

## MASTER

### Temperatuurseffecten in een compensator : oorzaak, gevolg en remedie

van Greevenbroek, H.R.M.

*Award date:*  
1997

[Link to publication](#)

#### **Disclaimer**

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

#### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Technische Universiteit Eindhoven  
Faculteit Technische Natuurkunde  
Vakgroep Deeltjesfysica

## **Temperatuurseffecten in een compensator:**

**Oorzaak, gevolg en remedie.**

H.R.M. van Greevenbroek

VDF/NG 97-09  
juni 1997

Verslag van een afstudeerproject in de groep Elementaire Processen in Gasontladingen.

Afstudeerhoogleraar: Prof.dr. F.J. de Hoog  
Begeleider: Dr.ir. G.M.W. Kroesen

## Samenvatting

Het doel van het afstudeerproject was het verrichten van spectroscopische ellipsometrische metingen in het infrarood, m.b.v. Roterende Compensator Ellipsometrie (RCE). De gebruikte ellipsometer beschikte over een compensator (deze introduceert een faseverschil tussen twee onderling loodrechte polarisatietoestanden) waarvan het werkingsprincipe berust op totale interne reflectie in een KRS-5 prisma.

Er is een aantal voorstellen gedaan ter verbetering van:

- (a) de calibratie van de positie van de polarisator en analysator bij Roterende Analysator Ellipsometrie;
- (b) de bepaling van de compensatoreigenschappen, waarvan de procedure is verbeterd en de invloed van niet-ideale polarisatoren in kaart is gebracht;
- (c) de calibratie van de positie van de elementen bij RCE.

Er is gerekend aan het gedrag van Roterende Compensator Roterende Analysator vaste analysator Ellipsometrie (RCRAE). Het blijkt dat de compensator *tijdens* een meting gekarakteriseerd kan worden. Ook de hoekpositie van de compensator hoeft niet apart bepaald te worden. De volledige Stokes vector kan met deze methode bepaald worden.

Het bleek dat de eigenschappen van de compensator niet constant waren, maar in grote mate afhingen van de temperatuur. Deze temperatuursafhankelijkheid kan goed verklaard worden door een kleine mate van dubbele breking, veroorzaakt door mechanische spanningen. Deze spanningen worden weer veroorzaakt door de verschillen in uitzettingscoëfficiënten van KRS-5 en het frame van de compensator. Ook temperatuursgradiënten kunnen zulke spanningen veroorzaken. De conclusie is dat de compensator in zijn huidige vorm niet bruikbaar is.

Om toch met deze compensator te kunnen meten is de techniek RCRAE beproefd. De metingen die op deze manier gedaan zijn, geven voor deze compensator reële parameters. Voor verder gebruik van deze meetmethode moet zij beter uitgediept worden in een ellipsometrische opstelling met een stabiele compensator.

# Inhoudsopgave

1. Inleiding.....	1
2. Theorie .....	2
2.1 Gepolariseerd licht.....	2
2.1.1 Polarisatie van monochromatische lichtgolf .....	2
2.1.2 Stokes vrector en Muellermatrix .....	3
2.1.3 Reflectie van licht aan een oppervlak.....	6
2.2 Ellipsometrie.....	7
2.3 Roterende Analysator en Roterende Polarisator Ellipsometrie .....	9
2.3.1 Algemene beschrijving RAE (RPE).....	9
2.3.2 Calibratie polarisator .....	11
2.3.3 Fase-calibratie .....	12
2.3.4 Calibratie analysator met bekende polarisatorhoek.....	13
2.3.5 Calibratie analysator met fout in polarisatorpositie .....	13
2.3.6 Gecombineerde calibratie van polarisator en analysator.....	14
2.4 Roterende Compensator Ellipsometrie .....	15
2.4.1 Algemene beschrijving RCE .....	15
2.4.2 Bepaling compensatoreigenschappen.....	17
2.4.3 Bepaling compensatoreigenschappen met niet-ideale polarisatoren.....	19
2.4.4 Calibratie RCE met verwijderen compensator .....	20
2.4.5 Calibratie RCE zonder verwijderen compensator .....	20
2.5 Roterende Polarisator Roterende Analysator Ellipsometrie.....	22
2.6 Roterende Compensator Roterende Analysator vaste analysator Ellipsometrie .....	24
2.6.1 Algemene beschrijving RCRAE.....	24
2.6.1 RCRAE met een invallende bundel met willekeurige polarisatietoestand .....	25
2.6.2 Bepaling ellipsometrische hoeken uit Stokes vector .....	29
2.6.3 Conclusie uit berekeningen aan RCRAE .....	30
3. Experimentele opzet.....	31
3.1 Gebruikte elementen .....	31
3.1.1 Spectrometer.....	31
3.1.2 Polarisatoren.....	31
3.1.3 Compensator.....	32
3.2 Uitlijning.....	33
3.2 Algemene meetprocedure .....	33
4. Resultaten .....	34
4.1 Bepaling compensatoreigenschappen .....	34
4.1.1 Fluctuatie compensatoreigenschappen .....	35
4.1.2 Temperatuursafhankelijkheid compensatoreigenschappen .....	37
4.2 In delen: de compensator .....	39
4.3 Het KRS-5 prisma.....	40
4.3.1 Meting aan oppervlaktelaag op KRS-5 prisma.....	40
4.3.2 Simulatie externe reflectie.....	42
4.3.3 Simulatie interne reflectie .....	43
4.3.4 Simulatie transmissie.....	44
4.4 Discussie compensatoreigenschappen .....	46
4.5 Roterende Compensator Roterende Analysator vaste analysator Ellipsometrie .....	47
4.5.1 Vergelijking contra- en coroterende RCRAE.....	47
4.5.2 Een uitgewerkte RCRAE meting.....	49
4.5.3 Verloop in compensatoreigenschappen.....	51

4.6 Discussie resultaten RCRAE .....	53
5. Conclusies en aanbevelingen.....	54
Referenties.....	55
Appendix A. Afleiding Muellermatrix van een reflectie .....	56
Appendix B. Calibratie analysator .....	57
Appendix C. Bepaling compensatoreigenschappen met lekkende polarisatoren.....	59
Appendix D. Fase-calibratie voor RCE.....	61
Appendix E. Uitlijnfouten in roterend element.....	62
Appendix F. Invloed meedraaiende bundel.....	64
Appendix G. Meervoudige reflectie.....	64

## Lijst van gebruikte symbolen

<b>E</b>	Electrische veldvector
$S_0$	Nulde Stokes parameter ofwel de intensiteit
$S_1$	Eerste Stokes parameter, mate van lineaire polarisatie langs $x$ -as
$S_2$	Tweede Stokes parameter, mate van lineaire polarisatie op $45^\circ$ t.o.v. $x$ -as
$S_3$	Derde Stokes parameter, mate van circulaire polarisatie
$\theta$	Azimut van ellips van polarisatie (t.o.v. $x$ -as)
$s$	Totale mate van lineaire polarisatie
<b><u>S</u></b>	Stokes vector met als elementen de Stokes parameters
<b><u>M</u></b>	Een Muellermatrix
$r_p$	Reflectiecoëfficiënt voor de component van het elektrisch veld, parallel aan het vlak van inval
$r_s$	Reflectiecoëfficiënt voor de component van het elektrisch veld, loodrecht op het vlak van inval
$\rho$	Complexe verhouding tussen $r_p$ en $r_s$
$\psi$	Maat voor de relatieve amplitudetransmissie van de parallelle en de loodrechte component van het elektrische veld (gegeven door $\tan \psi$ ) bij een reflectie
$\Delta$	Verskil in fase tussen parallelle en loodrechte component van het elektrische veld bij een reflectie
$\psi_c$	Maat voor relatieve amplitudetransmissie compensator, iets anders gedefiniëerd dan $\psi_{sample}$ (in het ideale geval $45^\circ$ )
$\Delta_c$	Faseverschil geïnduceerd door de compensator (in het ideale geval $90^\circ$ )
$x_c$	Compensatoreigenschap (in het ideale geval 0)
$y_c$	Compensatoreigenschap (in het ideale geval 0)
$z_c$	Compensatoreigenschap (in het ideale geval 1)
$P$	Hoek die de transmissie-as van de polarisator maakt met het vlak van inval
$P'$	Hoek die voor de polarisator afgelezen wordt
$dP$	Fouthoek van de polarisator
$A$	Hoek die de transmissie-as van de analysator maakt met het vlak van inval
$A'$	Hoek die voor de analysator afgelezen wordt
$dA$	Fouthoek van de analysator
$C$	Hoek die de snelle as van de compensator maakt met het vlak van inval
$C'$	Hoek die voor de compensator afgelezen wordt
$dC$	Fouthoek van de compensator
$\omega$	Hoekfrequentie waarmee een component roteert
$a$	Genormeerde Fouriercosinuscoëfficiënt bij RAE
$b$	Genormeerde Fouriersinuscoëfficiënt bij RAE
$m_i$	Genormeerde amplitude van de $i$ -de Fouriercoëfficiënt
$\phi$	Fase van een Fouriercoëfficiënt
$A_i$	De $i$ -de Fouriercosinuscoëfficiënt (niet genormeerd)
$B_i$	De $i$ -de Fouriersinuscoëfficiënt (niet genormeerd)
$M_i$	De amplitude van de $i$ -de Fouriercoëfficiënt (niet genormeerd)
$\Phi$	Vershilfase zoals gebruikt bij fase-calibratie
$R$	Residu zoals gebruikt bij residu-calibratie

# 1. Inleiding

Voor de meeste mensen is de eerste kennismaking met polarisatie waarschijnlijk de welbekende polaroid zonnebril. Het achterliggende principe is de gedeeltelijke polarisatie van licht dat ergens aan gereflecteerd is. Op deze manier is het mogelijk om met niet meer dan een zonnebril en een gradenboog de brekingsindex van een of ander materiaal te meten. Als dat op een wetenschappelijke manier gebeurt heet deze meetmethode polarimetrie, wat nauw samenhangt met de in dit verslag besproken ellipsometrie.

Toen Huygens in 1690 voor het eerst polarisatie waarnam met twee stukjes kalkspaat (de frappante dubbele breking van dit materiaal was reeds langer bekend), lag het niet voor de hand dat de halve Westerse wereld drie eeuwen later met een polarisator op het hoofd zou rondlopen. De term polarisatie kwam overigens pas een eeuw later naar voren, omdat er theorieën in omloop waren die zeiden dat er bij polarisatie een ordening van langwerpige lichtdeeltjes (met twee polen) plaatsvond. De geschiedenis van de theorieën over polarisatie is vanzelfsprekend verweven met de geschiedenis van de deeltjes-golf discussie. Tegenwoordig is er wel overeenstemming over het dualistische karakter van licht. Polarisatie is een effect dat duidelijk bij het "golf"-domein van licht hoort.

Het spreekt bijna voor zich dat de polarisatietoestand van een golf van belang is bij de interactie met om een willekeurig systeem. Deze polarisatieafhankelijke interactie is wat ellipsometrie meet. Daartoe wordt een lichtbundel met een bekende polarisatietoestand aan een onbekend optisch systeem toegevoerd. De polarisatietoestand van de resulterende bundel wordt vervolgens gemeten. De interactie van de lichtbundel met het optische systeem leert dan iets over het systeem. Een voorbeeld is de optische activiteit, bekend uit de chemie. Ook kan bij verstrooiing aan stofdeeltjes de deeltjesgrootte en de brekingsindex van het desbetreffende materiaal bepaald worden. Meestal betreft het bij ellipsometrie een reflectie aan een oppervlak. Dit kan gebeuren met verschillende doeleinden: Er kan bijvoorbeeld gekeken worden naar de magnetisatie van een oppervlak (Magneto Optisch Kerr Effect), maar ook kan een eenvoudige bepaling van de brekingsindex (reële en complexe deel) plaatsvinden. De ellipsometer die in dit verslag besproken wordt heeft als primaire doel de bepaling van de dikte en brekingsindex van lagen aan het oppervlak. De oppervlaktegevoeligheid van ellipsometrie is groot en er vindt geen beschadiging van het oppervlak plaats. De benodigde opstelling is in vergelijking met andere oppervlaktetechnieken zeer eenvoudig (zo is er bijvoorbeeld geen vacuumsysteem nodig). Ook leent de techniek zich door deze eenvoud heel goed voor in situ experimenten.

Het infrarood met allerlei moleculaire absorptiebanden is een interessant golflengtegebied. Reflectie- en transmissie-experimenten geven hier op zichzelf al veel informatie over de chemische samenstelling, maar als ook ellipsometrisch gemeten wordt, dan kunnen er ook uitspraken worden gedaan over laagstructuren. Er is alleen een aantal praktische bezwaren die een wijdverspreide toepassing van infraroodellipsometrie in de weg staan: Materialen die dubbele breking vertonen in het infrarood zijn schaars en de kwaliteit van de polarisatoren is een stuk minder dan in het visuele gebied. Een ander probleem is het ontbreken van een goede spectroscopische compensator ten behoeve van een roterende compensator ellipsometer. In dit verslag zal uitgebreid worden ingegaan op het gedrag van een reeds eerder in de groep Elementaire Processen in Gasontladingen ontworpen compensator.

## 2. Theorie

In dit hoofdstuk zal een korte inleiding in het Muellerformalisme gegeven worden. Aan de hand hiervan wordt de meettechniek ellipsometrie besproken. Ter illustratie zal een aantal manieren om ellipsometrie te bedrijven kort de revue passeren, waarna er aan de voor dit verslag relevante methoden grondiger aandacht wordt besteed.

### 2.1 Gepolariseerd licht

#### 2.1.1 Polarisatie van monochromatische lichtgolf

Zoals met de naam ellipsometrie al wordt gesuggereerd, dient er bij ellipsometrie de een of andere ellips opgemeten te worden. De ellips waar het om gaat is de ellips die de punt van de elektrische veldvector van een volledig gepolariseerde lichtbundel beschrijft. Een bijzonder geval is de monochromatische (maar verder willekeurige) lichtgolf. In een vast punt in de ruimte kan het elektrische veld ontbonden worden in drie orthogonale componenten:

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x + E_y \mathbf{e}_y + E_z \mathbf{e}_z, \quad (2.1)$$

met  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  en  $\mathbf{e}_z$  de eenheidsvectoren in de  $x$ -,  $y$ - en  $z$ -richting. Elke component  $E_i$  ( $i=x, y, z$ ) kan vanwege het monochromatische karakter van de lichtgolf geschreven worden als:

$$E_i = A_i \cos \omega t + B_i \sin \omega t, \quad (2.2)$$

met  $A_i$  en  $B_i$  respectievelijk de cosinus- en de sinuscomponent van  $E_i$ . Nu worden de cosinuscomponenten van de drie richtingen gecombineerd: De afzonderlijke bijdragen worden vectoriëel opgeteld. Het blijkt dus dat alle cosinusbijdragen gecombineerd kunnen worden tot één vector  $\mathbf{u}_A$ , waarlangs de component van het elektrische veld met een  $\cos \omega t$  tijdsafhankelijkheid oscilleert. Deze vector  $\mathbf{u}_A$  volgt uit:

$$\mathbf{u}_A = (A_x, A_y, A_z). \quad (2.3)$$

Hetzelfde geldt natuurlijk ook voor de sinuscomponenten en deze kunnen gecombineerd worden tot:

$$\mathbf{u}_B = (B_x, B_y, B_z). \quad (2.4)$$

Nu kan de totale elektrische veldvector geschreven worden als:

$$\mathbf{E} = \mathbf{u}_A \cos \omega t + \mathbf{u}_B \sin \omega t, \quad (2.5)$$

en dit is de beschrijving van een ellips. Het elektrische veld beschrijft dus een ellips opgespannen door de vectoren  $\mathbf{u}_A$  en  $\mathbf{u}_B$ . Als de punt van het elektrische veld van een lichtgolf een ellips beschrijft, heet deze golf elliptisch gepolariseerd. Bijzondere gevallen hiervan zijn bijvoorbeeld lineair gepolariseerd licht, waarbij het elektrische veld een lijn beschrijft en circulair gepolariseerd licht waarbij het

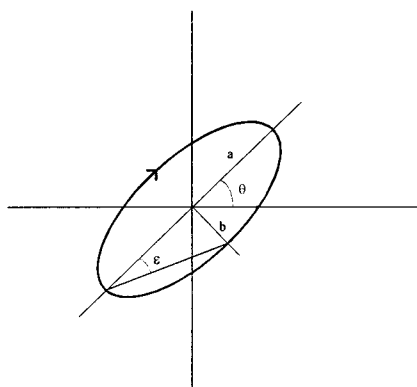


electrisch veld een cirkel beschrijft. De punt van de elektrische veldvector van een willekeurige monochromatische lichtgolf beschrijft zoals hierboven aangetoond altijd een ellips. Een monochromatische lichtbundel is dus altijd elliptisch gepolariseerd.

Een willekeurige ellips van polarisatie kan met de volgende eigenschappen volledig beschreven worden:

1. De oriëntatie van het vlak waarin het elektrische veld een ellips beschrijft.
2. In dit vlak: de azimuth  $\theta$ , de ellipticiteit  $e$  en de omloopszin van de ellips.
3. De amplitude van de ellips.
4. De absolute fase van het elektrische veld.

In fig. 2.1 staat een voorbeeld van een ellips van polarisatie. De azimuth  $\theta$  is de hoek tussen de lange as van de ellips en de positieve  $x$ -as. De ellipticiteit is de verhouding tussen de lange as en de korte as van de ellips. De omloopszin van de ellips wordt gedefiniëerd als de richting waarin de punt van het elektrische veld roteert, gezien tegen de voortplantingsrichting van de beschouwde golf in. Met de wijzers van de klok mee betekent rechtsom gepolariseerd en tegen de wijzers van de klok in betekent linksom gepolariseerd. Meestal wordt de draaizin in de ellipticiteit ingebouwd, een positieve ellipticiteit betekent rechtsom draaiend en een negatieve ellipticiteit betekent linksom draaiend.



*Figuur 2.1: Een ellips van polarisatie met azimuth  $\theta$  en halve assen  $a$  en  $b$ . Ook de ellipticiteitshoek  $\epsilon$  is aangegeven, deze is gedefiniëerd als  $\arctan(e)$ .*

Een gepolariseerde golf kan altijd ontbonden worden in een tweetal zgn. orthogonale polarisatietoestanden. Dit kunnen bijvoorbeeld zijn lineair gepolariseerd langs de  $x$ -as en lineair gepolariseerd langs de  $y$ -as, maar ook linksom en rechtsom circulair gepolariseerde toestanden.

## 2.1.2 Stokes vector en Muellermatrix

Als in plaats van een willekeurige monochromatische lichtgolf een vlakke monochromatische TE golf beschouwd wordt, dan hoeft om het elektrische veld volledig te beschrijven alleen bekend te zijn hoe het veld er in het vlak loodrecht op de voortplantingsrichting uitziet. Uitgaande van een golf met golfgetal  $k$  en als voortplantingsrichting de positieve  $z$ -as, kan het elektrische veld in het  $xy$ -vlak beschreven worden met de fase en amplitude van de  $x$ - en  $y$ -componenten van het elektrische veld. De oriëntatie van de  $x$ - en  $y$ -richting in dit vlak kan vrij gekozen worden. De complexe amplitude  $E_{ic}$  van het elektrische veld in de  $i$ -richting wordt gegeven door:

$$E_{ic} = \tilde{E}_i e^{j\delta_i}, \quad (2.6)$$

met  $i=x,y$  en  $\tilde{E}_i$  de amplitude en  $\delta_i$  de fase van de trilling in de  $i$ -richting. Het elektrische veld op tijdstip  $t$  en positie  $z$  wordt gevonden door een fasefactor  $e^{i(\omega t - kz)}$  toe te voegen en het reële deel te nemen van de totale uitdrukking. Dit geldt echter alleen voor een monochromatische golf. Een quasi-monochromatische golf kan beschreven worden met een soortgelijke complexe amplitude, maar dan met een tijdsafhankelijke fase en amplitude:

$$E_{ic} = \tilde{E}_i(t)e^{i\delta_i(t)}, \quad (2.7)$$

met  $i=x,y$ . Met deze complexe amplitudes kunnen de vier zgn. Stokes parameters gedefiniëerd worden:

$$\begin{aligned} S_0 &= \langle \tilde{E}_x^2(t) \rangle + \langle \tilde{E}_y^2(t) \rangle, \\ S_1 &= \langle \tilde{E}_x^2(t) \rangle - \langle \tilde{E}_y^2(t) \rangle, \\ S_2 &= 2 \langle \tilde{E}_x(t)\tilde{E}_y(t) \cos(\delta_y(t) - \delta_x(t)) \rangle, \\ S_3 &= 2 \langle \tilde{E}_x(t)\tilde{E}_y(t) \sin(\delta_y(t) - \delta_x(t)) \rangle, \end{aligned} \quad (2.8)$$

waarbij de notatie  $\langle \rangle$  een tijdsgemiddelde inhoudt. De Stokes parameters kunnen gemeten worden met behulp van een lineaire en een circulaire polarisator. Een lineaire polarisator is een optisch element dat het deel van het licht doorlaat, dat lineair gepolariseerd is parallel aan de transmissie-as van de polarisator. Een circulaire polarisator laat alleen het deel door dat rechtsom danwel linksom circulair gepolariseerd is. Noem de intensiteit van een lichtbundel na passeren van een lineaire polarisator op  $0^\circ$  met de positieve  $x$ -as  $I_0$  en analoog daaraan  $I_{90}$ ,  $I_{45}$ ,  $I_{-45}$  en noem de intensiteit na het passeren van dezelfde lichtbundel van een circulaire polarisator die rechtsom gepolariseerd licht doorlaat  $I_r$  en na een die linksom gepolariseerd licht doorlaat  $I_l$ . Dan volgen de Stokes parameters uit:

$$\begin{aligned} S_0 &= I_0 + I_{90} = I_{45} + I_{-45} = I_r + I_l, \\ S_1 &= I_0 - I_{90}, \\ S_2 &= I_{45} - I_{-45}, \\ S_3 &= I_r - I_l. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Zoals ook al blijkt uit vgl. (2.8) is  $S_0$  de totale intensiteit  $I$  van de lichtbundel.  $S_1$  geeft de mate waarin het licht lineair gepolariseerd is langs de  $x$ -as ( $S_1$  positief) danwel de  $y$ -as ( $S_1$  negatief).  $S_2$  geeft de mate aan waarin het licht lineair gepolariseerd is onder een hoek van  $45^\circ$  ten opzichte van de positieve  $x$ -as ( $S_2$  positief), danwel loodrecht hierop ( $S_2$  negatief). Samen geven de grootheden  $S_1$  en  $S_2$  de oriëntatie van de ellips van polarisatie. Uit de Stokes parameters kan een aantal interessante grootheden berekend worden, zoals bijvoorbeeld de polarisatiegraad  $P$ :

$$P = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}. \quad (2.10)$$

De polarisatiegraad is 1 voor volledig gepolariseerd licht (bijvoorbeeld monochromatisch licht) en 0 voor volledig ongepolariseerd licht (ook wel natuurlijk licht genoemd). De azimuth  $\theta$  en de zgn. ellipticiteitshoek  $\varepsilon$  volgen uit:

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{S_2}{S_1},$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \arcsin \frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}.$$
(2.11)

Tezamen kunnen de Stokes parameters gezien worden als een vector, de zgn. Stokes vector:

$$\underline{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}.$$
(2.12)

Een optisch element zal in het algemeen de polarisatietoestand van een intredende lichtbundel veranderen en de Stokes vector  $\underline{\mathbf{S}}_i$  van de ingaande bundel dus transformeren tot een Stokes vector  $\underline{\mathbf{S}}_f$  van de uitgaande bundel. Als dit proces lineair is, dan kan dit transformatieproces geassocieerd worden met een matrixvermenigvuldiging van de ingaande bundel met een 4x4 matrix. Deze transformatiematrix is de Muellermatrix van het optische element. Een aantal voorbeelden van Muellermatrices wordt gegeven in tabel 2.1.

Tabel 2.1: Muellermatrices van enkele optische elementen.

Rotatie coördinatenstelsel over een hoek $\theta$ .	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Niet-ideale polarisator met transmissie-as langs de $x$ -as en verzwakkings-coëfficiënt $\alpha$ .	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+\alpha & 1-\alpha & 0 & 0 \\ 1-\alpha & 1+\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{\alpha} \end{pmatrix}$
Reflectie met geïnduceerd faseverschil $\Delta$ en relatieve amplitudetransmissie $\tan \psi$ . Het vlak van inval bepaalt de $x$ -as.	$\begin{pmatrix} 1 & -\cos 2\psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\psi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\psi \cos \Delta & \sin 2\psi \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin 2\psi \sin \Delta & \sin 2\psi \cos \Delta \end{pmatrix}$
Ideale compensator met snelle as langs de $x$ -as en geïnduceerd faseverschil $\delta$ .	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}$
Reële compensator met snelle as langs de $x$ -as, een geïnduceerd faseverschil $\Delta_c$ en relatieve amplitudetransmissie $\tan \psi_c$ . Merk op dat de definitie van $\psi$ verschilt van die van een reflectie ( $\psi_c = 90^\circ - \psi$ ).	$\begin{pmatrix} 1 & \cos 2\psi_c & 0 & 0 \\ \cos 2\psi_c & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\psi_c \cos \Delta_c & \sin 2\psi_c \sin \Delta_c \\ 0 & 0 & -\sin 2\psi_c \sin \Delta_c & \sin 2\psi_c \cos \Delta_c \end{pmatrix}$

Beschouw een tweetal optische elementen en stel dat de ingaande Stokes vector gegeven wordt door  $\underline{\mathbf{S}}_i$ , dan wordt de Stokes vector  $\underline{\mathbf{S}}_f$  na het eerste element (voorgesteld door  $\underline{\mathbf{M}}_1$ ) gegeven door:

$$\underline{\mathbf{S}}_1 = \underline{\mathbf{M}}_1 \cdot \underline{\mathbf{S}}_i,$$
(2.13)

en na het tweede element (voorgesteld door  $\underline{\underline{\mathbf{M}}}_2$ ) wordt de Stokes vector  $\underline{\mathbf{S}}_2$ , gegeven door:

$$\underline{\mathbf{S}}_2 = \underline{\underline{\mathbf{M}}}_2 \cdot \underline{\mathbf{S}}_1 = \underline{\underline{\mathbf{M}}}_2 \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}}}_1 \cdot \underline{\mathbf{S}}_1. \quad (2.14)$$

Kennelijk wordt dus het effect van deze twee elementen bepaald door het product van hun Muellermatrices, wat dus de gezamenlijke Muellermatrix is. Alle in tabel 2.1 gegeven Muellermatrices zijn gegeven ten opzichte van het eigen coördinatenstelsel. Om de Muellermatrix in een ander coördinatenstelsel te vinden, moet eerst de Stokes vector in het component-coördinatenstel berekend worden. Vervolgens kan een gewone matrixvermenigvuldiging van de getransformeerde Stokes vector en de Muellermatrix van die component uitgevoerd worden. Daarna kan de Stokes vector weer weergegeven worden in het oude coördinatenstelsel. In een formule kan dit voorgesteld worden door:

$$\underline{\underline{\mathbf{M}}}_\beta = \underline{\mathbf{R}}(-\beta) \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}}} \cdot \underline{\mathbf{R}}(\beta), \quad (2.15)$$

waarbij  $\underline{\underline{\mathbf{M}}}_\beta$  de Muellermatrix in het nieuwe coördinatenstelsel voorstelt en  $\underline{\underline{\mathbf{M}}}$  die in het eigen coördinatenstelsel,  $\underline{\mathbf{R}}(-\beta)$  een coördinatenrotatie over een hoek  $-\beta$  voorstelt en  $\underline{\mathbf{R}}(\beta)$  een rotatie over  $\beta$ .

### 2.1.3 Reflectie van licht aan een oppervlak

In het algemeen wordt bij ellipsometrie de polarisatietoestand van een lichtbundel gemeten. Het doel daarvan is meestal om de interactie van een bepaalde optische component met een lichtbundel te bepalen. Er wordt dus een deel of het geheel van de Muellermatrix van een element bepaald. Meestal is van tevoren bekend wat voor soort element onder beschouwing staat en dus welke vorm de Muellermatrix heeft.

Beschouwen we bijvoorbeeld reflectie van een vlakke TE electromagnetische golf, dan hangt de reflectiecoëfficiënt van het elektrisch veld af van de polarisatierichting. Met een halfoneindig substraat worden de reflectiecoëfficiënten gegeven door de bekende Fresnelcoëfficiënten:

$$r_p = \frac{n_1 \cos \phi_0 - n_0 \cos \phi_1}{n_1 \cos \phi_0 + n_0 \cos \phi_1}, \quad (2.16)$$

$$r_s = \frac{n_0 \cos \phi_0 - n_1 \cos \phi_1}{n_0 \cos \phi_0 + n_1 \cos \phi_1},$$

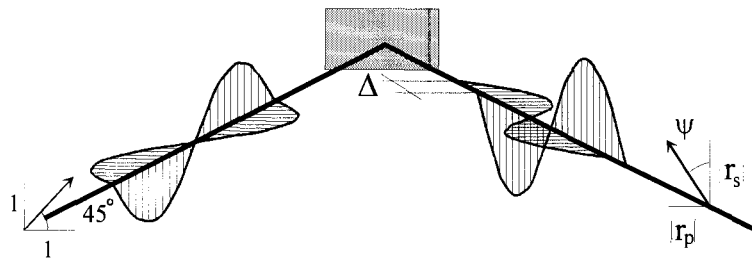
waarbij  $r_p$  de reflectiecoëfficiënt voorstelt van de situatie waarbij het elektrische veld parallel staat aan het vlak van inval en  $r_s$  die waarbij het elektrische veld loodrecht op het vlak van inval staat,  $\phi_0$  de hoek van inval en  $\phi_1$  de brekingshoek. Het vlak van inval wordt bepaald door de invallende en uitgaande bundel. In het algemeen is de brekingsindex  $n$  een complex getal en dus zijn deze reflectiecoëfficiënten in het algemeen ook complexe grootheden. Ook de brekingshoek kan een complexe grootheid zijn. Vaak is alleen de verhouding van deze twee grootheden  $r_s$  en  $r_p$  van belang. Er kan dan een complexe grootheid  $\rho$  worden gedefiniëerd:

$$\rho \equiv \frac{r_p}{r_s}, \quad (2.17)$$

waarmee de verandering van de polarisatietoestand als gevolg van de reflectie tot uitdrukking wordt gebracht. In deze definitie hoeven de reflectiecoëfficiënten  $r_p$  en  $r_s$  niet de Fresnelcoëfficiënten te zijn. Meestal wordt deze grootte omschreven tot de volgende vorm:

$$\rho \equiv \tan \psi e^{i\Delta}. \quad (2.18)$$

De reële hoeken  $\psi$  en  $\Delta$  worden de ellipsometrische hoeken genoemd. Als lineair gepolariseerd licht met een azimuth van  $45^\circ$  (t.o.v. het vlak van inval) aan een oppervlak reflecteert, dan is eenvoudig in te zien hoe deze twee hoeken zich manifesteren, zie fig. 2.2.



*Figuur 2.2: Interpretatie van de ellipsometrische hoeken  $\psi$  en  $\Delta$ , met een opvallende bundel die lineair gepolariseerd is onder een hoek van  $45^\circ$  t.o.v. het vlak van inval.*

Met deze definitie kan eenvoudig de Muellermatrix van een reflectie aan een oppervlak berekend worden (zie appendix A). Als  $\psi$  en  $\Delta$  uit een ellipsometrisch experiment bepaald zijn, dan is in het geval van reflectie aan een halfoneindig medium de complexe brekingsindex te berekenen m.b.v. de Fresnelcoëfficiënten, de wet van Snellius en de definitie van  $\rho$ :

$$n_1 = n_0 \sin \phi_0 \sqrt{1 + \left( \frac{1 - \rho}{1 + \rho} \right)^2 \tan^2 \phi_0}, \quad (2.19)$$

met  $\phi_0$  de hoek van inval en  $n_0$  de brekingsindex van het aangrenzende medium (b.v. lucht). Als het medium niet halfoneindig is (er kan bijvoorbeeld een laag op het oppervlak aanwezig zijn, of de gebroken bundel wordt aan de achterkant van een sample weer teruggekaatst), dan kan de brekingsindex niet op deze wijze vastgesteld worden. Als er lagen op een halfoneindig medium aanwezig zijn is het mogelijk om d.m.v. simulatie van  $\psi$  en  $\Delta$  de laagdiktes en bijbehorende brekingsindices te bepalen.

## 2.2 Ellipsometrie

Onder een ellipsometer wordt in het algemeen een apparaat verstaan om een deel van de Muellermatrix van een optisch element te bepalen. Een ellipsometer bestaat meestal uit een reeks optische elementen waarin zich een onbekende component bevindt. Er wordt in de literatuur vaak nog onderscheid gemaakt tussen polarimetrie (hierbij wordt de polarisatietoestand gemeten) en ellipsometrie (waarbij de verandering van de polarisatietoestand wordt gemeten). In dit verslag zal er

verder geen onderscheid tussen beide methoden worden gemaakt en alleen over ellipsometrie worden gesproken. Vaak wordt een lichtbundel met bekende polarisatie door een optisch systeem geleid, waarna de polarisatietoestand van de uittredende bundel wordt bepaald. Door het vergelijken van de polarisatietoestanden van de ingaande en de uittredende bundel kan dan het gedrag van de onbekende component bepaald worden. De twee belangrijkste soorten van ellipsometrie zijn:

1. Nul-ellipsometrie: Hierbij wordt een aantal componenten verdraaid, net zolang tot het detectorsignaal minimaal wordt. Voordelen van deze methode zijn de eenvoud, de onafhankelijkheid van strooilight en de ongevoeligheid voor imperfecties in de componenten (in het bijzonder niet-lineariteit van de detector). Een nadeel is de lange tijd die nodig is om deze nulpunten (minima) te zoeken.
2. Fotometrische ellipsometrie: Hierbij worden de optische eigenschappen van één of meer componenten gevarieerd met de tijd en wordt het tijdsafhankelijke detectorsignaal geanalyseerd. Een voordeel van deze methode is de eenvoud waarmee zij geautomatiseerd kan worden. Ook is deze techniek veel sneller dan nul-ellipsometrie, waardoor zij geschikt is voor real-time en in situ metingen.

In dit verslag wordt alleen gebruik gemaakt van fotometrische methoden en dus zullen alleen deze verder worden besproken. Binnen de klasse van fotometrische ellipsometers kan ook weer een onderverdeling aangebracht worden. De familie van methoden die gebruik maakt van een roterende component is erg uitgebreid. Bij het eenvoudigste lid van deze familie is die roterende component een polarisator. Zo kunnen de volgende methoden onderscheiden worden:

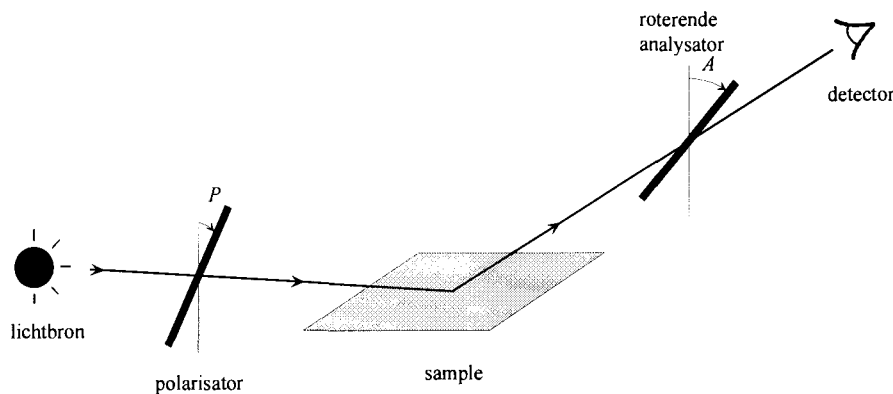
1. *Roterende Analysator Ellipsometrie (RAE)*: Het polariserende deel bestaat uit een polarisator, gevolgd door een reflectie aan een of ander preparaat, waarna een roterende polarisator (vanaf nu analysator te noemen) gebruikt wordt om de polarisatietoestand van de gereflecteerde bundel te bepalen.
2. *Roterende Polarisator Ellipsometrie (RPE)*: Lijkt bijzonder veel op RAE, alleen draait hierbij de polarisator i.p.v. de analysator.
3. *Roterende Compensator Ellipsometrie (RCE)*: Het polariserende deel bestaat weer uit een polarisator en het analyserende deel uit een roterende compensator en een vaste analysator.
4. *Roterende Polarisator Roterende Analysator Ellipsometrie (RPRAE)*: De geavanceerdere uitvoering van RAE en RPE, waarbij zowel analysator als polarisator draaien. Dit geeft meer informatie over de Muellermatrix van de onbekende component.
5. *Roterende Compensator Roterende Analysator vaste analysator ellipsometrie (RCRAE)*: de analyse van de uittredende bundel vindt hierbij plaats door een roterende compensator en een roterende analysator, gevolgd door een vaste analysator.

Deze lijst is beperkt tot die methoden die ook daadwerkelijk in dit verslag aan de orde komen.

## 2.3 Roterende Analysator Ellipsometrie en Roterende Polarisator Ellipsometrie

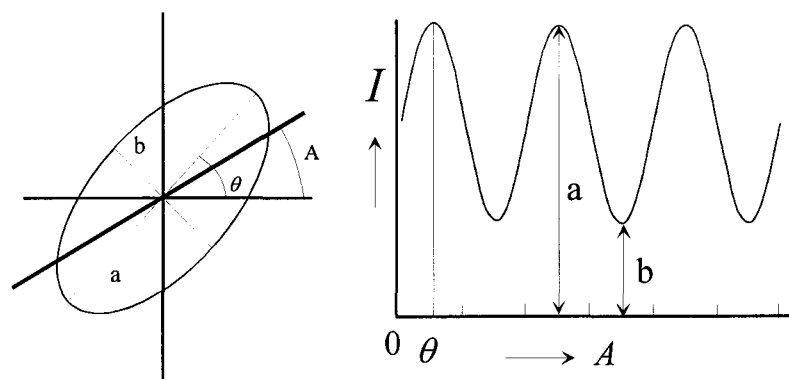
### 2.3.1 Algemene beschrijving RAE (RPE)

RAE is de eenvoudigste wijze om fotometrische ellipsometrie te bedrijven en dus zal aan aantal basiskenmerken van fotometrische ellipsometrie eenvoudig toegelicht kunnen worden. Bij RAE wordt licht van een lichtbron gepolariseerd door een lineaire polarisator, waarna het door een preparaat wordt gereflecteerd. Het gereflecteerde licht valt via een analysator op de detector (fig. 2.3).



*Figuur 2.3: Schematische weergave van een roterende analysator ellipsometer.  $P$  en  $A$  zijn de hoeken die de polarisator respectievelijk de analysator maken met het vlak van inval.*

Na reflectie is de lichtbundel in het algemeen elliptisch gepolariseerd, waarbij de vorm van de ellips afhangt van de waarde van  $\psi$  en  $\Delta$  van het preparaat. Er valt eenvoudig in te zien dat als de analysator draait, het detectorsignaal eenduidig samenhangt met de vorm van de ellips van polarisatie, zie fig. 2.4



*Figuur 2.4: Een willekeurige ellips van polarisatie en het bijbehorende tijdsafhankelijke detectorsignaal, na het passeren van een draaiende analysator.*

Het resultaat van deze grafische redenering kan ook analytisch bereikt worden door te berekenen welke intensiteit verwacht kan worden ter plaatse van de detector. De intensiteit ter plaatse van de detector wordt gegeven door de eerste Stokes parameter aldaar. Deze kan gevonden worden door de totale Muellermatrix van het hele systeem uit te rekenen. Het assenstelsel dat hierbij gebruikt wordt, is gedefiniëerd door het vlak van inval. Dit vlak wordt opgespannen door de invallende en de gereflecteerde bundel. De  $x$ -as wordt zo gekozen dat deze in het vlak van inval ligt en de  $y$ -as loodrecht hierop, het  $xy$ -vlak staat natuurlijk loodrecht op de lichtbundel. Elementen die niet in het

vlak van inval staan, krijgen een rotatiematrix vóór en ná hun Muellermatrix, om zo de Muellermatrix in het assenstelsel van het vlak van inval te krijgen. Als de transmissie-as van de analysator een hoek  $A$  maakt met het vlak van inval en de transmissie-as van de polarisator een hoek  $P$  met het vlak van inval, dan wordt de totale Muellermatrix gegeven door:

$$\underline{\underline{\mathbf{M}}}_{tot} = \underline{\underline{\mathbf{R}}}(-A) \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}}}_p \cdot \underline{\underline{\mathbf{R}}}(A) \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}}}_{\psi\Delta} \cdot \underline{\underline{\mathbf{R}}}(-P) \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}}}_p \cdot \underline{\underline{\mathbf{R}}}(P), \quad (2.20)$$

met  $\underline{\underline{\mathbf{R}}}(\alpha)$  een coördinatentransformatie over een hoek  $\alpha$ ,  $\underline{\underline{\mathbf{M}}}_p$  een polarisator (de analysator heeft dezelfde Muellermatrix) en  $\underline{\underline{\mathbf{M}}}_{\psi\Delta}$  een reflectie aan het te onderzoeken systeem. Als de lichtbron ongepolariseerd licht uitzendt en de detectorgevoeligheid onafhankelijk is van de polarisatietoestand van het invallende licht, dan mogen de eerste en de laatste rotatiematrices weggelaten worden. Het detectorsignaal wordt dan gevonden door de totale Muellermatrix te vermenigvuldigen met de Stokes vector  $\underline{\underline{\mathbf{S}}}_0$  van een ongepolariseerde bundel:

$$\underline{\underline{\mathbf{S}}}_d = \underline{\underline{\mathbf{M}}}_p \cdot \underline{\underline{\mathbf{R}}}(A) \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}}}_{\psi\Delta} \cdot \underline{\underline{\mathbf{R}}}(-P) \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}}}_p \cdot \underline{\underline{\mathbf{S}}}_0, \quad (2.21)$$

en de eerste component van de resulterende Stokes vector te nemen:

$$I_d = 1 - \cos 2\psi \{ \cos 2P + \cos 2A \} + \cos 2P \cos 2A + \cos \Delta \sin 2\psi \sin 2P \sin 2A. \quad (2.22)$$

Dit signaal is gegeven op een onbekende factor na, waarin o.a. de absolute amplitudetransmissie van de reflectie en alle andere elementen en de detectorgevoeligheid verwerkt zijn. Wat opvalt is dat de polarisatorhoek  $P$  en de analysatorhoek  $A$  in vgl. (2.22) verwisselbaar zijn. De rol van analysator en polarisator is kennelijk verwisselbaar. Er bestaat dus geen essentieel verschil tussen RAE en RPE. Vgl. (2.22) kan herschreven worden tot:

$$I_d = g(1 + a \cos 2A + b \sin 2A), \quad (2.23)$$

met

$$\begin{aligned} g &= 1 - \cos 2\psi \cos 2P, \\ a &= \frac{\cos 2P - \cos 2\psi}{1 - \cos 2\psi \cos 2P}, \\ b &= \frac{\cos \Delta \sin 2\psi \sin 2P}{1 - \cos 2\psi \cos 2P}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Als de analysator met een hoekfrequentie  $\omega$  ( $A = \omega t$ ) roteert, dan zal het detectorsignaal gemoduleerd worden met een frequentie  $2\omega$ . De grootheden  $g, a$  en  $b$  kunnen dan met behulp van Fourieranalyse bepaald worden uit het tijdsafhankelijke detectorsignaal. Uit de genormeerde Fouriercoëfficiënten  $a$  en  $b$  en de polarisatorhoek  $P$  kunnen de ellipsometrische hoeken  $\psi$  en  $\Delta$  berekend worden:

$$\begin{aligned} \cos 2\psi &= \frac{\cos 2P - a}{1 - a \cos 2P}, \\ \cos \Delta &= \frac{b}{\sqrt{1 - a^2}} \cdot \frac{\sin 2P}{|\sin 2P|}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Vaak wordt de polarisator op  $45^\circ$  ten opzichte van het vlak van inval gezet, zodat vgl. (2.25) vereenvoudigd wordt tot:



$$\begin{aligned}\cos 2\psi &= -a, \\ \cos \Delta &= \frac{b}{\sqrt{1-a^2}}.\end{aligned}\tag{2.26}$$

Uit deze uitdrukkingen blijkt dat bij RAE het verschil tussen  $\Delta$  en  $360^\circ - \Delta$  niet waargenomen kan worden. De nauwkeurigheid in de buurt van  $\Delta=0^\circ$ ,  $\Delta=180^\circ$ ,  $\psi=0^\circ$  en  $\psi=90^\circ$  is slecht omdat de arccosinus-functie in die punten verticaal loopt (en dus een oneindig grote richtingscoëfficiënt heeft).

### 2.3.2 Calibratie polarisator

In de vorige paragraaf is verondersteld dat de hoeken  $P$  en  $A$  precies bekend zijn. Bij het opzetten van een RAE experiment is nog niet bekend hoe het vlak van inval precies ligt en derhalve zijn de hoeken  $P$  en  $A$  nog niet bekend. De werkelijke hoeken  $P$  en  $A$  die de polarisator en analysator maken met het vlak van inval kunnen worden geschreven als:

$$\begin{aligned}P &\equiv P' + dP, \\ A &\equiv A' + dA,\end{aligned}\tag{2.27}$$

waarbij de  $P'$  en  $A'$  de hoeken voorstellen zoals ze afgelezen worden van de rotatietafel en  $dP$  en  $dA$  de verschillen met de echte hoeken  $P$  en  $A$ . Bij een meting worden de Fouriercoëfficiënten natuurlijk gevonden ten opzichte van de hoeken  $P'$  en  $A'$ . Er wordt dus gemeten:

$$I_d = g'(1 + a' \cos 2A' + b' \sin 2A'),\tag{2.28}$$

wat herschreven kan worden tot:

$$I_d = g' \left( 1 + \sqrt{a'^2 + b'^2} \cos(2A' - \phi') \right) \quad \text{met} \quad \phi' = \arctan \frac{b'}{a'}.\tag{2.29}$$

Ook het ideale geval (vgl. 2.23) kan op deze wijze herschreven worden tot:

$$I_d = g \left( 1 + \sqrt{a^2 + b^2} \cos(2A - \phi) \right) \quad \text{met} \quad \phi = \arctan \frac{b}{a}.\tag{2.30}$$

Omdat het signaal zelf natuurlijk niet af mag hangen van het coördinatenstelsel, moeten zowel de argumenten als de amplitudes van de beide uitdrukkingen in vgl. (2.29) en vgl (2.30) aan elkaar gelijk zijn. Zolang dit niet het geval is, is er sprake van twee verschillende fysische situaties en niet van één situatie die op twee verschillende manieren wordt beschreven. Gelijikheid van de twee amplitudes wordt meestal residu-calibratie genoemd en gelijkheid van de argumenten fase-calibratie. Hier zal alleen de fase-calibratie besproken worden omdat een soortgelijke methode in paragraaf 2.4.5 gebruikt zal worden.

### 2.3.3 Fase-calibratie

De eis bij fase-calibratie is dat de argumenten van de uitdrukkingen in vgl. (2.29) en (2.30) aan elkaar gelijk zijn:

$$2A' - \phi' = 2A - \phi. \quad (2.31)$$

Met de definitie van  $A'$  levert dit:

$$\begin{aligned} \phi' &= \phi - 2dA = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) - 2dA \\ &= \arctan\left(\frac{\cos \Delta \sin 2\psi \sin 2P}{\cos 2P - \cos 2\psi}\right) - 2dA. \end{aligned} \quad (2.32)$$

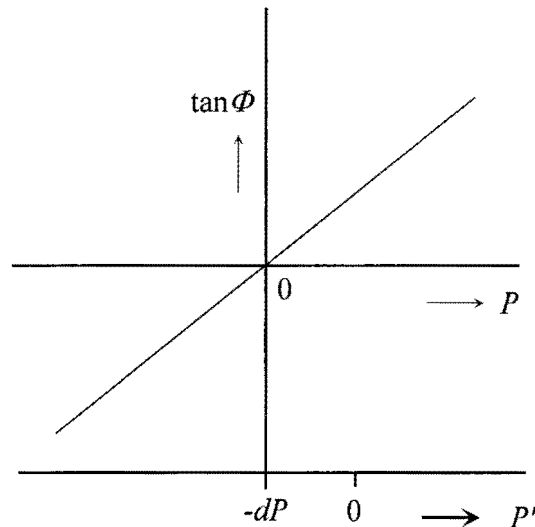
Door dezelfde grootte te nemen bij een hoek  $P+90^\circ$  en het verschil met de voorgaande uitdrukking te nemen, kan de term  $2dA$  geëlimineerd worden. De zgn. verschilfase  $\Phi$  kan dan gedefinieerd worden door:

$$\begin{aligned} \Phi &\equiv \phi'(P) - \phi'(P+90^\circ) \\ &= \arctan\left(\frac{\cos \Delta \sin 2\psi \sin 2P}{\cos 2P - \cos 2\psi}\right) - \arctan\left(\frac{\cos \Delta \sin 2\psi \sin 2P}{\cos 2P + \cos 2\psi}\right) \\ &= \arctan\left(\frac{2 \cos \Delta \cos 2\psi \sin 2\psi \sin 2P}{\sin^2 2\psi - (1 - \cos^2 \Delta \sin^2 2\psi) \sin^2 2P}\right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Voor kleine hoeken  $P$  resulteert dit in:

$$\tan \Phi = \frac{4 \cos \Delta}{\tan 2\psi} P. \quad (2.34)$$

Als de verschilfase gelijk aan nul is, dan staat de polarisator precies in het vlak van inval. Die positie van de polarisator waarbij deze precies in het vlak van inval staat, kan gevonden worden door bij verschillende hoeken  $P$  de verschilfase te bepalen. Volgens vgl. (2.34) is het verband tussen  $P$  en  $\tan \Phi$  lineair en de doorsnijding met de  $x$ -as geeft aan waar  $P=0^\circ$  (en hier geldt dus zeker dat  $P \ll 1$ ). Omdat  $\tan \Phi$  als functie van  $P$  bepaald wordt, geeft dit nulpunt de waarde van de fouthoek  $dP$  met een min ervoor, zie fig. 2.5.



Figuur 2.5: Bepaling fouthoek  $dP$  met behulp van de fase-calibratie.

### 2.3.4 Calibratie analysator met bekende polarisatorhoek

Als eenmaal de positie van de polarisator t.o.v. het vlak van inval bekend is d.m.v. hetzij de fase-calibratie, of de residu-calibratie, dan kan de positie van de analysator t.o.v. het vlak van inval op eenvoudige wijze bepaald worden. Als de polarisator in het vlak van inval wordt gezet, dan vereenvoudigen de genormeerde Fouriercoëfficiënten tot:

$$a = 1, \quad b = 0, \quad (2.35)$$

ervan uitgaande dat de analysatorhoek  $A$  precies bekend is. Aangezien dit nog niet het geval is, moet de fouthoek  $dA$  ook meegenomen worden. Dit komt neer op een coördinatentransformatie van de Fouriercoëfficiënten  $a$  en  $b$  over een hoek  $dA$ . De Fouriercoëfficiënten die gemeten worden zijn dan:

$$\begin{aligned} a' &= \cos 2dA \cdot a + \sin 2dA \cdot b = \cos 2dA, \\ b' &= -\sin 2dA \cdot a + \cos 2dA \cdot b = -\sin 2dA. \end{aligned} \quad (2.36)$$

En dus volgt de fouthoek  $dA$  uit:

$$dA = -\frac{1}{2} \arctan \frac{b'}{a'}. \quad (2.37)$$

### 2.3.5 Calibratie analysator met een fout in de polarisatorpositie

In de voorgaande paragraaf is uitgegaan van een bekende polarisatorhoek  $P$  en dus kon de polarisator precies in het vlak van inval gezet worden. Maar wat gebeurt er als de polarisator niet exact in het vlak van inval staat? Dan worden de Fouriercoëfficiënten  $a$  en  $b$  gegeven door:

$$\begin{aligned}
a &= \frac{\cos 2P - \cos 2\psi}{1 - \cos 2\psi \cos 2P} \approx 1, \\
b &= \frac{\cos \Delta \sin 2\psi \sin 2P}{1 - \cos 2\psi \cos 2P} \approx \frac{\cos \Delta \sin 2\psi}{1 - \cos 2\psi} 2P.
\end{aligned}
\tag{2.38}$$

En de echte gemeten Fouriercoëfficiënten  $a'$  en  $b'$  worden dan gegeven door:

$$\begin{aligned}
a' &= \cos 2dA + \left( \frac{\sin 2\psi \cos \Delta}{1 - \cos 2\psi} 2P \right) \sin 2dA, \\
b' &= -\sin 2dA + \left( \frac{\sin 2\psi \cos \Delta}{1 - \cos 2\psi} 2P \right) \cos 2dA.
\end{aligned}
\tag{2.39}$$

Na enig rekenwerk kan ook hieruit de fouthoek  $dA$  berekend worden (zie appendix B):

$$dA = -\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{b'}{a'}\right) + \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}.
\tag{2.40}$$

De eerste term komt overeen met die in vgl. (2.37) en in de tweede zit het effect van de fout in de polarisatorhoek. Direct gebruik van vgl. (2.40) om de analysatorfouthoek te berekenen is waarschijnlijk af te raden omdat de arccosinus juist daar waar het in dit geval nodig is (voor een kleine correctie in de hoek  $dA$ ), geen precieze waarden geeft. De arccosinus term uit vgl. (2.40) heeft toch zijn waarde omdat deze term gerelateerd kan worden aan de eigenschappen van het reflecterende oppervlak en de polarisatorhoek  $P$ :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \arccos \frac{1}{\sqrt{a'^2 + b'^2}} &= \frac{1}{2} \arccos \left( \left[ 1 + \frac{\cos^2 \Delta \sin^2 2\psi}{(1 - \cos 2\psi)^2} 4P^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right) \\
&\approx \frac{1}{2} \arccos \left( 1 - \frac{\cos^2 \Delta \sin^2 2\psi}{(1 - \cos 2\psi)^2} 2P^2 \right) \approx \frac{\cos \Delta \sin 2\psi}{1 - \cos 2\psi} P.
\end{aligned}
\tag{2.41}$$

Deze uitdrukking geeft dus de fout die gemaakt wordt in de bepaling van  $dA$  bij gebruik van vgl. (2.37). Deze fout t.g.v. een polarisator die niet goed in het vlak van inval staat hangt dus af van de ellipsometrische hoeken  $\psi$  en  $\Delta$  en de grootte van  $P$ . Als nu een preparaat wordt genomen waarbij  $\Delta = \pm 90^\circ$  of  $\psi = 0^\circ$ , dan valt deze term weg. De polarisatorhoek valt dan in eerste orde weg in de berekening van de analysatorhoek. Met een sample met de genoemde eigenschappen is het dus mogelijk de analysatorhoek beter te bepalen dan de polarisatorhoek. Een soortgelijk resultaat als in deze paragraaf is afgeleid, kan bereikt worden als de polarisator loodrecht (i.p.v. parallel) op het vlak van inval wordt geplaatst.

### 2.3.6 Gecombineerde calibratie van polarisator en analysator

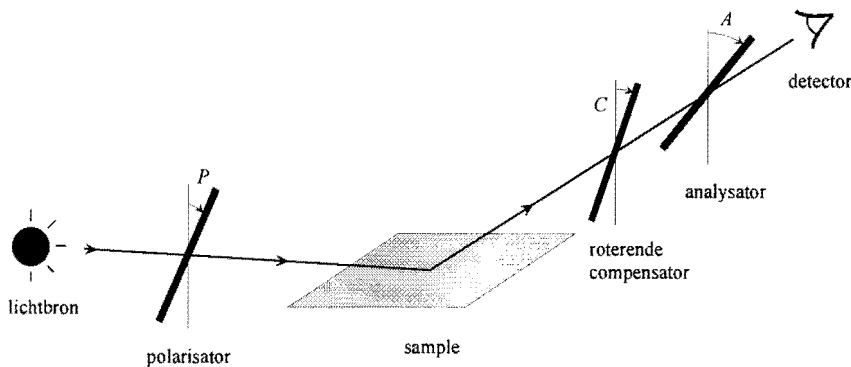
Het resultaat uit de vorige paragraaf kan zeer nuttig zijn bij een ellipsometrische opstelling waarmee zowel RPE als RAE bedreven kan worden. Als er een begininstelling wordt gekozen waarbij  $P$  klein is, dan kan (mits een goed sample gekozen wordt) een goede waarde voor  $dA$  gevonden worden door

een RAE meting te doen. Als de factor vóór  $P$  in vgl. (2.41) kleiner is dan 1, dan is de gevonden waarde voor  $dA$  beter dan de eerste gok voor  $dP$ . Vervolgens kan met deze waarde een RPE meting gedaan worden waarbij de analysator zo goed mogelijk in het vlak van inval staat. De redenering zoals gehouden voor de analysatorcalibratie in paragraaf 2.3.4 gaat dan natuurlijk weer op vanwege de verwisselbaarheid van de polarisator en analysator en dus volgt een betere waarde voor  $dP$ . De convergentiesnelheid van deze iteratieve methode hangt af van de eigenschappen van het sample (bij voorkeur  $\Delta = \pm 90^\circ$ , of  $\psi = 0^\circ$ ). Hiervan hangt ook af of deze methode sneller is dan de residu- danwel fase-calibratie voor de polarisatorhoek.

## 2.4 Roterende Compensator Ellipsometrie

### 2.4.1 Algemene beschrijving RCE

De twee grote nadelen van RAE (RPE) zijn de invloed van de gevoeligheid van de detector voor de polarisatietoestand van het invallende licht (de polarisatie van de bron) en het feit dat zowel  $\psi$  als  $\Delta$  uit een cosinus berekend worden. Dit laatste houdt in dat de nauwkeurigheid in de buurt van  $0^\circ$  en  $180^\circ$  klein is en dat het verschil tussen  $\Delta$  en  $360^\circ - \Delta$  niet te meten is. RCE heeft deze nadelen niet, want zoals zal blijken worden de ellipsometrische hoeken daarbij bepaald uit hun tangens. Een bijkomend voordeel is dat het in principe mogelijk is om met een RCE de polarisatiegraad te bepalen, maar van deze mogelijkheid zal hier geen gebruik worden gemaakt. Bij RCE in de Polarisator Sample Compensator Analysator (PSCA) configuratie bestaat het polariserende deel van de ellipsometer uit een polarisator en het analyserende deel uit een vaste analysator waarvoor een draaiende compensator of retardator is geplaatst. Het is ook mogelijk om RCE te bedrijven in de Polarisator Compensator Sample Analysator (PCSA) configuratie, maar de resulterende formules zijn in essentie hetzelfde als voor de PSCA configuratie. Een schematische opzet van een RCE is te zien in fig. 2.6.



Figuur 2.6: Schematische opzet van een RCE opstelling in de PSCA configuratie.

Analoog aan RAE, kan ook hier weer de Stokes vector bij de detector gevonden worden door de Muellermatrices van alle optische componenten in de juiste volgorde met elkaar te vermenigvuldigen:

$$\underline{S}_d = \underline{M}_A \cdot \underline{R}(A - C) \cdot \underline{M}_{\psi_c \Delta_c} \cdot \underline{R}(C) \cdot \underline{M}_{\psi \Delta} \cdot \underline{R}(-P) \cdot \underline{M}_P \cdot \underline{S}_0, \quad (2.42)$$

waarbij  $P$ ,  $A$  en  $C$  de hoeken zijn die de polarisator, de analysator en de compensator met het vlak van inval maken. Uitgaande van ideale polarisatoren, een sample met ellipsometrische hoeken  $\psi$  en  $\Delta$ , een compensator met een geïnduceerd faseverschil  $\Delta_c$  en relatieve amplitudetransmissie  $\tan \psi_c$ , blijkt de

intensiteit ter plaatse van de detector als volgt geschreven te kunnen worden :

$$I(C) = A_0 + A_2 \cos 2C + B_2 \sin 2C + A_4 \cos 4C + B_4 \sin 4C, \quad (2.43)$$

met:

$$\begin{aligned} A_0 &= 1 - \cos 2P \cos 2\Psi \\ &+ \frac{1}{2}(1 + y_c) [\cos 2A(\cos 2P - \cos 2\Psi) + \sin 2A \sin 2P \sin 2\Psi \cos \Delta], \\ A_2 &= x_c [\cos 2P - \cos 2\Psi + \cos 2A(1 - \cos 2P \cos 2\Psi)] \\ &- z_c \sin 2A \sin 2P \sin 2\Psi \sin \Delta, \\ B_2 &= x_c [\sin 2P \sin 2\Psi \cos \Delta + \sin 2A(1 - \cos 2P \cos 2\Psi)] \\ &+ z_c \cos 2A \sin 2P \sin 2\Psi \sin \Delta, \\ A_4 &= \frac{1}{2}(1 - y_c) [\cos 2A(\cos 2P - \cos 2\Psi) - \sin 2A \sin 2P \sin 2\Psi \cos \Delta], \\ B_4 &= \frac{1}{2}(1 - y_c) [\sin 2A(\cos 2P - \cos 2\Psi) + \cos 2A \sin 2P \sin 2\Psi \cos \Delta], \end{aligned} \quad (2.44)$$

en de compensatoreigenschappen:

$$\begin{aligned} x_c &\equiv \cos 2\Psi_c, \\ y_c &\equiv \sin 2\Psi_c \cos \Delta_c, \\ z_c &\equiv \sin 2\Psi_c \sin \Delta_c. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Vgl. (2.43) is gegeven op een onbekende factor na, waarin o.a. de absolute intensiteitstransmissie en de gevoeligheid van de detector verwerkt zijn. In het geval van een bijna ideale compensator ( $\psi_c \approx 45^\circ$  en  $\Delta_c \approx 90^\circ$ ) geldt:

$$x_c \approx 0, \quad y_c \approx 0, \quad z_c \approx 1. \quad (2.46)$$

Als de compensator roteert met een bepaalde frequentie, dan kunnen  $A_0, A_2, B_2, A_4$  en  $B_4$ , op een factor na, bepaald worden uit het detectorsignaal door middel van Fourieranalyse:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi I(C) dC, \\ A_2 &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi I(C) \cos 2C dC, \\ B_2 &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi I(C) \sin 2C dC, \\ A_4 &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi I(C) \cos 4C dC, \\ B_4 &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi I(C) \sin 4C dC. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Het feit dat de Fouriercoëfficiënten op een factor na te bepalen zijn, betekent dat alleen de verhoudingen tussen de Fouriercoëfficiënten gebruikt mogen worden in een berekening. Hoewel het aantal onbekenden in dit stelsel ( $\psi, \Delta, \psi_c$  en  $\Delta_c$ ) gelijk is aan het aantal vergelijkingen (als  $A$  en  $P$  bekend zijn), is dit probleem niet analytisch op te lossen. In het algemeen wordt door een slimme

keuze van  $A$  en  $P$  het stelsel gereduceerd tot een eenvoudiger geheel. Een gebruikelijke keuze is die van  $P=45^\circ$  en  $A=0^\circ$ , wat het stelsel in vgl. (2.44) reduceert tot:

$$\begin{aligned}
 A_0 &= 1 - \frac{1}{2}(1 + y_c) \cos 2\psi, \\
 A_2 &= x_c(1 - \cos 2\psi), \\
 B_2 &= x_c \sin 2\psi \cos \Delta + z_c \sin 2\psi \sin \Delta, \\
 A_4 &= -\frac{1}{2}(1 - y_c) \cos 2\psi, \\
 B_4 &= \frac{1}{2}(1 - y_c) \sin 2\psi \cos \Delta.
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

Omdat in  $A_0$  ook strooilicht meegenomen wordt, kan deze Fouriercoëfficiënt beter niet gebruikt worden in de berekening van  $\psi$  en  $\Delta$ . Omdat de Fouriercoëfficiënt  $A_2$  lineair van  $x_c$  afhangt, zal deze bij gebruik van een goede compensator klein zijn. Derhalve kan ook deze Fouriercoëfficiënt beter buiten beschouwing blijven. Omdat alleen verhoudingen van Fouriercoëfficiënten gebruikt mogen worden, blijven er zo twee vergelijkingen over:

$$\begin{aligned}
 \frac{B_2}{A_4} &= -\frac{2x_c}{1 - y_c} \tan 2\psi \cos \Delta - \frac{2z_c}{1 - y_c} \tan 2\psi \sin \Delta, \\
 \frac{B_4}{A_4} &= -\tan 2\psi \cos \Delta.
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

Om hieruit de ellipsometrische hoeken  $\psi$  en  $\Delta$  te berekenen worden de hulpgrootheden  $X_1$  en  $X_2$  ingevoerd:

$$\begin{aligned}
 X_1 &\equiv \tan 2\psi \sin \Delta = \frac{x_c}{z_c} \frac{B_4}{A_4} - \frac{1 - y_c}{2z_c} \frac{B_2}{A_4}, \\
 X_2 &\equiv \tan 2\psi \cos \Delta = -\frac{B_4}{A_4},
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

waarmee eenvoudig de gezochte hoeken berekend kunnen worden met:

$$\tan 2\psi = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}, \quad \tan \Delta = \frac{X_1}{X_2}. \tag{2.51}$$

In tegenstelling tot RAE, worden de ellipsometrische hoeken nu uit een tangens bepaald en de nauwkeurigheid is dus overal in het  $\psi\Delta$ -vlak goed. Omdat de arctangens altijd een waarde tussen de  $-90^\circ$  en  $90^\circ$  aflevert, moet m.b.v. de tekens van de Fouriercoëfficiënten de kwadranten bepaald worden waarin  $\psi$  en  $\Delta$  liggen. Uit vgl. (2.50) blijkt dat om  $\psi$  en  $\Delta$  te berekenen, de compensatoreigenschappen  $x_c$ ,  $y_c$  en  $z_c$  (of natuurlijk  $\psi_c$  of  $\Delta_c$ ) bekend moeten zijn. Daarom moeten deze bepaald worden voordat een RCE meting uitgevoerd kan worden..

## 2.4.2 Bepaling compensatoreigenschappen

Om de compensatoreigenschappen te kunnen bepalen, zijn er in het algemeen twee mogelijkheden. Het stelsel in vgl. (2.44) kan door een andere keuze van  $P$  en  $A$  zo vereenvoudigd worden, dat het opgelost kan worden voor de compensatoreigenschappen  $x_c$ ,  $y_c$  en  $z_c$  (bij onbekende eigenschappen

van het sample), of er kan een sample worden gekozen waarbij de ellipsometrische hoeken al bekend zijn. Het eenvoudigste bekende sample dat gebruikt kan worden is lucht, dat geen invloed uitoefent op de polarisatietoestand (wat betekent dat  $\psi_{lucht}=45^\circ$  en  $A_{lucht}=0^\circ$ ). Dit houdt ook in dat er dus geen reflectie plaatsvindt en dat alle componenten zich op één lijn bevinden. Er is nu geen vlak van inval meer te definiëren, omdat de invallende en de “gereflecteerde” bundel op één lijn liggen. Deze configuratie impliceert dat de hoeken  $A$ ,  $P$  en  $C$  zelf niet meer relevant zijn maar alleen de verschillen hiertussen. Lucht geeft na enig herschrijven de volgende waarden voor de Fouriercoëfficiënten :

$$\begin{aligned} A_0 &= 1 + \frac{1}{2}(1 + y_c) \cos(2P - 2A), \\ A_2 &= x_c (\cos 2P + \cos 2A), \\ B_2 &= x_c (\sin 2P + \sin 2A), \\ A_4 &= \frac{1}{2}(1 - y_c) \cos(2P + 2A), \\ B_4 &= \frac{1}{2}(1 - y_c) \sin(2P + 2A). \end{aligned} \quad (2.52)$$

Als analoog aan de fouthoeken van de polarisator en analysator bij RAE voor de compensatorhoek  $C$  wordt gedefiniëerd:

$$C \equiv C' + dC, \quad (2.53)$$

dan volgt voor de gemeten Fouriercoëfficiënten (waarbij aangenomen wordt dat  $P$  en  $A$  reeds bekend zijn):

$$\begin{aligned} A_0 &= 1 + \frac{1}{2}(1 + y_c) \cos 2\alpha, \\ A_2^2 + B_2^2 &= 4x_c^2 \cos^2 \alpha, \\ A_4^2 + B_4^2 &= \frac{1}{4}(1 - y_c)^2, \end{aligned} \quad (2.54)$$

met  $\alpha = P - A$ . Uit de fase van de Fouriercoëfficiënten volgt:

$$\frac{B_2}{A_2} = \tan(P + A - 2dC), \quad \frac{B_4}{A_4} = \tan(2P + 2A - 4dC). \quad (2.55)$$

Met de volgende hulpvariabelen:

$$m_2 \equiv \frac{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}{A_0}, \quad m_4 \equiv \frac{\sqrt{A_4^2 + B_4^2}}{A_0}, \quad (2.56)$$

kan  $y_c$  opgelost worden uit vgl. (2.54):

$$y_c = -\frac{2m_4 + m_4 \cos 2\alpha - 1}{m_4 \cos 2\alpha + 1} \quad \vee \quad y_c = \frac{2m_4 + m_4 \cos 2\alpha + 1}{m_4 \cos 2\alpha - 1}. \quad (2.57)$$

De eerste van deze twee oplossingen is de juiste, omdat  $(1-y_c)$  altijd positief is. Nu kan  $x_c$  berekend worden uit:

$$x_c = \pm \frac{m_2 \cos \alpha}{m_4 \cos 2\alpha + 1}. \quad (2.58)$$

Als de positie van de snelle as van de compensator ongeveer bekend is, kan uit de tekens van de



Fouriercoëfficiënten het teken van  $x_c$  bepaald worden. Omdat de amplitude van de tweede Fouriercoëfficiënt evenredig is met  $x_c$ , zal deze in het geval van een ideale compensator klein zijn. Om toch zo veel mogelijk signaal te meten kan het beste  $\alpha=0^\circ$  gekozen worden, omdat deze amplitude dan maximaal is. Voor  $\alpha=0^\circ$  vereenvoudigen de berekeningen van  $x_c$  en  $y_c$  tot:

$$y_c = \frac{1-3m_4}{m_4+1}, \quad x_c = \pm \frac{m_2}{m_4+1}. \quad (2.59)$$

Het faseverschil  $\Delta_c$  dat de compensator induceert en de relatieve amplitudetransmissie  $\tan \psi_c$  van de compensator, kunnen uit  $x_c$  en  $y_c$  berekend worden met:

$$\cos 2\psi_c = x_c, \quad \cos \Delta_c = \frac{y_c}{\sqrt{1-x_c^2}}. \quad (2.60)$$

De fouthoek  $dC$  die de snelle as van de compensator aan het begin van een rotatie maakt met de transmissie-as van de polarisator volgt m.b.v. vgl. (2.55) uit:

$$dC_2 = \frac{1}{2} \left( P + A - \arctan \frac{B_2}{A_2} \right) \quad \text{of} \quad dC_4 = \frac{1}{4} \left( 2P + 2A - \arctan \frac{B_4}{A_4} \right). \quad (2.61)$$

Het subscript bij  $dC$  duidt aan of de compensatorfouthoek uit de fase van de tweede danwel de vierde Fouriercoëfficiënt berekend wordt. De waarden die voor  $dC$  gevonden worden moeten in beide gevallen natuurlijk hetzelfde zijn.

Als de ellipsometer bijvoorbeeld niet omgebouwd kan worden om een rechtdoormeting te verrichten, dan kan door de polarisator in het vlak van inval (of loodrecht erop) van een onbekend sample te zetten, toch een bepaling van de compensatoreigenschappen gedaan worden. Na de reflectie is het licht dan nog steeds lineair gepolariseerd in het vlak van inval (loodrecht erop). In essentie volgt dus hetzelfde formularium als dat van een rechtdoormeting.

### 2.4.3 Bepaling compensatoreigenschappen met niet-ideale polarisatoren

Nu is tot nu toe aangenomen dat alle componenten (behalve de compensator) ideaal zijn. In het algemeen is dit natuurlijk niet het geval. Een belangrijke niet-idealiteit is die van de "lekkende" polarisator. Niet alleen bij een gewone meting, maar ook bij de bepaling van de compensatoreigenschappen zal deze niet-idealiteit invloed hebben op het resultaat. Deze invloed laat zich echter eenvoudig uitrekenen. Als polarisator en analysator beide een verzwakkingcoëfficiënt  $\alpha$  hebben, dan wordt uit een rechtdoormeting met  $P=45^\circ$  en  $A=0^\circ$  voor de compensatoreigenschappen gevonden (in eerste orde in  $\alpha$ ):

$$\begin{aligned} x'_c &= (1-2\alpha)x_c, \\ y'_c &= (1-4\alpha)y_c + 4\alpha, \\ z'_c &= z_c. \end{aligned} \quad (2.62)$$

De compensatorfouthoek  $dC$  die gevonden wordt hangt niet af van de mate van lekken van de polarisatoren. Als deze schijnbare compensatoreigenschappen worden gebruikt dan wordt voor de ellipsometrische hoeken gevonden:

$$\begin{aligned}\tan 2\psi' &= (1 - 2\alpha(2 - \cos 2\Delta)) \tan 2\psi, \\ \tan \Delta' &= (1 - 4\alpha) \tan \Delta.\end{aligned}\tag{2.63}$$

Hierbij is uitgegaan van vgl. (2.50) en vgl. (2.51), waarin de compensatoreigenschappen zoals gegeven in vgl. (2.62) ingevuld worden en voor de Fouriercoëfficiënten de vergelijkingen die gevonden worden als rekening gehouden wordt met de lekkende polarisator en analysator. De vergelijkingen in vgl. (2.63) geven dus de waarden voor  $\psi$  en  $\Delta$  zoals ze gevonden worden als de lekkende polarisator en analysator bij de berekening (van zowel de compensatoreigenschappen als  $\psi$  en  $\Delta$ ) geheel buiten beschouwing blijven. Voor de afleiding van vgl. (2.62) en (2.63) zie appendix C.

#### 2.4.4 Calibratie RCE met verwijderen compensator

De hoeken die de polarisator, de analysator en de compensator met het vlak van inval maken, dienen bepaald te worden alvorens een meting gedaan kan worden. De eenvoudigste manier waarop dit kan gebeuren, is door de ellipsometer zonder compensator te calibreren zoals beschreven bij RAE. Hierna kan de compensator teruggeplaatst worden en een RCE meting uitgevoerd worden, waarbij de polarisator in het vlak van inval staat. Dan kan met een willekeurige (maar wel bekende) stand van de analysator met vgl. (2.61) de compensatorfouthoek bepaald worden.

#### 2.4.5 Calibratie RCE zonder verwijderen compensator

Als zowel compensator als analysator geroteerd kunnen worden, is er een alternatieve calibratiemethode voorhanden, waarbij de compensator niet verwijderd hoeft te worden uit de opstelling. De opstelling wordt in drie stappen gecalibreerd:

1. De polarisatorfouthoek wordt met een methode die afgeleid is van de fase-calibratie bij RAE bepaald. Bij deze methode wordt bij verschillende polarisatorhoeken zowel de compensator als de analysator geroteerd met dezelfde hoekfrequentie  $\omega_C$ .
2. De polarisator wordt in het vlak van inval gezet en bij verschillende standen van de compensator wordt een RAE meting gedaan. Met een methode die afgeleid is van de residu-calibratie bij RAE kan dan de compensatorpositie worden bepaald.
3. De polarisator en de compensator worden in het vlak van inval geplaatst en met een enkele RAE meting kan dan de analysatorpositie bepaald worden.

Zoals gezegd wordt bij de bepaling van de polariatorpositie de compensator met dezelfde hoekfrequentie en in dezelfde richting geroteerd en dan kan een methode, afgeleid van de fase-calibratie voor RAE, gebruikt worden om de polarisatorpositie te bepalen. Laat de hoek die de analysator maakt met de snelle as van de compensator  $AC$  heten, dan worden de Fouriercoëfficiënten, gemeten t.o.v. de hoekfrequentie  $\omega_C$ , gegeven door:

$$\begin{aligned}
A_0 &= 1 + x_c \cos 2AC(1 - \cos 2P \cos 2\psi) - \cos 2P \cos 2\psi \\
&\quad - z_c \sin 2P \sin 2AC \sin 2\psi \sin \Delta, \\
A_2 &= (x_c + \cos 2AC)(\cos 2P - \cos 2\psi) + y_c \sin 2P \sin 2\psi \cos \Delta \sin 2AC, \\
B_2 &= y_c \sin 2AC(\cos 2P - \cos 2\psi) + \sin 2P \sin 2\psi \cos \Delta (x_c + \cos 2AC),
\end{aligned} \tag{2.64}$$

en de vierde Fouriercoëfficiënt is gelijk aan nul.

Natuurlijk is de fouthoek  $dC$  van de snelle as van de compensator met het vlak van inval nog niet bekend. Analooq aan de fase-calibratie in paragraaf 2.3.2 worden niet bovenstaande Fouriercoëfficiënten gemeten, maar de Fouriercoëfficiënten als functie van de afgelezen hoeken (aangegeven met accenten). Zo kan de fase van de gemeten Fouriercoëfficiënten geschreven worden als:

$$\phi' = \phi + 2dC = \arctan \frac{B_2}{A_2} + 2dC. \tag{2.65}$$

Ook nu kan weer een verschilfase gedefinieerd worden:

$$\Phi \equiv \phi'(P) - \phi'(P + 90^\circ). \tag{2.66}$$

Na enig herschrijven levert dit (zie appendix D):

$$\tan \Phi = \frac{2 \cos 2\psi \sin 2\psi \sin 2P \cos \Delta}{\sin^2 2\psi - (1 - \cos^2 \Delta \sin^2 2\psi) \sin^2 2P}, \tag{2.67}$$

waarin de compensatoreigenschappen niet meer voorkomen. Dit is exact hetzelfde resultaat als bij de fase-calibratie van een RAE (vgl (2.33)) en dus vereenvoudigt dit voor kleine waarden van  $P$  tot:

$$\tan \Phi = \frac{4 \cos \Delta}{\tan 2\psi} P. \tag{2.68}$$

Door bij verschillende polarisatorstanden te meten (en natuurlijk precies bij  $P+90^\circ$ ), kan de positie van de polarisator t.o.v. het vlak van inval bepaald worden. De hoek  $AC$  heeft een duidelijke invloed op de grootte (maar niet de fase) van de Fouriercoëfficiënt. Als deze hoek zó gekozen wordt dat de combinatie van compensator en analysator werkt als een circulaire polarisator, dan gaat deze methode niet op. Voor een ideale compensator geldt dit als  $AC$  gelijk is aan  $45^\circ$ . Deze beperking is gemakkelijk te omzeilen door bij een kleine amplitude van de signaalmodulatie andere hoeken  $AC$  te proberen. Als i.p.v. voor de fase-calibratie de residu-calibratie wordt gekozen, blijkt dat de uitdrukkingen wel nog expliciet de compensatoreigenschappen bevatten en dus minder geschikt zijn.

Nu is dus bekend wat de positie van de polarisator is en kan deze in het vlak van inval gezet worden. Vervolgens kan bij een aantal standen van de compensator een RAE meting gedaan worden, waaruit met de residu-methode de compensatorfouthoek  $dC$  gehaald kan worden. Bij een RAE meting in deze configuratie geldt voor de Fouriercoëfficiënten, als de fouthoek van de analysator nul wordt verondersteld:

$$\begin{aligned}
A_0 &= (1 - \cos 2\psi)(1 + x_c \cos 2C), \\
A_2 &= \frac{1}{2}(1 - \cos 2\psi)(1 + y_c + \cos 4C(1 - y_c) + 2x_c \cos 2C), \\
B_2 &= \frac{1}{2}(1 - \cos 2\psi)(2x_c \sin 2C + (1 - y_c) \sin 4C).
\end{aligned} \tag{2.69}$$

Gebruiken we de residu-calibratie methode, dan doet een foutieve analysatorhoek er niet toe. Het residu wordt gedefinieerd als:

$$\begin{aligned}
 R &\equiv 1 - \left(\frac{A_2}{A_0}\right)^2 - \left(\frac{B_2}{A_0}\right)^2 \\
 &= 1 - \frac{y_c^2 \sin^2 2C + (x_c + \cos 2C)^2}{(1 + x_c \cos 2C)^2}.
 \end{aligned}
 \tag{2.70}$$

wat in het geval van een ideale compensator levert:

$$R = \sin^2 2C, \tag{2.71}$$

en voor kleine hoeken  $C$  vereenvoudigt tot:

$$R \approx 4 \frac{1 - x_c^2 - y_c^2}{(1 + x_c)^2} C^2. \tag{2.72}$$

Door nu bij verschillende standen van de compensator een RAE meting te doen en het residu te berekenen, is de positie van de compensator t.o.v. het vlak van inval te bepalen door het minimum in  $R$  te bepalen. Dit minimum moet exact nul zijn en dit is ook gelijk een controlemogelijkheid op niet-idealiteiten (zoals bijvoorbeeld strooilicht in  $A_0$ ) van de ellipsometer.

Door na het bepalen van de polarisator- en de compensatorpositie zowel de polarisator als de compensator in het vlak van inval te zetten, is de stand van de analysator eenvoudig te bepalen door één enkele RAE meting te doen. Deze bepaling is volledig analoog aan de calibratie van de positie van de analysator zoals beschreven in paragraaf 2.3.3. Dit is eenvoudig in te zien door  $C=0^\circ$  in te vullen in vgl. (2.69).

Deze methode van calibreren (zonder het verwijderen van de compensator) vergt iets meer rekenwerk en een langere meettijd dan bij het wegnemen van de compensator. Daar staat tegenover dat de hele ellipsometer gecalibreerd kan worden zonder dat er onderdelen verwijderd hoeven te worden. Zoals al eerder opgemerkt (paragraaf 2.4.2) hoeft er bij de bepaling van de compensatoreigenschappen niet per se in een rechtdoorstand gemeten te kunnen worden. Derhalve is het in principe mogelijk om de hele RCE opstelling te automatiseren en zonder tussenkomst van een experimentator te kunnen meten, van calibratie tot en met de daadwerkelijke meting.

## ***2.5 Roterende Polarisator Roterende Analysator Ellipsometrie***

Als eenvoudigste voorbeeld van een ellipsometrische methode waarbij meerdere elementen roteren, wordt RPRAE hier behandeld. De opstelling is in essentie gelijk aan RAE/RPE, maar zoals gezegd roteert hierbij zowel de polarisator als de analysator. De uitdrukking van de intensiteit bij de detector als functie van de positie van de verschillende onderdelen en het sample onder beschouwing leert dat het frequentiespectrum uitgebreider zal worden, wat blijkt uit het herschrijven van vgl. (2.22):

$$\begin{aligned}
I_d &= 1 - \cos 2\psi \cos 2A - \cos 2\psi \cos 2P \\
&+ \frac{1}{2}(1 - \sin 2\psi \cos \Delta) \cos(2A + 2P) \\
&+ \frac{1}{2}(1 + \sin 2\psi \cos \Delta) \cos(2A - 2P).
\end{aligned} \tag{2.73}$$

Verwacht kan worden dat zowel de analysator- als de polarisatorfrequentie dubbel zullen verschijnen in het detectorsignaal, vanwege de  $2P$  en  $2A$  cosinusafhankelijkheid. Ook het verschil en de som van deze dubbele frequentie zullen tevoorschijn komen en dit komt door de sinus- en cosinuskrustermen met  $2P$  en  $2A$  in vgl. (2.22). Vgl. (2.73) levert voor de Fouriercoëfficiënten:

$$\begin{aligned}
A_0 &= 1, \\
A_{2A} &= -\cos 2\psi, & B_{2A} &= 0, \\
A_{2P} &= -\cos 2\psi, & B_{2P} &= 0. \\
A_{2A+2P} &= \frac{1}{2}(1 - \sin 2\psi \cos \Delta), & B_{2A+2P} &= 0, \\
A_{2A-2P} &= \frac{1}{2}(1 + \sin 2\psi \cos \Delta), & B_{2A-2P} &= 0.
\end{aligned} \tag{2.74}$$

Omdat het aantal vergelijkingen op deze manier groter is dan het aantal onbekenden, zijn er vergelijkingen over om te controleren of het geheel wel consistent is. Worden ook de fouthoeken  $dP$  en  $dA$  meegenomen, dan kunnen deze ook bepaald worden. Dit is in theorie tevens een alternatief voor de calibratiemethoden zoals beschreven bij RAE en RPE. De ellipsometrische hoeken en de hoeken  $dP$  en  $dA$  zijn te berekenen uit:

$$\begin{aligned}
\cos 2\psi &= \frac{\sqrt{A_{2A}^2 + B_{2A}^2}}{A_0} = \frac{\sqrt{A_{2P}^2 + B_{2P}^2}}{A_0}, \\
\sin 2\psi \cos \Delta &= 1 - \frac{2\sqrt{A_{2A+2P}^2 + B_{2A+2P}^2}}{A_0} = -1 + \frac{2\sqrt{A_{2A-2P}^2 + B_{2A-2P}^2}}{A_0}, \\
\frac{B_{2A}}{A_{2A}} &= \tan 2dA, & \frac{B_{2P}}{A_{2P}} &= \tan 2dP, \\
\frac{B_{2A+2P}}{A_{2A+2P}} &= \tan(2dA + 2dP), & \frac{B_{2A-2P}}{A_{2A-2P}} &= \tan(2dA - 2dP).
\end{aligned} \tag{2.75}$$

Om de voordelen van deze methode te benutten is het natuurlijk noodzakelijk dat elke bovengenoemde Fouriercoëfficiënt ook als zodanig te bepalen valt. Een keuze die de laagste frequenties oplevert is  $P=3A/2$  en het frequentiespectrum wordt dan  $\omega_A, 2\omega_A, 3\omega_A$  en  $5\omega_A$  (met  $\omega_A$  de frequentie waarmee de analysator roteert). De consistentiecontrole zoals gesuggereerd wordt in vgl. (2.75) zegt o.a. iets over de mate waarin de detector polarisatiegevoelig is en de polarisatie van de bron. Ook het lekken van polarisator en analysator komt hierin terug. Een aantal van de nadelen die aan RPE en RAE kleven, is ook hier aanwezig: De ellipsometrische hoeken moeten nog steeds uit een cosinus gehaald worden, met alle gevolgen voor de precisie van dien en zoals gezegd, blijven de niet-idealiteiten van detector en bron hun invloed houden.

In de voorafgaande vergelijkingen (hierboven en in de paragrafen over RAE en RCE) is steeds uitgegaan van een reflectie aan een of ander oppervlak en kon dus een aanname gedaan worden over de vorm die de Muellermatrix moest hebben. Als van een optisch systeem dat onderzocht moet worden niet goed bekend is hoe het de polarisatietoestand zal beïnvloeden (het achterliggende fysische proces van de interactie is niet bekend) kan RPAE hulp bieden. Wordt het te onderzoeken systeem volledig onbekend verondersteld met de volgende Muellermatrix:

$$\underline{\underline{\mathbf{M}}} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}, \quad (2.76)$$

dan worden de Fouriercoëfficiënten gegeven door:

$$\begin{aligned} A_0 &= a_{11}, \\ A_{2A} &= a_{21}, & B_{2A} &= a_{31}, \\ A_{2P} &= a_{21}, & B_{2P} &= a_{13}, \\ A_{2A+2P} &= \frac{1}{2}(a_{22} + a_{33}), & B_{2A+2P} &= \frac{1}{2}(a_{32} + a_{23}), \\ A_{2A-2P} &= \frac{1}{2}(a_{22} - a_{33}), & B_{2A-2P} &= \frac{1}{2}(a_{32} - a_{23}). \end{aligned} \quad (2.77)$$

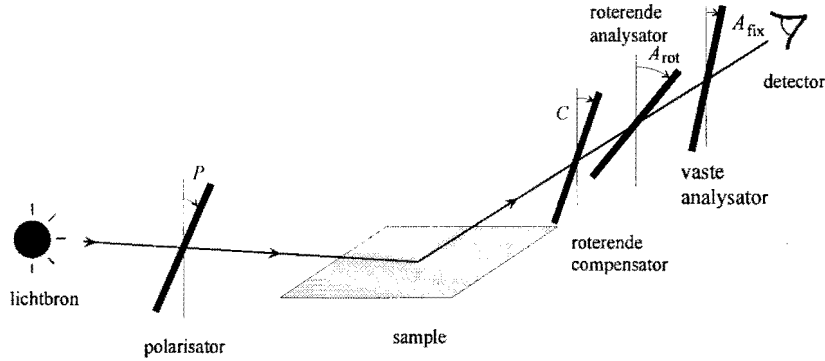
waaruit de (3\*3) submatrix van de Muellermatrix bepaald kan worden. Hierbij is aangenomen dat de hoeken  $P$  en  $A$  bekend zijn.

Hiermee is aannemelijk gemaakt dat de klasse van ellipsometers waarbij meerdere elementen roteren algemener is dan die met maar één roterend element en dat in principe ook meer informatie uit een enkele meting gehaald kan worden. Voorbeelden hiervan zijn dat een aparte calibratie van de hoeken  $P$  en  $A$  niet meer nodig is bij meting aan een reflectie en dat 9 van de 16 elementen van een Muellermatrix bepaald kunnen worden met RPAE.

## ***2.6 Roterende Compensator Roterende Analysator vaste analysator Ellipsometrie***

### **2.6.1 Algemene beschrijving RCRAE**

Zoals in de vorige paragraaf is betoogd, kan het laten roteren van een extra element in de lichtweg extra informatie over het gehele systeem opleveren. Deze extra informatie kan betrekking hebben op het te onderzoeken systeem, maar ook kunnen systeemgrootheden zoals de hoeken waaronder sommige componenten staan hiermee bepaald worden. Een nadeel van RCE is dat alvorens een meting kan worden gedaan eerst het gedrag van de compensator bepaald moet worden. Een optie is om de vaste analysator van de RCE-opstelling te laten roteren en zo extra vergelijkingen te krijgen om de compensator te karakteriseren. Het nadeel hiervan is dat zo de detector niet-idealiteit weer invloed krijgt op de meetwaarden, omdat de polarisatietoestand van het licht dat de detector bereikt niet steeds dezelfde is. Dit probleem is te ondervangen door een extra analysator te plaatsen direct vóór de detector. Dit resulteert in Roterende Compensator Roterende Analysator vaste analysator Ellipsometrie (RCRAE gedoopt, zie fig. 2.7).



Figuur 2.7: Schematische opzet van een RCRAE.

Bij RCRAE bestaat het polariserende deel van de ellipsometer uit een polarisator en het analyserende deel uit een draaiende compensator, een draaiende analysator en een vaste analysator. Om enig inzicht te verkrijgen in de structuur van de formules, wordt alleen ingegaan op het analyserende deel. Er wordt uitgegaan van een willekeurige Stokes vector, die op het analyserend gedeelte valt. Als eenmaal bekend is hoe deze Stokes vector zich manifesteert in het detector signaal is het gedrag van de hele ellipsometer eigenlijk bekend, omdat de Stokes vector die het reflecterend oppervlak verlaat eenvoudig samenhangt met de eigenschappen van dat reflecterende oppervlak (zie paragraaf 2.6.2).

## 2.6.2 RCRAE met een invallende bundel van een willekeurige polarisatietoestand

De totale Muellermatrix van het analyserende deel van de RCRAE opstelling wordt gegeven door:

$$\underline{\underline{M}}_{tot} = \underline{\underline{M}}_{A,fix} \cdot \underline{\underline{R}}(A_{fix} - A_{rot}) \cdot \underline{\underline{M}}_{A,rot}(A_{rot} - C) \cdot \underline{\underline{M}}_{\psi_c \Delta_c} \cdot \underline{\underline{R}}(C). \quad (2.78)$$

en de algemene Stokes vector van de bundel die op dit analyserende deel valt wordt gegeven door:

$$\underline{\underline{S}}_i = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}. \quad (2.79)$$

De intensiteit van de lichtbundel die op de detector valt wordt gegeven door de eerste component van de Stokes vector  $\underline{\underline{S}}$  aldaar. Het detectorsignaal blijkt dan geschreven te kunnen worden als:

$$\begin{aligned} I_d = & A_0 + A_{2A} \cos 2A + B_{2A} \sin 2A + A_{2C} \cos 2C + B_{2C} \sin 2C \\ & + A_{4A} \cos 4A + B_{4A} \sin 4A + A_{4C} \cos 4C + B_{4C} \sin 4C \\ & + A_{2C-2A} \cos(2C - 2A) + B_{2C-2A} \sin(2C - 2A) \\ & + A_{2C+2A} \cos(2C + 2A) + B_{2C+2A} \sin(2C + 2A) \\ & + A_{4C-2A} \cos(4C - 2A) + B_{4C-2A} \sin(4C - 2A) \\ & + A_{2C-4A} \cos(2C - 4A) + B_{2C-4A} \sin(2C - 4A) \\ & + A_{4C-4A} \cos(4C - 4A) + B_{4C-4A} \sin(4C - 4A). \end{aligned} \quad (2.80)$$

met:

$$\begin{aligned}
A_0 &= S_0 + \frac{1}{4}(1+y_c)(S_1 \cos 2A_{fx} + S_2 \sin 2A_{fx}), & B_{2A} &= S_0 \sin 2A_{fx} + \frac{1}{2}(1+y_c)S_2, \\
A_{2A} &= S_0 \cos 2A_{fx} + \frac{1}{2}(1+y_c)S_1, & B_{2C} &= \frac{1}{2}x_c S_0 \sin 2A_{fx} + x_c S_2 - \frac{1}{2}z_c S_3 \cos 2A_{fx}, \\
A_{2C} &= \frac{1}{2}x_c S_0 \cos 2A_{fx} + x_c S_1 + \frac{1}{2}z_c S_3 \sin 2A_{fx}, & B_{4A} &= \frac{1}{4}(1+y_c)(S_1 \sin 2A_{fx} + S_2 \cos 2A_{fx}), \\
A_{4A} &= \frac{1}{4}(1+y_c)(S_1 \cos 2A_{fx} - S_2 \sin 2A_{fx}), & B_{4C} &= \frac{1}{4}(1-y_c)(S_1 \cos 2A_{fx} + S_2 \sin 2A_{fx}), \\
A_{4C} &= \frac{1}{4}(1-y_c)(S_1 \cos 2A_{fx} - S_2 \sin 2A_{fx}), & B_{2C-2A} &= \frac{1}{2}x_c(-S_1 \sin 2A_{fx} + S_2 \cos 2A_{fx}) - z_c S_3, \\
A_{2C-2A} &= \frac{1}{2}x_c(2S_0 + S_1 \cos 2A_{fx} + S_2 \sin 2A_{fx}), & B_{2C+2A} &= \frac{1}{2}x_c(S_1 \sin 2A_{fx} + S_2 \cos 2A_{fx}), \\
A_{2C+2A} &= \frac{1}{2}x_c(S_1 \cos 2A_{fx} - S_2 \sin 2A_{fx}), & B_{4C-2A} &= \frac{1}{2}(1-y_c)S_2, \\
A_{4C-2A} &= \frac{1}{2}(1-y_c)S_1, & B_{2C-4A} &= -\frac{1}{2}x_c S_0 \sin 2A_{fx} - \frac{1}{2}z_c S_3 \cos 2A_{fx}, \\
A_{2C-4A} &= \frac{1}{2}x_c S_0 \cos 2A_{fx} - \frac{1}{2}z_c S_3 \sin 2A_{fx}, & B_{4C-4A} &= \frac{1}{4}(1-y_c)(-S_1 \sin 2A_{fx} + S_2 \cos 2A_{fx}), \\
A_{4C-4A} &= \frac{1}{4}(1-y_c)(S_1 \cos 2A_{fx} + S_2 \sin 2A_{fx}), & &
\end{aligned} \tag{2.81}$$

Analoog aan de situatie bij RPRAE moeten ook hier de hoekfrequentie waarmee de analyserondraait ( $\omega_A$ ) en die waarmee de compensator rondraait ( $\omega_C$ ), zo op elkaar afgestemd zijn dat alle bovengenoemde Fouriercoëfficiënten op afzonderlijke frequenties in het frequentiespectrum voorkomen. De frequenties moeten echter wel zo laag mogelijk zijn, in verband met eindige monsterfrequenties voor de bepaling van de Fouriercoëfficiënten. Twee voor de hand liggende keuzes zijn dan:

$$A = -\frac{3}{2}C \quad \text{of} \quad A = \frac{5}{2}C. \tag{2.82}$$

Het frequentiespectrum (1,2,3,4,5,6,7,8,10 keer de compensatorfrequentie  $\omega_C$ ) is in beide gevallen hetzelfde, maar de Fouriercoëfficiënten komen op een andere frequentie terecht.

Als ook de fouthoeken  $dC$  voor de compensator en  $dA_{rot}$  meegenomen worden dan kan beter overgegaan worden op de notatie van de amplitude en de fase van de verschillende Fouriercoëfficiënten, waarbij ook overgegaan wordt op de variabelen  $s$  en  $\theta$  gedefiniëerd door:

$$s \equiv \sqrt{S_1^2 + S_2^2}, \quad \theta \equiv \arctan \frac{S_1}{S_2}. \tag{2.83}$$

De fase en amplitude zijn zodanig gedefiniëerd dat geldt:

$$A_{nC+mA} \cos(nC + mA) + B_{nC+mA} \sin(nC + mA) = M_{nC+mA} \cos(nC + mA - \phi_{nC+mA}), \tag{2.84}$$

waarbij  $n$  en  $m$  gehele getallen zijn, de amplitude  $M_{nC+mA}$  altijd positief is en  $\phi_{nC+mA}$  tussen  $0^\circ$  en  $360^\circ$  ligt. Als ook rekening wordt gehouden met een fout in de hoek van de roterende elementen, dan moet gelden:

$$M_{nC+mA} \cos(nC + mA - \phi_{nC+mA}) = M'_{nC+mA} \cos(nC' + mA' - \phi'_{nC+mA}), \tag{2.85}$$

waarbij de accenten de gemeten waarden voorstellen. De amplitudes en argumenten van het linker- en rechterlid van vgl. (2.85) moeten aan elkaar gelijk zijn. Voor de amplitude en fase zoals ze gemeten worden geldt dus:

$$M'_{nC+mA} = M_{nC+mA} \quad \text{en} \quad \phi'_{nC+mA} = \phi_{nC+mA} - ndC - mdA. \tag{2.86}$$



De uitdrukkingen voor de fase van de Fouriercoëfficiënten zijn ofwel zeer eenvoudig, ofwel te gecompliceerd om eenvoudige berekeningen mee uit te voeren. Daarom worden alleen die fases gegeven (met weglating van de accenten) die eenvoudig opgeschreven kunnen worden:

$$\begin{aligned}
\phi_{4A} &= 2A_{fix} + 2\theta - 4dA_{rot}, \\
\phi_{4C} &= 2A_{fix} + 2\theta - 4dC, \\
\phi_{2C+2A} &= 2A_{fix} + 2\theta - 2dC - 2dA_{rot} + \frac{\pi}{2}(\operatorname{sgn}(x_c) - 1), \\
\phi_{4C-2A} &= 2\theta - 4dC + 2dA_{rot}, \\
\phi_{2C-4A} &= -2A_{fix} - 2dC + 4dA_{rot} - \arctan \frac{z_c S_3}{x_c S_0} + \frac{\pi}{2} \operatorname{sgn}(S_3) \cdot (1 - \operatorname{sgn}(x_c)), \\
\phi_{4C-4A} &= -2A_{fix} + 2\theta - 4dC + 4dA_{rot}.
\end{aligned} \tag{2.87}$$

De fases  $\phi_{2A}$ ,  $\phi_{2C}$  en  $\phi_{2C-2A}$  zijn dus buiten beschouwing gelaten. Uit vgl. (2.87) kunnen de volgende identiteiten afgeleid worden:

$$\phi_{4A} + \phi_{4C} - 2\phi_{2C+2A} = \begin{cases} 0 & x_c > 0 \\ \pi & x_c < 0 \end{cases}, \quad \phi_{4C} + \phi_{4C-4A} - 2\phi_{4C-2A} = 0. \tag{2.88}$$

Deze identiteiten kunnen gebruikt worden om te controleren of de RCRAE opstelling wel eenduidige resultaten geeft. De fouthoeken  $dC$  en  $dA_{rot}$  kunnen ook berekend worden:

$$\begin{aligned}
dA_{rot} - A_{fix} &= \frac{1}{2}(\phi_{4C-2A} - \phi_{4C}), \\
dC - A_{fix} &= \frac{1}{4}(\phi_{4A} + 2\phi_{4C-2A} - 3\phi_{4C}),
\end{aligned} \tag{2.89}$$

evenals de azimut  $\theta$ :

$$\theta - A_{fix} = \frac{1}{2}(\phi_{4A} + 2\phi_{4C-2A} - 2\phi_{4C}). \tag{2.90}$$

Kennelijk vormt het stelsel een overbepaald geheel en dus kan het beste lineaire regressie op een set gemeten fases worden toegepast om  $dC$ ,  $dA_{rot}$  en  $\theta$  te bepalen. Als dit gebeurd is, is het teken van  $x_c$  te bepalen uit:

$$\operatorname{sgn}(x_c) = \operatorname{sgn}\left(\cos\left(\phi_{2C+2A} - 2\left\{\theta - A_{fix}\right\} + 2\left\{dC - A_{fix}\right\} + 2\left\{dA_{rot} - A_{fix}\right\}\right)\right). \tag{2.91}$$

Alle hoeken worden t.o.v.  $A_{fix}$  berekend en dit is niet verbazingwekkend, want er is nog geen referentievlak zoals bij een reflectie-experiment gedefiniëerd door het vlak van inval. Het is natuurlijk evengoed mogelijk om de nulstand van de analysator danwel compensator als referentie te kiezen, of de hoeken van de elementen te bepalen t.o.v. de azimut van de invallende Stokes vector.

Op dezelfde manier als voor de fases kan uit de amplituderelaties gegeven door:

$$\begin{aligned}
M_{2A}^2 &= S_0^2 + \frac{1}{4}(1+y_c)^2 s^2 + sS_0(1+y_c)\cos(2\theta - 2A_{fix}), \\
M_{2C}^2 &= \frac{1}{4}x_c^2(4s^2 + S_0^2 + 4S_0s\cos(2\theta - 2A_{fix})) + x_c z_c S_3 s \sin(2\theta - 2A_{fix}) + \frac{1}{4}z_c^2 S_3^2, \\
M_{4A}^2 &= \frac{1}{16}(1+y_c)^2 s^2, \\
M_{4C}^2 &= \frac{1}{16}(1-y_c)^2 s^2, \\
M_{2C-2A}^2 &= z_c^2 S_3^2 + x_c z_c S_3 s \sin(2\theta - 2A_{fix}) + \frac{1}{4}x_c^2(4S_0^2 + s^2 + 4S_0s\cos(2\theta - A_{fix})), \quad (2.92) \\
M_{2C+2A}^2 &= \frac{1}{4}x_c^2 s^2, \\
M_{4C-2A}^2 &= \frac{1}{4}(1-y_c)^2 s^2, \\
M_{2C-4A}^2 &= \frac{1}{4}(z_c^2 S_3^2 + x_c^2 S_0^2), \\
M_{4C-4A}^2 &= \frac{1}{4}(1-y_c)^2 s^2,
\end{aligned}$$

een aantal identiteiten gehaald worden:

$$\begin{aligned}
M_{4C}^2 &= M_{4C-4A}^2 = \frac{1}{4} M_{4C-2A}^2, \\
M_{2C+2A}^2 - M_{2C-4A}^2 &= \frac{1}{3}(M_{2C}^2 - M_{2C-2A}^2). \quad (2.93)
\end{aligned}$$

De mate waarin deze relaties opgaan geven een indruk van de betrouwbaarheid van de RCRAE opstelling. Ook de compensatoreigenschappen kunnen uit de amplitudes van de Fouriercoëfficiënten bepaald worden:

$$x_c = \pm \frac{M_{2C+2A}}{\sqrt{M_{4C-2A}^2 + 4M_{4A}^2}}, \quad (2.94)$$

met het teken reeds bekend uit de faserelaties en voor  $y_c$ :

$$y_c = \frac{M_{4C-2A} - 2M_{4A}}{M_{4C-2A} + 2M_{4A}} \quad \vee \quad y_c = \frac{M_{4C-2A} + 2M_{4A}}{M_{4C-2A} - 2M_{4A}}, \quad (2.95)$$

waarvan de eerste oplossing voor  $y_c$  de juiste is, omdat de absolute waarde van  $y_c$  altijd kleiner dan één moet zijn. De lineaire component  $s$  van de Stokes vector kan berekend worden uit:

$$\frac{s}{S_0} = \frac{\cos(2\theta - 2A_{fix}) \pm \sqrt{\cos^2(2\theta - 2A_{fix}) + 4K_1}}{2(1+y_c)K_1}, \quad (2.96)$$

met

$$K_1 = \frac{M_{2A}^2 - 4M_{4A}^2}{16M_{4A}^2} \left( = \frac{1 + \frac{s}{S_0}(1+y_c)\cos(2\theta - 2A_{fix})}{\left(\frac{s}{S_0}\right)^2(1+y_c)^2} \right), \quad (2.97)$$

waarbij het plusteken geldt omdat  $s$  positief is (zie definitie in vgl. (2.83)). Als geldt dat  $K_1$  gelijk aan nul is, dan kan  $s$  bepaald worden uit:

$$\frac{s}{S_0} = \frac{-1}{(1 + y_c) \cos(2\theta - 2A_{fix})}, \quad (2.98)$$

zoals duidelijk moge zijn uit de definitie van  $K_l$ . Voor de derde Stokes parameter geldt:

$$\frac{S_3}{S_0} = \pm \sqrt{\frac{\left(\frac{s}{S_0}\right)^2 K_2^2 - x_c^2}{1 - x_c^2 - y_c^2}} \quad \text{met} \quad K_2 = \frac{M_{2C-4A}}{M_{4A} + M_{4C}} \left( = \frac{\sqrt{z_c^2 S_3^2 + x_c^2 S_0^2}}{s} \right). \quad (2.99)$$

De azimut  $\theta$  kan genomen worden zoals berekend uit de faserelaties of uit het numeriek oplossen van de volgende vergelijking voor  $\cos(2\theta - 2A_{fix})$  (waarbij voor de eenvoud  $A_{fix}$  gelijk aan nul genomen is):

$$\begin{aligned} & \left( 2 \cos^2 2\theta + 2 \cos 2\theta \sqrt{\cos^2 2\theta + 4K_1} \right) \left\{ 16K_2^2 (1 - \cos^2 2\theta) + (5x_c - K_3) \right\} \\ & + 10x_c K_1 \cos 2\theta (5x_c - K_3) \left( \cos 2\theta + \sqrt{\cos^2 2\theta + 4K_1} \right) \\ & - 4x_c^2 K_1^2 (16 + 9 \cos 2\theta) = 0, \end{aligned} \quad (2.100)$$

met

$$K_3 = \frac{4M_{2C}^2 - M_{2C-2A}^2}{(2M_{4A} + 2M_{4C})^2} \cdot \frac{4}{3x_c} \left( = \frac{5x_c \left(\frac{s}{S_0}\right)^2 + 4x_c \left(\frac{s}{S_0}\right) \cos 2\theta + 4 \left(\frac{s}{S_0}\right) z_c \left(\frac{S_3}{S_0}\right) \sin^2 2\theta}{\left(\frac{s}{S_0}\right)^2} \right). \quad (2.101)$$

Vanzelfsprekend moet gelden dat deze vergelijking opgaat als de azimut, zoals uit de fase gevonden is, wordt ingevuld. De absolute waarde van  $S_0$  kan natuurlijk niet bepaald worden, omdat er bij ellipsometrie geen absolute intensiteiten worden gemeten. Nu zijn de drie relevante Stokes parameters bepaald. Er blijkt dat een aparte calibratie van de positie van de elementen niet nodig is en ook de aparte bepaling van de compensatoreigenschappen overbodig is.

### 2.6.3 Bepaling ellipsometrische hoeken uit Stokes vector

Tot nu toe is uitgegaan van het bepalen van een onbekende Stokes vector die het analyserende gedeelte van de ellipsometer binnenkomt. Het verband tussen de ellipsometrische grootheden  $\psi$  en  $\Delta$  van een reflectie en de resulterende Stokes vector wordt gegeven door:

$$\begin{aligned} S_0 &= \frac{1}{2} (1 - \cos 2P \cos 2\psi), \\ S_1 &= \frac{1}{2} (\cos 2P - \cos 2\psi), \\ S_2 &= \frac{1}{2} \sin 2\psi \cos \Delta \sin 2P, \\ S_3 &= \frac{1}{2} \sin 2\psi \sin \Delta \sin 2P. \end{aligned} \quad (2.102)$$

waarbij de bundel vóór het reflecterende oppervlak eerst door een polarisator gaat. Deze polarisator maakt een hoek  $P$  met het vlak van inval.

Als bijvoorbeeld uit een RCRAE experiment de Stokes parameters bekend zijn kunnen m.b.v. vgl.(2.102) de ellipsometrische hoeken berekend worden:

$$\cos 2\psi = \frac{\cos 2P - \frac{S_1}{S_0}}{1 - \frac{S_1}{S_0} \cos 2P}, \quad \tan \Delta = \frac{S_3}{S_2}, \quad (2.103)$$

en in het geval waarbij geldt  $P=45^\circ$  kan  $\psi$  berekend worden uit:

$$\tan 2\psi = \sqrt{\frac{S_2^2 + S_3^2}{S_1^2}}. \quad (2.104)$$

Bij afwezigheid van depolarisatie moet gelden:

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2. \quad (2.105)$$

#### 2.6.4 Conclusie uit berekeningen aan RCRAE

Het is mogelijk uit een RCRAE experiment simultaan zowel de eigenschappen van het te onderzoeken oppervlak als de compensatoreigenschappen te bepalen. Een aparte calibratie van de beginpositie van de compensator en de roterende analyser is niet nodig. Wel moeten vóór een meting de polarisatorhoek  $P$  en de hoek  $A_{fix}$  waaronder de vaste analyser staat bepaald worden. Er hoeft geen gebruik te worden gemaakt van de Fouriercoëfficiënt  $A_\theta$ . Als nadeel van deze methode geldt de afhankelijkheid van de mate van lineair gepolariseerd licht dat het analyserend gedeelte binnenkomt, om de compensatoreigenschappen te bepalen. Dit houdt in dat de polarisatorhoek zo gekozen moet worden dat hieraan voldaan wordt. De enige combinaties waarbij volledig circulair gepolariseerd licht overblijft na de reflectie zijn:

$$P = \pm\psi \quad \wedge \quad (\Delta = 90^\circ \quad \vee \quad \Delta = 270^\circ). \quad (2.106)$$

Als  $P$  zo gekozen kan worden dat de eerste voorwaarde in vgl. (2.106) niet opgaat, dan is er een lineaire component ook als een van de daarop volgende voorwaarden opgaat. Als er een meting is gedaan waarbij de lineaire component klein was, dan kunnen eventueel met behulp van uit reeds eerder gedane metingen verkregen compensatoreigenschappen de Stokes parameters toch bepaald worden.

Tot nu toe is er geen rekening gehouden met het feit dat het stelsel vergelijkingen dat uit een RCRAE opstelling komt, overbepaald is. In totaal zijn er 7 onbekenden ( $dA_{rot}$ ,  $dC$ ,  $\psi_c$ ,  $\Delta_c$ ,  $\theta$ ,  $s/S_0$  en  $S_3/S_0$ ) en zijn er in totaal 6 consistentiecontroles afgeleid. Afgezien van de gemiddelde intensiteit  $A_\theta$  zijn er 18 vergelijkingen, waarvan alleen verhoudingen gebruikt mogen worden, waardoor er 17 overblijven. Er zijn dus nog vier consistentiecontroles extra te berekenen (de overbepaaldheid uit zich in de consistentiecontroles). Dit houdt in dat een onbekende op meerdere manieren te berekenen is. Er is a priori geen criterium om de ene manier boven de andere te verkiezen. Eigenlijk moeten de onbekenden tegelijkertijd met een kleinste kwadratenmethode opgelost worden. Hieruit volgt dan ook in hoeverre voldaan wordt aan de verschillende vergelijkingen. De formules in deze paragraaf kunnen dan dienen als een beginwaarde voor een numerieke oplossingsmethode.

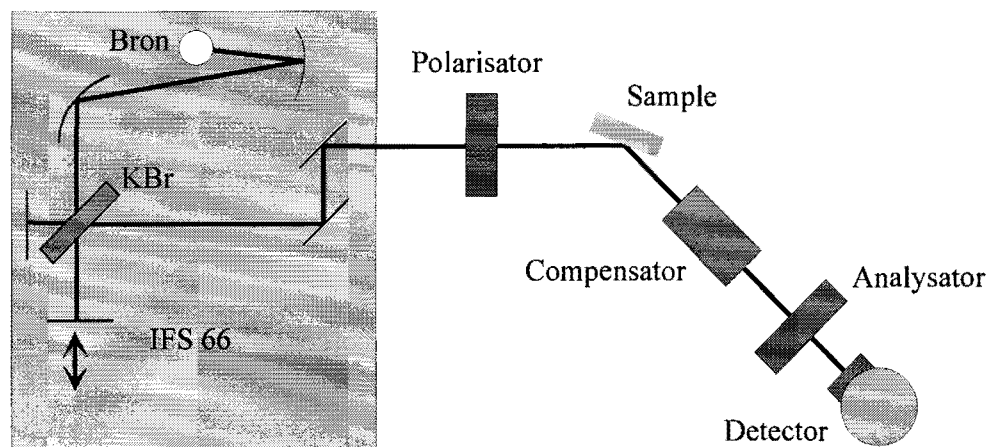
### 3. Experimentele opzet

De verschillende componenten die in de ellipsometrische metingen gebruikt worden zullen eerst kort worden besproken. Daarna zal enige aandacht worden besteed aan de uitlijnprocedure en de algemene gang van zaken bij een typische meting.

#### 3.1 Gebruikte elementen

##### 3.1.1 Spectrometer

Het hart van elke meting is de Bruker IFS 66 spectrometer. Dit is een Fourier Transform Infra Red (FTIR) spectrometer. Een schematisch overzicht van dit apparaat wordt gegeven in fig.3.1.



*Figuur 3.1: Schematisch overzicht van Bruker IFS 66 FTIR spectrometer, in combinatie met een ellipsometrische meetopstelling.*

De spectrometer bestaat in essentie uit een bron, een KBr beamsplitter, een vaste en een lopende spiegel en een detector. De detector is een met vloeibare stikstof gekoelde MCT-detector (HgCdTe). De divergentie van de IR-bundel kan ingesteld worden met een diafragma in de spectrometer. De resolutie is steeds  $20 \text{ cm}^{-1}$ . Zowel de bronzijde als de detectorzijde van de spectrometer zijn polarisatiegevoelig.

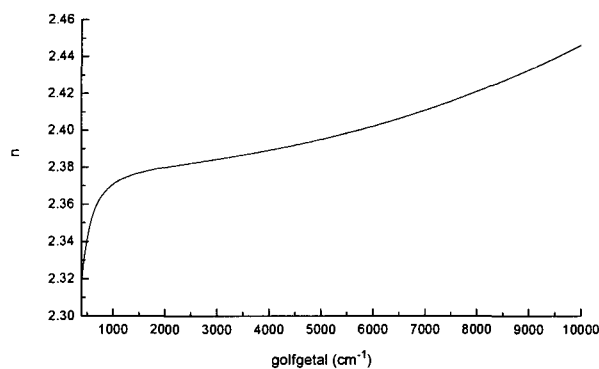
##### 3.1.2 Polarisatoren

Er zijn twee verschillende typen polarisatoren gebruikt: Rochonprisma's en wiregridpolarisatoren, de laatste in enkele en dubbele uitvoering. Een Rochonpolarisator bestaat uit twee dubbelbrekende prisma's, waardoor van de twee lineair gepolariseerde richtingen er één wordt afgebogen en de andere niet. Het dubbelbrekende materiaal waarvan de polarisator is gemaakt is  $\text{MgF}_2$ , wat het spectrum aan de IR-zijde van het spectrum beperkt tot  $1500 \text{ cm}^{-1}$  ( $6,7 \mu\text{m}$ ). De verzwakkingscoëfficiënt van een Rochonpolarisator is in de orde van  $10^{-5}$ . Een ander type polarisator, dat veel wordt toegepast in het IR is de wiregridpolarisator. Op een substraat zijn langwerpige geleidende structuren (evenwijdig)

aangebracht, zodat het elektrisch veld in deze richting uitgedoofd wordt. De verzwakkingscoëfficiënt van dit type polarisator ligt in de orde van  $10^{-2}$  (in het IR). Als nu twee van zulke wiregridpolarisatoren achter elkaar wordt geplaatst (in tandem, met parallelle transmissie-assen), dan blijkt dat de extinctie kwadratisch verbetert. Er zijn tandem en enkele polarisatoren gebruikt met  $\text{BaF}_2$  en KRS-5 als substraat. De polarisatoren zijn opgehangen aan stappenmotoren met holle as die ingesteld kunnen worden met een nauwkeurigheid van  $0.001^\circ$ .

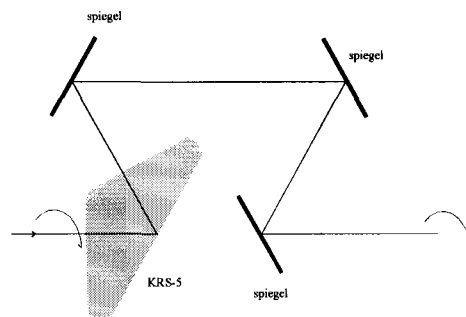
### 3.1.3 Compensator

De compensator is van het interne reflectie type. Het werkzame element is een KRS-5 (een glasachtig talliumzout) prisma waarin totale interne reflectie plaatsvindt. Bij deze reflectie wordt een faseverschil geïntroduceerd tussen twee orthogonale lineaire polarisatietoestanden. Dit faseverschil hangt af van de brekingsindex. Deze is voor KRS-5 redelijk constant (zie fig. 3.2) en daarom is het geïntroduceerde faseverschil ongeveer  $90^\circ$  voor alle golflengtes.



*Figuur 3.2: Brekingsindex van KRS-5 als functie van het golftal.*

Nadat de bundel het prisma verlaten heeft, wordt hij door drie spiegels met een goudlaagje erop (vanaf nu goudspiegels genoemd) weer op één lijn met de oorspronkelijke bundel gebracht, zie fig. 3.3.



*Figuur 3.3: Schematische weergave compensator met interne reflectie in KRS-5 en drie goudspiegels, de rotatie-as is aangegeven.*

De totale retardatie van de loodrechte t.o.v. de parallelle lineaire polarisatietoestand is ongeveer  $630^\circ$  ( $3 \cdot 180^\circ$  van de goudspiegels en  $90^\circ$  van het prisma). Dit betekent dat de as loodrecht op het vlak van tekening de snelle as is en er een netto retardatie van  $90^\circ$  wordt geïntroduceerd in de bundel die in het

vlak van tekening is gepolariseerd. De waarde die voor  $\psi_c$  mag worden verwacht is kleiner dan  $45^\circ$ , zie [2].

De IR-bundel valt loodrecht in op het KRS-5 prisma, waarna deze onder een hoek van  $33.2^\circ$  gereflecteerd wordt. De bundel wordt onder een hoek van  $1^\circ$  gebroken aan de KRS-5/lucht grens, dit om meervoudige reflecties in het prisma te voorkomen. Door deze ene graad (en de golflengteafhankelijkheid van de brekingsindex van KRS-5) wordt elke golflengte anders gebroken.

De compensator is opgehangen aan een stappenmotor met holle as die met een nauwkeurigheid van  $0.01^\circ$  ingesteld kan worden.

### ***3.2 Uitlijning***

Voor het uitlijnen van de verschillende elementen, in het bijzonder van de detector en de lens, wordt de IR bron vervangen door een halogeenlamp en de beamsplitter door een exemplaar dat ook in het visuele deel van het spectrum transparant is. Omdat alle focuserende componenten in de spectrometer spiegels zijn, is de stralengang hetzelfde als die van de IR-bundel (in het geval van de IR-bron).

### ***3.3 Algemene meetprocedure***

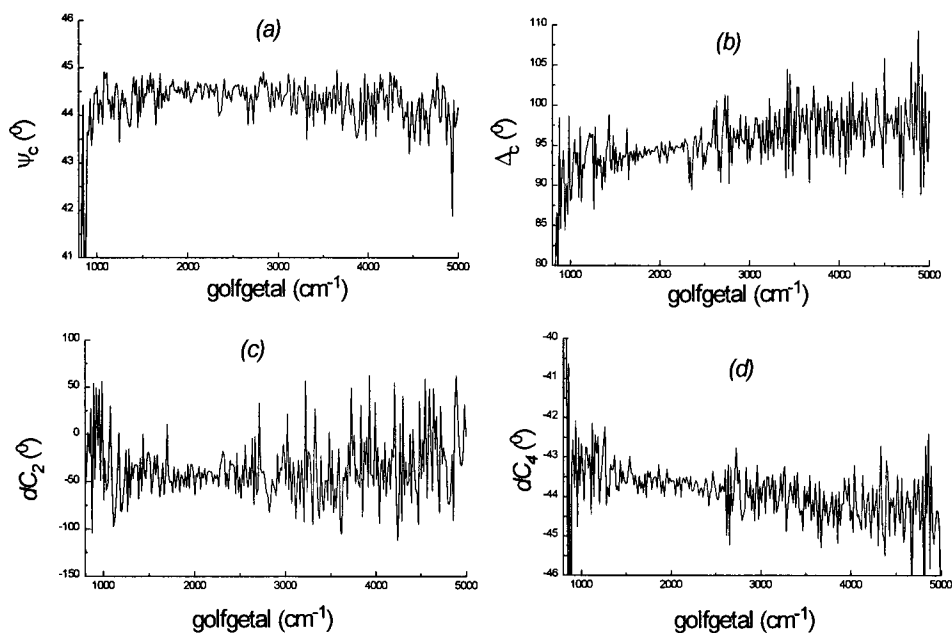
Elke ellipsometrische meting vindt plaats door de roterende elementen in stappen te verdraaien. Per positie wordt een aantal spectra opgemeten en gemiddeld. Er wordt steeds een rotatie voorwaarts gemaakt en een rotatie achterwaarts. Bij de rotatie achteruit wordt precies tussen de posities van de rotatie vooruit gemeten. Een enkele meting bestaat uit de combinatie van een voor- en terugwaartse rotatie. Als bij een meting vermeld wordt dat een element met een stap van een bepaald aantal graden geroteerd wordt, dan wordt bedoeld de stapgrootte in de rotatiecyclus (dus voordat beide delen van de meting gecombineerd worden). De effectieve stapgrootte is dan de helft hiervan, omdat ook op tussengelegen posities gemeten wordt. Door bij elke golflengte een dwarsdoorsnede te nemen van al deze spectra kan van elke golflengte zo een positieafhankelijk signaal bepaald worden, waaruit dan de Fouriercoëfficiënten berekend kunnen worden. Door de heen- en terugrotatie wordt een lineair verloop van het detectorsignaal (door de Fouriertransformatie) alleen teruggevonden in de gemiddelde intensiteit en niet in de andere Fouriercoëfficiënten.

## 4. Resultaten

Het hoofdstuk valt uiteen in twee delen. Eerst wordt ingegaan op het gedrag van de compensator. Vervolgens wordt de techniek van Roterende Compensator Roterende Analysator vaste analysator verkend.

### 4.1 Bepaling compensatoreigenschappen

De eerste vereiste om Roterende Compensator Ellipsometrie te kunnen doen is het kennen van het gedrag van de compensator. Dit gedrag wordt gemeten in de zogenaamde rechtdoorstand. De gebruikte polarisatoren zijn een tandem wiregrid van BaF voor de polarisator en een tandem wiregrid van KRS-5 voor de analysator. De analysator is  $-45^\circ$  gedraaid t.o.v. de polarisator en de snelle as van de compensator staat ongeveer parallel aan de analysator (dus op ongeveer  $-45^\circ$  t.o.v. de polarisator). Het diafragma in de spectrometer is 0.25 mm, wat een divergentie geeft van 1 mrad. De externe diafragma's beperken de bundeldiameter tot 4 mm. De compensator wordt in stappen van  $6^\circ$  gedraaid en per positie worden 20 interferogrammen gemeten. De zo gemeten compensatoreigenschappen staan weergegeven in fig. 4.1.



*Figuur 4.1: Compensatoreigenschappen (a)  $\psi_c$  en (b)  $\Delta_c$  en de compensatorfouthoek gevonden uit (a) de tweede ( $dC_2$ ) en (b) de vierde Fouriercoëfficiënt ( $dC_4$ ) als functie van het golfgetal. De beide hoeken zijn gegeven t.o.v. de polarisatorstand. Tussen de  $2000\text{ cm}^{-1}$  en  $3000\text{ cm}^{-1}$  is de ruis het kleinst. Dit komt omdat in dat deel van het spectrum de intensiteit het hoogst is.*

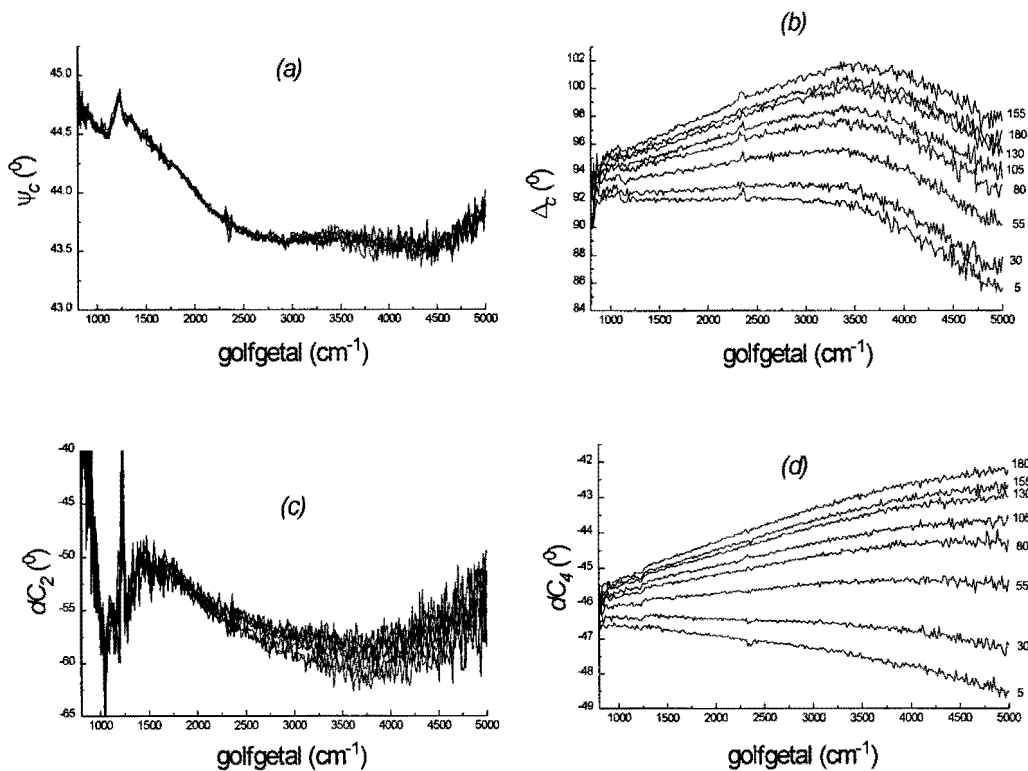
De gevonden waarden voor  $\psi_c$  en  $\Delta_c$  komen binnen  $0.5^\circ$  voor  $\psi_c$  en  $1^\circ$  voor  $\Delta_c$  overeen met de waarden zoals eerder gemeten (voor dezelfde compensator), zie [2,6]. De waarden die voor de compensatorfouthoek gevonden worden uit de tweede en de vierde Fouriercoëfficiënt,  $dC_2$  en  $dC_4$ , zijn redelijk met elkaar in overeenstemming. De veel grotere ruis op  $dC_2$  is begrijpelijk omdat  $x_c$  (en daarmee de tweede Fouriercoëfficiënt) klein is. Daar waar  $\psi_c$  gelijk is aan  $45^\circ$ , is  $dC_2$  onbepaald (de tweede Fouriercoëfficiënt is dan gelijk aan nul). De golflengteafhankelijkheid van de fouthoek  $dC_4$  is



waarschijnlijk te wijten aan de dispersie in de compensator, waardoor de verschillende golflengtes onder een andere hoek de compensator verlaten.

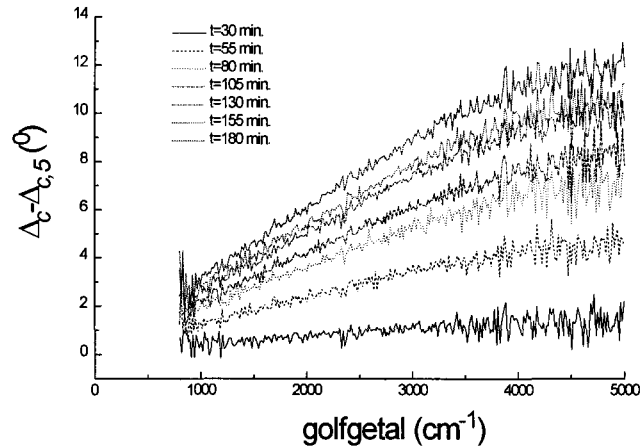
#### 4.1.1 Fluctuatie compensatoreigenschappen

Als echter meerdere metingen van de compensatoreigenschappen na elkaar gedaan worden, dan valt op dat de waarden van de grootheden  $\psi_c$  en  $\Delta_c$  fluctueren. In [6] wordt hier reeds impliciet melding van gemaakt. Het blijkt dat  $\psi_c$  nauwelijks verandert en  $\Delta_c$  verloopt. Er is gedurende langere tijd (195 min.) continu gemeten, wat betekent dat er in totaal 39 metingen zijn gedaan. Behalve de grootte van het interne diafragma is (nu 1 mm) zijn de metingen identiek aan die in de vorige paragraaf. Van elke meting zijn de compensatoreigenschappen  $\psi_c$ ,  $\Delta_c$  en de compensatorfouthoeken  $dC_2$  en  $dC_4$  bepaald, deze staan uitgezet in fig. 4.2. De analysator staat op  $-45^\circ$  en de compensator ook ongeveer op  $-45^\circ$ , beide hoeken zijn gegeven t.o.v. de polarisator.



Figuur 4.2: Duurmeting van de compensatoreigenschappen als functie van het golfgetal: Eén op de vijf metingen is afgebeeld, de tijd tussen twee afgebeelde metingen is 25 min.. (a) De maat voor de relatieve amplitudetransmissie  $\psi_c$ , (b) het geïntroduceerde faseverschil  $\Delta_c$ , (c) de fouthoek  $dC_2$  zoals gevonden wordt uit de tweede Fouriercoëfficiënt en (d) die zoals gevonden uit de vierde Fouriercoëfficiënt,  $dC_4$ . Daar waar mogelijk is naast de grafiek aangegeven op elk tijdstip de meting is gedaan (in minuten). In de figuren (c) en (d) is  $dC$  berekend t.o.v. de stand van de polarisator en moet dus ongeveer  $-45^\circ$  zijn.

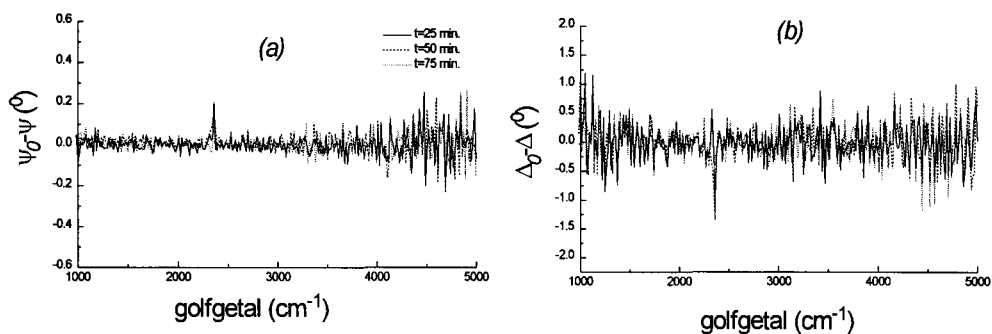
Zoals reeds eerder gemeld, laat fig. 4.2 duidelijk zien dat de compensatoreigenschappen, danwel de eigenschappen van de polarisatoren of detector veranderen. Deze verandering lijkt lineair te verlopen als functie van het golfgetal, zie fig. 4.3. In deze figuur staan de verschillen die gevonden worden tussen de bepalingen van  $\Delta_c$ , die ook in fig. 4.2 staan.



*Figuur 4.3: Verschillen in de bepaling van  $\Delta_0$ , als functie van het golfgetal. Als referentie is de meting op  $t=5$  min. gekozen. Extrapoleren naar kleinere golfgetalen levert een nulpunt in het verschil in  $\Delta$ .*

Uit fig. 4.3 blijkt dat het verloop in de compensatoreigenschappen recht evenredig is met het golfgetal.

Een soortgelijke meetserie met RAE leert dat de fluctuaties er nu uit zien als ruis. Met soortgelijk wordt hier bedoeld: In rechtdoorstand een RAE meting doen. Het te verwachten resultaat van deze RAE meting is  $\psi=45^\circ$  en  $\Delta=0^\circ$ , omdat op deze manier de ellipsometrische grootheden van lucht bepaald worden. De absolute waarden van  $\psi$  en  $\Delta$  zijn in dit geval niet van belang, omdat in de eerste plaats gekeken wordt naar eventuele veranderingen. Daarom staan in fig. 4.4 alleen de verschillen met een (willekeurige) referentiemeting.

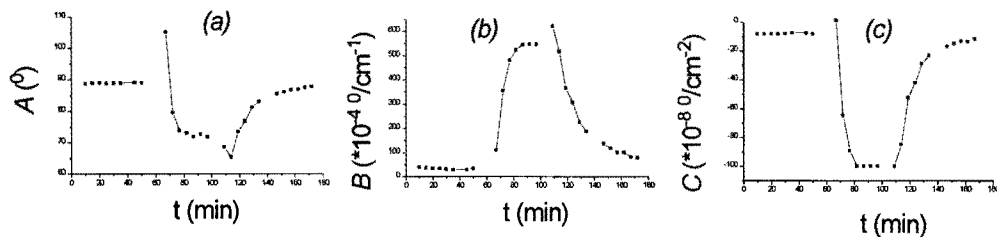


*Figuur 4.4: Verschillen bij een serie RAE metingen in (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$  als functie van het golfgetal. De meting op  $t=0$  min. is als referentie gekozen.*

Te zien valt in deze laatste figuur dat er nu geen verloop is in de meetwaarden. Het feit dat bij RAE over een langere tijd de meetwaarden constant blijven, suggereert dat het inderdaad de eigenschappen van de compensator zijn die veranderen, bij de metingen ter bepaling van deze eigenschappen.

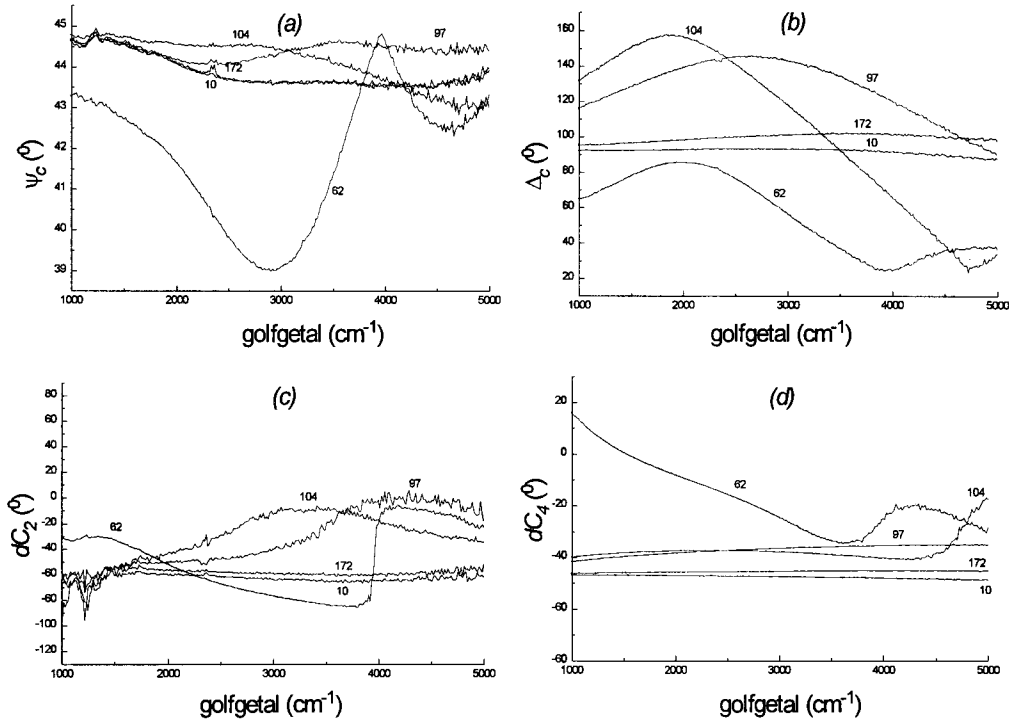
## 4.1.2 Temperatuursafhankelijkheid compensatoreigenschappen

Om de verandering van de compensatoreigenschappen nader te onderzoeken is er een meetserie gedaan waarbij er een warme luchtstroom is gericht op de compensator. Dit is gedaan door een föhn op een afstand van 75 cm te plaatsen, wat een temperatuurverschil van 12° C veroorzaakt. Om het verloop in de gevonden waarden van  $\Delta_c$  te kunnen volgen is er voor gekozen een parabool aan elk spectrum van  $\Delta_c$  te fitten en de bijbehorende fitcoëfficiënten te volgen. De reden dat hiervoor een parabool gekozen is, is niet dat er een parabolisch verband verwacht mag worden, maar dat zo met een beperkt aantal getallen een meting redelijk gerepresenteerd kan worden. Deze fitcoëfficiënten staan uitgezet in fig. 4.5.



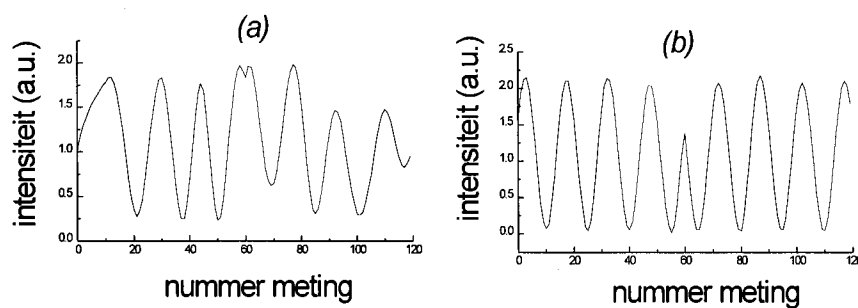
*Figuur 4.5: Parabolische fitcoëfficiënten aan  $\Delta_c$  uitgezet tegen de tijd voor een meting in een warme luchtstroom. Er geldt  $\Delta_c = Ax^2 + Bx + C$ , met (a) de kwadratische coëfficiënt A, (b) de lineaire coëfficiënt B en (c) de constante bijdrage C. Op  $t=62$  min. is de eerste meting met föhn gedaan en op  $t=104$  min. is eerste meting zonder föhn gedaan. Deze twee metingen zijn weggelaten, omdat daar de parabool een slechte benadering is voor de metingen (zie fig. 4.6).*

Zoals blijkt uit fig. 4.5, stelt zich, nadat de föhn een tijdje geeft aangestaan een nieuw evenwicht in. Nadat de föhn weer uitgezet is, zakt de waarde van  $\Delta_c$  terug tot dicht bij zijn oorspronkelijke waarde. Dit is ook te zien in fig 4.6, waar  $\psi_c$  en  $\Delta_c$  staan uitgezet op een aantal karakteristieke momenten.



Figuur 4.6: Compensatoreigenschappen in aan- en afwezigheid van een warme luchtstroom (a)  $\psi_c$  en (b)  $\Delta_c$  als functie van het golfgetal op een aantal interessante momenten: Een tijd voordat de föhn aangaat ( $t=10$  min.), als de föhn net aanstaat ( $t=62$  min.), als er een evenwichtstoestand is ( $t=97$  min.), als de föhn net uit staat ( $t=104$  min.) en als er weer een "koude" evenwichtstoestand is bereikt ( $t=172$  min.). In (c) staat de compensatorfouthoek  $dC_2$  en (d) de fouthoek  $dC_4$  uit de vierde Fouriercoëfficiënt op dezelfde momenten, ook als functie van het golfgetal.

Fig. 4.6 laat ook zien dat  $\psi_c$  veel minder beïnvloed wordt dan  $\Delta_c$ , waar het effect dramatisch is. Ook de compensatorfouthoeken  $dC_2$  en  $dC_4$  veranderen onder invloed van de warme luchtstroom. De eerste metingen nadat de föhn aan/uit is gezet vertonen een totaal ander verloop. Om hier iets meer zicht op te krijgen is van beide metingen het detectorsignaal uitgezet (bij  $2005\text{ cm}^{-1}$ ) in fig. 4.7.



Figuur 4.7: Detectorsignaal bij  $2005\text{ cm}^{-1}$  (a) als de föhn net aan is gezet en (b) als deze net uit is gezet. Het signaal is uitgezet als functie van het nummer van het meetpunt en een stapgrootte van  $6^\circ$  geeft 120 meetpunten. Vanwege de heen- en terugwaartse rotatie dient het gegeven signaal ongeveer symmetrisch te zijn t.o.v. nummer 60.

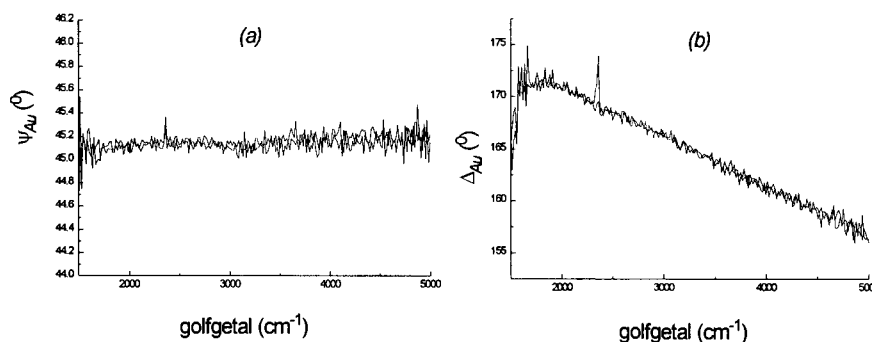
Uit deze figuur blijkt de meting nadat de föhn is aangezet niet valide en de meting nadat de föhn is uitgezet wel valide te zijn.

Extrapolatie van het linkerdeel van het  $\Delta_c$ -spectrum van fig. 4.6 naar golfgetal nul leert dat in dit regime de verstoringen door de warme lucht recht evenredig zijn met het golfgetal. De eerste meting

nadat de föhn uit is gezet (op  $t=104$  min.) lijkt in het gebied tussen de  $2000\text{ cm}^{-1}$  en  $4600\text{ cm}^{-1}$  gespiegeld in  $\Delta_c = 180^\circ$ . Omdat  $\Delta_c$  uit een cosinus gehaald wordt is het aannemelijk dat dit deel van het spectrum eigenlijk boven de  $180^\circ$  hoort te liggen. Een soortgelijk effect is te zien tussen de  $4600\text{ cm}^{-1}$  en  $5000\text{ cm}^{-1}$ . De temperatuursverandering veroorzaakt een verandering in  $\Delta_c$  die lineair van het golfgetal afhangt. De evenredigheid kan uitgedrukt worden door  $\delta\Delta_c = k \cdot \sigma \cdot \delta T$  waarbij  $\sigma$  het golfgetal voorstelt. De evenredigheidconstante  $k$ , berekend uit de evenwichtstoestand met föhn, is dan  $1,7 \cdot 10^{-3}\text{ deg}\cdot\text{cm}\cdot\text{K}^{-1}$ . Het grootste temperatuursverschil dat volgt uit de fluctuaties van de compensatoreigenschappen (zie fig. 4.2 en 4.3) is dan  $1,5^\circ\text{C}$ . De oorzaak van de fluctuaties van de compensatoreigenschappen is dus hoogstwaarschijnlijk terug te voeren tot een temperatuurseffect.

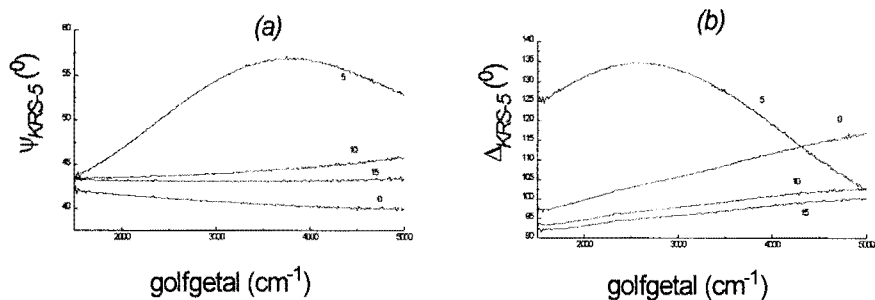
## 4.2 In delen: de compensator

Zoals beschreven in hoofdstuk 3 bestaat de compensator uit een KRS-5 prisma als werkzame component en drie goudspiegels om de uittrekkende bundel weer op één lijn met de inkomende bundel te krijgen. Deze verschillende elementen zijn afzonderlijk doorgemeten met een RAE experiment. Dit betekent dat het KRS-5 prisma en de goudspiegels uit hun ophanging in de compensator zijn gehaald. Hierbij moet opgemerkt worden dat het vlak van inval bij elk element nu  $90^\circ$  gedraaid is t.o.v. de snelle as van de compensator (zie hoofdstuk 3). Om eventuele invloeden van de polarisatoren te minimaliseren is bij deze metingen gebruik gemaakt van Rochonpolarisatoren. Het gedrag van de afzonderlijke componenten is gemeten met en zonder een warme luchtstroom. De drie goudspiegels bleken alle hetzelfde gedrag te vertonen en daarom zijn slechts de eigenschappen van één spiegel weergegeven in fig. 4.8. De gemeten waarden verschillen aanzienlijk van de waarden zoals verwacht mogen worden op grond van de brekingsindex van goud. Op de spiegels is duidelijk een verontreiniging te zien en dit zal de meting beïnvloed hebben. Het belangrijkste echter is dat het gedrag niet samenhangt met de temperatuur.



*Figuur 4.8: De ellipsometrische hoeken (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$  van één van de drie goudspiegels uit de compensator, als functie van het golfgetal. Deze  $\psi$  en  $\Delta$  zijn gemeten onder een hoek van inval van  $33,2^\circ$ , met en zonder warme luchtstroom. Het temperatuursverschil tussen beide situaties is  $8^\circ\text{C}$ .*

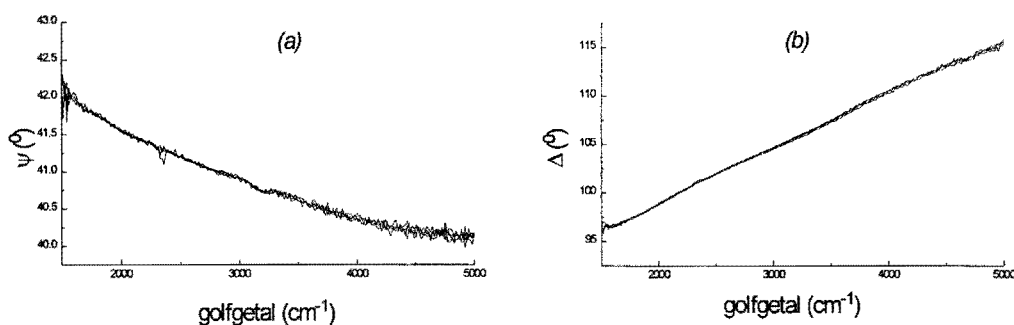
Voor het KRS-5 prisma worden de waarden voor  $\psi$  en  $\Delta$  gevonden, zoals afgebeeld in fig. 4.9.



Figuur 4.9: Invloed van warme luchtstroom op ellipsometrische grootheden (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$  van de reflectie en transmissie in het KRS-5 prisma, als functie van het golfgetal. De meting op  $t=0$  min. is zonder warme lucht en daarna is deze aangezet (tijd in minuten). Het temperatuursverschil tussen de eerst en laatste meting bedraagt  $8^\circ\text{C}$ .

Duidelijk is uit fig. 4.8 en 4.9 dat de eigenschappen van de goudspiegel niet veranderen en die van het prisma in hoge mate beïnvloed worden door de warme luchtstroom.

Het langzame verloop dat te zien was in  $\psi_c$  en  $\Delta_c$  bij de bepaling van de compensatoreigenschappen is bij het vrijliggende prisma afwezig, zie fig. 4.10.



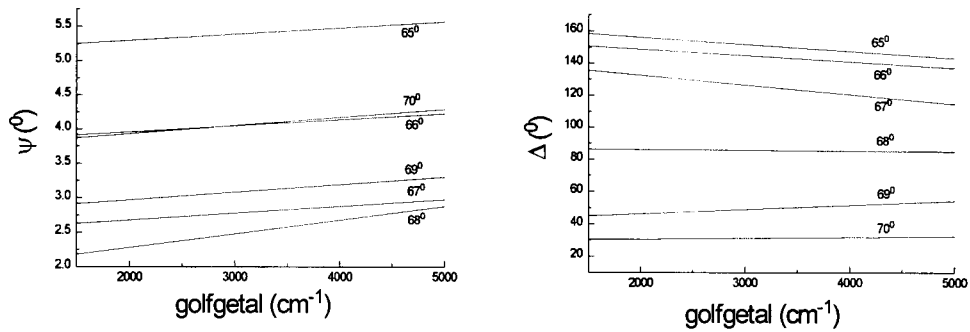
Figuur 4.10: Duurmeting aan het vrijliggende KRS-5 prisma (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$  als functie van het golfgetal. Er zijn vier verschillende metingen bij kamertemperatuur afgebeeld, met een tussentijd van 70 minuten.

Het ligt dus voor de hand dat het KRS-5 prisma de oorzaak is van de temperatuursafhankelijkheid van de compensatoreigenschappen.

### 4.3 Het KRS-5 prisma

#### 4.3.1 Meting aan oppervlaktelaag op KRS-5 prisma

Om eventuele oppervlakteverontreinigingen te kunnen vaststellen, is een aantal RAE metingen aan het prisma gedaan, rondom de Brewsterhoek. Rond deze hoek worden de ellipsometrische hoeken het meest beïnvloed door een laagje op het oppervlak (zie volgende paragraaf). Voor KRS-5 ligt de Brewsterhoek tussen de  $67.1^\circ$  ( $1000\text{ cm}^{-1}$ ) en  $67.3^\circ$  ( $5000\text{ cm}^{-1}$ ). Er is gemeten met hoeken van inval van  $65^\circ$  tot  $70^\circ$  met tussenstappen van  $1^\circ$ . De nauwkeurigheid van RAE is in de buurt van  $\psi=0^\circ$  niet goed, zoals blijkt uit vgl. (2.26), wat een grote ruis veroorzaakt. In fig. 4.11 staan deze metingen weergegeven, waarin ter wille van de duidelijkheid de metingen zijn benaderd door een rechte.



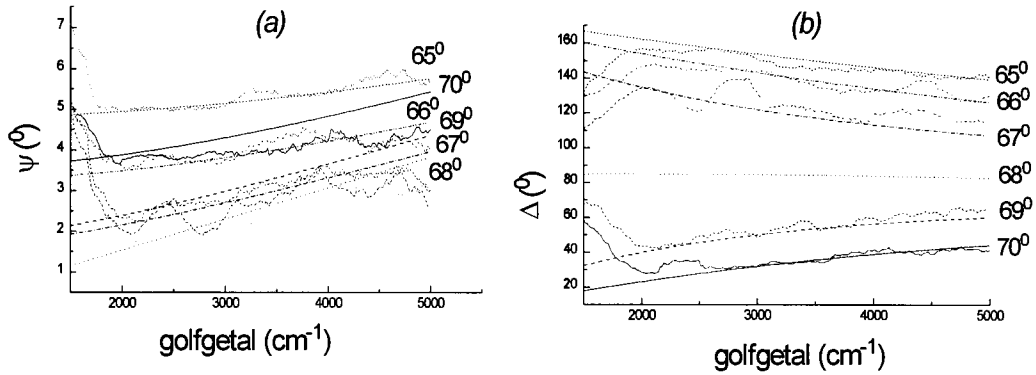
Figuur 4.11: Meting van externe reflectie aan het KRS-5 prisma (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$ , als gelineariseerde functie van het golfgetal, bij verschillende hoeken van inval.

Als de Brewsterhoek gedefiniëerd wordt als die hoek waarbij de fasesprong  $\Delta$  precies  $90^\circ$  is en  $\psi$  minimaal, dan volgt  $\phi_B=68^\circ$ . Uit een simulatie van een dunne laag op een oppervlak, blijkt dat de Brewsterhoek vrijwel niet beïnvloed wordt door een eventuele oppervlaktelaag (zie volgende paragraaf). Een andere Brewsterhoek houdt derhalve in dat de brekingsindex anders is dan aangenomen. Met  $\phi_B=68^\circ$  volgt dus dat  $n_{KRS-5}=2,47$  (gemiddeld over hele golflengtegebied). Met behulp van het ellipsometrische simulatie- en fitprogramma LSIM (door Den Boer) kan, als rekening wordt gehouden met deze andere brekingsindex, voor elke meting bepaald worden wat de laagdikte en brekingsindex van de laag is. De resultaten van deze fitprocedure staan in tabel 4.1. Het blijkt dat de verschillende fits goed met elkaar in overeenstemming zijn. Er is verondersteld dat het imaginaire deel van de brekingsindex gelijk is aan nul.

Tabel 4.1: Resultaten fit van reflectie aan prisma, met  $\phi$  de hoek van inval,  $n$  het reële deel van de brekingsindex en  $d$  de laagdikte.

$\phi$ ( $^\circ$ )	$n$	$d$ (nm)
70,0	1,692	34.5
69,0	1,615	39.0
68,0	1,617	36.2
67,0	1,653	36.0
66,0	1,615	41.0
65,0	1,618	43.6

In totaal geeft dit voor het reële deel van de brekingsindex  $n=(1,64\pm 0,03)$  en voor de laagdikte  $d=(38\pm 3)$  nm. In fig. 4.12 staan de oorspronkelijke meetwaarden samen met  $\psi$  en  $\Delta$  zoals volgen uit de fit. Metingen en fit komen gezien de grote onnauwkeurigheid van RAE bij kleine waarden van  $\psi$  goed overeen.

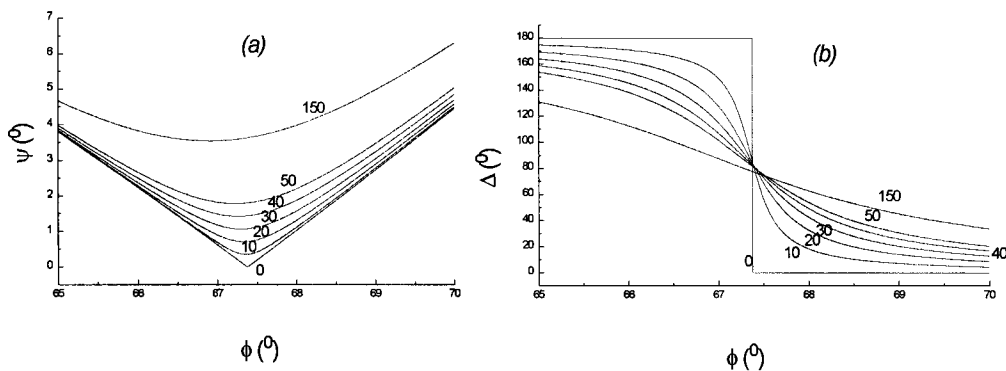


Figuur 4.12: Metingen en fit aan externe reflectie KRS-5 prisma. De hoeken (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$  bij verschillende hoeken van inval voor meting en fit, als functie van het golfgetal. Elk meetpunt is met de 10 omliggende punten gemiddeld.

De laag die zich manifesteert is de oppervlakteruwheid, met een effectieve brekingsindex die ongeveer het gemiddelde is van de brekingsindices van lucht en KRS-5.

### 4.3.2 Simulatie externe reflectie

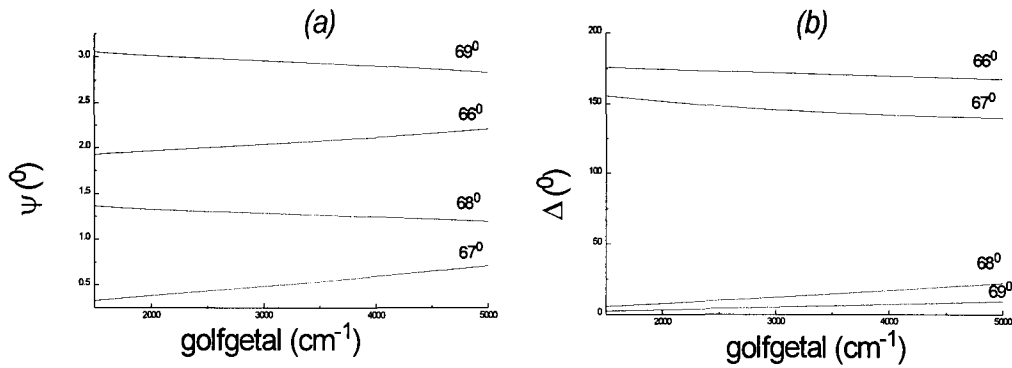
Voor een aantal verschillende laagdiktes en brekingsindices is een simulatie gedaan van  $\psi$  en  $\Delta$ , bij een externe reflectie aan KRS-5/lucht grensvlak. Als er een laag op het oppervlak aanwezig is, treedt er geen nulpunt op in  $\psi$  bij de Brewsterhoek, maar een minimum en  $\Delta$  is dan ongeveer  $90^\circ$ . Dit resultaat is te vinden in fig. 4.13.



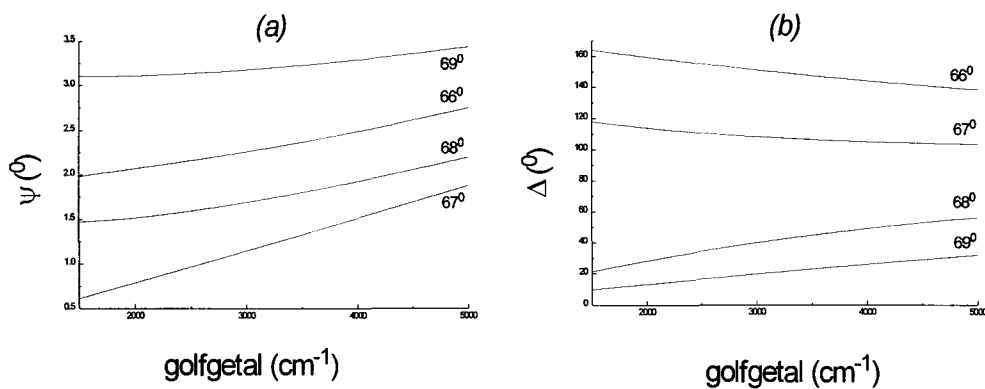
Figuur 4.13: Het gedrag van (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$  bij een golfgetal van  $1000\text{ cm}^{-1}$  voor verschillende laagdiktes op een substraat. Beide grootheden staan uitgezet tegen de hoek van inval. Het substraat heeft een brekingsindex van 2,37 (bijvoorbeeld KRS-5 bij  $1000\text{ cm}^{-1}$ ). Het reële deel van de brekingsindex van de laag is 1,7 en het imaginaire deel nul.

Bij variërende laagdiktes (maar nog steeds klein) verandert de Brewsterhoek niet erg veel. De meest in het oog springende invloed die de laag heeft is de minder scherpe overgang van  $180^\circ$  naar  $0^\circ$  bij de Brewsterhoek. Bij toenemende laagdikte verschuift  $\phi_B$  naar kleinere hoeken. Ook is gekeken naar de spectrale  $\psi$  en  $\Delta$  bij verschillende laagdiktes en hoeken van inval. In fig. 4.14 staan  $\psi$  en  $\Delta$  voor een laagdikte van 5 nm bij verschillende hoeken van inval. In fig. 4.15 staan voor dezelfde hoeken van inval de ellipsometrische hoeken  $\psi$  en  $\Delta$  bij een laagdikte van 20 nm.





*Figuur 4.14: Gedrag van (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$  als functie van het golfgetal bij verschillende hoeken van inval. Het substraat is KRS-5, de laagdikte 5 nm en de brekingsindex van de laag 1,7.*

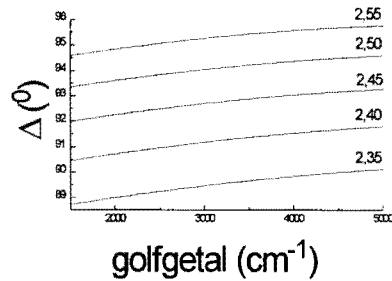


*Figuur 4.15: Gedrag van (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$  als functie van het golfgetal voor verschillende hoeken van inval. Het substraat is KRS-5, de laagdikte 20 nm en de brekingsindex van de laag 1,7.*

Een oppervlaktelaag heeft tot gevolg dat de overgang bij de Brewsterhoek (van  $0^\circ$  naar  $180^\circ$ ) minder scherp is. Dit effect is groter naarmate de laag dikker is, het golfgetal groter of de brekingsindex van de laag groter is.

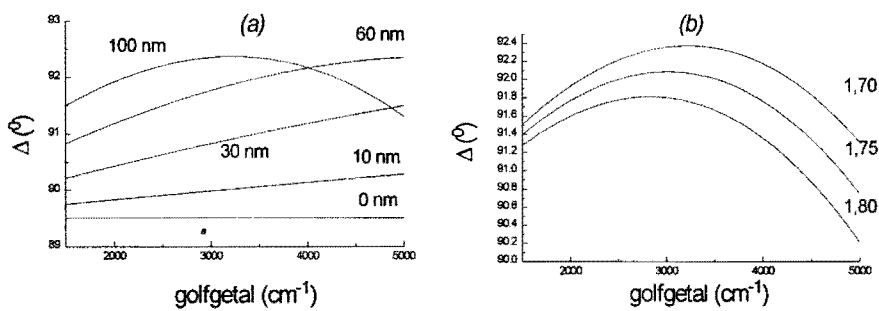
### 4.3.3 Simulatie interne reflectie

Ook bij interne reflectie is gekeken wat de invloed is van een laag op het oppervlak. Bij totale interne reflectie is de relatieve amplitudetransmissie gelijk aan 1 ( $\psi=45^\circ$ ) en dus zal  $\psi$  verder buiten beschouwing blijven. Alle reflecties in deze paragraaf vinden plaats onder een hoek van  $33,2^\circ$ . Ten eerste is de invloed bekeken van de brekingsindex van het substraat met een laag met een dikte van 38 nm en een brekingsindex van 1,64 (zie fig. 4.16).



*Figuur 4.16: De invloed van de brekingsindex van het substraat op  $\Delta$  als functie van het golfgetal. De dikte van de oppervlaktelaag is 38 nm en de brekingsindex ervan 1,64.*

De invloed van de brekingsindex van de laag staat weergegeven in fig. 4.17a en de invloed van de dikte van de laag valt te zien in figuur 4.17b.

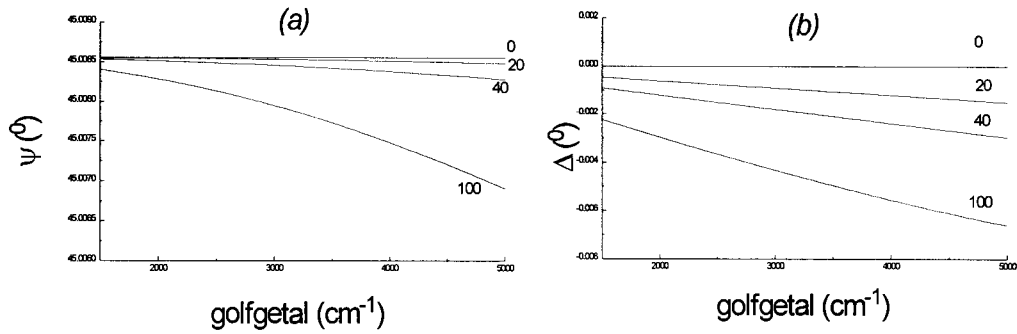


*Figuur 4.17: Invloed van laagdikte en de brekingsindex daarvan op  $\Delta$ , (a)  $\Delta$  als functie van het golfgetal bij verschillende diktes van de laag. De brekingsindex van de laag is 1,7. In (b) staat  $\Delta$  bij verschillende brekingsindices van de laag. De dikte van de laag is 100 nm. De brekingsindex van het substraat is (a) en (b) gelijk aan 2,4.*

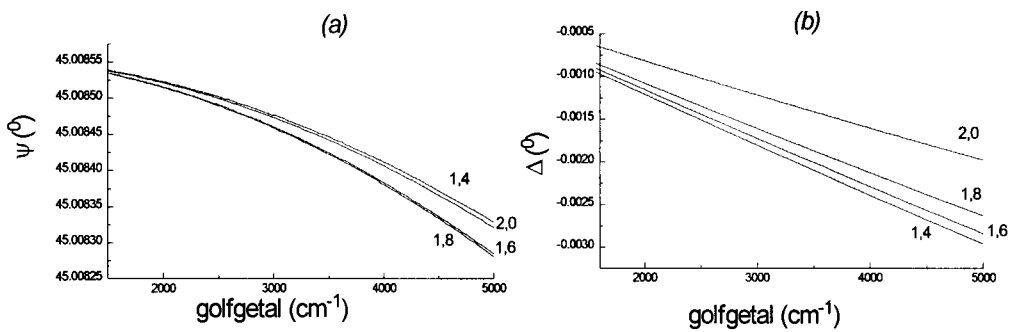
Een oppervlaktelaag van genoemde orde van grootte heeft een beperkte invloed op de fasesprong bij interne reflectie (maximaal  $2^\circ$ ). Ook de brekingsindex van de laag heeft geen erg grote invloed (ook maximaal  $1^\circ$  in het beschouwde gebied). De brekingsindex van het substraat heeft logischerwijs een grote invloed op de fasesprong. De grootte van de fasesprong is slechts bij kleine laagdiktes recht evenredig met het golfgetal.

#### 4.3.4 Simulatie transmissie

Een oppervlaktelaag heeft natuurlijk ook enige invloed op de transmissie, zoals die plaatsvindt bij het verlaten van het KRS-5 prisma. Er is gekeken naar  $\psi$  en  $\Delta$  van deze transmissie bij verschillende laagdiktes en brekingsindices. In fig. 4.18 staan  $\psi$  en  $\Delta$  bij verschillende laagdiktes (bij een brekingsindex van 1,6) en in figuur 4.19 bij verschillende brekingsindices (bij een laagdikte van 40 nm).

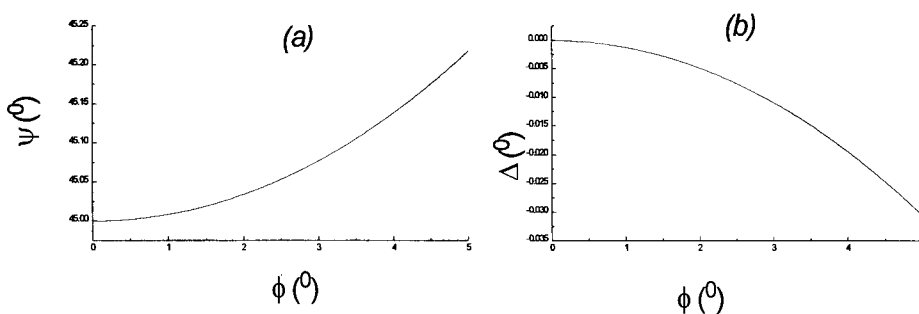


*Figuur 4.18: Transmissie door KRS-5/lucht grensvlak, (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$  bij verschillende laagdiktes (in nm) als functie van het golfgetal. De hoek van inval is  $1^\circ$  en de brekingsindex van het substraat 2,4 en die van de laag 1,6.*



*Figuur 4.18: Transmissie door KRS-5/lucht grensvlak, (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$  bij verschillende brekingsindices van de oppervlaktelaag als functie van het golfgetal. De hoek van inval is  $1^\circ$ , de dikte van de laag 40 nm en de brekingsindex van het substraat 2,4.*

Het blijkt dat een oppervlaktelaag slechts minuscule afwijkingen geeft t.o.v. een transmissie zonder laag. Een fout in de hoek van inval veroorzaakt ook een zekere verandering in  $\psi$  en  $\Delta$ . Dit staat weergegeven in fig. 4.20.



*Figuur 4.20: Verschillend hoeken van inval bij transmissie (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$  als functie van de hoek van inval. De brekingsindex van het substraat is 2,4, de brekingsindex van de laag is 1,6 en de dikte van de laag 40 nm.*

Uit deze figuur blijkt dat de hoek van inval ook slechts een zeer kleine invloed heeft op de polarisatietoestand van de doorgelaten bundel.

#### 4.4 Discussie compensatoreigenschappen

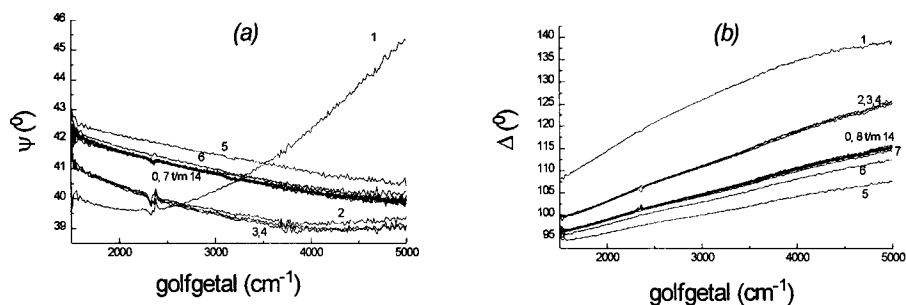
De compensatoreigenschappen blijken sterk af te hangen van de temperatuur. Hierbij valt op dat  $\psi_c$  nauwelijks verandert bij een temperatuurstijging en  $\Delta$  sterk verandert. Een tweede opvallend verschijnsel is dat de hoek  $dC_4$  eveneens veranderd, in tegenstelling tot de hoek  $dC_2$ . Ten derde zijn de veranderingen die optreden lineair in de frequentie (het golfgetal).

De oorzaak van de veranderingen in de compensatoreigenschappen moet gezocht worden in het KRS-5 prisma.

Een verandering van de brekingsindex van de bulk van het KRS-5 prisma veroorzaakt een verandering van de retardatie in de orde van  $\partial\Delta_c / \partial n \approx 33^\circ$  (uitgaande van een schoon KRS-5 oppervlak). De temperatuursafhankelijkheid van KRS-5 is in het onderzochte golflengtegebied  $\partial n / \partial T \approx 2,4 \cdot 10^{-4} K^{-1}$  (zie [5]). Dit houdt in dat de invloed van de temperatuur op de retardatie in de orde is van  $\partial\Delta_c / \partial T \approx 8 \cdot 10^{-3} ^\circ K^{-1}$ , dus veel te klein om de gevonden verandering te kunnen verklaren. Bovendien geeft deze verandering geen grote golflengteafhankelijkheid te zien.

Ook een variatie van de brekingsindex van de gevonden oppervlaktelaag kan zoals de simulaties in de paragrafen 4.3.3 en 4.3.4 laten zien, geen al te grote invloed hebben op  $\Delta$ . Ook hier geldt weer dat de golflengteafhankelijkheid van dit effect klein is (en niet lineair).

Een mogelijke oorzaak voor de warmte-effecten die te zien zijn is een kleine mate van dubbele breking in het KRS-5 prisma. De weglengte in het prisma is ongeveer 4 cm, wat een optische weglengte geeft van 10 cm. Dit betekent dat er bij een golfgetal van  $1000 \text{ cm}^{-1}$  10.000 golven in passen en bij  $5000 \text{ cm}^{-1}$  50.000 hele golfreizen. Een effectieve (d.w.z. over de gehele weglengte) dubbele breking van  $n_o/n_e = 1 \cdot 10^{-6}$  geeft dan een fasedraaiing van  $3,6^\circ$  en  $18^\circ$  bij  $1000 \text{ cm}^{-1}$  respectievelijk  $5000 \text{ cm}^{-1}$ . Deze dubbele breking kan veroorzaakt worden door mechanische spanningen in het prisma. Door een temperatuursverandering (en dus een temperatuursgradiënt in het prisma) zullen er in het prisma spanningen ontstaan. Als het prisma in de compensator is opgehangen dan zijn er ook nog extra spanningen als gevolg van het verschil in de lineaire uitzettingscoëfficiënt van KRS-5 ( $58 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ ) en aluminium ( $25 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ ). Om te controleren of mechanische spanningen inderdaad voldoende invloed hebben op de waargenomen effecten, is het prisma belast (loodrecht op het vlak van inval) met een massa van 1,6 kg. Zie fig. 4.21 voor het effect dat dit heeft.



Figuur 4.21: Effect van een mechanische spanning op de grootheden (a)  $\psi$  en (b)  $\Delta$  van het KRS-5 prisma als functie van het golfgetal. Bij elke grafiek staat het metingnummer, de tijd tussen twee metingen is 11 min.. Na meting 0 is de spanning aangebracht en na meting 4 verwijderd.

Het opvallendste resultaat is dat de betrekkelijk kleine druk een zeer duidelijk waarneembare invloed heeft. Het tweede opvallende verschijnsel is dat er een duidelijk tijdseffect te zien is: Kennelijk vindt er een relaxatie plaats. De richting waarin  $\Delta$  veranderd is in overeenstemming met de

temperatuurseffecten. Immers, de spanning is nu aangelegd loodrecht op het vlak van inval en de spanning bij een temperatuurstijging is evenwijdig aan het vlak van inval, dus de veranderingen die optreden worden in de tegenovergestelde richting verwacht. Door de drie goudspiegels echter is de totale fasesprong in de compensator  $630^\circ$  (en is het vlak van inval de langzame as, zie hoofdstuk 3). Een toename in  $\psi_{KRS-5}$  zal zich dus uiten als een afname van  $\psi_c$ . De veranderingen in  $\psi$  zijn een stuk kleiner dan de veranderingen in  $\Delta$  maar niet verwaarloosbaar. De oorzaak hiervan is niet duidelijk. De genoemde dubbele breking heeft maar een miniem effect op  $\psi$ .

Er kan dus geconcludeerd worden dat de fluctuatie van de compensatoreigenschappen veroorzaakt wordt door mechanische spanningen, die het gevolg zijn van temperatuursveranderingen.

Ten aanzien van het ontwerp van de compensator kan nog opgemerkt worden dat de asymmetrie in het KRS-5 prisma niet noodzakelijk is. De meervoudige reflecties hebben pas invloed bij metingen met hogere resolutie (zie appendix G). Een symmetrisch (d.w.z. met loodrechte inval op de beide lucht/KRS-5 grenslagen) prisma vereenvoudigt de uitlijning, omdat zichtbaar licht dan exact dezelfde stralengang heeft als het infrarode licht.

## 4.5 Roterende Compensator Roterende Analysator vaste analysator Ellipsometrie

Om toch met deze compensator te kunnen meten is de techniek van RCRAE onderzocht.

### 4.5.1 Vergelijking contra- en coroterende RCRAE

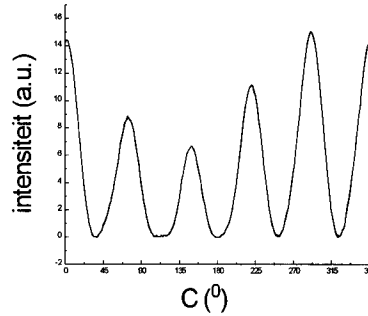
Zoals aangestipt in paragraaf 2.6.2 zijn er twee voor de hand liggende keuzen voor de analysatorfrequentie en wel  $\omega_A = -3\omega_C/2$  en  $\omega_A = 5\omega_C/2$ . De frequenties waarop de verschillende Fouriercoëfficiënten terecht komen staan in tabel 4.2.

Tabel 4.2: Reële frequenties waarop de Fouriercoëfficiënten terecht komen.

Fouriercoëfficiënt	Tegengesteld $*\omega_C$	Meedraaiend $*\omega_C$
2A	-3	5
2C	2	2
4A	-6	10
4C	4	4
2C-2A	5	-3
2C+2A	1	7
4C-2A	7	1
2C-4A	8	-8
4C-4A	10	-6

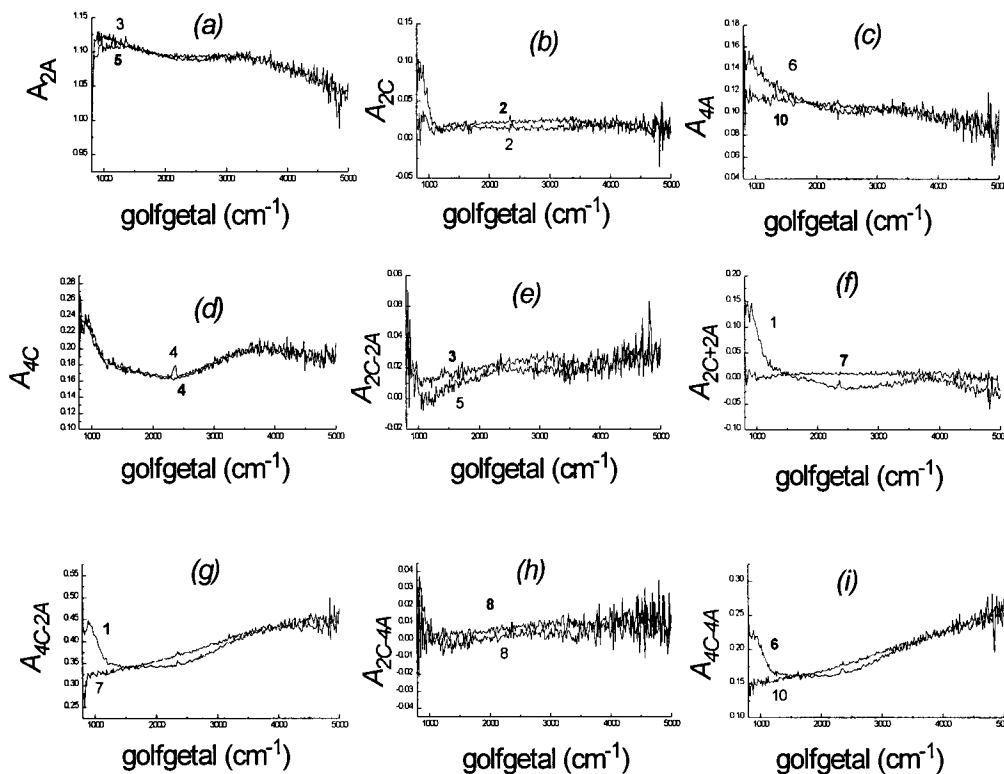
Om te beginnen zijn twee metingen gedaan met deze twee verschillende manieren. De compensator is steeds met  $3^\circ$  verdraaid (en de analysator dus met  $-4,5^\circ$  resp.  $7,5^\circ$ ) en er zijn 20 scans per positie genomen. De roterende analysator was een BaF en de vaste analysator een KRS-5 dubbele wiregrid.

Ter illustratie is in fig. 4.22 het detectorsignaal bij een golfgetal van  $2000\text{ cm}^{-1}$  weergegeven, samen met een kromme, die opgebouwd is uit de Fouriercoëfficiënten.



*Figuur 4.22: Detectorsignaal en daaruit gefilterde Fouriersynthese (opgebouwd uit de Fouriercoëfficiënten) uitgezet tegen de positie van de compensator bij  $2000\text{ cm}^{-1}$ , voor een coroterende RCRAE. De heen- en terugwaartse rotatie zijn al gecombineerd.*

De polarisatietoestand van het opvallende licht wordt opgelegd door een enkele BaF wiregrid polarisator, die vóór het analyserend gedeelte is geplaatst. Hoewel de frequenties anders zijn, moeten de verschillende Fouriercoëfficiënten natuurlijk gelijk zijn in beide gevallen, zie fig. 4.23. In deze figuur zijn alleen de cosinuscoëfficiënten gegeven, de sinuscoëfficiënten leveren hetzelfde beeld op en zijn daarom weggelaten.



*Figuur 4.22: Fouriercosinuscoëfficiënten bij de twee mogelijke analysatorfrequenties  $\omega_A = -3\omega_C/2$  (dun) en  $\omega_A = 5\omega_C/2$  (vet) als functie van het golfgetal. Bij elke grafiek staat genoteerd op welke frequentie de bewuste Fouriercoëfficiënt terecht komt (t.o.v.  $\omega_C$ ).*

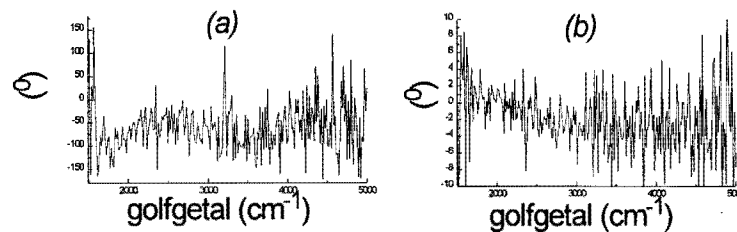
Uit de figuur is niet direct een voorkeur te bepalen voor contra- danwel coroterend, maar het geeft wel een beeld van de grootte van enige verstoringen op de Fouriercoëfficiënten. Opvallend is hierbij het paar  $1\omega_C - 7\omega_C$  in fig. 4.23f en 4.23g. Worden beide figuren met elkaar vergeleken, dan blijkt dat de vorm van de frequentie  $\omega_C$  hetzelfde is, wat erop zou kunnen duiden dat hier een verstoring optreedt

die niet afhangt van de Fouriercoëfficiënt (in dit geval  $A_{2C+2A}$  en  $A_{4C-2A}$ ), maar van de frequentie waarop deze terecht komt ( $1\omega_C$  of  $7\omega_C$ ). Eenzelfde conclusie volgt uit nadere beschouwing van het paar  $6\omega_C-10\omega_C$  (in fig. 4.23c en 4.23i). De vorm van frequentie  $6\omega_C$  is in beide gevallen (co- en contraroterend) dezelfde. Over het paar  $3\omega_C-5\omega_C$  kan een dergelijke conclusie niet getrokken worden.

Door de constructie van de compensator (zonder instelmogelijkheden) is het onvermijdelijk dat de uitredende bundel een beetje meebeweegt als de compensator draait. Er zal dus een verstoring optreden en wel een met een  $\omega_C$  frequentie. Zoals betoogd wordt in appendix F, zal de eerste Fouriercoëfficiënt daar de meeste last van hebben en de tiende de minste. Aangezien de compensatoreigenschap  $x_c$  voornamelijk bepaald wordt uit de  $2A+2C$  component (en omdat  $x_c$  meestal klein is), is dit samen met bovenstaande redenering over de structuren van de verschillende coëfficiënten een argument voor het meedraaiende (ofwel coroterende) geval. Er is voor gekozen om de rest van de metingen met een meedraaiende analysator te doen.

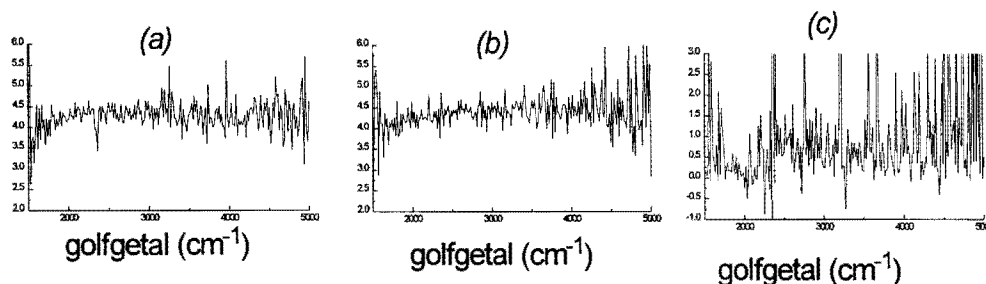
## 4.5.2 Een uitgewerkte RCRAE meting

Van een meting van het meedraaiende geval zijn alle consistentiecontroles uitgerekend en alle systeem- en bundelparameters bepaald. Om te beginnen zijn de amplituderelaties zoals volgen uit vgl. (2.88) uitgerekend, zie fig. 4.24.



Figuur 4.24: Faserelaties van een RCRAE, (a) de faserelatie  $(\phi_{4A} + \phi_{4C} - 2\phi_{2C+2A})$  moet  $0^\circ$  of  $180^\circ$  zijn afhankelijk van het teken van  $x_c$ , (b) de faserelatie  $(\phi_{4C} + \phi_{4C-4A} - 2\phi_{4C-2A})$  moet  $0^\circ$  zijn.

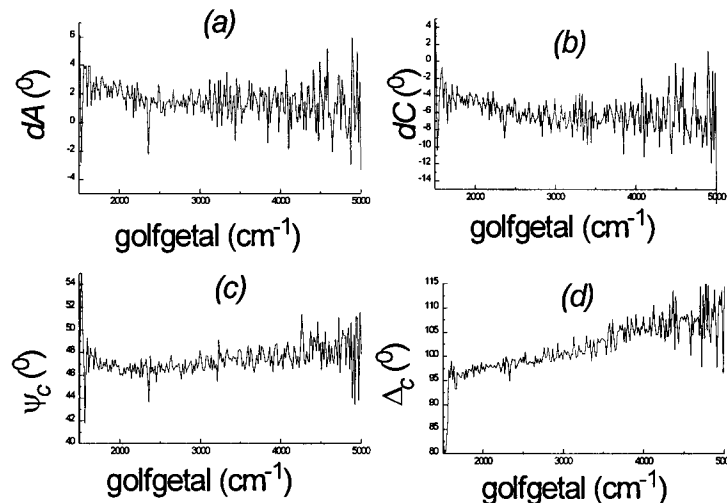
De eerste faserelatie gaat niet op, wat mogelijkkerwijs komt doordat de 7<sup>e</sup> Fouriercoëfficiënt ( $2C+2A$ ) zeer klein is (want evenredig met  $x_c$ ) en dus een minder welbepaalde fase heeft. De tweede faserelatie gaat goed op en schommelt tussen de  $+1^\circ$  en  $-3^\circ$ , afgezien van ruis. Vervolgens zijn de amplitudidentiteiten zoals volgen uit vgl. (2.93) volgen uitgerekend, deze staan weergegeven in fig. 4.25.



Figuur 4.25: Consistentie van een RCRAE meting, (a) de amplituderelatie  $M_{4C}^2 / M_{4C-2A}^2$ , deze moet vier zijn, (b) de amplituderelatie  $M_{4C-4A}^2 / M_{4C-2A}^2$  die ook vier moet zijn, (c) de amplituderelatie  $(M_{2C-4A}^2 + \frac{1}{3}(M_{2C}^2 - M_{2C-2A}^2)) / M_{2C+2A}^2$  moet één zijn, uitgezet tegen het golfgetal.

Nadere beschouwing van deze figuur leert dat de amplituderelaties redelijk opgaan (een fout van minder dan 10%), maar dat van een goede overeenkomst geen sprake is. Er kan niet uit afgeleid worden welke Fouriercoëfficiënten behept zijn met fouten, zodat deze buiten beschouwing kunnen blijven, bij de berekening van de onbekenden. De derde amplituderelatie heeft gemiddeld een fout van 30%, met een grote ruis. Het is niet verwonderlijk dat de eerste en tweede relaties beter opgaan dan de derde, omdat bij de derde in essentie het quotiënt van twee hele kleine getallen uitstaat.

De systeemparameters staan in fig. 4.26. Hierbij is voor iedere golflengte elke grootte uitgerekend, dus zonder te verrekenen dat alle reële (d.w.z. fysieke) hoeken natuurlijk niet van de golflengte af kunnen hangen.

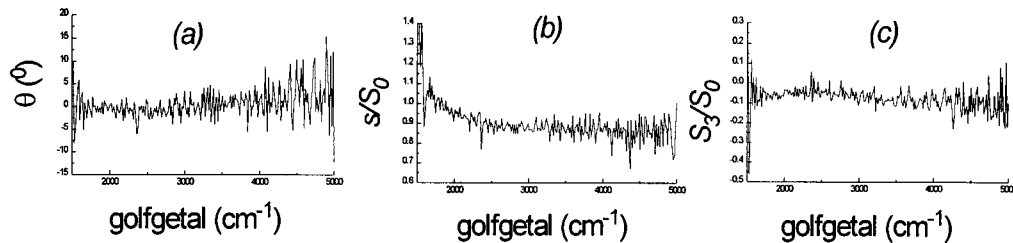


*Figuur 4.26: De systeemparameters berekend uit een RCRAE meting als functie van het golfgetal, (a)  $dA$  de roterende analysator fouthoek moet  $1,1^\circ$  zijn, (b)  $dC$  de compensatorfouthoek, deze moet klein zijn wegens de grove uitlijning van de compensator vóór de meting, (c)  $\psi_c$  en (d)  $\Delta_c$ . De beide fouthoeken zijn berekend t.o.v. de azimuth van de vaste analysator.*

De hoek  $dA$  is goed bepaald en is ook binnen  $2^\circ$  golflengteonafhankelijk (verschil tussen extremen in  $dA$ ). De compensator fouthoek  $dC$  is niet van tevoren bepaald, maar moet wel redelijk klein zijn (absoluut minder dan  $10^\circ$ ) omdat de positie van de snelle as ongeveer bekend is. De golflengteafhankelijkheid is beter dan  $3^\circ$ . De waarden voor de compensatoreigenschappen zijn in overeenstemming met eerdere bepalingen hiervan. Een exacte vergelijking heeft geen zin, want deze eigenschappen zijn niet constant.

De Stokes parameters (of eigenlijk, de grootheden die de Stokes parameters bepalen), staan in fig. 4.27.



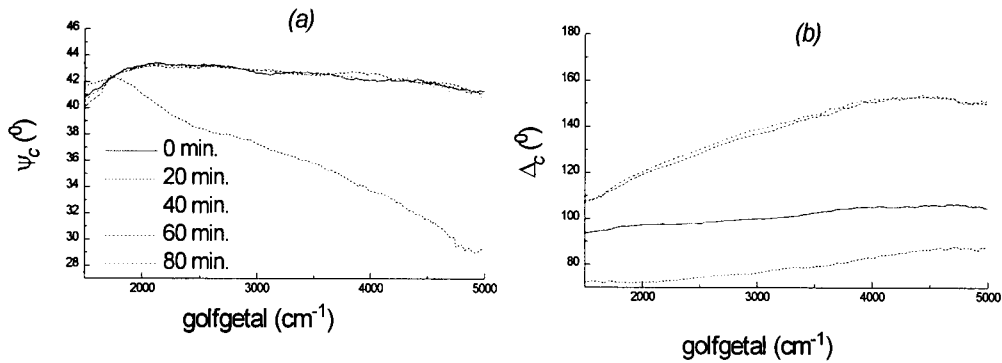


*Figuur 4.27: De grootheden die de invallende bundel karakteriseren als functie van het golfgetal, (a) de azimuth  $\theta$  van de intredende bundel, (b) het lineaire gepolariseerde deel  $s/S_0$  en (c) het circulair gepolariseerde deel  $S_3/S_0$ . Deze laatste grootheid kan eigenlijk niet uitgerekend worden, omdat soms de wortel van een negatief getal moet worden genomen. In plaats hiervan staat uitgezet de wortel uit de absolute waarde (van dat negatieve getal), met behoud van teken. Daar waar in de figuur  $S_3/S_0$  positief is, is een reële waarde gevonden en waar  $S_3/S_0$  negatief is niet.*

De parameters die de Stokes vector bepalen zijn in redelijke overeenstemming met de verwachte waarden. De azimuth dient ook golflengteonafhankelijk te zijn, vanwege de polarisator vóór het analyserend gedeelte. Dit is tot op  $2^\circ$  het geval en de gemiddelde waarde komt goed overeen met de verwachte waarde ( $0^\circ$ ). Bij een enkele wiregrid ( $\alpha=0,01$ ) mag een lineaire component van 98% verwacht worden en geen circulaire component. De berekening van deze circulaire component blijkt niet altijd mogelijk te zijn, omdat hierbij soms de wortel uit een negatief getal genomen moet worden.

### 4.5.3 Verloop in compensatoreigenschappen

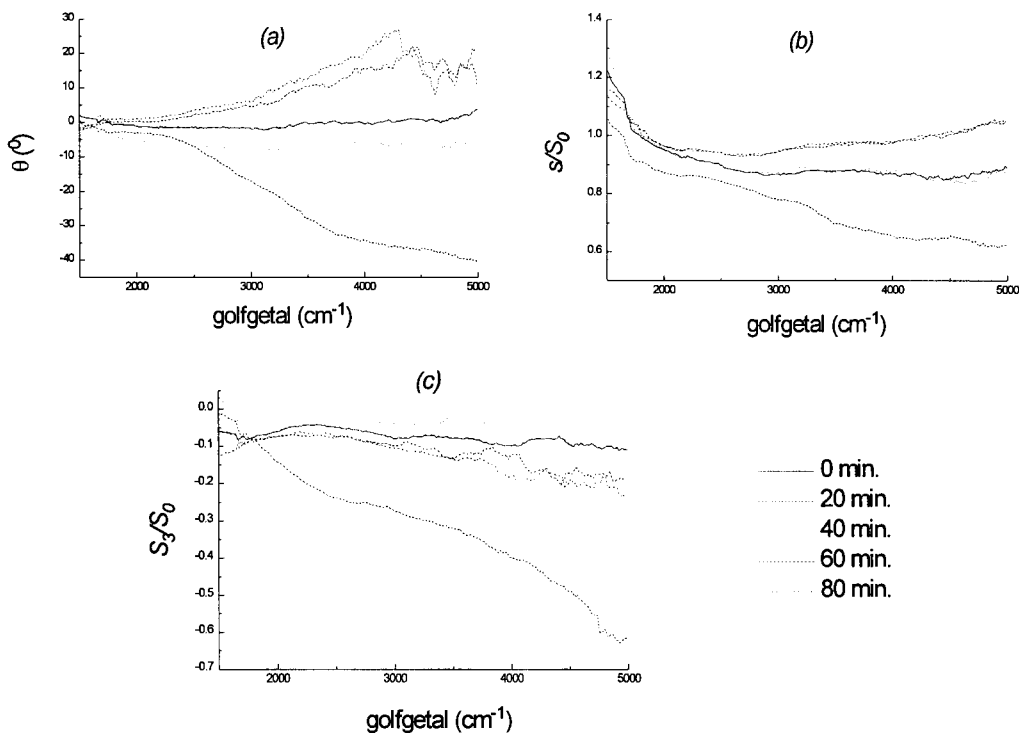
Ook in de RCRAE configuratie is gekeken naar het effect dat een warme luchtstroom heeft op het gedrag van de ellipsometer. Hierbij zijn de gebruikte analysatoren van het Rochontype. De compensator is met stappen van  $3^\circ$  gedraaid en de bundeldivergentie is 3 mrad. Er is een meting zonder föhn gedaan, waarna de föhn op de compensator gericht is en er nog 4 metingen zijn gedaan. Om van elke meting alle amplitude- en faserelaties te geven zou niet overzichtelijk zijn, daarom is er voor gekozen om alleen de compensatoreigenschappen en de Stokes parameters te volgen. De compensatoreigenschappen staan weergegeven in fig. 4.28. In deze figuur is bij de berekening alleen de absolute waarde van  $x_c$  gebruikt, daar het teken zoals volgt uit de diverse fases zeer vaak wisselt (als functie van het golfgetal). Omdat dit niet waarschijnlijk is, is vastgehouden aan de reeds eerder gemelde aanname (zie hoofdstuk 3) dat  $\psi_c$  kleiner is dan  $45^\circ$  en dus dat  $x_c$  positief is. Voor de berekening van de bundelparameters maakt dit niets uit.



Figuur 4.28: De compensatoreigenschappen in een meetserie zonder en met warme lucht, (a)  $\psi_c$  en (b)  $\Delta_c$  als functie van het golfgetal. Elk meetpunt is met de tien nevenliggende punten gemiddeld. Op  $t=0$  min. is de föhn uit, op  $t=20$  min. is de eerste meting met föhn voltooid. De rest van de tijd heeft de föhn aangestaan.

Uit fig. 4.28 blijkt dat de gevonden compensatoreigenschappen gevoelig zijn voor de warme luchtstroom. Evenals bij de RCE calibratie blijkt  $\psi_c$  nauwelijks te veranderen en  $\Delta_c$  heel duidelijk. De verandering is in redelijke overeenstemming met die zoals gevonden in paragraaf 4.1.2.

De parameters die de inkomende bundel bepalen staan in fig. 4.29. De azimut  $\theta$  van de inkomende Stokes vector laat vooral bij de hogere golfgetallen een afwijking van  $25^\circ$  zien. In het verre IR (kleinere golfgetallen) blijft de variatie beperkt tot een paar graden. De lineaire component  $s/S_0$  blijft redelijk gelijk maar ligt bij de hogere golfgetallen 10% hoger.



Figuur 4.29: Parameters van de inkomende bundel (a) de azimut  $\theta$  t.o.v. de vaste analysator, (b) de lineaire component  $s/S_0$ , deze moet altijd kleiner zijn dan 1, (c) de circulaire component  $S_3/S_0$ . Elk meetpunt is met de tien nevenliggende punten gemiddeld.

De circulaire component  $S_3/S_0$  wordt niet echt duidelijk beïnvloed. Wel duidt het toenemen van de fluctuaties erop dat deze grootheid slechter te bepalen wordt. Ook hier betekent een negatieve waarde dat eigenlijk de wortel uit een negatief getal genomen moet worden.

#### **4.6 Discussie resultaten RCRAE**

Uit paragraaf 4.5.2 blijkt dat de RCRAE goede waarden aflevert voor de compensatoreigenschappen en de hoeken waaronder de compensator en analysator staan. De grootte van de Stokes parameters wordt minder goed bepaald. De consistentiecontroles gaan redelijk op. Ook de grote verandering van de compensatoreigenschappen als gevolg van een temperatuursverandering lijken goed te worden gevolgd. Dat de inkomende bundel niet meer goed wordt bepaald is te verwachten, omdat de compensator dan (in sommige spectrale gebieden) meer een  $\lambda/2$ - dan een  $\lambda/4$ -plaatje wordt. In dat geval wordt de compensatoreigenschap  $y_c$  ongeveer één, en  $z_c$  ongeveer nul. Een aantal Fouriercoëfficiënten (met een factor  $(1 - y_c)$ ) wordt dan zeer klein en de bijbehorende fases zijn dan niet meer welbepaald. De circulaire component is ook niet meer te bepalen bij  $z_c=0$ , omdat  $S_3$  overal voorkomt in combinatie met  $z_c$ .

Het voordeel van de methode RCRAE, namelijk dat er meerdere parameters op verschillende wijzen bepaald kunnen worden, lijkt ook een nadeel. Dit is slechts schijn, want de meetwaarden geven zelf een maat van de betrouwbaarheid. Een consistentiecontrole die niet opgaat geeft te denken over de uiteindelijk gemeten grootheden. Maar het enige dat dit wil zeggen dat de beschrijving van de gehele ellipsometer niet in overeenstemming is met de werkelijkheid. Dit suggereert dat de beschrijving van de eenvoudigere ellipsometers zoals RAE en RCE ook niet geheel correct is (zie ook de verschillen in de hoeken  $dC_2$  en  $dC_4$  bij de calibratie van de RCE). Omdat deze laatste methoden geen intrinsieke controle mogelijkheden bieden, lijken ze automatisch betrouwbaarder. Dit laatste omdat ze niet met zichzelf in tegenspraak kunnen zijn.

Een ander effect dat de methode RCRAE parten speelt, is dat de grootte van het signaal op zijn best even groot is als bij RAE. Als met hetzelfde aantal fotonen 18 Fouriercoëfficiënten (en zeven onbekenden) bepaald moeten worden i.p.v. twee Fouriercoëfficiënten (en 2 onbekenden), dan wordt de nauwkeurigheid overeenkomstig minder.

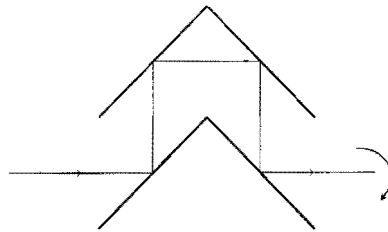
Zoals gezegd wordt er bij RCRAE ook gemeten op de frequentie waarmee de compensator ronddraait en deze frequentie is dan hoogstwaarschijnlijk vervuult door een afwijking in de bundelrichting, zeker als bekend is dat deze compensator iedere frequentie een iets andere afbuiging geeft.

Een ander aandachtspunt is het gebruik van de dubbele wiregrid polarisator. Als de beide delen van deze combinatie niet goed uitgelijnd zijn t.o.v. elkaar, kan deze bij RCRAE niet gebruikt worden als roterende analysator. De tandem polarisator is dan geen lineaire polarisator meer. De eerste polarisator bepaald dan de polarisatietoestand die geselecteerd wordt en de tweede de polarisatietoestand die doorgelaten wordt. In het geval van RAE en RCE leidt een dergelijke uitlijnfout niet tot een verslechtering van de ellipsometer. Dit komt omdat in beide gevallen de polarisatietoestand van het licht dat op de polarisator valt er niet toe doet, en de polarisatietoestand van het licht dat de analysator verlaat ook niet. Bij de roterende analysator in RCRAE doen beide (opvallende en doorgelaten) polarisatietoestanden er toe. Daarom dient het gebruik ervan vermeden te worden.

## 5. Conclusies en aanbevelingen

De belangrijkste conclusie is dat de compensator in zijn huidige vorm niet te gebruiken is. Er is aangetoond dat er in het KRS-5 prisma dubbele breking plaatsvindt onder invloed van mechanische spanningen. Deze spanningen worden veroorzaakt door de verschillen in de uitzettingscoëfficiënten van het frame van de compensator en het KRS-5 prisma. Ook temperatuursgradiënten veroorzaken spanningen in het prisma. Deze spanningen kunnen verminderd worden door een ander soort ophanging van het prisma in de compensator. Door het prisma met veren vast te klemmen i.p.v. met een schroefklem zou dit verbeterd kunnen worden. De bewegingsvrijheid van het prisma moet wel minimaal zijn i.v.m. de rotatie die moet plaatsvinden. De mechanische spanningen zullen zo kleiner zijn, maar temperatuursgradiënten in het prisma zullen dubbele breking blijven veroorzaken. Eventueel kan een zeer nauwkeurige temperatuursbeheersing uitkomst brengen.

Waarschijnlijker dan een aanpassing van het oude ontwerp is het opnieuw ontwerpen van de compensator. Een voor de hand liggend principe is dat van de reflectie aan een substraat met een dunne laag erop. Vier van zulke reflecties samen zorgen weer voor colineariteit van de uittrekkende met de invallende bundel, zie fig. 5.1.



*Figuur 5.1: Schets van een ander type compensator waarbij vier reflecties onder een hoek van  $45^\circ$  gezamenlijk de retardatie veroorzaken.*

Dit type compensator is in de literatuur bekend, maar is nog niet toegepast in een roterende compensator. Een voordeel van dit ontwerp is dat de hele compensatorconstructie kleiner en eenvoudiger is, bij dezelfde bundeldiameter. Nadeel van dit type compensator is dat de retardatie veel meer golflengteafhankelijk is dan bij het huidige ontwerp. De gemiddelde retardatie bij elke reflectie moet bij voorkeur  $22,5^\circ + n \cdot 45^\circ$  zijn (met  $n$  een geheel getal), dit geeft precies  $90^\circ$  retardatie. Per reflectie mag niet meer dan  $22,5^\circ$  hiervan afgeweken worden, omdat dan een totale retardatie van  $180^\circ$  overblijft. Met een goudspiegel met een laag erop is een gemiddelde retardatie van  $157,5^\circ$  het eenvoudigst haalbaar. In een later stadium is het misschien mogelijk om de golflengteafhankelijke retardatie van de verschillende reflecties zo op elkaar af te stemmen dat de totale retardatie minder golflengteafhankelijk is.

Ten aanzien van de meettechniek RCRAE is aangetoond dat het principe werkt. De omstandigheden waaronder zij is onderzocht zijn verre van ideaal (namelijk met een compensator waarvan inmiddels bekend is dat hij niet voldeed). Het verdient aanbeveling om eerst met een RCRAE opstelling met een stabiele componenten deze techniek verder te ontwikkelen voordat een definitief oordeel geveld wordt. Een aanzienlijk winst kan nog behaald worden door de in dit verslag gegeven vergelijkingen numeriek zo goed mogelijk simultaan op te lossen.

## Referenties

- [1] G.M.W. Kroesen, "Ellipsometrie", Colledictaat behorende bij het vak ellipsometrie 3P200, Technische Universiteit Eindhoven (1996).
- [2] J.H.W.G. den Boer, "Spectroscopic Infrared Ellipsometry: Components, Calibration, and Application", Proefschrift Technische Universiteit Eindhoven (1995).
- [3] H.R.M.van Greevenbroek, "Bepaling compensatoreigenschappen", Scriptie t.b.v. het vak ellipsometrie 3P200 (1997).
- [4] D.E. Aspnes and P.S. Hauge, "Rotating-compensator/analyzer fixed analyzer ellipsometer: Analysis and comparison to other automatic ellipsometers", *J. Opt. Soc. Am.* **66**, 949-954 (1976).
- [5] W.S. Rodney and I.H. Malitson, "Refraction and Dispersion of Thallium Bromide Iodide", *J. Opt. Soc. Am.* **46**, 956-961 (1956).
- [6] G. van Og, "Onderzoek aan een spectroscopische rotating compensator ellipsometer", Stageverslag Technische Universiteit Eindhoven VDF-NG/95-3 (1995).
- [7] R.M.A. Azzam and N.M. Bashara, "Ellipsometry and polarized light", North Holland, Amsterdam (1979).
- [8] M. Born en E. Wolf, "Principles of Optics", Pergamon Press, New York (1964).
- [9] F. Reitmayer and H. Schroeder, "Effect of Temperature Gradients on the Wave Aberration in Athermal Optical Glasses", *Appl. Opt.* **14**, 716-720 (1975).
- [10] D.S. Kliger, J.W. Lewis, and C.E. Randall, "Polarized light in Optics and Spectroscopy", Academic Press, London (1990).

## Appendix A. Afleiding Muellermatrix van een reflectie

De complexe amplituden van de beide componenten van het elektrische veld, vóór de reflectie worden gegeven door:

$$\begin{aligned} E_{x,i} &= \tilde{E}_x(t) e^{j\delta_x(t)}, \\ E_{y,i} &= \tilde{E}_y(t) e^{j\delta_y(t)}, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

waarbij de  $x$ -component in het vlak van inval ligt en de  $y$ -component loodrecht erop. De Stokes parameters van de ingaande bundel worden dan gegeven door:

$$\begin{aligned} S_0 &= \langle \tilde{E}_x^2(t) \rangle + \langle \tilde{E}_y^2(t) \rangle, \\ S_1 &= \langle \tilde{E}_x^2(t) \rangle - \langle \tilde{E}_y^2(t) \rangle, \\ S_2 &= 2 \langle \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y(t) \cos(\delta_y(t) - \delta_x(t)) \rangle, \\ S_3 &= 2 \langle \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y(t) \sin(\delta_y(t) - \delta_x(t)) \rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Met behulp van de ellipsometrische hoeken  $\psi$  en  $\Delta$  kan voor het gereflecteerde veld worden geschreven:

$$\begin{aligned} E_{x,f} &= \tilde{E}_{x,f}(t) e^{j\delta_{x,f}(t)} = k\sqrt{2} \sin \psi e^{j(\Delta/2+\phi)} \tilde{E}_x(t) e^{j\delta_x(t)}, \\ E_{y,f} &= \tilde{E}_{y,f}(t) e^{j\delta_{y,f}(t)} = k\sqrt{2} \cos \psi e^{j(-\Delta/2+\phi)} \tilde{E}_y(t) e^{j\delta_y(t)}, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

met  $k$  een maat voor de absolute amplitudetransmissie en  $\phi$  de over  $x$ -en  $y$ -richting gemiddelde absolute fasesprong. Voor ongepolariseerd licht en lineair gepolariseerd licht met een azimut van  $45^\circ$  wordt de absolute transmissiecoëfficiënt gegeven door  $k$ . Er geldt dus voor de amplitude en de fase van het elektrische veld van de gereflecteerde bundel:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{x,f}(t) &= k\sqrt{2} \sin \psi \tilde{E}_x(t), \\ \tilde{E}_{y,f}(t) &= k\sqrt{2} \cos \psi \tilde{E}_y(t), \\ \delta_{x,f}(t) &= \delta_x(t) + \frac{\Delta}{2} + \phi, \\ \delta_{y,f}(t) &= \delta_y(t) - \frac{\Delta}{2} + \phi. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Nu kunnen de Stokes parameters van de gereflecteerde bundel herschreven worden:

$$\begin{aligned} S_{0,f} &= \langle 2k^2 \sin^2 \psi \tilde{E}_x^2(t) \rangle + \langle 2k^2 \cos^2 \psi \tilde{E}_y^2(t) \rangle \\ &= 2k^2 \sin^2 \psi \langle \tilde{E}_x^2(t) \rangle + 2k^2 \cos^2 \psi \langle \tilde{E}_y^2(t) \rangle \\ &= 2k^2 \left\{ \sin^2 \psi \frac{1}{2} (S_0 + S_1) + \cos^2 \psi \frac{1}{2} (S_0 - S_1) \right\} \\ &= k^2 \left\{ S_0 + (\sin^2 \psi - \cos^2 \psi) S_1 \right\} \\ &= k^2 (S_0 - S_1 \cos 2\psi), \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned}
S_{1,f} &= \langle 2k^2 \sin^2 \psi \tilde{E}_x^2(t) \rangle - \langle 2k^2 \cos^2 \psi \tilde{E}_x^2(t) \rangle \\
&= 2k^2 \sin^2 \psi \langle \tilde{E}_x^2(t) \rangle - 2k^2 \cos^2 \psi \langle \tilde{E}_y^2(t) \rangle \\
&= 2k^2 \left\{ \sin^2 \psi \frac{1}{2} (S_0 + S_1) - \cos^2 \psi \frac{1}{2} (S_0 - S_1) \right\} \\
&= k^2 \left\{ S_1 + (\sin^2 \psi - \cos^2 \psi) S_0 \right\} \\
&= k^2 (-S_0 \cos 2\psi + S_1),
\end{aligned} \tag{A.6}$$

$$\begin{aligned}
S_{2,f} &= 2 \left\langle 2k^2 \sin \psi \cos \psi \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y(t) \cos \left( \delta_y(t) - \frac{\Delta}{2} + \phi - \left[ \delta_x(t) + \frac{\Delta}{2} + \phi \right] \right) \right\rangle \\
&= 2k^2 \sin 2\psi \left\langle \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y(t) \cos \left( \delta_y(t) - \delta_x(t) - \Delta \right) \right\rangle \\
&= 2k^2 \sin 2\psi \left\{ \cos \Delta \left\langle \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y(t) \cos \left( \delta_y(t) - \delta_x(t) \right) \right\rangle \right. \\
&\quad \left. + \sin \Delta \left\langle \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y(t) \sin \left( \delta_y(t) - \delta_x(t) \right) \right\rangle \right\} \\
&= k^2 (S_2 \sin 2\psi \cos \Delta + S_3 \sin 2\psi \sin \Delta),
\end{aligned} \tag{A.7}$$

$$\begin{aligned}
S_{3,f} &= 2 \left\langle 2k^2 \sin \psi \cos \psi \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y(t) \sin \left( \delta_y(t) - \frac{\Delta}{2} + \phi - \left[ \delta_x(t) + \frac{\Delta}{2} + \phi \right] \right) \right\rangle \\
&= 2k^2 \sin 2\psi \left\langle \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y(t) \sin \left( \delta_y(t) - \delta_x(t) - \Delta \right) \right\rangle \\
&= 2k^2 \sin 2\psi \left\{ \cos \Delta \left\langle \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y(t) \sin \left( \delta_y(t) - \delta_x(t) \right) \right\rangle \right. \\
&\quad \left. - \sin \Delta \left\langle \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y(t) \cos \left( \delta_y(t) - \delta_x(t) \right) \right\rangle \right\} \\
&= k^2 (-S_2 \sin 2\psi \sin \Delta + S_3 \sin 2\psi \cos \Delta).
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Dit resultaat kan ook in een matrix weergegeven worden:

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}_f = k^2 \begin{pmatrix} 1 & -\cos 2\psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\psi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\psi \cos \Delta & \sin 2\psi \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin 2\psi \sin \Delta & \sin 2\psi \cos \Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}_i, \tag{A.9}$$

en hiermee is dus de Muellermatrix van een reflectie aan een oppervlak met relatieve amplitudetransmissie  $\tan \psi$  en geïnduceerd faseverschil  $\Delta$  gevonden. De factor  $k^2$  kan weggelaten worden, omdat er geen absolute intensiteiten worden gemeten.

## Appendix B. Calibratie analysator

Startpunt bij de afleiding van vgl. (2.40) is vgl. (2.39):

$$\begin{aligned}
a' &= \cos 2dA + \left( \frac{\sin 2\psi \cos \Delta}{1 - \cos 2\psi} 2P \right) \sin 2dA, \\
b' &= -\sin 2dA + \left( \frac{\sin 2\psi \cos \Delta}{1 - \cos 2\psi} 2P \right) \cos 2dA.
\end{aligned}
\tag{2.39}$$

Voor de eenvoud wordt een hulpvariable  $x$  ingevoerd, wat bovenstaande vergelijkingen vereenvoudigt tot:

$$\begin{aligned}
a' &= \cos 2dA + x \sin 2dA, \\
b' &= -\sin 2dA + x \cos 2dA,
\end{aligned}
\tag{B.1}$$

met natuurlijk:

$$x = \frac{\sin 2\psi \cos \Delta}{1 - \cos 2\psi} 2P.
\tag{B.2}$$

Elimineren van  $x$  uit het stelsel van twee vergelijkingen levert:

$$\begin{aligned}
b' &= -\sin 2dA + \left( \frac{a' - \cos 2dA}{\sin 2dA} \right) \cos 2dA \\
\Leftrightarrow a' \cos 2dA - b' \sin 2dA &= 1 \\
\Leftrightarrow \sqrt{a'^2 + b'^2} \cos \left( 2dA + \arctan \frac{b'}{a'} \right) &= 1 \\
\Leftrightarrow 2dA + \arctan \frac{b'}{a'} &= \arccos \frac{1}{\sqrt{a'^2 + b'^2}} \\
\Leftrightarrow dA &= \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{\sqrt{a'^2 + b'^2}} - \frac{1}{2} \arctan \frac{b'}{a'}.
\end{aligned}
\tag{B.3}$$

Dit kan natuurlijk alleen als  $dA$  ongelijk is aan  $0^\circ$  of  $90^\circ$ , omdat anders geen sprake meer is van een onafhankelijk stelsel van twee vergelijkingen. Gelukkig blijkt dat als dit per ongeluk al het geval is, toepassing van de laatste vergelijking toch de juiste waarde voor  $dA$  (nul) oplevert. De Fouriercoëfficiënten worden dan:

$$a' = \pm 1, \quad b' = \pm x,
\tag{B.4}$$

wat oplevert:

$$dA = \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} - \frac{1}{2} \arctan x \approx \frac{1}{2} x - \frac{1}{2} x = 0,
\tag{B.5}$$

omdat geldt  $x \ll 1$ . Ook mag niet gelden dat  $\cos 2dA = 0$ , ofwel  $dA$  mag niet gelijk zijn aan  $\pm 45^\circ$ . In dat geval worden de Fouriercoëfficiënten gegeven door:

$$a' = \pm x, \quad b' = \mp 1,
\tag{B.6}$$

en wordt gevonden voor de fouthoek  $dA$ :

$$dA = \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{2} \arctan \frac{1}{x} \approx \frac{1}{2} x + \frac{1}{2} (-x \pm 90^\circ) = \pm 45^\circ.
\tag{B.7}$$



Hierbij is gebruik gemaakt van de goniometrische identiteit:

$$\frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2})}{\cos(\alpha - \frac{\pi}{2})} = \tan(-\alpha + \frac{\pi}{2}). \quad (\text{B.8})$$

Dus de gevonden uitdrukking voor de fouthoek  $dA$  is onder alle omstandigheden geldig als  $x \ll 1$ .

## Appendix C. Bepaling compensatoreigenschappen met lekkende polarisatoren

Als de polarisatoren bij de bepaling van de compensatoreigenschappen niet ideaal worden verondersteld, maar ook een bepaalde lek (gekaracteriseerd door de verzwakkingscoëfficiënt  $\alpha$ ) wordt meegenomen, dan zal dit natuurlijk zijn weerslag hebben op de gevonden waarden voor  $x_c, y_c$  en  $z_c$ . Voor een goede polarisator zal  $\alpha$  klein zijn. De Fouriercoëfficiënten worden in het geval van een rechtdoormeting ( $\psi=45^\circ$  en  $\Delta=0^\circ$ ) gegeven door:

$$\begin{aligned} A_0 &= (1 + \alpha)^2 + \frac{1}{2}(1 + y_c)(1 - \alpha)^2 \cos(2P - 2A), \\ A_2 &= x_c(1 - \alpha^2) \cos(P + A - 2dC) \cos(P - A), \\ B_2 &= x_c(1 - \alpha^2) \sin(P + A - 2dC) \cos(P - A), \\ A_4 &= \frac{1}{2}(1 - y_c)(1 - \alpha)^2 \cos(2P + 2A - 4dC), \\ B_4 &= \frac{1}{2}(1 - y_c)(1 - \alpha)^2 \sin(2P + 2A - 4dC), \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

als de attenuatiecoëfficiënt  $\alpha$  van de polarisator en analysator gelijk worden verondersteld. Uit deze Fouriercoëfficiënten volgt o.a. dat de compensatorfouthoek  $dC$  die gevonden wordt, niet wordt beïnvloed door de lekkende polarisatoren. Bij een polarisatorhoek  $P$  gelijk aan  $45^\circ$  en  $A$  gelijk aan  $0^\circ$  worden de Fouriercoëfficiënten van een RCE experiment in de rechtdoorstand gegeven door:

$$\begin{aligned} A_0 &= (1 + \alpha)^2, \\ A_2 &= x_c(1 - \alpha^2), \\ B_2 &= x_c(1 - \alpha^2), \\ A_4 &= 0, \\ B_4 &= \frac{1}{2}(1 - y_c)(1 - \alpha)^2, \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

waarbij de fouthoek  $dC$  ook nul verondersteld wordt, wat geen verschil maakt voor de nu volgende berekeningen (omdat alleen de amplitudes worden gebruikt). De waarde die zo wordt gevonden voor  $x_c$ , genaamd  $x'_c$  is dan:

$$x'_c = \frac{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}{A_0} = \frac{(1 - \alpha^2)x_c}{(1 + \alpha)^2} \approx (1 - 2\alpha)x_c, \quad (\text{C.3})$$

waarbij  $x_c$  de echte waarde voorstelt. De waarde die voor  $y_c$  gevonden wordt volgt uit:

$$1 - y_c' = \frac{2\sqrt{A_4^2 + B_4^2}}{A_0} = \frac{(1 - y_c)(1 - \alpha)^2}{(1 + \alpha)^2} \approx (1 - 4\alpha)(1 - y_c), \quad (\text{C.4})$$

dus:

$$y_c' \approx (1 - 4\alpha)y_c + 4\alpha. \quad (\text{C.5})$$

En dus geldt voor de waarde die voor  $z_c$  wordt gevonden:

$$\begin{aligned} z_c' &= \sqrt{1 - x_c'^2 - y_c'^2} \\ &= \sqrt{1 - x_c^2 + 4\alpha x_c^2 - 4\alpha^2 x_c^2 - y_c^2 + 8\alpha y_c^2 - 8y_c\alpha - 16y_c^2\alpha^2 + 32y_c\alpha^2 - 16\alpha^2} \\ &\approx \sqrt{1 - x_c^2 - y_c^2 + 4\alpha(-2y_c + x_c^2 + 2y_c^2)} \approx \sqrt{1 - x_c^2 - y_c^2 - 8\alpha y_c} \\ &= \sqrt{1 - x_c^2 - y_c^2} \sqrt{1 - \frac{8\alpha y_c}{1 - x_c^2 - y_c^2}} \approx z_c \left(1 - 4\alpha \frac{y_c}{z_c}\right) \approx z_c. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

De afschattingen zijn gedaan onder de aanname dat  $\alpha \ll 1$ ,  $y_c \ll 1$  en  $x_c \ll 1$ .

Bij een meting ( $P=45^\circ$  en  $A=0^\circ$ ) volgen de relevante Fouriercoëfficiënten uit:

$$\begin{aligned} A_2 &= x_c(1 - \alpha^2 - (1 + \alpha)^2 \cos 2\psi), \\ B_2 &= (1 - \alpha)^2 z_c \sin 2\psi \sin \Delta + x_c(1 - \alpha^2) \sin 2\psi \cos \Delta, \\ A_4 &= -\frac{1}{2}(1 - y_c)(1 - \alpha^2) \cos 2\psi, \\ B_4 &= \frac{1}{2}(1 - y_c)(1 - \alpha^2) \sin 2\psi \cos \Delta. \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

Als hieruit de hulpgrootheid  $X_I$  wordt berekend met de waarden van  $x_c$ ,  $y_c$  en  $z_c$  zoals gevonden bij een calibratie met dezelfde polarisatoren (dus met accenten) dan volgt hiervoor:

$$\begin{aligned} X_I' &= \frac{x_c'}{z_c'} \cdot \frac{B_4}{A_4} - \frac{1 - y_c'}{2z_c'} \cdot \frac{B_2}{A_2} \\ &= \frac{x_c'}{z_c'} \cdot \left( -\frac{(1 - \alpha)^2}{1 - \alpha^2} \tan 2\psi \cos \Delta \right) \\ &\quad + \frac{1 - y_c'}{2z_c'} \cdot \left( \frac{z_c(1 - \alpha)^2}{(1 - y_c)(1 - \alpha^2)} \tan 2\psi \sin \Delta + \frac{x_c}{1 - y_c} \tan 2\psi \cos \Delta \right) \\ &= \frac{1}{z_c'} \left\{ x_c \cdot \frac{1 - y_c'}{1 - y_c} - x_c' \cdot \frac{(1 - \alpha)^2}{1 - \alpha^2} \right\} \tan 2\psi \cos \Delta + \frac{1 - y_c'}{1 - y_c} \cdot \frac{z_c}{z_c'} \cdot \frac{(1 - \alpha)^2}{1 - \alpha^2} \tan 2\psi \sin \Delta \\ &\approx \frac{1}{z_c'} \left\{ x_c(1 - 4\alpha) - x_c(1 - 2\alpha)(1 - 2\alpha) \right\} \tan 2\psi \cos \Delta + (1 - 4\alpha)(1 - 2\alpha) \tan 2\psi \sin \Delta \\ &\approx (1 - 6\alpha) \tan 2\psi \sin \Delta. \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Voor de hulpvariabele  $X_2$  wordt gevonden:

$$X'_2 = -\frac{B_4}{A_4} = \frac{(1-\alpha)^2}{1-\alpha^2} \tan 2\psi \cos \Delta \approx (1-2\alpha) \tan 2\psi \cos \Delta. \quad (\text{C.9})$$

Dus kunnen de gevonden waarden (met accenten) voor  $X_1$  en  $X_2$  uitgedrukt worden in de theoretische waarden (de waarden die gevonden zouden worden met ideale polarisatoren en de correcte waarden voor de compensatoreigenschappen):

$$X'_1 = (1-6\alpha)X_1 \quad \text{en} \quad X'_2 = (1-2\alpha)X_2, \quad (\text{C.10})$$

wat voor de ellipsometrische hoeken oplevert:

$$\begin{aligned} \tan 2\psi' &= \sqrt{X_1'^2 + X_2'^2} \approx \sqrt{X_1^2 - 12\alpha X_1^2 + X_2^2 - 4X_2^2} \\ &= \sqrt{X_1^2 + X_2^2} \cdot \sqrt{1-4\alpha \left(1 + \frac{2X_1^2}{X_1^2 + X_2^2}\right)} \approx \tan 2\psi \left(1-2\alpha \left(1 + \frac{2 \tan^2 2\psi \sin^2 \Delta}{\tan^2 2\psi}\right)\right) \\ &= \tan 2\psi (1-2\alpha(2-\cos 2\Delta)), \\ \tan \Delta' &= \frac{X'_1}{X'_2} = \frac{1-6\alpha}{1-2\alpha} \cdot \frac{X_1}{X_2} = (1-4\alpha) \tan \Delta. \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

## Appendix D. Afleiding fase-calibratie voor RCE

Uit de definitie van de verschilfase in vgl (2.66) volgt dat de verschilfase gegeven wordt door:

$$\Phi = \arctan \frac{B_2(P)}{A_2(P)} - \arctan \frac{B_2(P+90^\circ)}{A_2(P+90^\circ)} = \arctan \frac{t}{n}, \quad (\text{D.1})$$

met

$$\begin{aligned} t &= B_2(P)A_2(P+90^\circ) - B_2(P+90^\circ)A_2(P), \\ n &= A_2(P)A_2(P+90^\circ) + B_2(P)B_2(P+90^\circ). \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Hierbij is gebruik gemaakt van de goniometrische identiteit:

$$\arctan \alpha - \arctan \beta = \arctan \frac{\alpha - \beta}{1 + \alpha\beta}. \quad (\text{D.3})$$

Uitschrijven van de teller  $t$  en noemer  $n$  van de breuk in vgl. (D.1) levert:

$$\begin{aligned}
t &= -2\sin 2\psi \cos 2\psi \sin 2P \cos \Delta \left\{ (x_c + \cos 2AC)^2 + y_c^2 (1 - \cos^2 2AC) \right\}, \\
n &= \left\{ \cos^2 2\psi - \cos^2 2P + \cos^2 \Delta (\cos^2 2P \cos^2 2\psi - \cos^2 2\psi - \sin^2 2P) \right\} \cdot \\
&\quad \left\{ (x_c + \cos 2AC)^2 + y_c^2 (1 - \cos^2 2AC) \right\} \\
&= \left\{ -(1 - \cos^2 2\psi) + (1 - \cos^2 2P) + \cos^2 \Delta (1 - \cos^2 2\psi)(1 - \sin^2 2P) \right\} \cdot \\
&\quad \left\{ (x_c + \cos 2AC)^2 + y_c^2 (1 - \cos^2 2AC) \right\} \\
&= (\sin^2 2\psi - \sin^2 2P + \cos^2 \Delta \sin^2 2\psi \sin^2 2P) \left\{ (x_c + \cos 2AC)^2 + y_c^2 (1 - \cos^2 2AC) \right\},
\end{aligned} \tag{D.4}$$

wat neerkomt op:

$$\Phi = \arctan \frac{2 \sin 2\psi \cos 2\psi \sin 2P \cos \Delta}{\sin^2 2\psi - (1 - \cos^2 \Delta \sin^2 2\psi) \sin^2 2P}. \tag{D.5}$$

Voorwaarde is natuurlijk wel dat de gemeenschappelijke factor in de teller  $t$  en de noemer  $n$  niet gelijk aan nul is:

$$(x_c + \cos 2AC)^2 + y_c^2 \sin^2 2AC \neq 0, \tag{D.6}$$

en dus blijkt dat als geldt:

$$\cos 2AC = -x_c \quad \wedge \quad (y_c = 0 \quad \vee \quad \sin 2AC = 0), \tag{D.7}$$

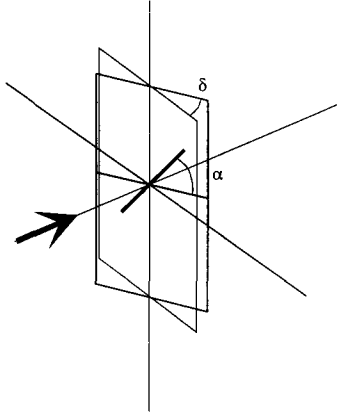
de bovenstaande fase-calibratie formule niet mag worden toegepast. Voor een reële compensator kan de laatste voorwaarde tussen haakjes nooit gelijktijdig gelden met de eerstgenoemde, daar dit impliceert dat  $\psi_c = 0^\circ$  of  $\psi_c = 90^\circ$ . Alleen als de compensator ideaal is (om precies te zijn, als  $y_c$  gelijk aan nul is), kan er dus een probleem ontstaan. Onder deze voorwaarden (dus de voorwaarden waarbij deze calibratie niet mag worden toegepast) werkt de combinatie van compensator en analysator als een circulaire polarisator, afgezien van het feit dat het doorgelaten licht lineair i.p.v. circulair gepolariseerd is. Aangezien de polarisatietoestand van het invallende licht niet verandert en de transmissie van een circulaire polarisator niet afhangt van de hoek waaronder deze staat, zijn de Fouriercoëfficiënten gelijk aan nul. Om zo ver mogelijk weg te blijven van deze kritieke grens kan, als ongeveer bekend is wat de waarde van  $x_c$  is en wat bij benadering de snelle as is van de compensator en de transmissieas van de analysator, de hoek  $AC$  zo gekozen worden dat

$$|x_c + \cos 2AC|, \tag{D.8}$$

zo groot mogelijk is.

## Appendix E. Uitlegfouten in roterend element

Stel dat het rotatievlak van een element niet exact loodrecht op de bundel staat (rotatie-as is niet parallel aan de bundel), dan wordt dat element niet juist beschreven met zijn gewone Muellermatrix, zie figuur E.1.



*Figuur E.1: Uitlijnfout door rotatie, de hoek die afgelezen wordt op de rotatietafel is  $\alpha$  en de fouthoek  $\delta$  de hoek tussen de optische as van het element en de bundel.*

Als de acceptantiehoek echter groter is dan de fouthoek, dan wordt alleen een fout gemaakt in de hoek (met bijvoorbeeld het vlak van inval) waarover het element geroteerd wordt. Als de fouthoek gegeven wordt door  $\delta$  en de hoek die het element (in het rotatievlak) met de verticaal maakt  $\alpha$ , dan is de projectie van deze hoek  $\alpha$  op het vlak loodrecht op de bundel  $\alpha'$ . Deze projectie wordt gegeven door:

$$\tan \alpha' = \frac{y'}{x} = \frac{y \cos \delta}{x} = \tan \alpha \cos \delta. \quad (\text{E.1})$$

Voor kleine fouthoeken  $\delta$  kan dit herschreven worden tot:

$$\alpha' = \arctan\left(\tan \alpha - \frac{1}{2} \delta^2 \tan \alpha\right). \quad (\text{E.2})$$

In eerste orde kan geschreven worden:

$$\arctan(x + h) = \arctan x + \frac{h}{1 + x^2}, \quad (\text{E.3})$$

en dus ook:

$$\alpha' = \alpha - \frac{\frac{1}{2} \delta^2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \alpha - \frac{1}{2} \delta^2 \sin \alpha \cos \alpha = \alpha - \frac{1}{4} \delta^2 \sin 2\alpha. \quad (\text{E.4})$$

Als een element geroteerd wordt, geeft dit dus aanleiding tot hogere orde Fouriercoëfficiënten. Ter illustratie is het effect gegeven op een term met een  $2\alpha$  afhankelijkheid:

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha' &= \cos\left(2\alpha - \frac{1}{2} \delta^2 \sin 2\alpha\right) \\ &= \cos 2\alpha \cos\left(\frac{1}{2} \delta^2 \sin 2\alpha\right) - \sin 2\alpha \sin\left(\frac{1}{2} \delta^2 \sin 2\alpha\right) \\ &= \cos 2\alpha \left(1 - \frac{1}{8} \delta^4 \sin^2 2\alpha\right) - \sin 2\alpha \frac{1}{2} \delta^2 \sin 2\alpha \\ &= \cos 2\alpha - \frac{1}{4} \delta^2 (1 - \cos 4\alpha) \\ &= -\frac{1}{4} \delta^2 + \cos 2\alpha + \frac{1}{4} \delta^2 \cos 4\alpha. \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

Er zal dus een verstoring optreden in het Fourierspectrum.

## Appendix F. Invloed meedraaiende bundel

Als een optische component de bundel niet exact rechtdoor laat, maar er een bepaalde afbuiging aan meegeeft, dan is de intensiteit die op de detector valt afhankelijk van de stand van die component. Dit hangt natuurlijk ook af van de grootte van de afwijking, de afbeelding op de detector en de grootte van het detectieoppervlak. De eenvoudigste aanname die gedaan kan worden is dat de intensiteit van de bundel en de intensiteit die op de detector valt het volgende verband hebben:

$$I_{\text{detector}} = (1 + k_a \cos \alpha + k_b \sin \alpha) \cdot I_{\text{bundel}}. \quad (\text{F.1})$$

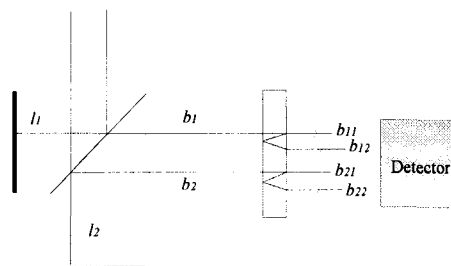
In het geval van een statisch (niet roterend) element doet dit verband er niet toe, omdat de verhoudingen tussen de Fouriercoëfficiënten hetzelfde blijven. Als het element roteert, dan introduceert deze uitlijnfout een mate van overspraak tussen de verschillende Fouriercoëfficiënten. Voor de Fouriercoëfficiënt van de orde  $n$  geeft dit:

$$\begin{aligned} & (1 + k_a \cos \alpha + k_b \sin \alpha) \cdot (A_n \cos n\alpha + B_n \sin n\alpha) = \\ & A_n \cos n\alpha + B_n \sin n\alpha + \frac{1}{2}(k_a A_n - k_b B_n) \cos((n+1)\alpha) + \frac{1}{2}(k_a B_n + k_b A_n) \sin((n+1)\alpha) \\ & + \frac{1}{2}(k_a A_n + k_b B_n) \sin((n+1)\alpha) + \frac{1}{2}(k_a B_n - k_b A_n) \sin((n-1)\alpha). \end{aligned} \quad (\text{F.2})$$

De naaste burens van een Fouriercoëfficiënt worden dus beïnvloed en deze invloed is evenredig met de grootte van de Fouriercoëfficiënt. Dit betekent dat een Fouriercoëfficiënt zonder naaste burens geen last zal hebben van deze verstoring en dat een Fouriercoëfficiënt die als naaste buur een grote coëfficiënt heeft, veel beïnvloed zal worden. In het bijzonder zal een Fouriercoëfficiënt zonder naaste burens geen last hebben van dit verschijnsel en de eerste Fouriercoëfficiënt veel, vanwege de nabijheid van de gemiddelde intensiteit  $A_0$ .

## Appendix G. Meervoudige reflectie

In een FTIR meetopstelling kunnen meervoudige reflecties een storende invloed hebben. Er zal hier op aanzienlijk versimpelde wijze ingegaan worden op het effect dat een meervoudige reflectie (bijvoorbeeld aan een detectorwindow) op het signaal zal hebben. Een schematisch overzicht van deze situatie staat weergegeven in figuur G.1.



*Figuur G.1: Schematische weergave van Fourier Transform spectrometer met een dubbele reflectie in de lichtweg.*

De afstand van de vaste spiegel tot de halfdoorlatende is  $l_1$  en die tot de lopende  $l_2$ . De twee lichtstralen die van de vaste en de lopende spiegel afkomen heten  $b_1$  respectievelijk  $b_2$ . De optische weglengte tussen de twee reflecterende oppervlakken is  $d$ . Zoals in figuur G.1 te zien is, ondergaan zowel  $b_1$  als  $b_2$  een gedeeltelijke reflectie. De ongereflecteerde bundel krijgt het extra subscript  $1$  en de meervoudig gereflecteerde bundel een extra  $2$ .

Voor de fase van de verschillende bundels na de spectrometer kan geschreven worden:

$$\phi_{b_1} = 0, \quad \phi_{b_2} = -\frac{2(l_2 - l_1)}{\lambda} \cdot 2\pi = -\frac{2\Delta l}{\lambda} \cdot 2\pi, \quad (\text{G.1})$$

de absolute fase is hier genegeerd. Uit deze formule valt af te leiden dat als  $\Delta l$  gelijk is aan nul, er voor elke golflengte constructieve interferentie optreedt. Dit is de zogenaamde centrale piek van het interferogram. Na de reflecties geldt:

$$\begin{aligned} \phi_{b_{11}} &= 0, \\ \phi_{b_{12}} &= -\frac{2d}{\lambda} \cdot 2\pi \\ \phi_{b_{21}} &= -\frac{2\Delta l}{\lambda} \cdot 2\pi, \\ \phi_{b_{22}} &= -\frac{2\Delta l}{\lambda} \cdot 2\pi - \frac{2d}{\lambda} \cdot 2\pi = -(\Delta l + d) \frac{2\pi}{\lambda}. \end{aligned} \quad (\text{G.2})$$

Ook hierbij is de absolute fase niet meegenomen en mag dus de fase van  $b_{11}$  gelijk aan nul worden gesteld. Uit vgl. (G.2) blijkt dat de reflectie een extra interferentiepatroon veroorzaakt. De bundels  $b_{12}$  en  $b_{21}$  hebben dezelfde fase, ongeacht de golflengte, als  $d$  gelijk is aan  $\Delta l$ . Er zal dus constructieve interferentie plaatsvinden. In het interferogram zal zich rond deze positie weer een verschoven "centrale" piek voordoen (een zgn. parasitair interferogram). Er zal overigens nog steeds een gewone centrale piek zijn als  $\Delta l$  nul is. Het parasitaire interferogram is over het algemeen veel kleiner (dan het echte) en dus zal alleen de centrale piek invloed hebben op het uiteindelijke spectrum. Het effect van een enkele piek in het interferogram zijn oscillaties in het spectrum. Door de lopende spiegel niet zover te laten lopen dat het parasitaire interferogram gezien zal worden, verdwijnen deze oscillaties. Bij hogere resolutie (grotere scanlengte) heeft de meervoudige reflectie dus wel effect. De lopende spiegel mag vrij dicht tot bij het parasitaire interferogram komen. In het geval van het KRS-5 prisma is de intensiteit van de van de tweevoudig gereflecteerde bundel 3% van de intensiteit van de niet-gereflecteerde bundel. De optische weglengte in het prisma is 10 cm, wat betekent dat bij een scanlengte van 10 cm het parasitaire interferogram gezien wordt. De huidige scanlengte is 0,05 cm (overeenkomend met een resolutie van  $20 \text{ cm}^{-1}$ ). De invloed van de dubbele reflectie kan dus verwaarloosd worden. Bovendien zijn lang voordat het parasitaire interferogram van het prisma gezien wordt de parasitaire interferogrammen van het detectorvenster, de lens en de polarisatoren te zien. De optische weglengte in elk van deze elementen is kleiner dan 1 cm.

## **Technologische aspecten**

De technologische aspecten van de in dit verslag behandelde materie zijn legio. Zoals eerder vermeld vinden bijna alle chemische reacties plaats aan het oppervlak. Een belangrijk voorbeeld hiervan is katalyse, een proces dat op de warme belangstelling van de industrie mag rekenen. Ook dunne lagen op een oppervlak zijn van groot belang. Voorbeelden hiervan zijn coatings ter vermindering van slijtage, of ter vermindering van reflecties. Derhalve is elke oppervlaktetechniek technologisch van belang. In het geval van ellipsometrie geldt ook nog dat de benodigde apparatuur verhoudingsgewijs eenvoudig is. Wanneer deze techniek verder ontwikkeld is, zal dit uiteindelijk resulteren in een ellipsometer die ook buiten het laboratorium zijn werk kan doen. De werking van een ellipsometer dient dan natuurlijk onberispelijk te zijn. In dit verslag is een aantal voorstellen gedaan voor de verbetering daarvan.