

MASTER

Onderzoek aan een multimode monopuls antenne-richtsysteem voor het volgen van de satelliet OLYMPUS

Colombara, M.P.J.L.

Award date:
1992

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

ONDERZOEK AAN EEN MULTIMODE MONOPULS
ANTENNE-RICHTSYSTEEM VOOR HET VOLGEN
VAN DE SATELLIET OLYMPUS

door M.P.J.L. Colombara

Verslag van het afstudeerwerk,
uitgevoerd van april 1991 tot april 1992

Afstudeer hoogleraar : Prof.Dr.Ir. G. Brussaard
Begeleider : Ir. J. Dijk

**De Faculteit der Electrotechniek van de Technische Universiteit Eindhoven aanvaardt geen
verantwoordelijkheid voor de inhoud van stage- en afstudeerverslagen.**

Samenvatting

Aan de Technische Universiteit Eindhoven wordt propagatie-onderzoek verricht o.a. met de satelliet Olympus. Het doel van het onderzoek is het verzamelen van gegevens m.b.t. de invloed van de atmosfeer op enkele belangrijke transmissie-parameters (demping, scintillatie en depolarisatie), die van belang zijn voor het ontwerpen van satellietcommunicatiesystemen in de 20/30 GHz band.

Het is daarom noodzakelijk om de ontvangantenne met een diameter van 5.5 meter (die voor dergelijke hoge frequenties een kleine bundelbreedte heeft) zeer nauwkeurig gericht te houden op de satelliet. De TUE heeft een eigen antenne-volgsysteem ontwikkeld t.b.v. dit project. Dit huidige volgsysteem omvat twee principes die beide hun eigen voor- en nadelen hebben. Het betreft enerzijds een methode op basis van het 'hill-climb'-principe en anderzijds een methode op basis van het bekende baanmodel van de Olympus.

Dit verslag handelt over een derde principe, dat de voordelen van beide andere methoden kent, en de nadelen zoveel mogelijk onderdrukt. Het betreft de monopuls richtmethode op basis van de som- en verschil-vergelijking. Er wordt gebruikt gemaakt van verschillende signalen die horen bij verschillende antenne-patronen. Door deze signalen onderling te vergelijken worden atmosferische invloeden geëlimineerd. Bovendien kan de antenne in één keer bijgestuurd worden, door gebruik te maken van een hoekafhankelijkheid in het ontvangen verschil-signaalvermogen.

Er wordt een theoretische beschouwing gegeven t.a.v. de nauwkeurigheid waarmee de satelliet gevolgd kan worden. Aan de hand van een nauwkeurige analyse van de uitgekoppelde signalen, worden modellen (voor twee orthogonale richtingen) berekend voor de volgsignalen. Simulaties aan de hand van deze signaalmodelleringen geven een indicatie voor de haalbare richtnauwkeurigheid. Willekeurige tijdvariabele fase-draaiingen in de elevatiegevoelige (volg)signaalverhouding resulteren echter in de conclusie dat het op dit moment (m.b.v. de modi, zoals ze nu worden uitgekoppeld) niet zinvol is om de monopuls richtmethode te implementeren. De oorsprong van de fase-draaiingen wordt gezocht in het uitkoppelsysteem. Veranderingen aanbrengen in dit uitkoppelsysteem is niet alleen zeer complex (vanwege de compactheid en de slechte bereikbaarheid van de betreffende trilholte), maar vereist waarschijnlijk ook een onderbreking van de propagatie-metingen. Hierdoor én vanwege het risico dat andere delen van het uitkoppelsysteem mogelijk ook beïnvloed worden, is het niet mogelijk geweest hieraan nader onderzoek te verrichten (wel worden aanbevelingen t.a.v. een dergelijk onderzoek beschreven).

Inhoudsopgave

Samenvatting

Lijst van gebruikte symbolen en afkortingen	3
1. Inleiding	7
2. Het multimode monopuls principe	9
2.1 Inleiding	9
2.2 De som- en verschilvergelijking	9
2.3 Een mogelijke volg-strategie	10
3. Het multi-frequentie belichter- en uitkoppelsysteem	12
3.1 Inleiding	12
3.2 De belichter	12
3.3 Het uitkoppelsysteem	13
3.4 Metingen aan het belichter- en uitkoppelsysteem	21
3.5 De 20 GHz ontvanger	24
3.5.1 Het Front end	24
3.5.2 De IF ontvanger	25
4. Theoretische beschouwing van de richtnauwkeurigheid	26
4.1 Inleiding	26
4.2 Het doorschietprincipe	26
4.3 Maximum Likelihood Estimation	28
4.4 Bepaling van richtnauwkeurigheid	32
5. Invloed van de ruis op de richtfourhoek	40
5.1 Inleiding	40
5.2 Theoretische bepaling van de fourhoek in het ruisvrije geval	40
5.3 Theoretische bepaling van de fourhoek in aanwezigheid van ruis	48

6.	Analyse van TUE tracking signalen	54
6.1	Inleiding	54
6.2	Complexe beschouwing van de tracking signalen	54
6.3	Experimenten en resultaten	70
7.	Conclusies en aanbevelingen	91
7.1	Conclusies	91
7.2	Aanbevelingen	92
Literatuurlijst	94
Bijlage I	Technische tekeningen van het uitkoppelsysteem	96
Bijlage II	Maximum Likelihood Estimation uitwerkingen	99
Bijlage III	Statistische beschouwing t.a.v. de totale fouthoek	108

Lijst van gebruikte symbolen en afkortingen

a	Straal van golfpijp [m]
A	Geometrische oppervlakte van apertuur [m ²] Amplitude van gemeten (complexe) signalen $k \times k$ matrix
A_{Δ}, A_{Σ}	Amplitude van gemeten verschil- en somsignaal
b	Vector ter lengte k
B	Bandbreedte [Hz]
B_0, B_1, B_2	Bakensignalen van de Olympus op resp. 12.5, 20 en 30 GHz
C	Hulpfactor [/ deg^2]
D	Diameter van antenne [m]
DS	Helling in het amplitude-diagram van het verschilpatroon [/ deg]
DS_0	Maximum van DS bij een gegeven antenne-rendement voor het verschilsignaal [/ deg]
$\underline{\epsilon}$	(fouten)Assenstelsel
ϵ_1, ϵ_2	Fout in respectievelijk H- en V polarisatie-richting [deg]
$\epsilon_{az}, \epsilon_{el}$	Fout in resp. azimuth- en elevatie-richting [deg]
$\epsilon_{azn}, \epsilon_{eln}$	Elementen uit EPS_{az} en EPS_{el}
EPS_{az}, EPS_{el}	Foutenmatrix voor azimuth- en elevatie-richting
$E(R^k)$	k^{de} moment van variable R
η_s	Ruisvermogensdichtheid [W/Hz]
η_a	Antenne-efficiëntie
η_{Δ}	Antenne-rendement voor het verschilsignaal
$\Gamma(x)$	Gamma-functie
f	Frequentie [Hz]
F_{uitk}, F_L, F_M, F_V	Ruisgetal van verschillende onderdelen in ontvanger
$F_R(r)$	Kansverdelingsfunctie van r
G_0	Maximale antennewinst bij uniforme veldverdeling over apertuur
G_{Σ}	Maximale antennewinst bij bij gegeven antenne-efficiëntie
G_V	Versterking van IF-versterker
\underline{G}	Niet-lineaire vector functie

H_{1p}	Polaire gevoeligheid coëfficiënt bij H-gevoeligheid [/deg]
H_1	Az/el gevoeligheid coëfficiënt bij az-gevoeligheid [/deg]
H_2	Az/el gevoeligheid coëfficiënt bij el-gevoeligheid [/deg]
H_{az}, H_{el}	Az/el coëfficiënten matrix bij resp. az- en el. gevoeligheid [/deg]
\underline{H}	Magnetische veldsterkte [A/m]
\underline{H}_l	Component van magnetisch veld langs opp. [A/m]
\underline{H}_z	Component van magnetisch veld in z-richting [A/m]
$\underline{H}_{//1}, \underline{H}_{//2}$	Component van magnetische veld aan beide kanten van uitkoppelspleet [A/m]
HE_{mn}, EH_{mn}	Elektromagnetische golven
θ	Fouthoek (zonder ruis) [deg]
θ_{az}, θ_{el}	Fouthoek in azimuth (elevatie) richting [deg]
θ_n	Ruisfouthoek [deg]
θ_{max}	Halve bijregelgrootte in het doorschietprincipe [deg]
i	index
I_{az}, I_{el}	Imaginaire deel van het gemeten signaal
IH1, IX1, IX21, IH2, IX22, IO1, IO2	Imaginaire delen van gevoeligheid-, overspraak- en 'offset'- coëfficiënten
$J_k(u)$	Gemodificeerde k^{de} orde Besselfunctie van u van de eerste soort
$J'_k(u)$	Afgeleide van $J_k(u)$
k	Propagatieconstante van modus [/m] Constante van Boltzmann [J/K]
L_{ATM}	Atmosferische verliezen
L_{schak}	Schakelverliezen
L_{uitk}, L_L, L_M	Verzwakking van verschillende devices in ontvanger
λ	Vrije ruimte golflengte [m]
λ_c	Afsnijpgolflengte van modus [m]
λ_g	Golflengte van golf in golfpijp [m]
$M(\alpha, \beta; x)$	Confluente hypergeometrische functie
μ	Verwachtingswaarde
\underline{n}	Normaalvector
N	Aantal samples; Ruisvermogen [W]

O_1	Offset in azimuth-gevoelig volgsignaalverhouding
O_2	Offset in elevatie-gevoelig volgsignaalverhouding
$p_N(n)$	Kansdichtheidsfunctie van de ruis
$p_R(r)$	Kansdichtheidsfunctie van de fouthoek aan de ontvangzijde
P_{Σ}	Ontvangen somsignaalvermogen [W]
P_{Δ}	Ontvangen verschilsignaalvermogen [W]
$Q_m(a,b)$	Gegeneraliseerde Q-functie
r	Richtnauwkeurigheid [deg]
Raz, Rel	Reëel deel van gemeten signaal
RH1, RX1, RX21, RH2, RX22, RO1, RO2	Reële delen van de gevoeligheid-, overspraak- en 'offset'- coëfficiënten
σ_n	Variantie van de ruis [W]
τ	Tilt-angle (kantelhoek) [deg]
t	Tijd [s]
t_i	i^{de} samplemoment [s]
t_{opt}	Optimale regeltijd [s]
t_s	Samplesnelheid [s]
t_r	Regeltijd [s]
T	Systeemruistemperatuur [K]
T_A	Antenneruistemperatuur [K]
T_{e1}	Equivalentente ruistemperatuur van het uitkoppelgedeelte [K]
T_r	Ruistemperatuur op referentievlak [K]
T_{Δ}	Systeemruistemperatuur van verschilkanaal [K]
TE_{mn}	Transversaal elektrische golven
TE11	Gebruikte sommodus
TE21	Gebruikte verschilmodus
U	Complex signaal
\hat{U}	Gemeten genormeerde waarde van verschilsignaal
U_{az}, U_{e1}	Matrix van gemeten trackingsignalen
U_{azn}, U_{eln}	Elementen uit U_{az}, U_{e1}
ϕ	Poolcoördinaat [deg]
	Fase van gemeten signalen [deg]
$\phi_{\Delta}, \phi_{\Sigma}$	Fase van gemeten verschil- en somsignaal [deg]

X_{1p}	Polaire overspraak coëfficiënt bij H-gevoeligheid [/ deg]
X_1	Az/el overspraak coëfficiënt bij az-gevoeligheid [/ deg]
X_{21}	Az/el overspraak coëfficiënt bij el-gevoeligheid [/ deg]
X_{22}	Az/el rotatie coëfficiënt bij el-gevoeligheid [/ deg^2]
x, X	Hulpvariabelen
X_{mn}	n^{de} oplossing van $J_m(X) = 0$
X'_{mn}	n^{de} oplossing van $J'_m(X) = 0$
y, Y	Hulpvariabelen
ω_{ant}	Satelliethoeksnelheid t.o.v. antenne [deg/s]
$\Omega(a,b)$	Likelihood functie van de variabelen a en b
z, Z	Hulpvariabelen
A/D	Analoog Digitaal
EIRP	Effective Isotropic Radiated Power
ESTEC	European Space research and TEchnology Centre
FSL	Free Space Loss
I-Q meetmethode	In fase-Quadratuur meetmethode
LNA	Low Noise Amplifier
MAP	Maximum A posteriori Probability
MLE	Maximum Likelihood Estimation
SNR	Signal to Noise Ratio
TUE	Technische Universiteit Eindhoven
XPD	Cross Polar Discrimination

1. Inleiding

De hedendaagse maatschappij steunt voor een belangrijk gedeelte op de mogelijkheid om snel en betrouwbaar (veel) informatie uit te wisselen. Tegelijkertijd met de behoefte aan deze informatie-uitwisseling is ook de behoefte ontstaan aan betrouwbare communicatie-kanalen, die aan de eisen van de gebruikers voldoen.

Communicatie kan men verdelen in twee categorieën:

- * geleide communicatie
- * ongeleide communicatie

Onder geleide communicatie wordt onder andere communicatie via glasvezels en coax-kabels verstaan, terwijl tot de ongeleide communicatie, communicatie via de atmosfeer en de ruimte behoort.

Vanwege de steeds groter wordende vraag naar bandbreedte zullen steeds hogere draaggolffrequenties hun toepassing in onder meer de satellietcommunicatie vinden.

Op het terrein van de Technische Universiteit Eindhoven is in het kader van het Olympus project een grondstation ingericht voor de ontvangst van bakensignalen van de satelliet Olympus.

Het propagatiepakket omvat drie bakens met frequenties rond 12.5 GHz (B0), 20 GHz (B1) en 30 GHz (B2). Alle signalen zijn lineair gepolariseerd. B0 en B2 zijn verticaal gepolariseerd, terwijl de polarisatie-richting van het 20 GHz bakensignaal met een frequentie van 933 Hz tussen twee orthogonale oriëntaties wordt geschakeld. Aan de hand van experimenten en metingen aan deze bakens worden gegevens verzameld en opgeslagen, m.b.t. de invloed van de atmosfeer op enkele transmissie-parameters (demping, scintillatie en depolarisatie), die van belang zijn voor het ontwerpen van satellietcommunicatiesystemen in de 30/20 GHz band.

Voor dergelijke propagatie-experimenten is het noodzakelijk dat de ontvangantenne voortdurend en zeer nauwkeurig de beweging van de satelliet volgt. Immers, een variatie in de positie van de satelliet t.o.v. de antenne zal een verandering in het gedrag van de communicatieverbinding tot gevolg hebben wanneer er niet gecompenseerd wordt.

Daartoe is er in het TUE grondstation een tracking-systeem ontwikkeld dat tot taak heeft de satelliet onder alle omstandigheden zo goed mogelijk te volgen.

In de huidige vorm omvat het tracking-systeem twee principes:

- * Step-track
- * ESTEC-track

Bij step-track wordt de richting bepaald door te zoeken waar de maximale signaalsterkte optreedt. Een nadeel van deze methode is echter dat ze alleen goed werkt indien er geen sprake is van een grote signaaldemping (dus alleen bij hoge SNR).

ESTEC-track is in zoverre een 'beter' principe, dat er geen gebruik wordt gemaakt van de ontvangen signalen. Immers aan de hand van baanvoorspellingen, worden door ESTEC coëfficiënten voor azimuth en elevatie verschaft aan de deelnemers aan het project. Hiemee wordt de antenne dan voortdurend (in alle weersomstandigheden) bijgestuurd volgens de (voorspelde) beweging van de satelliet. Een bijkomend voordeel van de ESTEC-track is dat, door de minieme bijsturing die plaatsvindt, de gegevens nauwelijks gecorrumpeerd worden in vergelijking met de step-track, waar door het heen en weer bewegen van de antenne echte 'halen' in de data zichtbaar zijn. Gedurende deze periode (een step-track duurt gemiddeld 2 à 3 minuten) zijn de geregistreerde gegevens niet bruikbaar.

Een nadeel van de ESTEC-track is dat deze manier van volgen nutteloos is wanneer er problemen zijn met het verspreiden met de predicties, of wanneer de predicties fout blijken te zijn (bijvoorbeeld t.g.v. plotselinge) baanveranderingen).

Daarom verdient het de aanbeveling om naast deze twee vormen van antenne-tracking nog een andere vorm beschikbaar te hebben die als het ware de voordelen van beide andere manieren biedt.

Deze nieuwe methode moet dus werkzaam zijn onder alle weersomstandigheden en bovendien snel zijn. D.w.z. in één keer moet de antenne naar de gewenste positie gestuurd worden, zodat de data zo weinig mogelijk gecorrumpeerd wordt. Bovendien is het wenselijk dat deze methode volledig op zichzelf werkend is (anders dan bij de ESTEC-track waar regelmatig nieuwe predicties ingevoerd moeten worden).

Dit verslag handelt over een antenne-richtsysteem op basis van een multimode monopuls principe, te weten de som- en verschilvergelijking. Het principe ervan wordt in hoofdstuk 2 beschreven.

Hoofdstuk 3 behandelt het belichter- en uitkoppelsysteem noodzakelijk voor het verkrijgen van de gewenste signalen. Hoofdstuk 4 beschrijft de nauwkeurigheid waarmee volgens het zogenaamde 'doorschiet principe' de antenne gericht kan worden. De invloed van de ruis op deze richtnauwkeurigheid wordt in hoofdstuk 5 beschreven. In hoofdstuk 6 worden aan de hand van signaalanalyses simulaties beschreven terwijl tenslotte in hoofdstuk 7 enkele conclusies getrokken worden en enkele aanbevelingen aangaande het monopuls volgsysteem gegeven worden.

2. Het multimode monopuls principe

2.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt het principe van het in dit verslag beschreven antenne-richtsysteem nader toegelicht. Tevens wordt er aandacht besteed aan een mogelijke strategie op basis waarvan de antenne gericht wordt.

2.2 De som- en verschilvergelijking

Bij het multimode monopuls principe worden verschillende signalen, die bij verschillende antennepatronen behoren, achter de feed uitgekoppeld. Door de verschillende signalen t.o.v. elkaar te beschouwen zullen atmosferische invloeden geëlimineerd worden (die invloed zal immers bij alle gebruikte signalen even groot zijn). Wanneer nu voor één van de signalen een (richt)hoekafhankelijkheid van het vermogen bekend is, kan in principe op basis van één meting de richtfout bepaald worden.

Er zijn verschillende mogelijkheden voor een dergelijk monopulssysteem. Een veel gebruikt principe is de zogenaamde som- en verschilvergelijking.

Hierbij worden t.b.v. het volgen van een bakensignaal twee signalen uitgekoppeld voor elk van de twee orthogonale richtingen waarin de antenne bijgestuurd wordt.

Het *somsignaal* (een even functie rondom de hoofdrichting) heeft een maximum in de hoofdrichting en dient als amplitude- en fasereferentie.

Het *verschilsignaal* is een oneven functie rond de hoofdrichting en dient dus als volgsignaal. Voor de hoekafhankelijkheid in het ontvangen verschilsignaalvermogen wordt de in eerste instantie de helling DS (zie fig. 2.1) in het spanningsdiagram van het verschilpatroon gebruikt (dit moet later natuurlijk omgerekend worden op vermogensbasis).

Het quotiënt van verschil- en somsignaal is dan alleen afhankelijk van de richting van het object t.o.v. de hoofdrichting (omdat bij een kleine variatie rondom de hoofdrichting de verandering in het somsignaalvermogen t.g.v. de richtfout te verwaarlozen is ten opzichte van de verandering in het verschilsignaalvermogen).

Figuur 2.1 toont het verloop van dergelijke signalen:

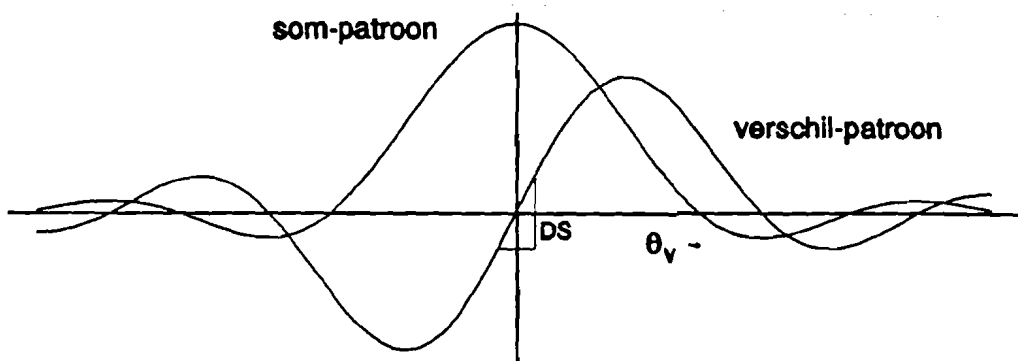


Fig. 2.1: Antenne spanningsdiagrammen behorende bij som- en verschilmodi

2.3 Een mogelijke volg-strategie

Het multimode monopuls antenne-richtsysteem kan zodanig ontwikkeld worden gebruikt worden om de antenne voortdurend binnen een bepaald gebied van nauwkeurigheid gericht te houden. Wanneer de antenne op een bepaald tijdstip zodanig gericht wordt dat op dat moment het ontvangen somsignaalvermogen maximaal is zal de richtfout in één richting een harmonisch verloop tonen indien de antenne niet meer bewogen wordt. In nagenoeg één etmaal zal de harmonische functie 1 periode doorlopen hebben. Figuur 2.2 toont dit verloop. Aan de hand van metingen op basis van de som- en verschilvergelijking kan gedetecteerd worden wanneer de antenne een, door de gebruiker vooraf ingestelde, gewenste (maar natuurlijk wel binnen de mogelijkheden van de methode) nauwkeurigheid bereikt. In figuur 2.2 zijn de grenzen met stippellijnen weergegeven. Op dat moment wordt de antenne zodanig bijgestuurd dat de andere grens van nauwkeurigheid bereikt wordt. Immers door de beweging van de satelliet op dat moment zal de fout gedurende de volgende periode van stilstand zich binnen het tolerantiebandje bevinden. Ook dit verloop van de fouthoek is in figuur 2.2 weergegeven.

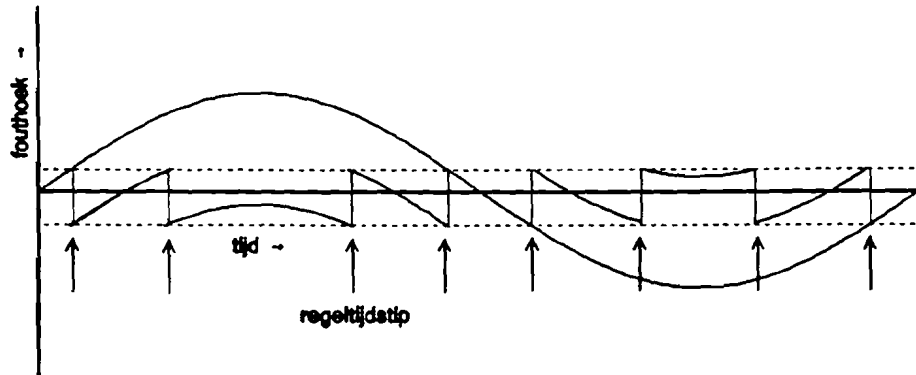


Fig. 2.2 : Verloop van fouthoek met en zonder correctie van antenne-positie

In de volgende hoofdstukken zal beschreven worden welke modi uit het 20 GHz signaal gebruikt worden als respectievelijk het som-signaal en het verschilsignaal. Verder wordt er op basis van bovenstaande strategie een theoretische beschouwing t.a.v. de richtnauwkeurigheid gegeven.

3. Het multi-frequentie belichter- en uitkoppelsysteem

3.1 Inleiding

Een belangrijk onderdeel van de 5.5 meter Cassegrain antenne vormt het belichter- en uitkoppelsysteem. Dit systeem bepaalt in grote mate de stralingseigenschappen van de antenne. Het systeem moet o.a. een tracking gebaseerd op het monopuls principe voor 20 GHz mogelijk maken. Een gegroefde conische hoorn, die zodanig ontworpen is, dat hij geschikt gemaakt is voor de bakensignaal frequenties van de Olympus, dient als belichter. Het uitkoppelsysteem bestaat uit een golfpijpcircuit met coaxiale modus uitkoppelaars (of trilholten). In dit hoofdstuk wordt aandacht geschonken aan het ontwerp van het uitkoppelsysteem, zoals het nu wordt gebruikt.

3.2 De belichter

Als belichter wordt in het Cassegrain-systeem vaak een gegroefde conische hoorn gebruikt.

In een gegroefde hoorn kunnen er twee soorten modi optreden: de HE_{mn} -modi en de EH_{mn} -modi. Het gedrag van de hoorn wordt vooral bepaald door de eerste (het dichtst bij de golfpijp gelegen) groeven. Immers omdat het scheidingsvlak tussen de golfpijp en de hoorn een discontinue overgang is, kunnen bij deze overgang veel (ongewenste) modi aangestoten worden, die echter wel uitdoven. Omdat de trilholte waar de tracking-modus uitgekoppeld wordt, de eerste is na de belichter, zal deze trilholte het meeste hinder ondervinden van de ongewenste modi. Om het aantal ongewenste modi te verkleinen is het noodzakelijk om een betere overgang van gegroefde hoorn naar golfpijp te ontwerpen. Hiervoor zijn indertijd bij het ontwerpen van het systeem een aantal varianten in overweging genomen. Vanwege de eis dat bij 20 GHz de tracking modus (de TE₂₁-modus) moet propageren en dat bij 30 GHz de XPD zo groot mogelijk moet zijn, bleven er uiteindelijk twee mogelijkheden over.

- 'throat' met diepe groeven

Hierbij wordt de groefperiodiciteit vergroot en wordt de groefdiepte groter dan $\lambda/4$ gekozen (in de praktijk komt dit neer op 19.015 mm i.p.v. 18.75 mm)

- de geprofileerde 'ringloaded throat'

In dit geval wordt in de 'throat' zoals hierboven beschreven is een 'ringloaded' structuur aangebracht. Dit betekent dat er aan het uiteinde van elke groef een holte wordt gemaakt.

Het is gebleken dat beide aanpasstukken een groot nadeel hebben.

Wanneer gebruik gemaakt wordt van de 'throat' met diepe groeven wordt het volg signaal met ongeveer 10 dB verlies uitgekoppeld, terwijl in het geval van de geprofileerde 'ringloaded throat' een verlies van ongeveer 5 dB voor het copolar signaal optreedt. Het is mogelijk dat dit vermogensverlies optreedt door reflectie van vermogen. Dit verlies van het copolar signaalvermogen kan van grote invloed zijn op de stralingsdiagrammen van het antennesysteem. Daarom is indertijd dan ook gekozen voor de throat met diepe groeven.

Het stralingsdiagram van het tracking-signaal wordt daarom mogelijk wél door reflecties beïnvloed.

3.3 Het uitkoppelsysteem

In een ronde golfpijp kunnen zich twee soorten elektromagnetische golven voortplanten:

- * Transversaal magnetische golven (TM-golven)
- * Transversaal elektrische golven (TE-golven)

Bij de TE golven is het elektrische veld in de z-richting nul (met de z-richting wordt de richting van golfvoortplanting bedoeld), terwijl bij de TM golven het magnetische veld in de z-richting nul is.

Voor de golflengte van een golf in de golfpijp kunnen we schrijven:

$$\lambda_g = 2\pi/k = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}} \quad (3.1)$$

waarin λ de vrije ruimte golflengte is
 k de propagatieconstante (het golfgetal) van de modus is
 λ_c de afsnijgolflengte van de modus is

Wanneer de vrije ruimte golflengte van een golf groter is dan de afsnijgolflengte, kan de golf zich niet door de golfpijp voortplanten.

Voor de afsnijgolf lengtes van de TM en TE-modi geldt respectievelijk:

$$\begin{aligned} \lambda_c &= \frac{2\pi}{X_{mn}} \cdot a && \text{TM-modi} \\ \lambda_c &= \frac{2\pi}{X'_{mn}} \cdot a && \text{TE-modi} \end{aligned} \tag{3.2}$$

Waarin X_{mn} en X'_{mn} de n-de oplossing van $J_m(X)=0$ en $J'_m(X)=0$ zijn en waarin a de straal van de golfpijp is ($J_m(X)$ is de gemodificeerde m^{de} orde Besselfunctie van de eerste soort, en $J'_m(X)$ is de afgeleide van $J_m(X)$).

Voor de som- en verschilmodi zoals die in hoofdstuk 2 beschreven zijn heeft de TE₁₁-modus de gewenste symmetrie voor de som-modus, terwijl de TE₂₁-modus de gewenste anti-symmetrie heeft. In fig. 3.1 is een schets van het verloop van het transversale elektrische veld van de betreffende modi weergegeven. Met de + + + en - - - is de richting van de z-component van de magnetische veldsterkte weergegeven.

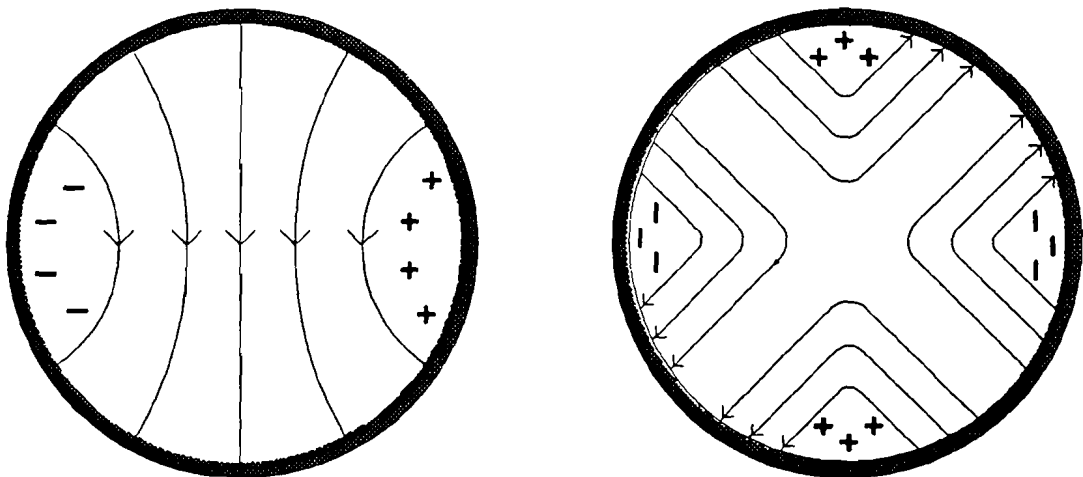


Fig. 3.1: Schets van het transversale E-veld in een ronde golfpijp

Links: TE₁₁-modus Rechts: TE₂₁-modus

(met + + en - - is (de richting van) H_z weergegeven)

De verschillende modi die dus in een ronde golfpijp kunnen optreden, moeten gescheiden worden om ze te kunnen detecteren. Dit gebeurt met behulp van spleten in de golfwand.

Voor de stroomdichtheid langs een oneindig goed geleidende wand, veroorzaakt door een langslopende elektromagnetische golf geldt:

$$\underline{n} \times \underline{H} = \underline{n} \times \underline{H}_t = \underline{J}_s \tag{3.3}$$

waarin \underline{n} de normaalvector op de wand voorstelt

\underline{H} de magnetische veldsterkte in A/m is

\underline{J}_s de oppervlakte-stroomdichtheid in A/m is

\underline{H}_t de component van de magnetische veld langs het oppervlak is

In figuur 3.2 (links) zijn de richtingen van de magnetische veldsterkte, de stroomdichtheid en de normaalvector op de wand gedefiniëerd.

Vermogen kan op een eenvoudige manier uitgekoppeld worden door, met een smalle spleet waarvan de lengte de halve (vrije ruimte) golflengte is, de stroom als het ware door te snijden. Bij de spleet geldt dan als randvoorwaarde:

$$\underline{H}_{//1} = \underline{H}_{//2} \tag{3.4}$$

D.w.z. aan weerszijden van de spleet is de component van de magnetische veldsterkte die evenwijdig loopt aan het oppervlak even groot. Uitkoppeling met een spleet wordt dan ook wel magnetische uitkoppeling genoemd. In figuur 3.2 (rechts) zijn de beide componenten van het magnetische veld parallel aan een smalle spleet in een wand getekend.

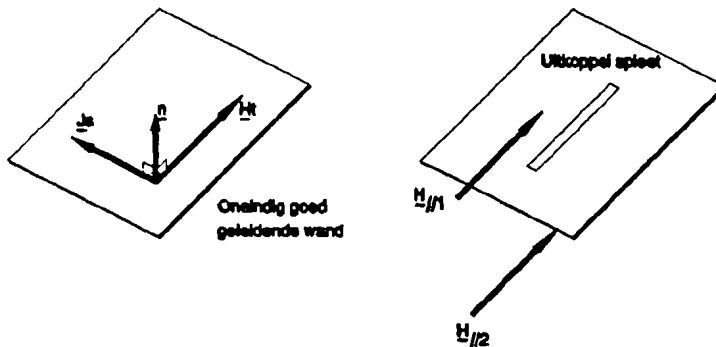


Fig. 3.2: Definitie van de richtingen van de magn. veldsterkte, de stroomdichtheid en de normaalvector (links) en de parallelle componenten van de magn. veldsterkte bij spleetuitkoppeling (rechts)

Indien de spleet vrij smal is en wanneer de lengte dus gelijk is aan de helft van de vrije ruimte golflengte, treedt er in de spleet resonantie op en is de spanning over de spleet (in de lengterichting) bij benadering harmonisch (er is dus sprake van een resonerende spleet).

Doordat de spleten gelegen zijn in de z-richting van de golfpijp zullen de TM-modi die wel in de golfpijp aanwezig zijn niet uitgekoppeld worden omdat de H_z component van deze modi per definitie gelijk is aan nul.

Om nu een gewenste modus uit te koppelen is rondom de golfpijp een coaxiale trilholte aangebracht, waarvan de lengte (in de z-richting) nauwkeurig ingesteld kan worden. In de buitenwand van deze trilholte is ook een spleet in de z-richting aangebracht om het gewenste signaal naar een rechthoekige golfpijp te koppelen.

Indien nu de lengte van de coaxiale trilholte gelijk is aan $\lambda_g/2$ of een veelvoud daarvan dan kan de modus met deze golflengte in de trilholte resoneren.

Omdat de spleten in de binnenwand van de coaxiale trilholte in de z-richting lopen kunnen alleen TE-modi aangestoten worden. En omdat de spleet in de buitenwand ook in de z-richting loopt kunnen er door reflecties geen TM-modi aangestoten en uitgekoppeld worden.

Voor een goede werking moet de lengte van de trilholte voor de gewenste modus zoveel mogelijk verschillen van de lengtes behorende bij de andere modi.

Figuur 3.3 toont een dwarsdoorsnede van zo'n coaxiale trilholte uitkoppelaar.

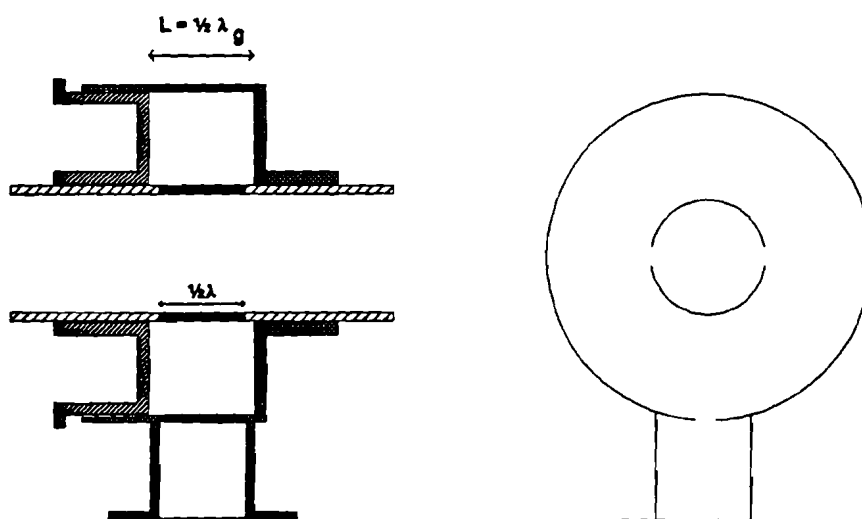


Fig. 3.3: Dwarsdoorsnede van een coaxiale trilholte uitkoppelaar

Immers bij het aanstoten van meerdere modi in de trilholve is het mogelijk dat zowel som- als verschilmodus uitgekoppeld worden en dat door interferentie tussen de verschillende aangestoten modi het gewenste signaal bij uitkoppeling niet of slecht wordt doorgelaten.

Zoals gezegd wordt de TE₂₁-modus gebruikt als verschilsignaal omdat het de gewenste anti-symmetrie heeft.

Wanneer de TE₂₁ modus gebruikt wordt als volg-signaal en als het wordt afgeleid van een bakensignaal met een vaste polarisatie-richting spreekt het voor zich dat er gebruik gemaakt moet worden van twee orthogonale TE₂₁-modi om het baken goed te kunnen volgen.

Met een eenvoudige berekening is aan te tonen dat de transversale componenten van het elektrische veld van beide orthogonale TE₂₁-modi gelijk zijn, echter wel 90° t.o.v. elkaar in fase gedraaid.

Dit betekent dus dat de uitgekoppelde trackingsignalen in beide richtingen even gevoelig zullen zijn. Omdat de uitkoppeling een zogenaamde magnetische uitkoppeling is, moet de z-component van de magnetische veldsterkte van de beide orthogonale TE₂₁-modi ook beschouwd worden om zodoende te kunnen bepalen hoe de uitkoppelpoorten voor de twee modi ten opzichte van elkaar moeten staan.

Voor de vereenvoudigde weergave van de z-component H_z van het magnetische veld van de twee orthogonale modi (in een ronde golfpijp) geldt volgens [9] respectievelijk:

$$\begin{aligned} \bullet H_z &= f(r) \cdot \cos(2\phi) \\ \bullet H_z &= f(r) \cdot \sin(2\phi) \end{aligned} \tag{3.5}$$

In figuur 3.4 zijn de coördinaten stelsels in een ronde golfpijp definiëerd.

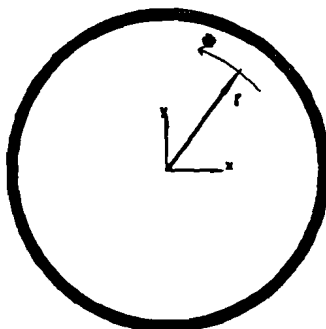


Fig. 3.4: Coördinaten stelsel in een ronde golfpijp

Uit de formules in (3.5) blijkt dat de z-component van de beide modi gelijk zijn qua amplitude, maar dat ze 45° of 135° t.o.v. elkaar gedraaid zijn.

Dit betekent dat er voor de uitkoppeling van de twee orthogonale TE₂₁-modi twee uitkoppelpoorten op 45° of 135° afstand van elkaar, aanwezig moeten zijn.

In fig. 3.5 zijn voor de twee orthogonale TE₂₁-modi in een ronde golfpijp nogmaals het verloop van het transversale elektrische veld van weergegeven.

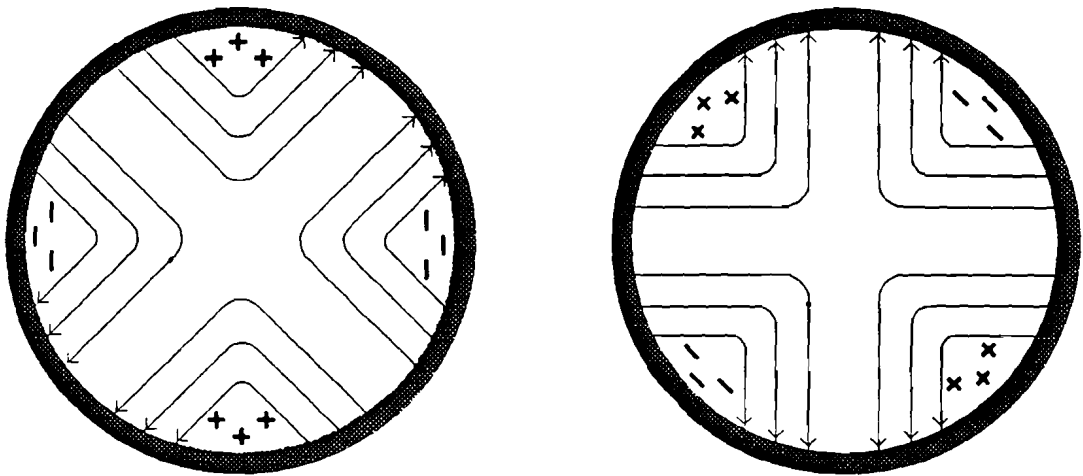


Fig. 3.5: Schets van het transversale E-veld van de twee orthogonale TE₂₁-modi
(met ++ en -- is H_z weergegeven)

Omdat het 20 GHz bakensignaal tussen twee polarisatie-richtingen geschakeld wordt, is het voldoende om één TE₂₁-modus uit te koppelen, die dus op dezelfde manier als het bakensignaal geschakeld wordt tussen twee polarisatie-richtingen. Op deze manier worden dus twee trackingsignalen verkregen, die afwisselend gevoelig zijn in H-polarisatie richting en de V-polarisatie richting.

Voor de uitkoppeling van de TE₂₁-modi in het huidige uitkoppelsysteem (in bijlage I zijn de technische tekeningen van het uitkoppelsysteem voor wat betreft de tracking bijgevoegd) zijn dan ook twee spleten in de golfpijp aanwezig (op 180° van elkaar gelegen) en is er dus gebruik gemaakt van slechts één uitkoppelpoort.

Wanneer de spleten van de golfpijp en die van de coaxiale trilholte tegenover elkaar liggen zou dit

kunnen resulteren in het doorkoppelen van de horizontaal gepolariseerde TE₁₁ modus naar de rechthoekige golfpijp (indien natuurlijk de resonantielengte van de trilholte voor de TE₁₁ modus dicht in de buurt ligt van die voor de TE₂₁ modus). Omdat de resonantielengte van de TE₁₁-modus bij 20 GHz 8.29 mm is en die van de TE₂₁-modus 7.76 mm is het dus mogelijk dat de TE₁₁-modus enigszins resonanceert en doorgekoppeld wordt in het verschilsignaal.

In figuur 3.6 is deze situatie geschets voor zowel de vertikaal als de horizontaal gepolariseerde TE₁₁ modus. De + + + en de - - - geven de richting aan van de z-component van het magnetische veld.

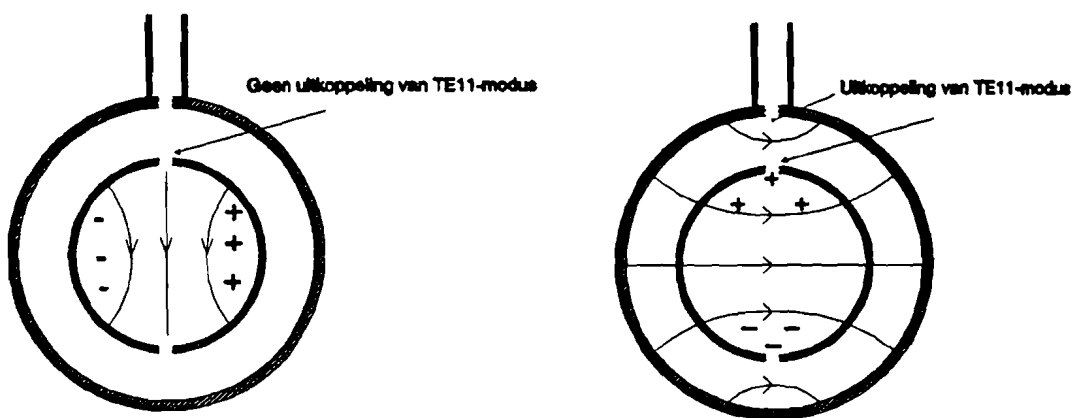


Fig. 3.6: Uitkoppeltrilholte voor verschilsignaal waarbij de spleten van de golfpijp in één lijn liggen met de spleten in de coaxiale trilholte.

(Links: vertikaal gepolariseerd Rechts: horizontaal gepolariseerd)

Deze doorkoppeling van het horizontaal gepolariseerde somsignaal is echter heel eenvoudig te vermijden door de uitkoppelpoot 90° te verschuiven t.o.v. de situatie in fig 3.6.

Immers ook in dit geval wordt de TE₂₁ modus doorgekoppeld naar de rechthoekige golfpijp. Bovendien wordt de TE₁₁-modus die wel nog steeds bestaat in de coaxiale trilholte nu niet doorgekoppeld. Fig. 3.7 geeft deze situatie duidelijk weer:

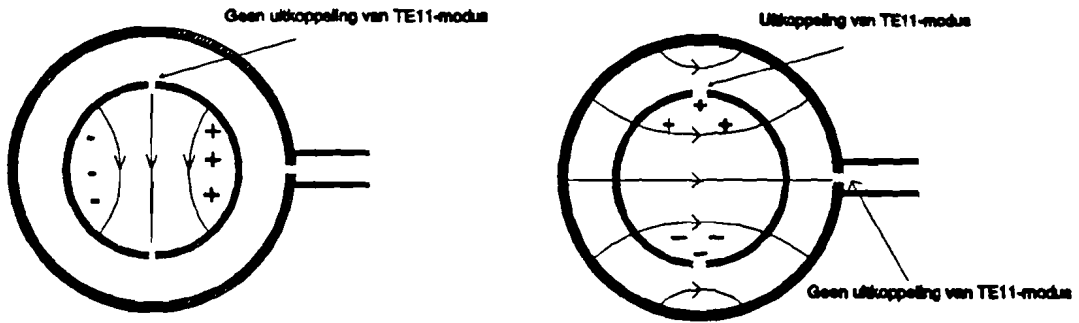


Fig. 3.7: Uitkoppeltrilholte voor verschilsignaal met hoge ont koppeling voor somsignaal.

De spleten van de golfpijp en de coaxiale trilholte liggen niet meer in één lijn.

(Links: vertikaal gepolariseerd Rechts: horizontaal gepolariseerd)

Het spreekt voor zich dat deze laatste trilholte de voorkeur geniet omdat op deze manier allebei de TE11-modi (in de beide polarisatie richtingen) niet naar de rechthoekige golfpijp worden doorgekoppeld, terwijl de beide TE21-modi (azimuth-gevoelig als ook elevatiegevoelig) die immers beide hetzelfde velden patroon hebben t.g.v. het schakelen van het bakensignaal, wel doorgekoppeld worden.

Opgemerkt dient te worden dat bovenstaande voorbeelden willekeurig zijn genomen. De spleten in de ronde golfpijp zijn hierin nl. zodanig gekozen dat de vertikaal gepolariseerde TE11-modus niet wordt doorgekoppeld naar de coaxiale trilholte. Maar de spleten hadden ook t.o.v. deze situatie 90° verdraaid kunnen liggen, zodat de horizontaal gepolariseerde TE11-modus niet wordt doorgekoppeld naar de coaxiale trilholte en er dus mogelijk doorkoppeling van de vertikaal gepolariseerde TE11-modus in de TE21-modus plaatsvindt indien de uitkoppelpoort weer in het verlengde van de spleten in de golfpijp ligt. Immers in beide situaties wordt de TE21-modus doorgekoppeld naar de coaxiale trilholte.

3.4 Metingen aan het belichter- en uitkoppelsysteem

Omdat de TE₂₁-mode in theorie 0 moet zijn in de hoofdrichting is het niet mogelijk om via een rechtstreekse meting het verlies te bepalen waarmee de tracking-modus uitgekoppeld wordt. Uit de theoretische beschouwingen van het belichtersysteem (beschreven in [1]), blijkt dat de winst van de belichter voor het copolar signaal 1.9264 dB groter is dan die voor het trackingsignaal. Voorts is gebleken uit metingen, waarbij de signalen in de trilholten werden ingekoppeld, dat het verschil in winst tussen copolar en tracking signalen (azimuth en elevatie) respectievelijk 8.9 dB en 9.5 dB is. Er is hier uitgegaan van het theorema van reciprociteit (belichter en uitkoppelgedeelte heeft als zender dezelfde eigenschappen als ontvanger). Als nu ook nog de uitkoppelverliezen van het copolarsignaal bekend is, is het mogelijk om het uitkoppelverlies van de twee trackingsignalen bepalen. De verliezen van het vertikaal gepolariseerde 20 GHz copolarsignaal bedraagt 1.7 dB; het horizontaal gepolariseerde signaal wordt met een verlies van 1.2 dB uitgekoppeld.

Voor de uitkoppelverliezen van de tracking-signalen geldt nu:

- * in azimuth-richting

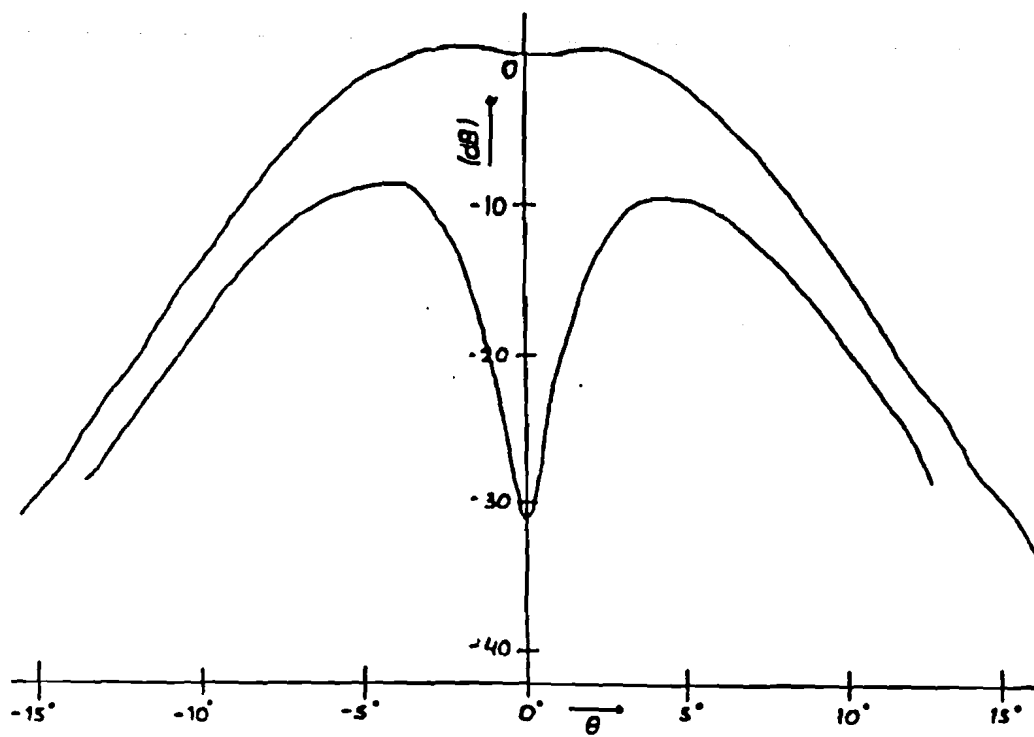
$$\text{uitkoppelverlies} = 9.5 - 1.9264 + 1.4 = 9 \text{ dB}$$

- * in elevatie-richting

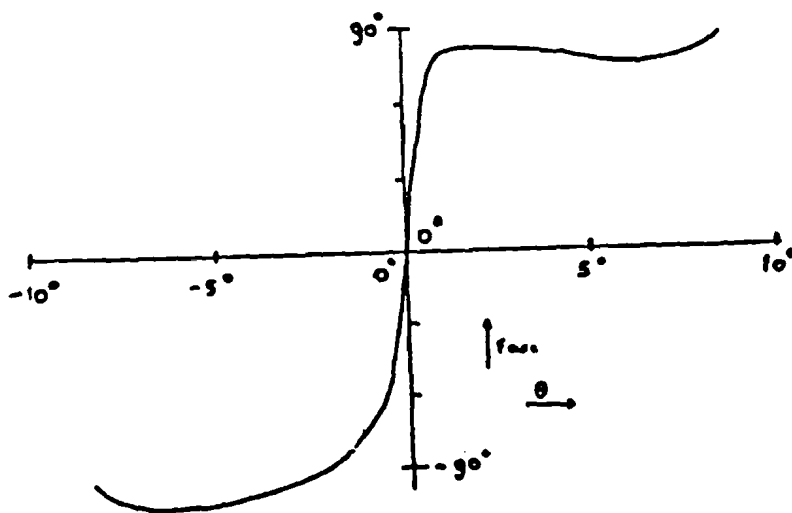
$$\text{uitkoppelverlies} = 8.9 - 1.9264 + 1.7 = 8.65 \text{ dB}$$

Bij het afregelen van het belichter- en uitkoppelsysteem is gebleken dat de verschillende trilholten invloed op elkaar hebben. Het systeem is zodanig afgeregeld geworden dat voldaan is aan de eisen die aan de XPD gesteld zijn geworden bij de verschillende frequenties.

In de figuren 3.8 en 3.9 zijn de amplitude- en fase-diagrammen van de TE₂₁ modi in de respectievelijke richtingen weergegeven. Hier zijn de 20 GHz signalen dus rechtstreeks in de tracking-trilholten ingekoppeld waarbij de belichter dus als zender fungeert. Het systeem werd gedraaid rond het fasecentrum voor 20 GHz.

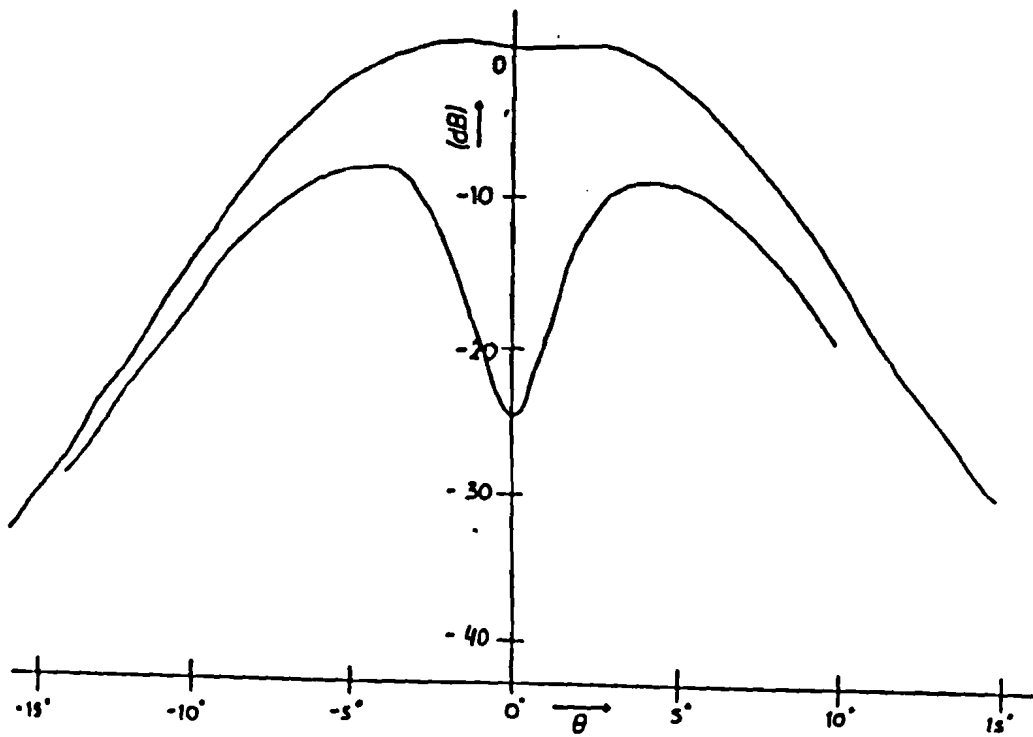


(a)

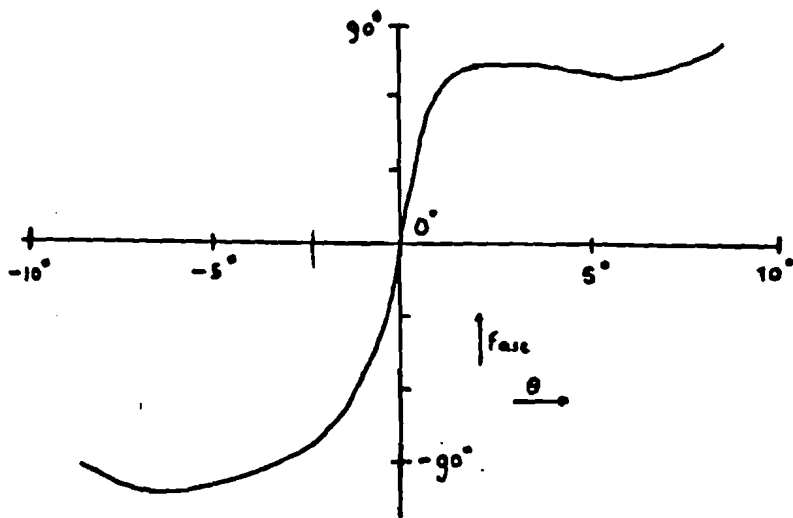


(b)

Fig. 3.8: Stralingsdiagram van het azimuthgevoelig trackingsignaal



(a)



(b)

Fig. 3.9: Stralingsdiagram van het elevatiegevoelig trackingsignaal

3.5 De 20 GHz ontvanger

Voor de ontvangst van de verschillende signalen benodigd voor de microgolf tracking is in het satelliet gebouw van de TUE apparatuur aanwezig. Deze apparatuur is door de PTT, dat in het Olympus project met de TUE samenwerkt, ter beschikking gesteld.

Voor de ontvangst van de somsignalen zijn twee ontvangers nodig. Voor de ontvangst van de verschilsignalen is er slechts één ontvanger nodig, daar beide signalen gezamenlijk worden uitgekoppeld.

Het hoogfrequente gedeelte van de ontvanger wordt ook wel het front end genoemd. De eerste mengtrap wordt er echter ook tot gerekend. Daarna zal het signaal versterkt worden om vervolgens via de IF-ontvanger aan de digitale detectoren aangeboden te worden. Zie ook fig. 3.10.

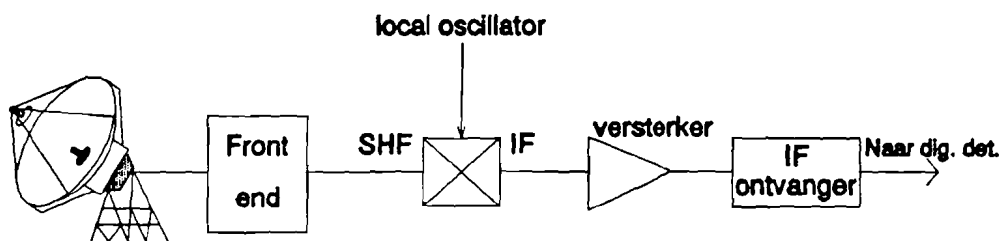


Fig. 3.10: Schema van 20 GHz ontvanger

3.5.1 Het front end

De front-ends gebruikt bij het Olympusexperiment bestaan in principe uit twee takken. Eén tak voor het Co-signaal en de andere voor het Cross-signaal. Bij de 20 GHz ontvanger zal bovendien nog een extra deel aanwezig zijn in verband met de ontvangst van de tracking-signalen.

In het front end wordt het signaal van de golfpijp overgebracht naar coaxleiding. Vervolgens wordt het signaal via een isolator en een testingang toegevoerd aan de eerste mengtrap. Deze trap mengt het signaal terug naar 578 MHz. Omdat de digitale detectoren aan het einde van het ontvangsysteem volledig (of bijna volledig) uitgestuurd worden indien het ingangsvermogen van het 578 MHz IF-signaal -85 dBm bedraagt, zal er in de front end ook nog een versterker aanwezig zijn.

Filteren zorgt er tenslotte nog voor dat de bandbreedte van het IF signaal 40 MHz is.

3.5.2 De IF-ontvanger

In dit gedeelte wordt het 20 GHz signaal verder versterkt, gefilterd en teruggemengd naar 100 kHz. In het verschilsignaal kanaal zorgt een polarisatie-schakelaar er vervolgens voor, dat het signaal gesplitst wordt in een verschilsignaal in azimuth richting en een dat gevoelig is in de elevatie richting. (In werkelijkheid zijn de signalen natuurlijk gevoelig in de werkelijke polarisatie-richtingen)

Het 933 Hz schakelsignaal wordt opgewekt door decodering van de 933 Hz component in een van de som-signalen.

De digitale detectoren meten de amplitude en de fase van de verschillende signalen. Hierbij wordt de fase gerelateerd aan de fase van het aan alle digitale detectoren toegevoerde 8,16 KHz-signaal.

De gemeten waarden worden vervolgens in de vorm van een gelijkspanningswaarde aan een computer aangeboden.

Door eerder gedane metingen aan het IF gedeelte van de ontvanger is de overdracht karakteristiek van de IF-ontvanger bekend. Het verband tussen het ingangsvermogen en uitgangsspanning van de digitale detectoren is lineair.

4 Theoretische beschouwing van de richtnauwkeurigheid

4.1 Inleiding

Omdat in de voorgaande hoofdstukken reeds duidelijk gemaakt is dat de antenne voortdurend zeer nauwkeurig de baanbeweging van de Olympus moet volgen, is het noodzakelijk eerst uitgebreid de theoretische mogelijkheden van de monopuls methode te onderzoeken.

In de eerste plaats kan opgemerkt worden dat bij het bepalen van de hoek tussen de voorwaartse positie van de antennebundel en de werkelijke positie van de satelliet (de zogenaamde fouthoek) rekening gehouden moet worden met zowel de relatieve bewegingssnelheid van de satelliet t.o.v. de antenne als ook met de additieve ruis die in de ontvanger aan de ontvangen signalen wordt toegevoegd. In de volgende hoofdstukken van dit verslag zal blijken dat deze ruis een niet te verwaarlozen rol speelt in het antenne-richtsysteem.

4.2 Het doorschietprincipe

Omdat in een niet te groot tijdsinterval de snelheid van de beweging van de satelliet t.o.v. de antenne hetzelfde blijft kunnen we een efficiënter bijregelen van de antenne bewerkstelligen indien we rekening houden met datgene wat een richtnauwkeurigheid nu eigenlijk inhoudt.

Zo'n richtnauwkeurigheid houdt in, dat de totale fouthoek van de antenne (dus een combinatie van azimuth- én elevatiefout, waarover verderop meer) niet groter dan een maximale waarde mag zijn.

Dit betekent, dat voor elke oriëntatie (azimuth of elevatie) de antenne aan beide kanten naast de werkelijke positie van de satelliet mag kijken, zolang het maar binnen de gestelde nauwkeurigheid is.

Omdat we weten dat de satelliet t.o.v. de antenne in een bepaalde richting beweegt zal het veel efficiënter zijn indien we de antenne, op het moment dat aan de ene kant van de werkelijke positie de maximaal toegestane onnauwkeurigheid is bereikt, bijsturen naar de maximale onnauwkeurigheidsgrens, maar nu aan de andere kant van de werkelijke positie.

Op deze manier wordt voor een gedeelte geanticipeerd op de satellietbeweging t.o.v. de antenne (dit principe wordt in het verdere verloop van dit verslag het zogenaamde doorschietprincipe genoemd).

Voor de fouthoek $\theta(t)$ in een van de twee oriëntaties geldt dan:

$$\theta(t) = \theta_{\max} + \omega_{\text{kor}}(t - t_r) \quad (4.1)$$

$$\omega_{\text{kor}} \cdot t_r = 2\theta_{\max} \text{ (vanwege doorschietprincipe)}$$

Fig. 4.1 laat het verloop van deze relatieve fouthoek zien.

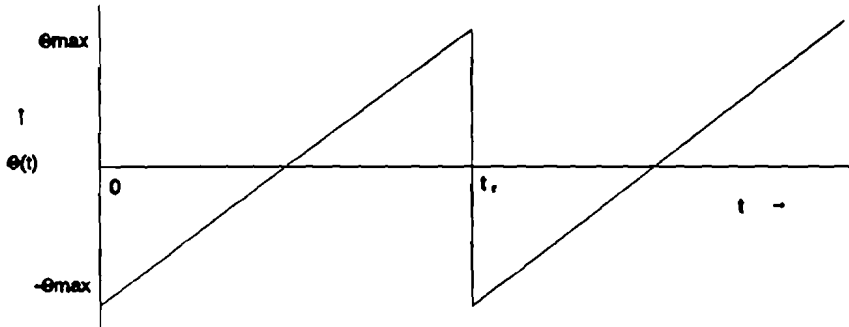


Fig. 4.1: Verloop van fouthoek wanneer bijgestuurd wordt volgens het doorschietprincipe

In bovenstaande figuur wordt op tijdstip t_r bijgestuurd. De grootte van de hoek waarmee bijgestuurd wordt is dus de te bepalen parameter. Gedurende het tijdsinterval ter lengte t_r zullen samples van de ontvangen som- en verschilsignaalvermogens genomen worden aan de hand waarvan dus in principe (op basis van de som- en verschilvergelijking) de richtfout bepaald kan worden.

Op ieder sample dat genomen wordt zal echter een hoeveelheid additieve ruis zitten. Ruis, die Gaussisch verdeeld verondersteld wordt met gemiddelde nul ($\mu_n=0$) en variantie:

$$\sigma_n^2 = \eta_r \cdot B = \eta_r \cdot \frac{1}{2 \cdot t_r} \quad (4.2)$$

waarbij t_r de tijd voorstelt tussen het nemen van twee samples.

De fouthoeken die telkens op een tijdstip t_i bepaald worden, kunnen dan als volgt weergegeven worden:

$$\hat{\theta}(t_i) = \theta(t_i) + \theta_n(t_i) \quad (4.3)$$

waarin θ_n de fout voorstelt die ten gevolge van de systeemruis gemeten wordt.

Er is dus nu de situatie waarin de parameter θ_{\max} en zo mogelijk ook ω_{\max} bepaald zouden moeten worden in de aanwezigheid van ruis.

In principe zijn er twee criteria die worden toegepast voor signaal parameter schatting.

Het maximum likelihood (ML) criterium en het maximum a posteriori probability (MAP) criterium.

In het MAP criterium wordt de parameter random verondersteld en wordt gekarakteriseerd door een a priori kansdichtheidsfunctie. Bij het ML criterium wordt de parameter behandeld als onbekend maar wel deterministisch.

4.3 Maximum Likelihood Estimation

De parameters worden in ons geval onbekend (maar deterministisch) verondersteld zodat gebruik gemaakt kan worden van het maximum likelihood criterium voor de schattingen ervan.

Het criterium maakt gebruik van observaties van het ontvangen signaal over een periode t_r . In deze periode worden dan N samples genomen.

De gemeenschappelijke kansdichtheidsfunctie van de random variabelen θ_{gemeten} kan uitgedrukt worden als $p(\theta | \alpha)$, waarbij $\alpha = [\omega_{\max}, \theta_{\max}]$.

De ML schatting van de vector α is die waarde van de vector die de gemeenschappelijke kansdichtheidsfunctie $p(\theta | \alpha)$ maximaliseert.

De twee parameters θ_{\max} en ω_{\max} kunnen afzonderlijk geschat worden, maar ze kunnen ook tegelijkertijd geschat worden. Gemeenschappelijke ML schatting van twee of meer parameters levert schattingen op die even goed of zelfs nog beter zijn dan de schattingen van afzonderlijke optimalisaties van de gemeenschappelijke kansdichtheidsfunctie.

(M.a.w. de varianties van de schattingen uit de gemeenschappelijke optimalisatie zijn kleiner dan of

gelijk aan de varianties van de schattingen verkregen door afzonderlijke optimalisaties)

Voor de duidelijkheid van de hierna volgende afleiding van de ML estimations, wordt in fig. 4.2 globaal aangegeven hoe de uiteindelijk gemeten fouthoek is opgebouwd.

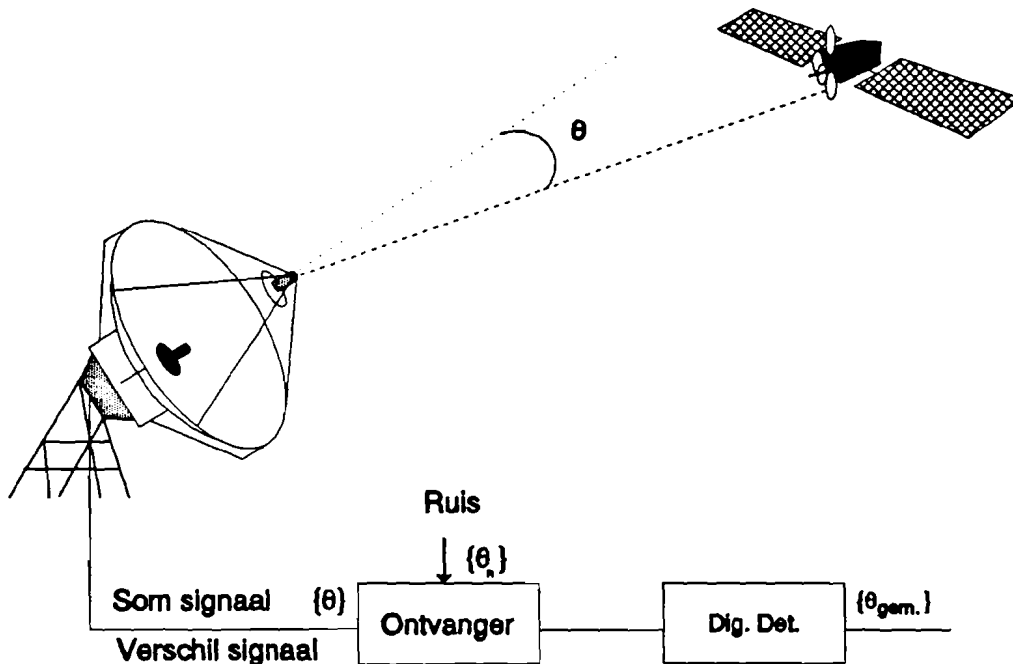


Fig. 4.2: Fouthoekbepaling bij de som- en verschilvergelijking

Uit de 'ruisvrije' som- en verschilsignalen die achter de feed van de antenne uitgekoppeld worden kan een fouthoek θ (die we even de 'ruisvrije' fouthoek noemen) bepaald worden. Echter door het ontvangstelsysteem wordt er gaussisch verdeelde ruis toegevoegd aan de signalen. Deze ruis is op zijn beurt weer verantwoordelijk voor een fouthoek θ_r . Aangenomen kan worden dat de fouthoek t.g.v. de ruis statistisch onafhankelijk is van de 'ruisvrije' fouthoek (en dus ook van de parameters die deze fouthoek beschrijven). De totale (gemeten) fouthoek is dan een sommatie van deze twee hoeken.

Voor de kansdichtheidsfunctie $p_r(\theta_{gem} | \theta_{onv} = \theta)$ geldt dan:

$$p_r(\hat{\theta} | \theta_{onv} = \theta) = p_n(\hat{\theta} - \theta | \theta_{onv} = \theta) \quad (4.4)$$

waarbij θ_{onv} de fouthoek t.g.v. de ruisvrije signalen is.

Omdat de ruis onafhankelijk van de "ruisvrije" fouthoek is geldt:

$$p_n(\tilde{\theta} - \theta_{onrv} | \theta_{onrv} = \theta) = p_n(\tilde{\theta} - \theta_{onrv}) \quad (4.5)$$

De gaussische kansdichtheidsfunctie van de ruis ziet er als volgt uit:

$$p_n(\tilde{\theta} - \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \cdot \exp\left[-\frac{(\tilde{\theta} - (\theta_{\max} + \omega_{\text{rot}}(t - t_r)))^2}{2\sigma_n^2}\right] \quad (4.6a)$$

De gemeenschappelijke kansdichtheidsfunctie van de N samples (4.6b) is gelijk aan het produkt van de N individuele kansdichtheidsfuncties (4.6a):

$$p_n(\tilde{\theta} - \theta) = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}}\right]^N \cdot \exp\left\{\frac{-1}{2\sigma_n^2} \cdot \sum_{i=1}^N (\tilde{\theta}_i - \theta_{\max} - \omega_{\text{rot}}(t_i - t_r))^2\right\} \quad (4.6b)$$

Dit is in principe ook de (maximum) likelihood functie die aan de ontvanger geoptimaliseerd moet worden voor de betreffende parameters. Omdat echter de term vóór de exponent geen invloed heeft op deze optimalisatie zal deze in de berekeningen dan ook niet worden meegenomen, omdat dit slechts meer complexiteit in de berekeningen brengt.

De likelihood functie $\Omega(\theta_{\max}, \omega_{\text{rot}})$ kan dus als volgt gedefinieerd worden:

$$\Omega(\theta_{\max}, \omega_{\text{rot}}) = \exp\left\{\frac{-1}{2\sigma_n^2} \cdot \sum_{i=1}^N (\tilde{\theta}_i - \theta_{\max} - \omega_{\text{rot}}(t_i - t_r))^2\right\} = p_n(\tilde{\theta} - \theta) \quad (4.7)$$

Formule (4.7) stelt dus de maximum likelihood functie voor van de satellietnelheid ω_{rot} t.o.v. de antenne, en van de tijd t_r waarna iedere keer bij geregeld moet worden zodat er voldaan wordt aan het zogenaamde doorschiet principe dat eerder al beschreven is.

Om nu de meest optimale waarden van t_r en ω_{rot} te bepalen zodat wordt voldaan aan dit principe is

het nodig dat van de betreffende parameters de maximum likelihood estimations bepaald worden. Deze schattingen kan men verkrijgen door simpelweg formule (4.7) te maximaliseren over t_r en ω_{\max} . Maximaliseren van (4.7) zal hetzelfde resultaat opleveren als wanneer de negatieve natuurlijke logaritme van (4.7) geminimaliseerd wordt. Omdat de term voor de exponent in (4.7) niet afhangt van t_r of ω_{\max} , hoeft die term niet mee genomen te worden in de berekeningen.

In Appendix II is deze minimalisatie over de betreffende parameters in zijn geheel uitgevoerd.

Voor de uiteindelijk gevonden waarden van de schattingen zodat (4.6) maximaal is, geldt:

$$\hat{\omega}_{\max} = \frac{1}{t_r} \cdot \left\{ \frac{12}{N^2} \cdot \sum_{i=1}^N i \cdot \bar{\theta}_i - \frac{6}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \bar{\theta}_i \right\} \quad \text{en} \quad (4.8)$$

$$\hat{\theta}_{\max} = \frac{6}{N^2} \cdot \sum_{i=1}^N i \cdot \bar{\theta}_i - \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \bar{\theta}_i$$

Verder is in Appendix II ook nagegaan wat de performance van deze MLE is. In onderstaande tabel zijn de statistische gegevens van de geschatte parameters weergegeven.

Tabel 4.1: Statistische gegevens van geschatte ML parameters

$\sigma^2_{\hat{\theta}_{\max}} = \frac{\eta_s}{2t_r}$ $\mu_{\hat{\theta}_{\max}} = \hat{\omega}_{\max} \cdot \frac{t_r}{2}$ $\sigma^2_{\hat{\omega}_{\max}} = \frac{6 \eta_s}{11 t_r^3}$ $\mu_{\hat{\omega}_{\max}} = \hat{\omega}_{\max}$
--

4.4 Bepaling van richtnauwkeurigheid

Een richtnauwkeurigheid houdt in dat de totale fout die gemaakt wordt niet groter dan een bepaalde waarde is. Uit het voorgaande bleek al dat de schatters van de fouthoeken in de azimuth- en elevatie-richting Gaussisch verdeeld zijn. Deze Gaussische verdeling van de fouthoeken heeft tot gevolg dat men nooit met 100% zekerheid kan zeggen dat de fout beneden een bepaalde waarde blijft.

Fig. 4.3 toont een Gaussische verdeling van een random variabele x . Tevens zijn in deze figuur de ligging van het statistisch gemiddelde en de grootte van de variantie weergegeven.

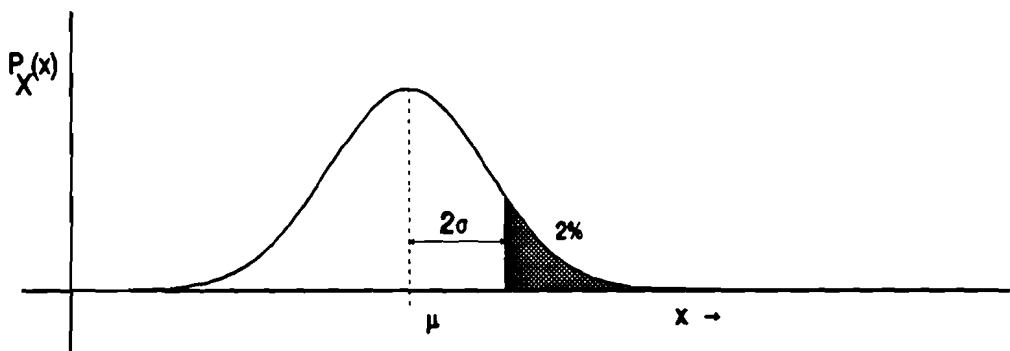


Fig. 4.3: De kansdichtheidsfunctie van een Gaussisch verdeelde variabele x

Bij een Gaussisch proces zal een extra eis gesteld moeten worden; een eis die dan iets moet zeggen over de kans dat de Gaussisch verdeelde variabele groter dan een bepaalde waarde is.

In het beschouwde tracking-systeem voor de Olympus-satelliet is het bijv. aanvaardbaar, dat de kans dat de antenne niet binnen de gestelde nauwkeurigheid wordt gericht, kleiner dan 2% is.

Dus

$$p(\theta > r) < 0,02 \quad (4.9)$$

Stel nu dat in fig. 4.3 de variabele x gelijk wordt genomen aan de fouthoek voor één richting (immers de fout in één richting is Gaussisch verdeeld); dan is in de figuur het gearceerde gebiedje zodanig getekend, dat voor elke θ die daarin gelegen is, geldt dat dit met een kans kleiner dan 2% gebeurt. Omdat de fouthoek in één richting Gaussisch verdeeld is, met gemiddelde μ en variantie σ^2 , wordt op een eenvoudige manier aan deze eis voldaan indien:

$$r = \mu + 2 \cdot \sigma \quad (4.10)$$

Voor de fout die in de afzonderlijke richtingen gemaakt wordt geldt dat deze Gaussisch verdeeld is. Verder is het zo, dat de antenne niet in één keer bijgestuurd wordt. Immers, de gegevens uit de verschillende richtingen staan ons afzonderlijk ter beschikking. Daarom zal er bijgestuurd worden in twee richtingen die loodrecht op elkaar staan.

Er zou dus vanuit gegaan kunnen worden dat (4.9) voor beide richtingen moet gelden; en ten gevolge daarvan ook (4.10) voor elk van beide richtingen.

Omdat de fouten in elk van de richtingen loodrecht op elkaar staan geldt voor de totale fout θ :

$$\theta^2 = \theta_{el}^2 + \theta_{az}^2 \quad (4.11)$$

Als nu de fouten in elk van de richtingen weergegeven worden in het Az/El vlak (fig. 4.4), dan zal de totale fout zich binnen een vierkant bevinden, wanneer we de fouten afzonderlijk beschouwen. De vier zijden van dit vierkant worden bepaald door de eis dat de (absolute) grootte van de fouthoek voor elke richting met een zekerheid van 98% kleiner dan een bepaalde waarde moet zijn.

Omdat voor de totale fouthoek θ formule (4.11) geldt, dan zal ook deze hoek zich met een zekerheid van 98% binnen dit vierkant bevinden.

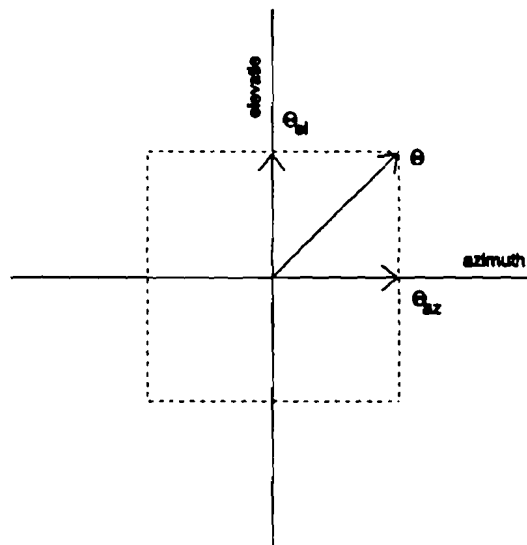


Fig. 4.4: De ligging van de totale fout θ , indien voor iedere richting afzonderlijk, aan de nauwkeurigheidseis voldaan wordt.

Uit de figuur kan geconcludeerd worden, dat de maximaal toegestane totale fout θ niet in elke richting even groot is.

Formule 4.9 betekent echter dat de kans dat de totale fout θ groter is dan een bepaalde waarde kleiner dan 2% is. D.w.z. dat de maximaal toegestane totale fout in het Az/El stelsel voor iedere willekeurige richting als een vector met gelijkblijvende amplitude getekend kan worden (zie fig. 4.5). Deze formule impliceert dus richting-onafhankelijkheid.

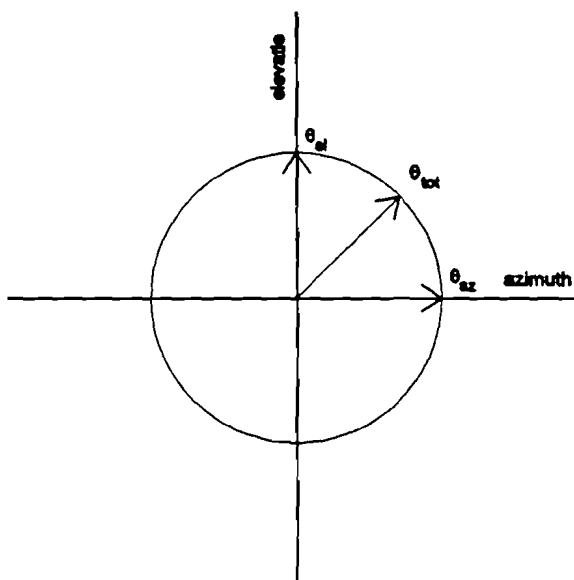


Fig. 4.5: De ligging van de maximaal toegestane totale fout θ , zodat deze voldoet aan de nauwkeurigheidseis.

Er moet dus nu een probleemstelling geformuleerd worden, waarmee aan de slag gegaan kan worden, om ervoor te zorgen dat de totale fout waarmee de antenne op de satelliet gericht wordt binnen de gestelde cirkel blijft; immers met een aanpak van de fouten in de afzonderlijke richtingen, kan niet efficiënt gewerkt worden.

Probleemstelling: Er dient een criterium $r = f(\mu_{az}, \sigma_{az}, \mu_{el}, \sigma_{el})$ gezocht te worden dat voldoet aan:
 $P(\theta > r) < 0,02$, waarbij θ de totale richtfout is
en r de maximaal toegestane totale fout is

Afleiding van het richtcriterium

De probleemstelling in de vorige paragraaf geeft de noodzaak aan van een statistische beschouwing over de random variabele θ .

In eerste instantie wordt geprobeerd om de kansdichtheidsfunctie $p_\theta(\theta)$ te formuleren om van daaruit een criterium te bepalen zodanig dat aan de probleemstelling wordt voldaan.

Voor de totale fouthoek θ t.o.v. de hoofdrichting geldt:

$$\theta = \sqrt{(\theta_{az})^2 + \theta_{el}^2} \quad (4.12)$$

Voor het gemak worden de volgende parameters ingevoerd:

$$\begin{aligned} X &= \theta_{az} \\ Y &= \theta_{el} \\ R &= \theta = \sqrt{X^2 + Y^2} \end{aligned} \quad (4.13)$$

waar X en Y dus twee statistisch onafhankelijke variabelen met een Gaussische verdeling zijn.

Voor de simultaan Gaussische verdeling van X en Y geldt dan:

$$\begin{aligned} p_{X,Y}(x,y) &= p_X(x) \cdot p_Y(y) \\ &= \frac{1}{2\pi \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y} \cdot \exp \left\{ - \left[\frac{(x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Een variabele $Z = A^2 + B^2$, met A en B statistisch onafhankelijk en Gaussisch verdeeld (met gemiddelde μ_a en μ_b en beide variantie σ^2), heeft een kansdichtheidsfunctie [3]:

$$\begin{aligned} p_Z(z) &= \frac{1}{2\sigma^2} e^{-(s^2 - z)/2\sigma^2} I_0 \left(\sqrt{z} \frac{s}{\sigma^2} \right) \quad z \geq 0 \\ &\text{met } s^2 = \mu_a^2 + \mu_b^2 \end{aligned} \quad (4.15)$$

Een nieuwe random variabele $R = \theta = \sqrt{(Z)}$ wordt gedefinieerd; voor de kansdichtheidsfunctie van de variabele R geldt dan (door in (4.15) een variabelen transformatie toe te passen):

$$P_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-(r^2 + s^2)/2\sigma^2} J_0\left(\frac{rs}{\sigma^2}\right) \quad (4.16)$$

waarin $J_0(u)$ de gemodificeerde nulde orde Bessel-functie van u van de eerste soort is.

Formule (4.16) stelt de kansdichtheidsfunctie van een Rice-verdeelde random variabele voor.

In tegenstelling met een Gaussische verdeling is het voor een Rice-verdeling niet zo eenvoudig om een criterium r af te leiden waarvoor geldt:

$$p(\theta > r) < 0,02 \quad (4.17)$$

In Appendix III staat echter uitgewerkt dat voor het beschouwde tracking-systeem geldt dat de rice-verdeelde variabele $\theta = R$ met kansdichtheidsfunctie (4.16) benaderd kan worden door een gaussisch verdeelde variabele θ_{tot} .

En voor een dergelijk verdeelde variabele is eenvoudig een criterium op te stellen dat voldoet aan (4.17).

Voor de statistische gegevens van de totale fout θ_{tot} geldt (App. III):

$$\begin{aligned} \mu_{\theta_{\text{tot}}} &= \sqrt{\mu_{\theta_{\text{az}}}^2 + \mu_{\theta_{\text{el}}}^2} \\ \sigma_{\theta_{\text{tot}}}^2 &= \sigma_{\theta_{\text{az}}}^2 + \sigma_{\theta_{\text{el}}}^2 \end{aligned}$$

hetgeen geïnterpreteerd kan worden als een vectoriële optelling van de statistische gegevens van de fouten die in de afzonderlijke richtingen gemaakt worden.

Voor de Gaussisch verdeelde totale fout θ_{tot} geldt dan vervolgens dat:

$$r = \mu + 2 \cdot \sigma \quad (4.18)$$

wanneer voldaan moet worden aan de eis:

$$p(\theta_{tot} > r) < 0,02 \quad (4.19)$$

De richtnauwkeurigheid waaraan voldaan moet worden kan nu beschreven worden door:

$$r = \sqrt{(\mu_{\theta_{ax}}^2 + \mu_{\theta_{az}}^2)} + 2\sqrt{(\sigma_{\theta_{ax}}^2 + \sigma_{\theta_{az}}^2)} \quad (4.20)$$

M.b.v. de gevonden statische eigenschappen van de geschatte waarden van de fouthoek (zie Tabel 4.1), kan de richtfout omgeschreven worden tot de volgende formule:

$$r = \sqrt{(\omega_{\theta_{ax}}^2 + \omega_{\theta_{az}}^2)} \cdot \frac{t_r}{2} + 2 \cdot \sqrt{\frac{\eta_f}{t_r}} \quad (4.21)$$

Formule (4.21) is in feite een zeer machtig wapen waarmee het tracking systeem zodanig gedimensioneerd kan worden dat er een zeer goede richtnauwkeurigheid wordt bereikt. Immers de richtnauwkeurigheid in (4.21) is een functie van slechts de tijd, mits de snelheid van de satelliet t.o.v. de ontvang-antenne gedurende de observatie-periode constant verondersteld mag worden. Dit laatste is het geval indien de observatie-periode waarover geschat wordt, niet al te groot is. Wanneer de richtnauwkeurigheid uitgezet wordt tegen de lengte van de observatie-periode t_r , dan valt op dat er bij één bepaalde t_r een maximum voor de nauwkeurigheid (dus een minimum in de grafiek) optreedt (zie fig. 4.7).

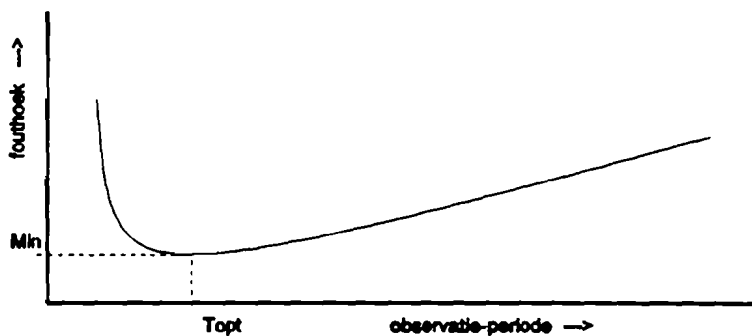


Fig. 4.7: Verloop van de totale fouthoek als functie van de lengte van de observatieperiode t_r .
(Gedurende 98% van de tijd maakt het volgsysteem een fout met een maximum volgens het verloop van de curve ligt)

Dit betekent dat de nauwkeurigheid van de monopuls methode wordt beperkt door dit minimum, indien de volg-strategie gebaseerd is op het doorschietprincipe. Nagegaan moet worden of dit minimum een relevante waarde voorstelt.

Immers wanneer dit minimum kleiner is dan de absolute waarde van de precisie waarmee het systeem bewogen kan worden (dit is natuurlijk afhankelijk van onder meer de stijfheid van de antenne-ophanging en de nauwkeurigheid waarmee de stappenmotor aangestuurd kan worden), dan heeft het natuurlijk geen zin om de lengte van de observatieperiode af te stellen op dit minimum. Een langere observatieperiode zal in dit geval leiden tot dezelfde nauwkeurigheid (beperkt dus door de mechanica van het systeem).

In het algemeen wordt deze richtnauwkeurigheid opgegeven als Maximum Tracking Loss. Fig. 4.8 laat zien hoe de hoek, gespecificeerd door deze loss is gedefinieerd.

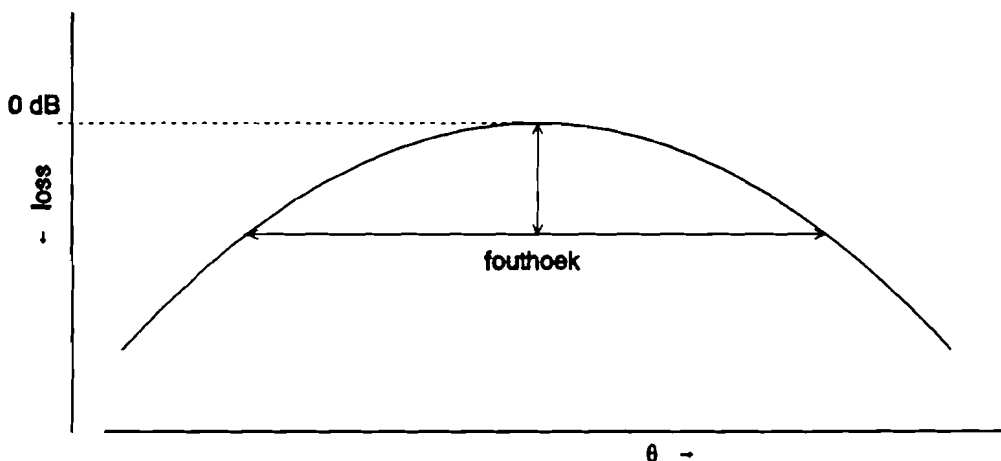


Fig. 4.8: Definitie van richtnauwkeurigheid bij opgegeven Tracking-Loss

Deze figuur stelt de top in de vermogenswinstfunctie van het copolar signaal voor. Wanneer aan het verlies t.g.v. een fout in de tracking een maximum wordt gesteld, dan houdt dit automatisch in dat de hoek waarin de ontvang-antenne naast de hoofdrichting "kijkt" ook aan een maximum is gebonden. Concreet: de eis dat het systeem aan een bepaalde tracking-loss moet voldoen, impliceert dat de antenne steeds binnen een gebied rondom de hoofdrichting gericht moet worden.

De duur van het observatie-interval behorende bij deze fouthoek wordt gevonden door een horizontale lijn ter hoogte van de gewenste maximale richtfout in figuur 4.7 te trekken en de x-coördinaten van de snijpunten met de kromme te bepalen. Op deze manier worden er twee verschillende waarden voor de duur van het observatie-interval gevonden, die tot dezelfde richtfout leiden. Het is nu zaak om na te gaan welke observatie-periode het beste gekozen kan worden.

- ▶ Een langere tijd tussen de tijdstippen van bijsturen van de antenne zal bijdragen tot een efficiënter gebruik van de antenne (immers vaak bijsturen zal een grotere slijtage aan de assen veroorzaken).
- ▶ Een te grote periode tot gevolg hebben, dat de beweging van de satelliet t.o.v. de antenne niet meer constant is in dit interval, en dat daardoor de theoretische nauwkeurighedsbeschouwing niet meer geldig is.
- ▶ Een erg korte periode heeft tot gevolg, dat met een (zeer) hoge snelheid gesampled moet worden, terwijl bij een langere periode een lage(re) snelheid afdoende is; immers volgens de nauwkeurighedsbeschouwing moeten er veel samples genomen worden gedurende het observatieinterval.
- ▶ Uit figuur 4.7 blijkt, dat het systeem stabiel is voor langere observatie-periodes; de grafiek vertoont immers een kleinere steilheid wanneer er veel tijd tussen de verschillende momenten van bijsturen zit, dan wanneer er weinig tijd tussen de momenten van bijsturingen zit. Bovendien is de invloed van de ruis in het eerste gedeelte van de curve veel groter dan bij het tweede gedeelte waar de bewegingssnelheid van de satelliet veel meer van invloed is.

De tijd t_r moet dus zo goed mogelijk genomen worden.

Daarom is het noodzakelijk om na te gaan hoe het verloop van de curve (4.21) er in de praktijk uitziet.

Uit formule (4.21) blijkt dat het verloop van de curve afhangt van:

1. de hoeksnelheid van de satelliet t.o.v. antenne in az-richting (rad/s)
2. de hoeksnelheid van de satelliet t.o.v. antenne in el-richting (rad/s)
3. de vermogensdichtheid van de systeemruis (W/Hz)

De eerste twee parameters kunnen uit de baangegevens nauwkeurig berekend worden. Voor de invloed van de systeemruis op de 'tracking'-resultaten is echter een nadere beschouwing op zijn plaats.

5. Invloed van de ruis op de fouthoek

5.1 Inleiding

Zoals bij zovele processen zal ook bij het monopuls-tracking-systeem rekening gehouden moeten worden met de invloed van de ruis op het resultaat. De ruis waarvan hier sprake is zal voornamelijk bestaan uit de systeemruis van de ontvanger.

De dichtheid van deze systeemruis heeft, zoals in het vorige hoofdstuk is gebleken, een aanzienlijke invloed op de 'tracking-performance'. Nader onderzoek naar deze ruis verdient dan ook aanbeveling.

5.2 Theoretische bepaling van de fouthoek in het ruisvrije geval

Bij de monopuls richtmethode worden m.b.v. een microgolf-schakeling verschillende signalen, behorende bij verschillende antenne-patronen uitgekoppeld.

Het ene signaal, het zogenaamde som-signaal, heeft een maximum in de hoofdrichting en dient als amplitude- en fasereferentie.

Het andere signaal, het verschilsignaal, is een oneven functie rond de hoofdrichting.

Door deze signalen onderling te vergelijken kan in één meting de fouthoek (de hoek waarmee de antenne niet precies naar de satelliet "kijkt") bepaald worden. Het is niet moeilijk in te zien, dat deze methode vrij ongevoelig voor signaal-fluctuaties t.g.v. atmosferische schommelingen zal zijn, omdat deze fluctuaties in allebei de uitgekoppelde signalen even sterk aanwezig zijn.

Fig. 5.1 laat zo'n signaalconfiguratie rond de hoofdrichting zien:

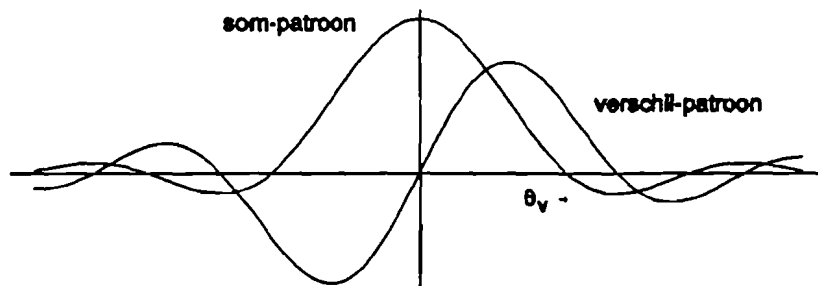


Fig. 5.1: Som- en verschilsignaal rond de hoofdrichting

Voor het som-signaal wordt als kwaliteitskriterium de antenne-winst, G_z , genomen. Voor de maximale antenne-winst G_0 , verkregen indien de veldverdeling over de apertuur (in de zendsituatie) uniform is, geldt:

$$G_0 = \frac{4\pi A}{\lambda^2} \quad (5.1)$$

waarin A : de geometrische oppervlakte van de apertuur is [m²]

λ : de vrije ruimte golflengte van de gebruikte EM-golven is [m]

Voor de antenne-winst, waarbij de antenne-efficiëntie η_a in rekening is gebracht, geldt:

$$G_z = \eta_a \cdot G_0 \quad (5.2)$$

Uit metingen en berekeningen, beschreven in [1], is gebleken dat het antenne-rendement voor de ontvangst van het 20 GHz baken 0.82 bedraagt. Hierin zijn echter niet de struwblokkering en het faserendement meegenomen, zodat in de praktijk een lager rendement genomen moet worden. Een goede waarde voor het rendement is 0.5.

Voor de beschouwde antenne geldt dan: $G_z = 58.2$ dB.

Over de kwaliteit van het verschil-signaal geeft de helling van het TE₂₁-patroon in de voorwaartse richting informatie. Voor een cirkelvormige apertuur (met een optimale verschil-veldverdeling) geldt voor de maximale helling in het antenne spanningsdiagram van de TE₂₁-modus de volgende formule [2]:

$$DS_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \quad [\text{per rad}] \quad (5.3)$$

waarin D : de diameter van de apertuur is [m]

λ : de vrije ruimte golflengte van de gebruikte EM-golven is [m]

Voor de helling-winst in het vermogen-patroon, DS^2 geldt vervolgens:

$$DS^2 = \eta_\Delta \cdot DS_0^2 \quad (5.4)$$

met η_Δ het antenne-rendement voor het verschilsignaal. Dit rendement kan als produkt van het apertuurrendement en andere rendementen (zoals het spill-overrendement en bijv. het

schakelrendement) beschouwd worden. Omdat bij het verschilpatroon meer vermogen aan de randen is geconcentreerd zal hier dus relatief meer spill-over zijn dat het geval is bij het som-patroon.

Het is gebleken dat voor iedere belichter een maximaal hellingsrendement van 70% behaald kan worden. Verder moet er rekening gehouden worden met een schakelrendement van 50%. Immers er wordt de helft van de tijd vermogen in de verkeerde richting uitgezonden. Het uiteindelijke hellingsrendement wordt daarom op 0.3 gesteld.

Voor het stralingsdiagram van de TE₂₁-modus geldt voor DS dat deze gelijk is aan $DS = 37.9 \text{ dB/deg}$. De helling-winst op vermogensbasis bedraagt dus 75.8 dB/deg^2 .

Omdat de 20 en 30 GHz bakensignalen door de Olympus voldoende sterk worden uitgezonden zijn bij de ontvangsystemen voor deze signalen geen Low Noise Amplifiers (LNA) aanwezig; omdat bovendien de antenne-winst van de 5.5 m antenne voor 20 GHz voldoende groot is en LNA's erg duur zijn, is besloten het systeem zonder de LNA's te bouwen.

Toch zal het signaal achter de eerste mengtrap (het signaal wordt tot 578 MHz omlaag gemengd) erg zwak zijn. Om er nu voor te zorgen dat de I.F.-ontvangers (vrijwel) volledig uitgestuurd worden, zal er achter deze eerste mengtrap een zogenaamde I.F.-versterker geplaatst worden. Deze versterkers beschikken over een laag ruisgetal en natuurlijk een hoge versterking. Deze hebben zelfs een dusdanige waarde dat de opvolgende componenten in de ontvanger een te verwaarlozen invloed hebben op het totale ruisgetal van het ontvangsysteem.

Voor de beschouwing van de systeemruistemperatuur in het verschilkanaal van de ontvanger zal dus alleen maar gekeken dienen te worden naar het gedeelte dat in fig. 5.2 getekend staat:

In [4] is aan de hand van metingen uitgebreid verslag gedaan over de specificaties van het 20 GHz ontvangsysteem.

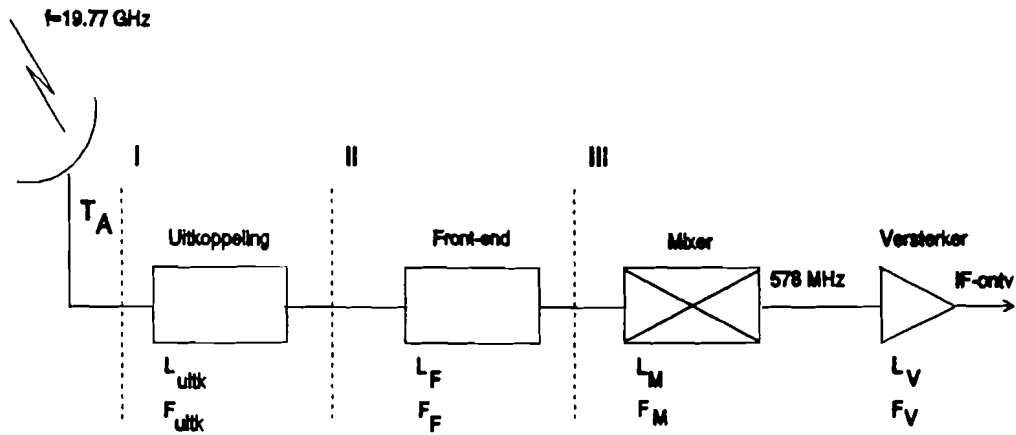


Fig. 5.2: 20 GHz Ontvangedeelte dat bijdraagt aan de systeemruis

Het zal duidelijk zijn, dat som- en verschilsignalen via verschillende kanalen naar de digitale detectoren gevoerd worden. In tabel 5.1 staan enkele relevante specificaties van de verschillende onderdelen in de ontvanger behorende bij het kanaal van zowel het tracking- als het somsignaal.

Tabel 5.1: Specificaties van de 20 GHz ontvanger

	SOM-kanaal (dB)	Tracking-kanaal (dB)
Uitkoppeling		
Verzwakking	1.4/1.7 (H/V)	9.8/8.65 (H/V)
Ruisgetal	1.4/1.7 (H/V)	9.8/8.65 (H/V)
Front-end		
Verzwakking	3.8	1.8
Ruisgetal	3.8	1.8
Mixer		
Verzwakking	9	9
Ruisgetal	9.6	9.6
Versterker		
Versterking	39.4	52.5
Ruisgetal	1.7	1.9

Bij de berekeningen van de ruistemperatuur en -vermogen wordt het vlak II (zie fig. 5.2) achter de uitkoppeling als referentievlak gekozen.

Voor het ruisvermogen N geldt in vlak II:

$$\begin{aligned} N &= g_{\text{uik}} \cdot k \cdot B \cdot (T_A + T_{e1}) = \frac{1}{L_{\text{uik}}} \cdot k \cdot (T_A + T_{e1}) \\ &= \frac{1}{L_{\text{uik}}} \cdot k \cdot B \cdot (T_A + (L_{\text{uik}} - 1) \cdot T_0) \\ &= k \cdot B \cdot T_e \end{aligned} \quad (5.5)$$

waarbij T_e de equivalente ruistemperatuur van het uitkoppelgedeelte voorstelt.

Voor de ruistemperatuur gemeten op het referentievlak achter de uitkoppelaar geldt:

$$T_{\text{III}} = \frac{T_A}{L_{\text{uik}}} + \frac{(L_{\text{uik}} - 1) \cdot T_0}{L_{\text{uik}}} \quad (5.6)$$

De antenneruistemperatuur is samengesteld uit bijdragen uit het transmissiemedium en de aarde.

Bij "clear sky" is de ruistemperatuur t.g.v. het medium erg klein. Omdat we uiteindelijk de "worst case situation" beschrijven, wordt dus niet uitgegaan van "clear sky". Bij hevige regenval zal de antenneruistemperatuur in de buurt van 290 K liggen.

Voor de systeemruistemperatuur gerelateerd aan de ingang van het front-end geldt dat deze de sommatie is van de gemeten ruistemperatuur T_e in vlak II en de equivalente ruistemperatuur T_e van het navolgende gedeelte van de ontvanger:

$$T = T_{\text{III}} + T_e \quad (5.7)$$

Voor de equivalente ruistemperatuur T_e van het (relevante) deel achter de uitkoppelaar geldt:

$$T_e = (F - 1) \cdot T_0 \quad (5.8)$$

waarin F het ruisgetal van dit gedeelte van de ontvanger is.

Volgens de formule van Friis geldt voor F :

$$F = F_F + (F_m - 1) \cdot L_F + (F_V - 1) \cdot L_F \cdot L_M \quad (5.9)$$

Tenslotte kan gesteld worden dat voor de bijdrage aan het vermogen achter de versterker, t.g.v. de systeemruis geldt:

$$N = G \cdot k \cdot B \cdot T \quad (5.10)$$

met voor G de totale beschikbare versterking (natuurlijk vanaf het referentievlak II achter de uitkoppelaar) in het betreffende kanaal.

In tabel 5.2 staan de verschillende besproken grootheden in de respectievelijke kanalen uitgerekend:

Tabel 5.2: Specificaties van som- en verschilkanaal

		Som kanaal	Vershil kanaal
Ruisgetal in vlak II	dB	14.9	14.4
T_e	dBK	39.4	38.9
T_{all}	dBK	20.1	24.1
T	dBK	39.5	39.0
Versterking tot aan IF ontvanger	dB	26.6	41.7
Constante van Boltzmann	dBW/Hz	-228.6	-228.6
B (dig. det.)	dBHz	3	3
Ruisvermogen aan ingang IF-ontv.	dBW	-159.5	-144.9

Uit tabel 5.2 volgt dat het ruisvermogen aan de ingang van de IF-ontvanger, in het verschilkanaal 14.6 dB groter is dan in het somkanaal.

Voor het ontvangen signaalvermogen van het 20 GHz-somsignaal aan de ingang van de IF-ontvanger geldt (in een klein gebiedje rondom de hoofdrichting):

$$P_{\Sigma} = \frac{P_i \cdot G_i \cdot G_{\Sigma_V} \cdot G_{\Sigma}}{FSL \cdot L_{ATM} \cdot L_{schak} \cdot L_{\Sigma_{uitk}} \cdot L_{\Sigma_F} \cdot L_{\Sigma_M}} \quad (5.11)$$

$$= \frac{EIRP \cdot G_{\Sigma} \cdot G_{\Sigma_V}}{FSL \cdot L_{ATM} \cdot L_{schak} \cdot L_{\Sigma_{uitk}} \cdot L_{\Sigma_F} \cdot L_{\Sigma_M}}$$

waarin EIRP het Effectief Isotropoep Uitgestraald Vermogen is [W]

G_{Σ} de vermogenswinst van de ontvangantenne voor het 20 GHz bakensignaal is

FSL het Vrije Ruimte Verlies is

L_{schak} het verlies t.g.v. schakelen tussen twee polarisatie richtingen voorstelt

L_{ATM} het atm. verlies voorstelt

en de andere parameters gelijk zijn aan die in tabel 5.1

Voor het volgsignaal (het verschilsignaal) geldt dat in een gebied rondom de hoofdrichting de veldsterkte lineair afhankelijk is van de fouthoek. Voor het vermogen impliceert dit een kwadratische afhankelijkheid van de fouthoek. Voor het vermogen van het volgsignaal aan de ingang van de IF-ontvanger kunnen we dan schrijven:

$$P_{\Delta} = \frac{EIRP \cdot G_{\Delta_V}}{FSL \cdot L_{ATM} \cdot L_{schak} \cdot L_{\Delta_{uitk}} \cdot L_{\Delta_F} \cdot L_{\Delta_M}} \cdot \theta^2 \cdot DS^2 \quad (5.12)$$

waarin θ : de fouthoek is [°]

DS^2 : de hellingwinst in het vermogensdiagram van het verschilsignaal is [/deg²]

de andere parameters gelijk zijn aan die voor het som-signaal

Deze formule impliceert dat geen signaalvermogen wordt ontvangen wanneer de antenne perfect op de satelliet gericht staat. Aan de hand van metingen (beschreven in [1]), waarbij de signalen in de trilholten werden ingekoppeld, werd geconcludeerd dat de tracking-signalen 26 dB (elevatie-gevoelig) en 32 dB (azimuth-gevoelig) onder de co-signalen worden uitgekoppeld wanneer de antenne in de hoofdrichting staat.

Met laatstgenoemde formule valt eenvoudig in te zien dat aan de hand van het gemeten verschil-signaalvermogen en enkele systeemp parameters, die bekend zijn, heel eenvoudig de richtfout te bepalen is.

Omdat echter de atmosferische demping variabel is, zal een eliminatie van deze variabele erg gewenst zijn. Omdat de atmosferische demping dezelfde invloed heeft op het ontvangen vermogen voor het somsignaal kan dit eenvoudig bewerkstelligd worden door het ontvangen verschilsignaalvermogen te normeren op het ontvangen somsignaalvermogen.

Het genormeerde verschilsignaalvermogen ziet er dan als volgt uit:

$$\frac{P_{\Delta}}{P_{\Sigma}} = \frac{EIRP \cdot G_{\Delta V} \cdot L_{\Sigma_{uitk}} \cdot L_{\Sigma_F} \cdot L_{\Sigma_M}}{EIRP \cdot G_{\Sigma} \cdot G_{\Sigma_V} \cdot L_{\Delta_{uitk}} \cdot L_{\Delta_F} \cdot L_{\Delta_M}} \cdot \theta^2 \cdot DS^2 \quad (5.13)$$

Hieruit kan dus, onafhankelijk van atmosferische invloeden, eenvoudig de richtfout bepaald worden.

5.2 Theoretische bepaling van fouthoek in aanwezigheid van ruis

In de praktijk zullen signalen vrijwel altijd behept zijn met ruis. Zo is er natuurlijk ook in het ontvang-systeem t.b.v. de ontvangst van Olympus bakensignalen sprake van ruis. Een belangrijke parameter die een maat is voor de ruis die aan het systeem wordt toegevoegd is de zogenaamde systeemruis-temperatuur T. Omdat de IF-ontvanger nauwelijks meer bijdraagt aan deze temperatuur is het juist om te veronderstellen dat na de versterker achter de eerste mengtrap geen extra ruisvermogen aan de signalen wordt toegevoegd.

Het vermogen van de verschillende signalen achter de versterker kunnen we dus in principe interpreteren als een sommatie van twee vermogens; één hiervan is het pure signaalvermogen terwijl het andere vermogen systeemruisvermogen is.

Op dit moment zijn alle gegevens bekend om linkbudgets op te stellen voor de te meten signalen. Voor het verschilsignaal wordt dit gedaan door de signaalniveau's op verschillende afstand van de hoofdrichting te beschouwen.

Als voorbeeld zijn fouthoeken genomen van respectievelijk 0.01° en 0,04°.

In tabel 5.3 zijn de twee linkbudgets in hun geheel uitgewerkt.

Tabel 5.3: Linkbudgets voor het som- en verschilsignaal

(Er is uitgegaan van twee fouthoeken 0.01° en 0.04°)

		Som signaal	Vershil signaal	Vershil signaal
Frequentie	GHz	19.77	19.77	19.77
EIRP	dBW	28	28	28
FSL	dB	210.2	210.2	210.2
Atm. verliezen	dB	0.3	0.3	0.3
Schakelverliezen	dB	3	3	3
Antennewinst	dB	58.2		
Hellingwinst	dB/(°) ²		75.8	75.8
Richtverlies ²	dB		40.0	28.0
Uitkoppelverlies	dB	1.7	9.8	9.8
Vermogen aan het front-end	dBW	-129.0	-159.5	-147.5
Ruisgetal op ref. vlak. II	dB	14.9	14.4	14.4
Bandbreedte	dBHz	3	3	3
Constante van Boltzmann	dBW/Hz	-228.6	-228.6	-228.6
Ruisvermogen	dBW	-186.2	-186.7	-186.7
SNR	dB	57.2	28.0	40.1
Maximale atm. verlies	dB	30.6	30.6	30.6
Min. SNR	dB	26.6	-2.6	9.5
Min. vereiste SNR	dB	10	10	10
Min. vereiste integratie winst	dB	nvt	12.6	0.5
Min. integratie tijd	sec		18.2	1.1
Versterking tot aan IF-ontvanger	dB	26.6	41.7	41.7
Signaalvermogen (IF)	dBW	-102.4	-117.8	-105.8
Tracking Signaal Verhouding			0.17	0.68
Gevoeligheid	1/(°)		16.9	16.9

Omdat de signaal-ruisverhouding in het verschilkanaal een stuk slechter is dan in het somkanaal, meer dan 30 dB bij 0.01° fouthoek en bijna 20 dB bij 0.04° fouthoek. Bij hevige regenval is het zelfs mogelijk dat de SNR voor het verschilsignaal zo klein wordt dat er geïntegreerd moet worden om een bruikbare SNR te verkrijgen. Het blijkt dat een integratietijd van enkele secondes tot een halve minuut lang genoeg is om de SNR voldoende groot te maken.

Uit tabel 5.3 blijkt verder dat de gevoeligheid van de tracking signaal verhouding (gerelateerd aan het vermogen achter de IF-versterker) 16.9 per graad afwijking in de polaire richting bedraagt. Omdat het verschil tussen het som-kanaal en verschil-kanaal vanaf de IF-ingang (zie fig. 5.2) tot en met de digitale detectoren 11 dB bedraagt zal de gemeten tracking-sigitaal verhouding bij een richtfout van 0.01° niet 0.17 bedragen maar 0.05 en bij een richtfout van 0.04° niet 0.68 maar 0.19.

Dien ten gevolge zal de gevoeligheid van de gemeten volg-sigitaal verhouding 4.8 per graad richtfout bedragen.

De signaalvermogens die m.b.v. digitale detectoren gemeten worden kunnen in principe als volgt worden weergegeven:

$$\begin{aligned} V_{\Delta, Dig. Det.} &\rightarrow \bar{P}_{\Delta} = g_{\Delta} (P_{\Delta} + P_{n\Delta}) \\ V_{\Sigma, Dig. Det.} &\rightarrow \bar{P}_{\Sigma} = g_{\Sigma} (P_{\Sigma} + P_{n\Sigma}) \end{aligned} \quad (5.14)$$

waarin de vermogens aan de linkerkant van de gelijktekens de vermogens aan de ingang van de IF-ontvanger voorstellen en waarin g_{Σ} en g_{Δ} de versterking vanaf de IF-ontvanger tot en met de digitale detectoren in respectievelijk het som- en het verschilkanaal voorstelt.

Omdat het systeem met fouthoeken moet gaan rekenen, zal het handiger zijn wanneer men overstapt op (ruis)fouthoeken i.p.v. vermogens.

Ten behoeve hiervan wordt de gemeten fouthoek geschreven als een sommatie van de fouthoek in het ruisvrije geval en de fout die het gevolg is van de ruis in de ontvanger:

$$\hat{\theta} = \theta + \theta_n \quad (5.15)$$

Voor de grootte van de fouthoek in het 'ruisvrije' geval (gerelateerd aan de ingang van de IF-ontvanger) kan dan geschreven worden:

$$\theta^2 = \frac{P_{\Delta}}{P_{\Sigma}} \cdot \frac{L_{\Delta, uitk} \cdot L_{\Delta, F} \cdot G_{\Sigma, V}}{L_{\Sigma, uitk} \cdot L_{\Sigma, F} \cdot G_{\Delta, V}} \cdot \frac{1}{DS^2} \cdot G_{\Sigma} \quad (5.16)$$

Voor de bepaling van de fouthoek wordt het vermogen van het verschilsignaal genormeerd op dat van het somsignaal. De invloed van de ruis op dit genormeerde signaal kan als volgt weergegeven worden:

$$\hat{U} = \left(\frac{P_{\Delta} + N_{\Delta}}{P_{\Sigma} + N_{\Sigma}} \right) \cdot \frac{1}{\delta_g} \quad (5.17)$$

waarin $\delta_g = g_{\Sigma} - g_{\Delta}$ (= 11 dB voor de 20 GHz ontvanger)

Omdat de signaal-ruis verhouding in het somkanaal zo groot is (bijna 30 dB bij hevige regenval) mag in de noemer van bovenstaande formule het ruisvermogen t.o.v. het signaalvermogen verwaarloosd worden. De formule voor het gemeten genormeerde signaal kan dan herschreven worden tot:

$$\begin{aligned} \hat{U} &= \left(\frac{P_{\Delta}}{P_{\Sigma}} + \frac{N_{\Delta}}{P_{\Sigma}} \right) \cdot \frac{1}{\delta_g} \\ &= \frac{\theta^2 + \theta_n^2}{C} \end{aligned} \quad (5.18)$$

De factor C kunnen we m.b.v. formule (5.16) eenvoudig afleiden.

Hiermee kan dan vervolgens eenvoudig de fouthoek t.g.v. de systeemruis berekend worden:

$$\begin{aligned} \theta_n^2 &= \frac{N_{\Delta}}{P_{\Sigma}} \cdot C \\ \text{met } N_{\Delta} &= \frac{k \cdot B \cdot T_{\Delta} \cdot G_{\Delta V}}{L_{\Delta F} \cdot L_{\Delta M}} \\ P_{\Sigma} &= \frac{EIRP \cdot G_{\Sigma} \cdot G_{\Sigma V}}{FSL \cdot L_{ATM} \cdot L_{schak} \cdot L_{\Sigma_{uik}} \cdot L_{\Sigma F} \cdot L_{\Sigma M}} \\ C &= \frac{L_{\Delta_{uik}} \cdot L_{\Delta F} \cdot G_{\Sigma V}}{L_{\Sigma_{uik}} \cdot L_{\Sigma F} \cdot G_{\Delta V}} \cdot \frac{1}{DS^2} \cdot G_{\Sigma} \cdot \delta_g \end{aligned} \quad (5.19)$$

invullen levert op:

$$\theta_n^2 = \frac{k \cdot B \cdot T_{\Delta} \cdot FSL \cdot L_{ATM} \cdot L_{schak} \cdot L_{\Delta_{uik}} \cdot \delta_g}{EIRP \cdot DS^2} \quad (5.20)$$

Formule (5.20) geeft weer wat de bijdrage van de systeemruis aan de gemeten richtfout is bij een bepaalde ruisbandbreedte B.

In het vorige hoofdstuk is een criterium afgeleid dat een relatie legt tussen de richtnauwkeurigheid en de duur van het interval tussen twee antenne bijsturingen.

Dit criterium ziet er als volgt uit:

$$r = \sqrt{(\omega_{ax}^2 + \omega_{ad}^2)} \cdot \frac{t_r}{2} + 2 \cdot \sqrt{\frac{\eta_s}{t_r}} \quad (5.21)$$

Dit criterium zoekt dus bij een bepaalde gewenste nauwkeurigheid een bepaalde regelperiode zodanig dat (aan de hand van het doorschietprincipe) gedurende 98% van de tijd de richtfout binnen de gewenste nauwkeurigheid blijft.

In (5.21) staat een term die aangeduid is als de zogenaamde ruishoekdichtheid [deg^2/Hz]. Deze hoekdichtheid kan nu als volgt (m.b.v. (5.20)) gedefiniëerd worden:

$$\eta_s = \frac{k \cdot T_{\Delta} \cdot FSL \cdot L_{ATM} \cdot L_{schak} \cdot L_{wik} \cdot \delta_g}{EIRP \cdot DS^2} \quad (5.22)$$

Invullen van de bekende gegevens levert voor η_s op:

$$\eta_s = -29.4 \text{ dB } [\text{deg}^2/\text{Hz}]$$

Deze waarde voor de hoekdichtheid van de ruis kan nu ingevuld worden in de vergelijking van de richtnauwkeurigheid (5.21). Voor de maximale snelheden van de satelliet t.o.v. de antenne in de az- en el. richting respectievelijk $7.6 \cdot 10^6$ [$^{\circ}/\text{sec}$] en $1.3 \cdot 10^5$ [$^{\circ}/\text{sec}$] (deze waarden zijn berekend aan de hand van de predicties die door ESTEC verschaft worden).

De maximale richtnauwkeurigheid waarvoor geldt dat:

$$p(\theta > r) < 0.02 \quad (5.23)$$

kan dan als functie van de regeltijd uitgezet worden (zie fig. (5.3)).

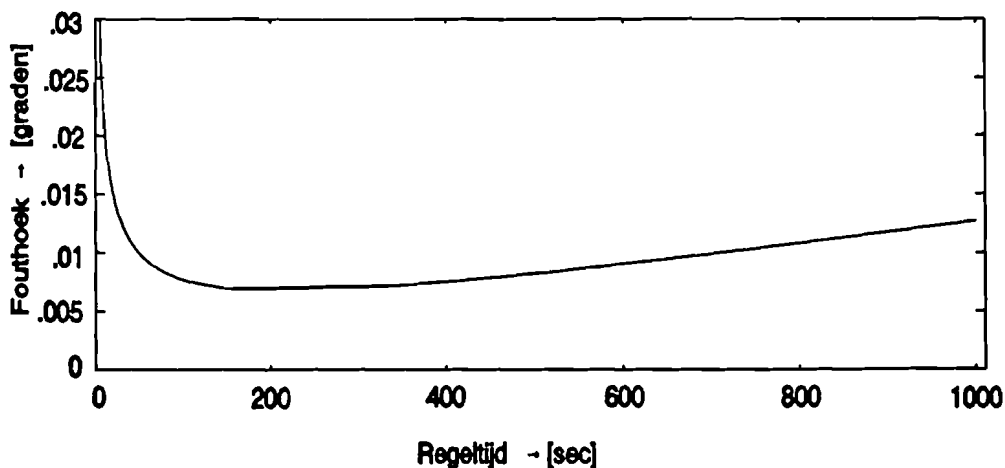


Fig. 5.3: Richtnauwkeurigheid die voor 98% van de tijd behaald wordt als functie van de lengte van het interval tussen twee antennebijstellingen

Duidelijk is dat de invloed van de ruis alleen meespeelt bij zeer korte regelperiodes en dat het verloop van de kromme vlak is. De steilheid van het lineaire tweede gedeelte in de figuur bedraagt immers ongeveer $4.5 \cdot 10^{-4}$ graad per minuut.

Wanneer we uitgaan van een richtnauwkeurigheid van $8 \cdot 10^{-3}$ graad dan betekent dit dat volstaan kan worden met een periode van ongeveer 10 minuten tussen twee antennebijstellingen volgens het doorschietprincipe.

6. Analyse van TUE tracking signalen

6.1 Inleiding

In het voorgaande is steeds gesteld geworden dat de tracking-signalen gevoelig zijn in de richting van hun polarisatie en niet in de andere (orthogonale) polarisatie-richting. Er is dus steeds uitgegaan van het feit dat de splitsing van de tracking-signalen in de ontvanger erg goed gebeurt. Voorts is er uitgegaan van het feit dat er bij de uitkoppeling van de tracking-mode (de TE₂₁-mode) geen andere modi worden uitgekoppeld. Volgens deze aannamen zouden beide tracking signalen minimaal zijn, wanneer de antenne perfect op de satelliet gericht staat. Wanneer de antenne iets fout staat, dan zou de amplitude lineair met de grootte van de fouthoek veranderen. Bovendien zou dan de fase van het signaal, wanneer de antenne door de zogenaamde hoofdrichting wordt bewogen, 180 graden draaien. In de praktijk echter is gebleken dat door invloeden van het systeem de situatie wel degelijk anders is dan dat hij zou zijn volgens het ideale model.

In dit hoofdstuk wordt een (software-matige) methode beschreven die de (niet-ideale) praktijksituatie dusdanig corrigeert dat we uiteindelijk een 'gefingeerd' ideaal probleem hebben. Een dergelijke correctie-methode wordt min of meer ook toegepast bij het verwijderen van systeeminvloeden op de gemeten cross-polarisatie t.b.v. baken-experimenten met de Olympus-satelliet. In [5] en [6] is deze zogenaamde crosspolar bias removal beschreven.

6.2 Complexe beschouwing van de tracking signalen

Al de signalen die we met behulp van de 20 GHz ontvanger kunnen meten, kunnen we weergeven m.b.v. een amplitude en fase.

De amplitude en fase van een signaal worden door de in het systeem aanwezige digitale detectoren volgens de zogenaamde I-Q meetmethode berekend en als een analoge spanning naar buiten toe afgegeven. Omdat het een lineaire ontvanger betreft, zal de uitgangsspanning van de digitale detector lineair met het signaalvermogen variëren. De fase die gemeten wordt is de fase van het te meten signaal t.o.v. de fase van het sample-sigitaal van de digitale detector. Omdat dit sample-sigitaal afgeleid is van het lock-sigitaal van de ontvanger, stelt de gemeten fase in principe een verschilfase voor. Het betreft hier namelijk een fase van een te meten 20 GHz signaal t.o.v. de fase van een 12.5 GHz signaal.

In principe kunnen we dus al de signalen, waarvan de amplitude en de fase door de digitale detectoren worden berekend en in analoge vorm aangeboden aan het acquisitie systeem, beschouwen als een complex signaal U :

$$U = A \cdot e^{j\phi} \quad (6.1)$$

Hierin is A de gemeten amplitude van het signaal en ϕ de bijbehorende fase.

Voor de som-verschil methode, die voor het ontwerpen van het TUE microgolf tracking-systeem gebruikt wordt, betekent dit dus dat we het complexe verschilsignaal moeten normeren op het complexe somsignaal.

Het complexe genormeerde trackingsignaal kan als volgt genoteerd worden:

$$U_{\text{genormeerd}} = \frac{A_{\Delta}}{A_{\Sigma}} \cdot e^{j(\phi_{\Delta} - \phi_{\Sigma})} \quad (6.2)$$

Omdat zowel de fase van het trackingsignaal als ook de fase van het somsignaal gemeten worden t.o.v. de fase van het 12.5 GHz lock-signaal, stelt de fase in de exponent niets anders voor dan de fase van het trackingsignaal t.o.v. het somsignaal.

Uit metingen blijkt dat de patronen van de tracking-signalen een nagenoeg ideaal verloop vertonen. Ideaal wil in dit geval zeggen:

- de HE21-mode is minimaal in de hoofdrichting
- er is sprake van een lineair verloop in een relatief groot (in termen van hoeknauwkeurigheid) gebied
- rond de hoofdrichting is er sprake van vrij scherpe fase-draaiingen van 180 graden

Fig. 6.1 en 6.2 tonen de berekende verre veld patronen van de trackingsignalen aan de hand van de gemeten belichter- en uitkoppelstralingsdiagrammen (die in figuren 3.8 en 3.9 zijn weergegeven). De metingen en berekeningen zijn beschreven in [1].

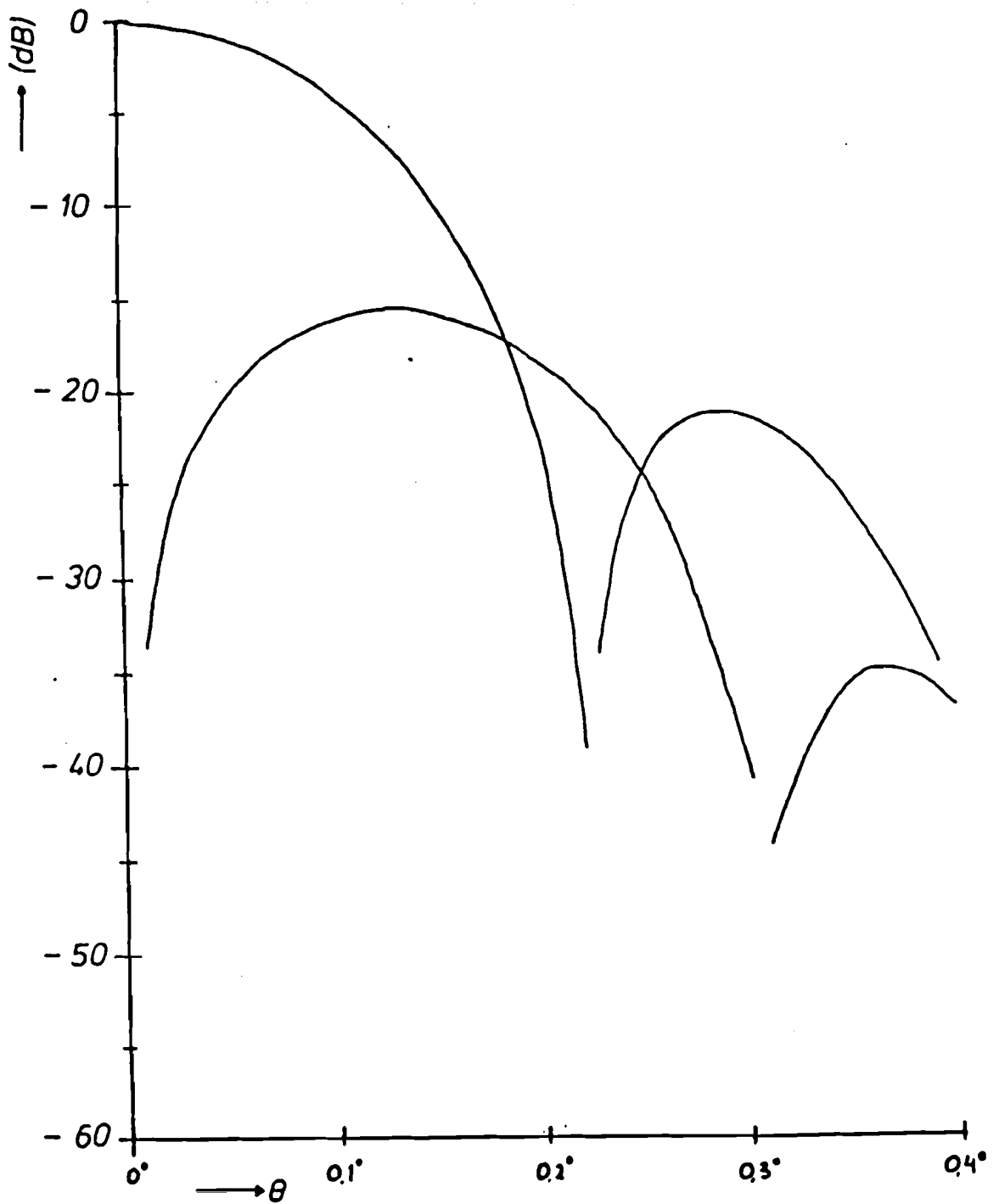


Fig. 6.1: 20 GHz verre veld berekeningen met het belichterpatroon uit figuur 3.8
 Amplitudediagrammen co- en trackingsignaal (H-gevoelig)

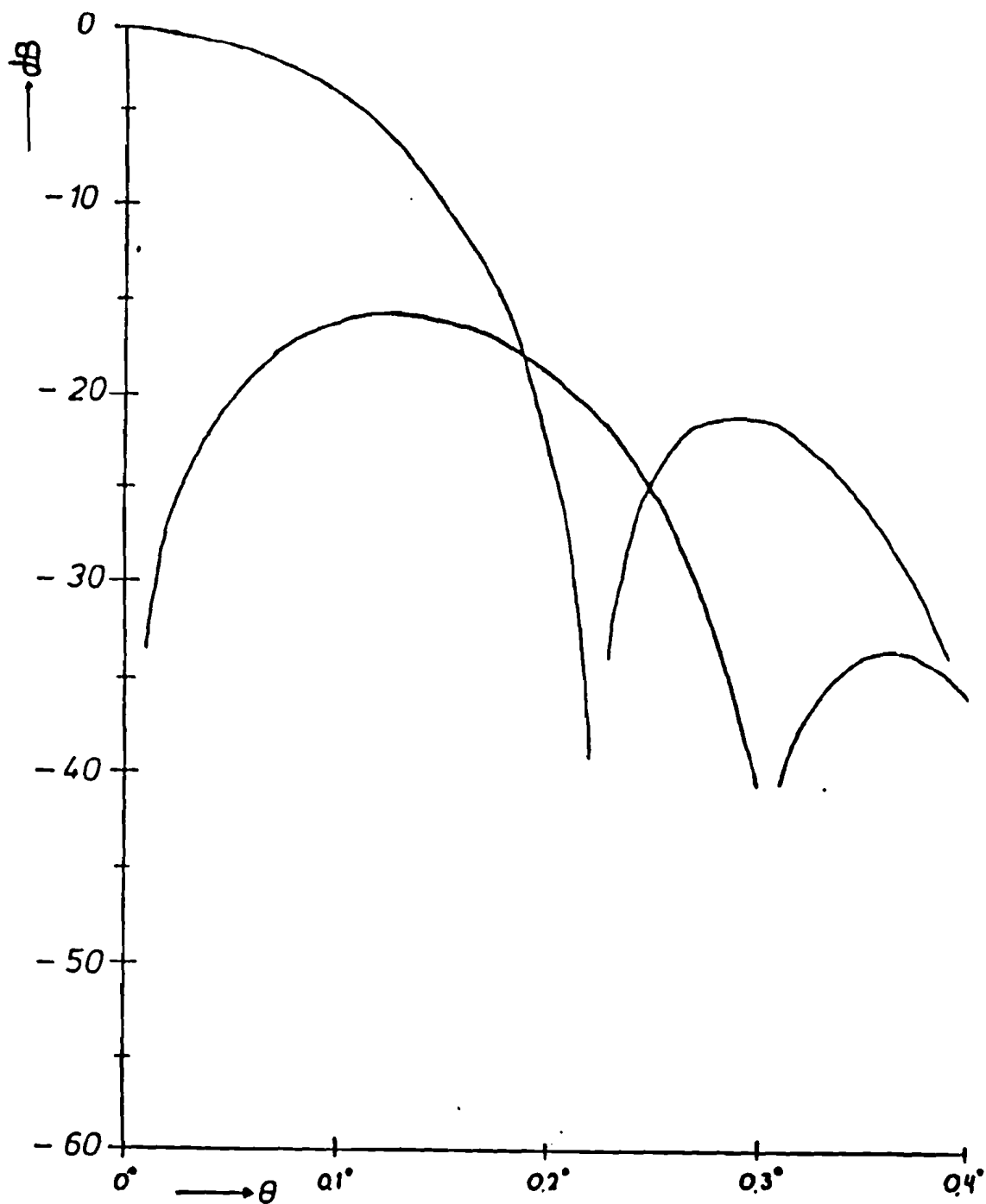


Fig. 6.2: 20 GHz verre veld berekeningen met het belichterpatroon uit figuur 3.9
 Amplitudediagrammen co- en trackingsignaal (V-gevoelig)

Wanneer het genormeerde (complexe) trackingsignaal volgens het ideale verloop in het I-Q-vlak als functie van de fouthoek wordt geschetst, dan levert dit een verloop op als te zien is in fig. 6.3.

In een klein gebied rondom de hoofdrichting beweegt de locus zich lineair als functie van de fouthoek over de reële I-as. Het tracking-punt, dat is het punt dat behoort bij die positie van de antenne waarbij het co-polar signaal maximaal is, bevindt zich in dit geval (nagenoeg) in de oorsprong. Immers het minimum van het tracking signaal bevindt zich in de hoofdrichting.

In de praktijk echter zal het voorkomen dat het minimum niet precies in de hoofdrichting ligt, dat de fasesprong niet zo scherp is en dat de fase, die gemeten wordt, een "offset" is.

Wanneer het minimum van de tracking signalen zich niet in de hoofdrichting bevindt, dan zal het tracking-punt in het I-Q-vlak verschuiven. Wanneer vervolgens er ook nog sprake is van een bepaalde fase-"offset", dan zal de locus zich met een bepaalde hoek in het I-Q-vlak voortbewegen. En wanneer dan bovendien sprake is van een geleidelijke fasesprong van 180° , dan zal in de buurt van de oorsprong de locus niet meer de rechte lijn volgen maar volgens de fasedraaing een bepaalde kromming. Dit alles zou kunnen resulteren in een verloop van de complexe (niet-ideale) locus als is geschetst in fig: 6.3.

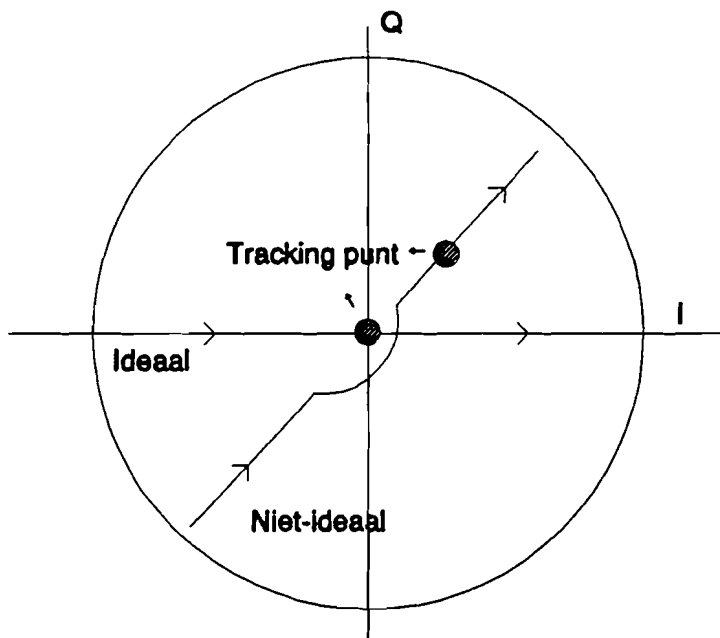


Fig. 6.3: Verloop van de complexe trackinglocus in zowel het ideale als in een niet-ideaal geval

Software-matig is het vrij eenvoudig om de (niet-ideale) situatie te corrigeren en terug te brengen tot de eerder beschreven ideale situatie.

Het is immers mogelijk een vector te bepalen dusdanig dat de locus weer op de reële I-as komt te liggen met bovendien het trackingpunt in de oorsprong. Op deze manier is het dus mogelijk om de data set te veranderen in een nagenoeg ideale set van data.

Een belangrijke voorwaarde waaraan deze correctie-methode moet voldoen is dat de metingen eenduidige resultaten moeten opleveren

De correctievector zal immers altijd geldig moet zijn. Verandert in de loop der tijd bijvoorbeeld een van de twee fases, dan zal de correctie methode zelfs averechts kunnen gaan werken; d.w.z. de ligging van de locus in het I-Q-vlak kan nog slechter worden.

Metingen en weergaven in het complexe vlak lieten echter vrij snel blijken, dat er wél sprake is van een rechte (die inderdaad lineair met de fouthoek blijkt te zijn) locus in het I-Q-vlak, maar dat de ligging, oriëntatie van deze rechte lijn nogal eens verschilt. En dat bovendien de bewegingsrichting van het genormeerde signaal verschilt terwijl de antenne toch op dezelfde manier door de hoofdrichting heen bewogen wordt.

Een andere methode om goed te kunnen visualiseren wat er met de amplitude en fase van de signalen van de betreffende signalen gebeurt, is het nauwkeurig registreren van de complexe tracking signaal verhouding in een vooraf gedefinieerd grid. Voor elk punt in het doorlopen grid kan dan gemakkelijk een complexe vector, die deze verhouding weergeeft, getekend worden. Een bepaald verloop van deze vectoren (eventuele overspraak uit de andere dan de gevoelige richting) is dan eenvoudiger te achterhalen. M.b.v. een model kan dit verloop (en eventuele overspraak) dan mathematisch vastgelegd worden.

Azimuth modellering

Voor een goede modellering van de azimuth signalen is het nodig om de amplitudes en fases van de benodigde signalen in een groot aantal punten rondom de hoofdrichting nauwkeurig te kunnen meten. Wanneer een vrij grof grid (0.06 graden rondom de hoofdrichting) doorlopen wordt dan zal de nauwkeurigheid van de meting steeds minder worden omdat geen rekening gehouden wordt met de beweging van de satelliet. Omdat de verschilfase sterk afhankelijk is van de positie t.o.v. de hoofdrichting zal geen betrouwbare uitspraak over de resultaten van de meting gedaan kunnen worden. Het is dus nodig om de antenne iedere keer na een grid-verplaatsing zo optimaal mogelijk te richten. De step-track die de antenne richt aan de hand van het maximum van het co-polar signaal zou ideaal zijn, ware het niet dat over de nauwkeurigheid van deze tracking-methode slechts te vermelden is dat hij niet nauwkeuriger dan de halve stap-grootte kan werken (in het geval van het tracking-systeem voor de satelliet Olympus is deze stap-grootte 0.015 graad) en dat de mate van nauwkeurigheid waarmee hij werkt niet constant is. De beste oplossing is dan het uitvoeren van de zogenaamde ESTEC-track na iedere grid-verplaatsing. Deze tracking-methode berekent de azimuth- en elevatiewaarden aan de hand van coëfficiënten. Deze coëfficiënten worden door ESTEC verschaft aan de deelnemers in het Olympus-project. Ze worden berekend d.m.v. voorspellingen van de baan die de satelliet doorloopt. Het voordeel van deze manier van volgen is dat de antenne bewogen wordt volgens een model. Dit impliceert dat de fout t.o.v. de werkelijk baan van de satelliet in de tijd continue, maar langzaam, verandert. De predicties hebben een nauwkeurigheid van 0.01° , zodat de afwijking t.o.v. de hoofdrichting klein zijn.

Op deze manier wordt de beweging van de satelliet op de achtergrond tijdens de meting geëlimineerd zodat er sprake is van een reproduceerbare meting.

Fig. 6.4 laat zien dat de differentiële fases van de tracking signalen duidelijk verlopen in de tijd:

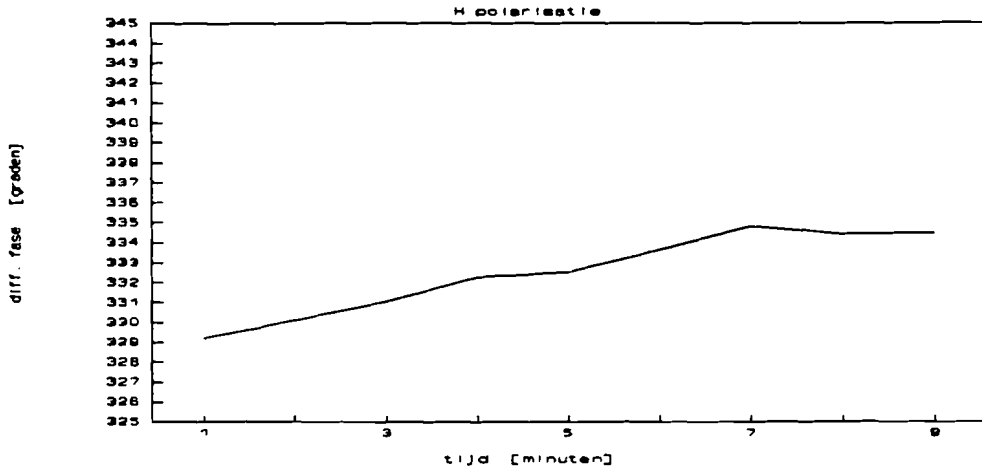


Fig. 6.4a: Verloop van H-differentiele fase in de tijd bij stilstand van de antenne

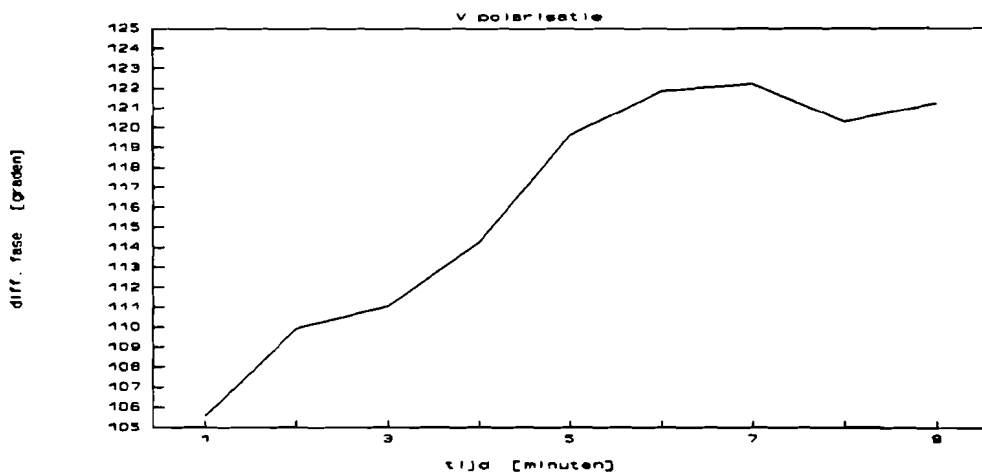


Fig. 6.4b: Verloop van V-differentiele fase in de tijd bij stilstand van de antenne

De figuren schetsen het verloop van de fase tijdens een periode van stilstand (9 minuten) van de antenne. Dit faseverloop is dus te wijten aan de beweging van de satelliet. Uit de figuren blijkt dat het fase-verloop voor het V-gepolariseerde tracking signaal een faktor 3 keer zo groot is als bij het H-gepolariseerde tracking signaal.

Het is dus duidelijk dat, voor een nauwkeurige opmeting van een grid, de beweging van de satelliet geëlimineerd moet worden.

Een ander rekenvoorbeeld versterkt en verduidelijkt deze noodzaak nog meer:

M.b.v. de formules voor azimuth en elevatie waarin de ESTEC-predicties ingevoerd moeten worden, kunnen de maximale bewegingssnelheden van de satelliet t.o.v. de antenne in beide richtingen berekend worden. Voor de azimuth-snelheid geldt dat deze maximaal $4 \cdot 10^4$ ($^{\circ}/\text{min}$) bedraagt. In de elevatie-richting bedraagt deze maximaal $7 \cdot 10^4$ ($^{\circ}/\text{min}$). Wanneer nu voor een meting een bepaald grid doorlopen dient te worden, zal deze meting de nodige tijd in beslag nemen (voor het fijne grid, dat verderop ter sprake komt is dat ongeveer 40 minuten). In dit tijdsinterval kan de satelliet 0.016° in de azimuth-richting weggedrift zijn. In elevatie-richting zelfs maximaal 0.028° . Deze afwijking is natuurlijk niet acceptabel voor het nauwkeurig registreren van signaalamplitudes en -fases op de verschillende posities. De maximale afwijking t.g.v de beweging van de sateliet kan zelfs nog groter zijn dan de grootte van het grid dat doorlopen wordt.

Samengevat moet de beweging van de satelliet geëlimineerd worden door na iedere verplaatsing de stand van de antenne weer volgens het (ESTEC-)baanmodel te corrigeren.

Fig. 6.5 toont het grid zoals het in de verschillende experimenten, die in het verdere verloop van het verslag worden besproken, gebruikt is.

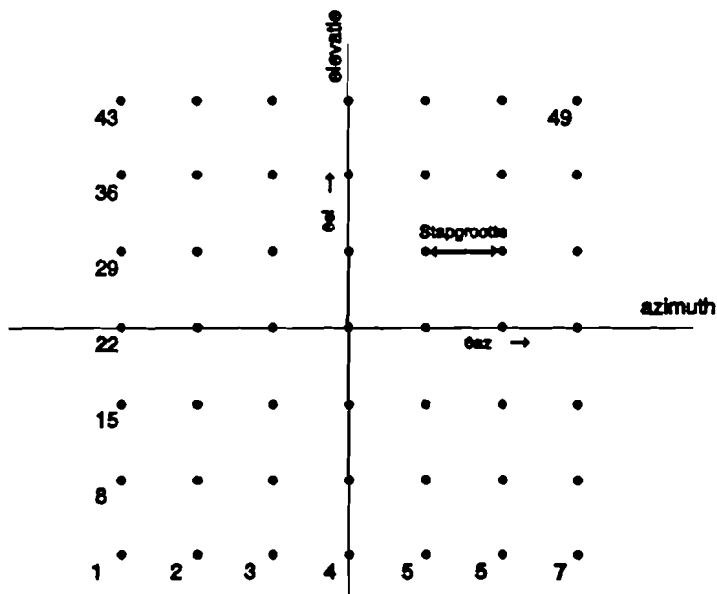


Fig. 6.5: Definitie van het grid

Onderstaand figuur is een weergave van het genormeerde azimuth tracking-sigitaal per positie. Daarvoor is in de figuur voor elke positie in het grid een bijbehorende vector van het complexe genormeerde volgsigitaal getekend. De fase van deze vector is de verschilfase tussen het co-sigitaal en het volgsigitaal terwijl de amplitude een maat is voor de sterkte van het volgsigitaal t.o.v. het co-sigitaal. De beginpunten van de vectoren liggen allemaal op gelijke afstand van elkaar. Deze beginpunten komen overeen met de oorsprong in het I-Q-vlak. Voor het verloop van de opeenvolgende posities in het grove grid geldt :

(az;el;gridpositienummer):

{(-0.06;-0.06;1),(-0.04;-0.06;2),..., (0.06;-0.06;7);...;(-0.06;0.06;43),(-0.04;0.06;44),..., (0.06;0.06;49)}

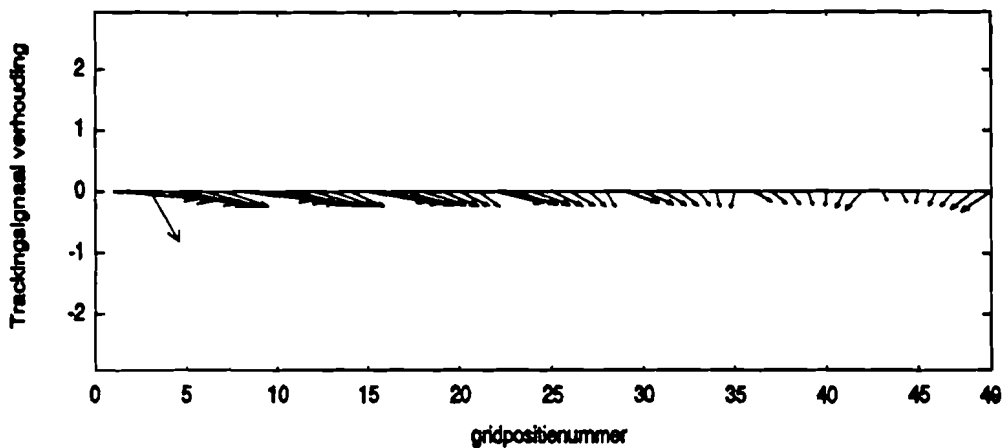


Fig. 6.6: Vectorregistratie van de trackingsigitaal verhouding (H) in grof grid op 12-12-91

In de figuur zijn duidelijk sets met elk 7 vectoren te herkennen. Zo'n set hoort bij een constante elevatie-fout en een variabele (door de hoofdrichting heenlopende) azimuth-fout.

Wanneer we het grid wat fijner maken (de fouthoeken lopen nu van -0.03 tot +0.03 en de stapgrootte is 0.01) dan ziet de azimuth-registratie er als volgt uit:

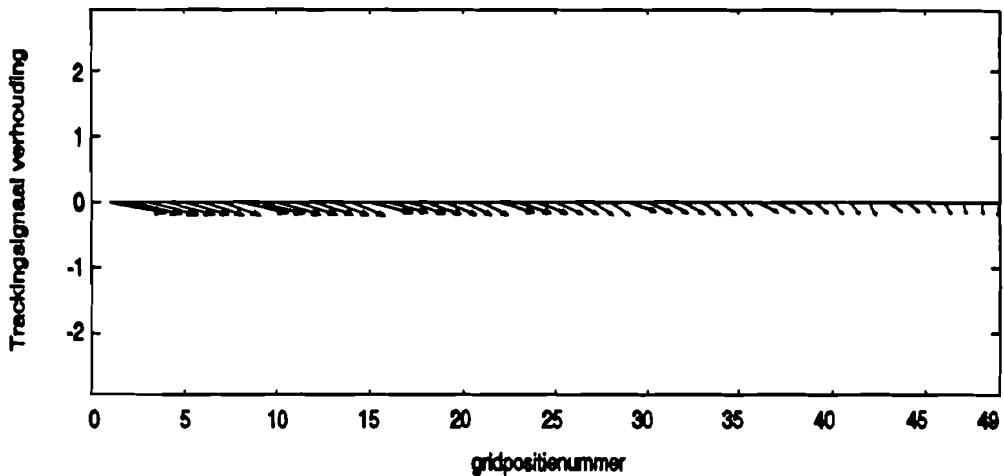


Fig. 6.7: Vectorregistratie van de trackingsignaal verhouding (H) in fijn grid op 17-01-92

Uit de twee figuren valt duidelijk af te leiden dat de azimuth signalen niet alleen afhankelijk zijn van de grootte van de fout in de azimuth-richting, maar dat er ook een verband is met de grootte van de fout in de elevatie-richting.

Er kan opgemerkt worden dat de vectoren zich steeds in quadrant III en IV van het IQ-vlak bevinden, en dat de locus voor een constante elevatie-fout in het IQ-vlak een rechte lijn benadert die steeds meer naar links verschuift naarmate de (weliswaar constante) elevatiefout in de positieve richting door de hoofdrichting wordt gevarieerd.

Wanneer de elevatiefout groot is (zie de laatste set in het grove grid) wordt er van de rechte lijn afgeweken. Een verandering van de azimuth-fout levert 'gewoon' een vrijwel constante verschuiving op de rechte.

M.b.v. deze gegevens is het mogelijk een model voor de complexe azimuth signalen op te stellen:

$$U_{az} = H1 \cdot \epsilon_{az} + X1 \cdot \epsilon_{el} + O1 \tag{6.3}$$

Hierin is U_{az} het complexe azimuth signaal, $H1$ de gevoeligheid in de azimuth-richting, $X1$ de 'overspraak' uit de elevatie-richting en $O1$ een 'offset'. ϵ_{az} en ϵ_{el} zijn de fouthoeken in respectievelijk

de azimuth- en elevatie-richting.

In matrix-notatie wordt dit dan:

$$U_{az} = \begin{pmatrix} \epsilon_{az} & \epsilon_{el} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} HI \\ XI \\ OI \end{pmatrix} = EPS_{az} \cdot \overline{H_{az}} \quad (6.4)$$

Het is dus zaak om zo precies mogelijk de coëfficiëntenmatrix H_{az} te bepalen. Daartoe zijn alle punten uit het grid in matrixvorm in het mathematische software-pakket MATLAB ingevoerd. Zo'n matrixvorm ziet er als volgt uit:

$$\begin{pmatrix} U_{az1} \\ U_{az2} \\ | \\ U_{azn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{az1} & \epsilon_{el1} & 1 \\ \epsilon_{az2} & \epsilon_{el2} & 1 \\ | & | & | \\ \epsilon_{azn} & \epsilon_{eln} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} HI \\ XI \\ OI \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

met n het aantal posities in het experiment.

M.b.v. MATLAB kan de coëfficiëntenmatrix nauwkeurig berekend worden. In principe benadert MATLAB de oplossing volgens de kleinste kwadratenverschilmethode.

Aan de hand van deze coëfficiëntenmatrix kan teruggerekend worden naar de complexe signaalwaarden om te controleren of dit model voor het betreffende bereik een voldoende goed model is. Wanneer dit zo is, kan nog een stap verder worden gegaan door aan de hand van de gemeten signaalwaarden en het opgestelde model, de bijbehorende fouthoeken te berekenen.

Een andere mogelijkheid vormt het opstellen van tabellen. Bij iedere set van fouthoeken kan immers een amplitude en fase berekend worden. Omdat de fase en amplitude tijdens het normale bedrijf continu gemeten worden is het ook mogelijk om in een straal rondom de hoofdrichting de tabellen te doorlopen en de inhoud ervan te vergelijken met de meetwaarden. Omdat de beweging van de satelliet continu is en de snelheid vrij klein, kan gekozen worden voor een beperkt bereik. Wanneer immers regelmatig bijgestuurd wordt, zal de hoofdrichting van de antenne voortdurend binnen dit bereik liggen.

Omdat de eerste methode zowel eleganter is als ook sneller, zal de aandacht hierop gericht zijn in het verdere verloop van dit verslag.

elevatie modellering

Voor de signalen in de elevatie-richting kan op dezelfde manier een model opgesteld worden.

Ook voor de signalen in deze richting registreren we daartoe in eerste instantie het verloop van fase en amplitude door middel van een complexe vector voor de verschillende punten.

Voor het verloop van de posities in het grove grid geldt nu:

(az;el;gridpositienummer):

(az;el): {(-0.06;-0.06;1),(-0.06;-0.04;8),...(-0.06;0.06;43);...;(0.06;-0.06;7),(0.06;-0.04;14),...,(0.06;0.06;49)}

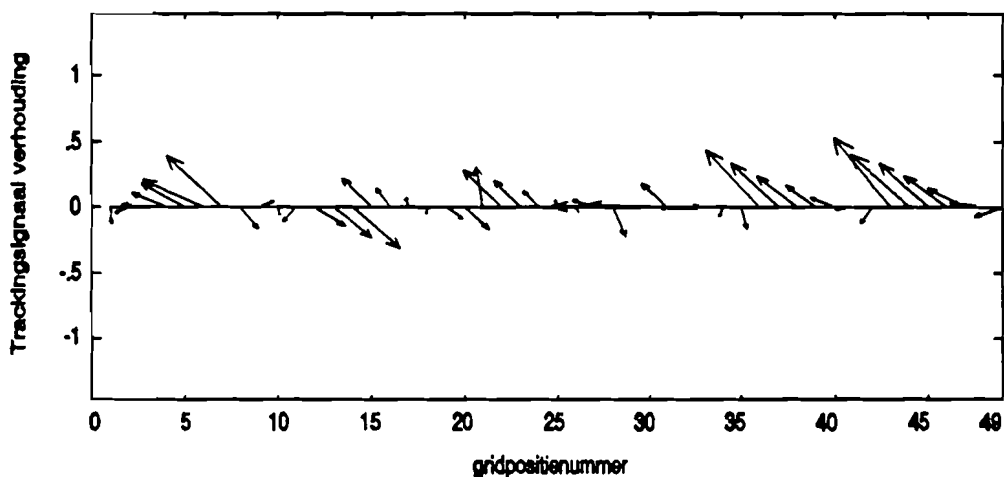


Fig. 6.8: Vectorregistratie van de trackingsignaal verhouding (V) in grof grid op 12-12-91

In dit grove grid valt op dat in de eerste set van vectoren de amplitude steeds toeneemt en de bijbehorende fase steeds afneemt bij achtereenvolgende elementen. Bij de sets behorende bij azimuth-fouten -0.02 , 0 , $+0.02$, $+0.04$ en $+0.06$ worden de opeenvolgende vectoren in zo'n set steeds kleiner qua amplitude en groter in fase. Deze tegenstelling houdt in dat de rechte lijn, die in het IQ-vlak samengesteld gezien kan worden door de opeenvolgende punten in zo'n set met elkaar te verbinden, in het eerste geval precies de andere kant oploopt dan de lijnen in de andere gevallen. Er is hier sprake van een nagenoeg 180° fase-draaiing; 'nagenoeg' omdat de steilheid van de lijnen voor de verschillende azimuth-fouten nogal varieert. Omdat deze fase-draaiing tussen de eerste en derde set al duidelijk zichtbaar is, kan aangenomen worden dat de 180° fase-draaiing in de V-trackingsignalen daadwerkelijk plaatsvindt bij een azimuth-fout die ligt tussen -0.06° en -0.02° .

Het kan nog scherper gesteld worden door op te merken dat de fase-draaiing duidelijk zichtbaar is bij

een azimuth-fout van -0.04° en een elevatie-fout <0.00 .

Zoals al eerder gezegd is kan er gebruik gemaakt worden van een beperkt bereik i.v.m. de geëiste nauwkeurigheid waarmee de antenne gericht moet worden. Daartoe is ook voor de V-gepolariseerde tracking signalen een fijner grid doorlopen (hetzelfde fijne grid waarvan gebruik is gemaakt bij de H-gepolariseerde signalen).

Onderstaande figuur toont de resultaten:

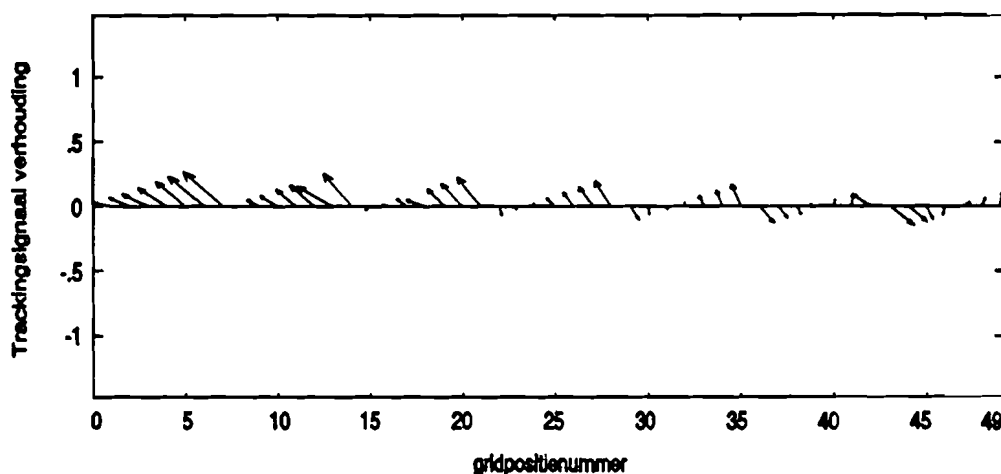


Fig. 6.9: Vectorregistratie van de trackingsignaal verhouding (V) in fijn grid op 17-01-92

Hieruit blijkt inderdaad weer dat er in dit bereik geen (180°) fase-draaiingen optreden. Verder blijkt ook dat door de toppen van de vectoren een rechte lijn getrokken kan worden die voor groter wordende azimuth-fout door de 0-as naar beneden beweegt. In het IQ-vlak komt naar beneden bewegen van de lijn overeen met een verschuiving naar rechts van de rechte. Verder is de rotatie die uit het grove grid naar voren kwam nagenoeg verdwenen.

Deze eigenschappen kunnen als volgt beschreven worden:

$$\begin{aligned}
 U_{el} &= X21 \cdot \epsilon_{az} + (H2 + X22 \cdot \epsilon_{az}) \cdot \epsilon_{el} + O2 \\
 &= X21 \cdot \epsilon_{az} + H2 \cdot \epsilon_{el} + X22 \cdot \epsilon_{az} \cdot \epsilon_{el} + O2
 \end{aligned}
 \tag{6.6}$$

Hierin is U_{el} het complexe elevatie-sigitaal, $X21$ de overspraak uit de elevatie-richting, $H2$ de gevoeligheid in de elevatie-richting, $X22$ de rotatie-coëfficiënt en $O2$ de offset.

De coëfficiënt $X22$ zorgt ervoor dat de steilheid van de rechte lijn (die in principe een lineaire functie is van de fout in elevatie richting) in het I-Q-vlak varieert als functie van de fout in azimuth richting. Omdat de rotatie die in het grove grid wel te zien was in het fijne grid nauwelijks meer terug te zien is, zal in eerste instantie $X22$ wel nog worden meegenomen in de berekeningen, maar bij de berekeningen van de coëfficiënten zal gecontroleerd worden in hoeverre deze coëfficiënt van belang is bij het elevatie-model.

In matrixnotatie wordt het model dus:

$$U_{el} = \begin{pmatrix} \epsilon_{az} & \epsilon_{el} & \epsilon_{az}\epsilon_{el} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X21 \\ H2 \\ X22 \\ O2 \end{pmatrix} = EPS \cdot H_{el}
 \tag{6.7}$$

Om weer met behulp van MATLAB de coëfficiënten-matrix voor het elevatie-model te bepalen worden alle gegevens uit één experiment samen tot één matrixnotatie samengebracht:

$$\begin{pmatrix} U_{el1} \\ U_{el2} \\ | \\ U_{eln} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{az1} & \epsilon_{el1} & \epsilon_{az1}\epsilon_{el1} & 1 \\ \epsilon_{az2} & \epsilon_{el2} & \epsilon_{az2}\epsilon_{el2} & 1 \\ | & | & | & | \\ \epsilon_{azn} & \epsilon_{eln} & \epsilon_{azn}\epsilon_{eln} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X21 \\ H2 \\ X22 \\ O2 \end{pmatrix}
 \tag{6.8}$$

met n het aantal posities in het experiment.

Tot nu toe is er steeds van uitgegaan dat de verplaatsing van de antenne in het azimuth-/elevatie vlak is. Echter omdat er bij het 20 GHz bakensigitaal met 933 Hz geschakeld wordt tussen een horizontale en verticale polarisatie moet natuurlijk ook nagegaan worden welke verandering er in de gevonden modellen optreedt wanneer er een patroon wordt doorlopen in het polaire assenstelsel.

Voor het (zuiver) polaire assenstelsel geldt dat de z-as van het stelsel evenwijdig loopt aan de as die beide polen van de aarde met elkaar verbindt. De z-as echter van het az-/el stelsel komt overeen met de normaal vanuit Eindhoven. Voor de polaire stoel van de 5.5 m antenne in Eindhoven geldt dat de

gehanteerde as een hoek maakt van 51.948° met het aardoppervlak. Wanneer de negatieve x-as overeen komt met de Noordelijke windrichting, dan geldt dus dat het in Eindhoven gehanteerde polaire stelsel t.o.v. het az-/el stelsel met 38.052° geroteerd is om de x-as. Voor uitgebreidere berekeningen en verklaringen zij men verwezen naar [7] en [8].

Aan de hand van deze gegevens is het mogelijk om vergelijkingen op te stellen voor de transformatie van az-/el coördinaten naar polaire coördinaten. Als het twee-dimensionaal az-/ el stelsel dan getransformeerd wordt naar het twee-dimensionale polaire stelsel, blijkt dat het polaire stelsel met een hoek van 18.4° achterovergekanteld is t.o.v. het az-/el stelsel. Zie hiervoor fig. 6.10:

Deze hoek wordt vaak de tilt-angle genoemd.

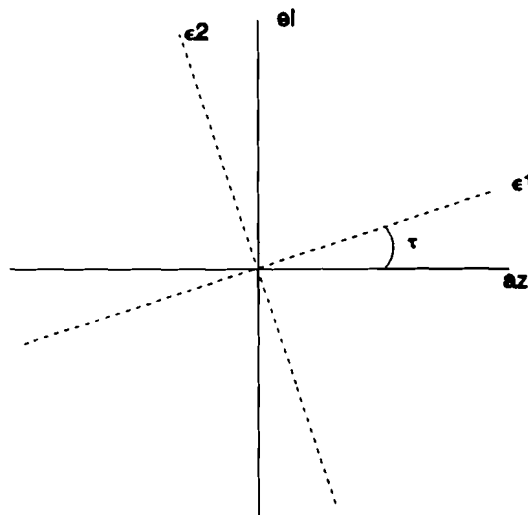


Fig. 6.10: Az/El stelsel met hoek τ gedraaid t.o.v. polaire stelsel

De fouten in az-/el richting kunnen nu dus gemakkelijk uitgedrukt worden in fouten in de polaire V en H-richtingen. Er geldt nl.:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\tau & \sin\tau \\ -\sin\tau & \cos\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{az} \\ \epsilon_{el} \end{pmatrix} \tag{6.9}$$

met τ de tilt-angle.

Het horizontaal gepolariseerde trackingsignaal kan dus nu ook als volgt genoteerd worden:

$$\begin{aligned}
 U_{az} &= (HI \ XI) \begin{pmatrix} \epsilon_{az} \\ \epsilon_{el} \end{pmatrix} + OI \\
 &= (HI \ XI) \begin{pmatrix} \cos\tau & -\sin\tau \\ \sin\tau & \cos\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{pmatrix} + OI \\
 &= (HI_p \ XI_p) \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{pmatrix} + OI = U_I
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

Het blijkt dus dat de coëfficiënten behorende bij het grid dat in het polaire assenstelsel wordt doorlopen eenvoudig te berekenen zijn uit de coëfficiënten behorende bij het andere grid.

Voor het verticaal gepolariseerde signaal is iets meer rekenwerk nodig om de 'polaire' coëfficiënten uit de 'az-/el' coëfficiënten af te leiden (in het geval natuurlijk dat de rotatie coëfficiënt in het model wordt meegenomen). Omdat de beschouwing in het polaire vlak dus in principe niets toevoegt aan die in het az-/el vlak zal de uitwerking hiervan niet gegeven worden en zal in het vervolg gebruik gemaakt worden van experimenten die uitgevoerd zijn geworden in het az-/el vlak.

De coëfficiënten die met MATLAB gevonden worden zijn dus geldig voor het az/el assenstelsel. De coëfficiënten hebben dus betrekking op een verplaatsing langs dit assenstelsel. Omdat de bakensignalen H en V gepolariseerd zijn, zal er principieel natuurlijk al een overspraakcomponent in de gemeten signalen zitten wanneer op deze manier gemeten wordt. Daarom zullen in de hierna volgende analyse van de experimenten ook steeds de 'polaire' coëfficiënten berekend worden om zo de overspraak te elimineren die het gevolg is van het gekanteld zijn van het polaire assenstelsel t.o.v. het az/el stelsel.

6.3 Experimenten en resultaten

Om de experimenten te kunnen uitwerken moet de data op de een of andere manier geregistreerd worden. Daarvoor is gebruik gemaakt van het Data Acquisitie Systeem van de TUE. Analoge propagatie data kanalen (32 in getal) vormen een deel van de input van het Data Acquisitie Systeem. Het bereik van de A/D convertors bedraagt 0..10 V. De analoge data kanalen worden na het Sample/Hold circuit en de lineaire A/D conversie gepresenteerd als 12 bits woorden (0..4095). De bemonsteringsfrequentie is 96 Hz. De kanalen waarvan voor de experimenten gebruik is gemaakt worden met een lopend gemiddelde filter geconverteerd naar 1 Hz data.

De resultaten die met behulp van MATLAB gevonden zijn, zijn in de onderstaande tabellen uitgezet:

Tabel 6.1a: Modelcoëfficiënten

Datum	17-01-92 (experiment gestart om 09:15)			
Assenstelsel	Az/El	Az/El	Polair	Polair
X22 bij elevatie berekening meegenomen	Ja	Nee	Ja	Nee
Hor./Az.				
H1	$-2.80-0.66 \cdot i$	Idem	$-5.02-0.46 \cdot i$	Idem
X1	$-7.48+0.53 \cdot i$		$-6.21+0.71 \cdot i$	
O1	$0.30-0.17 \cdot i$		$0.30-0.17 \cdot i$	
Vert./El.				
X21	$3.32-2.98 \cdot i$	$3.32-2.98 \cdot i$	$2.57-1.50 \cdot i$	$2.57-1.50 \cdot i$
H2	$-1.85+4.19 \cdot i$	$-1.85+4.19 \cdot i$	$-2.80+4.92 \cdot i$	$2.80+4.92 \cdot i$
X22	$-0.91+9.70 \cdot i$	nvt	$5.91+13.54 \cdot i$	nvt
O2	$-0.05+0.06 \cdot i$	$-0.05+0.06 \cdot i$	$-0.05+0.06 \cdot i$	$0.05+0.06 \cdot i$
Stand. Dev.				
AZ/EL	0.006/0.021	0.006/0.025		
H/V			0.007/0.025	0.007/0.025

Tabel 6.1b: Modelcoëfficiënten

Datum	17-01-92 (Experiment getart om 10:15)			
Assenstelsel	Az/El	Az/El	Polair	Polair
X22 bij elevatie berekening meegenomen	Ja	Nee	Ja	Nee
Hor./Az.				
H1	$-2.50-0.78 \cdot i$		$-4.75-0.53 \cdot i$	
X1	$-7.53+0.66 \cdot i$	Idem	$-6.36+0.87 \cdot i$	Idem
O1	$0.31-0.17 \cdot i$		$0.31-0.17 \cdot i$	
Vert./El.				
X21	$2.86-3.28 \cdot i$	$2.86-3.28 \cdot i$	$2.14-1.81 \cdot i$	$2.14-1.81 \cdot i$
H2	$-1.82+4.11 \cdot i$	$-1.82+4.11 \cdot i$	$-2.63+4.93 \cdot i$	$-2.63+4.93 \cdot i$
X22	$-11.84+5.43 \cdot i$	nvt	$-10.27+0.40 \cdot i$	nvt
O2	$-0.07+0.09 \cdot i$	$-0.07+0.09 \cdot i$	$-0.07+0.09 \cdot i$	$-0.07+0.09 \cdot i$
Stand. Dev.				
AZ/EL	0.008/0.032	0.008/0.026		
H/V			0.008/0.026	0.008/0.026

Tabel 6.1c: Modelcoëfficiënten

Datum	22-01-92			
Assenstelsel	Az/El	Az/El	Polair	Polair
X22 bij elevatie berekening meegenomen	Ja	Nee	Ja	Nee
Hor./Az.				
H1	$-2.85-0.35 \cdot i$	Idem	$-4.93-0.26 \cdot i$	Idem
X1	$-7.07+0.23 \cdot i$		$-5.80+0.32 \cdot i$	
O1	$0.29-0.22 \cdot i$		$0.29-0.22 \cdot i$	
Vert./El.				
X21	$0.66+3.39 \cdot i$	$0.60+3.59 \cdot i$	$-0.23+2.62 \cdot i$	$-0.23+2.62 \cdot i$
H2	$-2.34-2.55 \cdot i$	$-2.56-2.48 \cdot i$	$-2.63+2.62 \cdot i$	$-2.62-3.49 \cdot i$
X22	$61.60-9.57 \cdot i$	nvt	$86.33-10.97 \cdot i$	nvt
O2	$-0.04-0.02 \cdot i$	$-0.04-0.02 \cdot i$	$-0.04-0.02 \cdot i$	$-0.04-0.02 \cdot i$
Stand. Dev.				
AZ/EL	0.011/0.072	0.011/0.073		
H/V			0.011/0.066	0.011/0.073

Tabel 6.1d: Modelcoëfficiënten

Datum	31-01-92 (Experiment gestart om 9:50)			
Assenstelsel	Az/El	Az/El	Polair	Polair
X22 bij elevatie berekening meegenomen	Ja	Nee	Ja	Nee
Hor./Az.				
H1	$-2.92-0.98 \cdot i$		$-4.94-0.82 \cdot i$	
X1	$-6.86+0.36 \cdot i$	Idem	$-5.58+0.65 \cdot i$	Idem
O1	$0.32-0.19 \cdot i$		$0.32-0.19 \cdot i$	
Vert./El.				
X21	$2.70-2.19 \cdot i$	$2.70-2.19 \cdot i$	$1.97-1.05 \cdot i$	$1.97-1.05 \cdot i$
H2	$-1.87+3.25 \cdot i$	$-1.87+3.25 \cdot i$	$-2.62-1.05 \cdot i$	$-2.62+3.78 \cdot i$
X22	$24.86+6.67 \cdot i$	nvt	$29.13+5.35 \cdot i$	nvt
O2	$-0.09+0.07 \cdot i$	$-0.09+0.07 \cdot i$	$-0.09+0.07 \cdot i$	$-0.09+0.07 \cdot i$
Stand. Dev.				
AZ/EL	0.075/0.032	0.075/0.035		
H/V			0.075/0.033	0.075/0.035

Tabel 6.1e: Modelcoëfficiënten

Datum	31-01-92 (Experiment gestart om 12:20)			
Assenstelsel	Az/El	Az/El	Polair	Polair
X22 bij elevatie berekening meegenomen	Ja	Nee	Ja	Nee
Hor./Az.				
H1	$-3.98-0.80 \cdot i$		$-5.20-0.32 \cdot i$	
X1	$-4.50+1.38 \cdot i$	Idem	$-3.02+1.56 \cdot i$	Idem
O1	$0.23-0.21 \cdot i$		$0.23-0.21 \cdot i$	
Vert./El.				
X21	$2.30-3.19 \cdot i$	$2.30+3.20 \cdot i$	$1.27+2.29 \cdot i$	$1.27+2.29 \cdot i$
H2	$-2.88-2.35 \cdot i$	$-2.88-2.35 \cdot i$	$-3.46-3.24 \cdot i$	$-3.46-3.24 \cdot i$
X22	$33.61-22.89 \cdot i$	nvt	$28.80-19.50 \cdot i$	nvt
O2	$-0.09-0.08 \cdot i$	$-0.09-0.08 \cdot i$	$-0.09-0.08 \cdot i$	$-0.09-0.08 \cdot i$
Stand. Dev.				
AZ/EL	0.143/0.028	0.143/0.0326		
H/V			0.143/0.030	0.143/0.033

Tabel 6.1f: Modelcoëfficiënten

Datum	17-03-92			
Assenstelsel	Az/El	Az/El	Polair	Polair
X22 bij elevatie berekening meegenomen	Ja	Nee	Ja	Nee
Hor./Az.				
H1	$-3.02-0.50 \cdot i$		$-5.06+0.11 \cdot i$	
X1	$-6.95+1.84 \cdot i$	Idem	$-5.63+1.91 \cdot i$	Idem
O1	$0.35-0.21 \cdot i$		$0.35-0.21 \cdot i$	
Vert./El.				
X21	$2.49-3.44 \cdot i$	$2.49-3.44 \cdot i$	$2.11-1.83 \cdot i$	$2.11-1.83 \cdot i$
H2	$-0.77+4.52 \cdot i$	$-0.77+4.52 \cdot i$	$-1.51+5.37 \cdot i$	$-1.52+5.37 \cdot i$
X22	$-11.16+17.74 \cdot i$	nvt	$-11.92+19.49 \cdot i$	nvt
O2	$0.011-0.026 \cdot i$	$0.011-0.026 \cdot i$	$0.011-0.026 \cdot i$	$0.011-0.026 \cdot i$
Stand. Dev.				
AZ/EL	0.010/0.021	0.010/0.023		
H/V			0.010/0.021	0.010/0.023

Uit de tabellen 6.1a t/m 6.1f valt op te maken dat het model voor de azimuth-signalen veel (een factor 2 tot 7) betrouwbaarder is dan het model voor de elevatie-signalen, terwijl uit tabel 6.1b precies het omgedraaide volgt. Echter tabel 6.1b toont voor de azimuth coëfficiënten veel andere waarden dan voor de experimenten die in tabel 6.1a zijn beschreven. Bovendien is de standaarddeviatie van het verschil tussen het daadwerkelijk gemeten signaal en het berekende signaal veel groter. Dit duidt op meetwaarden die door het azimuth-model niet in rekening gebracht kunnen worden. Verder valt op dat de nauwkeurigheid van het elevatiemodel in beide tabellen in dezelfde orde van grootte blijft. De coëfficiënten in het azimuth-model blijven bij de verschillende experimenten ruwweg in dezelfde lijn der verwachting liggen (hiermee wordt bedoeld dat de tekens van de coëfficiënten niet wisselen en dat ze relatief t.o.v. gelijk blijven). Echter de coëfficiënten voor het elevatie model verschillen keer op keer. Voor de coëfficiënten uit het elevatie model geldt dat de term die zorg moet dragen voor de rotatie niet of nauwelijk noodzakelijk is. De andere coëfficiënten veranderen niet wanneer bij de berekening ervan de coëfficiënt X22 wordt weggelaten. Zelfs de nauwkeurigheid van het model verandert niet of nauwelijks. Wel valt op dat de overspraakcoëfficiënt in beide modellen groot t.o.v. de gevoeligheid is. In het azimuth model is de overspraak zelfs nog groter dan de gevoeligheid. In onderstaande tabel zijn de gevoeligheid en overspraak voor beide modellen (als referentie wordt het experiment d.d. 17-03-92 genomen):

Tabel 6.2: Gevoeligheid en overspraak in beide polarisatie-richtingen

Datum	17-03-92	
	Gevoeligheid (/deg)	Overspraak (/deg)
H-polarisatie	5.06	5.95
V-polarisatie	5.57	2.79

De gevoeligheid van het trackingsignaal is in beide richtingen overigens nagenoeg gelijk (5.06 en 5.57 per graad afwijking in de richting van de polaire assen).

Het spreekt voor zich dat de mate van overspraak afhankelijk is van het assenstelsel van waaruit de metingen verricht worden. Zo is gebleken dat de overspraak al minder wordt wanneer bewogen wordt in het polaire assenstelsel vergeleken met de situatie in het az/el vlak. In principe is de overspraak in het polaire stelsel minimaal, omdat het bakensignaal H- en V-gepolariseerd is. Zoals al eerder is vermeld is het polaire stelsel met de kantelhoek verdraaid t.o.v. het az/el stelsel. Echter door een

verkeerde oplijning van het geheel zou het kunnen zijn dat een minimum aan overspraak gevonden wordt bij een andere hoek dan de (oorspronkelijke) kantelhoek.

In tabel 6.3 staan (aan de hand van het experiment d.d. 17-03-92) bij verschillende kantelhoeken t.o.v. het az/el stelsel de waarden van de gevoeligheid en overspraak voor de beide (H en V) tracking-signalen.

Tabel 6.3: Gevoeligheid en overspraak bij beweging in verschillende assenstelsels

(De verschillende assenstelsels zijn met de kantelhoek gerooteerd t.o.v. het az/el stelsel)

Datum	17-03-92	
Kantelhoek (°) (t.o.v. az/el stelsel)	Gevoeligheid (per graad in de richting v.h. nieuwe assenstelsel)	Overspraak (per graad in de richting v.h. nieuwe assenstelsel)
0	az: 3.06 el: 4.59	az: 7.19 el: 4.25
18.4	H: 5.06 V: 5.57	H: 5.95 V: 2.79
-18.4	'H': 1.24 'V': 3.20	'H': 7.67 'V': 5.35
61	'H': 7.66 'V': 5.78	'H': 1.50 'V': 2.34
37	'H': 6.63 'V': 6.05	'H': 4.12 'V': 1.52

In tabel 6.4 zijn voor de verschillende kantelhoeken de verhouding tussen gevoeligheid en overspraak weergegeven. Het blijkt dat de maximale waarden van deze Gevoeligheid-Overspraak-Verhouding voor de beide modellen (gevoelig in de twee orthogonale richtingen) niet in hetzelfde assenstelsel liggen. Voor het 'H'-polarisatie gevoelige model ligt het maximum bij een kantelhoek van 61°, terwijl voor het 'V'-polarisatie gevoelige model een kantelhoek van 37° de optimale waarde blijkt te zijn.

Tabel 6.4: Gevoeligheid/Overspraak verhouding voor de verschillende kantelhoeken

Datum	17-03-92	
Kantelhoek in graden	Gevoeligheid/Overspraak 'H'	Gevoeligheid/Overspraak 'V'
0	0.43	1.08
18.4	0.85	2.00
-18.4	0.16	0.60
61	5.11	2.47
37	1.61	3.98

In de figuren 6.11 t/m 6.13 op de volgende pagina's zijn voor de verschillende posities behorende bij de experimenten op 22-01-92 en 31-01-92 (steeds in het fijne grid) de bijbehorende complexe vectoren weergegeven. Op 31-01-92 zijn twee experimenten uitgevoerd met een tijdsverschil van ongeveer 3 uur, terwijl de (atmosferische) omstandigheden waarbij de experimenten zijn uitgevoerd hetzelfde waren.

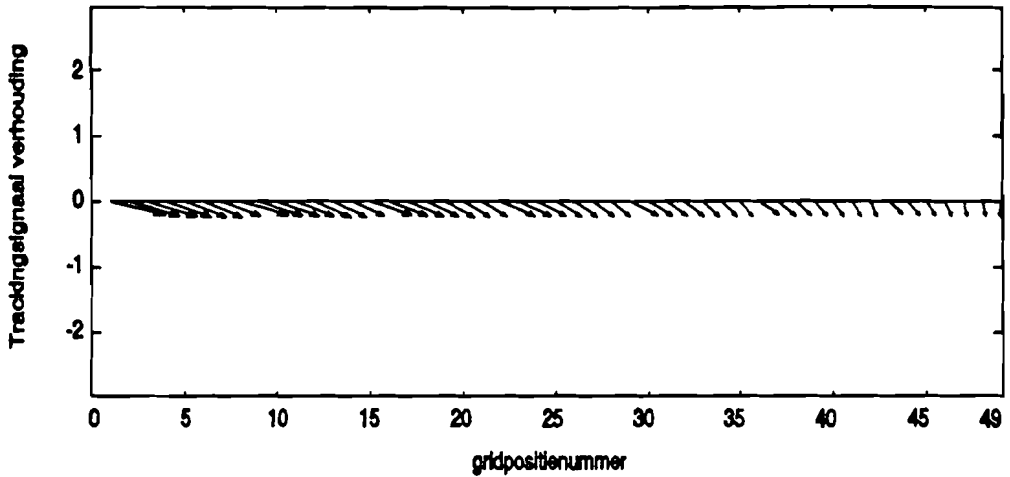


Fig. 6.11a: Vectorregistratie van de trackingsignaal verhouding (H) in fijn grid op 22-01-92

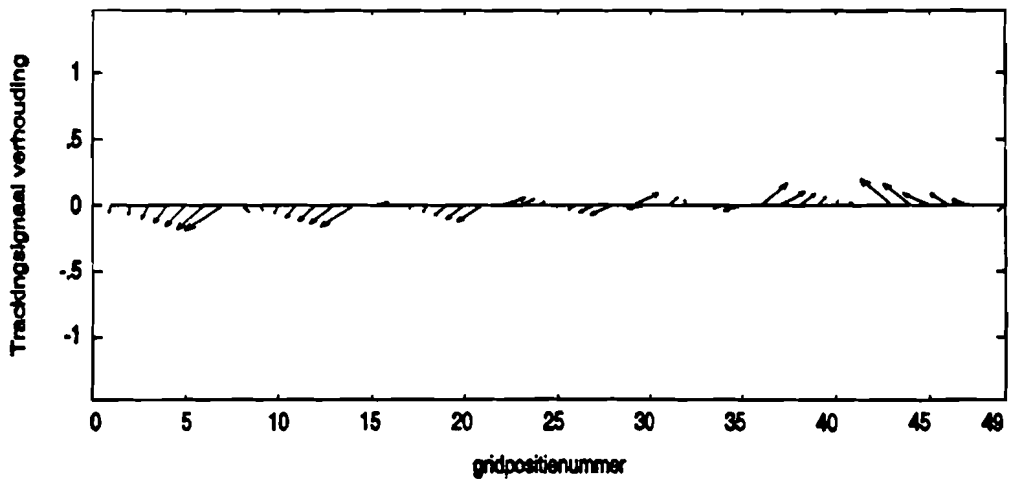


Fig. 6.11b: Vectorregistratie van de trackingsignaal verhouding (V) in fijn grid op 22-01-92

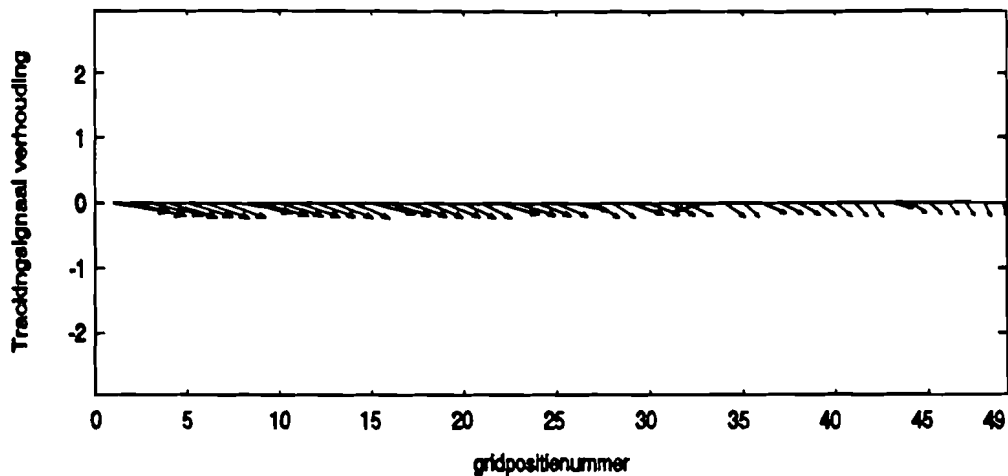


Fig. 6.12a: Vectorregistratie van de trackingsignaal verhouding (H) in fijn grid op 31-01-92 (09:50)

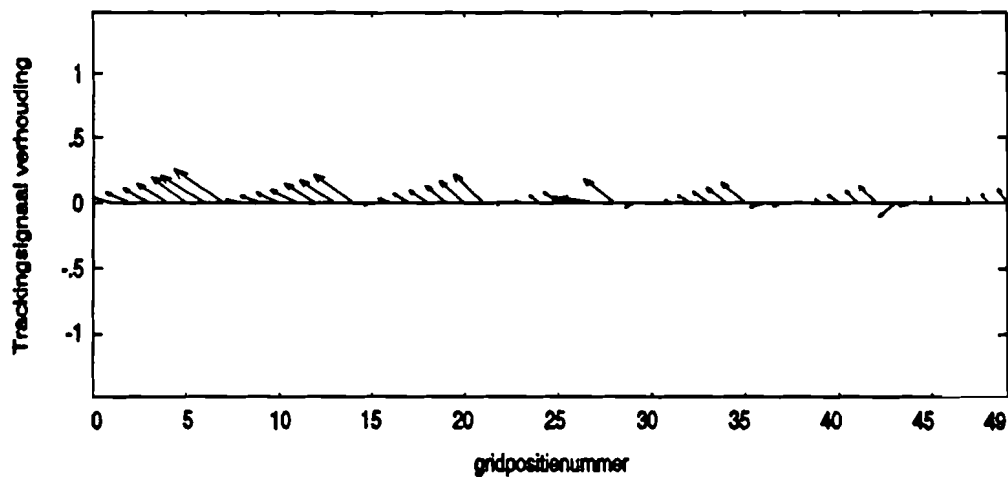


Fig. 6.12b: Vectorregistratie van de trackingsignaal verhouding (V) in fijn grid op 31-01-92 (09:50)

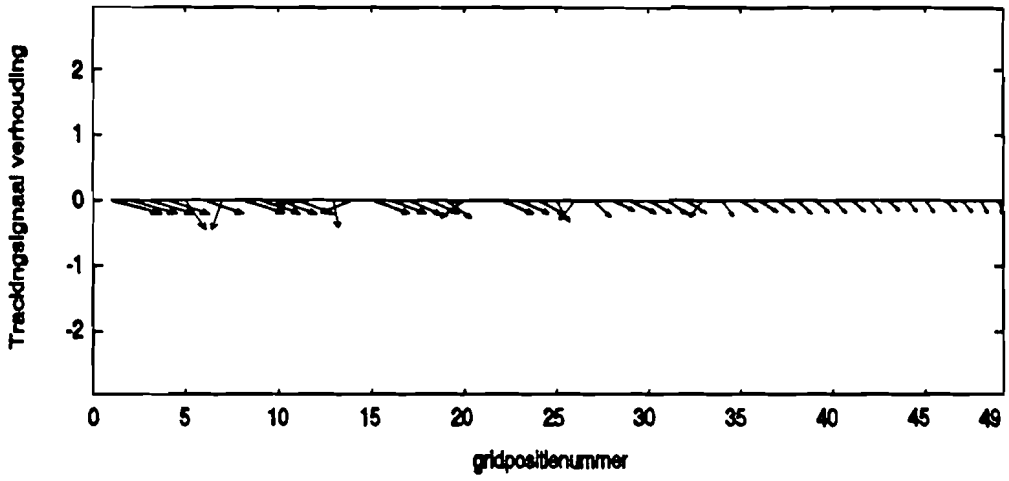


Fig. 6.13a: Vectorregistratie van de trackingsignaal verhouding (Az) in fijn grid op 31-01-92 (12:20)

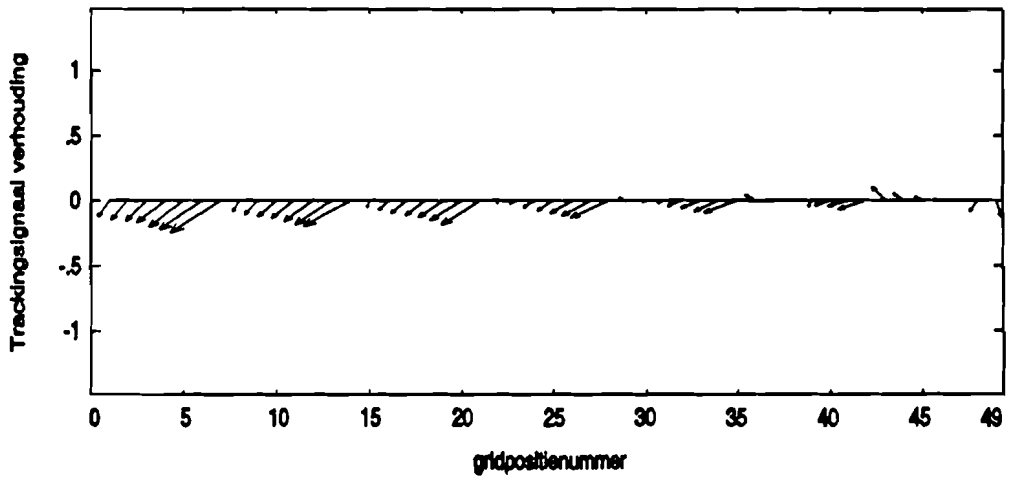


Fig. 6.13b: Vectorregistratie van de trackingsignaal verhouding (El) in fijn grid op 31-01-92 (12:20)

Uit de verschillende figuren is af te leiden waarom op 31-01-92 het azimuth-model zo'n grote onnauwkeurigheid oplevert. Tijdens de metingen zijn enkele 'verdwaalde' vectoren geregistreerd. Als de coëfficiënten worden bepaald aan de hand van alle 49 registraties worden de 'foute' uitgemiddeld en wordt er dus een oneerlijk resultaat verkregen. Het blijkt echter dat wanneer alleen de geldige vectoren worden bekeken, dat dan de coëfficiënten voor het azimuth-model van 17-01-92 en 22-01-92 weer geldig zijn. Verder blijkt dat het verloop van de elevatiesignalen binnen een tijdsbestek van enkele uren onderhevig kan zijn aan een onbepaalde fasedraaiing. Deze fasedraaiing levert dus een onbepaalde verandering van elevatiecoëfficiënten op.

Het is dus nu zaak om aan de hand van de gevonden modellen een zo nauwkeurig mogelijke schatting te geven van de grootte van de hoek waarmee de antenne fout gericht staat. Omdat de coëfficiënten bij de verschillende experimenten steeds veranderen wordt voor het gemak uitgegaan van één situatie.

Omdat voor elke richting (azimuth en elevatie) een trackingsignaal beschikbaar is, ligt het voor de hand om uit het azimuth model de azimuth-fout af te leiden en uit het elevatie-model de fout in elevatierichting. Omdat er sprake is van complexe signalen kan elk model beschreven worden met twee vergelijkingen, waarvan de ene voor het reële deel staat en het andere voor het imaginaire deel.

Voor het azimuth-model betekent dit:

$$\begin{pmatrix} RH1 & RX1 \\ IH1 & IX1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{az} \\ \epsilon_{el} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Raz - RO1 \\ Iaz - IO1 \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

waarin Rx het reële deel van coefficient x voorstelt, Ix het imaginaire deel van x voorstelt, Raz de reële waarde van het gemeten complexe (genormeerde) trackingsignaal is, en Iaz het imaginaire deel daarvan.

In principe zouden ϵ_{az} en ϵ_{el} uit deze twee vergelijkingen rechtstreeks opgelost kunnen worden. Op deze manier echter wordt er geen gebruik gemaakt van het model voor de elevatie-richting. Uitspraak doen over een parameter op basis van overspraak is natuurlijk niet zo'n betrouwbare methode.

Beter is om uit dit model eerste schattingen voor (in ieder geval voor de elevatie-fout) de parameters te bepalen.

Het elevatie-model kan als volgt beschreven worden:

$$\begin{pmatrix} RX21 & RH2 \\ DX21 & IH2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{az} \\ \epsilon_{el} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} RX22 \epsilon_{az} \epsilon_{el} \\ DX22 \epsilon_{az} \epsilon_{el} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Rel - RO2 \\ Jel - IO2 \end{pmatrix} \quad (6.12)$$

Aan de hand van de startwaarden uit het azimuth-model moet het vervolgens mogelijk zijn om via (een successieve substitutie methode in) het elevatie-model, betere waarden voor de elevatie fout te vinden:

Het bovenstaande stelsel $\underline{F}(\underline{\epsilon}) = \underline{0}$ moet daarvoor herschreven worden naar de vorm:

$$\underline{\epsilon} = \underline{f}(\underline{\epsilon})$$

Een van de vele mogelijkheden waarop dit kan is devolgende.

Zij bijv.:

$$\underline{F}(\underline{\epsilon}) = \underline{A}\underline{\epsilon} - \underline{b} - \underline{G}(\underline{\epsilon}) \quad (6.13)$$

waarbij \underline{A} een $k \times k$ matrix is, \underline{b} een k -vector is en \underline{G} een niet-lineaire vectorfunctie.

Dan is

$$\underline{\epsilon} = \underline{A}^{-1}(\underline{b} + \underline{G}(\underline{\epsilon})) = \underline{\epsilon} - \underline{A}^{-1}\underline{F}(\underline{\epsilon}) \quad (6.14)$$

een goede formule die voldoet voor de methode van successieve substitutie als $\underline{G}(\underline{\epsilon})$ 'klein' is en weinig varieert in de buurt van $\underline{A}^{-1}\underline{b}$.

Hiertoe schrijven we formule (6.12) om tot:

$$\begin{aligned} \underline{F}(\underline{\epsilon}) &= \begin{pmatrix} RX21 & RH2 \\ DX21 & IH2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{az} \\ \epsilon_{el} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Rel - RO2 \\ Jel - IO2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -RX22 \epsilon_{az} \epsilon_{el} \\ -IX22 \epsilon_{az} \epsilon_{el} \end{pmatrix} \\ &= \underline{A}\underline{\epsilon} - \underline{b} - \underline{G}(\underline{\epsilon}) \end{aligned} \quad (6.15)$$

Voor $\underline{\epsilon}$ kan dan volgens (6.14) devolgende iteratieve formule worden geschreven:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{az} \\ \epsilon_{el} \end{pmatrix} = \frac{1}{RX21 \cdot IH2 - RH21 \cdot IX21} \begin{pmatrix} IH2 & -RH2 \\ -IX21 & RX21 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Rel - RO2 - RX22 \epsilon_{az} \epsilon_{el} \\ Jel - IO2 - IX22 \epsilon_{az} \epsilon_{el} \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

(Wanneer nu de rotatie coëfficiënt $X22$ niet meegenomen hoeft te worden in het elevatie model, is

het voldoende om in formule (6.16) de coëfficiënten RX_{22} en IX_{22} gelijk aan nul te maken om zodoende de rechtstreekse waarden voor de azimuth-fout en elevatie-fout uit het elevatie-model te verkrijgen.)

Aan de hand van de twee oplossingsmogelijkheden van de fouthoekparameters is het nu dus mogelijk om via successieve substitutie een zo goed mogelijke set van fouthoeken te benaderen.

Het algoritme hiervoor luidt als volgt:

- ▶ *Bereken aan de hand van het azimuth-model de fouthoeken in beide richtingen.*
- ▶ *Aan de hand van deze eerste schattingen worden startwaarden gekozen. Deze startwaarden zijn ofwel $+0.01^\circ$ ofwel -0.01° . Het teken wordt gekozen aan de hand van het resultaat uit het azimuth-model.*
- ▶ *Aan de hand van de startwaarde in de ene richting wordt m.b.v. de methode van de successieve substitutie de fouthoek in de andere richting bepaald. Op deze manier wordt dus een eventuele grotere afwijking in het azimuth-model niet meegenomen in het elevatiemodel. Het azimuth-model 'levert' in eerste instantie slechts het teken van de startwaarde. Voor de andere richting geldt natuurlijk hetzelfde.*
- ▶ *Om nu niet alleen het elevatie-model in de uitspraak over de grootte van de fouthoek te laten meetellen, wordt voor de uiteindelijke waarde van de fout in de afzonderlijke richtingen het gemiddelde uit beide modellen genomen.*

In de tabellen op de volgende pagina's zijn de simulatieresultaten voor verschillende experimenten in tabelvorm uitgewerkt.

Tabel 6.5: Berekende fouthoeken bij experiment op 17-01-92

az-grid	el-grid	ber. az.	ber. el.	az-dif	el-dif
-0.0300	-0.0300	-0.0280	-0.0318	0.0020	-0.0018
-0.0300	-0.0200	-0.0256	-0.0226	0.0044	-0.0026
-0.0300	-0.0100	-0.0295	-0.0170	0.0005	-0.0070
-0.0300	0.0000	-0.0291	-0.0051	0.0009	-0.0051
-0.0300	0.0100	-0.0241	0.0101	0.0059	0.0001
-0.0300	0.0200	-0.0300	0.0186	0.0000	-0.0014
-0.0300	0.0300	-0.0335	0.0283	-0.0035	-0.0017
-0.0200	-0.0300	-0.0141	-0.0307	0.0059	-0.0007
-0.0200	-0.0200	-0.0108	-0.0171	0.0092	0.0029
-0.0200	-0.0100	-0.0143	-0.0112	0.0057	-0.0012
-0.0200	0.0000	-0.0116	0.0014	0.0084	0.0014
-0.0200	0.0100	-0.0141	0.0085	0.0059	-0.0015
-0.0200	0.0200	-0.0334	0.0010	-0.0134	-0.0190
-0.0200	0.0300	-0.0139	0.0355	0.0061	0.0055
-0.0100	-0.0300	-0.0023	-0.0298	0.0077	0.0002
-0.0100	-0.0200	0.0011	-0.0200	0.0111	-0.0000
-0.0100	-0.0100	-0.0003	-0.0094	0.0097	0.0006
-0.0100	0.0000	-0.0149	-0.0140	-0.0049	-0.0140
-0.0100	0.0100	-0.0023	0.0110	0.0077	0.0010
-0.0100	0.0200	-0.0046	0.0203	0.0054	0.0003
-0.0100	0.0300	-0.0044	0.0333	0.0056	0.0033
0.0000	-0.0300	0.0067	-0.0309	0.0067	-0.0009
0.0000	-0.0200	0.0057	-0.0208	0.0057	-0.0008
0.0000	-0.0100	0.0105	-0.0099	0.0105	0.0001
0.0000	0.0000	0.0081	-0.0018	0.0081	-0.0018
0.0000	0.0100	0.0086	0.0112	0.0086	0.0012
0.0000	0.0200	0.0072	0.0216	0.0072	0.0016
0.0000	0.0300	0.0079	0.0317	0.0079	0.0017
0.0100	-0.0300	0.0155	-0.0299	0.0055	0.0001
0.0100	-0.0200	0.0090	-0.0247	-0.0010	-0.0047
0.0100	-0.0100	0.0136	-0.0135	0.0036	-0.0035
0.0100	0.0000	0.0181	0.0017	0.0081	0.0017
0.0100	0.0100	0.0189	0.0111	0.0089	0.0011
0.0100	0.0200	0.0225	0.0218	0.0125	0.0018
0.0100	0.0300	0.0220	0.0340	0.0120	0.0040
0.0200	-0.0300	0.0236	-0.0289	0.0036	0.0011
0.0200	-0.0200	0.0219	-0.0220	0.0019	-0.0020
0.0200	-0.0100	0.0182	-0.0168	-0.0018	-0.0068
0.0200	0.0000	0.0142	-0.0058	-0.0058	-0.0058
0.0200	0.0100	0.0277	0.0118	0.0077	0.0018
0.0200	0.0200	0.0309	0.0233	0.0109	0.0033
0.0200	0.0300	0.0033	0.0107	-0.0167	-0.0193
0.0300	-0.0300	0.0378	-0.0220	0.0078	0.0080
0.0300	-0.0200	0.0351	-0.0169	0.0051	0.0031
0.0300	-0.0100	0.0215	-0.0212	-0.0085	-0.0112
0.0300	0.0000	0.0159	-0.0188	-0.0141	-0.0188
0.0300	0.0100	0.0385	0.0128	0.0085	0.0028
0.0300	0.0200	0.0411	0.0211	0.0111	0.0011
0.0300	0.0300	0.0467	0.0332	0.0167	0.0032

Tabel 6.6: Berekende fouthoeken bij experiment op 22-01-92

az-grid	el-grid	ber. az.	ber. el.	az-dif	el-dif
-0.0300	-0.0300	-0.0421	-0.0140	-0.0121	0.0160
-0.0300	-0.0200	-0.0363	-0.0149	-0.0063	0.0051
-0.0300	-0.0100	-0.0250	-0.0091	0.0050	0.0009
-0.0300	0.0000	-0.0199	-0.0007	0.0101	-0.0007
-0.0300	0.0100	-0.0302	0.0126	-0.0002	0.0026
-0.0300	0.0200	-0.0313	0.0260	-0.0013	0.0060
-0.0300	0.0300	-0.0255	0.0432	0.0045	0.0132
-0.0200	-0.0300	-0.0236	-0.0300	-0.0036	0.0000
-0.0200	-0.0200	-0.0186	-0.0213	0.0014	-0.0013
-0.0200	-0.0100	-0.0103	-0.0135	0.0097	-0.0035
-0.0200	0.0000	-0.0039	-0.0052	0.0161	-0.0052
-0.0200	0.0100	-0.0037	0.0100	0.0163	-0.0000
-0.0200	0.0200	-0.0076	0.0287	0.0124	0.0087
-0.0200	0.0300	-0.0100	0.0329	0.0100	0.0029
-0.0100	-0.0300	-0.0047	-0.0607	0.0053	-0.0307
-0.0100	-0.0200	0.0131	-0.0119	0.0231	0.0081
-0.0100	-0.0100	0.0017	-0.0255	0.0117	-0.0155
-0.0100	0.0000	-0.0007	-0.0098	0.0093	-0.0098
-0.0100	0.0100	-0.0037	0.0061	0.0063	-0.0039
-0.0100	0.0200	-0.0068	0.0166	0.0032	-0.0034
-0.0100	0.0300	-0.0038	0.0301	0.0062	0.0001
0.0000	-0.0300	-0.0001	-0.0690	-0.0001	-0.0390
0.0000	-0.0200	0.0054	-0.0480	0.0054	-0.0280
0.0000	-0.0100	0.0088	-0.0297	0.0088	-0.0197
0.0000	0.0000	0.0110	-0.0165	0.0110	-0.0165
0.0000	0.0100	0.0133	-0.0007	0.0133	-0.0107
0.0000	0.0200	0.0125	0.0182	0.0125	-0.0018
0.0000	0.0300	0.0121	0.0372	0.0121	0.0072
0.0100	-0.0300	0.0127	-0.0772	0.0027	-0.0472
0.0100	-0.0200	0.0276	0.0135	0.0176	0.0335
0.0100	-0.0100	0.0166	-0.0370	0.0066	-0.0270
0.0100	0.0000	0.0199	-0.0119	0.0099	-0.0119
0.0100	0.0100	0.0154	-0.0055	0.0054	-0.0155
0.0100	0.0200	0.0181	0.0124	0.0081	-0.0076
0.0100	0.0300	0.0205	0.0318	0.0105	0.0018
0.0200	-0.0300	0.0230	-0.0686	0.0030	-0.0386
0.0200	-0.0200	0.0147	-0.0646	-0.0053	-0.0446
0.0200	-0.0100	0.0172	-0.0454	-0.0028	-0.0354
0.0200	0.0000	0.0155	-0.0258	-0.0045	-0.0258
0.0200	0.0100	0.0168	-0.0106	-0.0032	-0.0206
0.0200	0.0200	0.0167	0.0059	-0.0033	-0.0141
0.0200	0.0300	0.0226	0.0251	0.0026	-0.0049
0.0300	-0.0300	0.0444	0.0216	0.0144	0.0516
0.0300	-0.0200	0.0417	0.0393	0.0117	0.0593
0.0300	-0.0100	0.0373	0.0385	0.0073	0.0485
0.0300	0.0000	0.0475	0.0253	0.0175	0.0253
0.0300	0.0100	0.0345	0.0218	0.0045	0.0118
0.0300	0.0200	0.0252	0.0167	-0.0048	-0.0033
0.0300	0.0300	0.0133	0.0126	-0.0167	-0.0174

Tabel 6.7: Berekende fouthoeken bij experiment op 31-01-92

az-grid	el-grid	ber. az.	ber. el.	az-dif	el-dif
-0.0300	-0.0300	-0.0478	-0.0248	-0.0178	0.0052
-0.0300	-0.0200	-0.0395	-0.0145	-0.0095	0.0055
-0.0300	-0.0100	-0.0286	-0.0034	0.0014	0.0066
-0.0300	0.0000	-0.0261	0.0027	0.0039	0.0027
-0.0300	0.0100	-0.0491	-0.0260	-0.0191	-0.0360
-0.0300	0.0200	-0.0316	0.0127	-0.0016	-0.0073
-0.0300	0.0300	-0.0595	0.0373	-0.0295	0.0073
-0.0200	-0.0300	-0.0135	-0.0340	0.0065	-0.0040
-0.0200	-0.0200	-0.0147	-0.0251	0.0053	-0.0051
-0.0200	-0.0100	-0.0162	-0.0162	0.0038	-0.0062
-0.0200	0.0000	-0.0190	-0.0100	0.0010	-0.0100
-0.0200	0.0100	-0.0143	0.0046	0.0057	-0.0054
-0.0200	0.0200	-0.0176	0.0157	0.0024	-0.0043
-0.0200	0.0300	-0.0195	0.0292	0.0005	-0.0008
-0.0100	-0.0300	-0.0067	-0.0343	0.0033	-0.0043
-0.0100	-0.0200	-0.0002	-0.0163	0.0098	0.0037
-0.0100	-0.0100	0.0023	-0.0065	0.0123	0.0035
-0.0100	0.0000	0.0006	0.0037	0.0106	0.0037
-0.0100	0.0100	0.0025	0.0176	0.0125	0.0076
-0.0100	0.0200	0.0002	0.0263	0.0102	0.0063
-0.0100	0.0300	0.0024	0.0425	0.0124	0.0125
0.0000	-0.0300	0.0117	-0.0276	0.0117	0.0024
0.0000	-0.0200	0.0189	-0.0154	0.0189	0.0046
0.0000	-0.0100	0.0199	-0.0033	0.0199	0.0067
0.0000	0.0000	0.0139	0.0026	0.0139	0.0026
0.0000	0.0100	0.0394	0.0346	0.0394	0.0246
0.0000	0.0200	-0.0318	-0.0264	-0.0318	-0.0464
0.0000	0.0300	0.0014	0.0236	0.0014	-0.0064
0.0100	-0.0300	0.0089	-0.0313	-0.0011	-0.0013
0.0100	-0.0200	0.0116	-0.0198	0.0016	0.0002
0.0100	-0.0100	0.0204	-0.0058	0.0104	0.0042
0.0100	0.0000	-0.0270	0.0149	-0.0370	0.0149
0.0100	0.0100	0.0231	0.0397	0.0131	0.0297
0.0100	0.0200	0.0138	0.0122	0.0038	-0.0078
0.0100	0.0300	0.0132	0.0241	0.0032	-0.0059
0.0200	-0.0300	0.0064	-0.0406	-0.0136	-0.0106
0.0200	-0.0200	0.0114	-0.0292	-0.0086	-0.0092
0.0200	-0.0100	0.0226	-0.0147	0.0026	-0.0047
0.0200	0.0000	0.0311	0.0007	0.0111	0.0007
0.0200	0.0100	0.0202	0.0052	0.0002	-0.0048
0.0200	0.0200	0.0248	0.0183	0.0048	-0.0017
0.0200	0.0300	0.0225	0.0265	0.0025	-0.0035
0.0300	-0.0300	0.0180	-0.0411	-0.0120	-0.0111
0.0300	-0.0200	0.0009	-0.0360	-0.0291	-0.0160
0.0300	-0.0100	0.0392	0.0050	0.0092	0.0150
0.0300	0.0000	0.0216	-0.0026	-0.0084	-0.0026
0.0300	0.0100	0.0293	0.0128	-0.0007	0.0028
0.0300	0.0200	0.0298	0.0192	-0.0002	-0.0008
0.0300	0.0300	0.0330	0.0305	0.0030	0.0005

Tabel 6.8: Berekende fouthoeken bij experiment op 17-03-92

az-grid	el-grid	ber. az.	ber. el.	az-dif	el-dif
-0.0300	-0.0300	-0.0331	-0.0263	-0.0031	0.0037
-0.0300	-0.0200	-0.0315	-0.0182	-0.0015	0.0018
-0.0300	-0.0100	-0.0309	-0.0090	-0.0009	0.0010
-0.0300	0.0000	-0.0334	-0.0008	-0.0034	-0.0008
-0.0300	0.0100	-0.0311	0.0104	-0.0011	0.0004
-0.0300	0.0200	-0.0327	0.0199	-0.0027	-0.0001
-0.0300	0.0300	-0.0322	0.0308	-0.0022	0.0008
-0.0200	-0.0300	-0.0220	-0.0320	-0.0020	-0.0020
-0.0200	-0.0200	-0.0197	-0.0210	0.0003	-0.0010
-0.0200	-0.0100	-0.0184	-0.0120	0.0016	-0.0020
-0.0200	0.0000	-0.0223	-0.0051	-0.0023	-0.0051
-0.0200	0.0100	-0.0183	0.0112	0.0017	0.0012
-0.0200	0.0200	-0.0196	0.0191	0.0004	-0.0009
-0.0200	0.0300	-0.0183	0.0314	0.0017	0.0014
-0.0100	-0.0300	-0.0079	-0.0304	0.0021	-0.0004
-0.0100	-0.0200	-0.0072	-0.0200	0.0028	0.0000
-0.0100	-0.0100	-0.0074	-0.0108	0.0026	-0.0008
-0.0100	0.0000	-0.0103	-0.0024	-0.0003	-0.0024
-0.0100	0.0100	-0.0117	0.0068	-0.0017	-0.0032
-0.0100	0.0200	-0.0060	0.0224	0.0040	0.0024
-0.0100	0.0300	-0.0087	0.0315	0.0013	0.0015
0.0000	-0.0300	0.0019	-0.0295	0.0019	0.0005
0.0000	-0.0200	0.0012	-0.0202	0.0012	-0.0002
0.0000	-0.0100	0.0018	-0.0094	0.0018	0.0006
0.0000	0.0000	0.0010	-0.0002	0.0010	-0.0002
0.0000	0.0100	-0.0025	0.0086	-0.0025	-0.0014
0.0000	0.0200	0.0024	0.0222	0.0024	0.0022
0.0000	0.0300	0.0018	0.0305	0.0018	0.0005
0.0100	-0.0300	0.0131	-0.0307	0.0031	-0.0007
0.0100	-0.0200	0.0105	-0.0185	0.0005	0.0015
0.0100	-0.0100	0.0115	-0.0078	0.0015	0.0022
0.0100	0.0000	0.0103	0.0010	0.0003	0.0010
0.0100	0.0100	0.0107	0.0098	0.0007	-0.0002
0.0100	0.0200	0.0062	0.0191	-0.0038	-0.0009
0.0100	0.0300	0.0153	0.0324	0.0053	0.0024
0.0200	-0.0300	0.0196	-0.0326	-0.0004	-0.0026
0.0200	-0.0200	0.0210	-0.0211	0.0010	-0.0011
0.0200	-0.0100	0.0229	-0.0096	0.0029	0.0004
0.0200	0.0000	0.0198	0.0006	-0.0002	0.0006
0.0200	0.0100	0.0237	0.0105	0.0037	0.0005
0.0200	0.0200	0.0312	0.0180	0.0112	-0.0020
0.0200	0.0300	0.0043	0.0316	-0.0157	0.0016
0.0300	-0.0300	0.0200	-0.0314	-0.0100	-0.0014
0.0300	-0.0200	0.0249	-0.0187	-0.0051	0.0013
0.0300	-0.0100	0.0282	-0.0081	-0.0018	0.0019
0.0300	0.0000	0.0331	0.0038	0.0031	0.0038
0.0300	0.0100	0.0367	0.0123	0.0067	0.0023
0.0300	0.0200	0.0404	0.0224	0.0104	0.0024
0.0300	0.0300	0.0136	0.0201	-0.0164	-0.0099

Uit de tabellen op de vorige pagina's blijkt dat met vrij goede nauwkeurigheid een indicatie van de grootte van de fout waarmee de antenne gericht staat berekend kan worden.

In tabel 6.9 zijn de statistische gegevens van de simulaties kort geresumeerd:

Tabel 6.9: Statistische resultaten van simulaties

	azimuth			elevatie		
	$\text{std}(\delta U_{az})$	$\text{std}(\delta \epsilon_{az})$	$ \delta \epsilon_{az} _{\text{gem}}$	$\text{std}(\delta U_{el})$	$\text{std}(\delta \epsilon_{el})$	$ \delta \epsilon_{el} _{\text{gem}}$
17-01-92	0.006	0.007	0.007	0.021	0.006	0.004
22-01-92	0.011	0.008	0.008	0.068	0.023	0.017
31-01-92	0.071	0.014	0.010	0.032	0.0121	0.008
17-03-92	0.010	0.005	0.003	0.021	0.002	0.002

Uit deze gegevens kunnen enkele conclusies getrokken worden:

- ▶ Met een nauwkeurigheid die ligt tussen 0.005° en 0.015° kunnen de fouten in de afzonderlijke richtingen bepaald worden.
- ▶ Het is niet zo dat de fout in één richting voortdurend nauwkeuriger bepaald kan worden.
- ▶ Een relatief grote fout in de azimuth- en elevatiemodelleringen werkt t.o.v. een relatief kleine fout weinig door in de uiteindelijk berekende fouthoeken in beide richtingen.
- ▶ De startwaarden voor het elevatie-model ($+0.01^\circ$ en -0.01°) zijn goed gekozen indien er gebruik gemaakt gaat worden van het doorschietprincipe zoals het in hoofdstuk 5 behandeld is. Immers wanneer men uitgaat van een regelperiode zodanig dat voor 98% van de tijd de richtfout kleiner dan 0.01° bedraagt, dan zal de satelliet in die regelperiode maximaal 0.01° weggedrift zijn t.o.v. de hoofdrichting.

7. Conclusies en aanbevelingen

7.1 Conclusies

- ▶ De uitgekoppelde volgsignalen voldoen niet aan de theoretische beschouwing. Het blijkt dat de signalen die in één richting gevoelig zouden moeten zijn, ook afhankelijk zijn van de fout die in de andere (orthogonale) richting wordt gemaakt. Bovendien is het ontvangen verschilsignaalvermogen niet nul in de hoofdrichting (het minimum van het vermogenpatroon ligt zelfs niet in de hoofdrichting).
- ▶ Beide signaalverhoudingen kunnen beschreven worden d.m.v. een model waarin zowel een lineaire afhankelijkheid met de gevoeligheid als ook een lineaire afhankelijkheid met de overspraak aanwezig is. Ook de 'offset' (het genormeerde ontvangen verschilsignaalvermogen indien de antenne in de hoofdrichting staat) doet zich in deze modellen gelden.
- ▶ Het is gebleken dat (in het polaire assenstelsel) de gevoeligheid van beide genormeerde tracking signalen ongeveer even groot is (5.06 per graad azimuthfout en 5.95 per graad elevatiefout). Deze waarden komen goed overeen met de berekende theoretische theoretische waarde voor de gevoeligheid (4.8 per graad polaire fout).
- ▶ De overspraak in beide genormeerde tracking signalen (gezien in het polaire assenstelsel) verschilt een factor 2 (5.57 per graad elevatiefout en 2.79 per graad azimuthfout).
- ▶ Er kan een zogenaamde kantelhoek gevonden worden (hoek t.o.v. az/el assenstelsel), waarbij de verhouding van de gevoeligheidscoëfficiënt en overspraak zo optimaal mogelijk is. Voor het H-gevoelige signaal bedraagt deze hoek 61 graden (wat een verhouding gevoeligheid/overspraak oplevert van 5.11). Voor het V-gevoelige signaal bedraagt deze hoek echter 37 graden (met een verhouding van 3.98). Er is dus niet sprake van één optimale hoek.
- ▶ De coëfficiënten in het azimuth model blijven bij verschillende experimenten nagenoeg constant. De kleine verschillen die er optreden zijn te wijten aan 'meetfouten' die echter zullen verdwijnen wanneer de signalen 'real-time' bewerkt worden.

- ▶ De coëfficiënten uit het elevatie model blijven niet dezelfde wanneer de experimenten een aantal keren herhaald worden. Op verschillende willekeurige plaatsen in het grid treden er onvoorspelbare faseveranderingen op. Dit maakt het onmogelijk om de monopuls tracking methode op te implementeren.
- ▶ Aan de hand van simulaties van afzonderlijke sets van gegevens blijkt dat de nauwkeurigheid waarmee de gegevens m.b.v. de twee modellen beschreven worden verschillend is. Echter de nauwkeurigheid waarmee de richtfouten (voor deze set van gegevens) bepaald kan worden is voor beide richtingen gelijk.
- ▶ M.b.v. een simultane successieve oplossingsmethode in het geval dat de rotatie-coëfficiënt in het elevatie-model wordt meegenomen, en in het eenvoudige lineaire geval m.b.v. een directe oplossingsmethode kan aan de hand van de modellen en de set van meetwaarden een bijbehorende fouthoek berekend worden. De standaarddeviatie t.o.v. de (ingestelde) fouthoek ligt voor beide richtingen tussen de 0.005° en 0.015° .
- ▶ Volgens de theorie van het doorschietprincipe staat een meetperiode van ongeveer 10 minuten ervoor garant dat gedurende 98% van de tijd deze nauwkeurigheid behaald wordt.

7.2 Aanbevelingen

- ▶ De oorsprong van deze overspraak zou gezocht kunnen worden in het uitkoppelsysteem. Mogelijk wordt in de tracking-trilholte het elevatie-somsignaal bij het trackingsignaal ingekoppeld. Afhankelijk van de mate van doorkoppeling kan dit resulteren in willekeurige fase-veranderingen. Omdat immers de resonantiegolflengtes van de coaxiale trilholte voor de TE₂₁-modus en de TE₁₁-modus bij 20 GHz dicht bij elkaar liggen, respectievelijk 7,76 mm en 8,29 mm, is het mogelijk dat wanneer de uitkoppelpoot niet zodanig is geplaatst als in fig. 3.4 is weergegeven, dat dan bij het elevatieverschilsignaal een hoge(re) koppeling met een somsignaal optreedt. Dit kan dan resulteren in een minder diep verschilsignaal in de hoofdrichting, en wat belangrijker is, in het variëren van de fase van het verschilsignaal. Het is dus zaak om te controleren of de uitkoppelpoot op 90° afstand van de spleten in de golfpijp zit. Is dit niet het geval dan moet dat alsnog gebeuren.

- ▶ Bij het afregelen van de trilholte indertijd is alleen maar gekeken naar de gevoeligheid in de stralingsdiagrammen van de twee orthogonale trackingsignalen. Het verdient de aanbeveling om ook de overspraak in de stralingsdiagrammen te onderzoeken om deze vervolgens zo veel mogelijk te minimaliseren door de trackingtrilholte opnieuw af te regelen.
- ▶ Dit opnieuw afregelen van de trilholte moet zeer voorzichtig gebeuren. In [4], waarin het afregelen van de trilholtes wordt beschreven, is geconcludeerd dat het afregelen van de ene trilholte de afregelingen van de andere trilholten beïnvloedt. Daarom is het verstandig om, met het oog op het doel van het Olympus-project, nl. het zoveel mogelijk en nauwkeurig mogelijk data verzamelen, het opnieuw afregelen van de trilholte pas over een poosje te doen, temeer omdat het systeem voldoende goed werkt indien de ESTEC-predicties regelmatig en op tijd binnenkomen.
- ▶ Het verdient aanbeveling om de microgolf methode te implementeren op de manier zoals in figuur 2.2 getoond wordt. Aan de hand van de gemeten en genormeerde signalen (wanneer het uitkoppelsysteem zodanig is afgeregeld dat er sprake is van een consistente situatie) kan gecontroleerd worden of de antenne binnen de tolerantieband gericht staat. Wanneer dit niet zo is dan moet volgens het doorschietprincipe bijgestuurd worden. Op deze manier blijft de antenne, m.b.v. een niet-continue regeling, continu binnen een bepaalde nauwkeurigheid gericht op de satelliet. (Er kan dan gebruik gemaakt worden van het Maximum Likelihood algoritme zoals dat in hoofdstuk 4 is uitgewerkt)
- ▶ Tenslotte is het gebleken dat het trackingsysteem twee mankementen vertoont.
 1. De uitlezing van de encoderschijven gaat regelmatig fout.

In de software is een controle opgenomen, die nagaat wanneer zo'n probleem optreedt, zodat het programma niet in een 'eindeloze' loop raakt wanneer geprobeerd wordt om zo'n slechte plek op de encoderschijven uit te lezen.

Het verdient daarom de aanbeveling om de (azimuth) encoderschijf een keer te verwijderen om hem schoon te maken.
 2. Af en toe valt het tracking programma uit (d.w.z. het beeldscherm wordt egaal grijs en alleen een totale reset geeft resultaat), zonder dat er aanleiding toe is. Omdat een thermisch probleem al een keer de reden is geweest voor het uitvallen van de harde schijf, (immers de 'mini-tower' zit echt helemaal vol met allerlei 'warmte-ontwikkelaars'), zou het nuttig kunnen zijn om de hardware van het antenne-volgsysteem naar een ruimere kast te verplaatsen.

Literatuurlijst

- [1] **Goor, van de, W.A.,**
Een multi-frequency feedsysteem ten behoeve van propagatie experimenten met de satelliet Olympus, projectverslag TUE Faculteit Electrotechniek, EC, Juni 1989

- [2] **Deventer, van, M.O.,**
Een multimode antenne-richtsysteem voor de Olympus-propagatie-experimenten, afstudeerverslag TUE Faculteit Electrotechniek, EC, Aug. 1987

- [3] **Proakis, John G.,**
Digital Communications, 2nd ed., London: McGraw-Hill, 1989

- [4] **Hoof, van, G.N.A.,**
Het 20 GHz ontvangsysteem ten behoeve van propagatie metingen met de satelliet Olympus, afstudeerverslag TUE Faculteit Electrotechniek, EC, Aug. 1989

- [5] **Hogers, R.A.,**
Analyse van de depolarisatie van de Olympus bakensignalen ten gevolge van regen en ijskristallen, afstudeerverslag TUE Faculteit Electrotechniek, EC, Mei 1991

- [6] **Berg, van de, P.H.G.,**
On the accuracy of radiowave propagation measurements, Olympus propagation experiment, afstudeerverslag TUE Faculteit Electrotechniek, EC, Okt. 1990

- [7] **Hennekens, F.J.G.M.,**
Een antenne-richtsysteem voor de satelliet Olympus, ontwikkeling en implementatie van een software antenne-volgsysteem, afstudeerverslag TUE Faculteit Electrotechniek, Dec. 1991

- [8] **Oostvogels, J.,**
Bouw antennestatief, TUE publicatie 1977

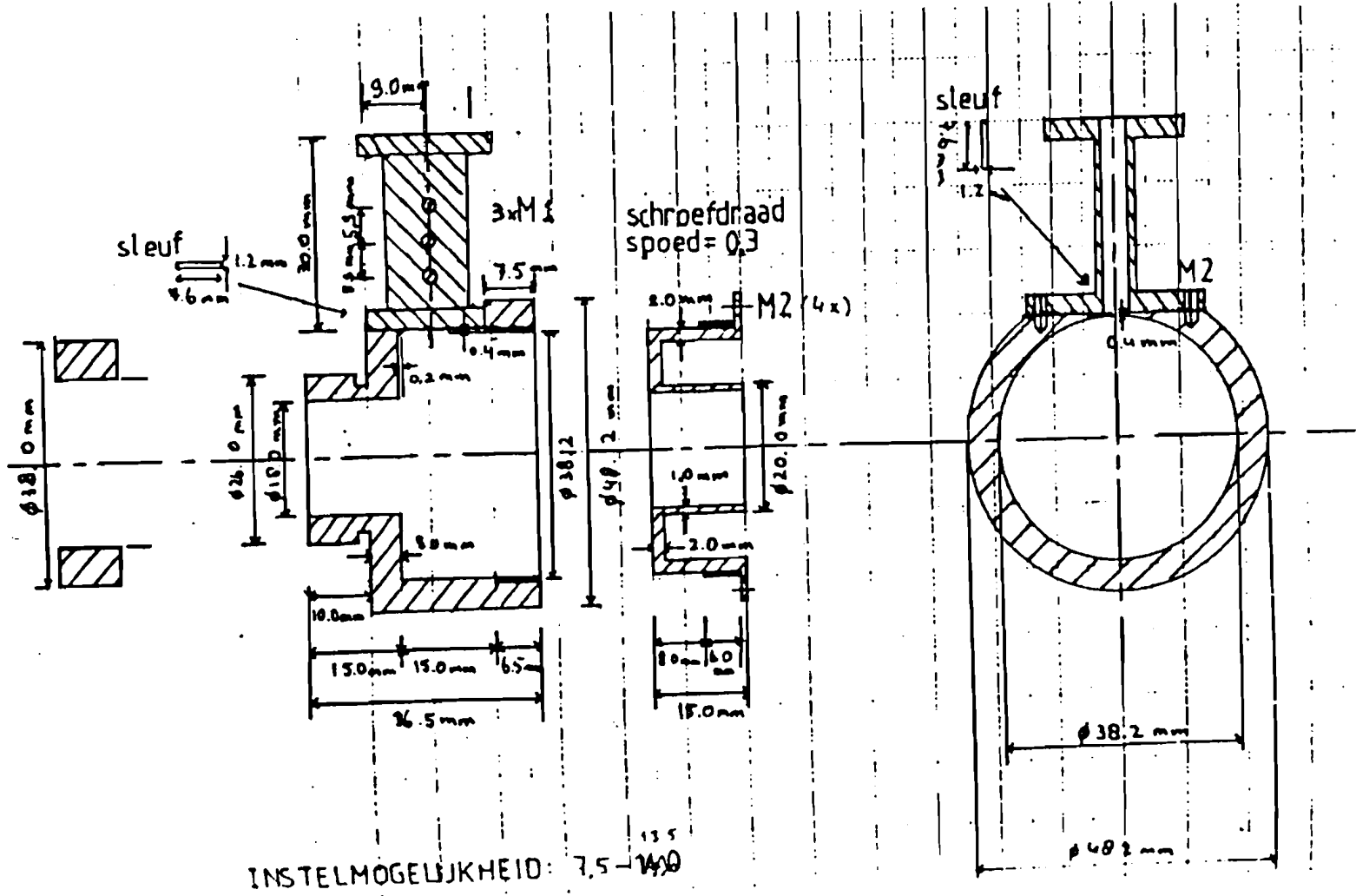
-
- [9] **Marcuvitz, N.,**
Waveguide handbook, London: Peter Peregrinus Ltd., 1986.
(First published in 1951 by the McGraw Book Company inc.)
- [10] **Vree, de, B.J.,**
Ontvangst en demodulatie van de 20 GHz antennevolgsignalen van de 5.5 m Olympus satelliet-antenne, TUE verslag Faculteit Electrotechniek, EC, Nov. 1989
- [11] **Hennekens, F.J.G.M., Colombara, M.P.J.L.,**
Veranderingen aan een digitale detector t.b.v. propagatiemetingen met de Olympus-satelliet, stageverslag TUE Faculteit Electrotechniek, EC, Apr. 1990
- [12] **Heerkens, G.,**
Digitale detectie van propagatie-signalen bij het Olympus project, Modificatie van Prog. 5.0, TUE Verslag Faculteit Electrotechniek, EC, Juni 1989
- [13] **Cook, J.S., Lowell, R.,**
The autotrack system, The Bell System Technical Journal, vol. 42, no. 4, pt. 2, pp. 1283-1307, Juli 1963
- [14] **Clarricoats, P.J.B., Olver, A.D.,**
Corrugated horns for microwave antennas, IEE Electromagnetic Wave Series 18, London: Peter Peregrinus Ltd., 1984
- [15] **Shanmugam, K.S.,**
Digital and analog communication systems, New York: John Wiley & Sons, 1979
- [16] **Wozencraft, J.M., Jacobs, I.M.,**
Principles of communication engineering, Wiley, 1967
- [17] **Collegedictaat TUE,**
Inleiding in de numerieke methoden, collegedictaat TUE, dictaatnr. 2369
-

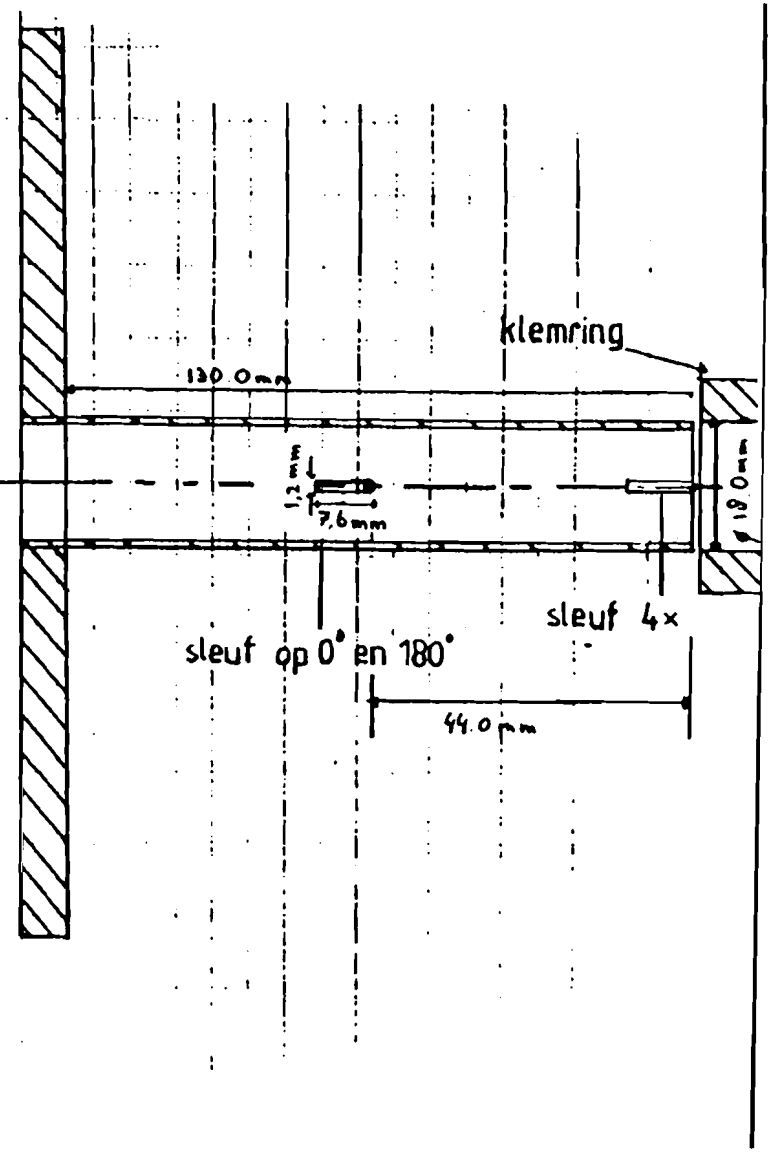
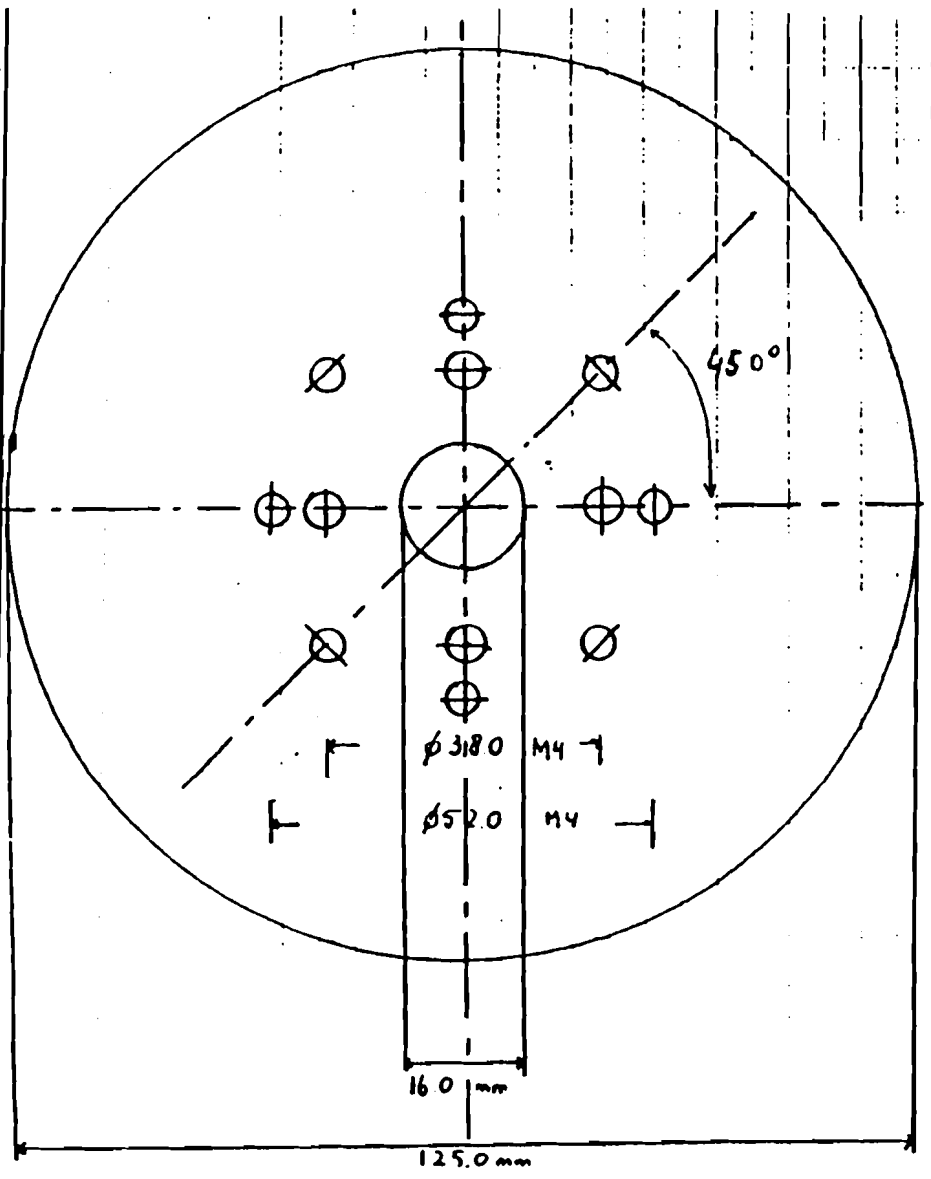
Appendix I

Technische tekeningen van de tracking-trilholte

pagina 97 : Trilholte voor uitkoppeling tracking 20 GHz

pagina 98 : Golfpijp voor tracking trilholte (20 GHz)





Appendix II

Maximum likelihood estimation

Minimalisatie van maximum likelihood functie

De maximum likelihood estimations van de parameters (uit het doorschietprincipe) wordt verkregen door $\Omega_L(\theta_{\max}, \omega_{\text{kor}})$ te maximaliseren, waarbij

$$\Omega_L(\theta_{\max}, \omega_{\text{kor}}) = -\ln\{\Omega(\theta_{\max}, \omega_{\text{kor}})\} \quad (\text{II.1})$$

Het minimaal zijn van (II.1) voor beide parameters houdt in dat de partiële differentiatie van naar elk van beide parameters gelijk moet zijn aan nul.

In formule-vorm kan dit geschreven worden als:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \Omega_L(\theta_{\max}, \omega_{\text{kor}})}{\delta \omega_{\text{kor}}} &= -\frac{1}{\sigma_n^2} \cdot \sum_{i=1}^N (\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_{\max} - \hat{\omega}_{\text{kor}} \cdot (t_i - t_r)) = 0 \quad \text{en} \\ \frac{\delta \Omega_L(\theta_{\max}, \omega_{\text{kor}})}{\delta \theta_{\max}} &= -\frac{1}{\sigma_n^2} \cdot \sum_{i=1}^N (\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_{\max} - \hat{\omega}_{\text{kor}} \cdot (t_i - t_r)) \cdot (t_i - t_r) = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

Voor het oplossen van het stelsel vergelijkingen uit (II.2) kan gebruik gemaakt worden van enkele regels en bijzonderheden:

- In de regelt, worden N samples genomen:
- $t_r = N \cdot t_s$
- De tijd t_i waarop gesampled wordt kunnen we schrijven als:
- $t_i = i \cdot t_s$
- Convergentie waarden van de volgende reeksen:

$$\sum_{i=1}^N i = \frac{N \cdot (N + 1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^N i^2 = \frac{N \cdot (N + 1) \cdot (2N + 1)}{6}$$

Uit de bovenste eis uit (II.2) kan afgeleid worden dat geldt:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i &= N \cdot \hat{\theta}_{\max} + \hat{\omega}_{\text{kor}} \cdot \sum_{i=1}^N (t_i - t_r) = N \cdot \hat{\theta}_{\max} + \hat{\omega}_{\text{kor}} \cdot t_r \cdot \left(\sum_{i=1}^N (i) - N^2 \right) \\ &\rightarrow \hat{\theta}_{\max} - \hat{\omega}_{\text{kor}} \cdot t_r \cdot \frac{(N-1)}{2} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

en zo volgt uit de onderste eis dat:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i \cdot (t_i - t_r) &= \hat{\theta}_{\max} \cdot \sum_{i=1}^N (t_i - t_r) + \hat{\omega}_{\text{kor}} \cdot \sum_{i=1}^N (t_i - t_r)^2 \\ &\rightarrow \hat{\theta}_{\max} \cdot \frac{(N-1)}{2} - \hat{\omega}_{\text{kor}} \cdot t_r \cdot \frac{(2N^2 - 3N + 1)}{6} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i \cdot (N - i) \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

Als nu (II.3) met $\frac{1}{2} \cdot (N-1)$ vermenigvuldigd wordt en vervolgens van (II.4) afgetrokken wordt is het mogelijk om de schatter van de maximale fouthoek elimineren:

$$\hat{\omega}_{\text{kor}} \cdot t_r \cdot \frac{(1 - N^2)}{12} = \frac{(N+1)}{2N} \cdot \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N i \cdot \hat{\theta}_i \quad (\text{II.5})$$

waardoor dus voor de schatter van de maximale satellietsnelheid t.o.v. de antenne gevonden wordt:

$$\hat{\omega}_{\text{kor}} = \frac{1}{t_r} \cdot \left\{ \frac{12}{(N^2 - 1)} \cdot \sum_{i=1}^N i \cdot \hat{\theta}_i - \frac{6 \cdot (N+1)}{(N^2 - 1)} \cdot \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i \right\} \quad (\text{II.6})$$

De schatter voor de maximale fouthoek wordt gevonden door (II.6) in te vullen in (II.3):

$$\hat{\theta}_{\max} = \frac{6 \cdot (N-1)}{N \cdot (N^2 - 1)} \cdot \sum_{i=1}^N i \cdot \hat{\theta}_i - \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i \quad (\text{II.7})$$

Wanneer nu de sample snelheid, waarmee de signalen uit de digitale detektoren gemeten worden, hoog is, is het mogelijk om formule (II.6) en (II.7) nog verder te vereenvoudigen. Deze vereenvoudiging wordt bereikt door de formules om te schrijven voor de aanname dat N zeer groot is. Door deze vereenvoudiging zullen de formules een stuk handelbaarder worden, waardoor verdere noodzakelijke berekeningen voor wat betreft enkele statistische eigenschappen van de geschatte parameters, redelijk makkelijk uitgevoerd kunnen worden.

Formule (II.8) geeft de vereenvoudigde vergelijkingen voor de parameters weer:

$$\hat{\omega}_{\text{zer}} \approx \frac{1}{t_r} \cdot \left\{ \frac{12}{N^2} \cdot \sum_{i=1}^N i \cdot \hat{\theta}_i - \frac{6}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i \right\} \quad \text{en} \quad (\text{II.8})$$

$$\hat{\theta}_{\text{max}} \approx \frac{6}{N^2} \cdot \sum_{i=1}^N i \cdot \hat{\theta}_i - \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i$$

Uit (II.8) volgt onmiddellijk dat de schatter voor de maximale fouthoek weer te geven is als een functie van de schatter voor de satellietsnelheid t.o.v. de antenne.

Er geldt immers:

$$\hat{\theta}_{\text{max}} \approx \hat{\omega}_{\text{zer}} \cdot \frac{t_r}{2} + \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i \quad (\text{II.9})$$

Performance van de ML-schattingmethode

Om een goede beschouwing over de nauwkeurigheid waarmee de antenne op de satelliet gericht kan worden is de performance van de gebruikte schattingsmethode voor de verschillende parameters natuurlijk van groot belang.

De kwaliteit van zo'n parameter schatting wordt gewoonlijk uitgedrukt in termen van bias en van variantie.

Van een maximum likelihood estimation is het bekend [3] dat hij asymptotisch unbiased en efficiënt is.

"Asymptotisch" houdt in, dat de actuele schatting een willekeurig groot aantal observaties omvat, wat in ons geval betekent dat N zeer groot moet zijn.

De "unbiasedness" voor de schattingen is nu makkelijk te controleren. Immers voor "unbiasedness" van een schatting moet gelden:

$$E[\hat{\phi}(\hat{\Phi})] = \phi \quad (\text{II.10})$$

waarin ϕ de werkelijke waarde van de parameter is, en waarbij de geschatte waarde van ϕ bepaald is aan de hand van de gemeten fouthoeken.

Dus voor het geval van ω_{rot} moet dus gelden (met gebruik making van de resultaten die gemaakt zijn aan de hand van zeer vele observaties, dus voor grote N):

$$E[\hat{\omega}_{\text{rot}}(\hat{\Phi})] = \omega_{\text{rot}}$$

waarbij ω_{rot} de werkelijke waarde van de parameter is en

waarbij voor $\hat{\omega}_{\text{rot}}(\hat{\Phi})$ voor grote N geldt:

$$(\text{II.11})$$

$$\hat{\omega}_{\text{rot}} = \frac{1}{t_r} \cdot \left\{ \frac{12}{N^2} \cdot \sum_{i=1}^N i \cdot \hat{\delta}_i - \frac{6}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \hat{\delta}_i \right\}$$

T.g.v. het doorschietprincipe geldt voor de verwachting van het gemiddelde van de gemeten fouten:

$$E\left[\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \tilde{\theta}_i\right] = 0 \quad (\text{II.12})$$

Uit (4.3) kan afleid worden dat voor de verwachting van de gemeten fouthoek geldt:

$$E(\tilde{\theta}_i) = E(\theta_i + \theta_{\text{wij}}) = E(\theta_i) + E(\theta_{\text{wij}}) = E(\theta_i) \quad (\text{II.13})$$

Vanwege het doorschietprincipe geldt voor de fouthoek θ_i :

$$\theta_i = -\theta_{\text{max}} + \omega_{\text{rot}} \cdot i \cdot t_r \quad (\text{II.14})$$

Als hierin de waarde voor θ_{max} , zoals die in (4.1) is gedefinieerd, wordt gesubstitueerd, dan kan de verwachting van de gemeten fouthoeken geschreven worden als:

$$E(\tilde{\theta}_i) = \omega_{\text{rot}} \cdot \left(i - \frac{N}{2}\right) \cdot t_r \quad (\text{II.15})$$

De juistheid van deze formule kan nagegaan worden door te kijken of de verwachting van het gemiddelde van de fouthoeken θ_i ook inderdaad gelijk is aan nul. Deze controle (die overigens een positief resultaat oplevert) wordt aan de lezer overgelaten.

M.b.v. (II.15) kan (II.11) gemakkelijk geverifieerd worden.

Immers (II.11) kan geschreven worden als:

$$E(\hat{\omega}_{\text{rot}}) = \frac{12}{t_r \cdot N^2} \cdot \sum_{i=1}^N i \cdot E(\tilde{\theta}_i) = \frac{12}{N^3} \cdot \sum_{i=1}^N \omega_{\text{rot}} \cdot \left(i^2 - i \cdot \frac{N}{2}\right) \quad (\text{II.16})$$

Als nu gebruik gemaakt wordt van de som van de reeksen zoals die al eerder gebruikt zijn, en de formule aanpassen voor grote N , dan volgt al snel dat:

$$E[\hat{\omega}_{\max}] = \omega_{\max} \quad (\text{II.17})$$

wat dus betekent dat ω_{\max} unbiased is.

Voor het aantonen van de "unbiasedness" van θ_{\max} zal eenzelfde soort afleiding nodig zijn.

$$E[\hat{\theta}_{\max}(\hat{\theta})] = \theta_{\max},$$

waarbij θ_{\max} de werkelijke waarde van de parameter is en

waarbij voor $\hat{\theta}_{\max}(\hat{\theta})$ voor grote N geldt:

$$(II.18)$$

$$\hat{\theta}_{\max} = \hat{\omega}_{\max} \cdot \frac{t_r}{2} + \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i$$

Het uitrekenen van de verwachting van θ_{\max} kan nu op een eenvoudige manier gebeuren:

$$E(\hat{\theta}_{\max}) = E\left(\hat{\omega}_{\max} \cdot \frac{t_r}{2}\right) + E\left[\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i\right] =$$

$$\hat{\omega}_{\max} \cdot \frac{t_r}{2} = \theta_{\max} \quad (II.19)$$

waarbij gebruik is gemaakt van het feit dat ω_{\max} "unbiased" is en dat $\omega_{\max} \cdot \frac{1}{2} t_r = \theta_{\max}$.

Dus ook θ_{\max} is "unbiased".

Zoals boven reeds is vermeld, is van een ML schatting bekend dat hij asymptotisch "efficiënt" is. "Efficiënt" houdt in dat de variantie van de parameterschatting aan de zogenaamde lower bound voor de variantie voldoet.

Deze "lower bound", de zogenaamde Cramér-Rao bound, is als volgt gedefinieerd [3]:

$$E\{[\hat{\phi}(\theta) - \phi]^2\} \geq \frac{\left[\frac{\delta}{\delta\phi} E\{\hat{\phi}(\theta)\}\right]^2}{E\left\{\left[\frac{\delta}{\delta\phi} \ln(p(\theta|\phi))\right]^2\right\}} \quad (\text{II.20})$$

Wanneer nu een schatting "unbiased" is geldt dus:

$$E\{[\hat{\phi}(\theta) - \phi]^2\} - E\{[\hat{\phi}(\theta) - E\{\hat{\phi}(\theta)\}]^2\} = \sigma_{\hat{\phi}}^2 \quad \text{en} \quad (\text{II.21})$$

$$\frac{\delta}{\delta\phi} E\{\hat{\phi}(\theta)\} = \frac{\delta}{\delta\phi} \phi = 1$$

waardoor dus voor de variantie van een schatting geldt:

$$\sigma_{\hat{\phi}}^2 \geq \frac{1}{E\left\{\left[\frac{\delta}{\delta\phi} \ln(p(\theta|\phi))\right]^2\right\}} \quad (\text{II.22})$$

Uit formule (II.22) blijkt dat de variantie van een schatting afhangt van de natuurlijke logaritme van de conditionele gemeenschappelijke kansdichtheidsfunctie van de observaties.

In het voorgaande is al afgeleid geworden dat dit slechts een constante waarde afwijkt van de negatieve natuurlijke logaritme van de likelihood functie (zie (4.7); en dat deze constante onafhankelijk van de te schatten parameters is.

Daarom geldt dus voor de variantie van de schattingen:

$$\sigma_{\hat{\phi}}^2 \geq \frac{1}{E\left\{\left[\frac{\delta}{\delta\phi} \cdot -\Omega_L(\phi_1, \phi_2)\right]^2\right\}} = - \frac{1}{E\left\{\frac{\delta^2}{\delta\phi^2} \cdot \Omega_L(\phi_1, \phi_2)\right\}} \quad (\text{II.23})$$

Het is nu eenvoudig om de varianties van de twee schattingen, die al eerder gedaan zijn, te bepalen. Voor de respectievelijke varianties geldt dus:

$$\sigma_{\theta_{\max}}^2 \geq \frac{1}{E \left[\frac{\delta^2}{\delta \theta_{\max}^2} \Omega_L(\theta_{\max}, \omega_{\max}) \right]}$$

$$\sigma_{\omega_{\max}}^2 \geq \frac{1}{E \left[\frac{\delta^2}{\delta \omega_{\max}^2} \Omega_L(\theta_{\max}, \omega_{\max}) \right]} \quad (\text{II.24})$$

waarbij

$$\Omega_L(\theta_{\max}, \omega_{\max}) = \frac{1}{2\sigma_n^2} \cdot \sum_{i=1}^N (\theta_i - \theta_{\max} - \omega_{\max}(t_i - t_r))^2$$

Voor de variantie van de schatting van θ_{\max} geldt dus, met gebruik making van (4.2):

$$\sigma_{\theta_{\max}}^2 \geq \frac{1}{E \left[\frac{-1}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N 2 \right]} = \frac{2\sigma_n^2}{2N} = \frac{\eta_r}{2N} \quad (\text{II.25})$$

Op dezelfde manier geldt voor de variantie van geschatte snelheid van de satelliet t.o.v. de ontvang-antenne:

$$\sigma_{\omega_{\max}}^2 \geq \frac{1}{E \left[\frac{-1}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N 2(t_i - t_r)(t_i - t_r) \right]} \quad (\text{II.26})$$

De sommatie in de noemer kan als volgt omschreven worden:

$$\sum_{i=1}^N (t_i - t_r)^2 = t_r^2 \sum_{i=1}^N \left(\frac{i}{N} - 1 \right)^2 = \frac{t_r^2}{N^2} \sum_{i=1}^N i^2 - \frac{2t_r^2}{N} \sum_{i=1}^N i + Nt_r^2 =$$

$$t_r^2 \cdot \left\{ \frac{2N + 3 + \frac{1}{N}}{6} + \frac{N + 1}{2} + N \right\} = t_r^2 \cdot \left\{ \frac{11N + 6 + \frac{1}{N}}{6} \right\} \quad (\text{II.27})$$

Voor grote N geldt dan voor de variantie van de geschatte satellietsnelheid:

Omdat een Maximum Likelihood Estimation voor grote N efficiënt is, zullen de varianties van de beide

$$\sigma_{\hat{\omega}_{\text{aar}}}^2 \geq \frac{12\sigma_n^2}{11Nt_r^2} = \frac{6}{11} \frac{\eta_s}{t_r^3} \quad (\text{II.28})$$

schattingen gelijk zijn aan de lower bound.

Voor wat betreft de gemiddelde waarden van de schattingen kan uit het voorgaande gemakkelijk afleid worden dat:

$$\begin{aligned} \mu_{\hat{\theta}_{\text{max}}} &= \omega_{\text{aar}} \cdot \frac{t_r}{2} \quad \text{en} \\ \mu_{\hat{\omega}_{\text{aar}}} &= \omega_{\text{aar}} \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

In Tabel II.1 zijn de gevonden resultaten uit deze paragraaf nog eens bij elkaar gezet.

Tabel II.1: Statistische eigenschappen van de geschatte parameters

$\sigma_{\hat{\theta}_{\text{max}}}^2 = \frac{\eta_s}{2t_r}$
$\mu_{\hat{\theta}_{\text{max}}} = \omega_{\text{aar}} \cdot \frac{t_r}{2}$
$\sigma_{\hat{\omega}_{\text{aar}}}^2 = \frac{6}{11} \frac{\eta_s}{t_r^3}$
$\mu_{\hat{\omega}_{\text{aar}}} = \omega_{\text{aar}}$

Appendix III

Statistische beschouwing van de geschatte totale fouthoek θ

Indien voor het beschouwde tracking-systeem geldt dat de varianties van de geschatte (gaussisch verdeelde) fouthoeken θ_{az} en θ_{el} in de beide richtingen gelijk zijn, en dat de fouthoeken statistisch onafhankelijk van elkaar zijn, kan de kansdichtheidsfunctie van de totale fouthoek weergegeven worden met behulp van een Rice-verdeling.

Voor de verdeling van de totale fout $\theta = R$ geldt dan:

$$P_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-(r^2 + s^2)/2\sigma^2} J_0\left(\frac{rs}{\sigma^2}\right) \quad (\text{III.1})$$

waarin $J_0()$ de gemodificeerde nulde orde Bessel-functie van de eerste soort is.

De varianties van de beide (in elk van de observatierichtingen) geschatte fouthoeken, zullen gelijk zijn, indien de observatietijden, waarover geschat wordt gelijk zijn (zie hiervoor ook tabel 4.1).

In tegenstelling tot de Gaussische verdeling, waarvoor gemakkelijk een nauwkeurigheidscriterium voor een variabele gegeven kon worden, kan dit bij een Rice-verdeelde variabele niet.

Voor de kansverdelingsfunctie $F_R(r)$ geldt nu [3]:

$$F_R(r) = P(R \leq r) = 1 - Q_m\left(\frac{s}{\sigma}, \frac{r}{\sigma}\right) \quad (\text{III.2})$$

Hierin stelt $Q_m(a, b)$ de gegeneraliseerde Q-functie voor, die gedefinieerd is als:

$$Q_1(a, b) = \int_b^{\infty} x e^{-(x^2 + a^2)/2} J_0(ax) dx = Q(a, b) \quad (\text{III.3})$$

$$\text{met } Q(a, b) = e^{-(a^2 + b^2)/2} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{a}{b}\right)^k J_k(ab) \quad b > a > 0$$

Met deze gegevens kan voor de variabele R de kans afgeleid worden dat de waarde van R groter is dan een vaste waarde r.

Invullen van (III.2) en (III.3) in de bekende vergelijking (III.4)

$$P(R \geq r) = 1 - F_R(r) \quad (\text{III.4})$$

geeft voor de kans dat de totale fouthoek groter is dan een bepaalde waarde r :

$$P(R \geq r) = \exp\left[-\frac{(r^2 + s^2)}{2 \cdot \sigma^2}\right] \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{s}{k}\right)^k J_k\left(\frac{s \cdot r}{\sigma^2}\right) \quad (\text{III.5})$$

Hoewel formule (III.5) een juiste representatie voor de basis van het gezochte criterium is, is hij vanwege zijn complexiteit toch niet geschikt om verdere berekeningen op uit te voeren.

Om nu toch verder te komen zullen in eerste instantie enkele vereenvoudigingen voor het model in rekening gebracht worden om zodoende niet alleen tot meer inzicht in het probleem te komen, maar ook om, via het oplossen van enkele vereenvoudigde problemen, de oplossing van de algemene situatie te doorzien en mathematisch te beschrijven.

Een belangrijke stelling in de afleiding vormt de centrale limietstelling, die als volgt luidt:

De som van statistisch onafhankelijke, en identiek verdeelde random variabelen met een eindig gemiddelde en variantie, nadert tot een Gaussische verdeling indien het aantal termen in deze sommatie zeer groot is [3].

In het eerste bijzondere, vereenvoudigde, geval wordt gesteld dat het gemiddeldes $\mu_x = \mu_y = \mu$ en dat het aantal termen (observaties) in de sommaties voor de bepaling van de schattingen van X en Y zeer groot is (hierin is voor de eenvoud X gelijk gesteld aan θ_{w} en Y gelijk gesteld aan θ_{a}).

De centrale limietstelling geldt nu, omdat de totale fout $\theta = R$ te schrijven is als een sommatie van statistisch onafhankelijk, identiek verdeelde random variabelen. Dit betekent dat de kansdichtheidsfunctie $p_R(r)$ nu benaderd kan worden door een Gaussische verdeling met gemiddelde μ_r en variantie σ_r^2 .

Voor een Gaussisch verdeelde random variabele is het gewenste criterium gemakkelijk af te leiden. Dit criterium luidt immers:

$$r = \mu + 2 \cdot \sigma \quad (\text{III.6})$$

Om nu het criterium voor de totale fout R af te leiden is het nodig dat de statistische eigenschappen van deze variabele bepaald worden. Voor het mathematisch bepalen van deze eigenschappen, vormt de Rice-verdeling (III.1) het uitgangspunt.

Voor het k^{de} moment $E(R^k)$ van variabele R is gegeven [3]:

$$E(R^k) = (2 \cdot \sigma^2)^{k/2} \cdot e^{-s^2/2\sigma^2} \cdot \frac{\Gamma[(2+k)/2]}{\Gamma(1)} M\left[\frac{2+k}{2}, 1; \frac{s^2}{2\sigma^2}\right] \quad (\text{III.7})$$

waarin $M(\alpha, \beta; x)$ de confluyente hypergeometrische functie voorstelt.

Deze functie is gedefinieerd als:

$$M(\alpha, \beta; x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+k)\Gamma(\beta)x^k}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta+k)k!} \quad \beta = 0, -1, -2, \dots \quad (\text{III.8})$$

Voor het bepalen van de benodigde statistische eigenschappen van de totale fout R is het eerste en tweede moment van deze variabele nodig. Immers:

$$\mu_r = E(R)$$

$$\sigma_r^2 = E(R^2) - (E(R))^2$$

Uit (III.7) volgt dat voor respectievelijk het eerste en tweede moment van de variabele R geldt:

$$E(R) = \sqrt{2\sigma^2} \cdot \exp\left[\frac{-s^2}{2\sigma^2}\right] \cdot \frac{\Gamma(\frac{3}{2})}{\Gamma(1)} \cdot M\left[\frac{3}{2}, 1; \frac{s^2}{2\sigma^2}\right] \quad (\text{III.9})$$

en

$$E(R^2) = 2\sigma^2 \cdot \exp\left[\frac{-s^2}{2\sigma^2}\right] \cdot M\left[2, 1; \frac{s^2}{2\sigma^2}\right] \quad (\text{III.10})$$

In tabel III.1 staan enkele belangrijke transformatie regels voor de confluyente hypergeometrische functie waarvan bij de vereenvoudiging van formules (III.9) en (III.10) gebruik gemaakt zal worden.

Tabel III.1: Definitie en transformatie-eigenschappen van de confluyente hypergeometrische functie [3]

<ul style="list-style-type: none"> • $M(a, c; x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(a+k) \cdot \Gamma(c)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(c+1) \cdot k!} x^k$ • $M(a+1, c; x) - M(a, c; x) = \frac{x}{c} \cdot M(a+1, c+1; x)$ • $M(a, c; x) = \exp(x) \cdot M(c-a, c; -x)$ • $M\left(\frac{1}{2}, 1; -x\right) = \exp\left(-\frac{x}{2}\right) \cdot I_0\left(\frac{x}{2}\right)$ • $M\left(\frac{1}{2}, 2; -x\right) = \exp\left(-\frac{x}{2}\right) \cdot \left\{I_0\left(\frac{x}{2}\right) + I_1\left(\frac{x}{2}\right)\right\}$ • $M(a, c; x) \rightarrow \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)} \cdot x^{(a-c)} \cdot e^x \quad \text{voor } x \rightarrow \infty$
--

Met behulp van de regels uit tabel III.1 kan $M(\alpha, \beta, x)$ uit het rechterlid van (III.9) herschreven worden tot:

$$M\left[\frac{3}{2}, 1; \frac{s^2}{2\sigma^2}\right] = (x+1) \cdot \exp\left(\frac{x}{2}\right) \cdot I_0\left(\frac{x}{2}\right) + x \cdot \exp\left(\frac{x}{2}\right) \cdot I_1(x) \quad (\text{III.11})$$

Hiermee en m.b.v. tabel III.2 voor de Gamma-functie wordt (III.9) herschreven tot:

$$E(R) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(2\pi\sigma^2)} \cdot \exp\left[\frac{-s^2}{4\sigma^2}\right] \cdot \left\{1 + \frac{s^2}{2\sigma^2} \cdot I_0\left[\frac{s^2}{4\sigma^2}\right] + \frac{s^2}{2\sigma^2} \cdot I_1\left[\frac{s^2}{4\sigma^2}\right]\right\} \quad (\text{III.12})$$

Het zal niet veel moeite kosten om in te zien dat (III.12) ongeschikt is om een eenvoudig richt-criterium af te leiden.

Wanneer de vereenvoudiging uit tabel III.1, waar de variabele x uit de functie $M(\alpha, \beta, x)$ naar ∞ gaat,

van toepassing is op het beschouwde tracking systeem, zal moeten gelden dat:

$$\frac{s^2}{2\sigma^2} > 1 \quad (\text{III.13})$$

Hierin geldt dat:

$$\begin{aligned} s^2 &= \mu_{\theta_{el}}^2 + \mu_{\theta_{az}}^2 = 2 \cdot \mu_{\theta}^2 \\ \sigma^2 &= \frac{\eta_s}{2 \cdot t_r} \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

Wanneer t_r nu niet te klein is, zal (III.13) in ieder geval gelden.

Formule (III.12) kan dan benaderd worden door:

$$\begin{aligned} E(R) &\approx \sqrt{2\sigma^2} \cdot \exp\left[\frac{-s^2}{2\sigma^2}\right] \cdot \frac{\Gamma(\frac{3}{2}) \cdot \Gamma(1)}{\Gamma(1) \cdot \Gamma(\frac{3}{2})} \cdot \left[\frac{s^2}{2\sigma^2}\right]^{\frac{1}{2}} \cdot \exp\left[\frac{s^2}{2\sigma^2}\right] \\ &= E(R) \approx s = \sqrt{(\mu_{\theta_{el}}^2 + \mu_{\theta_{az}}^2)} \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

Bij het vereenvoudigen van het tweede moment van de variabele R (III.10) kan direct gebruik gemaakt worden van de definitie van de confluyente hypergeometrische functie (bovenaan in tabel III.1). Dit kan omdat de eerste twee termen die in de functie gebruikt worden integers zijn. Immers nu kan de som in het rechterlid van de definitie van $M(\alpha, \beta, x)$ m.b.v. eenvoudige regeltjes voor de Gamma-functie (tabel III.2) bepaald worden.

Tabel III.2: Eigenschappen van de Gamma-functie

<ul style="list-style-type: none"> • $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{(x-1)} e^{-t} dt \quad , x > 0$ • $\Gamma(x) = (x-1)!$ • $\Gamma(x+1) = x! = x \cdot (x-1)! = x \cdot \Gamma(x)$ • $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$ • $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ • $\Gamma(1) = 1$

De functie $M(\alpha, \beta, x)$ in het rechterlid van (III.10) wordt nu als volgt omgeschreven:

$$\begin{aligned}
 M(2,1;x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(2+k) \cdot \Gamma(1) \cdot x^k}{\Gamma(2) \cdot \Gamma(1+k) \cdot k!} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k+1)! \cdot x^k}{k! \cdot k!} = \\
 &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k \cdot x^k}{k!} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = x \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{k-1}}{(k-1)!} + e^x = \\
 &= (x+1) \cdot e^x
 \end{aligned} \tag{III.16}$$

zodat voor het tweede moment van de variabele R geldt:

$$\begin{aligned}
 E(R^2) &= 2\sigma^2 \cdot \exp\left[\frac{-s^2}{2\sigma^2}\right] \cdot \left(1 + \frac{s^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \exp\left[\frac{s^2}{2\sigma^2}\right] \\
 &= E(R^2) = 2\sigma^2 + s^2
 \end{aligned} \tag{III.17}$$

De fel begeerde statistische gegevens van de variabele R zijn nu mathematisch vastgelegd (in het geval dat $\mu_x = \mu_y = \mu_r$ en $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$ en dat de observatieperiode groot is):

$$\begin{aligned}
 \mu_r &= s = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} \\
 \sigma_r^2 &= 2 \cdot \sigma^2 + s^2 - s^2 = 2 \cdot \sigma^2
 \end{aligned} \tag{III.18}$$

Het is eenvoudig in te zien dat dit geval geïnterpreteerd kan worden als een vectoriële optelling van de statistische gegevens in de azimuth- en elevatie richting.

Als tweede bijzondere geval wordt het één-dimensionele geval beschouwd.

Dus bijv. $\mu_x = 0$ en $\sigma_x = 0$.

In dit geval is R dus een Gaussisch verdeelde variabele met $\mu_r = \mu_y$ en $\sigma_r = \sigma_y$. In principe is ook hier sprake van een vectoriële optelling, waarbij echter in één richting de vectoren gelijk aan nul zijn.

Beide bijzondere gevallen leveren dus als resultaat op dat $R (= \theta)$ een Gaussisch verdeelde variabele is, waarvan de statistische eigenschappen verkregen worden door een vectoriële optelling van de statistische eigenschappen behorende bij de afzonderlijke Gaussisch verdeelde random variabelen (θ_{az} en θ_{el}) waaruit θ is samengesteld.