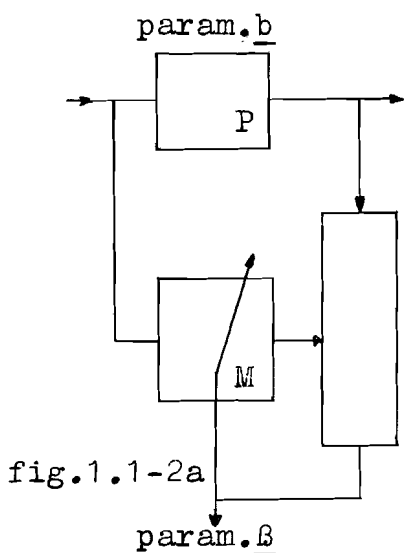
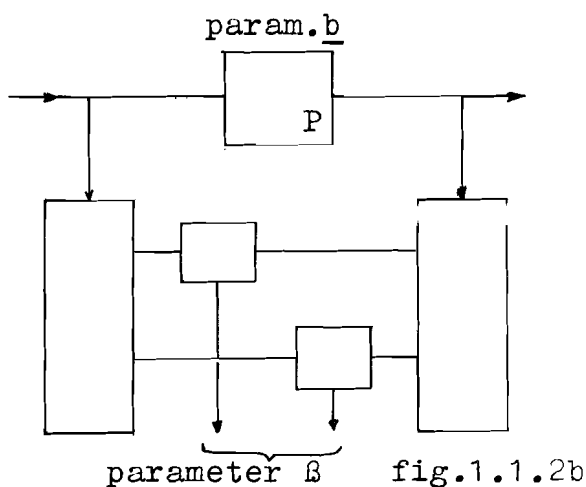


fig.1.1-2a

Parameterschatten m.b.v een fysisch model.



parameter  $\beta$  fig.1.1.2b

parameterschatten m.b.v. mathematische relaties.

Om diverse redenen is het van belang de eigenschappen van een proces als functie van de tijd te kennen. Enkele toepassingen van parameterschattingen vindt men in:

- a) chemische technologie; bijv. het bepalen van katalysator verandering of vervuiling.
- b) lucht- en ruimtevaart; waaronder het bepalen van de vliegtuigdynamica.
- c) het meten van biologische systemen. het bepalen van de parameters voor een model van de bloedcircula-



tie bij de mens.

e) industriële metingen. Automatische impedantiemeting.

## 1.2. Probleemrepresentatie.

Het is in het verleden mogelijk gebleken een apparaat te ontwerpen, waarmee automatisch impedanties, die bestaan uit één weerstand, één condensator en één zelfinductie te meten. (lit.2)

Een netwerk van resistanties, capacitanties en inductanties kunnen we opvatten als een lineair proces, dat volledig bepaald is door de beschrijvende differentiaalvergelijking of tussen het verband van ingangs- en uitgangssignaal, dat in het s-domein geschreven kan worden als:

$$H(s) = \frac{a_z \cdot s^z + a_{z-1} \cdot s^{z-1} + \dots + a_0}{b_p \cdot s^p + b_{p-1} \cdot s^{p-1} + \dots + b_0} \quad 1.2.(1)$$

Dit is een overdrachtsfunctie met p aantal polen en z aantal nulpunten. Het aantal polen en nulpunten en dus ook het aantal parameters wordt bepaald door de configuratie van het netwerk.

Het doel van dit onderzoek was, met het oog op uitbreiding van genoemde automatische impedantiemeter, de mogelijkheden na te gaan voor het schatten van de constante parameters van de overdrachtsfunctie H(s). (1.2.(1))

De volgende punten zijn daarin van belang:

- a) De keuze van het meetsignaal.
- b) Hoe en waardoor worden de parameterwaarden begrensd?
- c) Hoeveel parameters kunnen we schatten?
- d) Aangezien de meettijd van de parameters bij automatische metingen in economisch opzicht een belangrijke rol speelt, dient men deze tijd zo kort mogelijk te houden.
- e) wat is de haalbare nauwkeurigheid en waardoor wordt deze bepaald?

Genoemde punten dienen onderzocht te worden door proces en meetmethode op de analoge rekenmachine (Hitachi) te simuleren.

Bij aanvaardbare waarden van meettijd, nauwkeurigheid en grenzen van de parameterwaarden wordt het geheel gerealiseerd met behulp van analoge componenten.

2. THEORIE.

2.1. Principe.

Voor het meten van de parameters maken we gebruik van de impliciet mathematische methode(fig.1.1.-2a), waarbij een fysisch model wordt gebruikt. Van de vele modellen die in de literatuur beschreven worden, passen we hier het gegeneraliseerde model toe, dat in fig. 2.1.-1 is weergegeven.

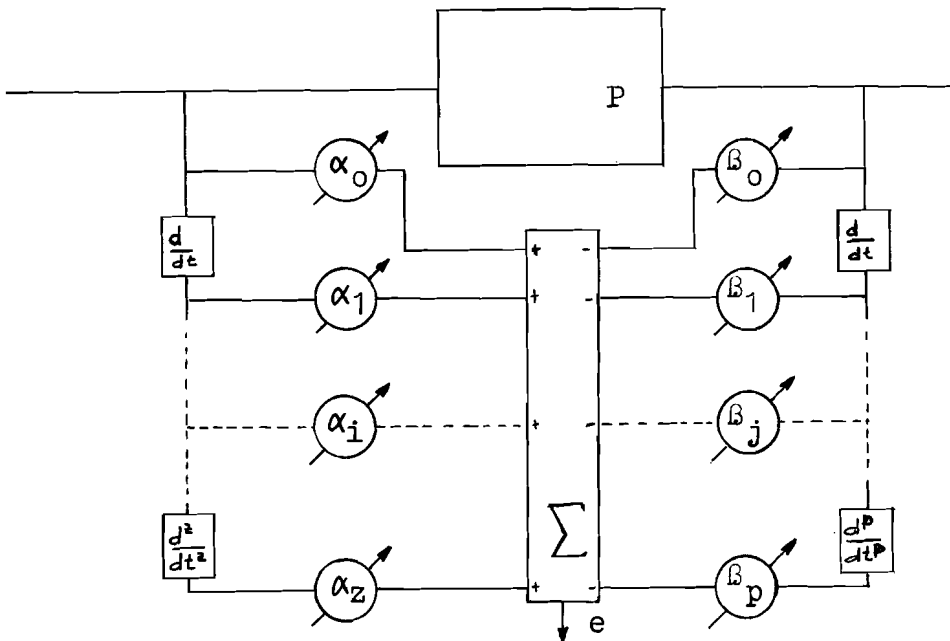


fig. 2.1.-1. Het gegeneraliseerde model.

Het in- en uitgangssignaal en hun afgeleiden worden vermenigvuldigd met de modelparameters  $\alpha_0, \dots, \alpha_z; \beta_0, \dots, \beta_p$ . De waarden van deze modelparameters kunnen heel in het algemeen worden voorgesteld door potentiometerstanden. Het verschil van deze producten noemen we foutsignaal  $e(t)$ , zodat:

$$e(t) = \sum_{i=0}^z \alpha_i \cdot u^{(i)} - \sum_{j=0}^p \beta_j \cdot v^{(j)} \quad 2.1.(1)$$

Het proces wordt beschreven door:

$$\sum_{i=0}^z a_i \cdot u^{(i)} = \sum_{j=0}^p b_j \cdot v^{(j)} \quad 2.1.(2)$$

Eén van de potentiometerinstellingen kiezen we 1 (bijv.  $\alpha_z = 1$ ) zodat 2.1.(1) wordt:

$$e(t) = u^{(z)} + \sum_{i=0}^{z-1} \alpha_i \cdot u^{(i)} - \sum_{j=0}^p \beta_j \cdot v^{(j)} \quad 2.1.(3)$$

Hiermee komt het grote voordeel van dit model naar voren. We zien dat er een lineaire relatie bestaat tussen het foutsignaal  $e(t)$  en de modelparameters  $\alpha_i$  en  $\beta_j$ , waarmee de partiele afgeleiden  $\frac{\partial e}{\partial \alpha_i} = u^{(i)}$  en  $\frac{\partial e}{\partial \beta_j} = v^{(j)}$  worden.

Dit houdt in dat de instrumentatie relatief gemakkelijk is daar de signalen  $u^{(i)}$  en  $v^{(j)}$  reeds voorhanden zijn.

Uit de vergelijking van het proces 2.1.(2) volgt:

$$u^{(z)} = \sum_{i=0}^{z-1} a_i \cdot u^{(i)} + \sum_{j=0}^p b_j \cdot v^{(j)} \quad 2.1.(4)$$

waarmee 2.1.(3) overgaat in:

$$e(t) = \sum_{i=0}^{z-1} (\alpha_i - a_i) \cdot u^{(i)} - \sum_{j=0}^p (\beta_j - b_j) \cdot v^{(j)} \quad 2.1.(5)$$

voor :  $e(t) = 0 \quad 2.1.(6)$

geldt dan  $\alpha_i = a_i$  en  $\beta_j = b_j$  voor elke  $u$  en  $t$ .

## 2.2. Het foutkriterium.

Om aan vergel. 2.1.(6) te kunnen voldoen moet het foutsignaal  $e(t)$  naar nul geregeld worden. Dan immers zijn proces- en modelparameters aan elkaar gelijk.

Als foutcriterium is gekozen het minimaliseren van de evenfunctie  $E=e^2$ .

Voldoet e n.l. altijd aan:

$$\frac{de^2}{dt} < 0 \quad \text{of} \quad 2e \frac{de}{dt} < 0 \quad 2.2.(1)$$

dan zal het foutsignaal altijd afnemen.

Uit 2.1.(5) volgt:

$$e = e(\alpha_i, \beta_j, t) \quad 2.2.(2)$$

dus:

$$\frac{de^2}{dt} = 2e \left\{ \frac{\partial e}{\partial t} + \sum_{i=0}^{z-1} \frac{\partial e}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + \sum_{j=0}^p \frac{\partial e}{\partial \beta_j} \frac{\partial \beta_j}{\partial t} \right\} \quad 2.2.(3)$$

$$\text{en:} \quad \frac{\partial e}{\partial \alpha_i} = u^{(i)} \quad \text{en} \quad \frac{\partial e}{\partial \beta_j} = v^{(j)} \quad 2.2.(4)$$

Door nu als afregelmethode te kiezen:

$$\dot{\alpha}_i = -K_i u^{(i)} \quad \text{en} \quad \dot{\beta}_j = -K_j v^{(j)} \quad 2.2.(5)$$

$K > 0$

worden de parameterwaarden na integratie:

$$\alpha_i = -K_i \int_0^t e u^{(i)} dt + \alpha_i(0) \quad 2.2.(6)$$

$$\beta_j = -K_j \int_0^t e v^{(j)} dt + \beta_j(0) \quad 2.2.(7)$$

Met de gekozen afregelmethode en vergel. 2.2.(3) wordt de convergentievoorwaarde:

$$\frac{de^2}{dt} = 2 \left[ e \frac{\partial e}{\partial t} - \sum_0^{z-1} K_i \{e u^{(i)}\}^2 - \sum_0^p K_j \{e v^{(j)}\}^2 \right] < 0 \quad 2.2.(8)$$

$$\text{of} \quad e \frac{\partial e}{\partial t} < \sum K_i \{e u^{(i)}\}^2 + \sum K_j \{e v^{(j)}\}^2 \quad 2.2.(9)$$

In de buurt van het evenwicht, waar  $\frac{\partial e}{\partial t}$  verwaarloosbaar klein is, wordt hier zeker aan voldaan. Omdat de meetresultaten uitwijzen dat hier echter altijd aan voldaan wordt, is het een praktisch bruikbaar criterium.

Uit de relatie 2.2.(5), die bekend staat als de steepst descent methode, en 2.2.(6) volgt voor de instrumentatie het schema van fig. 2.2.-1-

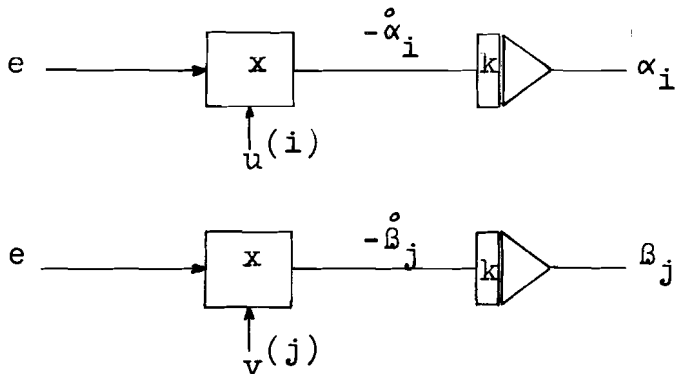


fig.2.2.-1. Instrumentatie volgens de steepest descent methode.

Voor het verkrijgen van het foutsignaal  $e(t)$  moeten de modelparameters  $\alpha_i$  en  $\beta_j$  nog vermenigvuldigd worden met resp.  $u^{(i)}$  en  $v^{(j)}$ , waardoor we in fig.2.2.-2. het instrumentatieschema krijgen, van de in fig.2.1.-1- voorgestelde potentiometers  $\alpha_i$  en  $\beta_j$ .

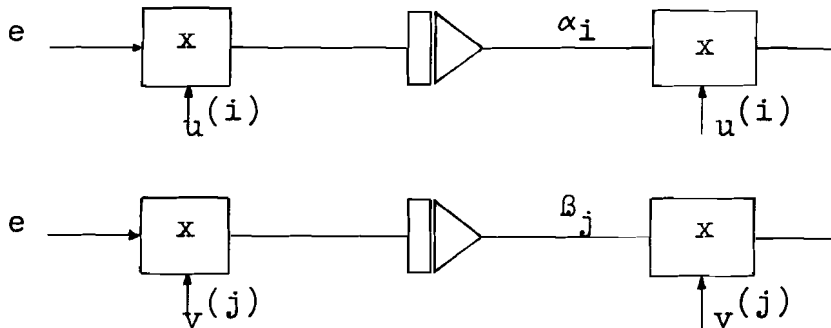


fig. 2.2.-2. Instrumentatie van het model.

Hiermee is de te gebruiken methode voor het schatten van de parameters bepaald.

N.B. Het minimaliseren van  $E=e^2$  als functie van de modelparameters  $\alpha_0, \dots, \alpha_{z-1}; \beta_0, \dots, \beta_p$  is gebaseerd op het parabolisch verloop van  $E(\alpha_i)$  en  $E(\beta_j)$  op ieder tijdstip  $t$ . Het verloop van  $E(\alpha_i)$  en  $E(\beta_j)$  is een functie van de tijd, maar op ieder willekeurig tijdstip  $t_1$ , zal  $E(\alpha_i)$  de vorm hebben zoals getekend in fig.2.2.-3.

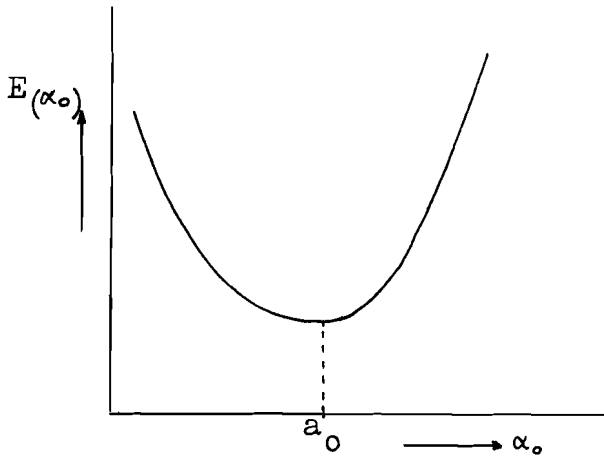


fig. 2.2.-3. Het verloop van  $E(\alpha_i)$

Instrumentatie volgens de steepest descent methode gaf:

$$\dot{\alpha}_i = -K_i e^{\frac{\partial E}{\partial \alpha_i}} = -K_i \frac{\partial E}{\partial \alpha_i}$$

We zien nu, dat als op het tijdstip  $t_1$ :

$\alpha_i < a_i$  :  $\frac{\partial E}{\partial \alpha_i} < 0$ , waaruit volgt:  $\frac{\partial \alpha_i}{\partial t} > 0$  en  $\alpha_i$  zal toenemen.

$\alpha_i > a_i$  :  $\frac{\partial E}{\partial \alpha_i} > 0$ , waaruit volgt:  $\frac{\partial \alpha_i}{\partial t} < 0$  en  $\alpha_i$  zal afnemen.

De modelparameter  $\alpha_i$  wordt dus altijd naar de procesparameter toegeregeld.

### 2.3. Het verloop van de parameters als functie van de tijd.

Vergelijking 2.1.(5) ingevuld in verg. 2.2.(5) geeft

$$\dot{\alpha}_i = -K_i u^{(i)} \left\{ \sum_{j=0}^{z-1} (\alpha_j - a_j) u^{(j)} - \sum_{j=0}^p (\beta_j - b_j) v^{(j)} \right\} \quad 2.3.(1)$$

$$\dot{\beta}_j = -K_j v^{(j)} \left\{ \sum_{i=0}^{z-1} (\alpha_i - a_i) u^{(i)} - \sum_{j=0}^p (\beta_j - b_j) v^{(j)} \right\}$$

of in vectornotatie:

$$\dot{\underline{\alpha}} = -\underline{K} \underline{M} \underline{q} \quad 2.3.(2)$$

$$\text{met: } \underline{\alpha}^T = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{z-1}, \beta_0, \dots, \beta_p) \quad 2.3.(3)$$

$$\underline{K}^T = (K_0, K_1, \dots, K_{p-z-1})$$

$$\underline{q}^T = (\alpha_0 - a_0, (\alpha_1 - a_1), \dots, (\alpha_{z-1} - a_{z-1}), \dots, (\beta_p - b_p)) \quad 2.3.(4)$$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} \langle u^{(0)} u^{(0)} \rangle, \dots, \langle u^{(0)} u^{(z-1)} \rangle, \langle u^{(0)} v^{(0)} \rangle, \dots, \langle -u^{(0)} v^{(p)} \rangle \\ \vdots \\ \langle u^{(z-1)} u^{(0)} \rangle, \dots, \langle u^{(z-1)} u^{(z-1)} \rangle, \langle -u^{(z-1)} v^{(0)} \rangle, \dots, \langle -u^{(z-1)} v^{(p)} \rangle \\ \langle v^{(0)} u^{(0)} \rangle, \dots, \langle v^{(0)} u^{(z-1)} \rangle, \langle -v^{(0)} v^{(0)} \rangle, \dots, \langle -v^{(0)} v^{(p)} \rangle \\ \vdots \\ \langle v^{(p)} u^{(0)} \rangle, \dots, \langle v^{(p)} u^{(z-1)} \rangle, \langle -v^{(p)} v^{(0)} \rangle, \dots, \langle -v^{(p)} v^{(p)} \rangle \end{bmatrix}$$

2.3.(5)

De matrix M is symmetrisch rond de hoofddiagonaal. Verder zijn de elementen op die hoofddiagonaal deriniet positief.

Vergelijking 2.3.(2) stellen z+p-1 lineaire simultane differentiaalvergelijkingen voor, met tijdafhanke-lijke coëfficiënten, waarvan de oplossing, zelfs voor drie parameters, door ons niet berekend kan worden. Hieruit volgt dat de analytische aanpak van het probleem een zeer moeilijke zaak is, zodat deze gedeeltelijk experimenteel zal ver-lopen.

Hebben we maar één parameter te bepalen, dan wordt volgens 2.3.(2) :

$$\dot{\alpha}_0 = -K (\alpha_0 - a_0) \cdot u^2 \quad 2.3.(6)$$

met als oplossing (zie bijlage 1):

$$\alpha_0(t) = a_0 \left\{ 1 - \exp\left(-\int_0^t K u^2 dt\right) \right\} \quad 2.3(7)$$

De regel- of convergentiesnelheid wordt bepaald door K en u<sup>2</sup>. Gebruiken we een harmonisch meetsignaal:

$$u = \hat{u} \sin \omega t$$

dan is:

$$\alpha_0(t) = a_0 \left[ 1 - \exp\left(-K \hat{u}^2 \omega^2 t - \hat{u}^2 \omega^2 K \cos 2\omega t\right) \right] \quad 2.3.(8)$$



De parameter heeft dus een exponentieel verloop, met daarop gesuperponeerd een rimpel met frequentie  $2\omega$

Gebruiken we achter de eerste vermenigvuldiger een laagdoorlaatfilter met breekfrequentie  $\omega_r$ , waarbij  $\omega_r \ll 2\omega$ , dan kunnen we deze schommeling voldoende onderdrukken en wordt op de gelijkspanning van het product  $u \cdot e$  of  $u^2$  geregeld. Met het inbrengen van het laagdoorlaatfilter verhogen we de orde van het systeem, waardoor instabiliteiten kunnen optreden.

Hebben we meer dan een parameter, dan zal het verloop hiervan niet meer zo exponentieel zijn, maar zullen de parameters elkaar tijdens het regelen beïnvloeden (interactie). Stel dat we de drie parameters van het proces:

$$H(s) = \frac{s + a_0}{b_1 s + b_0} \quad 2.3.(9)$$

dienen te bepalen.

volgens 2.3.(2) geldt dan:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_0 &= -K_0(\alpha_0 - a_0)u^2 + K_0(\beta_0 - b_0)uv + K_0(\beta_1 - b_1)u\dot{v} \\ \dot{\beta}_0 &= +K_1(\alpha_0 - a_0)uv - K_1(\beta_0 - b_0)v^2 - K_1(\beta_1 - b_1)u\dot{v} \\ \dot{\beta}_1 &= +K_2(\alpha_0 - a_0)u\dot{v} - K_2(\beta_0 - b_0)v\dot{v} - K_2(\beta_1 - b_1)\dot{v}^2 \end{aligned} \quad 2.3(10)$$

met als oplossing (zie bijlage 2) :

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= a_0 - (a_0 + T_{a0}) \cdot \exp\left(-\int_0^t K_0 u^2 dt\right) \\ \beta_0 &= b_0 - (b_0 + T_{b0}) \cdot \exp\left(-\int_0^t K_1 v^2 dt\right) \\ \beta_1 &= b_1 - (b_1 + T_{b1}) \cdot \exp\left(-\int_0^t K_2 \dot{v}^2 dt\right) \end{aligned} \quad 2.3(11)$$

$$\begin{aligned} \text{met: } T_{a0} &= 2K_0 \int_0^t (qu\dot{v} - ruv) \cdot \exp\left(\int_0^t 2K_0 u^2 dt\right) d\theta \\ T_{b0} &= 2K_1 \int_0^t (puv - qv\dot{v}) \cdot \exp\left(\int_0^t 2K_1 v^2 dt\right) d\theta \\ T_{b1} &= 2K_2 \int_0^t (pu\dot{v} - rv\dot{v}) \cdot \exp\left(\int_0^t 2K_2 \dot{v}^2 dt\right) d\theta \end{aligned} \quad 2.3.(12)$$

en

$$\begin{aligned} p &= \alpha_0 - a_0 \\ q &= \beta_0 - b_0 \\ r &= \beta_1 - b_1 \end{aligned} \quad 2.3.(13)$$

Dit is geen expliciete uitdrukking voor de diverse parameters, daar in de uitdrukking voor de ene de twee andere parameters nog voorkomen. Wel zien we hierin de interactie tussen de parameters, die veroorzaakt worden door de stoortermen T. Vergelijken van 2.3.(8) met 2.3.(11) laat zien dat de elementen van de matrix  $\underline{M}$  2.3.(4), die niet op de hoofd diagonaal liggen interactie geven, terwijl de elementen van de hoofd diagonaal vereist zijn voor de regeling.

#### 2.4. Het meetsignaal.

Als meetsignaal hebben we de keuze uit :

- a) een deterministisch signaal
- b) een stochastisch signaal.

Het deterministisch signaal heeft de prettige eigenschap dat het opgebouwd gedacht kan worden volgens de Fourier-analyse uit sinusvormige signalen. Daarentegen bevat een stochastisch signaal meer informatie. Hier is een deterministisch signaal gekozen met een stochastisch karakter, het z.g. Pseudo-Binaire-Ruissignaal. Dit wordt verkregen uit een schuifregister bestaande uit n flipflops en een modulo-twee poort (exclusive or) ( fig.2.4.-1)

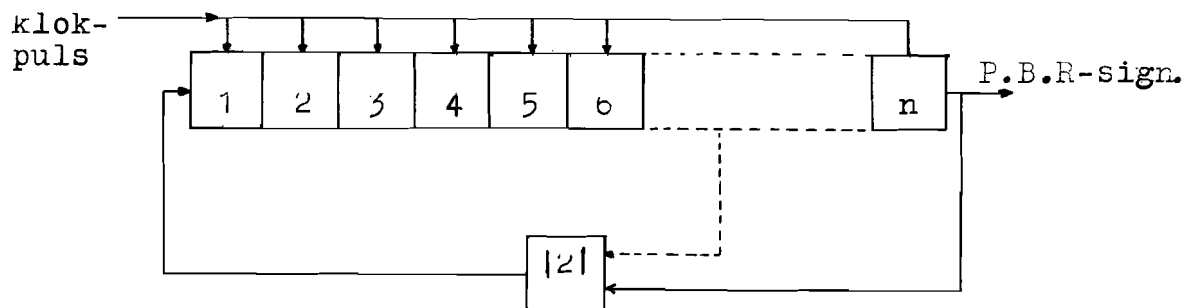


fig.2.4.-1. Generatie van het Pseudo-Binaire-Ruissignaal

Het schuifregister wordt getriggerd met een excitatiesig-  
naal met frequentie  $f_{kl}$  (klokfrequentie). Door de juiste te-  
rugkoppeling nemen de  $n$  flipflops alle mogelijke combinaties  
van toestanden aan, behalve allemaal nul, een toestand die niet  
mag voorkomen. Het aantal mogelijke toestanden bij  $n$  flipflops  
is  $2^n$ , zodat in  $2^n - 1$  perioden van de klokpuls  $2^n - 1$  enen en  
nullen voorkomen, die zodanig verdeeld zijn wat hun volgorde  
betreft, dat een bepaalde frequentie karakteristiek verkregen  
wordt. Na  $2^n - 1$  klokpulsen herhaalt zich het patroon van enen  
en nullen, zodat het Pseudo-Binaire-Ruissignaal periodiek is  
met periode:

$$f = \frac{f_{kl}}{2^n - 1} = \frac{f_{kl}}{N} \quad (\text{fig. 2.4.-3})$$

Het frequentiespectrum bestaat dus uit discrete frequenties.  
Het testsignaal kan voorgesteld worden door:

$$u^*(t) = \sum_{i=1}^{\infty} P_i \sin(i\omega t - \varphi_i)$$

met:

$$P_i = p \frac{\sin 2\pi/N \cdot i}{2\pi/N \cdot i} = p \operatorname{sinc} 2\pi/N \cdot i$$

We zien hieruit dat het signaal is opgebouwd uit de discrete  
frequenties:

$$1 \times f_{kl}/N, 2 \times f_{kl}/N, \dots \text{enz.},$$

waarvan de amplitude verloopt als een sinc-functie, zoals in  
fig. 2.4.-2 weergegeven.

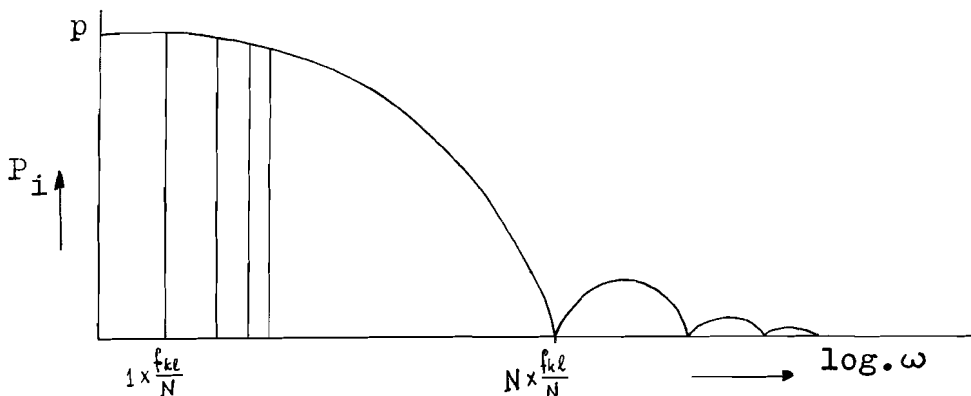


fig. 2.4.-2. Het frequentiespectrum van een P.B.R. signaal

N.B. Als we verder in dit verslag schrijven  $f_{kl} = 2 \times 511$  Hz, dan bedoelen we hiermee dat de laagste discrete frequentie uit het spectrum 2 Hz is en alle andere veelvoudigen hiervan en dat de klokfrequentie 1022 Hz bedraagt. Het aantal mogelijke toestanden is dan 511, wat neerkomt op een PBRGen. met 9 filipiops.

De keuze van het testsignaal werd bepaald door de volgende punten:

- a) Het is een zeer gemakkelijk te genereren signaal.
- b) Hebben we als testsignaal een harmonisch signaal:

$$u(t) = \hat{u} \sin \omega t$$

dan zal voor een lineair proces het uitgangssignaal er als volgt uitzien:

$$v(t) = \hat{v} \sin(\omega t - \varphi)$$

Hieruit zien we dat voor iedere frequentie  $\omega$  het testsignaal slechts twee mogelijkheden heeft om informatie over te dragen en wel via de fase en via de amplitude. Voor iedere twee parameters is dus minstens één meetfrequentie nodig. Voor vijf parameters betekent dit een meetsignaal met minimaal drie frequenties. Nu bezitten de meeste periodieke signalen wel voldoende aantal discrete frequenties, maar de amplitude hiervan nemen doorgaans zeer sterk af met toenemende frequentie. Zo is bijvoorbeeld van een periodieke blokfunctie de amplitude van de derde harmonische slechts 1/5 van de grondharmonische.

Door een geschikte keuze van  $N$  en  $f_{kl}$ , is het bij een PBR-signaal mogelijk de amplitude van een aantal frequenties in dezelfde grootte orde te krijgen.

- c) De amplitude van het testsignaal is begrensd door de oversturing van de versterkers. Van alle signalen met amplitudebegrenzing  $-a \leq u \leq a$  heeft het binaire signaal  $u = \pm a$  de grootste effectieve waarde.
- d) Door verandering van de klokfrequentie en/of het aantal registers  $n$ , kan de laagste frequentie en dus ook diens veelvoudigen gemakkelijk veranderd worden

e) Het aantal discrete frequenties in één klokperiode wordt bepaald door het aantal filpiops  $n$  in het schuifregister.

Met de onder de punten d en e genoemde mogelijkheden, zijn we in staat, zowel de onderlinge afstand van de meetfrequenties, als hun aantal te veranderen. Dit is zeer geschikt voor het onderzoek naar de invloed van de ligging van de discrete frequenties ten opzichte van de ligging van de polen en nulpunten van het proces.

In fig. 2.4.3. zien we een voorbeeld van een dergelijk PBR-sigitaal, met  $f_{kl} = 10 \times 7 \text{ Hz}$

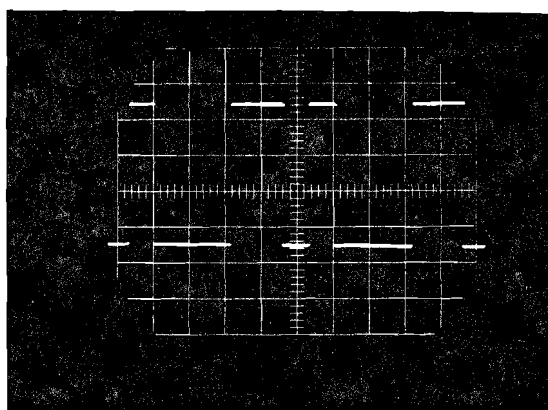


fig. 2.4.-3. Een PBR-sigitaal

3. INSTRUMENTATIE EN METINGEN AAN HET PROCES:  $H(s) = \frac{s + a_0}{b_1 s + b_0}$

3.1. Instrumentatie.

Voor deze parameters geldt volgens 2.3.(2):

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_0 &= k_0 u^2 (\alpha_0 - a_0) - k_0 uv (\beta_0 - b_0) - K_0 u \dot{v} (\beta_1 - b_1) \\ \dot{\beta}_0 &= -k_1 uv (\alpha_0 - a_0) + k_1 v^2 (\beta_0 - b_0) + k_1 v \dot{v} (\beta_1 - b_1) \\ \dot{\beta}_1 &= -k_2 u \dot{v} (\alpha_0 - a_0) + k_2 v \dot{v} (\beta_0 - b_0) + K_2 \dot{v}^2 (\beta_1 - b_1) \end{aligned} \quad 3.1.(1)$$

Het proces wordt beschreven door:

$$H(s) = \frac{s + a_0}{b_1 s + b_0} \quad 3.1.(2)$$

Hieruit zien we dat bij toepassing van het in hoofdstuk 2 beschreven model de eerste afgeleiden van het in- en uitgangssignaal ( $u^*$  resp.  $v^*$ ) dienen te bepalen. Daar differentiëren technisch een moeilijke zaak is, nemen we niet de zuivere afgeleiden van deze signalen, maar de hiervan afgeleide functies:

$$\begin{aligned} U(s) &= \frac{1}{s + p} U^*(s) \\ sU(s) &= \frac{s}{s + p} U^*(s) \\ V(s) &= \frac{1}{s + p} V^*(s) \\ sV(s) &= \frac{s}{s + p} V^*(s) \end{aligned} \quad 3.1.(3)$$

Dat dit zonder meer mag is duidelijk in te zien, als we bedenken dat we het testsignaal vrij willekeurig mogen kiezen mits het maar voldoende meetfrequenties bevat. Hadden we nu

$$\frac{U^*(s)}{s + p}$$

gekozen i.p.v.  $U^*(s)$ , dan had dit hetzelfde effect als de relaties 3.1.(3) bewerkstelligen.

Toepassing hiervan en het in sectie 2 gesuggereerde

laagdoorlaatfilter, geeft ons het rekenschema, zoals in fig. 3.1.-1. is getekend.

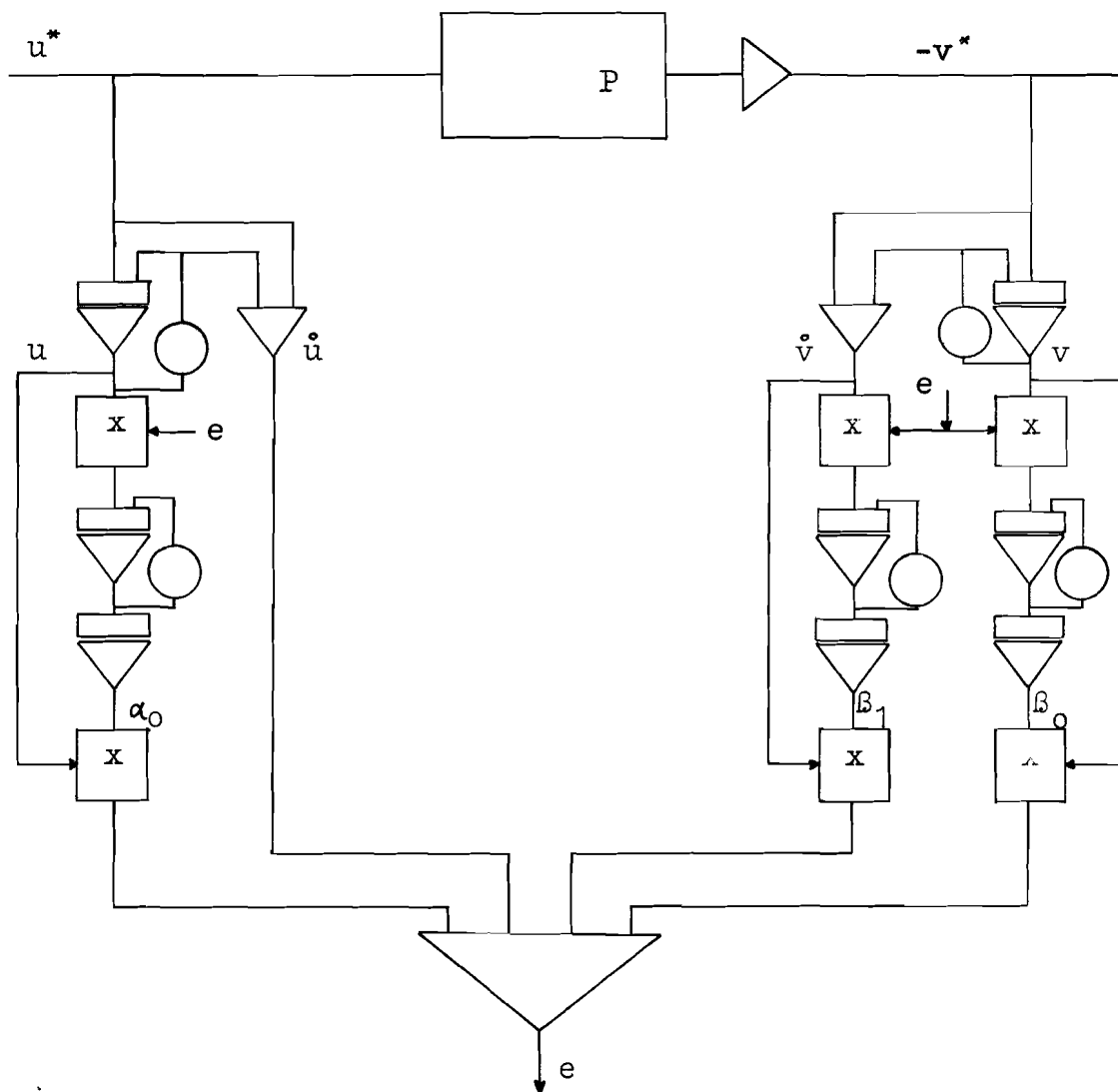


fig. 3.1.-1. Het rekenschema voor de bepaling van drie parameters.

Het rekenschema voor de simulatie van het proces is in fig. 3.2.-2. weergegeven.

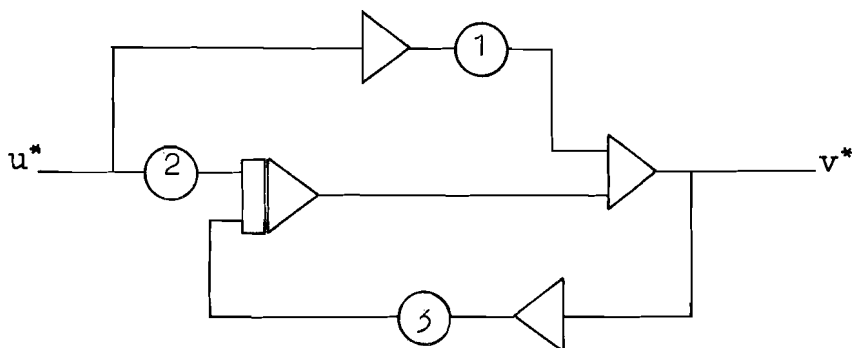


fig. 3.2.-2. Het proces  $H(s) = \frac{s + a_0}{b_1 s + b_0}$

Met de drie potentiometers kunnen de parameterwaarden ingesteld worden.

### 3.2. Metingen aan de insteltijden van de parameters.

Als parameterwaarden zijn gekozen:  $a_0=100$ ,  $b_1=2$  en  $b_0=100$ .

Het testsignaal wordt verkregen uit een PBR-signaalgenerator met klokfrequentie  $f_{kl}=2 \times 511$  Hz (zie sectie 2.4.)

Zoals reeds opgemerkt, wordt de snelheid bepaald door  $K_i$ ,  $e$ ,  $u^{(i)}$  of  $v^{(j)}$ . Dit is in overeenstemming met de gevonden meetresultaten (zie archief-bijlage). Voor bovengenoemde parameterinstelling en ingangssignaal is nagegaan welke insteltijd bereikt kon worden, met een aanvaardbare schommeling in de eindwaarden.

De invloed van het laagdoorlaatfilter (l.d.f.  $\frac{1}{s+r}$ ), wordt duidelijk aangetoond door het verschil in resultaten van grafiek 1 en grafiek 2. De snelheid wordt nu mede bepaald door  $r$  (breekfrequentie van l.d.f.:  $r/2\pi$ ), daar de gelijkstroomcomponent in de regelkring met een factor  $1/r$  vermenigvuldigd wordt, hetgeen in grafiek 3 duidelijk tot uiting komt. De invloed van de grootte van  $u^{(i)}$  en  $v^{(j)}$  op de regelsnelheid, zien we door het vergelijken van de grafieken 4 en 5. Voor de afregeling van de laatste zijn de spanningen  $u^{(i)}$   $v^{(j)}$  met een factor 4 verkleind.

Een vergroting van het foutsignaal  $e$  beïnvloedt de instel-



tijd ten gunste, **hetgeen** te zien is in grafiek 6. Een zeldzame effect ten aanzien van de K-waarden laat grafiek 7 zien. De snelheid kan door vergroting van u, K of e niet onbeperkt worden opgevoerd, daar er anders een te grote schommeling in de eindwaarde optreedt. Wat bijzonder opvalt in deze meetresultaten, is de veel kleinere insteltijd van de modelparameter  $\beta_1$ . In 3.7. zullen we hierop nader ingaan. Uit voorgaande blijkt, dat we  $u^{(i)}$  en  $v^{(j)}$ , die aan de eerste vermenigvuldiger van een regelkring worden toegevoerd, zo groot mogelijk moeten zijn (begrensd door oversturing versterker). Verder kunnen we het foutsignaal met een constante factor versterken en de K-waarden van de diverse regelkringen opvoeren.

Met deze kennis is naar een zo snel mogelijke regeling gezocht, die een nog aanvaardbare schommeling in de eindwaarde geeft (zie grafiek 8), voor genoemde parameterwaarden en testsignaal. De insteltijd hiervan bedraagt ongeveer 3 seconden, terwijl de afwijking niet groter is dan 1,5 % van de volle uitslag. De insteltijd zou aanzienlijk korter zijn, indien de modelparameters bij de start dadelijk in de richting van de eindwaarden zouden gaan in plaats van zich hiervan te verwijderen, wat in alle grafieken duidelijk zichtbaar is. Een verklaring hiervoor vindt men in 3.7. Ook treedt er vertraging op, doordat de parameters niet met constante snelheid geregeld worden, maar de snelheid beïnvloed wordt door de regeling van de andere parameters, de interactie tussen de parameters. Dat deze interactie zou optreden, was reeds te voorzien in de relaties 2.3.(11) en is zeer duidelijk te zien in de grafieken 9, 10 en 11.

### 3.3. Andere afregelmethode.

Tot nu toe hebben we nog steeds als afregelmethode gebruikt:

$$\dot{\alpha}_i = -K_i e u^{(i)} \quad \text{en} \quad \dot{\beta}_j = -K_j e v^{(j)}$$

Voor een eventuele verbetering van de insteltijd, hebben we ook twee andere afregelmethode onderzocht (lit. 3):

$$1) \quad \dot{\alpha}_i = -K_i \text{esign } u^{(i)} \quad \text{en} \quad \dot{\beta}_j = -K_j \text{esign } v^{(j)} \quad 3.3.(1)$$

$$2) \quad \dot{\alpha}_i = -K_i u^{(i)} \text{sign } e \quad \text{en} \quad \dot{\beta}_j = -K_j v^{(j)} \text{sign } e \quad 3.3.(2)$$

$$\text{met sign } e = \frac{e}{|e|}$$

De instrumentatie van de regelkring van beide methoden zien we resp. in fig. 3.3.-1. en fig. 3.3.-2.

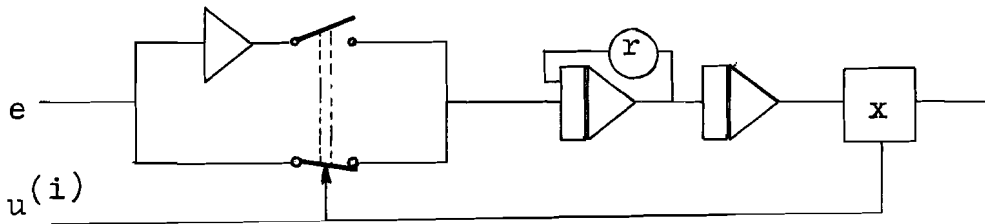


fig. 3.3.-1. Regelkring van afregelmethode vlg.  $\text{esign } u$

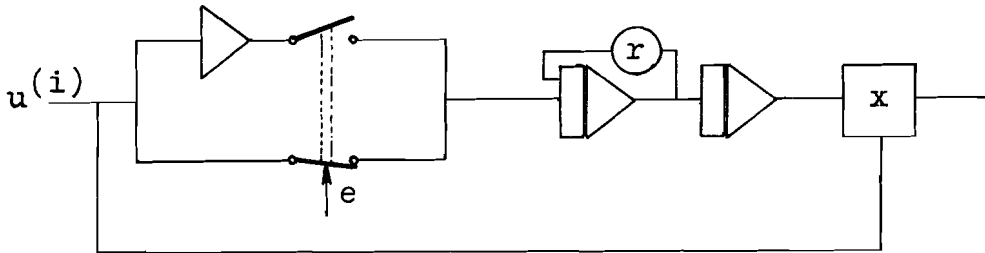


fig. 3.3.-2. Regelkring van afregelmethode vlg.  $u \text{sign } e$

Voor beide afregelmethode is het foutcriterium eveneens een minimaliseren van de evenfunctie  $E=e^2$ , waarbij aan de voorwaarde:

$$\frac{de^2}{dt} < 0 \quad 3.3.(3)$$

voldaan moet worden.

In het eerste geval ( $\text{esign } u$ ) vinden we :

$$e(t) = \sum_{i=0}^{z-1} (\alpha_i - a_i) \cdot u^{(i)} - \sum_0^p (\beta_j - b_j) \cdot v^{(j)} \quad 3.3.(4)$$

$$\frac{\partial e}{\partial \alpha_i} = u^{(i)} \quad \text{en} \quad \frac{\partial e}{\partial \beta_j} = v^{(j)} \quad 3.3.(5)$$

zodat volgens 2.2.(3) :

$$\frac{de^2}{dt} = 2 \left[ e \frac{\partial e}{\partial t} - \sum_0^{z-1} K_i e^2 u^{(i)} \text{sign} u^{(i)} - \sum_0^p K_j e^2 v^{(j)} \text{sign} v^{(j)} \right] \quad 3.3.(6)$$

of:

$$\frac{de^2}{dt} = 2 e \left[ \frac{\partial e}{\partial t} - \sum_0^{z-1} K_i e^2 |u^{(i)}| - \sum_0^p K_j e^2 |v^{(j)}| \right] \quad 3.3.(7)$$

Voor convergentie moet dus gelden:

$$e \frac{\partial e}{\partial t} < \sum_0^{z-1} K_i e^2 |u^{(i)}| + \sum_0^p K_j e^2 |v^{(j)}| \quad 3.3.(8)$$

Daar de genormeerde machinespanning 1 volt bedraagt en we, in verband met de oversturing van de versterkers moeten zorgen dat:

$$\left| u^{(i)} \right| \leq 1 \quad \text{en} \quad \left| v^{(j)} \right| \leq 1 ,$$

geldt dan dat :  $\{u^{(i)}\}^2 \leq |u^{(i)}| \quad \text{en} \quad \{v^{(j)}\}^2 \leq |v^{(j)}|$ . 3.3.(9)

Daar aan 2.2.(9) steeds werd voldaan, zal dus ook vanwege de relaties 3.3.(9) aan 3.3.(8) worden voldaan.

Voor het tweede geval (usign e) kunnen we schrijven:

$$e(t) = \sum_0^{z-1} K_i (\alpha_i - a_i) \cdot u^{(i)} + \sum_0^p K_j (\beta_j - b_j) \cdot v^{(j)} \quad 3.3.(10)$$

$$\frac{\partial e}{\partial \alpha_i} = u^{(i)} \quad \text{en} \quad \frac{\partial e}{\partial \beta_j} = v^{(j)} \quad 3.3.(11)$$

$$\frac{de^2}{dt} = 2 \left[ e \frac{\partial e}{\partial t} - \sum_0^{z-1} K_i \{u^{(i)}\}^2 |e| - \sum_0^p K_j \{v^{(j)}\}^2 |e| \right] \quad 3.3.(12)$$

Geheel in analogie met het eerste geval kan hier ook duidelijk aangetoond worden, dat het foutsignaal monotoon afneemt. Voor  $e=0$  zal in beide gevallen gelden:

$$\alpha_i = a_i \quad \text{en} \quad \beta_j = b_j$$

Met deze methoden kunnen dus eveneens de parameters bepaald worden.

Er zijn twee redenen waarom deze methoden onderzocht zijn:

- a) Voor beide gevallen geldt, dat we de helix van de vermenigvuldigers nu kunnen vervangen door goedkopere relais of elektronische schakelaars.
- b) Zoals we gezien hebben, wordt de snelheid bepaald door  $K, e$  en  $u^{(i)}$  of  $v^{(j)}$ . Door nu esign  $u$  (i.p.v.  $exu$ ) te nemen, wordt  $e$  met het maximale signaal vermenigvuldigd ( $|u| \leq \text{sign } u = \pm 1$ ). We mogen dus een snellere regeling verwachten. Nu was de snelheid van 3 seconden in sectie 5.2. echter verkregen door de signalen  $u^{(i)}$  en  $v^{(j)}$ , die we aan de eerste vermenigvuldiger toevoeren, zo groot mogelijk te maken. Hierin ligt de oorzaak, dat bij toepassing van esign  $u$  geen verbetering in de convergentiesnelheid optreedt (grafiek 12), maar genoeg hetzelfde resultaat verkregen wordt als bij toepassing van een vermenigvuldiger.

Iets anders ligt het geval bij  $u \text{ sign } e$ . Hier wordt het routesignaal, ongeacht zijn grootte, steeds maximaal versterkt, zodat we een snellere convergentie verwachten. Omdat  $e$  nooit exact nul zal worden (door onnauwkeurigheden in toegepaste componenten) blijft dit systeem met een even grote felheid regelen, met als gevolg een grote schommeling in de eindwaarden. Beperken we deze, door bijv. de  $K$ -waarden te verkleinen, dan zal deze schommeling verminderen, maar de snelheid eveneens. Het uiteindelijk resultaat is, dat we een slechtere regeling krijgen, dan bij de andere twee methoden (grafiek 13).

### 3.4. Grenzen en nauwkeurigheden van de procesparameters.

Met de parameterwaarden  $a_0=100$ ,  $b_0=100$  en  $b_1=2$  en een meetsignaal met klokfrequentie  $f_{k1}=2 \times 511$  Hz hadden we als kortste insteltijd 5 seconden bereikt, zowel bij toepassing van vermenigvuldigers als bij toepassing van de esign u methode. Bij deze instelling gaan we onderzoeken, hoever we de parameterwaarden  $a_0$ ,  $b_0$  en  $b_1$  kunnen wijzigen en welke nauwkeurigheden hierbij verkregen worden.

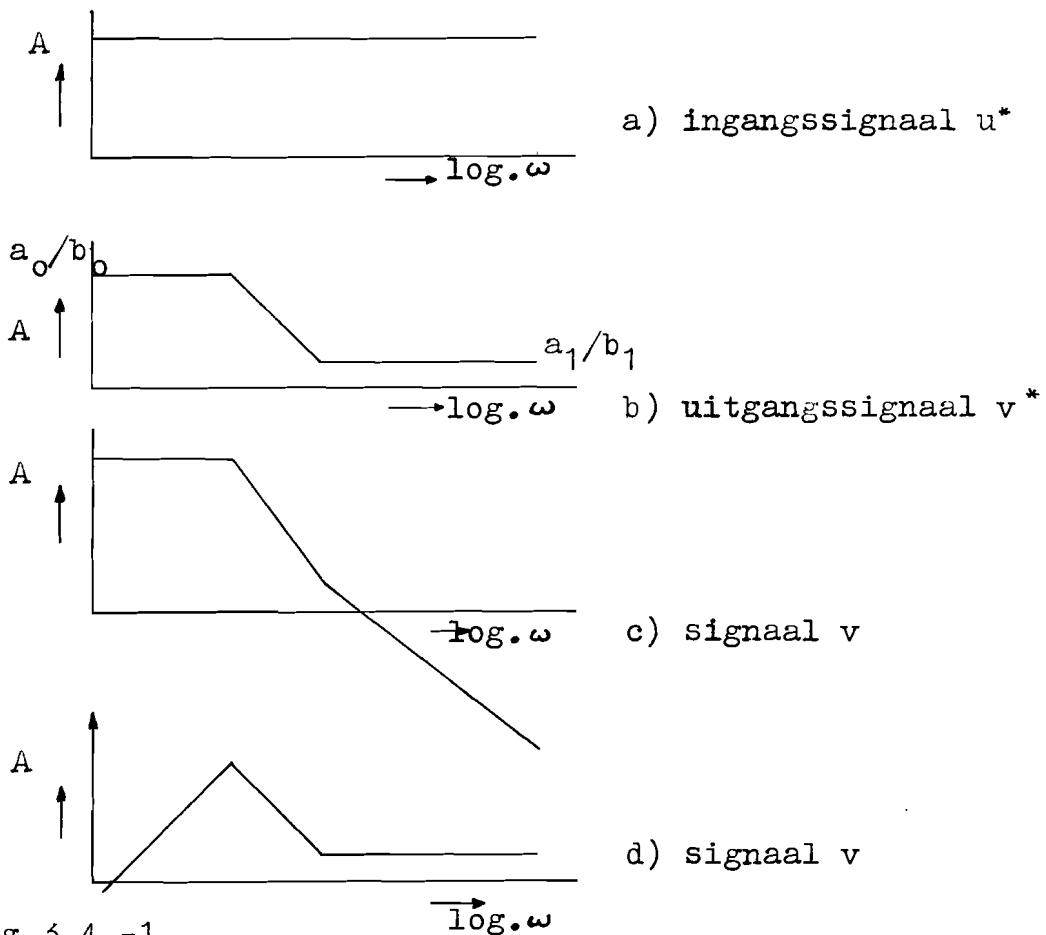
In tabel 1 zien we meetresultaten die op deze manier verkregen zijn, bij toepassing van vermenigvuldigers. We kunnen hierin twee effecten onderscheiden, die de begrenzing van de nauwkeurigheid veroorzaken.

Het eerste effect, is, dat voor bepaalde verhoudingen van de parameters, de versterkers, waaraan het uitgangssignaal of de afgeleide hiervan wordt toegevoerd, overstuurd worden, doordat de amplitude van het signaal te groot is.

Het tweede effect is, dat de pool en het nulpunt van het proces te dicht bij elkaar liggen, zodat deze niet meer voldoende onderscheiden worden.

Toepassing van de esign u methode leidt tot dezelfde resultaten als die in tabel 1.

Een verklaring voor de oversturing van de versterkers is te geven. Bekijken we daartoe de benaderde omhullende van het frequentiespectrum van de diverse signalen. Voor de duidelijkheid is de amplitude-frequentie karakteristiek van het ingangssignaal  $u^*$  hier benaderd door een rechte met  $f'_{k1} = 2/3 f_{k1}$  (zie fig. 3.4.-1-a t/m d). De amplituden van de signalen  $v$  en  $\hat{v}$  zijn maximaal ingesteld. De ligging van de frequenties bepalen nu de grootte van de signalen  $v$  en  $\hat{v}$  bij een bepaalde verhouding van de paramters  $a_0/b_0$  resp.  $1/b_1$ . Voor genoemde instelling werd een maximale verhouding gevonden voor  $a_0/b_0=2$  (tabel 1.). Deze maximale verhouding kan verhoogd worden door de laagste frequentie hoger te kiezen.



Een te groot signaal  $\dot{v}$  krijgen we door een te grote verhouding  $a_1/b_1$ . (In tabel 1  $(a_1/b_1)_{\max} = 0,8$ ). Deze maximale verhouding wordt verkregen door een te breed frequentiespectrum van het ingangssignaal.

Een bevestiging van bovengenoemde verklaring vinden we in tabel 2. Hierbij is als frequentie van het testsignaal gekozen:  $f_{k1} = 10 \times 511$  Hz. De laagste frequentie is met een factor vijf verhoogd, waardoor de maximale verhouding van  $a_0/b_0$  nu vijf wordt. De breedte van het frequentiespectrum is nu echter ook met een factor vijf vergroot, met als resultaat een maximale verhouding van  $1/b_1 = 1/2$ .

Voor de verruiming van de grenzen van de parameters mogen we dan ook aannemen, dat een versmalling van het frequentiespectrum van het ingangssignaal en een verhoging van de laagste discrete frequentie betere resultaten zal geven (zie 3.5.).

Met deze verandering van het meetsignaal hopen we ook het tweede effect van de parameterbegrenzing te verbeteren. Als het nulpunt en de pool van het proces n.i. samenvallen, dan zal het in- en uitgangssignaal gelijk zijn, zodat er geen regeling mogelijk is. Een pool en nulpunt, die dicht bij elkaar liggen zal bij een breed frequentiespectrum van het ingangssignaal relatief weinig verschil in in- en output te zien geven, dus een slechtere regeling. Deze bewering zal in de volgende sectie onderzocht worden.

De snelheid en de nauwkeurigheid werden ontoelaatbaar slecht wanneer de pool en het nulpunt te dicht bij elkaar lagen. De nauwkeurigheid hangt af van de afstand van de pool tot het nulpunt, hetgeen in de tabellen 1 en 2 duidelijk te zien is.

### 5.5. Aanpassing van het testsignaal.

Zoals in sectie 5.4. reeds werd voorgesteld, is de invloed van de ligging van de frequenties van het ingangssignaal op de parametergrenzen nagegaan. Voor een groot aantal frequentiebreedten en aantal frequenties werd genoemde invloed onderzocht.

Het effect van de begrenzing t.g.v. de oversturing van de versterkers nam inderdaad sterk af bij versmalling van de frequentiebreedte en verhoging van de laagste discrete frequentie.

Als meetfrequenties zijn genomen:  $f_{kl}=0,5 \times 511 \text{ Hz}; 1 \times 511; 2 \times 511; 5 \times 511; 2 \times 63; 4 \times 63; 2 \times 31; 10 \times 31; 20 \times 31; 5 \times 7; 10 \times 7; \text{ en } 20 \times 7.$

Toepassing van de esignu-methode gaf geen merkbare verandering. Het gunstigste signaal dat gevonden werd was bij een klokfrequentie van  $10 \times 7 \text{ Hz}$ . De meetresultaten hiervan zijn uitgezet in tabel 3 (grafieken verwijzen naar archiefbijlage).

De regelsnelheid van  $\alpha_0$  en  $\beta_0$  zijn nu nagenoeg gelijk (zie grafiek 14). De insteltijd voor de parameters  $a_0=100, b_0=100$  en  $b_1=2$  bleef dezelfde als in het geval voor  $f_{kl}=2 \times 511 \text{ Hz}$ . Wat wel aanzienlijk verbeterde, behalve de veel ruimere parametergrenzen, was de insteltijd bij verandering van de

parameterwaarden. Zo is uit tabel 3 en de bijbehorende grafieken te zien, dat bij nog aanvaardbare nauwkeurigheid, de insteltijd kleiner of gelijk is aan zes seconden.

De verbetering in snelheid en nauwkeurigheid, wanneer de pool en het nulpunt dicht bij elkaar liggen is niet zo groot bij deze aanpassing van het frequentiespectrum.

### 3.6. Intermitterend regelen.

Uit alle voorgaande metingen kunnen we zien, dat de interactie tussen  $\alpha_0$  en  $\beta_0$  vrij groot is, hetgeen neerkomt op een langere insteltijd van de parameters. Deze interactie komt door de simultane regeling van alle parameters. Nagegaan werd of intermitterend regelen van de parameters gunstigere insteltijden zouden geven. Hierbij werd één parameter gedurende een tijdinterval  $\tau$  geregeld, terwijl de andere parameters constant gehouden werden. Daarna werd een volgende parameter geregeld bij constante waarden van de andere, enz. Dit werd zowel geprobeerd voor diverse intervalltijden  $\tau$  voor de verschillende parameters, als voor verschillende volgorde van de parameters. Het resultaat was een verlenging van de insteltijd i.p.v. een verkorting. Grafiek 17 toont een continue afregeling en grafiek 18 een intermitterende afregeling bij dezelfde instelling. Alhoewel we nu niet meer van interactie kunnen spreken, verlopen de parameters toch op dezelfde manier (grafiek 18a).

### 3.7. Interpretatie en theoretische verklaring van de meetresultaten.

In bijna alle grafieken is te zien, dat er veel insteltijd "verloren" gaat, doordat de modelparameters  $\alpha_0$  en  $\beta_0$  zich tijdelijk van hun eindwaarden verwijderen, waardoor het verschil in model- en procesparameters groter wordt.

Dit gedrag is te verklaren uit 3.3.(1) :



$$\begin{aligned} \overset{\circ}{\alpha}_0 &= -K_0 u^2 (\alpha_0 - a_0) + K_0 uv (\beta_0 - b_0) + K_0 u \overset{\circ}{v} (\beta_1 - b_1) \\ \overset{\circ}{\beta}_0 &= +K_1 uv (\alpha_0 - a_0) - K_1 v^2 (\beta_0 - b_0) - K_1 v \overset{\circ}{v} (\beta_1 - b_1) \\ \overset{\circ}{\beta}_1 &= +K_2 u \overset{\circ}{v} (\alpha_0 - a_0) - K_2 v \overset{\circ}{v} (\beta_0 - b_0) - K_2 \overset{\circ}{v}^2 (\beta_1 - b_1) \end{aligned} \quad 3.1.(1)$$

$$\text{met: } u(t) = \sum_{i=1}^{\infty} P_i \cdot \sin(i\omega t + \varphi_i) \quad 3.7.(1)$$

Verwaarlozen we de hogere lobben van de frequentie karakteristiek uit fig.2.4.-2., dan wordt:

$$u(t) = \sum_{i=0}^{N-1} P_i \cdot \sin(i\omega t + \varphi_i) \quad 3.7.(2)$$

Voor een lineair proces mogen we dan schrijven:

$$v(t) = \sum_{i=1}^{N-1} Q_i \cdot \sin(i\omega t + \varphi_i - \psi_i) \quad 3.7.(3)$$

Door toepassing van het laagdoorlaatfilter (fig.3.1.-1.) worden bij de vorming van de spanningsproducten uit de eerste vermenigvuldiger, alleen de gelijkstroomcomponenten doorgelaten. Hiervoor is :

$$\begin{aligned} \overline{u^2} &= 1/2 \sum_{i=1}^{N-1} P_i^2 \\ \overline{v^2} &= 1/2 \sum_{i=1}^{N-1} Q_i^2 \\ \overline{\overset{\circ}{v}^2} &= 1/2 \sum_{i=1}^{N-1} Q_i^2 (i\omega)^2 \\ \overline{u\overset{\circ}{u}} &= \overline{v\overset{\circ}{v}} = 0 \\ \overline{u\overset{\circ}{v}} &= 1/2 \sum_{i=1}^{N-1} P_i Q_i (i\omega) \cdot \sin\psi_i \\ \overline{uv} &= 1/2 \sum_{i=1}^{N-1} P_i Q_i \cdot \cos\psi_i \end{aligned} \quad 3.7.(4)$$

Waarbij  $\overline{u^2}$  de gelijkspanningscomponent van het product  $u(t) \cdot u(t)$  voorstelt.

Hiermee wordt vergelijking 3.1.(1), met verwaarlozing van de K-waarden:

$$\begin{aligned}
 \dot{\alpha}_0 &= -(\alpha_0 - a_0)\overline{u^2} + (\beta_0 - b_0)\overline{uv} + (\beta_1 - b_1)\overline{u\dot{v}} \\
 \dot{\beta}_0 &= (\alpha_0 - a_0)\overline{uv} - (\beta_0 - b_0)\overline{v^2} \\
 \dot{\beta}_1 &= (\alpha_0 - a_0)\overline{u\dot{v}} - (\beta_1 - b_1)\overline{\dot{v}^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.7.5}$$

De grootte van  $\dot{\alpha}_0$  en  $\dot{\beta}_0$  bepaalt het verloop van  $\alpha_0$  en  $\beta_0$ . Dit verloop hangt dus af van het verschil tussen proces- en modelparameters, dat uiteraard tijdsafhankelijk is en de gelijkspanningscomponenten van de bijbehorende spanningsproducten, die voor een gegeven instelling constant zijn.

Nemen we op het tijdstip  $t=0$  (de start) de modelparameters:  $\alpha_0(0)=\beta_0(0)=\beta_1(0)=0$ , dan bepaalt het rechterlid van:

$$\begin{aligned}
 \dot{\alpha}_0(0) &= a_0\overline{u^2} - b_0\overline{uv} - b_1\overline{u\dot{v}} \\
 \dot{\beta}_0(0) &= -a_0\overline{uv} + b_0\overline{v^2} \\
 \dot{\beta}_1(0) &= -a_0\overline{u\dot{v}} + b_1\overline{\dot{v}^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.7.6}$$

de richting en grootte van de helling (is een maat voor de snelheid) bij de start. De beginwaarden van de modelparameters zijn steeds nul gekozen om een betere vergelijking tussen de diverse metingen mogelijk te maken. Het verloop van de modelparameters bij de start wordt nu volkomen bepaald door de procesparameters en de diverse spanningsproducten.

De ongewenste stoortermen die interactie geven, zijn  $\overline{uv}$  en  $\overline{u\dot{v}}$ . Uit 3.7.(5) volgt dat de grootte van  $\overline{uv}$  en  $\overline{u\dot{v}}$  ook de mate van interactie bepaalt.

Voor diverse testsignalen en procesparameterinstellingen zijn de spanningsproducten achter het laagdoorlaatfilter gemeten bij maximale amplitude van  $u, v$ , en  $\dot{v}$ .

De op  $\overline{u^2}$  genormeerde waarden zijn in fig. 3.7.-1. te vinden. De gemiddelde producten  $\overline{uv}$  etc. zijn genomen over een tijd  $t$ , die lang is vergeleken bij de periodetijd van het signaal.

testsign. (Hz)	Proces	$\overline{u^2}$	$\overline{v^2}$	$\overline{v^{\circ 2}}$	$\overline{uv}$	$\overline{uv^{\circ}}$
5x7	$\frac{s+100}{2s+100}$	1	0,68	0,18	0,72	0,03
10x7	idem	1	0,54	0,38	0,69	0,04
20x7	idem	1	0,50	0,88	0,67	0,03
2x511	idem	1	0,71	1,8	0,81	0,03
10x511	idem	1	0,28	12,0	0,7	0,04
10x7	$\frac{s+30}{2s+100}$	1	0,19	0,23	0,42	-0,05
10x7	$\frac{s+60}{2s+100}$	1	0,28	0,27	0,53	0,05

fig. 3.7.-1. Metingen.

Het eerste wat opvalt is, dat  $\overline{uv}$  zeer klein is en niet altijd gelijk in polariteit. Een verklaring hiervoor zien we uit 3.7.(4) waar  $\overline{uv}$  ontstaat door vermenigvuldiging met  $\sin\psi_i$ . De hoek  $\psi_i$  is voor de meeste frequenties zeer klein (zie fig. 3.7.-2.)

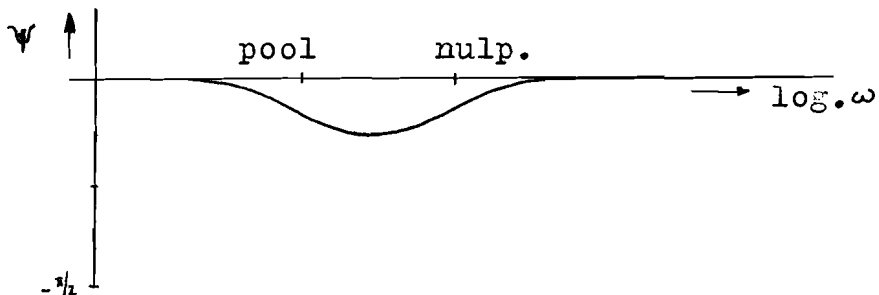


fig. 3.7.-2. Fase-relatie tussen in- en uitgangssign.

De grootste hoek wordt bereikt voor  $\omega_{\max} = \frac{a_0 b_0}{a_1 b_1}$  en

$$\psi_{\max} = b \tan^{-1} \frac{\omega (a_1 b_0 - a_0 b_1)}{a_0 b_0 + a_1 b_1}$$

Van de onderzochte processen, is de  $\psi$  doorgaans zeer klein, zodat het product  $\overline{u\dot{v}}$  inderdaad zeer klein zal zijn.

Bij een differentierend proces zal  $\psi$  en dus ook  $\overline{u\dot{v}}$  van teken omdraaien. Dit is duidelijk te zien in fig. 3.7.-3., die het vectordiagram aangeeft, voor één meetfrequentie, van de spanningen en hun inwendige producten van een voor- en naijlend proces.

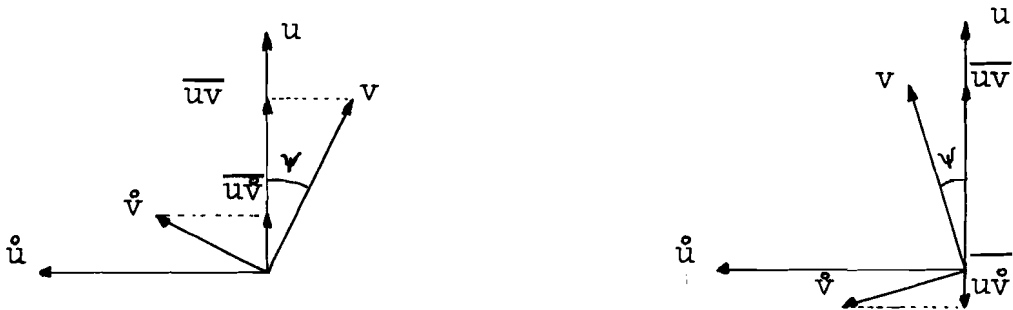


fig.3.7.-3. a) naijlend proces.

b) voorijlend proces.

Uit het feit, dat de stoorterm  $\overline{u\dot{v}}$  zeer klein is, volgt ook de geringe beïnvloeding, die de parameter  $\beta_1$  ondervindt van de andere parameters, hetgeen in alle meetresultaten duidelijk zichtbaar is.

De interactie tussen de parameters  $\alpha_0$  en  $\beta_0$  verloopt via de stoorterm  $\overline{u\dot{v}}$ . Uit fig. 3.7.-1. zien we dat  $\overline{u\dot{v}}$  heel groot is, hetgeen eveneens komt door de kleine  $\psi_1$ . Hierdoor is de grote interactie tussen de parameters  $\alpha_0$  en  $\beta_0$  te verklaren. Is  $a_0$  gelijk aan  $b_0$  dan zal  $\beta_0$  bij  $t=0$  steeds de verkeerde richting nemen, omdat  $a_0 \overline{u\dot{v}} > b_0 \overline{v^2}$ . Uit 3.7.(5) zien we dat door deze grote toename van  $(\beta_0 - b_0)$  ook de parameter  $\alpha_0$  zich in eerste instantie van zijn eindwaarde zal verwijderen. Is  $a_0 < b_0$  dan geldt voor een bepaalde verhouding van  $a_0/b_0$ , dat  $a_0 \overline{u\dot{v}} < b_0 \overline{v^2}$  en  $a_0 \overline{u^2} < b_0 \overline{u\dot{v}}$ , hetgeen betekent dat  $\beta_0$  direct naar zijn instelwaarde toegaat, terwijl nu  $\alpha_0$  in de verkeerde richting start. (tabel 3; grafiek 19)

De enige methode om interactie te vermijden is de termen  $\overline{u\dot{v}}$  en  $\overline{u\dot{v}}$  nul te maken. Dit is echter niet mogelijk. Het zijn gegeven producten, die ontstaan door correlatie van het fout-sigitaal  $e$  met  $u, v$  of  $\dot{v}$ . De grootte van  $\overline{u\dot{v}}$  en  $\overline{u\dot{v}}$  kan, evenals

de andere producten, voor een bepaald proces alleen maar beïnvloed worden door de ligging van de meetfrequenties t.o.v. de frequentiekarakterteristiek van dit proces. In fig. 3.7.-1. zien we, dat zowel een verhoging van het aantal discrete frequenties, als een verhoging van de laagste discrete frequentie, de grootte van  $\bar{v}^2$  en  $\bar{v}^2$  sterk beïnvloedt. Bij de aanpassing van het testsignaal zagen we dat reeds bij de verruiming van de parametergrenzen tengevolge van de versterkeroversturing. De verandering in grootte van  $\bar{uv}$  is veel minder, terwijl die van  $\bar{u\bar{v}}$  nauwelijks te meten is. We lichten dit toe m.b.v. fig. 3.7.-4. , waar de omhullende van de amplitude-frequentie karakteristiek voor de diverse signalen in benaderde vorm is weergegeven.

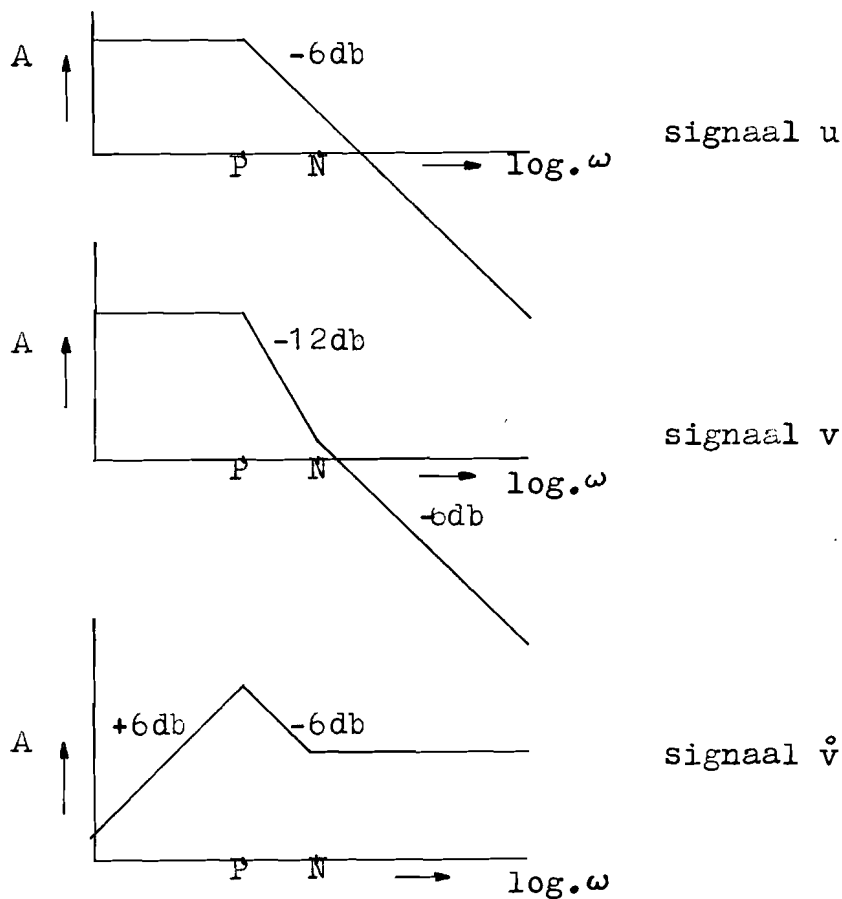


fig. 3.7.-4. Omhullende amplitude-frequentiekarakteristiek

Hierin zien we dat de bijdrage aan  $\overline{uv}$  alleen maar geleverd wordt door de meetfrequenties in het gebied P-N. Voor de rest van het gebied is  $\psi_i$  zo klein, dat de bijdrage hiervan tot  $\overline{uv}$  te verwaarlozen is. Veranderingen van meetfrequenties buiten het gebied P-N hebben dan ook geen invloed op  $\overline{uv}$ .

In de benadering van fig. 3.7.-4. zou in het gebied P-N gelden  $u \approx v$ , zodat  $\overline{uv} \approx 0$ . In werkelijkheid is die faseverschuiving  $\psi_i$  zeer klein, zoals aangegeven in fig. 3.7.-2., zodat verandering van elke meetfrequentie in het hele gebied zijn invloed heeft op  $\overline{uv}$ . Dat een verandering van de meetfrequenties op  $\overline{uv}$  niet zo'n grote invloed heeft als op  $\overline{v^2}$ , komt door het kwadratisch karakter van de laatste. Als we dus meer meetfrequenties in het gebied P-N stoppen, wordt de verandering in  $\overline{uv}$  lang niet zo groot, als we zouden verwachten. Dit is ook de reden, waarom het tweede effect van de begrenzing van de parameters (onderscheiding van pool en nulpunt) niet de verwachte verbetering gaf, wanneer de meetfrequenties meer geconcentreerd werden in het gebied tussen pool en nulpunt. Maken we de afstand tussen pool en nulpunt klein, dan zal de amplitude van  $u$  en  $v$  bijna gelijk zijn, terwijl het faseverschil zeer gering is. De producten  $\overline{uv}$ ,  $\overline{u^2}$  en  $\overline{v^2}$  zullen in elkaars grootte-orde liggen. Uit 3.7.(5) is nu duidelijk te zien dat  $\beta_1$  goed zal regelen en  $\alpha_0$  en  $\beta_0$  zeer klein zullen zijn. Hierdoor wordt de regelsnelheid van de parameters ook zeer klein. De nauwkeurigheid in de componenten gaan nu een grote rol spelen. Deze onnauwkeurigheid wordt nu n.l. relatief zeer groot, hetgeen in de eindwaarden van  $\alpha_0$  en  $\beta_0$  duidelijk naar voren komt. (grafiek 26).

Opm.: Voor de snelheid en de nauwkeurigheid van de te schatten parameters is niet alleen het aantal parameters belangrijk, maar ook de vorm van de overdrachtsfunctie. Zouden we n.l. een overdrachtsfunctie hebben, waarvan of alleen de noemer of alleen de teller een functie van de frequentie was, dan zou de hiervoren beschreven interactie geheel anders zijn. Voor drie parameters zullen we dit toelichten met een

voorbeeld:

Stel: 
$$H(s) = \frac{1}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0} = \frac{V(s)}{U(s)}$$

Geheel in analogie met het voorgaande geldt dan:

$$\overset{\circ}{\beta}_0 = (\beta_2 - b_2) \overline{\overset{\circ\circ}{v}v} + (\beta_1 - b_1) \overline{\overset{\circ}{v}v} + (\beta_0 - b_0) \overline{v^2}$$

$$\overset{\circ}{\beta}_1 = (\beta_2 - b_2) \overline{\overset{\circ\circ}{v}v} + (\beta_1 - b_1) \overline{\overset{\circ}{v}v^2} + (\beta_0 - b_0) \overline{v\overset{\circ}{v}}$$

$$\overset{\circ}{\beta}_2 = (\beta_2 - b_2) \overline{\overset{\circ\circ}{v}v^2} + (\beta_1 - b_1) \overline{\overset{\circ}{v}v\overset{\circ}{v}} + (\beta_0 - b_0) \overline{v\overset{\circ\circ}{v}}$$

Als we bedenken dat  $\overline{v\overset{\circ}{v}} = \overline{\overset{\circ}{v}v} = 0$ , dan zien we dat  $\beta_1$  hier helemaal geen beïnvloeding ondervindt van de andere parameters, terwijl de interactie tussen  $\beta_0$  en  $\beta_2$  zal verlopen via  $\overline{\overset{\circ\circ}{v}v}$ . Aangezien we hier de eerste én de tweede afgeleide van  $v$  moeten bepalen zal de omhullende van het frequentiespectrum van de diverse signalen er als volgt uitzien.

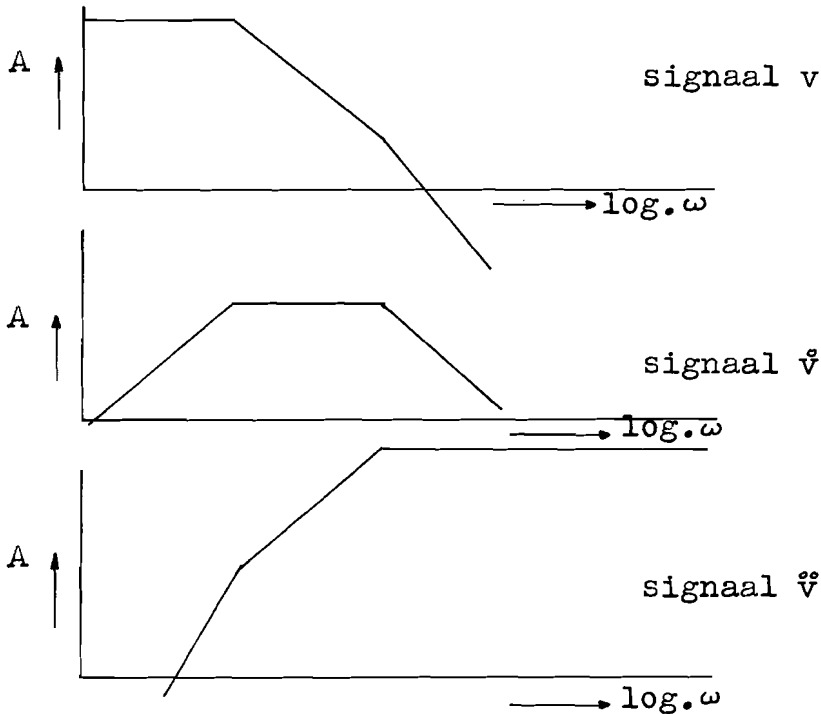


fig 3.7.-5. Het frequentiespectrum van  $v$ ,  $\overset{\circ}{v}$  en  $\overset{\circ\circ}{v}$ .

We zien, dat we  $\overline{\overset{\circ\circ}{v}v}$  klein kunnen maken met behoud van een grote  $\overline{v^2}$  en  $\overline{\overset{\circ}{v}v^2}$  door een juiste verdeling van de meetfrequenties.

3.8. De invloed van de afstand van de pool tot het nulpunt op de parameterwaarden  $\alpha_0$  en  $\beta_0$ .

We zullen hier nog iets nader ingaan, op de onnauwkeurigheden van de geschatte parameters  $\alpha_0$  en  $\beta_0$ , als de afstand van de pool tot het nulpunt te klein wordt.

Uit 3.7.(5) zien we, rekening houdend met de onnauwkeurigheid in de componenten, dat:

$$\overset{\circ}{\alpha}_0 = -\overline{u^2}(\alpha_0 - a_0) + \overline{uv}(\beta_0 - b_0) + \overline{uv^2}(\beta_1 - b_1) + E_{\alpha_0} \quad a$$

$$\overset{\circ}{\beta}_0 = \overline{uv}(\alpha_0 - a_0) - \overline{v^2}(\beta_0 - b_0) + E_{\beta_0} \quad 3.8.(1)b$$

$$\overset{\circ}{\beta}_1 = \overline{uv^2}(\alpha_0 - a_0) - \overline{v^3}(\beta_1 - b_1) + E_{\beta_1} \quad c$$

waarbij  $E_{\beta_i}$  de fout is die optreedt in de regelkring  $\beta_i$ , ten gevolge van de niet ideale componenten, en die eveneens "weg"-geregeld moet worden.

We zullen nu twee gevallen beschouwen:

Geval 1:  $u = v$ .

Voor evenwicht geldt dan ( $\overline{uv}=0$ ):

$$0 = -\alpha_0 + a_0 + \beta_0 - b_0 + E_{\alpha_0}/\overline{u^2}$$

$$0 = (\alpha_0 - a_0 - \beta_0 + b_0) + E_{\beta_0}/\overline{u^2}$$

$$\beta_1 = b_1 + E_{\beta_1}/\overline{v^2}$$

Hieruit zien we dat  $\alpha_0$  en  $\beta_0$  onbepaald zijn, terwijl de schatting van  $\beta_1$ , afgezien van de fout  $E_{\beta_1}/\overline{v^2}$ , goed is. Hierbij zal het foutsignaal toch convergeren, ten gevolge van de veel grotere invloed van  $\beta_1$  op het foutsignaal. (grafiek 25, tab. 3)



Geval 2 :  $u \neq v$

Hiervoor geldt eveneens relatie 3.8.(1). Bekijken we deze voor het geval dat de afstand van de pool tot het nulpunt klein is, dan geldt zeker dat:

$$\frac{\overline{\alpha_0}}{uv} \ll \frac{\overline{\alpha_0}}{u^2} \quad \text{en ook} \quad \frac{\overline{\beta_0}}{uv} \ll \frac{\overline{\beta_0}}{v^2}$$

Verg. 3.8.(1)a ingevuld in 3.8.(1)b. geeft:

$$\beta_0 = b_0 + (\beta_0 - b_0) \frac{\overline{uv} \cdot \overline{uv}}{u^2 \cdot \overline{v^2}} + \frac{E_{\alpha_0}}{u^2} + \frac{E_{\beta_0}}{v^2} \cdot \frac{\overline{uv}}{u^2}$$

of:

$$\beta_0 = b_0 + \frac{1}{1-C} \cdot \left( \frac{E_{\alpha_0} + E_{\beta_0}}{u^2} \right)$$

met  $C = \frac{\overline{uv} \cdot \overline{uv}}{u^2 \cdot \overline{v^2}} \quad 0 \leq C \leq 1$

We zien dat de invloed van de componentenfout E des te groter wordt, naarmate u meer door v benaderd wordt, m.a.w. hoe kleiner de afstand van de pool tot het nulpunt wordt, hoe groter C en de onnauwkeurigheid in de eindwaarden zal zijn.

Voor  $\alpha_0$  geldt hetzelfde.

Verg. 3.8.(1)a ingevuld in 3.8.(1)c geeft:

$$\beta_1 = b_1 + E_{\beta_1} / \overline{v^2}$$

Dus een schatting die onafhankelijk is van de pool-nulpuntsafstand. In tabel 3 is dit duidelijk te zien.

### 3.9. Conclusie.

Bij het schatten van de drie parameters van de overdrachtsfunctie:

$$H(s) = \frac{s+a_0}{b_1 s + b_0}$$

blijkt het foutsignaal in alle gevallen in eerste instantie te convergeren.

Is de fout in de eindwaarden van  $\alpha_0$  en  $\beta_0$  sterk afhankelijk van de afstand van de pool tot het nulpunt, de fout in  $\beta_1$

blijkt daarentegen hierdoor niet beïnvloed te worden.

De genoemde afstand bepaalt ook mede de meettijd en de interactie tussen de parameters. Deze onvermijdelijke interactie wordt bepaald door de grootte van de stoorcomponenten:  $\overline{uv}$  en  $\overline{u^2}$ . De grootte hiervan kan enigszins gewijzigd worden, door zowel een verandering van de breedte van het frequentiespectrum, als door wijziging van het aantal discrete frequenties (N) van het ingangssignaal.

Met deze wijziging van het testsignaal kunnen ook de grenzen van de parameterwaarden, die optreden door oversturing van de versterkers tengevolge van een te groot signaal, beïnvloed worden.

De nauwkeurigheid van de geschatte parameters is afhankelijk van de nauwkeurigheden van de toegepaste componenten. Verder is deze nauwkeurigheid voor de parameters  $\alpha_0$  en  $\beta_0$  ook afhankelijk van de afstand van pool tot nulpunt.

Passen we steepest descent methode toe ( $\tilde{\alpha}_i = -K_i e u^{(i)}$ ), dan moeten we de afregeling zó instellen, dat het in- en uitgangssignaal en hun afgeleiden, die aan de eerste vermenigvuldiger worden toegevoerd, zo groot mogelijk zijn. In dat geval zijn de meetresultaten gelijk aan die van de afregelmethode vlg.:

$$\tilde{\alpha}_i = -K_i e \text{ sign. } u^{(i)}$$

De methode waarbij het foutsignaal  $e(t)$  steeds maximaal versterkt wordt:

$$\tilde{\alpha}_i = -K_i u^{(i)} \text{ sign. } e$$

geeft een fellerere regeling maar een grote schommeling in de eindwaarden.

4. INSTRUMENTATIE EN METINGEN AAN HET PROCES:

$$H(s) = \frac{s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

4.1. Instrumentatie.

Geheel in analogie met de in hoofdstuk 3 beschreven methode gaan we de mogelijkheden na voor het schatten van de vijf parameters van het bovengenoemde proces. Volgens 2.3.(2) worden de simultane differentiaalvergelijkingen :

$$\ddot{\underline{\alpha}} = - \underline{K} \underline{M} \underline{q} \quad 2.3.(2)$$

met:

$$\underline{\alpha}^T = (\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1, \beta_2) \quad 4.1.(2)$$

$$\underline{K}^T = (K_0, K_1, K_2, K_3, K_4) \quad 4.1.(3)$$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} u^2 & u\dot{u} & uv & u\dot{v} & u\ddot{v} \\ u\dot{u} & \dot{u}^2 & \dot{u}v & \dot{u}\dot{v} & u\ddot{v} \\ uv & \dot{u}v & v^2 & v\dot{v} & v\ddot{v} \\ u\dot{v} & \dot{u}\dot{v} & v\dot{v} & v^2 & v\ddot{v} \\ u\ddot{v} & \dot{u}\ddot{v} & v\ddot{v} & \dot{v}\ddot{v} & \ddot{v}^2 \end{bmatrix} \quad 4.1.(4)$$

$$\underline{q}^T = [(\alpha_0 - a_0), (\alpha_1 - a_1), (\beta_0 - b_0), (\beta_1 - b_1), (\beta_2 - b_2)] \quad 4.1.(5)$$

Hierbij dienen we de eerste en tweede afgeleiden van in- en uitgangssignaal te bepalen. Dit gebeurt door het in fig. 4.1.-1. getekende filter(1/N).(voor motivatie zie 3.1.)

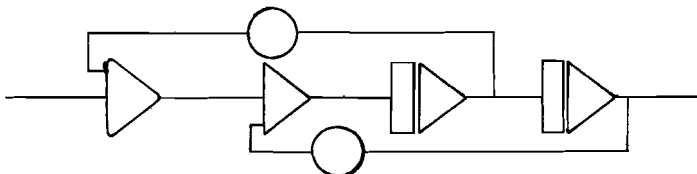


fig.4.1.-1. Filter voor de bepaling van de afgeleiden.

Hiermee wordt het schema zoals in bijlage 3 is weergegeven.

#### 4.2. Meetresultaten.

Gezien het resultaat van de schatting van drie parameters, is het uit de matrix  $\underline{M}$  (4.1.(4)) duidelijk, dat we nu meer interactie en dientengevolge een moeilijker regeling moeten verwachten.

Door het tweede-orde filter ( $1/N$ ), dat dient voor de bepaling van de eerste en tweede afgeleide van het in- en uitgangssignaal, wordt de verdeling van de meetfrequenties nu meer kritisch. Tevens is de ligging van de polen en nulpunten van het proces belangrijk t.o.v. de ligging van de polen van het filter.

Bovenstaande is te zien in enige meetresultaten, die in tabel 4 t/m tabel 9 zijn weergegeven,

De belangrijkheid van de ligging van de meetfrequenties is te zien in tabel 4 (nr.: 4 en 5) en in tabel 5 (nr. 4 en 5).

De invloed van het filter is duidelijk te zien in tabel 4 (nr. 1 en 6; en nr. 4, 7 en 9). De begrenzing in nauwkeurigheid wordt ook hier bepaald door de afstand van de polen tot die van het nulpunt (tabellen 6 en 7). In deze laatste meettabellen zijn bij een vaste klokfrequentie ( $f_{kl} = 1/10 \times 511$  Hz) en eenzelfde filter de procesparameters gewijzigd. De schommeling in de eindwaarden is een gevolg van de slechte onderdrukking van de hogere harmonischen. (laagste frequentie van ingangssignaal is 0,1 Hz).

De parameterwaarden worden hier ook begrensd door oversturing van de versterkers, tengevolge van een te grote amplitude van het uitgangssignaal. (tabel 7, nr.: 8).

Alhoewel niet zo uitvoerig als voor het geval van drie parameters, zijn hier eveneens voor diverse klokfrequenties en reekslengten van het testsignaal, bij eenzelfde filter ( $1/N$ ) en eenzelfde proces verschillende metingen uitgevoerd, waarvan de "beste" resultaten te zien zijn in de tabellen 8 en 9.

4.5. Conclusie.

Het is mogelijk om vijf parameters van het proces:

$$H(s) = \frac{s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

te schatten, maar daarvoor is veel á-priori kennis van het proces nodig, waaraan het filter ( $1/N$ ) en het ingangssignaal dienen aangepast te worden. Bij deze regeling leveren wijzigingen van de procesparameters grote onnauwkeurigheden op. Deze onnauwkeurigheden worden bepaald door de afstand van de pool tot het nulpunt.

De grote interactie (grafiek 47) tussen de parameters heeft een lange insteltijd ( $t_{\min}=15$  sec.) tot gevolg, terwijl de nauwkeurigheid van de meeste metingen, door een onjuiste aanpassing van het ingangssignaal en/of filter, zeer slecht is (minimale afwijking : 2% van de volle uitslag.)

## 5. DE PRAKTISCHE REALISERING VAN EEN MODEL VOOR HET PROCES:

$$H(s) = \frac{s+a_0}{b_1s+b_0}$$

Het in hoofdstuk 3 beschreven model voor de bepaling van drie parameters(fig. 3.1.-1.) is gerealiseerd met behulp van relatief goedkope componenten. De operationele versterker LM 709 C is overal toegepast, behalve voor de integrator, die de parameterwaarden aangeeft, waar de temperatuur gestabiliseerde versterker uA 727 is gebruikt. De afregelmethode is volgens:

$$\dot{\alpha}_i = -K_i \cdot e \cdot \text{sign } u^{(i)},$$

waardoor de helft van de vermenigvuldigers vervangen kan worden door elektronische schakelaars. Voor de overige benodigde vermenigvuldigers is de, als integrated-circuit uitgevoerde, MC 1595 L genomen.

### 5.1. Meetsignaal.

Als meetsignaal is gekozen het Pseudo-Binaire-Ruis-signaal. De generator hiervoor zien we in bijlage 4a. De gebruikte flipflops hebben een uitgang van + 5 volt en 0 volt. Daarom zorgen de twee schakeltransistoren dat, afhankelijk van de + 5 of 0 volt, aan de uitgang van de versterker +u\* of -u\* komt. De grootte van |u\*| kan ingesteld worden met potentiometer R<sub>3</sub>. De grootte van + u\* of - u\* kan nog afzonderlijk ingesteld worden met R<sub>1</sub> en R<sub>2</sub>. Dit laatste om de gewenste asymmetrie te verkrijgen. Daar het aantal enen en nullen van één periode niet gelijk is, moeten we n.l. voor een zoñanig asymmetrisch signaal zorgen, dat de gelijkstroomcomponent hiervan nul is. Het filter(1/N) van bijlage 4b, zorgt voor de afgeleide van in- en uitgangssignaal.

### 5.2. Laagdoorlaatfilter, integrator, en e sign u.

In bijlage 5a zien we hoe het signaal e sign u verkregen wordt. Afhankelijk van de polariteit van u wordt e met + 1 of met - 1 vermenigvuldigd. De signalen zijn op de diverse plaatsen aangegeven.

Het laagdoorlaatfilter, dat als een passief netwerk is uitgevoerd, en de integrator, die de parameterwaarde aangeeft, zijn in bijlage 5b getekend. De verhouding van ingangssignaal  $u_o$  en uitgangssignaal  $u_e$  is:

$$- \frac{u_e}{u_o} = \frac{1}{R^2 \cdot C_1 \cdot C_2} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{(s + 2/RC_1)}$$

Het breukpunt van het laagdoorlaatfilter wordt bepaald door:  $2/RC_1$ , terwijl  $1/R^2 C_1 C_2$  de K-waarde van de integrator voorstelt.

### 5.3. De vermenigvuldiger.

De vermenigvuldigers zijn op de afdeling Meet- en Regeltechniek gemaakt met behulp van de MC 1595 L volgens fabrieksaanwijziging (Motorola Semiconductors, maart 1965, DS 9124) en symbolisch weergegeven in fig. 5.3.-1.

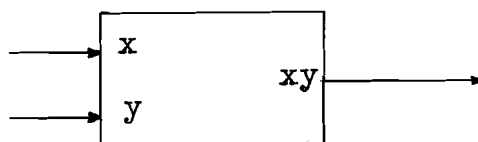


fig. 5.3.-1. De vermenigvuldiger.

Zetten we op de y-ingang een driehoeksspanning en op de x-ingang een gelijkspanning ( $+10v < x < -10v$ ), dan krijgen we een fout zoals in fig. 5.3.-2. te zien is.

Hierin is verticaal  $xy + y$  en horizontaal  $y$  uitgezet.

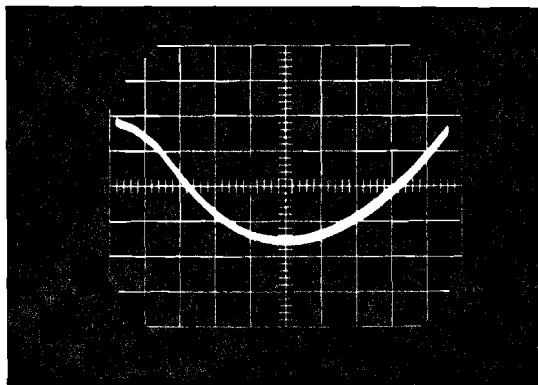


fig. 5.3.-2. Fout in vermenigvuldiger.

Verwisseling van de ingang (driehoeksspanning nu op  $x$ ) geeft een fout zoals weergegeven in fig.5.3.-3.

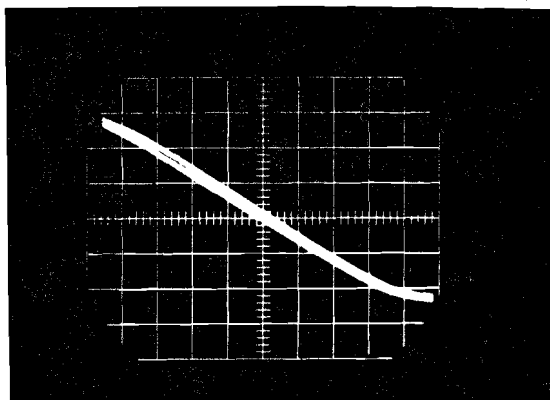


fig.5.3.-3 Fout van de vermenigvuldiger.

Schaal bij bovenstaande foto's zijn :horizontaal 2volt/div. en verticaal 0,05volt/div.

Uit fig.5.3.-2. zien we dat de fout afhankelijk is van de plaats van de amplitude van het signaal op de  $y$ -ingang. Er bestaat dus geen lineair verband tussen  $xy$  en  $y$ .

Voor een minimale waarde van de fout, zal bij het afregelen



een verbetering van het éne, een verslechtering van het andere geval geven.

Op grond van het bovenstaande is daarom besloten, de (weinig variërende) parameter op de x-ingang en het signaal  $u$  of  $v$  of  $\dot{v}$  op de y-ingang te zetten. Dit betekent dus, dat we voor dit geval (fig. 5.3.-2.) de vermenigvuldiger zo goed mogelijk konden afregelen. (fout  $\leq 1\%$ )

5.4. Invloed van de diverse offsets en de fout van de vermenigvuldiger op de parameterwaarden.

Aangezien het niet mogelijk is om alle offsets van de diverse componenten geheel op nul te regelen, zullen we m.b.v. enkele berekeningen de kwalitatieve invloed hiervan op de parameters laten zien.

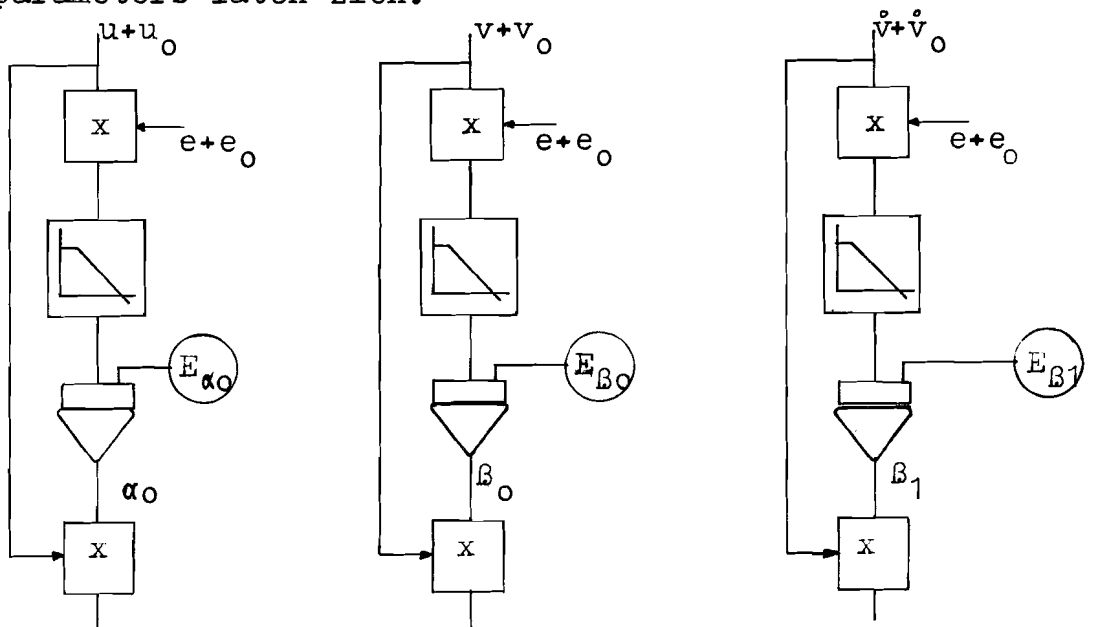


fig.5.4.-1. De offsetspanningen in de regelkringen.

We hebben offsets in  $u, v$  en  $\dot{v}$  (resp  $u_0, v_0$  en  $\dot{v}_0$ ). Tevens in eerste vermenigvuldiger, laagdoorlaatfilter en integrator. Deze brengen we alle onder in  $E_{\alpha_0}, E_{\beta_0}$  en  $E_{\beta_1}$ . Ook de fout  $e$  is normaal behept met een offset  $e_0$ .

De instrumentatie is nu zó, dat:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_0 &= \overline{(u+u_0)(e+e_0)} + E_{\alpha_0} \\ \ddot{\alpha}_0 &= \overline{u \cdot e + u \cdot e_0 + u_0 \cdot e + u_0 \cdot e_0} + E_{\alpha_0} \\ \overline{u \cdot e_0} &= \overline{u_0 \cdot e} = 0 \end{aligned}$$

Verder is:  $e = (\alpha_0 + \Delta\alpha_0 - a_0)u - (\beta_1 + \Delta\beta_1 - b_1)v - (\beta_0 + \Delta\beta_0 - b_0)v^2$

Hierin stelt  $\Delta\alpha$  en  $\Delta\beta$  de afwijking van de parameter voor, die optreedt tengevolge van de afwijking van de vermenigvuldigers.

Bij evenwicht is  $\ddot{\alpha}_0 = 0$ , zodat:

$$\begin{aligned} 0 &= (\alpha_0 + \Delta\alpha_0 - a_0) \overline{u^2} - (\beta_0 + \Delta\beta_0 - b_0) \overline{uv} - (\beta_1 + \Delta\beta_1 - b_1) \overline{uv} + \\ &\quad + E_{\alpha_0} + \overline{u_0 \cdot e_0} \end{aligned}$$

of

$$\alpha_0 = a_0 + \Delta\alpha_0 - \frac{(\beta_0 + \Delta\beta_0 - b_0) \overline{uv}}{\overline{u^2}} - \frac{(\beta_1 + \Delta\beta_1 - b_1) \overline{uv}}{\overline{u^2}} + \frac{E_{\alpha_0} + \overline{u_0 \cdot e_0}}{\overline{u^2}}$$

Voor  $\beta_0$  en  $\beta_1$  zijn analoge uitdrukkingen af te leiden. We zien, dat behalve een "eigen" fout t.g.v. de offset en van de vermenigvuldiger, ook de fout van de andere parameters een invloed uitoefent op de eindwaarde.

### 5.5. Meetresultaten.

In tabel 10 zijn de meetresultaten te zien van de , geschatte parameters, die met het op bovengenoemde manier beschreven model verkregen zijn. Hierbij zijn bij vaste klokfrequentie ( $f_{kl} = 10 \times 7 \text{ Hz}$ ) en vaste instelling de procesparameters gewijzigd (zie voor grafieken : archief-bijlage.)

Uit deze grafieken is te zien, dat we dezelfde insteltijd bereiken, als bij het op de analoge-rekenmachine gesimuleerde geval. ( $t = \text{ca. } 3 \text{ sec.}$ )

De onnauwkeurigheid in de parameterwaarden is hier iets groter, omdat de toegepaste componenten onnauwkeuriger zijn. (zie 5.3. en 5.4.)

Ook wat de begrenzing van parameterwaarden betreft, geldt hier hetzelfde als bij het gesimuleerde geval.

Uit de metingen en grafieken is te zien, dat als de pool en het nulpunt niet te dicht bij elkaar liggen, de afwijking in de parameter ca. 5% is van de volle uitslag en de insteltijd hierbij ligt binnen drie seconden.

LITERATUUR.

1. Eykhoff.P -Process parameter and state estimation-  
Automatica, Vol.4, pp.205-233.  
Pergamon Press, 1968.
2. Willems.J.P. Parameterschatting: modelafregeling.  
Afstudeerverslag,  
Technische Hogeschool Eindhoven,  
Juni 1969.
3. Eykhoff.P. Systemparameter and state estimation.  
London, Wiley; 1970  
Verschijnt binnenkort.

BIJLAGE 1.

De oplossing van de differentiaalvergelijking:

$$\dot{\alpha}_0 = -K u^2 (\alpha_0 - a_0) \quad A1$$

$$\dot{\alpha}_0 + Ku^2 \alpha_0 = Ku^2 a_0 \quad A2$$

Stel  $pq = \alpha_0$  A3

$$\dot{p}q + p\dot{q} + Ku^2 pq = Ku^2 a_0 \quad A4$$

$$p(\dot{q} + Ku^2 q) + \dot{p}q = Ku^2 a_0 \quad A5$$

Eén oplossing voor  $\dot{q} + Ku^2 q = 0$  A6

is:  $q = C \exp.(-\int_0^\tau Ku^2 dt)$  A7

A5 wordt dan:  $\dot{p} = \frac{Ka_0 u^2}{C} \exp.(+\int_0^\tau Ku^2 dt)$  A8

met als oplossing:  $p = \frac{a_0}{C} \exp.(\int_0^\tau Ku^2 dt) + B$  A9

$$\alpha_0 = pq = a_0 + BC \exp.(-\int_0^\tau Ku^2 dt) \quad A10$$

Stel:  $\alpha_0(t=0) = 0$  A11

dan is :  $BC = -a_0$

Zodat de uiteindelijke oplossing wordt:

$$\alpha_0 = a_0 \left\{ 1 - \exp.(-\int_0^\tau Ku^2 dt) \right\} \quad A13$$

BIJLAGE 2.

De oplossing van de differentiaalvergelijking 2.3.(10):

$$\dot{\alpha}_0 = -K_0(pu^2 - quv - ru\dot{v})$$

$$\dot{\beta}_0 = K_1(puv - qv^2 - rv\dot{v}) \quad B_0$$

$$\dot{\beta}_1 = K_2(pu\dot{v} - qv\dot{v} - r\dot{v}^2)$$

met:  $p=(\alpha_0-a_0)$  ;  $q=(\beta_0-b_0)$  ;  $r=(\beta_1-b_1)$  B1

Stel:  $p=ab$              $q=mn$              $r=dh$  B2

dan geldt:  $\dot{\alpha}_0 = \dot{a}b + a\dot{b}$

$$\dot{\beta}_0 = \dot{m}n + m\dot{n} \quad B_3$$

$$\dot{\beta}_1 = \dot{d}h + d\dot{h}$$

We zullen nu een uitdrukking voor  $\alpha_0$  afleiden:

Met B3 in B0 kunnen we schrijven:

$$a(\dot{b} + K_0bu^2) + \dot{a}b = -K_0(qu\dot{v} - ruv) \quad B4$$

Een oplossing voor b vindt men door te stellen:

$$\dot{b} - K_0bu^2 = 0 \quad B5$$

dus:  $b = C \exp.(-\int_0^t K_0 u^2 dt)$  B6

Uit B4 volgt:  $\dot{a}b = -K_0(qu\dot{v} - ruv)$  B7

Dit wordt met B6:

$$\dot{a} = -\frac{K_0}{C} \cdot \left[ \exp. \left( \int_0^t K_0 u^2 dt \right) \right] \cdot (qu\dot{v} - ruv) \quad B8$$

$$a = -\frac{K_0}{C} \int_0^t \left[ \exp. \left( \int_0^t K_0 u^2 dt \right) \cdot (qu\dot{v} - ruv) \right] d\theta + k \quad B9$$

$$ab = -K_0 \left[ \exp. \left( -\int_0^t K_0 u^2 dt \right) \right] \cdot \left[ \int_0^t \left\{ \exp. \left( K_0 u^2 dt \right) \cdot (quv - ruv) \right\} d\theta + k \right] \\ + kC \exp. \left( -\int_0^t K_0 u^2 dt \right) \quad B10$$

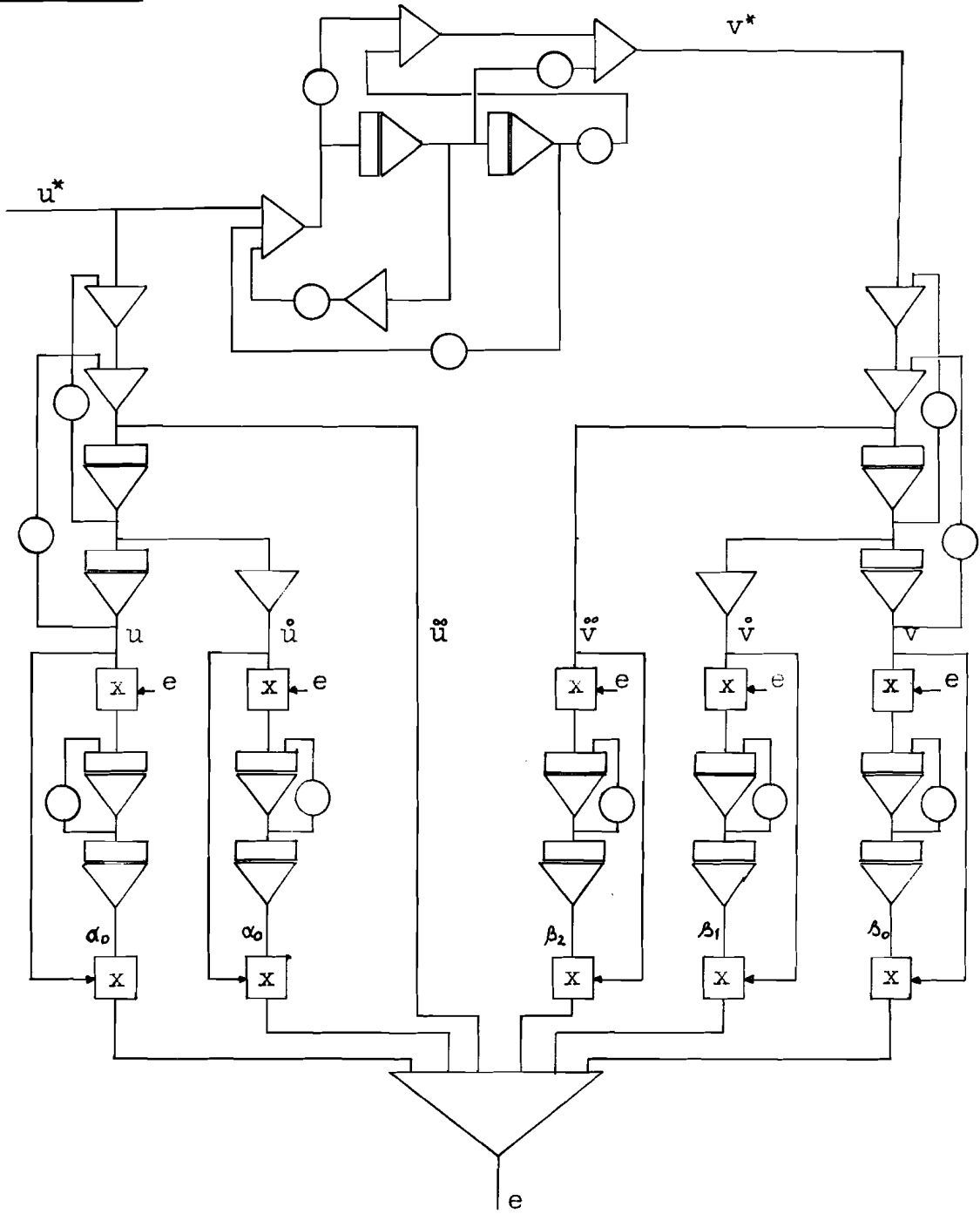
$$\text{Stel } \alpha_0(0) = 0 \quad \text{dan is : } -a_0 = kC \quad \text{B11}$$

$$\alpha_0(t) = a_0 - (a_0 + T_{a0}) \cdot \exp. \left( - \int_0^t K_0 u^2 dt \right) \quad \text{B12}$$

$$\text{met: } T_{a0} = K_0 \int_0^t \left\{ (quv^0 - ruv) \cdot \exp. (K_0 u^2 dt) \right\} d\theta \quad \text{B13}$$

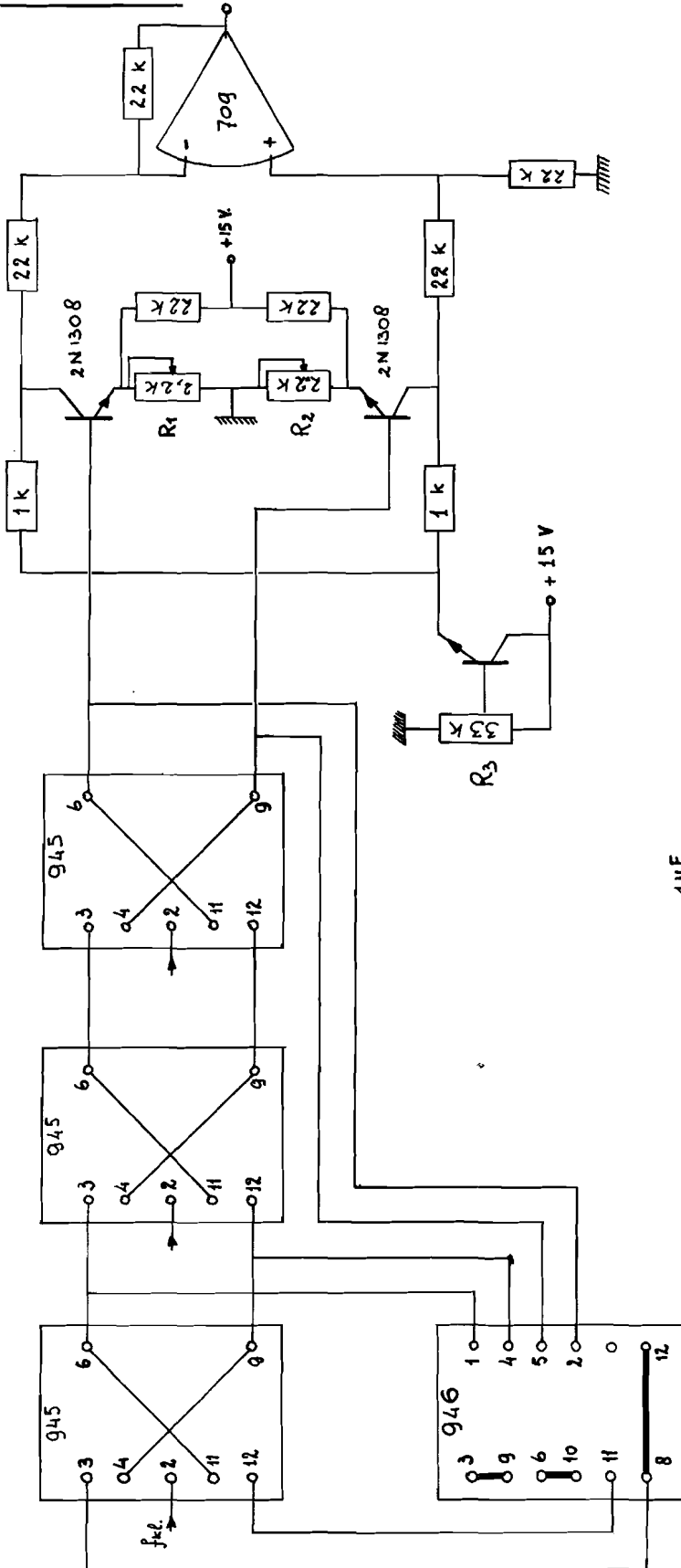
Voor  $\beta_0$  en  $\beta_1$  kunnen op dezelfde wijze uitdrukkingen afgeleid worden, die in 2.3.(10) zijn weergegeven.

BIJLAGE 3.

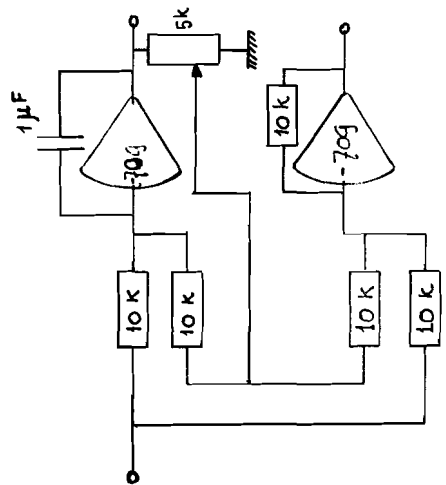




BIJLAGE 4a

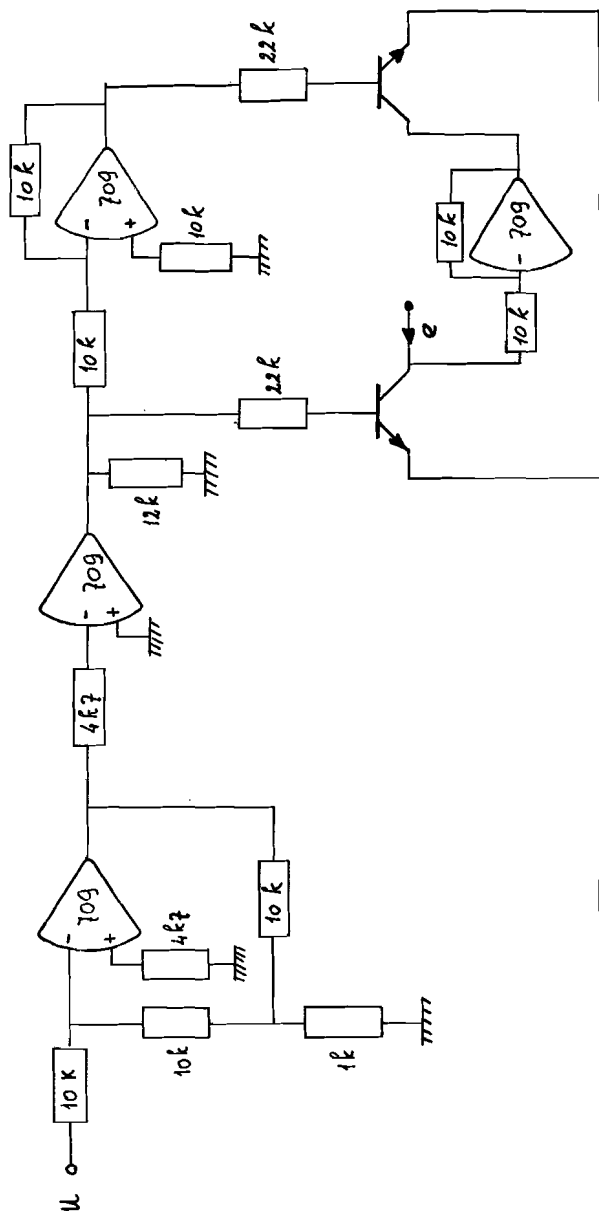


BIJLAGE 4b



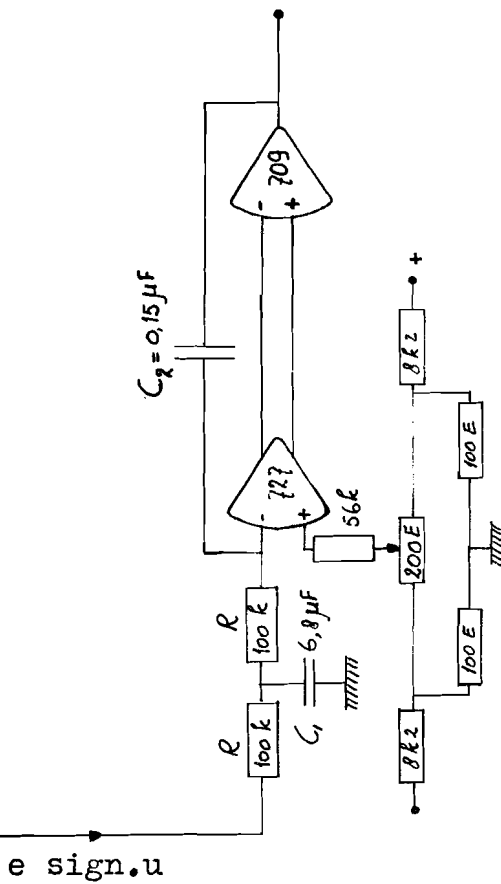
BIJLAGE 5a.

e sign.u



BIJLAGE 5b.

laagdoorlaatfilter  
+  
integrator.



Proces							Opmerking.
	$a_0$	$\alpha_0$	$b_0$	$\beta_0$	$b_1$	$\beta_1$	
$\frac{s+100}{2s+100}$	25	23,8	25	23,6	50	50,5	
$\frac{s+100}{2s+80}$	25	24,7	20	19,9	50	50,6	
$\frac{s+100}{2s+60}$	25	25,2	15	15,4	50	50,6	
$\frac{s+100}{2s+40}$	25	25,0	10	10,6	50	50,6	
$\frac{s+100}{2s+30}$	25	23,6	7,5	11,6	50	50,7	
$\frac{s+100}{2s+20}$	25		5		50		v te groot.
$\frac{s+80}{2s+100}$	20	17,8	25	21,8	50	50,5	zeer traag.
$\frac{s+60}{2s+100}$	15	0,1	25	0,2	50	50,4	pool-nulpunton- scheiding.
$\frac{s+200}{2s+100}$	50	47,9	25	24,8	50	50,4	grens van $v_{\max}$
$\frac{s+160}{2s+80}$	40	40,2	20	21,6	50	50,4	grens van $v_{\max}$
$\frac{s+200}{4s+200}$	50	51	50	51,1	100	101	
$\frac{s+160}{2s+160}$	40	39,7	40	40,2	50	50,5	
$\frac{s+100}{1,25s+100}$	25	18,8	25	20,0	31,25	31,3	$\overset{\circ}{v}_{\max}$
$\frac{s+380}{4s+380}$	95	96,6	95	97,1	100	100,1	
$\frac{s+118,7}{1,25s+118,7}$	29,7	21,6	29,7	23	31,25	31,5	$\overset{\circ}{v}$ te groot

Tabel 1.

Proces.							Opmerking.
	$a_0$	$\alpha_0$	$b_0$	$\beta_0$	$b_1$	$\beta_1$	
$\frac{s+100}{2s+100}$	25	26,0	25	26,4	50	50,85	
$\frac{s+100}{2s+20}$	25	25,0	5	4,95	50	50,8	
$\frac{s+100}{2s+10}$	25	25,6	2,5	2,55	50	50,8	grens van $v_{\max}$
$\frac{s+100}{2s+2}$	25	--	0,5	--	50	--	$v$ te groot.
$\frac{s+100}{2s+120}$	25	23,6	30	28	50	50,8	
$\frac{s+100}{2s+140}$	25	15	35	21,8	50	50,7	pool-nulpunt onderscheiding.
$\frac{s+80}{2s+100}$	20	10,9	25	13,1	50	50,6	pool-nulpunt onderscheiding.
$\frac{s+60}{2s+100}$	15		25		50		p-n onderscheiding.
$\frac{s+200}{2s+100}$	50	49,3	25	24,7	50	50,5	
$\frac{s+125}{2,5s+125}$	31,25	28,4	31,25	28,4	62,5	63	
$\frac{s+250}{5 \cdot s+250}$	62,5	53,7	62,5	52,3	125	112,5	$b_1$ buiten meetbereik.
$\frac{s+200}{4s+200}$	50	47,9	50	47,2	100	101,3	
$\frac{s+200}{2s+10}$	50	49,7	5	4,95	50	51,1	grens van $v_{\max}$
$\frac{s+200}{2s+80}$	50	49,1	20	19,8	50	51,1	
$\frac{s+380}{4s+380}$	95	90,5	95	90,3	100	101,3	
$\frac{s+127}{1,3s+127}$	31,6	7,8	31,6	6,7	33,3	34,1	$\hat{v}$ te groot.
$\frac{s+83,3}{1,6s+83,3}$	20,8	11,2	20,8	10,8	41,6	42,1	$\hat{v}$ te groot.

Tabel 2.

Proces							t sec	grafiek.
	$a_0$	$\alpha_0$	$b_0$	$\beta_0$	$b_1$	$\beta_1$		
$\frac{s+100}{2s+100}$	25	26,6	25	26,6	50	50,9	3	
$\frac{s+100}{2s+40}$	25	25,8	10	10,5	50	51	3	
$\frac{s+100}{2s+10}$	25	25,4	2,5	2,42	50	51,1	2	
$\frac{s+100}{2s+160}$	25	36,3	40	59,5	50	52,4	16	27
$\frac{s+30}{2s+100}$	7,5	9,9	25	30,8	50	50,1	6	19
$\frac{s+10}{2s+100}$	2,5	2,40	25	25,3	50	50,8	3	20
$\frac{s+2}{2s+100}$	0,5	0,35	25	25,3	50	50,8	4	21
$\frac{s+180}{2s+100}$	45	46,4	25	25,8	50	51,1	2	22
$\frac{s+200}{4s+200}$	50	52,0	50	52,2	100	102,8	4	24
$\frac{s+62,5}{1,25s+62,5}$	15,62	19,9	15,6	20,4	31,2	32,1	6	23
$\frac{s+50}{s+50}$	50	1,8	50,	2,1	25	26,5	65	25
$\frac{s+55,5}{1,11s+55,5}$	13,9	38,8	13,9	40,4	27,8	29,1	40	26
$\frac{s+50}{s+100}$	12,5	13,0	25	25,4	25	25,7	3	
$\frac{s+50}{s+80}$	12,5	13,6	20	21,0	25	25,6	3	
$\frac{s+50}{s+60}$	12,5	20,9	15	23,4	25	25,1	6	
$\frac{s+50}{s+55}$	12,5	--	12,5	--	25	24,3	180	
$\frac{s+30}{s+100}$	7,5	7,9	25	25,2	25	25,8	3	
$\frac{s+5}{s+100}$	1,25	1,29	25	24,9	25	26,1	3	
$\frac{s+1}{s+100}$	0,5	0,61	25	24,4	25	26,0	3	

Tabel 3.

Tabel.4

nr.	filter	proces	volt					volt					$f_{kl}$ (Hz)
			$b_2$	$b_1$	$b_0$	$a_1$	$a_0$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\alpha_1$	$\alpha_0$	
1	$\frac{1}{s^2+10s+200}$	$\frac{s^2+12s+50}{s^2+20s+50}$	100	40	10	24	10	92	35	2	21	5	0,4 x 511
2	$\frac{1}{s^2+10s+200}$	$\frac{s^2+12s+50}{s^2+20s+50}$	100	40	10	24	10	92	31	--	15	--	1 x 511
3	$\frac{1}{s^2+10s+200}$	$\frac{s^2+12s+50}{s^2+20s+50}$	100	40	10	24	10	93	35	--	17	--	2 x 511
4	$\frac{1}{s^2+10s+200}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	20	24	20	92	38	8,5	25	13	0,4 x 511
5	$\frac{1}{s^2+10s+200}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	20	24	20	regelt niet!					1 x 511 2 x 511
6	$\frac{1}{s^2+10s+100}$	$\frac{s^2+12s+50}{s^2+20s+50}$	100	40	10	24	10	regelt niet!					0,4 x 511 1 x 511 2 x 511
7	$\frac{1}{s^2+10s+100}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	20	24	20	93	36	14	23	16	0,4 x 511
8	$\frac{1}{s^2+10s+100}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	20	24	20	regelt niet!					1 x 511 2 x 511
9	$\frac{1}{s^2+10s+80}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	20	24	20	93	36	17	23	19	0,4 x 511

Tabel. 5

nr.	filter	proces	ingesteld(volt)					gemeten(volt)					f <sub>klok</sub> Hz
			b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>0</sub>	β <sub>2</sub>	β <sub>1</sub>	β <sub>0</sub>	α <sub>1</sub>	α <sub>0</sub>	
1	$\frac{1}{s^2+20s+100}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	20	24	20	regelt	niet				1x511
2	$\frac{1}{s^2+10s+60}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	20	24	20	93	36	17	23	19	2/5x511 1x511
3	$\frac{1}{s^2+10s+40}$	$\frac{s^2+12s+50}{s^2+20s+50}$	100	40	10	24	10	93	37	8,5	24	10	2/5x511
4	$\frac{1}{s^2+10s+80}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	25	24	25	103	36	19	21	21	2/5x511
5	$\frac{1}{s^2+10s+80}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	25	24	25	103	40	-	24	--	1x511
6	$\frac{1}{s^2+10s+80}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	25	24	25	103	30	36	17	35	1/5x511
7	$\frac{1}{s^2+10s+80}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	25	24	25	103	35	4	21	14	4/5x511
8	$\frac{1}{s^2+10s+40}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	66,6	24	50	101	40	52	24	40	1/20x511

nr.	Filter.	Proces.											$f_{kl}$ (Hz)	bij- lage.	fout x e
			$b_2$	$b_1$	$b_0$	$a_1$	$a_0$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\alpha_1$	$\alpha_0$			
1	$\frac{1}{s^2+10s+40}$	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	50	24	50	101	43	49	24	48	0,1x511	28	6
2	idem	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	50	24	50	101	40	48	22	47	id.	29	3
3	idem.	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	50	24	50	102	40	49	24	48	id.	30	8
4	idem.	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	50	24	50	102	40	50	24	48	id.	31	10
5	idem.	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	50	24	100	101	35	46	22	85	id.	32	10
6	idem.	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	50	24	25	101	30	--	14	--	id.		10
7	idem.	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	50	24	30	101	29	--	16,5	--	id.		10
8	idem.	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	50	24	35	101	39	36	22,5	26	id.		10
9	idem.	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	40	40	24	50	101	40	36	23	48	id.	33	10



Tabel.7.

$$f_{out}=10 \times e$$

$$f_{kl} : 0,1 \times 511$$

$$\text{filter: } \frac{1}{s^2+10s+40}$$

nr.	Proces.	ingesteld(volt)					gemeten(volt)					opmerking
		b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>0</sub>	β <sub>2</sub>	β <sub>1</sub>	β <sub>0</sub>	α <sub>1</sub>	α <sub>0</sub>	
1	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+60}$	100	40	30	24	50	101	39	28	23	48	
2	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+50}$	100	40	25	24	50	101	39	22	22	47	
3	$\frac{s^2+8s+100}{s^2+12s+100}$	100	40	50	16	50	101	40	47	16	48	
4	$\frac{s^2+8s+100}{s^2+30s+100}$	100	60	50	16	50	101	61	47	16	48	
5	$\frac{s^2+8s+100}{s^2+40s+100}$	100	80	50	16	50	101	82	47	16	48	
6	$\frac{s^2+8s+100}{s^2+10s+100}$	100	25	50	16	50	101	18,5	38	14,5	38	
7	$\frac{s^2+10s+100}{s^2+10s+100}$	100	20	50	20	50	104	-17	2,4	-2	3,9	
8	$\frac{s^2+20s+100}{s^2+10s+100}$	100	20	50	66,6	50	regelt niet					v te groot

Tabel 8.

proces:  $\frac{s^2 + 12s + 100}{s^2 + 20s + 100}$

nr.	Filter.	ingesteld(volt)					gemeten(volt)					f <sub>kl.</sub> Hz	fout %	grafiek
		b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>0</sub>	β <sub>2</sub>	β <sub>1</sub>	β <sub>0</sub>	α <sub>1</sub>	α <sub>0</sub>			
1	$\frac{1}{s^2 + 10s + 40}$	66,6	40	44,4	34,3	33,3	65	42	67	40	46	1/2x63	1	34
2	$\frac{1}{s^2 + 10s + 40}$	66,6	40	44,4	34,3	33,3	69	70	92	62	62	1/2x63	0,5	35
3	$\frac{1}{s^2 + 10s + 40}$	66,6	53,3	61,6	48	66,6	69	65	80	57	84	1/4x63	1,5	36
4	$\frac{1}{s^2 + 10s + 40}$	66,6	53,3	61,6	48	66,6	67	60	79	53	83	1/4x63	2	37
5	$\frac{1}{s^2 + 10s + 40}$	66,6	53,3	61,6	48	66,6	69	60	80	52	82	1/4x63	2,5	38
6	$\frac{1}{s^2 + 10s + 40}$	86,6	69,4	69,4	48	80	90	48	78	55	92	1/2x31	1,7	39
7	$\frac{1}{s^2 + 10s + 40}$	86,6	69,4	69,4	48	80	88	50	102	58	110	1/2x31	2	40
8	$\frac{1}{s^2 + 10s + 100}$	86,6	74,5	55	80	100	87	52	82	61	105	0,1x31	1,8	41
9	$\frac{1}{s^2 + 10s + 200}$	94,5	72,6	34,6	80	46,5	95	82	45	90	52	0,1x31	2,5	43

Tabel 9.

nr.	Proces.	volt					volt					f <sub>kl</sub> (Hz)	f <sub>out</sub> xe	bijlage
		b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>0</sub>	β <sub>2</sub>	β <sub>1</sub>	β <sub>0</sub>	α <sub>1</sub>	α <sub>0</sub>			
1	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	66,6	28,6	40	40	106	80	23	50	36	0,1x31	2	44
2	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	66,6	28,6	40	40	108	72	23	49	38	0,1x31	2,5	45
3	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+100}$	100	66,6	28,6	40	40	109	77	22	49	34	0,1x31	3,5	46
4	$\frac{s^2+12s+150}{s^2+20s+100}$	100	66,6	28,6	40	60	106	80	26	52	62	0,1x31	3,5	
5	$\frac{s^2+12s+70}{s^2+20s+100}$	100	66,6	28,6	40	28	107	68,5	22	41	22	0,1x31	3,5	
6	$\frac{s^2+12s+100}{s^2+20s+50}$	100	66,6	14,3	40	40	107	75	9,4	46,5	25	0,1x31	3,5	
7	$\frac{s^2+8s+100}{s^2+20s+100}$	100	66,6	28,6	30	40	107	71,3	25	30	38	0,1x31	3,5	
8	$\frac{s^2+8s+100}{s^2+30s+100}$	100	100	28,6	30	40	109	103	25,7	28,9	39	0,1x31	3,5	

Filter:  $\frac{s^2+10s+40}{1}$

nr.	PROCES	volt		volt		volt		grafiek
		$a_0$	$\alpha_0$	$b_0$	$\beta_0$	$b_1$	$\beta_1$	
1	$\frac{s+100}{2s+100}$	5	4,98	5	5,23	10	9,98	48
2	$\frac{s+100}{2s+80}$	5	5,10	4	4,32	10	10,0	49
3	$\frac{s+100}{2s+60}$	5	5,19	3	3,23	10	10,02	50
4	$\frac{s+100}{2s+40}$	5	5,23	2	2,29	10	10,02	51
5	$\frac{s+100}{2s+120}$	5	4,30	6	5,20	10	9,84	52
6	$\frac{s+100}{2s+110}$	5	4,62	5,5	5,16	10	9,89	53
7	$\frac{s+120}{2s+100}$	6	5,91	5	5,05	10	9,86	54
8	$\frac{s+200}{2s+100}$	10	10,15	5	5,29	10	9,79	55
9	$\frac{s+83,3}{1,6s+83,3}$	4,17	3,35	4,17	3,25	8,33	8,16	56
10	$\frac{s+62,5}{2s+62,5}$	3,2	--	3,2	--	6,25	5,86	57
11	$\frac{s+125}{2,5s+125}$	6,25	6,11	6,25	6,21	12,5	12,30	58
12	$\frac{s+200}{2s+20}$	10	10,32	1	1,10	10	9,73	59
13	$\frac{s+200}{2s+40}$	10	10,21	2	2,11	10	9,69	60
14	$\frac{s+200}{2s+50}$	10	10,18	2,5	2,63	10	9,69	61
15	$\frac{s+200}{2s+60}$	10	10,16	3	3,16	10	9,71	62
16	$\frac{s+200}{2s+70}$	10	10,16	3,5	3,68	10	9,73	63
17	$\frac{s+200}{2s+80}$	10	10,12	4	4,20	10	9,73	
18	$\frac{s+100}{2s+20}$	5	5,30	1	1,25	10	10,03	64
19	$\frac{s+100}{2s+140}$	5	2,80	7	3,90	10	9,66	65
20	$\frac{s+100}{2s+160}$	5	--	8	--	10	9,24	66

Tabel 10