

MASTER

Analyse van de plaatafschuiftest

Schroen, J.H.M.G.

Award date:
1996

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Technische Universiteit Eindhoven

Faculteit Werktuigbouwkunde

Vakgroep Werktuigbouwkundige Produktietechnologie en Automatisering (WPA)

Analyse van de plaatafschuiftest.

J.H.M.G. Schroen

TUE - Afstudeerverslag

November 1993

WPA rapportnr.: 1617

Begeleiders: ir. S.M. Hoogenboom, W.P.A., T.U.E.

ir. K. Donkers, CFT-Philips, Metal forming group.

Samenvatting

Tot nu toe bestaan er voor het beproeven van plaatmaterialen twee algemeen gebruikte methoden: de trekproef en de bulge-test. Sinds enkele jaren bestaat echter nog een derde test: de plaatafschuiftest. Bij deze test wordt een stuk plaatmateriaal zodanig afgeschoven dat zuivere enkelvoudige afschuiving optreedt. Dit is eenvoudig om te schrijven naar een effectieve spanning - effectieve rek - relatie. De plaatafschuiftest beschrijft het materiaalgedrag tot bij veel hogere deformaties dan de andere twee materiaalproeven. Deze test is echter nog niet helemaal uitgewerkt. Met name het randeffect, dat zich aan de vrije uiteinden voordoet, is nog niet nader bekeken.

In dit verslag is de invloed en de aard van dit randeffect onderzocht en op welke manier het uitgefilterd kan worden. Dit is gebeurd aan de hand van een bovengrensanalyse, E.E.M.-berekeningen en experimenten.

Het bleek mogelijk het randeffect te elimineren met behulp van de resultaten van twee afschuifgebieden met verschillende lengte. Indien tevens de afschuiving in het zuivere enkelvoudige afschuifgebied wordt gemeten, kan eventuele slip in het afschuifapparaat worden gecorrigeerd. De effectieve rek die behaald werd, lag beduidend hoger dan bij de andere materiaaltesten. Het is nu mogelijk om met de plaatafschuiftest meer te weten te komen over het materiaalgedrag van plaatmateriaal of om de test te gebruiken als kwaliteitstest.

Eindstudieopdracht

Student: J.H.M.G. Schroen

Onderwerp: Analyse van de plaatafschuiftest.

Toelichting: Bij de plaatafschuiftest wordt het materiaal in een relatief groot deel van het proefstuk volgens enkelvoudige afschuiving gedefformeerd. Een voordeel van deze test, in vergelijking met de trekproef, is dat pas bij relatief grote deformaties insnoering optreedt aan de rand van het proefstuk. Verwacht wordt dat door toepassing van andere proefstukgeometrieën het begin van insnoering verder kan worden vertraagd. E.e.a. heeft tot gevolg dat bij de afschuiftest grotere deformaties kunnen worden bereikt dan bij de trekproef. M.n. bij materialen met een lage versterkingsexponent wordt daarmee het rekgebied waarover de meting plaatsvindt aanzienlijk vergroot. Deze test heeft echter ook randeffecten, die ervoor zorgen dat de deformatie niet homogeen verloopt over het gehele proefstuk. Deze randeffecten verdienen nog aandacht om tot een betere interpretatie van de meetresultaten te komen.

Omschrijving: Het bestuderen van het randeffect bij de afschuiftest voor diverse proefstukgeometrieën m.b.v. het bovengrenstheorema. Dit vergelijken met experimentele en E.E.M. gesimuleerde deformatiepatronen. De invloed van dit randeffect op de gemeten kracht-weg-kromme bekijken om zodoende een correctiefactor te kunnen introduceren.

Plaats en Datum: Eindhoven 1 april 1993

Voorwoord

Eind februari ben ik onder begeleiding van de heer Hoogenboom en de heer Donkers begonnen met mijn afstudeerwerk. Ik heb mijn opdracht aan de TUE uitgevoerd met ruime ondersteuning van het CFT van Philips. Tijdens deze periode is mij duidelijk geworden wat het beroep van werktuigbouwkundig ingenieur inhoudt. Gedurende de negen maanden van mijn afstuderen heb ik veel ondersteuning genoten. Hiervoor wil ik bij deze een aantal personen bedanken. Allereerst de heren Hoogenboom en Donkers voor hun goede begeleiding. De heer Brinkman van de UT voor de uitleg bij en het lenen van het afschuifapparaat. De heer Meershoek voor zijn hulp bij de eerste proeven. De heren Govaert en Boekholt van het polymeerlab voor het beschikbaar stellen van trekbanken. De heer Tran voor de E.E.M.-simulatie. En tenslotte de heren Rusch, van den Eijnde en Ter Morsche voor hun nuttige tips.

Inhoud

Samenvatting	i
Eindstudieopdracht	ii
Voorwoord	iii
Inhoud	iv
1 Inleiding	1
2 Modelleringen en analyse	2
2.1 Bovengrensanalyse	2
2.2 E.E.M.-berekening.	3
2.3 Eliminatie van het randeffect.	4
3 Experimenten	5
4 Resultaten en discussie	6
4.1 De Eindige Elementen Methode.	7
4.2 Het randeffect.	7
4.3 Slippen van de inklemming.	9
4.4 Het bepalen van de $\bar{\sigma}$ - $\bar{\epsilon}$ - krommen.	15
5 Conclusies en aanbevelingen	16
5.1 Aanbevelingen	16
5.2 Conclusies	17
6 Geraadpleegde literatuur	19
Symbolenlijst	21

1 Inleiding

Bij materiaalbeproevingen van plaatmateriaal worden in het algemeen twee testen toegepast. De alom bekende trekproef en de bulge-test. Bij de eerste heeft men te maken met lijnspanning, bij de tweede met twee-zijdige trekspanningen. Beiden overschrijden bij oplopende spanningen de grensvervormingskromme. Dit betekent dat de proeven bij een zekere deformatie c.q. spanning tot breuk leiden. Nu bestaat er echter ook nog een derde materiaaltest voor plaatmateriaal, nl. de plaatafschuiftest. Hierbij wordt een stuk plaatmateriaal zodanig ingeklemd dat een rechthoekig gebied ontstaat tussen de klemmen. Dit gebied wordt afgeschoven door de klemmen een relatieve verplaatsing t.o.v. elkaar te laten ondergaan. Bij deze test hebben we te maken met zuivere enkelvoudige afschuiving. Dit houdt in dat de twee hoofdspinningen even groot, doch tegengesteld zijn. Het gevolg hiervan is dat er grotere deformaties bereikt kunnen worden dan bij de trekproef en bulge-test. Ondanks dit voordeel wordt deze test nog niet veel gebruikt.

De eerste vermelding van deze proef gaat terug naar 1971. In dat jaar hebben Weeber en Goedhart [1,2] voor het eerst afschuifproeven gedaan. Hierna duurt het lang voordat een volgende vermelding van deze test gevonden wordt. In 1984 publiceert K. Miyauchi zijn afschuifapparaat en de eerste spanning - rek - krommen, die bepaald zijn met de plaatafschuifproef [3,4,5]. Later komen we in de verslagen van het 16^{de} IDDRG-congres een rapport tegen van enkele franse onderzoekers [6]. In de polymeertechnologie wordt deze test veel meer gebruikt. Het is raadzaam te kijken naar de ervaring die zij reeds hebben met deze test [7,8,9]. In 1991 heeft men aan de TUE het onderzoek weer opgepakt [10]. Een jaar later is ook het CFT van Philips begonnen met het bepalen van spanning - rek - krommen m.b.v. de afschuiftest [11].

In geen enkel van deze stukken is de invloed van de randeffecten op de afschuifcurven bekeken. Het wordt wel vermeld, maar verder buiten beschouwing gelaten. Eén van de eerste gedachten om het randeffect op te heffen, is om i.p.v. een rechthoekig afschuifgebied, een ringvormig gebied te nemen [12,13]. De afschuiving zal zich dan echter lokaal op de kleinste diameter voordoen. Dit is een nieuwe complicatie. Het blijft dus raadzaam om het randeffect nader te bekijken en na te gaan of de invloed

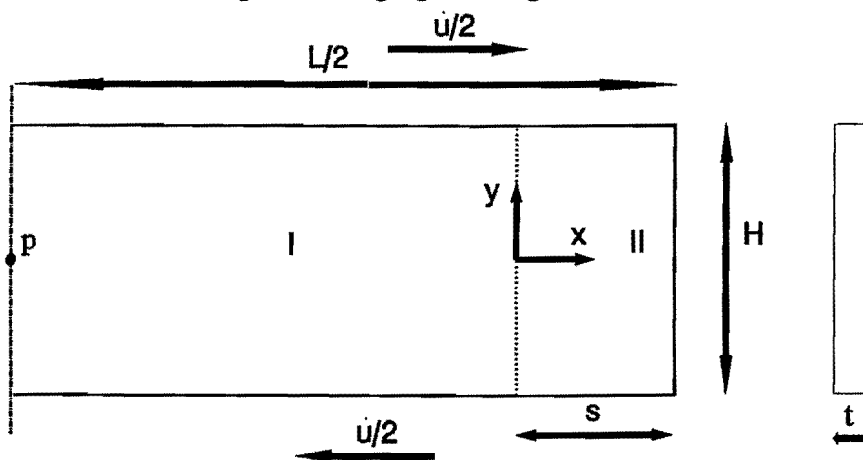
quantificeerbaar is of uitgefilterd kan worden.

In het vervolg van dit verslag wordt op drie manieren gekeken naar dit randeffect en de afschuiftest in het algemeen. Er wordt een bovengrensanalyse van het randeffect gemaakt en een eenvoudige E.E.M.-berekening uitgevoerd. Daarna zullen met enkele experimenten deze analyses geverifieerd worden en de problemen, die zich bij de test voordoen, in kaart gebracht en besproken worden.

2 Modelleringen en analyse

2.1 Bovengrensanalyse

Voor deze analyse is de helft van het afschuifgebied gemodelleerd, dit is toegestaan omdat het proces puntsymmetrisch is in het middelpunt (P). Als materiaalmodel is ideaal plastisch materiaalgedrag aangenomen. Verder is uitgegaan van een nog ongedeformeerd afschuifgebied. De modellering bestaat uit twee gebieden, die gescheiden zijn door een recht gammavlak loodrecht op de bewegingsrichting van de inklemranden (zie figuur 1).



Figuur 1 Configuratie van de snelheidsvelden.

In gebied I is zuivere enkelvoudige afschuiving aangenomen. In gebied II, het randgebied, is niets bekend van de aard van het snelheidsveld. Er is alleen bekend dat er vlakspanning heerst. Verder zijn er enkele randvoorwaarden aan de inklemranden. Er is aangenomen dat t.p.v. deze randen het materiaal alleen in de verplaatsingsrichting van de klemmen verplaatst. De snelheid is gelijk aan de snelheid van de klemmen. Via deze voorwaarden

en de aanname dat in gebied II een zekere mate van zuivere enkelvoudige afschuiving plaatsvindt, komt men tot het volgende snelheidsveld voor gebied II:

$$\dot{u}_x = (1 + \alpha y^{**} f(x^*)) (1 - y^{*2}) \frac{y^*}{2} \dot{u} \quad (1)$$

$$\dot{u}_z = \beta z^* \dot{u} \quad (2)$$

Hierin is $y^* = 2y/H$, $x^* = x/s$ en $z^* = z/t$. Met volume-invariantie kan nu hieruit de snelheidscomponent in y-richting worden bepaald. Er blijven dan vier vrije parameters over: α , $s^* = s/H$, κ en $f(x^*)$. $f(x^*)$ is een willekeurige functie in x^* . Voor de volledige beschrijving van de analyse wordt verwezen naar bijlage 1.

Uit de analyse blijkt dat κ alleen gehele getallen mag aannemen. Daarom zijn voor een lineaire en kwadratische functie in x^* en enkele waarden voor κ , α en s^* geoptimaliseerd en het totale modelvermogen berekend. De optimalisatie gaf aan dat alleen voor een kwadratische functie zich een randgebied instelde. Het laagste modelvermogen, het model dat het beste bij de werkelijkheid aansluit, werd verkregen bij de hoogst berekende waarde van κ . Dit houdt in dat de deformatie zich concentreert in de buurt van de inklemranden.

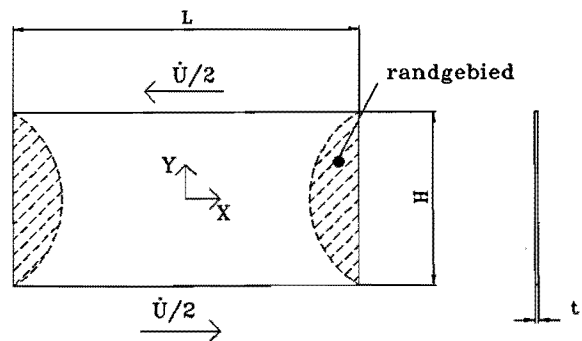
2.2 E.E.M.-berekening.

Er is een E.E.M.-berekening van de afschuifttest uitgevoerd met het pakket ABAQUS. Er werd gebruik gemaakt van vlakspanningselementen. De relatieve verplaatsing bedroeg evenveel als de hoogte van het afschuifgebied. Het was een elasto-plastische berekening. Als materiaalmodel is een zachte aluminiumsoort gebruikt met een zeer lage verstevigingsexponent ($n \approx 0.01$) (Philips-code T136). De inklemranden konden geen verplaatsing loodrecht op de bewegingsrichting ondergaan. Er zijn twee afschuiflengten berekend. De berekeningen gaven eenzelfde resultaat.

2.3 Eliminatie van het randeffect.

Uit zowel de bovengrensanalyse als de E.E.M.-berekeningen bleek dat het randeffect niet afhankelijk is van de lengte (L) van het afschuifgebied, e.e.a. wordt door experimenten bevestigd. Bij de proeven met de verschillende afschuiflengten was het randeffect steeds gelijk. Dit betekent dat het randeffect geëlimineerd kan worden door de meetresultaten behorende bij twee verschillende afschuiflengten van elkaar af te trekken.

In dat geval kan de kracht, die uitgeoefend moet worden om het proefstukje af te schuiven, K , opgedeeld worden in twee onafhankelijke deelkrachten. De eerste deelkracht, K_a , bewerkstelligt de zuivere afschuiving. De tweede, K_r , zorgt voor de deformatie in het randgebied.



Figuur 2 Geometrie van het afschuifgebied.

$$K = K_a + K_r \quad (3)$$

De kracht, K_a , is te schrijven als de schuifspanning in het uniforme afschuifgebied (τ) maal het oppervlak waarop deze werkt, het afschuifoppervlak.

$$K_a = \tau (L - 2S) t \quad (4)$$

Hierbij wordt in het midden gelaten hoe de geometrie van de rand (S) is.

Indien voor twee afschuiflengten, L_1 en L_2 ($L_2 > L_1$), de totaal benodigde kracht wordt bepaald en deze van elkaar worden afgetrokken, verkrijgt men de volgende relatie:

$$K_{L_2} - K_{L_1} = \tau (L_2 - 2S) t + K_r - \tau (L_1 - 2S) t - K_r = \tau (L_2 - L_1) t \quad (5)$$

Het randeffect is hiermee geëlimineerd.

Voor de effectieve spanning volgt nu:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3} \tau = \frac{\sqrt{3} (K_{L_2} - K_{L_1})}{(L_2 - L_1) t} \quad (6)$$

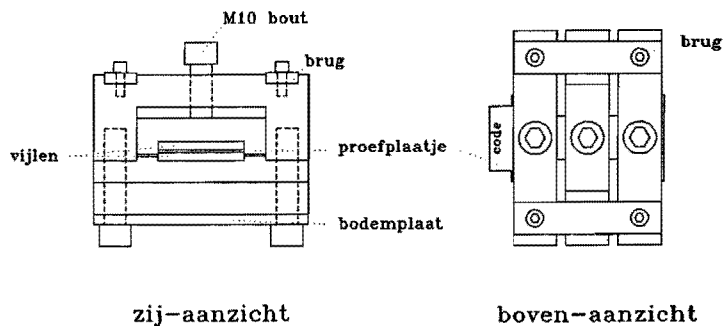
Deze relatie voor de effectieve spanning is onafhankelijk van de vorm en aard van het

randeffect en onafhankelijk van de afgelegde verplaatsing. Men trekt nl. twee krachten van elkaar af, die bij dezelfde afschuifhoek en vorm van het randeffect (S) horen, dus met dezelfde K_r en S. Zelfs scheurvorming aan de rand kan zo geëlimineerd worden.

3 Experimenten

Om de modelleringen te toetsen en de afschuiftest beter in de vingers te krijgen, zijn enkele experimenten uitgevoerd. Het afschuifapparaat dat hierbij gebruikt is, is afgeleid van het apparaat van Miyauchi [4,14]. Het gaat hier om een apparaat met drie klemmen naast elkaar. De buitenste klemmen zijn aan de bovenkant door twee bruggen en aan de onderkant door een bodemplaat met elkaar verbonden. De drie klemmen worden op gelijke hoogte gepositioneerd doordat het proefplaatje met een passing in de klemmen past. Het geheel vormt dus een solide blok. We hebben nu twee afschuifgebieden aan weerszijden van de middelste klem. Het moment dat bij een enkelvoudige proef ontstaat, wordt zodoende opgeheven

(zie figuur 3). Het inklemmen van het proefplaatje geschiedt door een stel vijlen in het materiaal te drukken. De vijlen nemen zo het materiaal mee of houden het op zijn plaats. De klemkracht wordt aangebracht



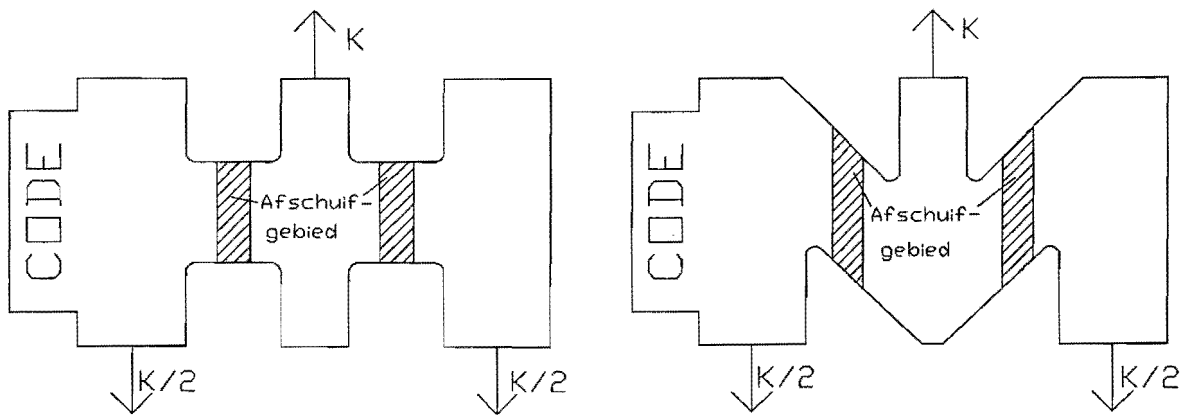
Figuur 3 Het inlemblok.

met een M10 inbusbout. Dit blok wordt nu in een drietal jukken geplaatst, zodanig dat het evenwijdig staat met de jukken. Dit wordt verwezenlijkt door enkele positioneringsnokjes en klembouten met eveneens een nokje erop. Alle rotaties worden nu onderdrukt. De middelste klem kan nog maar in twee richtingen bewegen. Loodrecht op het proefplaatje (enkele millimeter) en in de gewenste afschuifrichting. De maximale verplaatsing bedraagt 5 [mm]. Het geheel wordt in een trekbank geplaatst. De buitenste jukken gekoppeld aan de onderzijde, het middelste juk aan de bovenzijde.

Om de deformatie van het proefplaatje te kunnen waarnemen, zijn de proefplaatjes voorzien van een raster. Dit bestond uit een hokjespatroon van 0.5×0.5 [mm]. Het

raster was aangebracht d.m.v. "tamponstempelen". Voor een overzicht van de verschillende rastertechnieken wordt verwezen naar bijlage 4.

De meeste experimenten zijn uitgevoerd met een zachte aluminiumsoort (T136). De eerste experimenten zijn gedaan om de kwaliteit van de inklemming te testen. Hiervoor zijn proeven gedaan tot drie verschillende verplaatsingen, 1, 2 en 3 [mm]. Verder is gekeken naar de invloed van verschillende drukspanningen onder de vijlen op de inklemming. Ook zijn verschillende geometrieën van het afschuifgebied getest. Zo zijn niet alleen rechthoekige gebieden, maar ook gebieden met een rand onder een hoek van 45° beproefd (zie figuur 4). De reden hiervoor is dat verwacht werd dat hiermee scheurvorming in de hoeken konden worden onderdrukt.



Figuur 4 Standaard geometrie en 45° hoek.

Verder is onderzocht of een verschil in afschuiflengte (L) invloed had en hetzelfde geldt voor de afschuifhoogte (H).

Als laatste zijn verschillende materialen getest. Dit waren twee aluminiumsoorten, twee staalsoorten en messing. De C-waarden en versterkingsexponenten (n) volgens Nadai uit de trekproef, staan hieronder vermeld [11].

Philips-code	materiaal	C [N/mm ²]	n [-]
T136	Aluminium	126.6	0.01
T633	Aluminium	479.9	0.10
N380	Staal	530.2	0.22
N434	Staal	515.4	0.23
R019	Messing	932.8	0.49

Deze experimenten met verschillende materialen zijn uitgevoerd op een hydraulische trekbank met een capaciteit van 20 [kN]. De overige op een mechanische trekbank met een capaciteit van 10 [kN]. Van de proeven op de hydraulische bank zijn de data bewaard. De snelheid waarmee alle proeven zijn gedaan, bedroeg 1 [mm/min].

4 Resultaten en discussie

4.1 De Eindige Elementen Methode.

In figuur 5 is één afbeelding van de gedeformeerde elementen te zien met daarin in kleur de von-Mises-spanning. De uitstulping in de rechterbovenhoek is een fout van de post-processing. Als men de verplaatsing van het knooppunt in de 2-richting opvraagt, blijkt dat deze nul is. Het deformatiepatroon en de von-Mises-spanning laten zien dat de grootste deformaties zich voordoen aan de inklemranden in het randgebied. Aan de ene zijde treedt grote rek op, aan de andere zijde stuik. Het midden ondergaat een starre rotatie. De von-Mises-spanning is daar ook het laagst. Het grootste gedeelte van het afschuifgebied is echter homogeen afgeschoven (ruitvorm elementen). Tenslotte is een extra deformatie te zien langs de gehele inklemranden. Hier wordt verderop in dit hoofdstuk op teruggekomen.

4.2 Het randeffect.

Als eerste valt op dat zich bij de experimenten, evenals bij de bovengrensanalyse en de E.E.M.-berekeningen, in het midden een uniform afschuifgebied voordoet en aan de randen een starre rotatie met een stuik- en rekgebied. In het rekgebied vindt insnoering plaats en uiteindelijk scheurvorming (zie foto 1).

De grootte van het randgebied blijkt onafhankelijk te zijn van de lengte van het afschuifgebied (L), maar wel afhankelijk van de hoogte (H). Indien men het afschuifgebied voldoende lang en smal maakt, zal uiteindelijk het randeffect verwaarloosbaar zijn. Op foto 2 is het randeffect bij een hoogte van ongeveer 3 [mm] te zien. Als dit wordt vergeleken met het randeffect op de andere foto's (1, 7 en 8), blijkt

ABAQUS

DEFORMATIE RANDGEBIED T136



Figuur 5 E.E.M.-berekening van een zachte aluminiumsoort met een lage n-waarde.

dat de grootte van het randgebied proportioneel is met de hoogte. De vorm blijft hetzelfde. De lengte van het randgebied is in het midden ongeveer 0.5 maal de hoogte. Aan de stuikzijde is dit ongeveer 0.3 en aan de rekzijde ongeveer 0.7. De E.E.M.-berekningen geven waarden die 0.2 hoger zijn. De bovengrensanalyse geeft een waarde van 0.33.

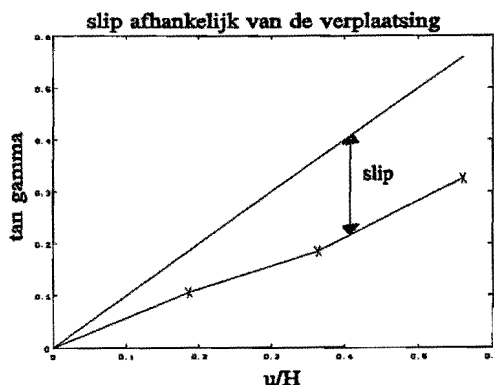
Om de insnoering bij het rekgebied te voorkomen, zijn ook proeven gedaan met proefplaatjes, waarbij de rand onder een hoek van 45° met de normaal op de inklemranden stond (zie figuur 4). Het deformatiepatroon is te zien op foto 3. Op deze foto is niet te zien dat het materiaal aan de randen t.g.v. drukspanningen ging plooiën. Bij T633 trad al vroeg scheurvorming op. Deze scheuren groeiden snel en leidden tot voortijdige breuk. De scheuren ontstonden vlak naast of onder de inklemming (zie foto 4).

Als laatste wordt de invloed van de materiaalsoort besproken. Uit de experimenten bleek dat de grootte van het randgebied onafhankelijk is van de materiaalsoort. Het deformatiepatroon t.p.v. de rand daarentegen is duidelijk afhankelijk van de verstevigingsexponent. Bij een hoge n-waarde zal het rekgebied groter zijn dan bij een lage n-waarde. Een hoge verstevigingsexponent brengt met zich mee dat als een bepaalde plek gaat insnoeren, deze vlug verstevigt. De deformatie zal zich dan eerst uitbreiden, alvorens die plek weer verder te deformeren. Bij een lage n-waarde zal dit uitbreiden beperkter zijn. Vergelijk foto 1 (lage n) met foto 7 en 8 (hoge n). Door insnoering neemt de dikte plaatselijk af. Het afschuifoppervlak neemt hierdoor ter plaatse ook af. De afschuifspanning op die y-coördinaat zal dan stijgen en over de gehele lengte zal een verhoogde deformatie plaatsvinden. Dit is te zien op foto 5 en de E.E.M.-afbeelding. Beiden zijn van het materiaal T136 met een lage verstevigingsexponent. Men ziet duidelijk een extra deformatie aan de inklemranden, die te danken is aan insnoering c.q. scheur in het randgebied.

4.3 Slippen van de inklemming.

Bij de experimenten trad, in tegenstelling tot de aannamen bij de modelleringen, slip op.

De verplaatsing van de klemmen wordt niet helemaal door de proefplaatjes overgenomen. Hierdoor zal de afschuifhoek (γ) niet gelijk zijn aan $\arctan(u/H)$ [11]. D.m.v. de proeven met verplaatsingen van 1, 2 en 3 [mm] is de werkelijke afschuifhoek (γ) in het midden van de proefplaatjes, vergeleken met de verwachte afschuifhoek ($\arctan(u/H)$). De relatie is



Figuur 6 Slip bij voortgang van de proef.

te zien in figuur 6. De slip neemt in het begin toe en blijft dan nagenoeg constant.

Deze waarnemingen zijn gedaan bij een lagere aandrukspanning dan gebruikt is bij de proeven waarvan de data zijn bewaard. Dit is gedaan om het slipeffect beter te kunnen waarnemen. Het is daarom niet mogelijk om met deze experimenten, de data van de andere experimenten aan te passen. Bij de experimenten, waarvan de data zijn bewaard, is de drukspanning (σ_d) onder de vijlen voor alle afschuiflengten gelijk gehouden. Deze werd gerelateerd aan de C-waarden van de materialen: $\sigma_d = a C$. Voor de waarden van a wordt verwezen naar bijlage 2. De invloed van de drukspanning op het slippen is goed te zien op de foto's 6, 7 en 8. Op foto 6 is te zien dat bij een hoge drukspanning ($a = 0.74$, linker inklemming) slip zich voordoet als afschuiven langs de inklemming. Bij een lage drukspanning ($a = 0.405$, rechter inklemming) is er een bocht in de rasterlijnen bij de inklemming te zien. Ook de rek- en stuikgebieden aan de rand worden beïnvloed door de drukspanning. Bij hoge drukspanning gebeurt onder de inklemming nagenoeg niets en zal de deformatie zich concentreren naast de inklemming (zie foto 7). Bij een lage drukspanning ziet men ook deformaties onder de inklemming (zie foto 8). Dit is wellicht gunstiger, omdat dan insnoering langer uitblijft.

Om alle problemen van de inklemming te omzeilen, is het beter om tijdens de test de afschuifhoek (γ) van het uniforme gebied te registreren en hiermee de effectieve rek te berekenen. De effectieve rek is rechtstreeks aan de afschuifhoek (γ) gekoppeld via:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{3}} \tan \gamma \quad (7)$$

Voor enkele observatiemethoden wordt verwezen naar bijlage 4.

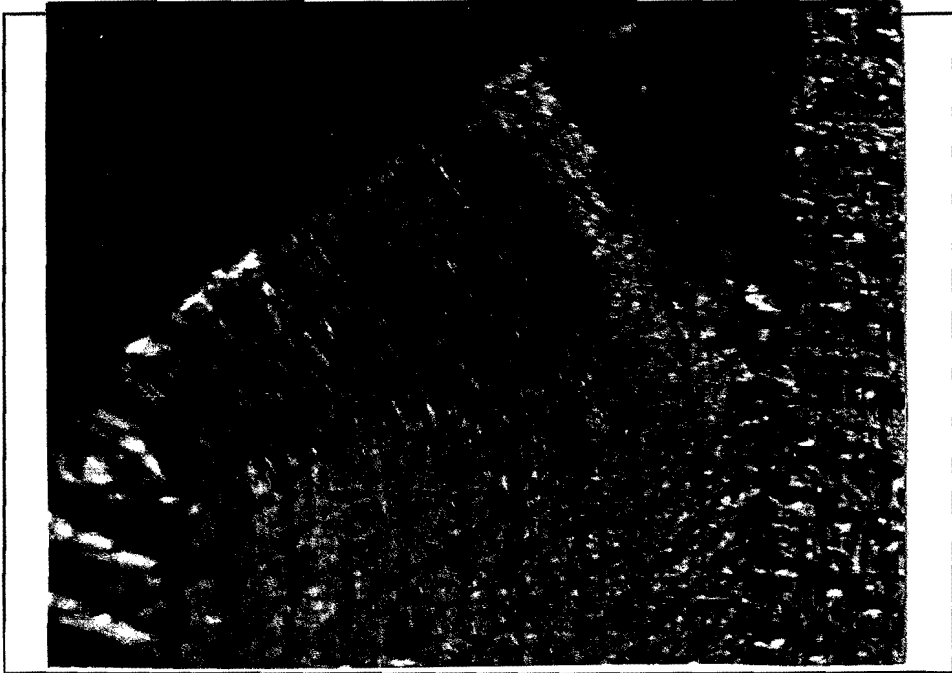


Foto 1 Het randeffect bij T136.

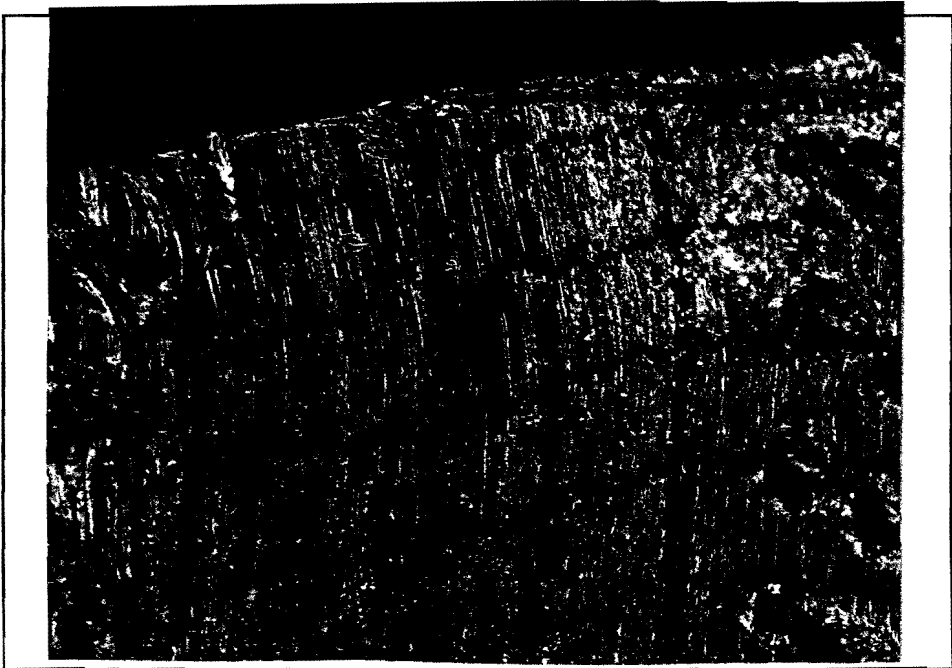


Foto 2 Deformatie van de rand bij een hoogte van 3 [mm].

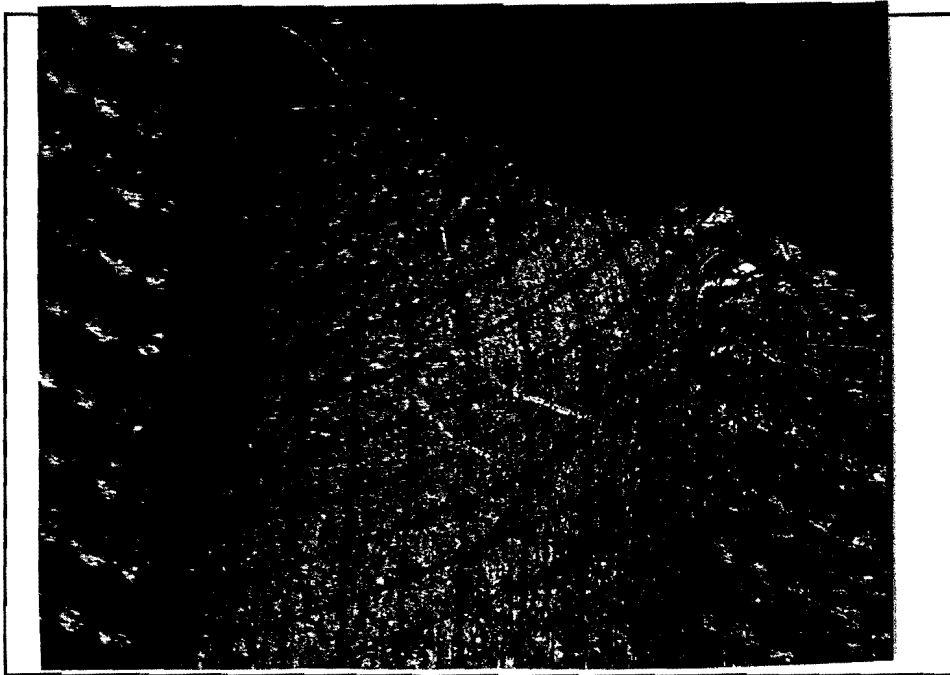


Foto 3 Deformatiepatroon van een proefplaatje met een hoek van 45° .

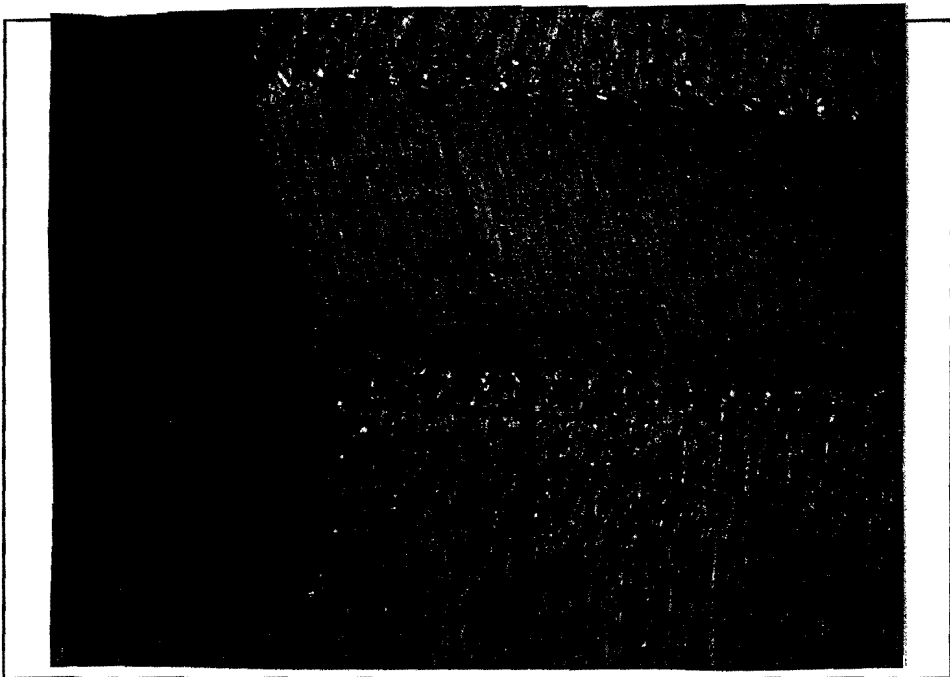


Foto 4 Scheurvorming bij T633.

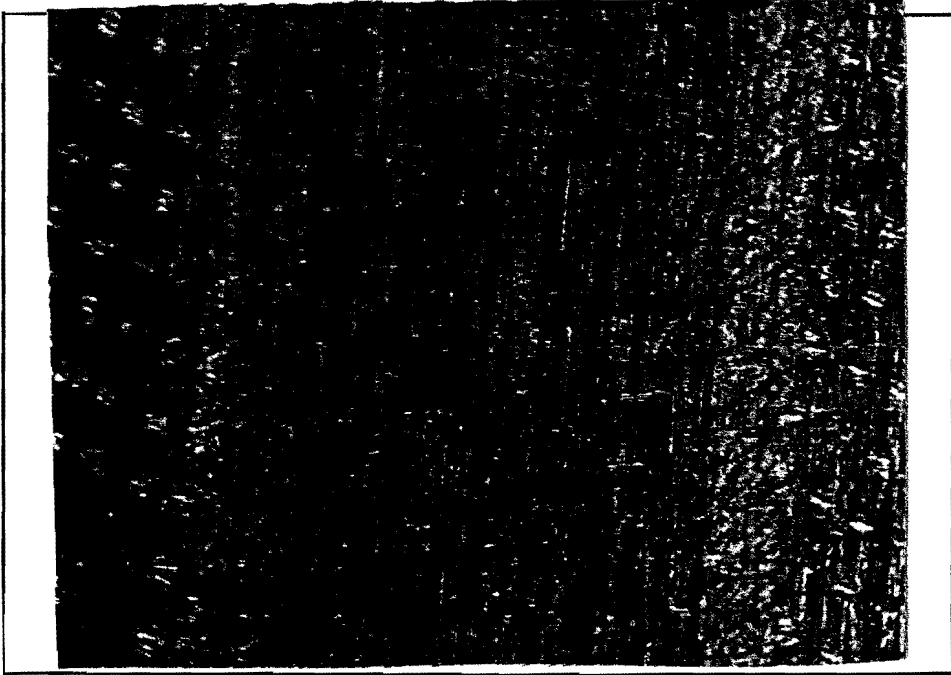


Foto 5 Verhoogde deformatie aan de inklemranden bij een lage n .

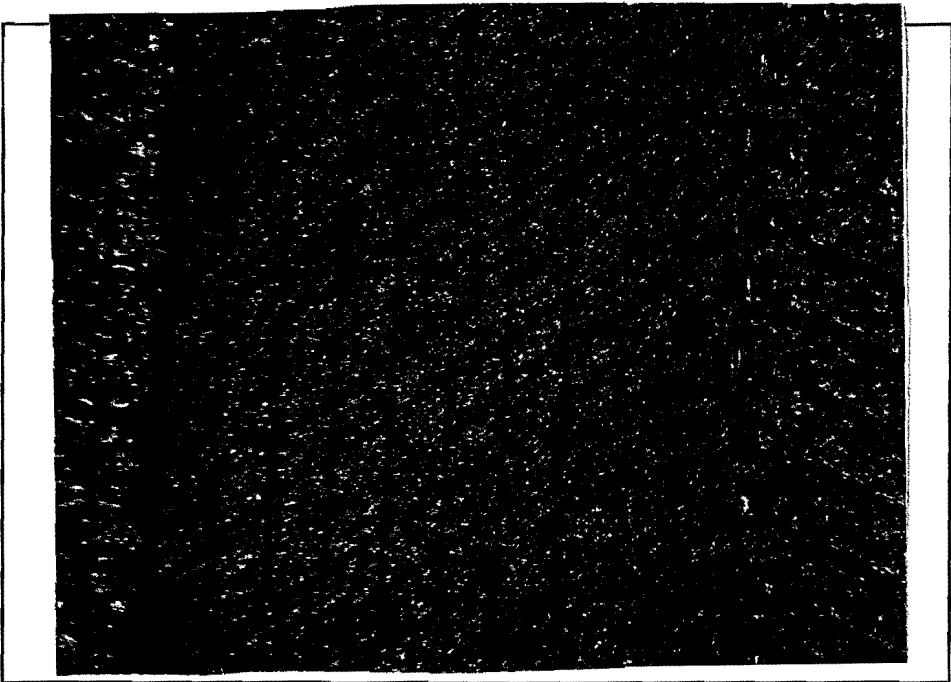


Foto 6 Slip langs de inklemming afhankelijk van de drukspanning.



Foto 7 Deformatie van de rand bij een hoge drukspanning.

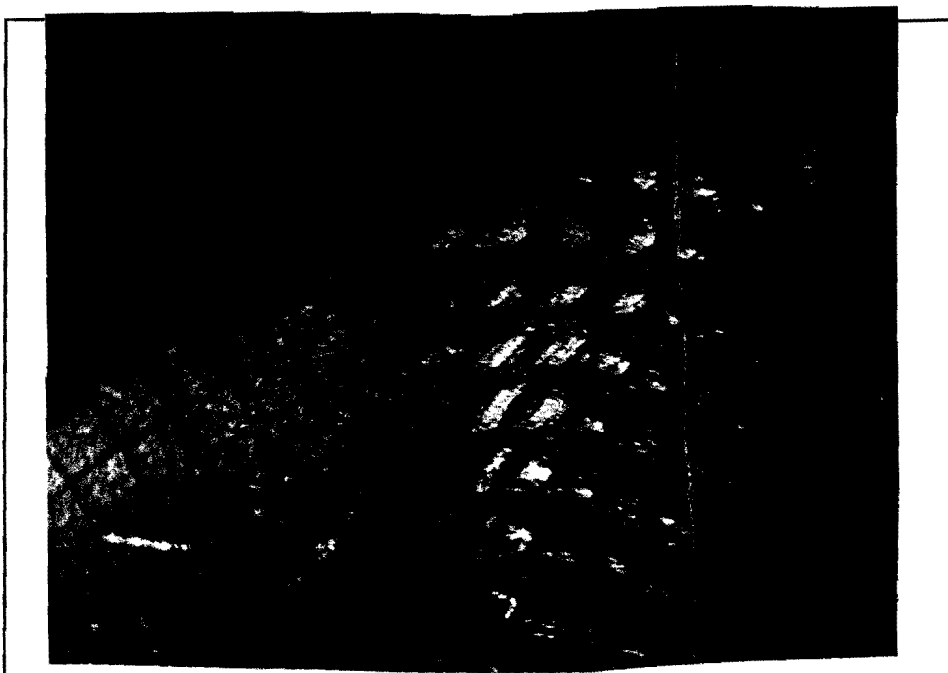


Foto 8 Deformatie van de rand bij een lage drukspanning.

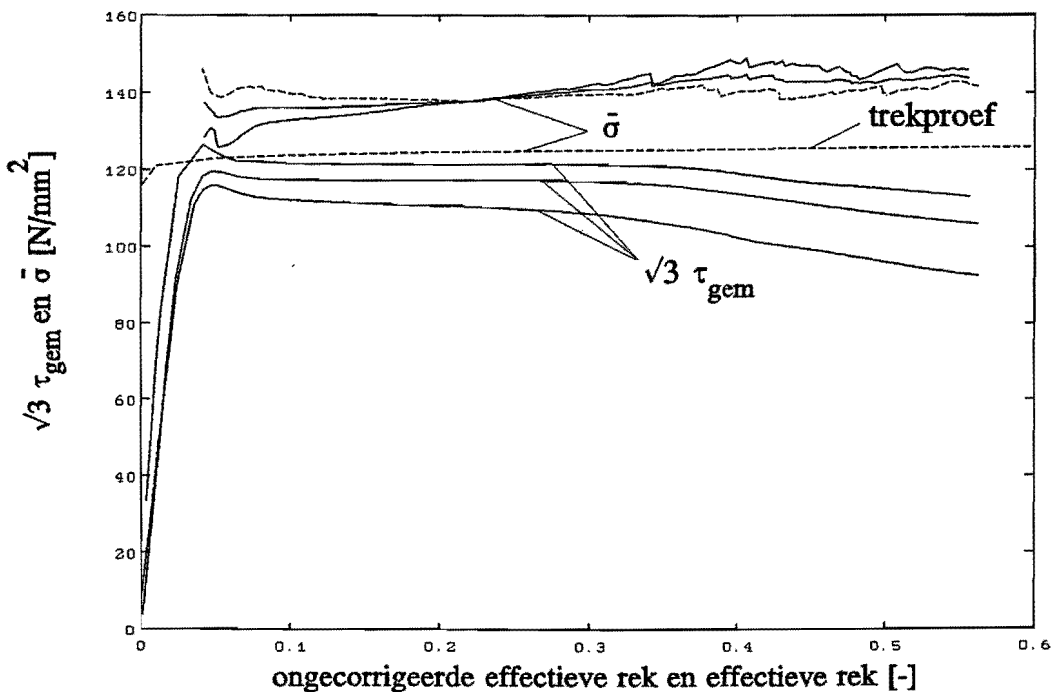
4.4 Het bepalen van de $\bar{\sigma}$ - $\bar{\varepsilon}$ - krommen.

In § 2.3 is een methode beschreven om uit de afschuifkrachten voor twee afschuiflengten (K), de effectieve spanning te bepalen. Deze methode is toegepast op de vijf verschillende materialen. Eerst zijn de kracht - weg - krommen omgeschreven naar krommen waarin $\sqrt{3} \tau_{gem}$ uitstaat tegen de ongecorrigeerde effectieve rek. (De term ongecorrigeerd slaat op het nog niet gecorrigeerd zijn voor slip). De ongecorrigeerde effectieve rek en $\sqrt{3} \tau_{gem}$ worden als volgt gedefinieerd:

$$\sqrt{3} \tau_{gem} = \sqrt{3} K / 2 L t \qquad \bar{\varepsilon}_{ON} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{u}{H} \qquad (8)$$

(De 2 komt vanwege twee afschuifgebieden)

Daarna zijn de $\bar{\sigma}$ - $\bar{\varepsilon}_{on}$ - krommen bepaald (zie bijlage 3). De $\bar{\sigma}$ - $\bar{\varepsilon}_{on}$ - krommen, bepaald met verschillende paren van afschuiflengten, vallen goed samen. Zelfs nadat scheurvorming had plaatsgevonden, ongecorrigeerde effectieve rek > 0.35 (zie figuur 7).



Figuur 7 Corrigeren voor het randeffect met verschillende afschuiflengten en een vergelijk hiervan met de trekproef.

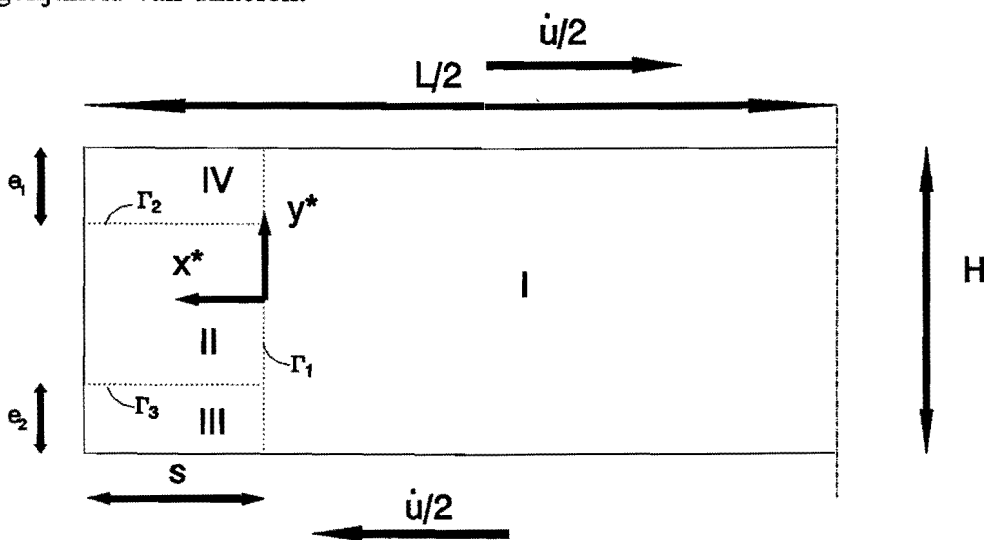
Vanwege de slip lopen de $\sqrt{3} \tau_{gem} - \bar{\epsilon}_{on}$ - krommen aan het begin van de proeven niet zo stijf omhoog als de trekproef. Het valt op dat bij dit materiaal met een verstevigingsexponent (n) van 0.01, een ongecorrigeerde effectieve rek behaald kan worden van minimaal 0.5. De trekproef begint al in te snoeren bij een effectieve rek gelijk aan de verstevigingsexponent ($n = 0.01$). Met de andere materialen halen we eenzelfde ongecorrigeerde effectieve rek, behalve T633.

De $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}_{on}$ - krommen voor de verschillende materialen liggen hoger dan de trekproefkrommen [11].

5 Conclusies en aanbevelingen

5.1 Aanbevelingen

- Bij de bovengrensanalyse is het aan te bevelen om hogere waarden voor κ te bekijken, dan tot nu toe gedaan is. De deformatie wordt dan steeds meer in de buurt van de inklemmingen geconcentreerd. Ook zou men een andere gebiedsindeling kunnen aannemen. Een gebied met zuivere enkelvoudige afschuiving (I), een rotatiegebied (II), een stuikgebied (IV) en een rekgebied (III) (zie figuur 8). De laatste twee gebieden met de mogelijkheid van dikterek.



Figuur 8 Snelheidsveld configuratie voor een verbeterde modellering.

- Verder is het aan te raden bij de E.E.M.-berekening elementen te kiezen die ook dikteveranderingen kunnen aangeven. Dit was bij onze elementen niet mogelijk.
- Als genoeg proeven gedaan zijn met verschillende lengten en hoogten, kunnen we voor ieder materiaal een correctiefactor bepalen, die voor een zekere lengte-hoogte-verhouding alleen nog afhangt van de verplaatsing (u).
- Om de slip uit te filteren en zo een betrouwbare effectieve rek te kunnen berekenen, is het het beste om tijdens de proeven de afschuifhoek te meten. Dit kan het beste bij bepaalde waarden van de totale afschuifkracht (K) plaats vinden. Hierdoor zijn de waarden van effectieve rek rechtstreeks gekoppeld aan de bijbehorende kracht c.q. spanning en kunnen verschillende afschuiflengten zonder meer van elkaar worden afgetrokken.
- Men kan ook nog kijken naar betere inklemmingen en de bijbehorende optimale aandrukspanning. Bij de bepaling van deze spanning voor de verschillende materialen kan wellicht beter gekeken worden naar de spanning bij insnoeren ($\sigma_d = a C n^n$) dan alleen naar de C-waarden ($\sigma_d = a C$). Het is mogelijk dat naast de inklemmingen een invloedszone is vanwege de drukspanningen die door de klemmen worden opgewekt. Dit moet nog onderzocht worden.
- Bij de experimenten is het gebruik van een mechanische trekbank beter dan een hydraulische trekbank. Het is dan waarschijnlijk niet meer nodig om datapunten eerst te verwerken tot gladde curven (zie bijlagen 4 en 5).
- Als laatste is het interessant te zoeken naar de ideale randgeometrie om de insnoering in het rekgebied te onderdrukken. Hierbij valt te denken aan het optimaliseren van de hoek, die de rand maakt met de normaal op de inklemmingen.

5.2 Conclusies

- Het randeffect is afhankelijk van de hoogte (H), maar onafhankelijk van de lengte (L) van het afschuifgebied. Bij voldoende grote afschuiflengten ($L/H > 3$) is er een gebied waar uniforme enkelvoudige afschuiving optreedt. Hierdoor is het mogelijk om met de plaatafschuiftest $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$ - krommen te bepalen. Daarbij wordt het randeffect geëlimineerd door twee afschuiflengten te gebruiken.

- De $\bar{\sigma}$ - $\bar{\epsilon}$ - krommen liggen echter hoger dan de krommen die bepaald zijn uit de trekproef.
- De effectieve rek, die kan worden behaald, bedraagt voor de meeste materialen minimaal 0.5. Dit is veel hoger dan bij de trekproef.

Resumerend kan geconcludeerd worden dat de afschuiftest een goed bruikbare materiaaltest is, m.n. door de hoge effectieve rek die behaald kan worden.

6 Geraadpleegde literatuur

- [1] WEEBER, GOEDHART
TUE-verslag, Eindhoven 1971.
- [2] Van der HOEK
Het voorspellen van dynamisch gedrag en positioneringsnauwkeurigheid van constructies en mechanismen (Des Duivels Prentenboek), afbeelding 47B.
TUE-dictaat, 4007, Eindhoven.
- [3] K. MIYAUCHI
Stress-strain relationship in simple shear of in-plane deformation for various steel sheets.
13th Congress of the IDDRG, Melbourne 1984, p 360 - 371.
- [4] K. MIYAUCHI
A proposal of a planar simple shear test in sheet metals.
Sci. Papers of I.P.C.R., 78 (1984), p 27 - 40.
- [5] K. MIYAUCHI
Deforming behaviour of sheet metals in planar simple shear deformation.
Sci. Papers of I.P.C.R., 81 (1987), p 27 - 38.
- [6] P. GENEVOIS, C. TEODOSIU, F. MOUSSY
The test of simple shear: experimental techniques.
16th Congress of the IDDRG, Borlänge 1990, p 53 - 61.
- [7] C. G'SELL, S. BONI, S. SHRIVASTAVA
Application of the plane simple shear test for determination of the plastic behaviour of solid polymers at large strains.
Journal of material science, 18 (1983), p 903 - 918.

- [8] C. G'SELL, A. GOPEZ
Plastic banding in glassy polycarbonate under plane simple shear.
Journal of material science, 20 (1985), p 3462 - 3478.
- [9] E. RAUCH, C. G'SELL
Flow localization induced by a change in strain path in mild steel.
Material science and engineering, A111 (1989), p 71 - 80.
- [10] H. DE GRAAF
De afschuifttest op aluminium en staal.
HS - Eindhoven stageverslag, WPA 1120, Eindhoven 1991.
- [11] S. VAN TRIGT
Het bepalen van het verstevigingsgedrag bij grote rekken met de afschuifproef.
CFT - Philips, CTB 541-93-3003, Eindhoven 1993.
- [12] K. PÖHLANDT, A. TEKKAYA
Testing the plastic behaviour of bars and thin sheet by torsion tests.
p 511 - 515.
- [13] K. PÖHLANDT, K. LANGE
A new approach to the torsion test for determining flow curves.
Annals of the CIRP, 38 (1989).
- [14] Sheet formability testing, Shear testing.
Metals Handbook ASMT, 9th edition, Volume 8: Mechanical testing, p 559 - 560.
- [15] S. HOOGENBOOM
Technische plasticiteitsleer.
TUE - dictaat, 4406, Eindhoven 1987, appendix B.

Symbolenlijst

<u>Symbol</u>	<u>Omschrijving</u>	<u>Dimensie</u>
α, κ, λ	vrije parameter	-
β	dimensieloze parameter	-
γ	afschuifhoek, hoek van het gamma-vlak met de x-coördinaat	-
Γ	gamma-vlak	-
$\bar{\epsilon}$	effectieve rek	-
$\bar{\epsilon}_{on}$	ongecorrigeerde effectieve rek	-
$\dot{\bar{\epsilon}}$	effectieve reksnelheid	T ⁻¹
$\dot{\bar{\epsilon}}_{ij}$	reksnelheidstensor	-
μ_c, μ_s	wrijvingscoëfficiënt	-
σ_{ij}	spanningstensor	ML ⁻¹ T ⁻²
σ_f	vloeispanning	ML ⁻¹ T ⁻²
σ_d	drukspanning onder de vijlen	ML ⁻¹ T ⁻²
σ_n	vlakspanning onder bodemvlak bout	ML ⁻¹ T ⁻²
$\bar{\sigma}$	effectieve spanning	ML ⁻¹ T ⁻²
τ	afschuifspanning	ML ⁻¹ T ⁻²
τ_{gem}	gemiddelde afschuifspanning	ML ⁻¹ T ⁻²
a	parameter	-
A	contactoppervlak	L ²
c	parameter	M ⁻¹
C	specifieke spanning volgens Nadai	ML ⁻¹ T ⁻²
d ₂	flankdiameter	L
e ₁ , e ₂	hoogte stuijk- en rekgebied	L
f, g	functie van	-
F	axiale boutkracht	MLT ⁻²
h	halve afschuifhoogte	L
H	afschuifhoogte	L
K	totale afschuifkracht	MLT ⁻²
K _a	deelkracht van het zuivere afschuifgebied	MLT ⁻²
K _r	deelkracht van het randgebied	MLT ⁻²
l, L	afschuiflengte	L
M _{tot} , M _{flank} , M _{bodemvlak}	momenten	ML ² T ⁻²
n	verstevingsexponent	-
p	spoed	L
P	symmetriepunt	-
P _D , P _r , P _m	vermogenstermen	ML ² T ⁻³
r, ϕ	poolcoördinaten	L, -
R	straal van bodemvlak	L
R, R1, R2	integranden	-
s, S	lengte van het randgebied	L
t	plaatdikte	L
u	(rel.) verplaatsing van de klemmen	L
u	(rel.) verplaatsingssnelheid van de klemmen	LT ⁻¹
u _x	x-component van het snelheidsveld	LT ⁻¹
u _t	tangentiële snelheidscomponent	LT ⁻¹
x,y,z	cartesische coördinaten	L

* = dimensieloos

,y = afgeleide naar y

Technische Universiteit Eindhoven

Faculteit Werktuigbouwkunde

Vakgroep Werktuigbouwkundige Productietechnologie en Automatisering (WPA)

Analyse van de plaatafschuiftest.

J.H.M.G. Schroen

Bijlagen

November 1993

WPA rapportnr.: 1618

Begeleiders: ir. S.M. Hoogenboom, W.P.A., T.U.E.

ir. K. Donkers, CFT-Philips, Metal forming group.

Inhoud.

Bijlage 1: Bovengrensanalyse van het randeffect.	1
Bijlage 2: Schatting van de vlaktedruk onder de inklemming.	38
Bijlage 3: Resultaten en verwerking van de experimenten.	44
Bijlage 4: Rastertechnieken en observatiemethoden.	57
Bijlage 5: Numerieke methoden en de software listings.	61

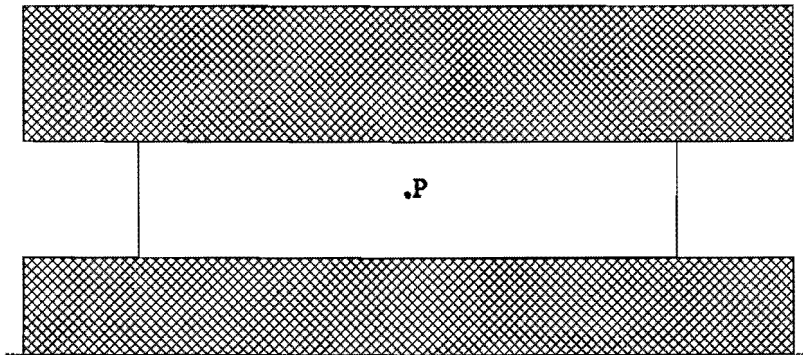
Bijlage 1

Bovengrensanalyse van het randeffect

Bovengrensanalyse van het randeffect bij de rechte plaatafschuiftest.

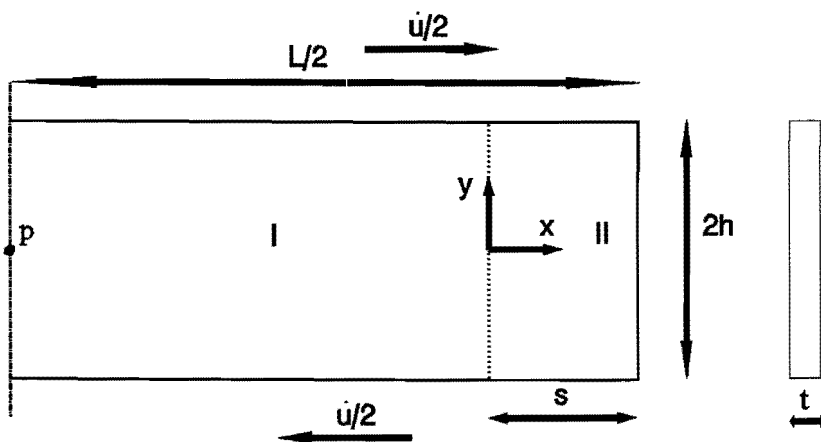
Indien men niet vertrouwd is met het bovengrenstheorema wordt verwezen naar het TUE-dictaat van ir. S.M. Hoogenboom [1].

Bij deze bovengrensanalyse is er vanuit gegaan dat het materiaal zich ideaal plastisch gedraagt en dat in het gehele afschuifgebied vlakspanning heerst.



Figuur 1 Symmetriepunt van de proef.

Deze test is puntsymmetrisch in het punt P (zie figuur 1). Daarom is maar één helft van het afschuifgebied met een randeffectgebied bekeken. Deze helft wordt verdeeld in twee gebieden (zie figuur 2). Het linkse gebied, gebied I, is het gebied van zuivere enkelvoudige afschuiving. Het rechtse gebied, gebied II, is het gebied waar zich het randeffect voordoet.



Figuur 2 Configuratie van de snelheidsvelden.

Uit deze gebiedsindeling volgen enkele kinematische randvoorwaarden.

Dat zijn:

$$\dot{u}_{y_l} = \dot{u}_{y_n} = 0 \quad \text{voor } y = \pm h$$

$$\dot{u}_{x_l} = \dot{u}_{x_n} = \frac{\dot{u}}{2} \quad \text{voor } y = h$$

$$\dot{u}_{x_l} = \dot{u}_{x_n} = -\frac{\dot{u}}{2} \quad \text{voor } y = -h$$

Verder zorgt de vlakspanningstoestand ook nog voor enkele beperkingen aan de snelheidsvelden. Voor vlakspanning geldt dat: σ_z , σ_{xz} en $\sigma_{yz} = 0$. Hieruit kunnen m.b.v. de spanning-rek-relaties de volgende voorwaarden worden afgeleid:

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{u}_{x_n} \neq \dot{u}_{x_n}(z)$$

$$\dot{u}_{y_n} \neq \dot{u}_{y_n}(z)$$

$$\dot{u}_{z_n} = cz\dot{u}$$

Hierbij is tevens een uniform veld in z-richting aangenomen. De deformatiesnelheid in z-richting mag in ieder geval niet afhankelijk zijn van x of y.

Om verschillende proefstukafmetingen met elkaar te kunnen vergelijken, wordt nu overgegaan op de volgende dimensieloze getallen:

$$x^* = \frac{x}{s} \quad \dot{u}_{x,x} = \frac{1}{s} \dot{u}_{x,x}$$

$$y^* = \frac{y}{h} \quad \dot{u}_{y,y} = \frac{1}{h} \dot{u}_{y,y}$$

$$z^* = \frac{z}{t} \quad \dot{u}_{z,z} = \frac{1}{t} \dot{u}_{z,z}$$

$$l^* = \frac{l}{2h} \quad s^* = \frac{s}{2h} \quad t^* = \frac{t}{2h}$$

Kinematische randvoorwaarden:

$$\dot{u}_{y_i} = \dot{u}_{y_{ii}} = 0 \quad \text{voor } y^* = \pm 1$$

$$\dot{u}_{x_i} = \dot{u}_{x_{ii}} = \frac{\dot{u}}{2} \quad \text{voor } y^* = 1$$

$$\dot{u}_{x_i} = \dot{u}_{x_{ii}} = -\frac{\dot{u}}{2} \quad \text{voor } y^* = -1$$

Vlakspanningstoestand: $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0 \Rightarrow$

$$\dot{u}_{x_{ii}} \neq \dot{u}_{x_i} (z^*)$$

$$\dot{u}_{y_{ii}} \neq \dot{u}_{y_i} (z^*)$$

$$\dot{u}_{z_{ii}} = \beta z^* \dot{u}$$

Hierin is β een constante, die onafhankelijk is van x^* en y^* .

De snelheidsvelden, reksnelheden en effectieve reksnelheden zien er nu als volgt uit.

Gebied I:

Dit is het gebied van zuivere, enkelvoudige afschuiving.

Snelheidsveld: $\dot{u}_{x_i} = \frac{Y^*}{2} \dot{u}$

$$\dot{u}_{y_i} = 0$$

$$\dot{u}_{z_i} = 0$$

Reksnelheden: $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\dot{u}_x}{dy} + \frac{d\dot{u}_y}{dx} \right) = \frac{\dot{u}}{4h}$$

Effectieve reksnelheid:
$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{\dot{u}}{h}$$

Gebied II:

In dit gebied is niets bekend van het snelheidsveld, behalve de randvoorwaarden.

Er worden nu de volgende deformatiesnelheden in x-richting en z-richting aangenomen. Deze voldoen aan de gestelde randvoorwaarden.

$$\dot{u}_{x_{II}} = (1 + \alpha y^{*\kappa} f(x^*) (1 - y^{*2})) \frac{Y^*}{2} \dot{u}$$

$$\dot{u}_{z_{II}} = \beta z^* \dot{u}$$

$f(x^*)$ is een willekeurige functie in x^* , echter zonder een constante. Deze zou hetzelfde effect hebben als wanneer het assenkruis verplaatst wordt.

De variabele κ is een geheel getal, aangezien y^* ligt tussen -1 en 1.

Deze beperking is op te heffen door $|y^*|^\kappa$ i.p.v. $y^{*\kappa}$ te gebruiken. Aan het einde van deze bijlage wordt hierop teruggekomen.

M.b.v. lokale volume-invariantie kan nu de snelheidscomponent in y-richting en β bepaald worden. Bij het uitvoeren van deze bewerking blijkt dat er onderscheid gemaakt moet worden tussen even en oneven waarden voor κ .

Snelheidsveld, reksnelheid en effectieve reksnelheid voor κ is even zien er nu als volgt uit:

$$\dot{u}_{x_{II}} = (1 + \alpha y^{*\kappa} f(x^*) (1 - y^{*2})) \frac{Y^*}{2} \dot{u}$$

$$\dot{u}_{y_{II}} = \frac{\alpha F'(x^*)}{4 S^*} \left(\frac{Y^{*\kappa+4}}{\kappa+4} - \frac{Y^{*\kappa+2}}{\kappa+2} + \frac{2}{(\kappa+2)(\kappa+4)} \right) \dot{u}$$

$$\dot{u}_{z_{II}} = \beta z^* \dot{u} = 0$$

$$f'(x^*) = \frac{df(x^*)}{dx^*}$$

Uit bovenstaande formules blijkt dat voor $\kappa = -2$ en $\kappa = -4$ het snelheidsveld naar oneindig zal gaan. Daarom zullen vanaf nu deze waarden bij κ is even uitgesloten worden.

Reksnelheden:
$$\varepsilon_{xx} = -\varepsilon_{yy} = \frac{\alpha y^{*\kappa+1} f'(x^*)}{s^*} (1 - y^{*2}) \frac{\dot{u}}{4h}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\dot{u}}{4h} \left(1 + \alpha f(x^*) \{(\kappa + 1) y^{*\kappa} - (\kappa + 3) y^{*\kappa+2}\} + \frac{\alpha f''(x^*)}{4s^{*2}} \left\{ \frac{y^{*\kappa+4}}{\kappa + 4} - \frac{y^{*\kappa+2}}{\kappa + 2} + \frac{2}{(\kappa + 2)(\kappa + 4)} \right\} \right)$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

Effectieve reksnelheid:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{u}}{2\sqrt{3}h} \sqrt{\left[\frac{\alpha f'(x^*)}{s^*} (1 - y^{*2}) y^{*\kappa+1} \right]^2 + (\text{term 2})^2}$$

$$\begin{aligned} \text{term 2} &= 1 + \alpha f(x^*) \{(\kappa + 1) y^{*\kappa} - (\kappa + 3) y^{*\kappa+2}\} \\ &+ \frac{\alpha f''(x^*)}{4s^{*2}} \left\{ \frac{y^{*\kappa+4}}{\kappa + 4} - \frac{y^{*\kappa+2}}{\kappa + 2} + \frac{2}{(\kappa + 2)(\kappa + 4)} \right\} \end{aligned}$$

Snelheidsveld, reksnelheid en effectieve reksnelheid voor κ is oneven worden nu:

$$\dot{u}_{x_n} = (1 + \alpha y^{*\kappa} f(x^*) (1 - y^{*2})) \frac{y^*}{2} \dot{u}$$

$$\dot{u}_{y_n} = \frac{\alpha f'(x^*)}{4s^*} \left(\frac{y^{*\kappa+4}}{\kappa + 4} - \frac{y^{*\kappa+2}}{\kappa + 2} + \frac{2y^*}{(\kappa + 2)(\kappa + 4)} \right) \dot{u}$$

$$\dot{u}_{z''} = \beta z^* \dot{u} = - \frac{\alpha t^* f'(x^*)}{s^* (\kappa + 2) (\kappa + 4)} z^* \dot{u}$$

Uit de formule voor $\dot{u}_{z''}$ blijkt dat voor κ is oneven de functie $f(x^*)$ een eerste orde functie moet zijn, wil β onafhankelijk van x^* en y^* zijn. Een eventuele factor voor x^* zal alleen α beïnvloeden. Daarom kan voortaan, voor κ is oneven, $f(x^*)$ vervangen worden door x^* , $f'(x^*)$ door 1 en $f''(x^*)$ door 0.

Reksnelheden:
$$\varepsilon_{xx} = \frac{\alpha y^{*\kappa+1}}{s^*} (1 - y^{*2}) \frac{\dot{u}}{4h}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\alpha}{s^*} (y^{*\kappa+3} - y^{*\kappa+1} + \frac{2}{(\kappa+2)(\kappa+4)}) \frac{\dot{u}}{4h}$$

$$\varepsilon_{zz} = - \frac{2\alpha}{s^* (\kappa+2) (\kappa+4)} \frac{\dot{u}}{4h}$$

$$\varepsilon_{xy} = (1 + \alpha x^* \{(\kappa+1) y^{*\kappa} - (\kappa+3) y^{*\kappa+2}\}) \frac{\dot{u}}{4h}$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

Effectieve reksnelheid:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = \frac{\dot{u}}{2\sqrt{3}h} \sqrt{ & \frac{\alpha^2}{s^{*2}} \left(\{(y^{*2} - 1) y^{*\kappa+1} + \frac{1}{(\kappa+2)(\kappa+4)}\}^2 \right. \\ & \left. + \frac{3}{(\kappa+2)^2(\kappa+4)^2} \right) + \left(\alpha x^* y^{*\kappa} (y^{*2}(\kappa+3) - (\kappa+1)) - 1 \right)^2 } \end{aligned}$$

Bepaling van de vorm van het gamma-vlak:

$$\tan \gamma = \frac{dy}{dx} = \frac{h}{s} \frac{dy^*}{dx^*} = \frac{\dot{u}_{y_{II}} - \dot{u}_{y_I}}{\dot{u}_{x_{II}} - \dot{u}_{x_I}}$$

Voor κ is even:

$$\tan \gamma = \frac{dy}{dx} = \frac{h}{s} \frac{dy^*}{dx^*} = \frac{f'(x^*) \{(\kappa + 2) y^{*\kappa+4} - (\kappa + 4) y^{*\kappa+2} + 2\}}{2s^* f(x^*) (y^{*\kappa+1} - y^{*\kappa+3}) (\kappa + 2) (\kappa + 4)}$$

Voor κ is oneven:

$$\tan \gamma = \frac{dy}{dx} = \frac{h}{s} \frac{dy^*}{dx^*} = \frac{(\kappa + 2) y^{*\kappa+4} - (\kappa + 4) y^{*\kappa+2} + 2y^*}{2s^* x^* (y^{*\kappa+1} - y^{*\kappa+3}) (\kappa + 2) (\kappa + 4)}$$

Deze vergelijkingen zijn van de vorm:

$$\frac{dy^*}{dx^*} = \frac{f'(x^*)}{f(x^*)} g(y^*)$$

Het gamma-vlak kan nu als volgt bepaald worden:

$$\int_0^{x^*} \frac{f'(x^*)}{f(x^*)} dx^* = \int_0^{y^*} \frac{1}{g(y^*)} dy^*$$

Voor κ is even:

$$\begin{aligned} \ln f(x^*) - \ln f(0) &= \int_0^{y^*} \frac{(y^{*\kappa+1} - y^{*\kappa+3}) (\kappa + 2) (\kappa + 4)}{(\kappa + 2) y^{*\kappa+4} - (\kappa + 4) y^{*\kappa+2} + 2} dy^* \\ &= \ln 2 - \ln \left((\kappa + 2) y_{\Gamma}^{*\kappa+4} - (\kappa + 4) y_{\Gamma}^{*\kappa+2} + 2 \right) \end{aligned}$$

Uit de snelheidsvelden voor de gebieden I en II valt af te leiden dat de y-as een gamma-vlak vormt, ongeacht de waarde voor κ en de functie in x^* . Voor $x^* = 0$ geldt namelijk

$$\text{dat } \dot{u}_{x_I} = \dot{u}_{x_{II}}$$

Aangezien deze ook de normaalcomponenten van het gamma-vlak vormen, is de y-as een gamma-vlak.

Het afschuifvermogen wordt dan ook alleen maar bepaald door \dot{u}_{yII} , omdat $\dot{u}_{yI} = 0$.

Indien de vorm van de andere gamma-vlakken bekeken wordt, is te zien dat deze de randen ($y^* = \pm 1$) niet snijden of raken. De x-richtingscomponent van het snelheidsveld aan de randen wordt hierdoor zeer groot voor grote l. Dit zal een hoog modelvermogen met zich meebrengen.

Voor κ is oneven is de y-as dus in ieder geval een gamma-vlak.

De vermogens behorende bij het dimensieloze model.

De vermogens worden bepaald over het gehele afschuifgebied. Aangezien er echter puntsymmetrie is, wordt het vermogen over de halve lengte berekend en vermenigvuldigd met twee.

Bij deze bovengrensanalyse van de afschuifproef zijn er drie deelvermogens die het totale vermogen bepalen.

Het deformatievermogen in gebied I, P_{D_I} , het deformatievermogen in gebied II, $P_{D_{II}}$

en het afschuifvermogen over het gamma-vlak, P_T .

De onderstaande formules voor de deelvermogens gaan uit van de y-as als gamma-vlak.

Er is gekozen voor dit gamma-vlak, omdat dit het meest overeenkomt met de deformatiepatronen uit de proeven en de andere gamma-vlakken hoge reksnelheden c.q. vermogens opleveren.

Indien men de deelvermogens wil berekenen voor andere gamma-vlakken, moet men voor de integratiegrenzen van x, respectievelijk x^* , de vergelijking voor het gamma-vlak invullen.

P_D in gebied I.

$$\begin{aligned} P_{D_I} &= \sigma_f \int_{V_I} \dot{\epsilon} dV = 2 \sigma_f \int_{z=0}^l \int_{y=-h}^h \int_{x=s-\frac{l}{2}}^0 \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{\dot{u}}{h} dx dy dz \\ &= \frac{\sigma_f \dot{u} t h s}{\sqrt{3} h} \int_{y^*=-1}^1 \int_{x^*=1-\frac{l^*}{2s^*}}^0 1 dx^* dy^* \\ &= \frac{\sigma_f \dot{u} t s}{\sqrt{3}} \left[\frac{l^*}{s^*} - 2 \right] \end{aligned}$$

P_D in gebied II.

Wederom zal er onderscheid gemaakt moeten worden tussen κ is even en κ is oneven.

Voor κ is even:

$$\begin{aligned}
 P_{D_n} &= \sigma_f \int_{V_n} \dot{\varepsilon} \, dV \\
 &= 2 \sigma_f \int_{z=0}^t \int_{y=-h}^h \int_{x=0}^s \frac{\dot{u}}{2\sqrt{3} h s^{*2}} \sqrt{(\text{term 1})^2 + (\text{term 2})^2} \, dx \, dy \, dz \\
 &= \frac{2 \sigma_f \dot{u} t h}{\sqrt{3} s^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{x^*=0}^1 \sqrt{(\text{term 1})^2 + (\text{term 2})^2} \, dx^* \, dy^*
 \end{aligned}$$

$$\text{term 1} = s^* \alpha f'(x^*) y^{*\kappa+1} (1 - y^{*2})$$

$$\begin{aligned}
 \text{term 2} &= s^{*2} + s^{*2} \alpha f(x^*) \{(\kappa+1) y^{*\kappa} - (\kappa+3) y^{*\kappa+2}\} \\
 &\quad + \frac{\alpha f''(x^*)}{4} \left\{ \frac{y^{*\kappa+4}}{\kappa+4} - \frac{y^{*\kappa+2}}{\kappa+2} + \frac{2}{(\kappa+2)(\kappa+4)} \right\}
 \end{aligned}$$

Voor κ is oneven:

$$\begin{aligned}
 P_{D_n} &= 2 \sigma_f \int_{z=0}^t \int_{y=-h}^h \int_{x=0}^s \frac{\dot{u}}{2\sqrt{3} h s^{*2}} \sqrt{\alpha^2 \left\{ (y^{*\kappa+1} (y^{*2} - 1) + \frac{1}{(\kappa+2)(\kappa+4)})^2 \right.} \\
 &\quad \left. + \frac{3}{(\kappa+2)^2 (\kappa+4)^2} \right\} + s^{*2} \left(\alpha x^* y^{*\kappa} ((\kappa+3) y^{*2} - (\kappa+1)) - 1 \right)^2} \, dx \, dy \, dz \\
 P_{D_n} &= \frac{2 \sigma_f \dot{u} t h}{\sqrt{3}} \int_{y^*=-1}^1 \int_{x^*=0}^1 \sqrt{\alpha^2 \left\{ (y^{*\kappa+1} (y^{*2} - 1) + \frac{1}{(\kappa+2)(\kappa+4)})^2 \right.} \\
 &\quad \left. + \frac{3}{(\kappa+2)^2 (\kappa+4)^2} \right\} + s^{*2} \left(\alpha x^* y^{*\kappa} ((\kappa+3) y^{*2} - (\kappa+1)) - 1 \right)^2} \, dx^* \, dy^*
 \end{aligned}$$

P_Γ .

Indien men een ander gamma-vlak wil berekenen dan de y-as, zal men niet alleen de integratiegrenzen moeten aanpassen, maar ook de relatieve verplaatsing langs het gamma-vlak. Hierbij kan men dan de volgende formule gebruiken:

$$|\Delta \dot{u}_t| = |\cos \gamma (\dot{u}_{xH} \tan \gamma + \dot{u}_{yH} - \frac{Y}{2} \dot{u} \tan \gamma)|$$

Als de y-as het gamma-vlak vormt geldt: $|\Delta \dot{u}_t| = |\dot{u}_{yH}|$.

Hieruit volgen dan de volgende gamma-vlakvermogens.

$$P_\Gamma = \frac{2 \sigma_f}{\sqrt{3}} \int_S |\Delta \dot{u}_t| dS$$

Voor κ is even:

$$\begin{aligned} P_\Gamma &= \frac{2 \sigma_f}{\sqrt{3}} \int_{y=-h}^h \int_{z=0}^t \left| \frac{\alpha f'(0) \dot{u}}{4 s^*} \left[\frac{y^{*\kappa+4}}{\kappa+4} - \frac{y^{*\kappa+2}}{\kappa+2} + \frac{2}{(\kappa+4)(\kappa+2)} \right] \right| dz dy \\ &= \frac{\sigma_f \dot{u} t h}{2 \sqrt{3} s^*} \int_{y^*=-1}^1 \left| \alpha f'(0) \left[\frac{y^{*\kappa+4}}{\kappa+4} - \frac{y^{*\kappa+2}}{\kappa+2} + \frac{2}{(\kappa+4)(\kappa+2)} \right] \right| dy^* \end{aligned}$$

Voor κ is oneven:

$$\begin{aligned}
 P_{\Gamma} &= \frac{2 \sigma_f}{\sqrt{3}} \int_{y=-h}^h \int_{z=0}^t \left| \sqrt{\left[-\frac{\alpha t^* z^* \dot{u}}{s^* (\kappa+4) (\kappa+2)} \right]^2} \right. \\
 &\quad \left. + \left[\frac{\alpha}{4 s^*} \left[\frac{y^{*\kappa+4}}{\kappa+4} - \frac{y^{*\kappa+2}}{\kappa+2} + \frac{2}{(\kappa+4) (\kappa+2)} \right] \right]^2} \right| dz dy \\
 &= \frac{\sigma_f \dot{u} t h}{2 \sqrt{3} s^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{z^*=0}^1 \left| \sqrt{\left[-\frac{4 \alpha t^* z^*}{(\kappa+4) (\kappa+2)} \right]^2} \right. \\
 &\quad \left. + \alpha^2 \left[\frac{y^{*\kappa+4}}{\kappa+4} - \frac{y^{*\kappa+2}}{\kappa+2} + \frac{2}{(\kappa+4) (\kappa+2)} \right]^2} \right| dy^*
 \end{aligned}$$

Dimensieloos maken van de deelvermogens.

Deze vermogens worden nu dimensieloos gemaakt door ze te delen door het afschuifvermogen:

$$\sigma_f \dot{u} t l$$

De dimensieloze deelvermogens zien er dan als volgt uit:

P_D^* in gebied I.

$$P_{D_I}^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[1 - \frac{2s^*}{l^*} \right]$$

 P_D^* in gebied II.

Voor κ is even:

$$P_{D_{II}}^* = \frac{1}{\sqrt{3} s^* l^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{x^*=0}^1 \sqrt{(\text{term 1})^2 + (\text{term 2})^2} dx^* dy^*$$

$$\text{term 1} = s^* \alpha f'(x^*) y^{*\kappa+1} (1 - y^{*2})$$

$$\begin{aligned} \text{term 2} = & s^{*2} + s^{*2} \alpha f(x^*) \{ (\kappa+1) y^{*\kappa} - (\kappa+3) y^{*\kappa+2} \} \\ & + \frac{\alpha f''(x^*)}{4} \left\{ \frac{y^{*\kappa+4}}{\kappa+4} - \frac{y^{*\kappa+2}}{\kappa+2} + \frac{2}{(\kappa+2)(\kappa+4)} \right\} \end{aligned}$$

Voor κ is oneven:

$$\begin{aligned} P_{D_{II}}^* = & \frac{1}{\sqrt{3} l^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{x^*=0}^1 \left[\alpha^2 \left\{ (y^{*\kappa+1} (y^{*2} - 1) + \frac{1}{(\kappa+2)(\kappa+4)})^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{3}{(\kappa+2)^2(\kappa+4)^2} \right\} + s^{*2} \left(\alpha x^* y^{*\kappa} ((\kappa+3) y^{*2} - (\kappa+1)) - 1 \right)^2 \right] dx^* dy^* \end{aligned}$$

P_{Γ}^*

Voor κ is even:

$$P_{\Gamma}^* = \frac{1}{4\sqrt{3} l^* s^*} \int_{y^*=-1}^1 \left| \alpha F'(0) \left[\frac{y^{*\kappa+4}}{\kappa+4} - \frac{y^{*\kappa+2}}{\kappa+2} + \frac{2}{(\kappa+4)(\kappa+2)} \right] \right| dy^*$$

Voor $\kappa \geq 0$ kan dit vermogen vereenvoudigd worden tot:

$$P_{\Gamma}^* = \frac{1}{\sqrt{3} l^* s^*} \left[\frac{|\alpha F'(0)|}{(\kappa+5)(\kappa+3)} \right]$$

Voor κ is oneven:

$$P_{\Gamma}^* = \frac{1}{4\sqrt{3} l^* s^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{z^*=0}^1 \left| \sqrt{\left[-\frac{4\alpha t^* z^*}{(\kappa+4)(\kappa+2)} \right]^2} + \alpha^2 \left[\frac{y^{*\kappa+4}}{\kappa+4} - \frac{y^{*\kappa+2}}{\kappa+2} + \frac{2}{(\kappa+4)(\kappa+2)} \right]^2} \right| dy^*$$

Totale dimensieloze vermogen P_m^*

Het totale dimensieloze vermogen van een model is de optelling van de deelvermogens.

$$P_m^* = P_{D_I}^* + P_{D_{II}}^* + P_{\Gamma}^*$$

Optimalisatie van het dimensieloze modelvermogen P_m^* .

Om de verschillende vrije parameters te bepalen, wordt gezocht naar het model met het laagste vermogen voor bepaalde waarden van de vrije parameters. Er is voor de functie in x^* een eerste en tweede orde functie genomen en hierbij κ gevarieerd. Nu moeten voor deze modellen nog de optimale α en s^* bepaald worden. Dit gebeurt door α en s^* te variëren tussen respectievelijk -10 en 10, en 0.01 en $1^*/2$. Eventueel wordt dan nog een gedeelte uitvergroet en nader bekeken. Indien blijkt dat er een minimum optreedt, is de waarde van α en s^* bepaald met behulp van het optimalisatie programma minifun. De opgegeven nauwkeurigheid bedraagt 0.001 voor de integraal van het deformatievermogen in gebied II. Voor minifun bedraagt dit eveneens 0.001. Zowel de relatieve als de absolute nauwkeurigheid wordt bekeken. Minifun stopt zijn berekeningen, indien voor zowel het modelvermogen als voor de vrije parameters is voldaan aan één van de eisen aan de nauwkeurigheid. Voor meer informatie m.b.t. de gebruikte numerieke methoden en programmatuur wordt verwezen naar bijlage 5.

De verschillende modellen krijgen vanaf nu een nummering. Het eerste getal geeft de orde van de functie in x^* aan, het tweede de waarde van κ . Bij ieder model staan ook hoogtelijnenfiguren, die de verschillende waarden van de vrije parameters die eenzelfde modelvermogen opleveren met elkaar verbinden. Zo wordt een soort landkaart verkregen, waarin de coördinaten van het laagste punt, de waarden van de vrije parameters bij het minimale modelvermogen voorstellen.

Er wordt begonnen met een eerste orde functie in x^* , $f(x^*) = x^*$.

$$\underline{f(x^*) = x^*}.$$

Bij deze eerste orde functie in x^* zijn alle waarden van κ toegestaan. De volgende waarden van κ zullen worden bekeken:

$\kappa = 0$	model 1,0
$\kappa = 2$	model 1,2
$\kappa = 1$	model 1,1
$\kappa = -1$	model 1,-1

Model 1,0: $f(x^*) = x^*$, $\kappa = 0$.

Snelheidsveld:
$$\dot{u}_{x^*} = (1 + \alpha x^* (1 - y^{*2})) \frac{y^*}{2} \dot{u}$$

$$\dot{u}_{z^*} = 0$$

$$\dot{u}_{y^*} = \frac{\alpha}{16 s^*} (y^{*2} - 1)^2 \dot{u}$$

Reksnelheden:
$$\varepsilon_{xx} = -\varepsilon_{yy} = \frac{\alpha y^*}{4 s^* h} (1 - y^{*2}) \dot{u}$$

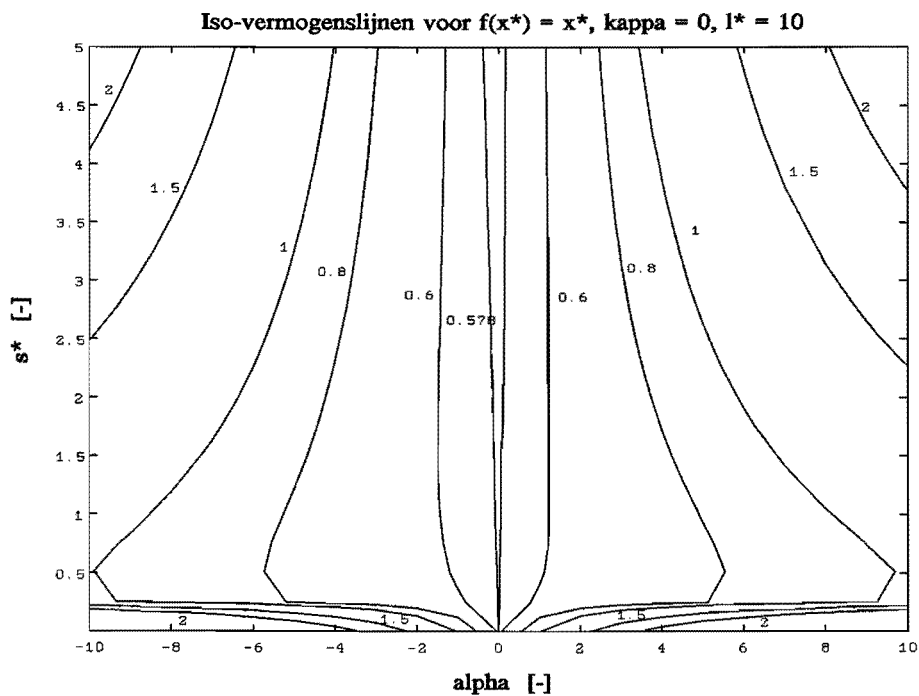
$$\varepsilon_{xy} = \frac{\dot{u}}{4h} (1 + \alpha x^* (1 - 3y^{*2}))$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

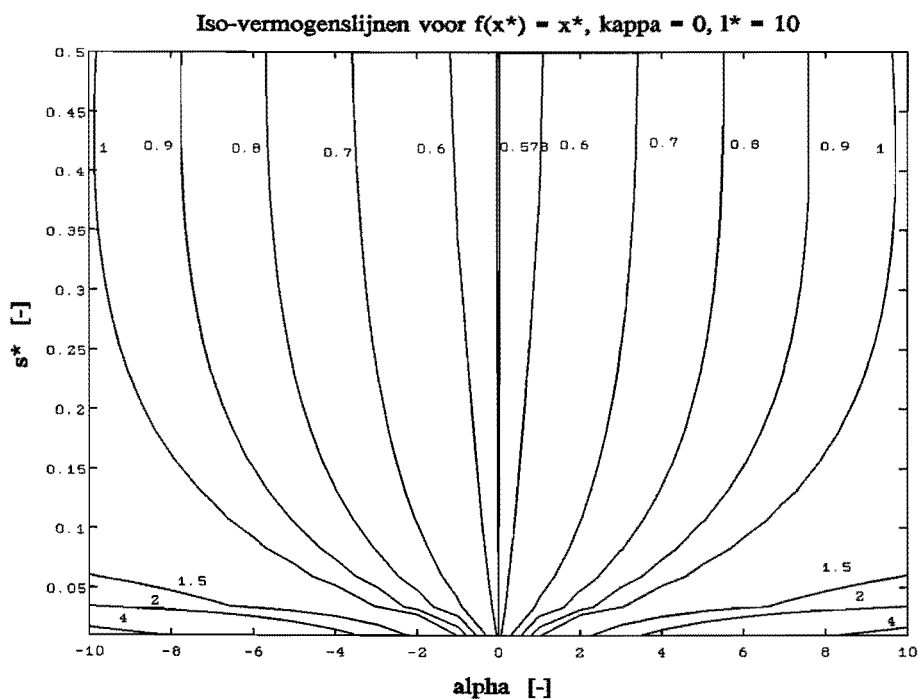
P_m^* .

$$P_m^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[1 - \frac{2s^*}{l^*} + \frac{|\alpha|}{15 l^* s^*} + \frac{1}{l^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{x^*=0}^1 R(\alpha, s^*, x^*, y^*) dx^* dy^* \right]$$

$$\text{met } R = \sqrt{(\alpha y^* (y^{*2} - 1))^2 + s^{*2} (\alpha x^* (3y^{*2} - 1) - 1)^2}$$



Figuur 3 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -10 tot 10 en s^* van 0 tot 5.



Figuur 4 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -10 tot 10 en s^* van 0 tot 0.5.

Model 1,2: $f(x^*) = x^*$, $\kappa = 2$.

Snelheidsveld:
$$\dot{u}_{x_n} = (1 + \alpha x^* y^{*2} (1 - y^{*2})) \frac{Y^*}{2} \dot{u}$$

$$\dot{u}_{z_n} = 0$$

$$\dot{u}_{y_n} = \frac{\alpha}{48 s^*} (2 y^{*6} - 3 y^{*4} + 1) \dot{u}$$

Reksnelheden:
$$\varepsilon_{xx} = -\varepsilon_{yy} = \frac{\alpha Y^{*3}}{4 s^* h} (1 - y^{*2}) \dot{u}$$

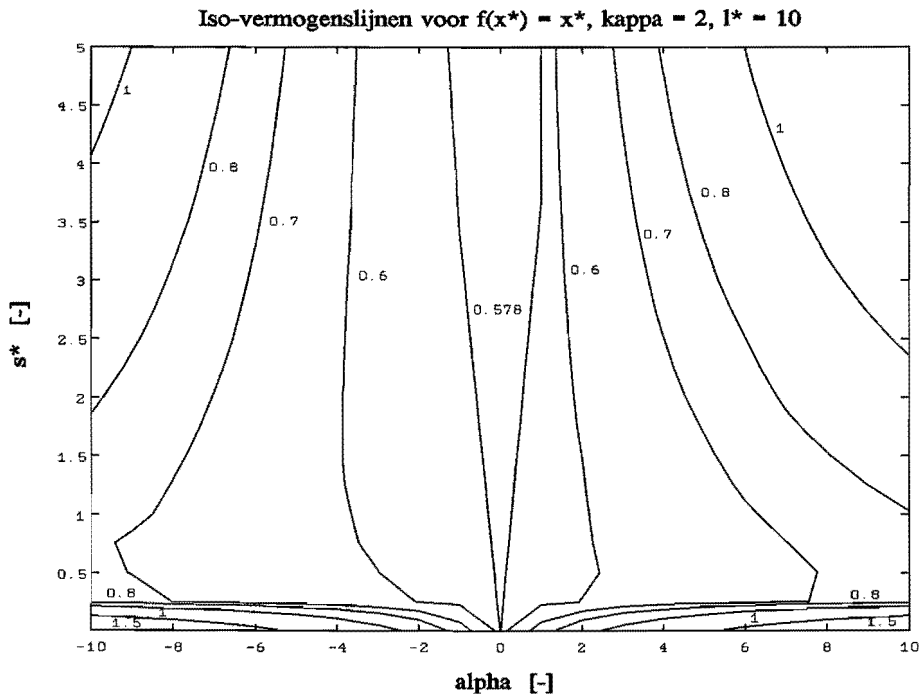
$$\varepsilon_{xy} = \frac{\dot{u}}{4h} (1 + \alpha x^* y^{*2} (3 - 5 y^{*2}))$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

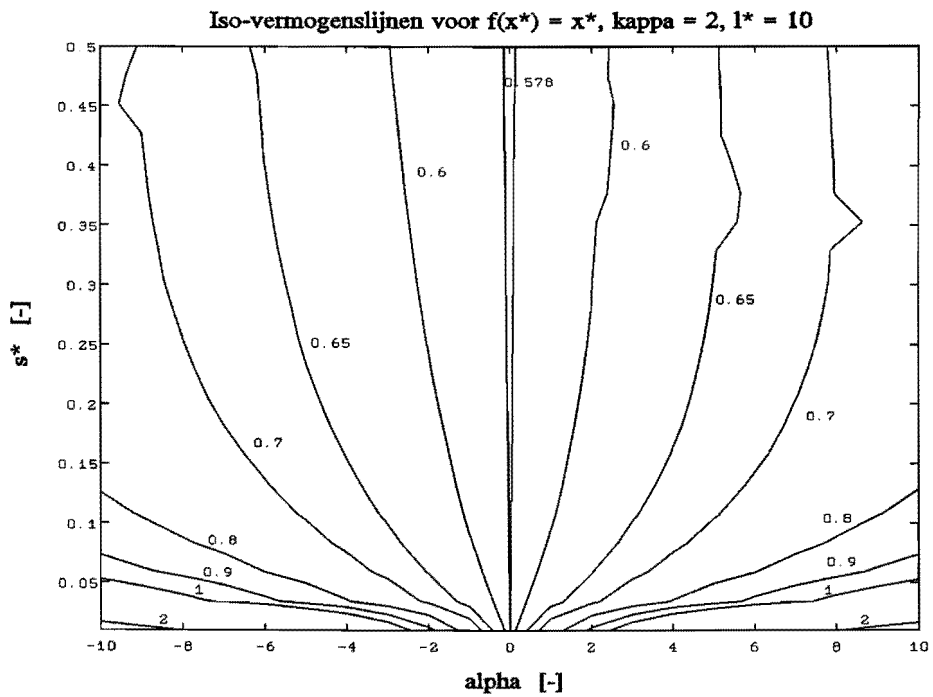
P_m^* .

$$P_m^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[1 - \frac{2s^*}{l^*} + \frac{|\alpha|}{35 l^* s^*} + \frac{1}{l^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{x^*=0}^1 R(\alpha, s^*, x^*, y^*) dx^* dy^* \right]$$

$$\text{met } R = \sqrt{(\alpha y^{*3} (y^{*2} - 1))^2 + s^{*2} (\alpha x^* y^* (5 y^{*2} - 3) - 1)^2}$$



Figuur 5 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -10 tot 10 en s^* van 0 tot 5.



Figuur 6 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -10 tot 10 en s^* van 0 tot 0.5.

Model 1,1: $f(x^*) = x^*$, $\kappa = 1$.

Snelheidsveld:
$$\dot{u}_{x''} = (1 + \alpha x^* y^* (1 - y^{*2})) \frac{Y^*}{2} \dot{u}$$

$$\dot{u}_{y''} = \frac{\alpha}{60 S^*} (3 Y^{*5} - 5 Y^{*3} + 2 Y^*) \dot{u}$$

$$\dot{u}_{z''} = - \frac{\alpha t^* z^*}{15 S^*} \dot{u}$$

Reksnelheden:
$$\varepsilon_{xx} = \frac{\alpha Y^{*2}}{4 S^* h} (1 - y^{*2}) \dot{u}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\alpha}{4 S^* h} (Y^{*4} - Y^{*2} + \frac{2}{15}) \dot{u}$$

$$\varepsilon_{zz} = - \frac{\alpha}{30 S^* h} \dot{u}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\dot{u}}{4h} (1 + 2\alpha x^* y^* (1 - 2y^{*2}))$$

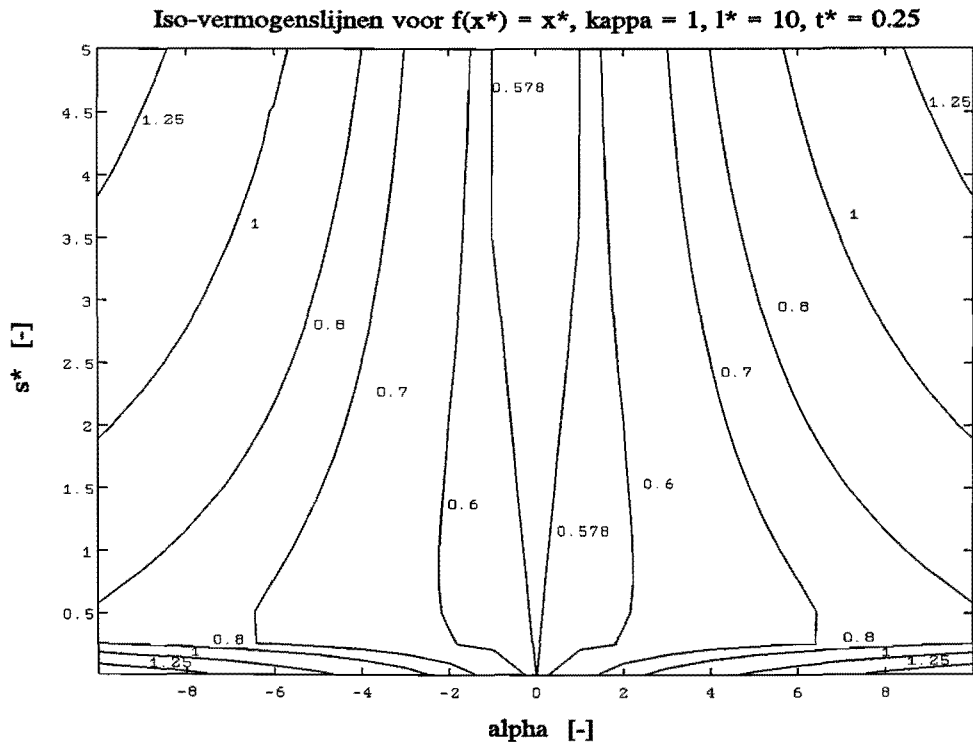
$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

P_m^*

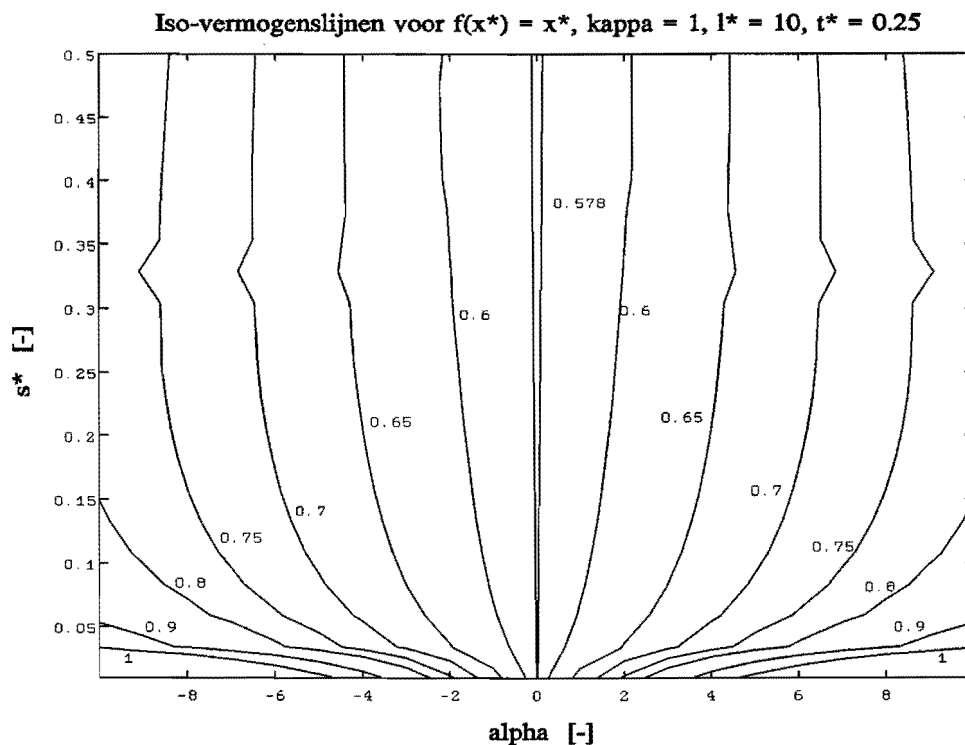
$$P_m^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ 1 - \frac{2s^*}{l^*} + \frac{1}{l^*s^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{z^*=0}^1 R1(\alpha, z^*, y^*) dz^* dy^* + \frac{1}{l^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{x^*=0}^1 R2(\alpha, s^*, x^*, y^*) dx^* dy^* \right\}$$

met $R1 = \left| \frac{\alpha}{60} \sqrt{4z^{*2}t^{*2} + 9y^{*10} - 30y^{*8} + 12y^{*6} - 20y^{*4} + 4y^{*2}} \right|$

$$R2 = \sqrt{\alpha^2 \left((y^{*2}(y^{*2} - 1) + \frac{1}{15})^2 + \frac{3}{225} \right) + s^{*2} (\alpha x^* y^* (4y^{*2} - 2) - 1)^2}$$



Figuur 7 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -10 tot 10 en s^* van 0 tot 5.



Figuur 8 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -10 tot 10 en s^* van 0 tot 0.5.

Model 1,-1: $f(x^*) = x^*$, $\kappa = -1$.

Snelheidsveld:
$$\dot{u}_{x_n} = (y^* + \alpha x^* (1 - y^{*2})) \frac{\dot{u}}{2}$$

$$\dot{u}_{y_n} = \frac{\alpha}{12 s^*} (y^{*3} - y^*) \dot{u}$$

$$\dot{u}_{z_n} = - \frac{\alpha t^* z^*}{3 s^*} \dot{u}$$

Reksnelheden:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\alpha}{4 s^* h} (1 - y^{*2}) \dot{u}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\alpha}{4 s^* h} \left(y^{*2} + \frac{2}{3} \right) \dot{u}$$

$$\varepsilon_{zz} = - \frac{\alpha}{6 s^* h} \dot{u}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\dot{u}}{4h} (1 - 2\alpha x^* y^*)$$

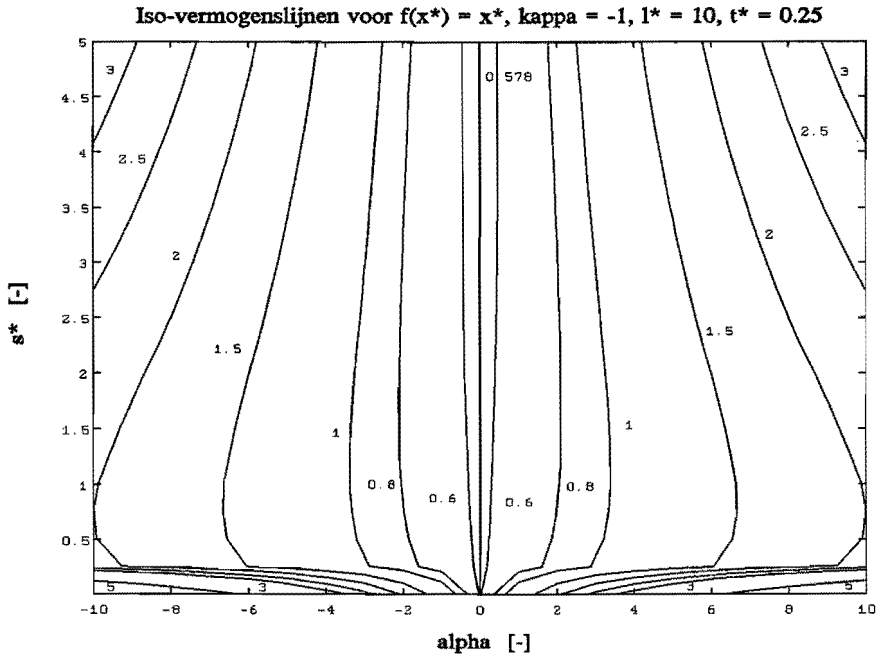
$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

\mathbf{P}_m^*

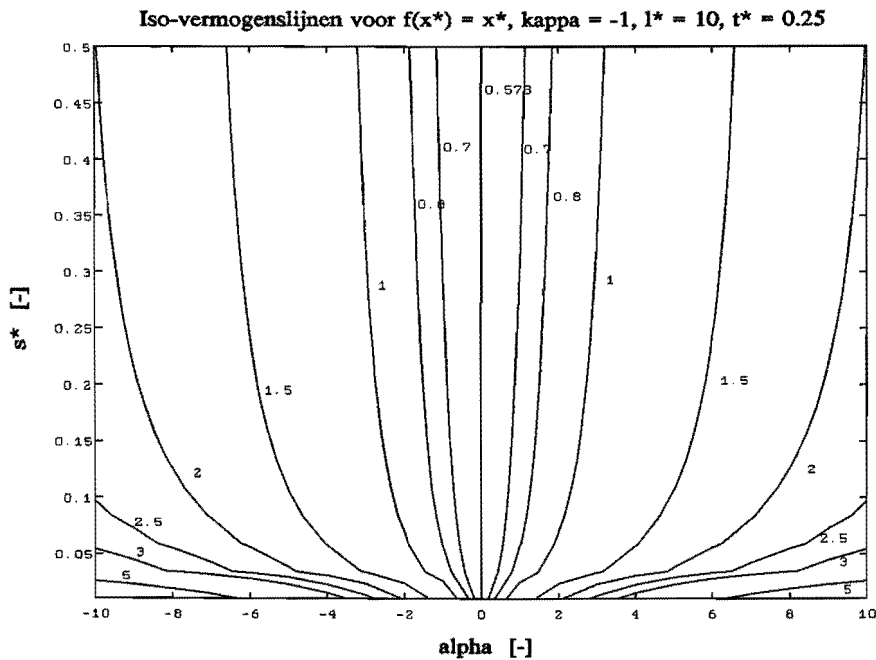
$$P_m^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ 1 - \frac{2s^*}{l^*} + \frac{|\alpha \lambda|}{15 l^* s^*} \right. \\ \left. + \frac{1}{l^* s^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{x^*=0}^1 R(\alpha, s^*, x^*, y^*) dx^* dy^* \right\}$$

$$\text{met } R1 = \left| \frac{\alpha}{12} \sqrt{16 z^{*2} t^{*2} + y^{*6} - 2y^{*4} + y^{*2}} \right|$$

$$R2 = \sqrt{\alpha^2 \left((y^{*2} - 1) + \frac{1}{15} \right)^2 + \frac{1}{3}} + s^{*2} (2\alpha x^* y^* - 1)^2$$



Figuur 9 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -10 tot 10 en s^* van 0 tot 5.



Figuur 10 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -10 tot 10 en s^* van 0 tot 0.5.

Uit bovenstaande figuren blijkt dat er geen minimum optreedt voor $f(x^*) = x^*$. Alle berekende waarden van het dimensieloze modelvermogen zijn hoger dan het dimensieloze vermogen bij zuivere enkelvoudige afschuiving. Dat is namelijk $1/\sqrt{3} = 0.577$.

Wat verder opvalt, is dat de snelheidscomponent in y -richting onafhankelijk is van x^* . Dit betekent dat alle deeltjes op een bepaalde y -coördinaat dezelfde verplaatsing in y -richting ondergaan. Dit sluit een rotatie uit. Uit proeven blijkt echter dat er in het randgebied van een proefstuk rotatie optreedt. Daarom wordt nu verder gegaan met $f(x^*) = x^{*2} + \lambda x^*$. Minifun heeft nu ook λ berekend. Bij deze tweede orde functie zijn alleen even waarden voor κ toegestaan. Daarom zullen de volgende waarden voor κ bekeken worden:

$\kappa = 0$	model 2,0
$\kappa = 2$	model 2,2
$\kappa = 4$	model 2,4

Model 2,0: $f(x^*) = x^{*2}$, $\kappa = 0$.

Snelheidsveld: $\dot{u}_{x''} = (1 + \alpha (x^{*2} + \lambda x^*) (1 - y^{*2})) \frac{y^*}{2} \dot{u}$

$$\dot{u}_{z''} = 0$$

$$\dot{u}_{y''} = \frac{\alpha (2x^* + \lambda)}{16s^*} (y^{*2} - 1)^2 \dot{u}$$

Reksnelheden: $\varepsilon_{xx} = -\varepsilon_{yy} = \frac{\alpha y^* (2x^* + \lambda)}{4s^* h} (1 - y^{*2}) \dot{u}$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\dot{u}}{4h} \left[1 + \alpha (x^{*2} + \lambda x^*) (1 - 3y^{*2}) + \frac{\alpha}{8s^{*2}} (1 - y^{*2})^2 \right]$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

P_m^*

$$P_m^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[1 - \frac{2s^*}{l^*} + \frac{|\alpha \lambda|}{15l^* s^*} + \frac{1}{l^* s^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{x^*=0}^1 R(\alpha, s^*, x^*, y^*) dx^* dy^* \right]$$

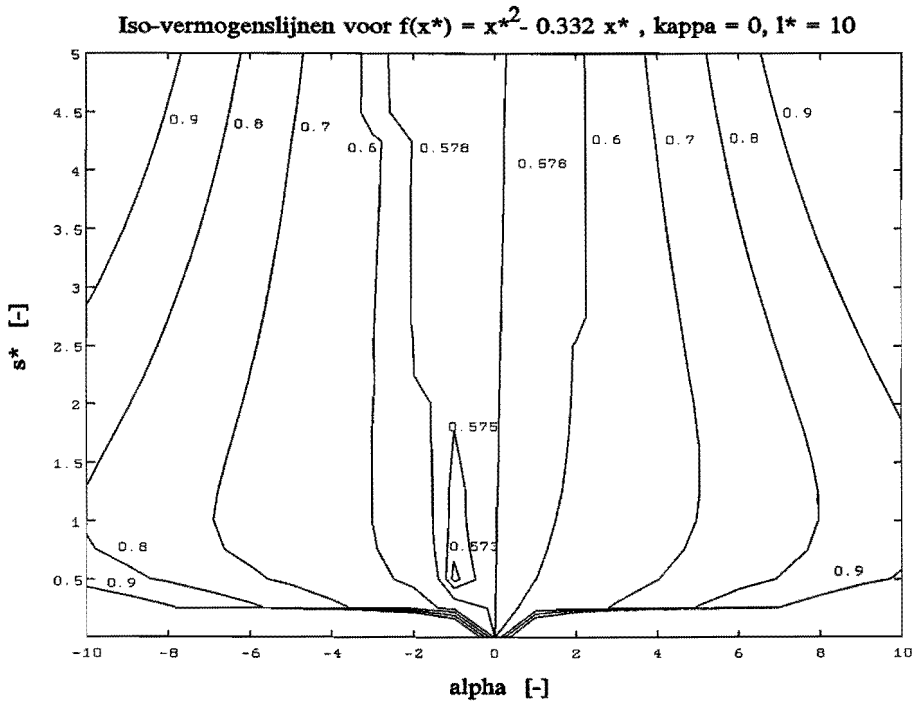
$$\text{met } R = \frac{\sqrt{\{s^* \alpha y^* (2x^* + \lambda) (1 - y^{*2})\}^2 + \{s^{*2} + s^{*2} \alpha (x^{*2} + \lambda) (1 - 3y^{*2}) + \frac{\alpha}{8} (1 - y^{*2})^2\}^2}}{2}$$

Minifun geeft voor dit model een minimaal modelvermogen van: $P_m^* = 0.570$.

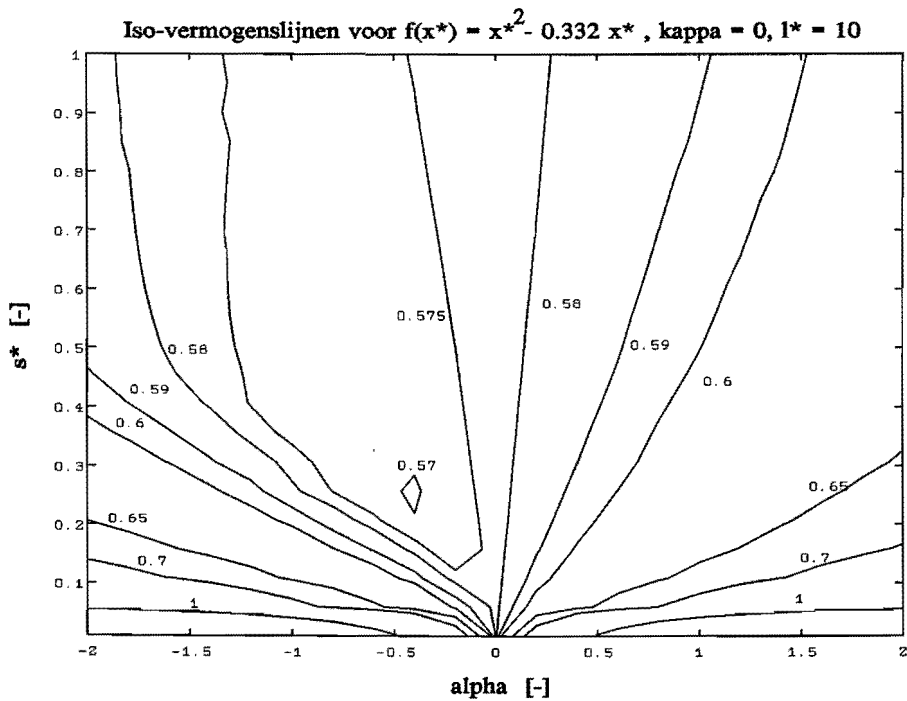
De bijbehorende waarden voor de vrije parameters zijn: $\alpha = -0.434$

$$\lambda = -0.332$$

$$s^* = 0.252$$



Figuur 11 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -10 tot 10 en s^* van 0 tot 5.



Figuur 12 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -2 tot 2 en s^* van 0 tot 1.

Model 2,2: $f(x^*) = x^{*2}$, $\kappa = 2$.

Snelheidsveld:
$$\dot{u}_{x_n} = (1 + \alpha y^{*2} (x^{*2} + \lambda x^*)) (1 - y^{*2}) \frac{Y^*}{2} \dot{u}$$

$$\dot{u}_{z_n} = 0$$

$$\dot{u}_{y_n} = \frac{\alpha (2x^* + \lambda)}{48 s^*} (2y^{*6} - 3y^{*4} + 1) \dot{u}$$

Reksnelheden:
$$\varepsilon_{xx} = -\varepsilon_{yy} = \frac{\alpha y^{*3} (2x^* + \lambda)}{4 s^* h} (1 - y^{*2}) \dot{u}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\dot{u}}{4h} \left\{ 1 + \alpha (x^{*2} + \lambda x^*) (3y^{*2} - 5y^{*4}) + \frac{\alpha}{24 s^{*2}} (2y^{*6} - 3y^{*4} + 1) \right\}$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

P_m^*

$$P_m^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[1 - \frac{2s^*}{l^*} + \frac{|\alpha \lambda|}{35 l^* s^*} + \frac{1}{l^* s^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{x^*=0}^1 R(\alpha, s^*, x^*, y^*) dx^* dy^* \right]$$

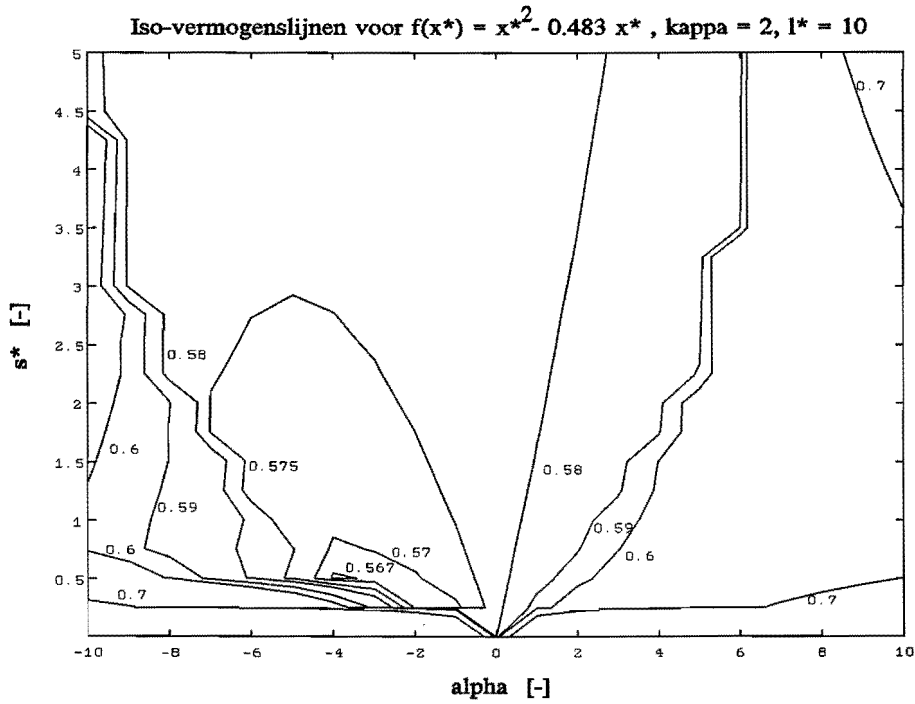
$$\text{met } R = \sqrt{\{s^* \alpha y^{*3} (2x^* + \lambda) (1 - y^{*2})\}^2 + \{s^{*2} + s^{*2} \alpha y^{*2} (x^{*2} + \lambda) (3 - 5y^{*2}) + \frac{\alpha}{24} (2y^{*6} - 3y^{*4} + 1)\}^2}$$

Minifun geeft voor dit model een minimaal modelvermogen van: $P_m^* = 0.566$.

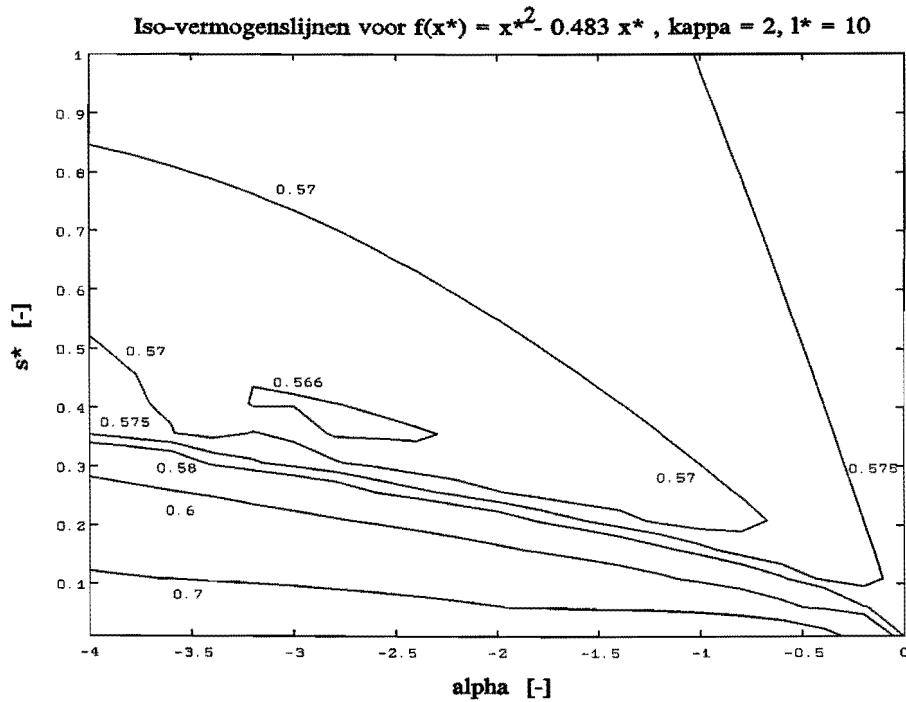
De bijbehorende waarden voor de vrije parameters zijn: $\alpha = -2.446$

$$\lambda = -0.483$$

$$s^* = 0.387$$



Figuur 13 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -10 tot 10 en s^* van 0 tot 5.



Figuur 14 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -4 tot 0 en s^* van 0 tot 1.

Model 2,4: $f(x^*) = x^{*2}$, $\kappa = 4$.

Snelheidsveld: $\dot{u}_{x_n} = (1 + \alpha y^{*4} (x^{*2} + \lambda x^*) (1 - y^{*2})) \frac{y^*}{2} \dot{u}$

$$\dot{u}_{z_n} = 0$$

$$\dot{u}_{y_n} = \frac{\alpha (2x^* + \lambda)}{96 s^*} (3y^{*8} - 4y^{*6} + 1) \dot{u}$$

Reksnelheden: $\varepsilon_{xx} = -\varepsilon_{yy} = \frac{\alpha y^{*5} (2x^* + \lambda)}{4 s^* h} (1 - y^{*2}) \dot{u}$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\dot{u}}{4h} \left\{ 1 + \alpha (x^{*2} + \lambda x^*) (5y^{*4} - 7y^{*6}) + \frac{\alpha}{48 s^{*2}} (3y^{*8} - 4y^{*6} + 1) \right\}$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

P_m^*

$$P_m^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[1 - \frac{2s^*}{l^*} + \frac{|\alpha \lambda|}{63 l^* s^*} + \frac{1}{l^* s^*} \int_{y^*=-1}^1 \int_{x^*=0}^1 R(\alpha, s^*, x^*, y^*) dx^* dy^* \right]$$

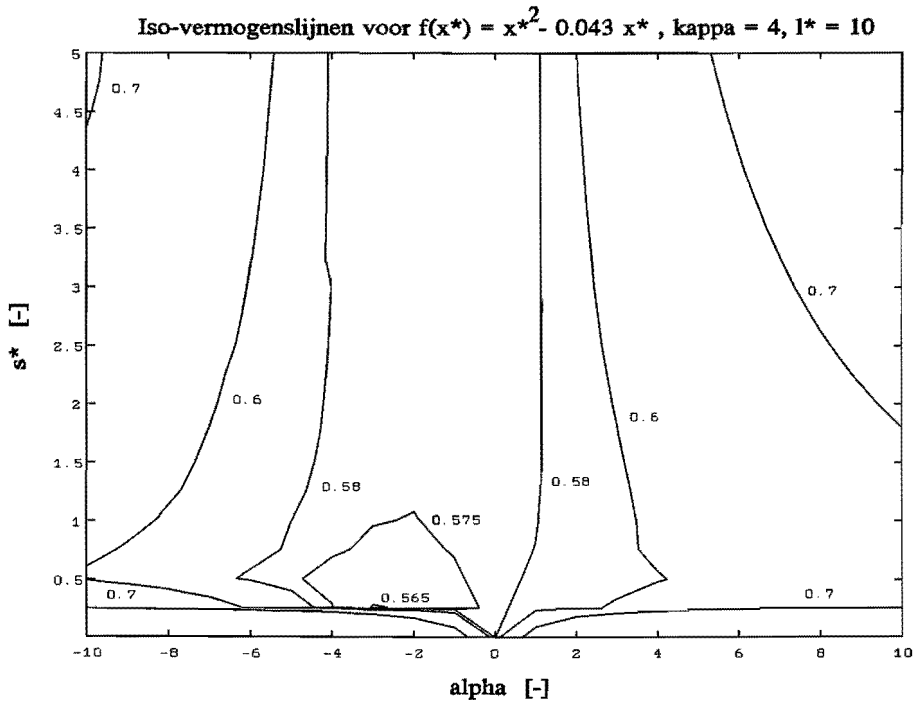
$$\text{met } R = \sqrt{\{s^* \alpha y^{*5} (2x^* + \lambda) (1 - y^{*2})\}^2 + \{s^{*2} + s^{*2} \alpha y^{*4} (x^{*2} + \lambda) (5 - 7y^{*2}) + \frac{\alpha}{48} (3y^{*8} - 4y^{*6} + 1)\}^2}$$

Minifun geeft voor dit model een minimaal modelvermogen van: $P_m^* = 0.565$.

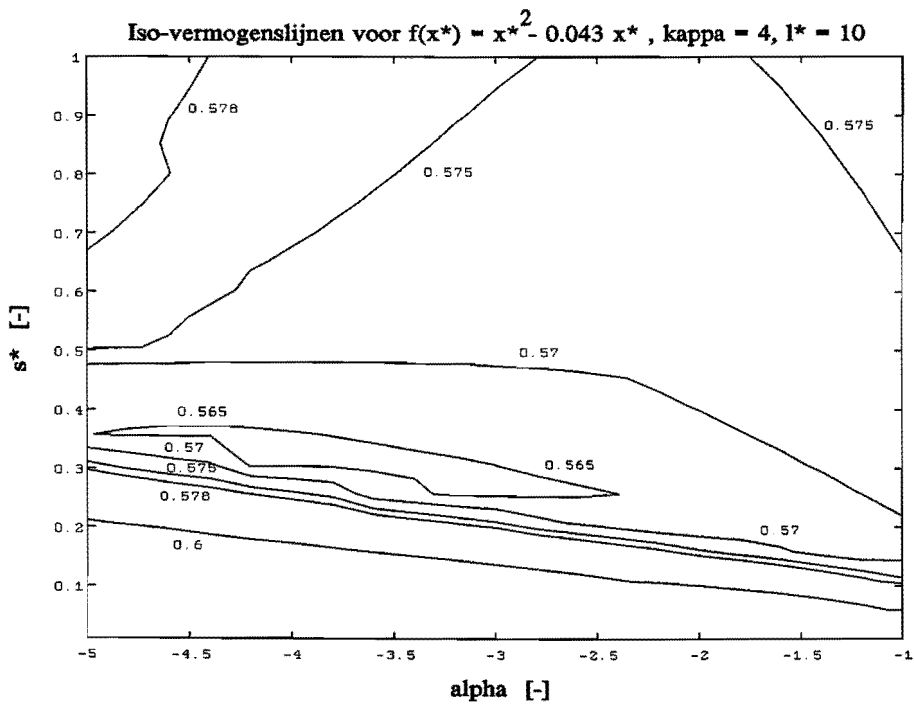
De bijbehorende waarden voor de vrije parameters zijn: $\alpha = -3.408$

$$\lambda = -0.043$$

$$s^* = 0.332$$



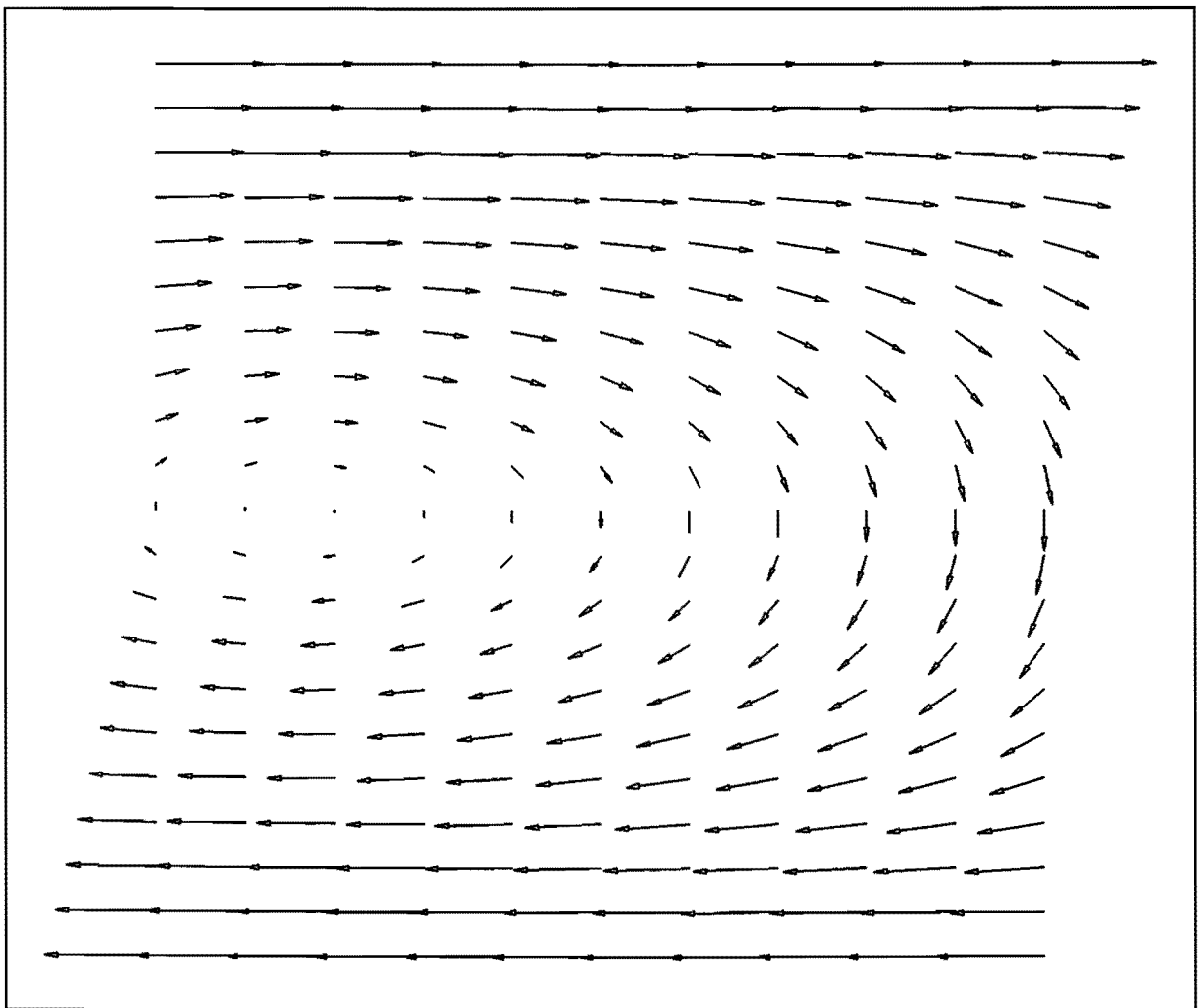
Figuur 15 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -10 tot 10 en s^* van 0 tot 5.



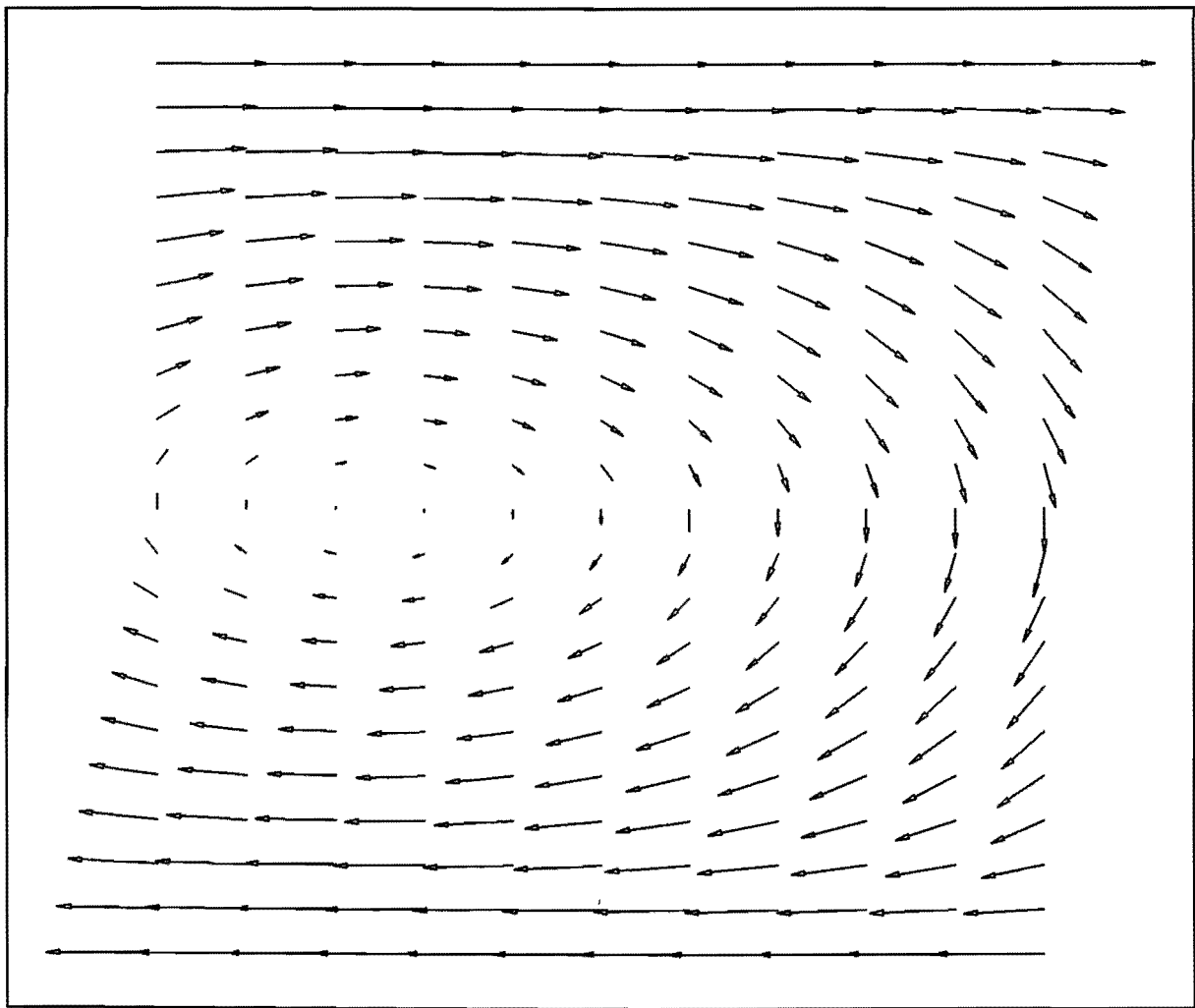
Figuur 16 Hoogtelijnen van het modelvermogen voor α van -5 tot -1 en s^* van 0 tot 1.

Als een kwadratische functie invuld wordt voor $f(x^*)$, is de snelheidscomponent in y -richting afhankelijk van x^* . Er wordt dus rotatie toegestaan. Er blijkt zich nu ook een randgebied in te stellen. Dit model geeft voor de lengte van dit gebied (s) een waarde die ongeveer $\frac{1}{3}$ van de breedte van het afschuifgebied ($2h$) bedraagt. Hoe hoger κ gekozen wordt, des te lager wordt het modelvermogen. Een hogere waarde voor κ zorgt ervoor dat de deformatie zich verplaatst naar de inklemmingen ($y^* \rightarrow \pm 1$). Dit komt overeen met waarnemingen uit proeven. Hierbij worden grote deformaties waargenomen bij de inklemmingen en in het midden een nagenoeg starre rotatie.

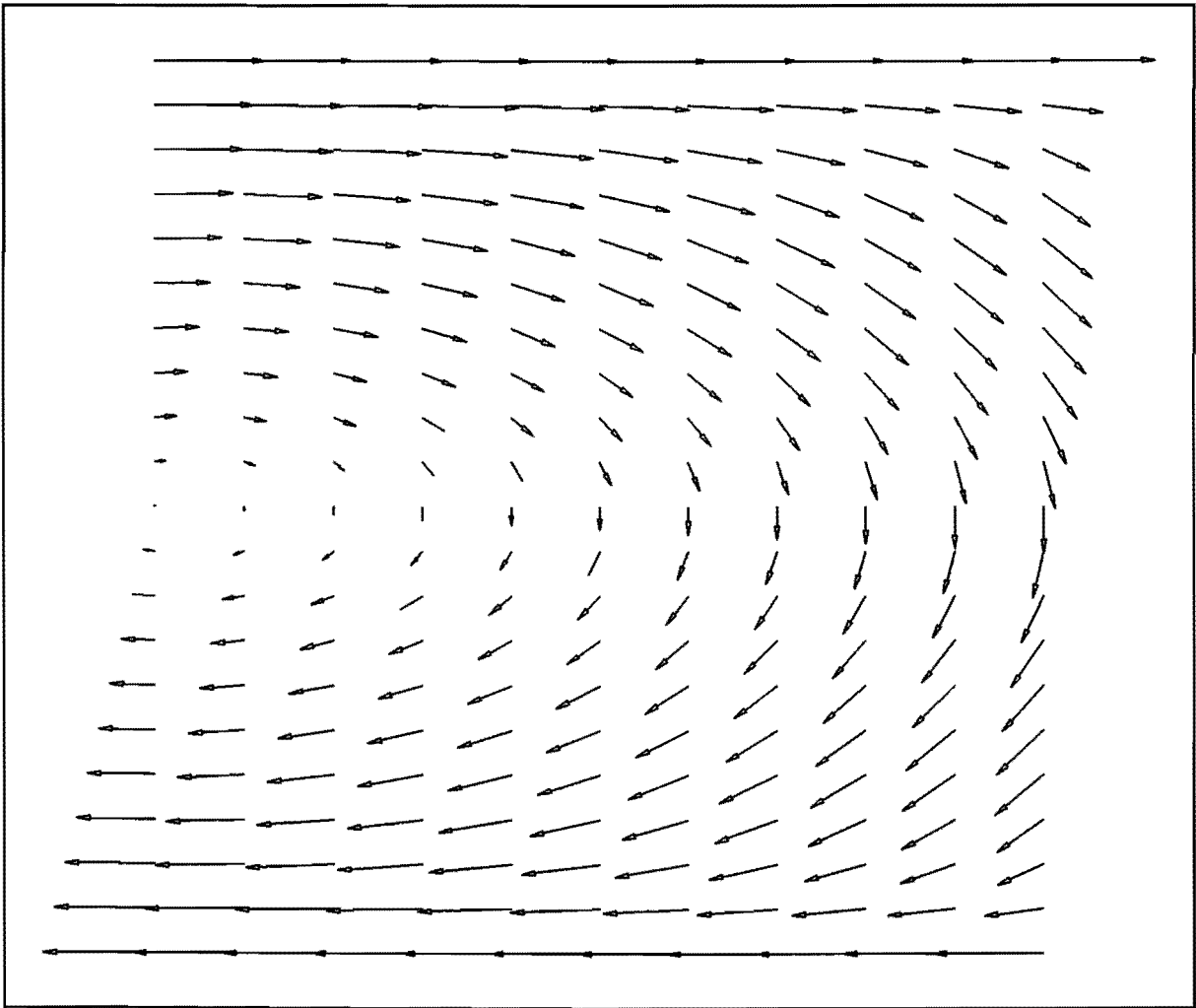
De waarden van het dimensieloze modelvermogen verschillen slechts weinig van elkaar. Om na te gaan in welke mate de voorgaande modellen van elkaar verschillen volgen nu enkele vectorplots, die het snelheidsveld beschrijven.



Figuur 17 Snelheidsveld representatie voor $\kappa = 0$, $\lambda = -0.332$ en $\alpha = -0.434$.



Figuur 18 Snelheidsveld representatie voor $\kappa = 2$, $\lambda = -0.483$ en $\alpha = -2.446$.



Figuur 19 Snelheidsveld representatie voor $\kappa = 4$, $\lambda = -0.043$ en $\alpha = -3.408$.

Nu volgt het model waarin y^* vervangen wordt door $|y^*|^k$.

De aannamen voor het snelheidsveld blijven hetzelfde:

$$\dot{u}_{x_n} = (1 + \alpha |y^*|^k f(x^*) (1 - y^{*2})) \frac{y^*}{2} \dot{u}$$

$$\dot{u}_{z_n} = \beta z^* \dot{u}$$

En uit volume-invariantie volgt dan:

Voor $y^* > 0$ geldt:

$$\dot{u}_{x_n} = (1 + \alpha y^{*k} f(x^*) (1 - y^{*2})) \frac{y^*}{2} \dot{u}$$

$$\dot{u}_{y_n} = \frac{\alpha f'(x^*)}{4 s^*} \left(\frac{y^{*k+4}}{k+4} - \frac{y^{*k+2}}{k+2} + \frac{2y^*}{(k+2)(k+4)} \right) \dot{u}$$

$$\dot{u}_{z_n} = \beta z^* \dot{u} = - \frac{\alpha t^* f'(x^*)}{s^* (k+2)(k+4)} z^* \dot{u}$$

Voor $y^* < 0$ geldt:

$$y^* = -y^*$$

$$\dot{u}_{x_n} = (1 - \alpha y^{*k} f(x^*) (1 - y^{*2})) \frac{y^*}{2} \dot{u}$$

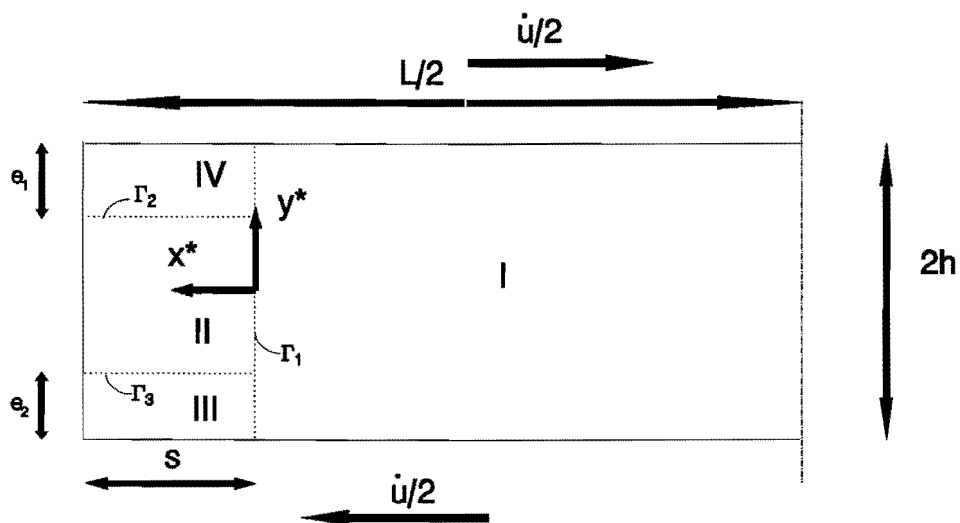
$$\dot{u}_{y_n} = - \frac{\alpha f'(x^*)}{4 s^*} \left(\frac{y^{*k+4}}{k+4} - \frac{y^{*k+2}}{k+2} + \frac{2y^*}{(k+2)(k+4)} \right) \dot{u}$$

$$\dot{u}_{z_n} = \beta z^* \dot{u} = + \frac{\alpha t^* f'(x^*)}{s^* (k+2)(k+4)} z^* \dot{u}$$

Er wordt bij deze snelheidsvelden ook voldaan aan de eis van continuïteit over de x-as. Deze snelheidsvelden zijn gelijk aan de snelheidsvelden voor κ is oneven. Ze hebben ook geen verplaatsing in y-richting op de x-as. En omdat β onafhankelijk van x^* moet zijn, kan de snelheidscomponent in y-richting niet afhankelijk zijn van x^* . Dit sluit een rotatie uit en daardoor zal men geen minimum vinden dat lager is dan bij een kwadratisch veld.

Conclusies en aanbevelingen.

- Als eerste wordt benadrukt dat dit een analyse was met een ideaal plastisch materiaalmodel.
- Uit deze bovengrensanalyse blijkt dat zich een rotatie voordoet en dat de grootste deformaties zich concentreren bij de inklemranden.
- De afwijking van zuiver enkelvoudige afschuiving bedraagt 2% bij een lengte-breedte-verhouding van 10. Bij een kleinere verhouding zal dit verschil groter worden.
- Indien de deelvermogens nader bekeken worden, blijkt dat het randeffect onafhankelijk is van de lengte-hoogte-verhouding l^* . Door nu het deformatievermogen in gebied I van het totale vermogen af te trekken, kan het vermogen worden berekend dat door het randeffect wordt gedissipeerd. Dit bedraagt 0.026 en is 4.5% van het zuiver enkelvoudige afschuifvermogen. Hiermee kan nu voor iedere willekeurige lengte-hoogte-verhouding, de procentuele afwijking worden berekend.
- Er is echter bij deze berekening alleen gekeken naar een snelheidsveld voor de eerste verplaatsingen. Op dat moment valt het gamma-vlak nog samen met de y-as. Hierna zal het wellicht gaan draaien. Het is dus nuttig om te kijken naar een model dat rekening houdt met zo'n draaiing.
- Omdat uit proeven is gebleken dat aan de inklemranden de grootste deformaties optreden en het midden nagenoeg star roteert, is het aan te bevelen om te kijken naar hogere waarden van κ . Ook kan men kijken naar een nieuwe gebiedsindeling met andere snelheidsvelden. Zo zou men kunnen denken aan een zuiver afschuifgebied, een zuiver rotatiegebied in het midden en een stuik- en rekgebied aan de randen (zie figuur 20). Deze laatste twee zonder een beperking aan de snelheidscomponent in z-richting.



Figuur 20 Snelheidsveld configuratie voor een verbeterde modellering.

Referenties:

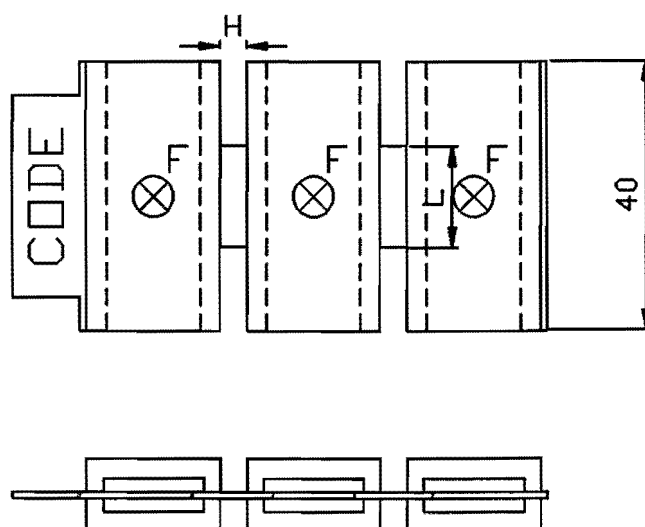
- [1] S.M. Hoogenboom
Technische Plasticiteitsleer
TUE dictaat, 4406, Eindhoven 1987

Bijlage 2

Schatting van de vlaktedruk onder de inklemming

- Inleiding.

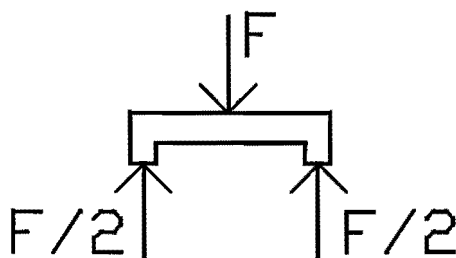
Om de vlaktedruk onder de inklemming te kunnen schatten, is de inklemming nader bekeken. De proefplaatjes worden door vijlen aan de boven- en onderzijde ingeklemd. De vijlpunten drukken zich gedeeltelijk in het materiaal en houden zo het materiaal zoveel mogelijk vast. De aandrukkracht wordt verkregen door een M10 bout, met een momentsleutel, aan te draaien (zie figuur 1).



Figuur 1 De inklemming van de proefstukken.

- De geometrie van de inklemming.

De ruwheid van de vijlen is in het midden weggeslepen. Tevens zijn de vijlen aan de randen afgeschuind. Er worden dan twee stroken van ± 2.5 [mm] breed en 40 [mm] lang verkregen. De kracht, die de bout in het midden op de vijl aanbrengt, zal door de vijl op het plaatje worden overgebracht. Uit evenwicht van de krachten op de vijl volgt, dat door iedere strook de helft van de kracht wordt doorgeleid (zie figuur 2).



Figuur 2 Krachtenevenwicht vijl.

De middelste vijl heeft zowel links als rechts een contactlengte van L [mm]. De buitenste vijlen hebben aan de zijde van het afschuifgebied eveneens een contactlengte van L [mm]. Aan de andere zijde hebben ze een contactlengte van 40 [mm] (zie figuur 1).

Het contactoppervlak van een strook aan de zijde van het afschuifgebied bedraagt dan:
 $A = 2.5 \cdot L$ [mm²].

- De vlakspanning.

De vlakspanning is de kracht, die doorgeleid wordt, gedeeld door het contactoppervlak.

$$\sigma_d = \frac{F/2}{A} = \frac{F}{5 \cdot L} \quad [\text{N/mm}^2] \quad (1)$$

De kracht op de vijl is niet direct te meten. Wel is het mogelijk het moment op de bout te meten en hiermee een schatting maken voor de kracht.

- Het moment op de bout.

Het moment, dat op de bout uitgeoefend wordt, moet twee soorten wrijving opheffen. De wrijving op de draadflank en de wrijving tussen het bodemvlak van de bout en de brug. Deze worden opgeheven door resp. M_{flank} en $M_{\text{bodemvlak}}$. Deze zijn als volgt te berekenen [1]:

$$M_{\text{flank}} = F \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \left[\frac{p}{\pi d_2} + 1.1 \mu_s \right] \quad (2)$$

met: d_2 = flankdiameter

p = spoed

μ_s = wrijvingscoëfficiënt op de draadflank

De wrijving tussen het bodemvlak van de bout en de brug wordt bepaald door de drukspanning tussen de aanrakingsvlakken.

$$\sigma_n = \frac{F}{\pi R^2}$$

$$M_{\text{bodenvlak}} = \mu_c \cdot \sigma_n \cdot \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R r \cdot r d\phi \cdot dr \quad (3)$$

met: σ_n = drukspanning onder bodenvlak

R = straal van bodenvlak

μ_c = wrijvingscoëfficiënt van de contactvlakken

Hieruit volgt:

$$M_{\text{bodenvlak}} = \frac{2}{3} \cdot \mu_c \cdot F \cdot R \quad (4)$$

Voor een M10 bout geldt:

$$\begin{aligned} d_2 &= 9.08 \text{ [mm]} \\ p &= 1.5 \text{ [mm]} \\ R &= 3 \text{ [mm]} \end{aligned} \quad (5)$$

Voor de beide wrijvingscoëfficiënten wordt een waarde van 0.14 aangenomen [2]. Uit formule (2) en (4) volgt nu met formule (5):

$$M_{\text{flank}} = 0.97 \cdot 10^{-3} \cdot F \text{ [Nm]}$$

$$M_{\text{bodenvlak}} = 0.28 \cdot 10^{-3} \cdot F \text{ [Nm]}$$

$$M_{\text{tot}} = M_{\text{flank}} + M_{\text{bodenvlak}}$$

$$M_{\text{tot}} = 1.25 \cdot 10^{-3} \cdot F = \frac{F}{800} \text{ [Nm]} \quad (6)$$

De axiale kracht F [N], die op de vijlen werkt, is dus 800 maal het aangebrachte moment [Nm].

- De vlakspanning als functie van het moment en de afschuiflengte.

Door nu formule (6) in te vullen in formule (1) verkrijgt men de vlakspanning als functie van het aangebrachte moment en de afschuiflengte L [mm].

$$\sigma_d = \frac{800 \cdot M_{\text{tot}}}{5 \cdot L} = \frac{160 \cdot M_{\text{tot}}}{L} \quad [\text{N/mm}^2] \quad (7)$$

- De gebruikte vlakspanning bij de experimenten.

Bij de experimenten zijn zodanige momenten gebruikt, dat we de volgende vlakspanning - C - ratio hebben verkregen:

Materiaal	σ_d/C [-]	C [N/mm ²] *
T136	0.81	131.4
T633	0.405	500
N380	0.405	520
N434	0.405	514
R019	0.405	654

* Deze C-waarden zijn afkomstig van de afschuifproeven van S. van Trigt. [3]

Deze ratio's gelden voor de vlaktedruk onder de middelste vijl, voor elke afschuiflengte. Door een beredeneringsfout, die pas na de experimenten is ontdekt, zijn de waarden voor de buitenste inklemmingen hoger uitgevallen. Deze zijn afhankelijk van de afschuiflengte.

Afschuiflengte L [mm]	σ_d/C (T136)	σ_d/C (Andere materialen)
15	1.48	0.74
20	1.22	-
22.5	-	0.56
25	1.05	-
30	0.94	0.47

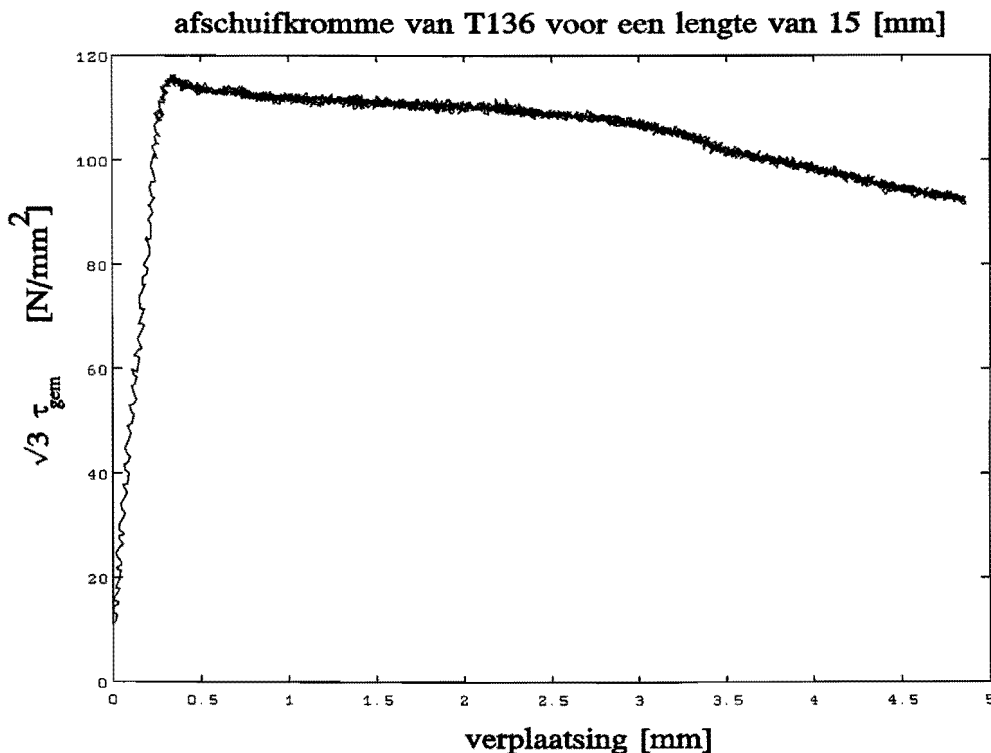
Referenties:

- [1] Ontwerpkunde, methodiek en werktuigonderdelen
Deel II: Verbindingen bij staalconstructies
TUE dictaat, 4525, Eindhoven
- [2] Ontwerpkunde, methodiek en werktuigonderdelen
Deel IV: Formules, tabellen, grafieken en normen
TUE dictaat, 4527, Eindhoven
- [3] S. van Trigt
Het bepalen van het verstevigingsgedrag bij grote rekken met de afschuifproef.
CFT, Philips, CTB 541-93-3003, Eindhoven 1993

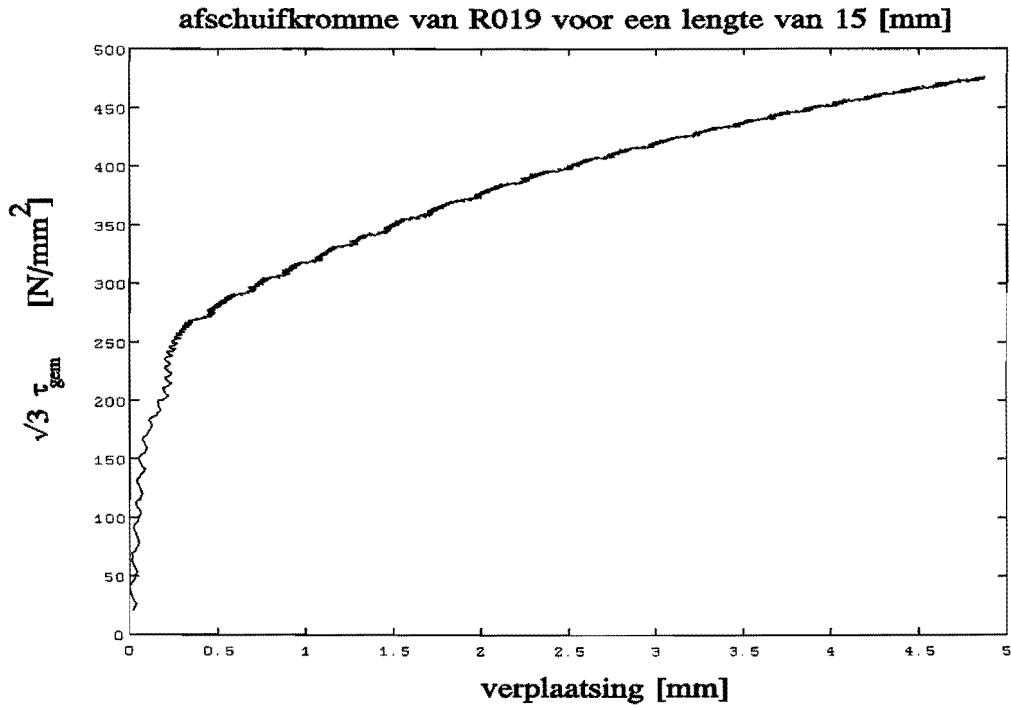
Bijlage 3

Resultaten en verwerking van de experimenten

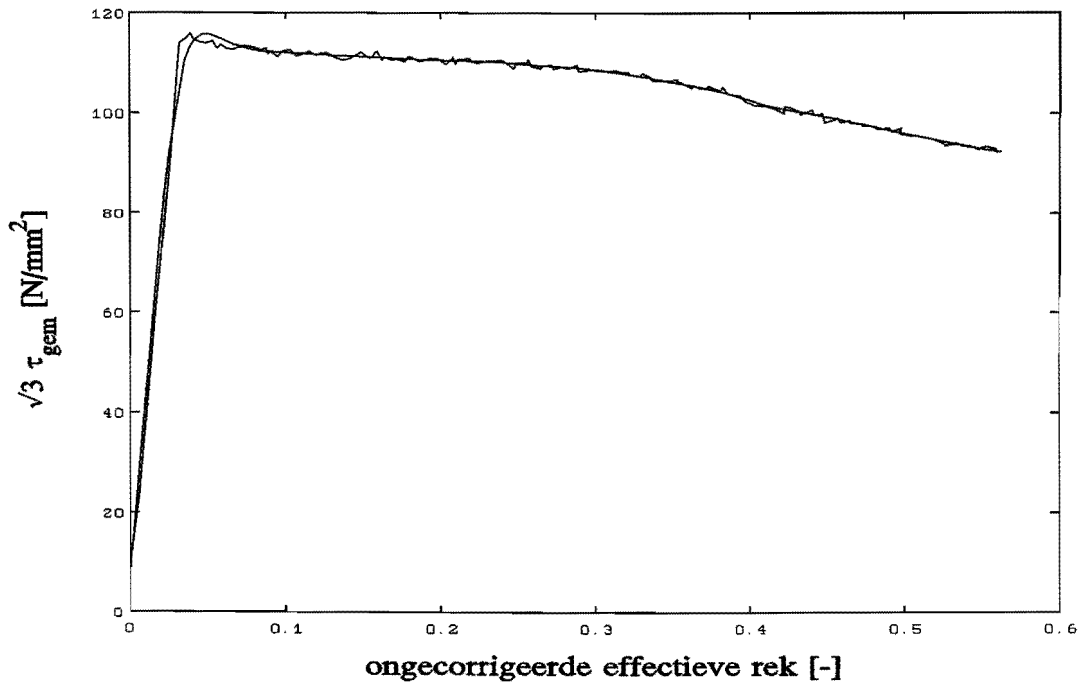
De experimenten zijn voornamelijk uitgevoerd op het materiaal T136. Er zijn echter ook andere materialen beproefd en de kracht - weg - krommen van bepaald. Dit betrof de materialen T633, N380, N434 en R019. Van deze materialen zijn proefstukken met een afschuiflengte van 15, 22.5 en 30 [mm] afgeschoven. Bij T136 waren dit de afschuiflengten 15, 20, 25 en 30 [mm]. Deze experimenten, waarbij de kracht - weg - krommen bepaald zijn, werden uitgevoerd op een hydraulische trekbank, gekoppeld aan een data-acquisitie. Er werd gesampeld met een frequentie van 10 [Hz]. Achteraf bleek dit veel te hoog. De hydraulische bank heeft waarschijnlijk staan trillen, want zowel de krachtmeting als de verplaatsingsmeting geeft een ruime strooiing van de meetpunten te zien om een duidelijke trend. De data zijn daarom gereduceerd van 3000 meetpunten tot 151 door alleen de meetpunten 1,20,40,60,...,3000 mee te nemen. Dit bleek echter nog niet voldoende om grote slingeringen te voorkomen in de krommen van $\sqrt{3} \tau_{gem}$ tegen de ongecorrigeerde effectieve rek. ($\bar{\epsilon}_{on}$). Daarom zijn door de $\sqrt{3} \tau_{gem} - \bar{\epsilon}_{on}$ - krommen van de verschillende experimenten, gladde curven gefit. Dit vond plaats in samenwerking met de heer H. Ter Morsche van de faculteit Wiskunde. De methode die hiervoor gebruikt is, staat beschreven in bijlage 5. Om te laten zien dat deze methode de trend van de meetpunten niet aantast, volgen hieronder vier grafieken (figuur 1 t/m 4). De eerste twee tonen originele meetcurven van 3000 punten, die al omgeschreven zijn naar $\sqrt{3} \tau_{gem}$ - verplaatsing - krommen. Dit is een lineaire operatie, die een trend onaantast laat. De laatste twee tonen de data-reductie van deze krommen en de gefitte curven.



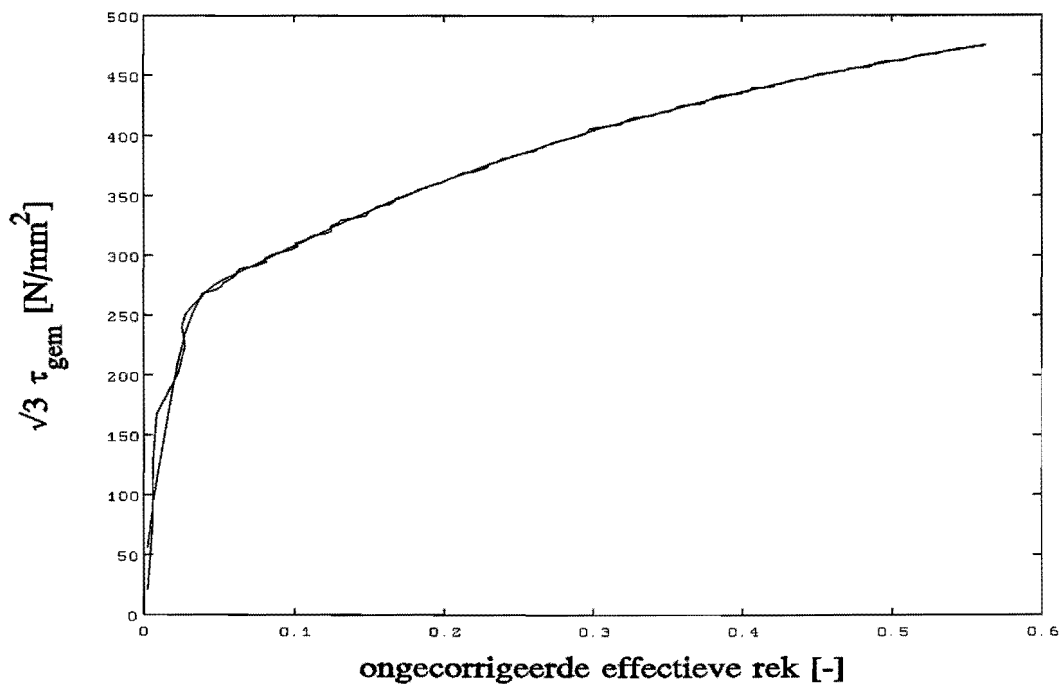
Figuur 1 Afschuifkromme van T136.



Figuur 2 Afschuifkromme van R019.

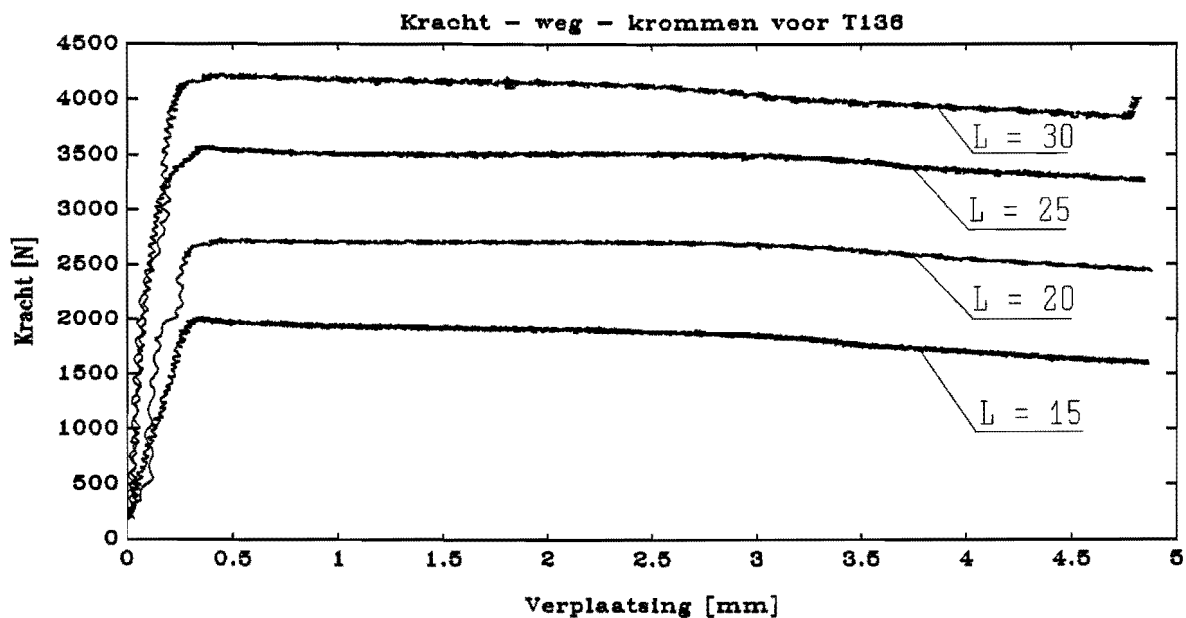


Figuur 3 Gereduceerde en gladde kromme van T136.

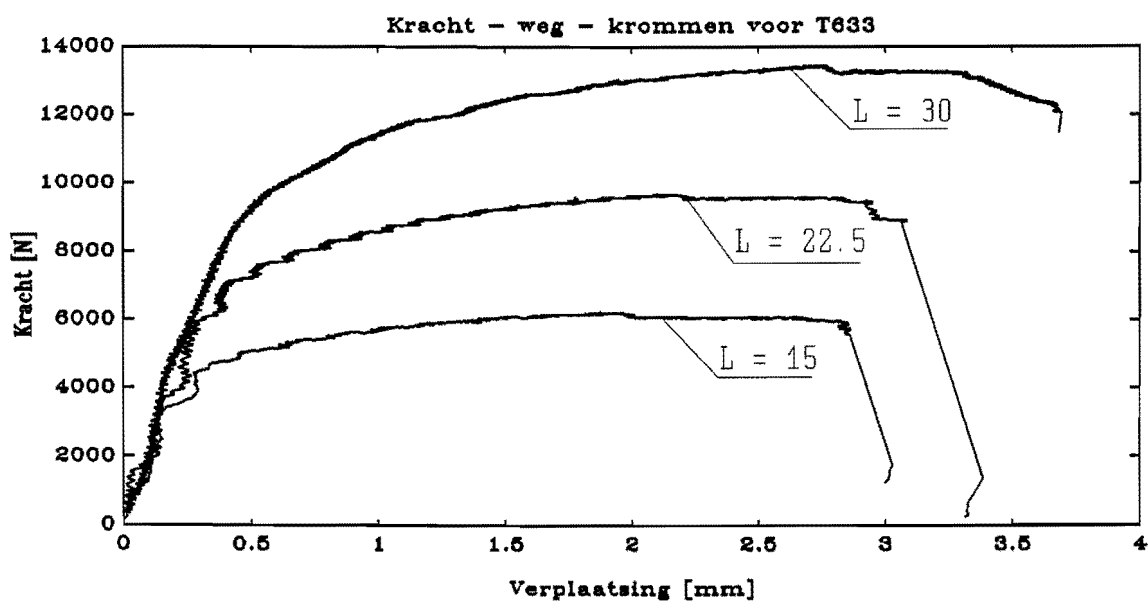


Figuur 4 Gereduceerde en gladde kromme van R019

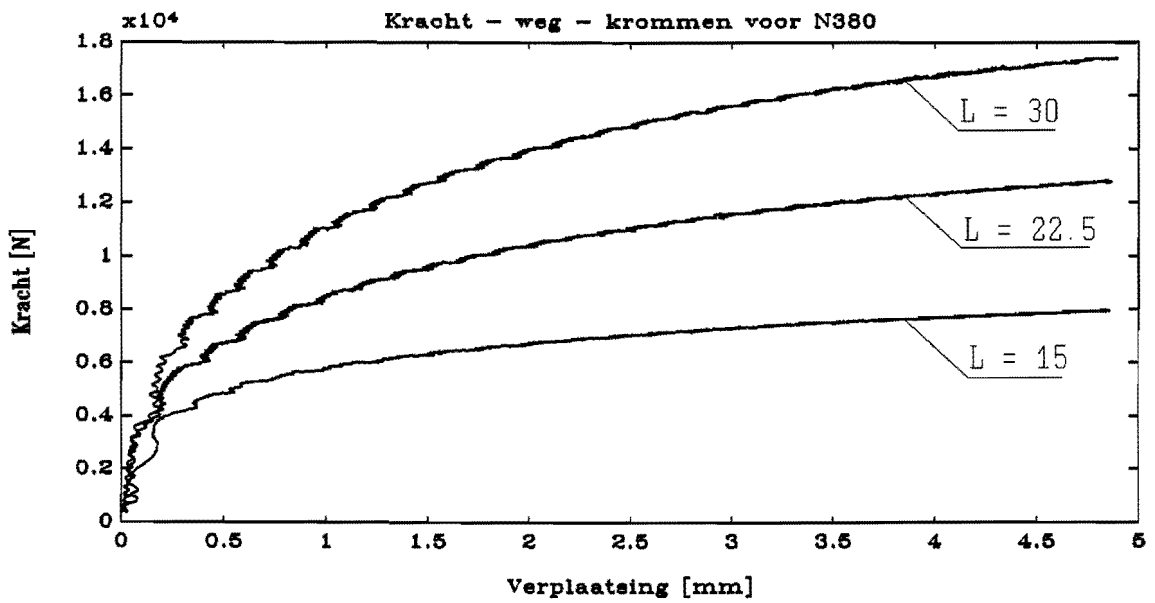
De kracht-weg-krommen van de verschillende materialen zien er als volgt uit:



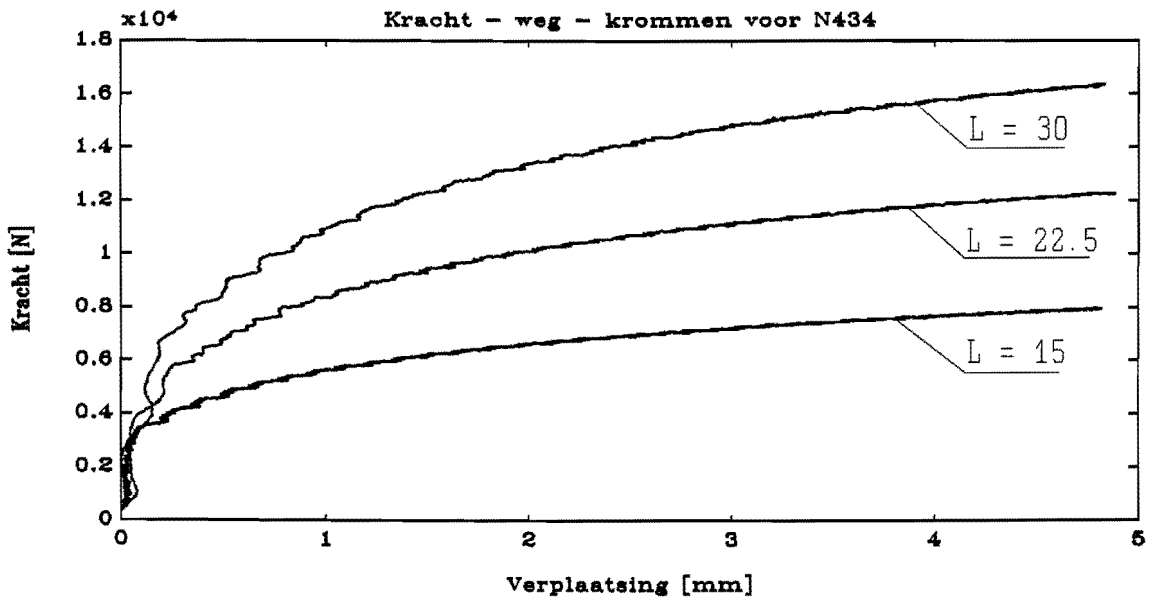
Figuur 5 Kracht - weg - krommen van T136.



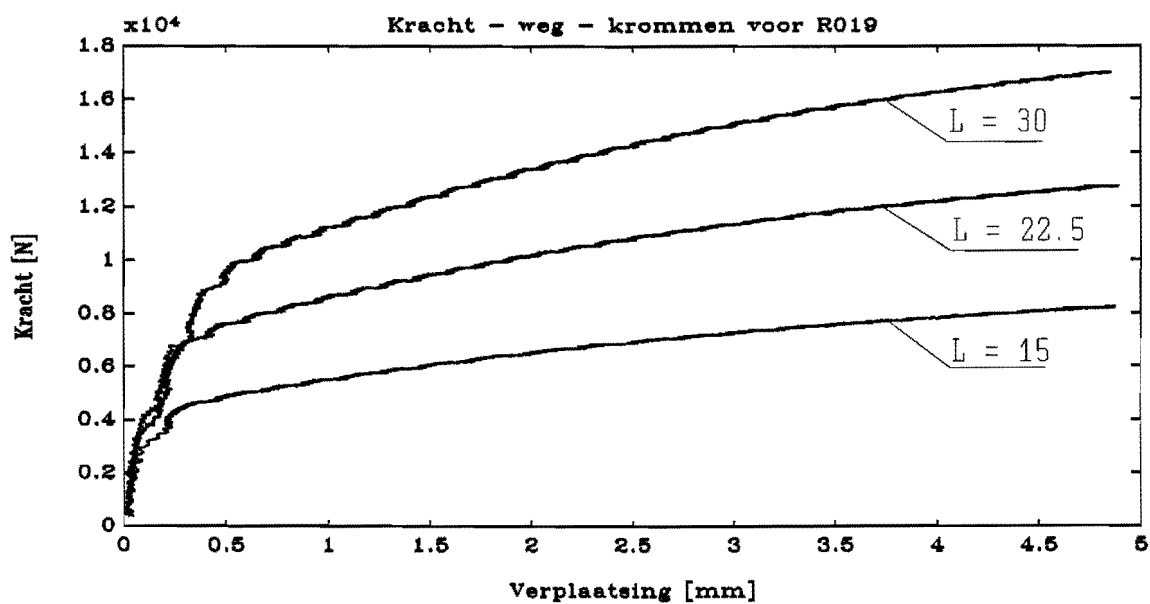
Figuur 6 Kracht - weg - krommen van T633.



Figuur 7 Kracht - weg - krommen van N380.

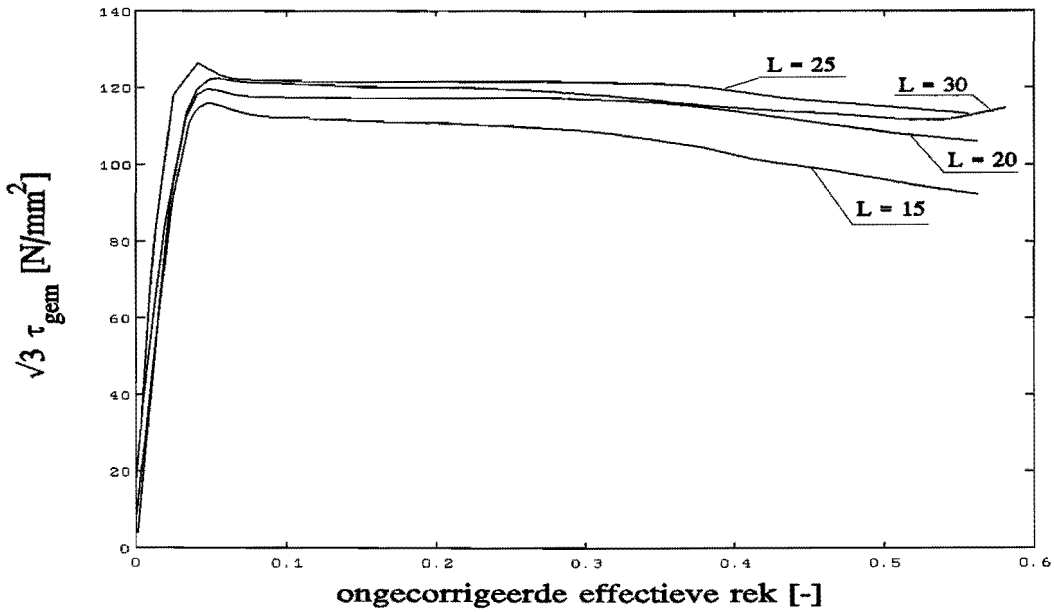


Figuur 8 Kracht - weg - krommen van N434.

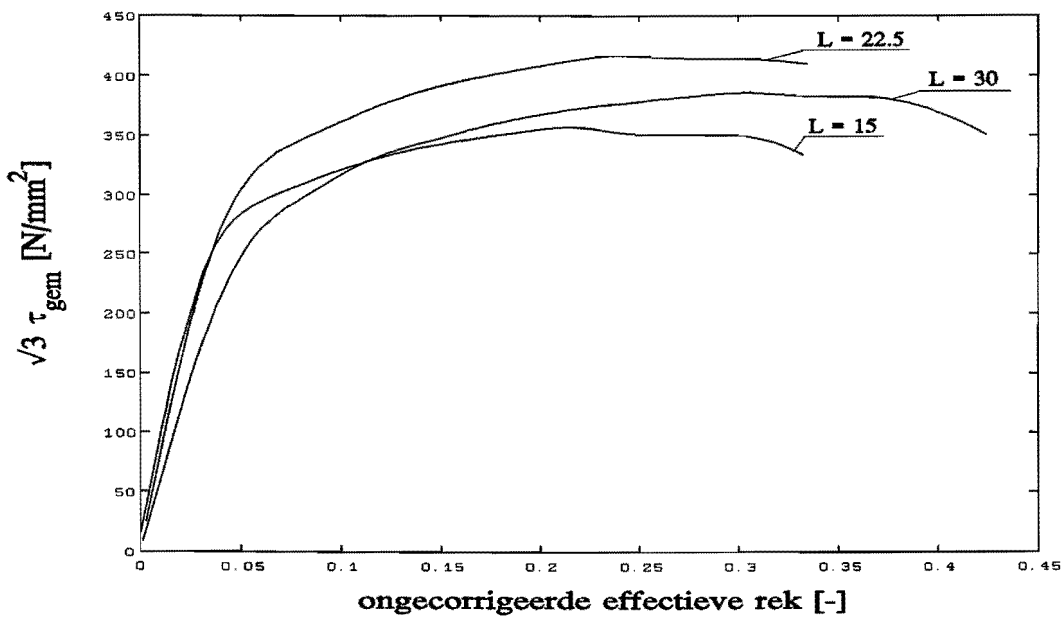


Figuur 9 Kracht - weg - krommen van R019.

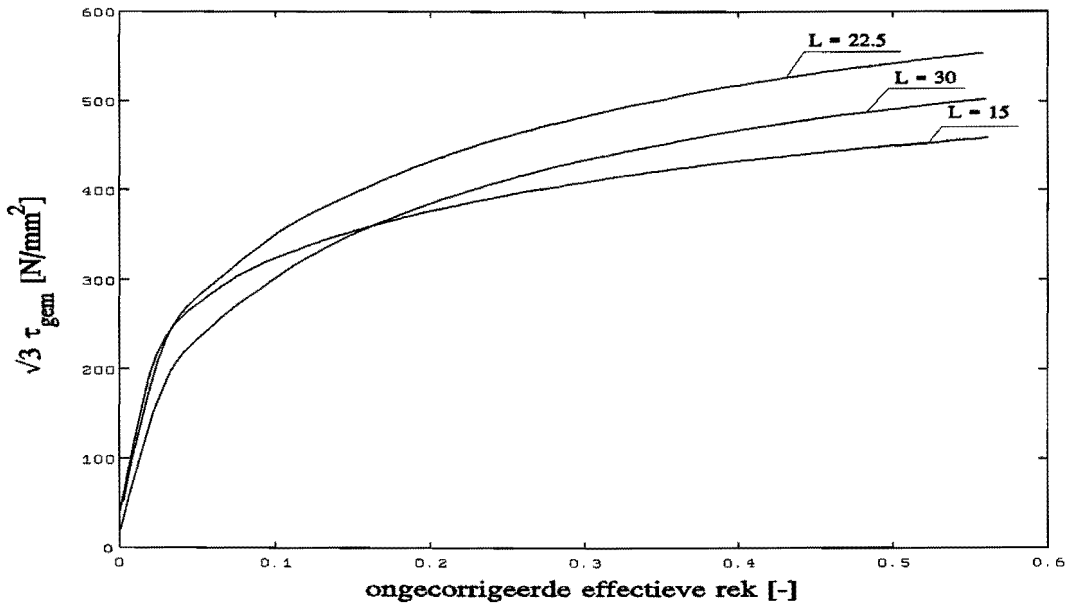
Nu volgen de gefitte curven voor de $\sqrt{3} \tau_{gem} - \bar{\epsilon}_{on}$ - relaties.



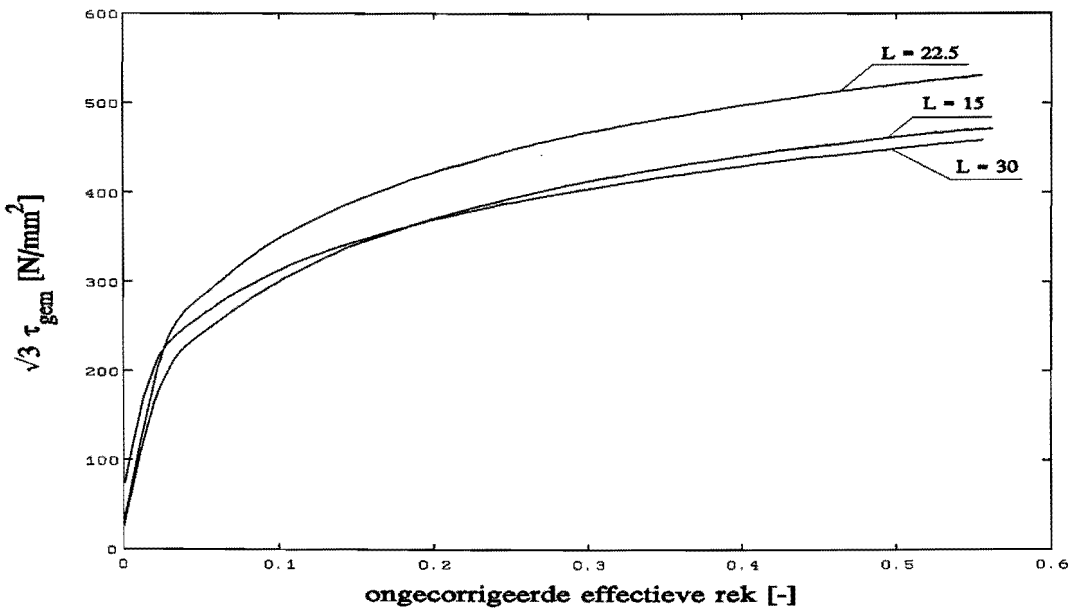
Figuur 10 $\sqrt{3} \tau_{gem} - \bar{\epsilon}_{on}$ - krommen van T136.



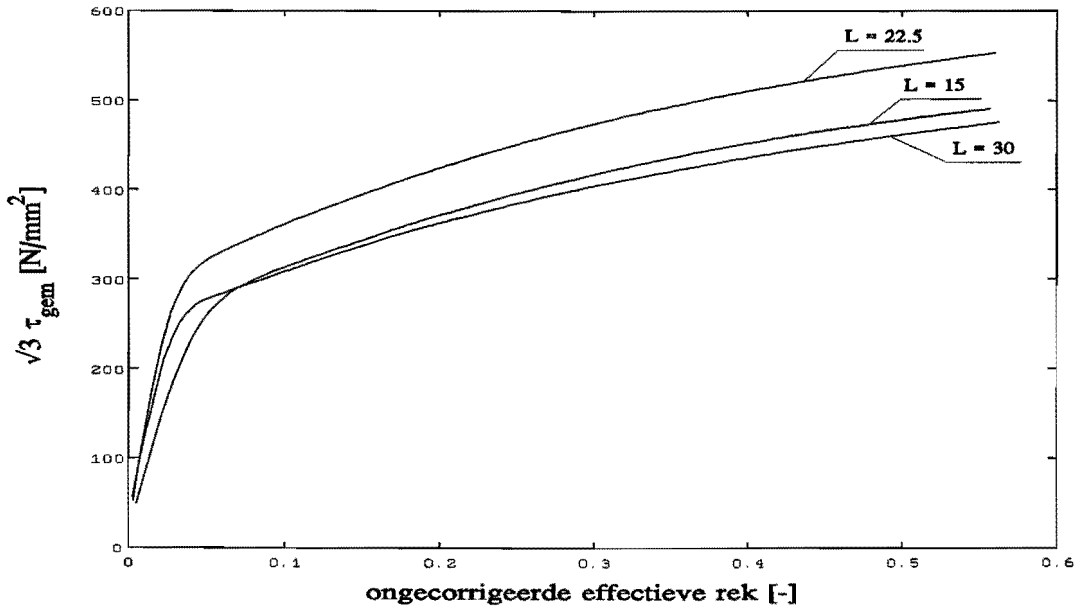
Figuur 11 $\sqrt{3} \tau_{gem} - \bar{\epsilon}_{on}$ - krommen van T633.



Figuur 12 $\sqrt{3} \tau_{gem} - \bar{\epsilon}_{on}$ - krommen van N380.

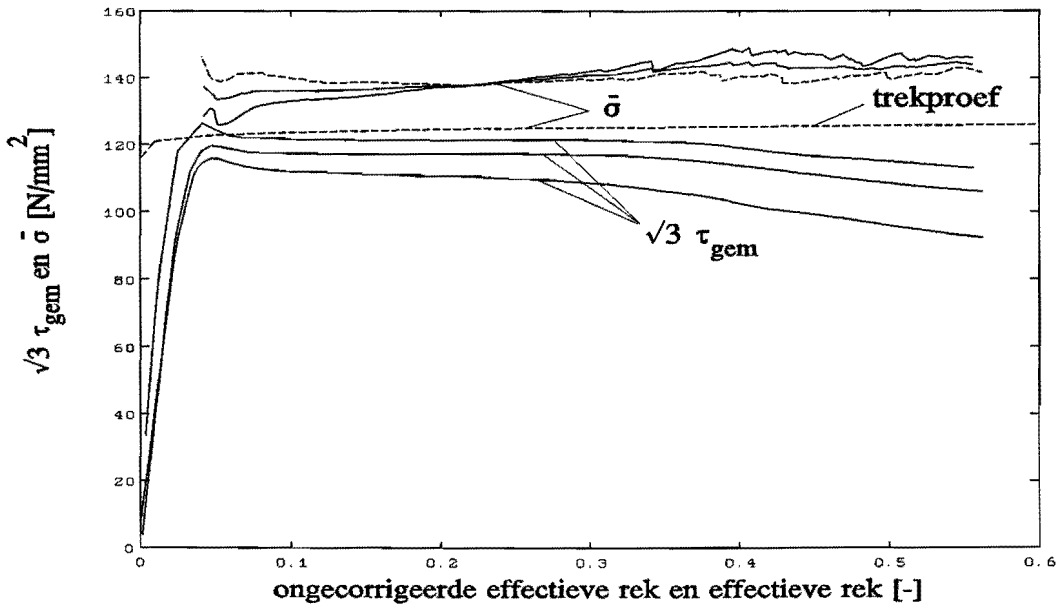


Figuur 13 $\sqrt{3} \tau_{gem} - \bar{\epsilon}_{on}$ - krommen van N434.

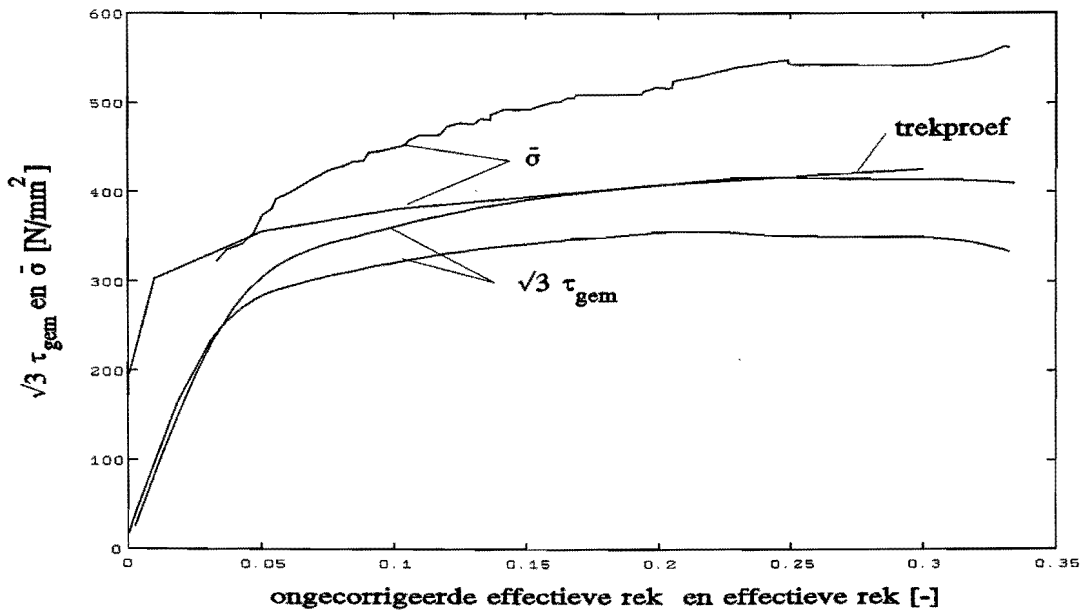


Figuur 14 $\sqrt{3} \tau_{gem} - \bar{\epsilon}_{on}$ - krommen van R019.

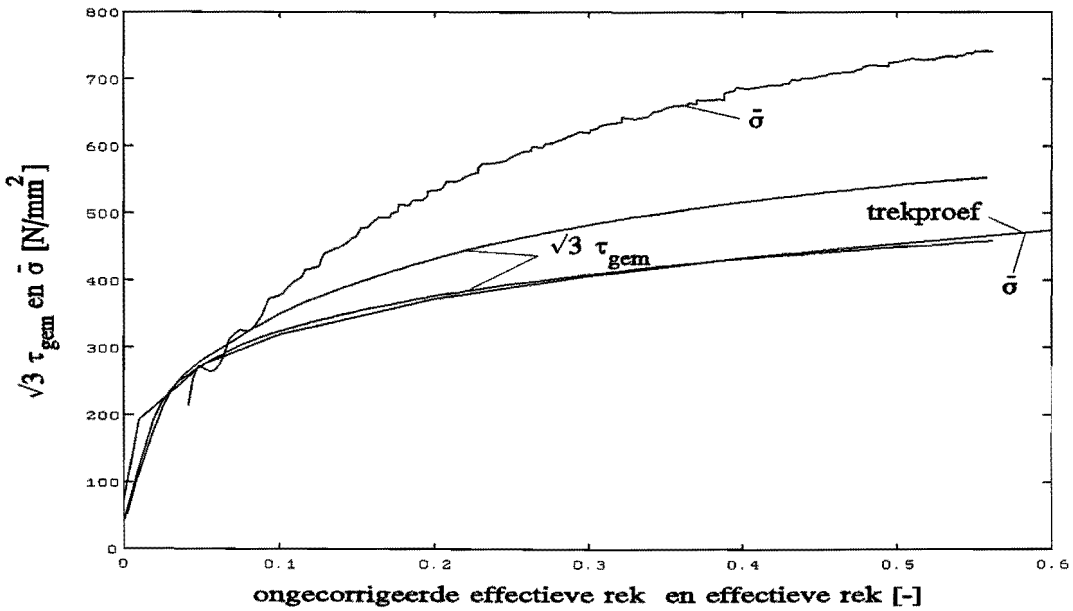
Zoals blijkt uit bovenstaande grafieken, zijn de relaties voor een afschuiflengte van 30 [mm] steeds lager dan voor een kleinere afschuiflengte. Dit wijst erop dat zich bij deze lengte een storende factor voordoet. Daarom zullen alleen de andere lengten gebruikt worden om de $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}_{on}$ - relaties te berekenen. Het stijf oplopende deel van de curven is weggelaten, omdat de resultaten hiervan vanwege slip toch onbetrouwbaar zijn. Onderstaande figuren tonen de $\sqrt{3} \tau_{gem} - \bar{\epsilon}_{on}$ - relaties van deze lengten samen met de $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}_{on}$ - curven en de trekproefcurven.



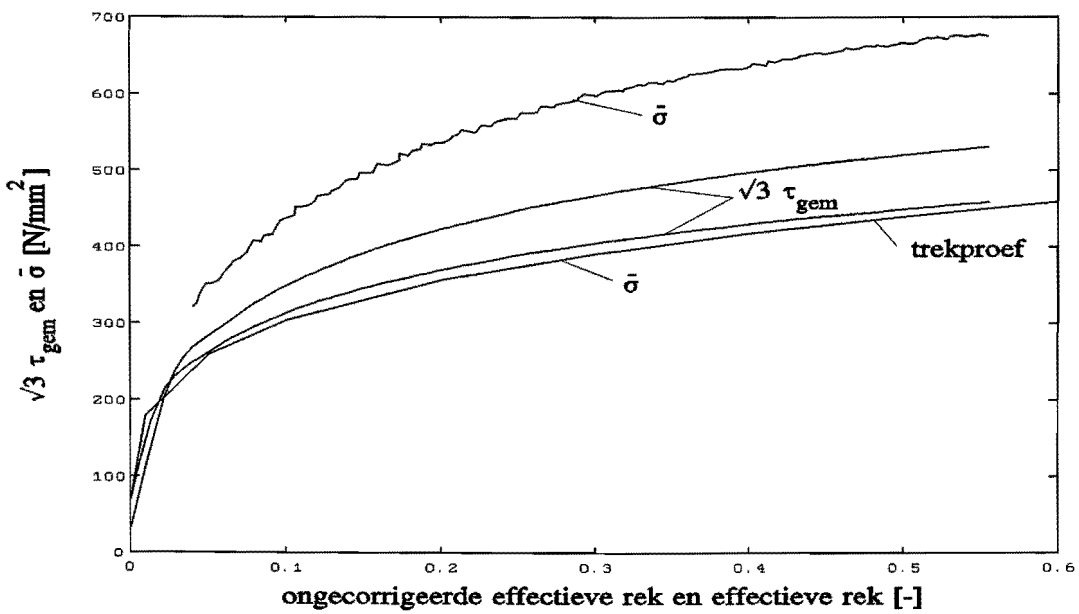
Figuur 15 $\bar{\sigma}$ - $\bar{\epsilon}_{on}$ - relatie, de trekproef en de $\sqrt{3} \tau_{gem}$ - $\bar{\epsilon}_{on}$ - relatie van T136.



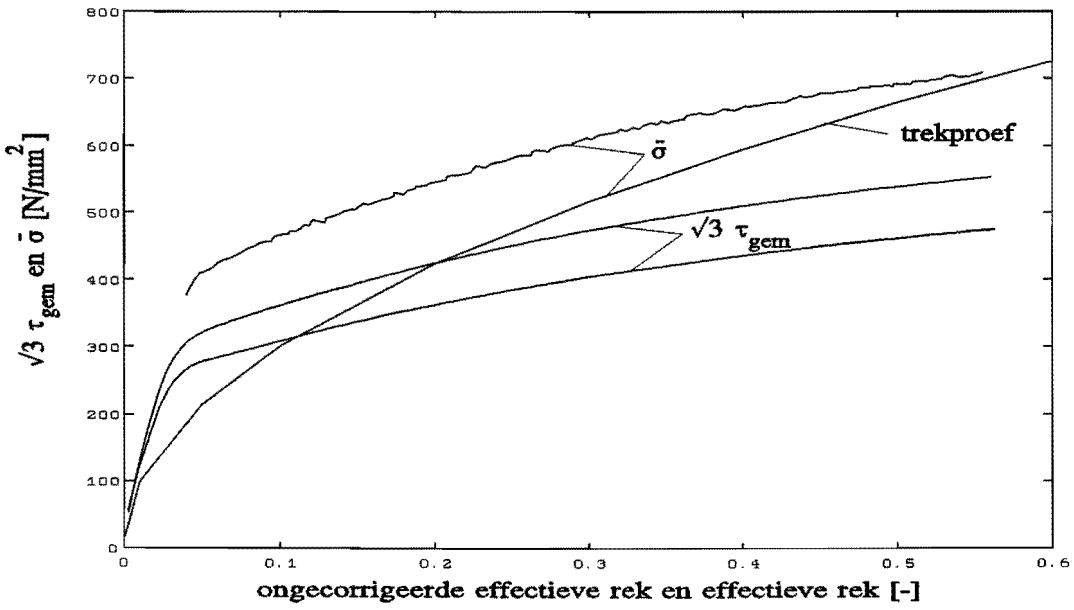
Figuur 16 $\bar{\sigma}$ - $\bar{\epsilon}_{on}$ - relatie, de trekproef en de $\sqrt{3} \tau_{gem}$ - $\bar{\epsilon}_{on}$ - relatie van T633.



Figuur 17 $\bar{\sigma}$ - $\bar{\epsilon}_{on}$ - relatie, de trekproef en de $\sqrt{3} \tau_{gem}$ - $\bar{\epsilon}_{on}$ - relatie van N380.



Figuur 18 $\bar{\sigma}$ - $\bar{\epsilon}_{on}$ - relatie, de trekproef en de $\sqrt{3} \tau_{gem}$ - $\bar{\epsilon}_{on}$ - relatie van N434.



Figuur 19 $\bar{\sigma}$ - $\bar{\epsilon}_{on}$ - relatie, de trekproef en de $\sqrt{3} \tau_{gem}$ - $\bar{\epsilon}_{on}$ - relatie van R019.

Bijlage 4

Rastertechnieken en observatiemethoden

- Rastertechnieken.

- 1) Krassen en/of lijnen trekken met een dunne viltstift (fine liner).

D.m.v. van een mal of liniaal worden rasters aangebracht op de proefstukken. Een nadeel van krassen is dat het materiaalgedrag beïnvloed kan worden. Tevens kunnen ze spiegelingen veroorzaken, indien de proefstukken belicht worden voor observatie. Een oplossing hiervoor is de krassen te kleuren met een viltstift. De grote voordelen van deze rastertechniek zijn het contrast dat verkregen kan worden en het gemakkelijk voorhanden zijn van een viltstift. De nadelen zijn het mogelijk loslaten van de inkt en de minimale lijndikte, waardoor de nauwkeurigheid voor observatie wordt verminderd.

- 2) De inktjet-schrijver.

Een x-y-besturing zorgt ervoor dat de inkt in een mooi patroon op het proefstuk terecht komt. Het raster zal dus nauwkeuriger zijn dan bij de bovenstaande rastertechniek. Verder gelden dezelfde voor- en nadelen als bij de viltstift. De lijndikte bedraagt minimaal 0.2 [mm] en de lijnafstand minimaal 0.5 [mm].

- 3) De laser-schrijver.

D.m.v. een laser wordt het materiaal bestraald. Men kan zo een coating wegbranden of een spoor inbranden in het materiaal. Deze methode is nauwkeurig en een kleine lijndikte is mogelijk. De kosten van deze techniek zijn echter hoog en de snelheid is laag.

- 4) Tamponstempelen.

M.b.v. een positief van het aan te brengen raster wordt het patroon uit een plaat geëtsd, het "klischee". Dit wordt gevuld met inkt. De inkt wordt daarna door een siliconenstempel opgenomen en op het proefstukje afgedrukt. De voordelen van deze techniek is de hoge snelheid van het aanbrengen van rasters bij een groter aantal proefstukken, de hoge nauwkeurigheid, de kleine lijndikte (0.1 [mm]) en de mogelijkheid om ook 3-dimensionale vlakken van proefstukken te bedrukken. Een nadeel is dat de inkt eenvoudig van het proefstuk af te vegen is, wanneer er een grote deformatie heeft plaatsgevonden.

- 5) Fotografisch raster (etsen).

Fotografische vloeistof (kopieerlak) wordt door een positief van het raster belicht met een kwiklamp. Hierna wordt het raster geëtsd en eventueel gekleurd. De nauwkeurigheid is hoog, de lijndikte klein en het raster is slijtvast. Het raster is namelijk uit het materiaal weggenomen en niet erop aangebracht. Hierdoor kan deze techniek ook tegen hoge temperaturen. De techniek is echter tijdrovend en er is een zekere mate van geoefendheid voor nodig. Hij is zeker niet geschikt voor

grotere aantallen proefstukken.

- Observatiemethoden.

De nu volgende observatiemethoden zijn methoden om tijdens de voortgang van een proef de vervormingen van een raster te volgen en dit naderhand te verwerken tot meetresultaten. Voorwaarde hierbij is dat het raster op het proefstuk tijdens de proef zichtbaar is, danwel bekeken kan worden met kleine camera's (glasvezeltechniek). De grootte van het oppervlak van het raster dat "zichtbaar" moet zijn, is afhankelijk van de te gebruiken observatietechniek.

1) Foto's en een meetmicroscop.

Een fotocamera neemt op bepaalde momenten opnamen, die vervolgens onder een meetmicroscop kunnen worden opgemeten. Hierna kan uit het verschil van posities van rasterpunten de voortgang van de deformatie worden afgeleid. Deze methode is het eenvoudigst uit te voeren en ook het goedkoopste voor een klein aantal experimenten.

2) Video-opnamen en videoprints.

Het principe is hetzelfde als bij methode 1, echter is het aantal opnamen waaruit men kan kiezen groter en kan men ook processen met een hoge deformatiesnelheid bekijken. Een nadeel van video-opnamen is dat ze niet altijd stabiel zijn. Er zal dus een referentiepunt moeten zijn, dat op alle videoprints zichtbaar is.

3) Lineaire camera.

Deze camera scant het beeld af en detecteert zo licht-donker-overgangen. Door de verplaatsing van zo'n overgang te meten, kan men het deformatiepatroon samenstellen. Deze methode is uitermate geschikt voor het meten van rasters, die alleen zichtbaar zijn door een smalle spleet. Het contrast moet echter wel voldoende groot zijn.

4) CCD-camera en software.

Een CCD-camera geeft iedere pixel een waarde mee. Door nu deze waarden op te slaan, kunnen we m.b.v. beeldverwerkingssoftware het deformatiepatroon samenstellen en volgen. Tevens is het mogelijk om verplaatsingen, rekken, snelheidsvelen en reksnelheden te berekenen.

5) Foto's, CCD-camera en software.

Foto's van het raster filmen i.p.v. het raster zelf, heeft als voordelen dat de beeldverwerkingsapparatuur niet naar de plek van de experimenten hoeft te worden

verplaatst en dat men meteen beschikt over demonstratiemateriaal. Een nadeel is dat bij hoge deformatiesnelheden de snelheid van de meeste foto-apparatuur het laat afweten.

6) Random access camera met markers.

Deze camera heeft als bijzonderheid dat hij een aantal vlakjes (windows) in het beeldvlak kan scannen. De snelheid waarmee hij dit doet is 1/7000 seconde per window. Deze camera meet de intensiteit van het opgevangen licht en kan zo de positie van het middelpunt van een marker bepalen. De resolutie wordt hierdoor zeer hoog. Ook hierbij wordt gebruik gemaakt van software om de verplaatsingen etc. te bepalen. De markers hebben echter een minimale diameter van 0.5 [mm]. En evenals bij de lineaire camera moet er aandacht besteed worden aan het contrast tussen de marker en de omgeving. (Voor meer informatie ir. Petterson, WFW).

7) Moiré methode [1].

Deze methode gaat uit van het over elkaar leggen van een ongedeformeerd en een gedeformeerd raster. De plek waar de lijnen van het ongedeformeerde raster het gedeformeerde raster kruisen, zal interferentie optreden. Met de huidige stand van de beeldverwerking is het relatief eenvoudig geworden om verplaatsingen c.q. rekken te bepalen uit deze interferentiepatronen. Het is zelfs mogelijk om met de "uit het vlak"-moiré methode 3-dimensionale deformatiepatronen te meten. De nauwkeurigheid waarmee gemeten kan worden, is afhankelijk van de dichtheid van het lijnenpatroon van de rasters. Deze methode is ook geschikt om te meten bij hoge temperaturen.

Referenties:

- [1] Wang Shunlong.
An introduction to moiré method.
TUE-verslag, WPA 1278, Eindhoven 1992.

Bijlage 5

Numerieke methoden en de software listings

- Integratiemethode.

Voor de verschillende numerieke integraties is een driepunts Gauss-integratie gebruikt [1], [2]. Deze integratiemethoden staan in de unit Math.pas.

- Optimalisatiemethoden.

Er zijn twee methoden gebruikt om minima te vinden. De eerste was een methode waarin de nog te bepalen waarden van de parameters gevarieerd werden, om dan bij deze waarden het vermogen te berekenen. Door iedere keer het berekende vermogen te vergelijken met het tot dan toe laagste vermogen en het laagste vermogen met de bijbehorende parameters te bewaren, was het mogelijk het minimum te bepalen. Deze methode werd ook gebruikt om de data voor de hoogtelijnen te bepalen. Het Pascal-programma van deze methode heet Matrix.pas.

De tweede methode is een optimalisatieprogramma, minifun, dat gebruik maakt van de methode van Powell [2], [3]. Het programma zoekt alleen een minimum. Het programma kan echter geen randminima aan. Daarom werd eerst met bovenstaande methode gekeken of er een minimum was en of dit dan een randminima betrof. Het programma wordt geïnitieerd en aangeroepen in de unit Optimini.pas. Optimini wordt aangeroepen in het programma Minimum.pas.

- Methode om door verstrooide meetpunten een gladde curve te fitten.

De nu volgende methode werkt met Matlab-software, m.n. de spline-toolbox.

De meetpunten mogen zowel in de x- als y-richting verstrooid zijn. Er moet echter wel een trend te zien zijn.

Men begint met de meetdata te beschouwen als punten op een kromme. Daarna wordt deze kromme geparametriseerd met booglengteparametrisering. M.b.v. Matlab commando's gaat dit als volgt:

```
x,y rijvectoren
```

```
xy = [x;y];
v = diff(xy)';
t = cumsum ([0,sqrt([1 1] · (v · v))]);
```

De kromme is nu beschreven. Hierna worden de x- en y-coördinaten afzonderlijk gladgestreken. Dit gebeurt met de matlabroutine CSAPS in de spline-toolbox. Deze legt een cubische spline tussen de coördinaten door met een tolereerbare kwadratische afwijking. Een cubische spline is een 3^{de}-graadspolynoom, dat tweemaal differentieerbaar is. Men kan zich dit voorstellen als een dun latje dat men tussen de punten door vlecht. De kwadratische afwijking wordt bepaald door de smoothing parameter. Dit kan voorgesteld worden door veren met een zekere veerconstante (smoothing parameter) die tussen de punten en het latje zitten. De curve zal dan minder grillig worden, maar de punten wel steeds blijven volgen. De smoothing parameter kan variëren van 0 tot 1. Een

smoothing parameter van 0 heeft lineaire regressie tot gevolg (zeer slappe veren). Een smoothing parameter van 1 zal de curve aan de punten binden (een oneindige veerconstante; cubische spline interpolatie).

Gladstrijken van de x-coördinaten:

```
cx = csaps(t,x,p)      {p = smoothing parameter}
xn = fnval(cx,t)      {xn = nieuwe x-coördinaten}
```

Gladstrijken van de y-coördinaten:

```
cy = csaps(t,y,p)      {p = smoothing parameter}
yn = fnval(cy,t)      {yn = nieuwe y-coördinaten}
```

Hierna wordt gecontroleerd of er nog x-coördinaten zijn die kleiner zijn dan de voorgaande x-coördinaat. Indien dit het geval is en het niet teveel x-coördinaten betreft, worden deze weggelaten uit de nieuwe coördinaten. Indien het er teveel blijken te zijn, zal de smoothing parameter aangepast moeten worden.

Als laatste worden alleen nog de nieuwe y-coördinaten gladgestreken t.o.v. de nieuwe x-coördinaten. Dit gebeurt uiteraard met een grote smoothing parameter p, om dicht in de buurt van de kromme te blijven.

```
cf = csaps(xnn,ynn,p);
yf = fnval(cf,xnn);
```

yf = (final) y-coördinaten van de gladde curve.
xn = x-coördinaten van de gladde curve.

- Listings van de bij de bovengrensanalyse gebruikte Pascal-programma's.

VAR.S.PAS (unit voor de globale variabelen).

```
UNIT VARS;
```

```
INTERFACE
```

```
VAR
```

```
  n      : INTEGER;
  l,
  a,
  s,
  t,
  labda,
  answer_1,
```

```

answer_2,
answer_3,
P_tot      : REAL;
P_uitvoer  : TEXT;

```

IMPLEMENTATION

END.

MATH.PAS (unit voor de integratiemodulen en de nauwkeurigheidsmodule).

```
UNIT MATH;
```

```
INTERFACE
```

```
USES VARS;
```

```
TYPE gauss_func = function (x,y : REAL) : REAL;
TYPE arrayr = array [1..100] OF REAL;
```

```
PROCEDURE oppervlakte_integratie(FUNC      : gauss_func;
                                steps      : INTEGER;
                                begin_value_x ,
                                end_value_x ,
                                begin_value_y ,
                                end_value_y  : REAL;
                                VAR result  : REAL);
```

```
PROCEDURE verschil_xy ( FUNC2      : gauss_func;
                       begin_value_z ,
                       end_value_z  ,
                       begin_value_y ,
                       end_value_y  : REAL;
                       VAR waarde   : REAL);
```

IMPLEMENTATION

```
{*****}
```

```
PROCEDURE oppervlakte_integratie(FUNC      : gauss_func;
                                steps      : INTEGER;
```

```

                                begin_value_x  ,
                                end_value_x    ,
                                begin_value_y  ,
                                end_value_y    : REAL;
VAR result                       : REAL);

VAR
lobotto,
width_x,
width_y,
result_xmin_y,
result_x_y,
result_xplus_y,
ymin,
yplus,
xmin,
xplus,
x,
y,
result_y      : REAL;
i,
j              : INTEGER;

BEGIN
lobotto := SQRT(0.6);
width_x := ( end_value_x - begin_value_x ) /
           ( 2.0 * steps );{ * hx * }
width_y := ( end_value_y - begin_value_y ) /
           ( 2.0 * steps );{ * hy * }
result  := 0;
y       := begin_value_y - width_y;

FOR i := 0 TO ( steps - 1 ) DO BEGIN
  y := y + 2.0 * width_y;
  x := begin_value_x - width_x;
  ymin := y - width_y * lobotto;
  yplus := y + width_y * lobotto;

  FOR j := 0 TO ( steps - 1 ) DO BEGIN
    x := x + 2.0 * width_x;
    xmin := x - width_x * lobotto;
    result_xmin_y := ( 5 * FUNC ( xmin, ymin ) + 8 * FUNC ( xmin, y )
                      + 5 * FUNC ( xmin, yplus ) ) * (width_y /9);

    { * result_xmin_y is de vergelijking die de functiewaarde t.p.v. y en
      x - width_x * sqrt(3/5) bepaalt. Dit wordt gedaan door t.p.v. xmin met 3

```

```

        y-waarden een benadering te berekenen. * }

result_x_y      := ( 5 * FUNC ( x, ymin ) + 8 * FUNC ( x, y)
                    + 5 * FUNC ( x, yplus ) ) * (width_y / 9);

xplus := x - width_x * lobotto;

result_xplus_y := ( 5 * FUNC ( xplus, ymin ) + 8 * FUNC ( xplus, y)
                    + 5 * FUNC ( xplus, yplus ) ) * (width_y / 9);

result_y       := ( 5 * result_xmin_y + 8 * result_x_y + 5 * result_xplus_y )
                    * (width_x / 9);

{ * result_y is de lijnintegraal voor y * }

result := result + result_y;

{ * result is de optelling van de deelgebiedjes: de oppervlakte-integraal * }
END;

END;

END;

{*****}

PROCEDURE verschil_xy ( FUNC2           : gauss_func;
                      begin_value_z   ,
                      end_value_z     ,
                      begin_value_y   ,
                      end_value_y     : REAL;
                      VAR waarde       : REAL);

VAR
delta_rel,
delta_abs,
integraal : REAL;
result    : arrayr;
ti,
e,
g,
j,
c,
f          : INTEGER;

```

```

BEGIN
  j := 1;
  e := 0;
  c := 1;
  delta_rel := 0.001;
  { gewenste nauwkeurigheid keer l* of keer l*s* }
  delta_abs := 0.001;
  { gewenste nauwkeurigheid }
  oppervlakte_integratie ( FUNC2, c, begin_value_z, end_value_z, begin_value_y,
  end_value_y, integraal);
  result[11] := integraal;
  REPEAT
    j := j + 1;
    c := c * 2;
    ti := 0;
    oppervlakte_integratie ( FUNC2, c, begin_value_z,
    end_value_z, begin_value_y, end_value_y, integraal);
    result [10 + j] := integraal;
    writeln('result',10+j,'=',result[10+j]);
  UNTIL ((abs(result[10+j]/result[10+j-1]-1) < delta_rel) OR
    (abs(result[10+j]-result[10+j-1]) < delta_abs));
  waarde := result[10+j];
END;

END.

```

VERMOGEN.PAS (unit voor de integranden en functies van de modelvermogens).

```

UNIT VERMOGEN;
{This UNIT contains the energy terms and the function of Ptotal, the function that has
to be minimized.}

```

```

INTERFACE

```

```

USES    VARS, MATH;

```

```

FUNCTION vermogenk0 (x,y:real):real;
FUNCTION vermogenk2 (x,y:real):real;
FUNCTION vermogenk1_1 (x,y:real):real;
FUNCTION vermogenk1_2 (x,y:real):real;
FUNCTION vermogenkmin1_1 (x,y:real):real;

```



```

FUNCTION vermogenkmin1_2 (x,y:real):real;
FUNCTION def2_k0 (x,y:real):real;
FUNCTION def2_k2 (x,y:real):real;
FUNCTION def2_k4 (x,y:real):real;
PROCEDURE P_total_k0;
PROCEDURE P_total_k2;
PROCEDURE P_total_k1;
PROCEDURE P_total_kmin1;
PROCEDURE P_total_kwadraat_k0;
PROCEDURE P_total_kwadraat_k2;
PROCEDURE P_total_kwadraat_k4;

```

IMPLEMENTATION

```

FUNCTION vermogenk0 (x,y:real):real;

```

```

BEGIN

```

```

    vermogenk0:= SQR(SQR(s*a*y*(1-SQR(y)))+SQR(SQR(s))
                  * SQR(1+a*x*(1-3*SQR(y))));

```

```

END;

```

```

FUNCTION vermogenk2 (x,y:real):real;

```

```

BEGIN

```

```

    vermogenk2:= SQR(SQR(s*a*y*y*y*(1-SQR(y)))+SQR(SQR(s))
                  * SQR(1+a*x*y*y*(3-5*SQR(y))));

```

```

END;

```

```

FUNCTION vermogenk1_1 (x,y:real):real;

```

```

VAR

```

```

    y2, y4, y6, y8, y10,

```

```

    wortelterm          : REAL;

```

```

BEGIN

```

```

    y2 := SQR(y);

```

```

    y4 := SQR(y2);

```

```

    y6 := y2 * y4;

```

```

    y8 := SQR(y4);

```

```

    y10 := y4 * y6;

```

```

    wortelterm := 4*SQR(x)*SQR(t)+9*y10-30*y8+37*y6-20*y4+
                  4*y2;

```

```

    vermogenk1_1 := ABS((a/60)*SQR(wortelterm));

```

```

END;

```

```

FUNCTION vermogenk1_2 (x,y:real):real;

```

```
BEGIN
  vermogenk1_2:= SQRT(SQR(a)*(SQR(y*y*(y*y-1)+1/15)+3/225)
                    + SQR(s)*SQR(a*x*y*(4*y*y-2)-1));
```

```
END;
```

```
FUNCTION vermogenkmin1_1 (x,y:real):real;
```

```
VAR
```

```
  y2, y4, y6, y8, y10,
  wortelterm          : REAL;
```

```
BEGIN
```

```
  y2 := SQR(y);
  y4 := SQR(y2);
  y6 := y2 * y4;
  y8 := SQR(y4);
  y10 := y4 * y6;
  wortelterm := 16*SQR(x)*SQR(t)+y6-2*y4+y2;
  vermogenkmin1_1 := ABS((a/12)*SQRT(wortelterm));
```

```
END;
```

```
FUNCTION vermogenkmin1_2 (x,y:real):real;
```

```
BEGIN
```

```
  vermogenkmin1_2:= SQRT(SQR(a)*(SQR(y*y+2/3)+1/3)+SQR(s)
                        * SQR(2*a*x*y-1));
```

```
END;
```

```
FUNCTION def2_k0 (x,y:real):real;
```

```
VAR
```

```
  term1,
  term2  : real;
```

```
BEGIN
```

```
  term1 := SQR(s*a*y*(2*x+labda)*(1-y*y));
  term2 := SQR(s*s + s*s*a*x*(x+labda)*(1-3*y*y)
              + (a/8)*SQR(y*y-1));
  def2_k0 := SQRT( term1 + term2 );
```

```
END;
```

```
FUNCTION def2_k2 (x,y:real):real;
```

```
VAR
```

```
  term1,
  term2  : real;
```

```

BEGIN
  term1 := SQR(s*a*y*y*y*(2*x+labda)*(1-y*y));
  term2 := SQR(s*s + s*s*a*y*y*x*(x+labda)*(3-5*y*y)
              + (a/24)*(2*y*y*y*y*y*y-3*y*y*y*y+1));
  def2_k2 := SQRT( term1 + term2 );
END;

FUNCTION def2_k4 (x,y:real):real;

VAR
  term1,
  term2  : real;

BEGIN
  term1 := SQR(s*a*y*y*y*y*y*(2*x+labda)*(1-y*y));
  term2 := SQR(s*s + s*s*a*y*y*y*y*x*(x+labda)*(5-7*y*y)
              + (a/48)*(3*y*y*y*y*y*y-4*y*y*y*y*y+1));
  def2_k4 := SQRT( term1 + term2 );
END;

PROCEDURE P_total_k0;

BEGIN
  verschil_xy(vermogenk0,0,1,-1,1,answer_2);
  p_tot := (1/SQRT(3)) * (1 - ((2*s)/l) + (abs(a))/(15*l*s) + (answer_2/(l*s)));
END;

PROCEDURE P_total_k2;

BEGIN
  verschil_xy(vermogenk2,0,1,-1,1,answer_2);
  p_tot := (1/SQRT(3)) * (1 - ((2*s)/l) + (abs(a))/(35*l*s) + (answer_2/(l*s)));
END;

PROCEDURE P_total_k1;

BEGIN
  verschil_xy(vermogenk1_1,0,1,-1,1,answer_1);
  verschil_xy(vermogenk1_2,0,1,-1,1,answer_2);
  p_tot := (1/SQRT(3)) * (1 - ((2*s)/l) + (answer_1/(l*s)) + (answer_2/l));
END;

PROCEDURE P_total_kmin1;

BEGIN
  verschil_xy(vermogenkmin1_1,0,1,-1,1,answer_1);

```

```

    verschil_xy(vermogenkmin1_2,0,1,-1,1,answer_2);
    p_tot := (1/SQRT(3)) * (1 - ((2*s)/l) + (answer_1/(l*s)) + (answer_2/l));
END;

PROCEDURE P_total_kwadraat_k0;

BEGIN
    verschil_xy(def2_k0,0,1,-1,1,answer_2);
    p_tot := (1/SQRT(3)) * (1 - ((2*s)/l) + (abs(a*labda))/(15*l*s) + (answer_2/(l*s)));
END;

PROCEDURE P_total_kwadraat_k2;

BEGIN
    verschil_xy(def2_k2,0,1,-1,1,answer_2);
    p_tot := (1/SQRT(3)) * (1 - ((2*s)/l) + abs(a*labda)/(35*l*s) + (answer_2/(l*s)));
END;

PROCEDURE P_total_kwadraat_k4;

BEGIN
    verschil_xy(def2_k4,0,1,-1,1,answer_2);
    p_tot := (1/SQRT(3)) * (1 - ((2*s)/l) + abs(a*labda)/(63*l*s) + (answer_2/(l*s)));
END;

END.

```

MATRIX.PAS (programma voor het berekenen van het modelvermogen bij variërende parameters).

```

PROGRAM MATRIX_BEREKENING;

USES MATH, VARS, VERMOGEN;

TYPE gauss_func = function (x,y : REAL) : REAL;

{*****}

VAR
    labdak,
    pmk,
    sk,
    ak      : REAL;
    m,

```

```

i,
n      : INTEGER;

BEGIN
  ASSIGN(P_uitvoer, 'd:\tp6\john\kwadr_k4.dat');
  REWRITE(P_uitvoer);
  writeln;
  pmk := 100;
  l := 6;
  t := 0.25;
  FOR i := 0 TO 10 DO
    BEGIN
      labda := i * 1/100;
      FOR m := 0 TO 20 DO
        BEGIN
          a := m * 2/20 - 4;
          FOR n := 0 TO 20 DO
            BEGIN
              s := n * 0.99/20 + 0.01;
              p_total_kwadraat_k4;
              writeln(p_tot);
              IF p_tot < pmk THEN
                BEGIN
                  labdak := labda;
                  ak := a;
                  sk := s;
                  pmk := p_tot;
                END;
              append(P_uitvoer);
              writeln(P_uitvoer, p_tot);
              Close(P_uitvoer);
            END;
          END;
        END;
      END;
    END;
  END;
  writeln ( labdak, ak, sk, pmk);
END.

```

OPTIMINI.PAS (unit voor de initialisatie van mimifun)

UNIT OPTIMINI;
 { Deze UNIT bevat de procedure Optimise. Hierin wordt de procedure Amoeba

aangeropen die een bepaalde functie (func : functie) optimaliseert naar een aantal vrije parameters (invoer). }

INTERFACE

USES MINIFUN, VERMOGEN, VARS;

Procedure Optimise;

IMPLEMENTATION

VAR

epsilon : real;

Procedure dist(VAR x : array1dr;
VAR g : real;
i : integer);

BEGIN

a := x[1];
s := x[2];
labda := x[3];

P_total_kwadraat_k4;

IF i = 1 THEN g := p_tot ELSE
IF i = 2 THEN g := s - 0.01

END;

Procedure ddist(VAR x, dg : array1dr;
i : integer);

BEGIN

END;

Procedure dddist(VAR x : array1dr;
VAR ddg : array2dr;
i : integer);

BEGIN

END;

Procedure Optimise;

VAR

p : pointer;

{variabelen t.b.v. MINIFUN}

x : array1dr;
xtype,
gtype : array1di;

```
lin          : array1db;
imax,
info,
m,
n,
stop,
coc,
method,
conv         : integer;
estima,
raxmin,
aaxmin      : real;
txt         : TEXT;
```

BEGIN

```
{ Hieronder staat de initialisatie van MINIFUN. }
```

```
mark(p);
```

```
x[1] := a;
x[2] := s;
x[3] := labda;
```

```
xtype[1] := 1;
xtype[2] := 2;
xtype[3] := 1;
```

```
gtype[1] :=1;
gtype[2] :=2;
```

```
epsilon := 0.001;
```

```
lin[1] := false;
lin[2] := true;
info := 0;
method := 0;
n := 3;
m := 2;
raxmin := epsilon;
aaxmin := epsilon;
estima := 0.577;
stop := 2;
coc := 1;
imax := 1000;
```

```
assign(txt, 'd:\tp6\john\result.txt');
rewrite(txt);
```

```
Minfun(x,  
      dist,  
      xtype,  
      gtype,  
      lin,  
      info,  
      ddist,  
      dddist,  
      method,  
      n,  
      m,  
      raxmin,  
      aaxmin,  
      estima,  
      stop,  
      conv,  
      coc,  
      imax,  
      txt);
```

```
close(txt);  
release(p);
```

```
Writeln('Klaar met het optimaliseren van P_tot naar de vrije parameters');  
END;
```

END.

MINIMUM.PAS (programma voor de startvoorwaarden en het starten van minifun)

```
PROGRAM OPTIMALISATIE_MET_MINIFUN;
```

```
USES OPTIMINI, VARS;
```

```
BEGIN
```

```
  a := -3;  
  s := 0.3;  
  labda := 0;  
  l := 10;  
  optimise;
```

```
END.
```

MINIFUN.PAS (unit voor optimalisatie met de methode van Powell)

Dit programma is kant en klaar te verkrijgen bij het rekencentrum van de TUE en zal daarom hier niet vermeld worden.

Referenties:

- [1] Inleiding in de numerieke methoden
TUE dictaat, 2369, Eindhoven 1989

- [2] H.A.A. Smits
Striptrekken
Bijlage 5: Numerieke methoden
TUE afstudeerverslag, WPA 1557, Eindhoven 1993

- [3] Minifun
Rekencentrum TUE, PP-5.1, Eindhoven 1989

Symbolenlijst

<u>Symbol</u>	<u>Omschrijving</u>	<u>Dimensie</u>
α, κ, λ	vrije parameter	-
β	dimensieloze parameter	-
γ	afschuifhoek, hoek van het gamma-vlak met de x-coördinaat	-
Γ	gamma-vlak	-
$\bar{\epsilon}$	effectieve rek	-
$\bar{\epsilon}_{on}$	ongecorrigeerde effectieve rek	-
$\dot{\bar{\epsilon}}$	effectieve reksnelheid	T ⁻¹
$\dot{\bar{\epsilon}}_{ij}$	reksnelheidstensor	-
μ_c, μ_s	wrijvingscoëfficiënt	-
σ_{ij}	spanningstensor	ML ⁻¹ T ⁻²
σ_f	vloeispanning	ML ⁻¹ T ⁻²
σ_d	drukspanning onder de vijlen	ML ⁻¹ T ⁻²
σ_n	vlakspanning onder bodemvlak bout	ML ⁻¹ T ⁻²
$\bar{\sigma}$	effectieve spanning	ML ⁻¹ T ⁻²
τ	afschuifspanning	ML ⁻¹ T ⁻²
τ_{gem}	gemiddelde afschuifspanning	ML ⁻¹ T ⁻²
a	parameter	-
A	contactoppervlak	L ²
c	parameter	M ⁻¹
C	specifieke spanning volgens Nadai	ML ⁻¹ T ⁻²
d ₂	flankdiameter	L
e ₁ , e ₂	hoogte stuik- en rekgebied	L
f, g	functie van	-
F	axiale boutkracht	MLT ⁻²
h	halve afschuifhoogte	L
H	afschuifhoogte	L
K	totale afschuifkracht	MLT ⁻²
K _a	deelkracht van het zuivere afschuifgebied	MLT ⁻²
K _r	deelkracht van het randgebied	MLT ⁻²
l, L	afschuiflengte	L
M _{tot} , M _{flank} , M _{bodemvlak}	momenten	ML ² T ⁻²
n	verstevigingsexponent	-
p	spoed	L
P	symmetriepunt	-
P _D , P _Γ , P _m	vermogenstermen	ML ² T ⁻³
r, φ	poolcoördinaten	L, -
R	straal van bodemvlak	L
R, R1, R2	integranden	-
s, S	lengte van het randgebied	L
t	plaatdikte	L
u	(rel.) verplaatsing van de klemmen	L
u	(rel.) verplaatsingssnelheid van de klemmen	LT ⁻¹
u _x	x-component van het snelheidsveld	LT ⁻¹
u _t	tangentiële snelheidscomponent	LT ⁻¹
x,y,z	cartesische coördinaten	L

* = dimensieloos

,y = afgeleide naar y