

MASTER

Onderzoek naar de dwarskrachtkapaciteit van een Bestcon 30 vloerplaat

Pluis, M.P.J.

Award date:
1995

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

**O n d e r z o e k n a a r d e
d w a r s k r a c h t k a p a c i t e i t v a n e e n
B e s t c o n 3 0 v l o e r p l a a t**

M.P.J. Pluis (354571)
augustus 1995

Onderzoek naar de dwarskrachtkapaciteit van een
Bestcon 30 vloerplaat
Afstudeerverslag



M.P.J. Pluis

augustus 1995

Prof.Ir. C.S. Kleinman
Ir. H.J.M. Janssen
Ir. A.J.M. Geelen (Best Constructie Systemen b.v.)

Technische Universiteit Eindhoven
faculteit Bouwkunde
vakgroep Konstruktief Ontwerpen
sectie Betonconstructies

Samenvatting

Dit rapport is geschreven als afstudeer verslag aan de Technische Universiteit te Eindhoven, faculteit Bouwkunde, vakgroep Konstruktief Ontwerpen, sectie Betonconstructies.

Het onderwerp van dit rapport is "Een onderzoek naar de dwarskrachtkapaciteit van een Bestcon 30 vloerplaat." Het onderzoek is te verdelen in een theorie gedeelte en een experimenteel gedeelte.

Allereerst wordt het Bestcon 30 bouwsysteem besproken, daarbij komen de verschillende onderdelen van het systeem (kolommen, in een richting voorgespannen kassettevloerplaten, gevelelementen en stabiliteitselementen) aan de orde.

Daarna wordt ingegaan op achtergronden van dwarskracht bij voorgespannen elementen. Daarbij wordt ook ingegaan op de overdrachts lengte van voorspanstrengen. Besproken worden de mechanismen waardoor de voorspankracht van het staal op het beton wordt overgedragen. Daarbij worden de rekenmethoden voor het bepalen van de overdrachts lengte volgens het onderzoekcentrum Bistyp en volgens de TGB bepaald.

Verder komen de mechanismen van het bezwijken van betonbalken op dwarskracht aan de orde. Het eerst als het beton nog niet gescheurd is, en daarna als het beton wel gescheurd is en welke invloed de wapening daarop heeft. Thermen die besproken worden zijn: afschuifbuigbreuk, afschuiftrekbreuk, verankeringsbreuk en het bezwijken van de drukdiagonaal. Daarbij wordt dieper ingegaan op dwarskracht volgens het "Model Hegger" zoals dat in zijn proefschrift beschreven is.

Daarna wordt de proefopzet besproken. Daarbij wordt ingegaan op de achtergronden, de keuzes en aannamen met betrekking tot de proefopzet.

Daarin worden besproken: de proefstukken, proefopstelling, de manier en plaats van belasten, manier en plaats van metingen.

In bijlage 4 zijn de resultaten van deze proeven beschreven en met tabellen, grafieken en foto's toegelicht.

Verder wordt kort de statistiek met betrekking tot beoordeling van de veiligheid door middel van experimenten besproken.

Als laatste worden de resultaten van zowel de berekeningen als de experimenten aan de opgesomd. Aan de hand van deze resultaten worden daarna conclusies getrokken en aanbevelingen gedaan.

Bijlage 1 behandelt de voorspanverliezen ten gevolge van krimp, kruip en relaxatie.

In bijlage 2 zijn de rekenmodellen uit de literatuur uitgewerkt. Deze berekeningen kunnen als controleberekeningen beschouwd worden. In bijlage 3 wordt de bezwijkwaarde van de vloerplaat uitgerekend.

In bijlage 5 zijn de betoneigenschappen bepaald. Daarvoor zijn uit elke plaat 6 cilinders geboord.

Inhoud	
Samenvatting	ii
Inhoud	iv
Lijst van afbeeldingen	vii
Lijst van tabellen	viii
Inleiding	1
Wat is Bestcon 30	3
Kolommen	3
Stabiliteitswanden	3
Gevelelementen	4
Kassettevloeren	4
Theorieën (grondslagen en rekenmethoden)	6
Theorie met betrekking tot dwarskracht bij betonbalken	6
Bepaling van de overdrachtslengte van de strengen	7
Inleidingslengte	8
De strengen	9
Overdracht van de voorspankracht in het staal naar het beton	9
Aanhechtmechanisme	9
Afschuifmechanisme	9
Wrijvingsmechanisme	10
Ringtrekspanningen	11
Splijtspanningen	11
Primaire splijtspanningen	11
Kopsplijtspanningen	11
Bepaling overdrachtslengte	13
Bepaling van de overdrachtslengte volgens Bistyp	13
Bepaling van de overdrachtslengte volgens de TGB (VBC1990)	15
Rentree of intrekking	17
Bepaling rentree volgens den Uijl, TU-D	17
Bepaling rentree volgens Bistyp	17
Theorie met betrekking tot dwarskracht	18
Theorie van Mohr	18

Methode volgens TGB	19
Methode Hegger	20
Mechanismen van afdracht van dwarskracht	20
Aandeel dwarskracht door de buigdrukzone	20
Deuvelwerking van de langswapening	20
Vertikale komponent van aggregate interlock	21
Vertikale komponent van de voorspanwapening	21
Dwarskrachtaandeel van de dwarskrachtwapening	21
Bezwijken op dwarskracht	21
Afschuif-buigbreuk	22
Afschuif-trekbreuk	22
Bezwijken van de drukdiagonaal	23
Verankeringsbreuk	23
Bezwijkmechanisme van de plaat	23
Afschuifbuigbreuk	23
Verankeringsbreuk	23
Het model volgens Hegger	24
Rekenmethode	24
Het aandeel dwarskracht door het beton	24
Het aandeel dwarskracht door de opgebogen voorspanwapening	26
Het aandeel dwarskracht door de dwarskrachtwapening	26
Uiterst opneembare dwarskracht	26
De proefopzet	27
Proefstukken	27
Berekening met behulp van een platenprogramma	28
Het model	28
Geometrie	28
Elasticiteitsmodulus	29
Belastingen	29
Voorspanning	29
Eigen gewicht	30
Permanente belasting	30
Variabele belasting	30
Belastingkombinaties	30
Resultaten eindige elementen berekening	30
Konklusie	31
Proef opzet	32
Proefopstelling	32

De proefopstelling	33
Het frame	33
De oplegging	33
De belastingen	33
De meetapparatuur	33
Verplaatsingsopnemers	34
Intrekking van de strengen	34
Krachtmeetdozen	34
Plaats van de meetpunten	34
Opnemers boven op de plaat.	35
Opnemer #0:	35
Opnemers #1 en #2	36
Opnemer #3	36
Inleiding	37
Betrouwbaarheidsanalyse	38
Probabilistische berekening	38
Tijdeffekten	39
Ontwerpen volgens NEN6700	41
Resultaten	43
Aannamen berekeningen	43
Resultaten van de berekingen	44
Bezwijkwaarde	44
Rekenwaarde volgens de TGB	45
Resultaten van de proeven	46
Randvoorwaarden bij de proeven	46
Resultaten van de proeven	46
Resultaten proef 3	48
Resultaten van de proeven	50
Vergelijken van de resultaten	51
Proeven op de voorgespannen rib vs bezwijkberekening	51
Methode Hegger	51
Proef 1 vs bezwijkberekening	52
Proef 2 vs bezwijkberekening	52
Proef 3 vs bezwijkberekening	52
Konklusies	55
<u>Konklusies proeven</u>	55
Konklusies berekeningen	56

Aanbevelingen	57
Verder onderzoek	57
Literatuurlijst	58
Lijst van afbeeldingen	
figuur 1: doorkoppelen van de kolommen	3
figuur 2: principe aansluitingen van de gevelelementen	4
figuur 3: tekening van de plaat	5
figuur 4: spanningsverdeling ter plaatse van overdrachtslengte l_0 en inleidingslengte l_e	8
figuur 5: twee doorsneden van eenzelfde streng op korte afstand van elkaar	9
figuur 6: konsolwerking van geprofileerde staven	9
figuur 7: inwendig moment (M_w) maakt evenwicht met de normaalkrachten (R_d) langs de omtrek	10
figuur 8: ringtrekspanningen	10
figuur 9: primaire slijtspanningen	11
figuur 10: kopslijtspanning	11
figuur 11: grafiek overdrachtslengte	15
figuur 12: bepaling van de hoofdspanning volgens de theorie van Mohr	18
figuur 13: breedte van de rib	19
figuur 14: mechanismen van dwarskracht afdracht	20
figuur 15: bezwijkmechanisme afschuifbuigbreuk	22
figuur 16: bezwijkmechanisme afschuiftrekbreuk	22
figuur 17: bezwijkmechanisme van de drukdiagonaal	23
figuur 18: raster voor invoer in plaatprogramma	29
figuur 19: belastingsverdeling op de niet voorgespannen zijde	32
figuur 20: belastingsverdeling op de voorgespannen zijde	32
figuur 21: detail van de oplegging bij beproeven	33
figuur 22: belastingsverdeling	33
figuur 23: overzicht opnemers	35
figuur 24: plaats van de verplaatsingsopnemers	35
figuur 25: doorsnede van de betonrib voor berekenen dwarskracht	43
figuur 26: aangenomen doorsnede waarover de voorspankracht spreidt	43
figuur 27: geschematiseerd bezwijkpatroon van de eerste en tweede proef	47
figuur 28: geschematiseerd bezwijkpatroon van de eerste en tweede proef	47
figuur 29: verzwaring ribben ter plaatse van de hoek	48
figuur 30: geschematiseerd bezwijkbeeld van de bezweken ribbe	48
figuur 31: geschematiseerd bezwijkpatroon van de proefstukken alleen op de voorgespannen ribbe belast	49
figuur 32: de doorbuiging van uitgezet tegen de belasting op de niet voorgespannen ribbe	50

Lijst van tabellen

tabel 1: resultaten oplegreakties uit eindig elementen programma	31
tabel 2: som oplegreakties	31
tabel 3: steefwaarden voor de betrouwbaarheidsindex van gebouwen volgens NEN6700	42
tabel 4: standaardwaarden voor α_i	42
tabel 5: uiterst opneembare dwarskracht in de beschouwde snede, $f_{b_{gem}}=3.63\text{N/mm}^2$	44
tabel 6: opneembare dwarskracht in de beschouwde snede	45
tabel 7: resultaten van de proeven	46
tabel 8: resultaten van de derde proef	48
tabel 9: resultaten van de proeven op de niet bezwijken ribben	49
tabel 10: overzicht belasting op de niet voorgespannen zijde	50

Bijlagen

- Bijlage 1: Voorspanverliezen ten gevolge van krimp, kruip en relaxatie;
- Bijlage 2: Berekeningen volgens: -NEN 6720, Hegger.
- Bijlage 3: Berekeningen voor de bezwijkfase;
- Bijlage 4: Beschrijving van de proeven;
- Bijlage 5: Omrekenen van cilinder naar kubusdruksterkte;

Inleiding

In het kader van dit afstuderen is een onderzoek gedaan naar de dwarskrachtkapaciteit van de vloerplaat van het Bestcon 30 vloersysteem. Het Bestcon 30 bouwsysteem is ontwikkeld door Best Constructie Systemen bv (BCS) te Best, een dochteronderneming van Koninklijke IBC-bouwgroep Nederland bv. De vloerplaat is destijds ontworpen op basis van de VB 1974/1984 (NEN3880) uitgaande van een vloerbelasting van 4 kN/m^2 . Met de nieuwe normen ontstond de noodzaak de vloerplaten aan deze nieuwe voorschriften, de VBC 1990 (NEN6720), te toetsen.

In het verleden is, en tegenwoordig wordt nog steeds, veel onderzoek naar dwarskracht bij balken verricht. Dit onderzoek richt zich echter op een vloerplaat, en wel een kassetteplaat die alleen op de hoekpunten wordt opgelegd. Doordat de kassetteplaat slechts in een richting van voorspanning met aanhechting is voorzien, ontstaat bij de oplegging een ingewikkelde spanningsverdeling. Om inzicht in de spanningsverdeling te krijgen zal de spanningsverdeling worden geanalyseerd. Met de daarbij gevonden resultaten zal daarna getracht worden een uitspraak te doen over de dwarskrachtkapaciteit van de plaat. En dan met name bij de oplegging.

Probleemstelling

Er zal dus onderzoek gedaan worden naar de vloerplaten, waarbij de nadruk zal liggen op dwarskracht. Behalve toetsing van een belasting van 4 kN/m^2 aan de huidige voorschriften, wordt mede onderzocht of een belasting van 5 kN/m^2 ook voldoet.

Vanuit de Technische Universiteit Eindhoven is de opdracht toegevoegd te onderzoeken welke maatregelen er nodig zijn om bezwijken op moment maatgevend te maken.

De punten die daarbij zeker besproken zullen worden zijn:

- het oplegvlak, dat is maar 100 cm^2 per oplegging groot;
- de vloerplaat is een één richting voorgespannen terwijl in de richting loodrecht daarop betonstaal FeB500 toegepast is.

Indeling

Het verslag bestaat uit 3 delen, namelijk een deel rapportage van de voor dit onderwerp uitgevoerde literatuurstudie, een deel het ontwerpen van een proefopstelling en beproeven van enkele vloerplaten en een deel het vergelijken van de bij het beproeven gevonden resultaten met de resultaten uit de rekenmodellen uit de literatuur.

In het eerste deel van het verslag wordt de geraadpleegde literatuur gedaan. Het eerst komt de overdrachts lengte aan de orde, daarbij wordt ook aandacht aan de samenwerking tussen voorspanstaal en beton geschonken.

Daarna zullen met betrekking tot dwarskracht enkele rekenmethode besproken worden. Met name worden genoemd de rekenregels volgens de NEN6720, de TGB 1990, Voorschriften Beton, en de methode volgens Hegger als beschreven in zijn proefschrift.

Het tweede deel behandelt de opzet en uitvoering van enkele experimenten op ware grootte. Eerst wordt besproken hoe het ontwerp van de proefopstelling tot stand is gekomen. De resultaten van de metingen zijn in bijlage 4 opgenomen. De proeven zijn uitgevoerd aan de Technische Universiteit te Eindhoven in het Pieter van Musschenbroeklaboratorium van de fakulteit Bouwkunde.

In het derde deel worden de resultaten van de proeven vergeleken met de berekeningen volgens modellen uit de literatuur. Voor het doen van een uitspraak over de veiligheid/betrouwbaarheid is dit deel aangevuld met theorie voor het maken van statistische berekeningen en de berekeningen zelf. De verschillende rekenmethoden met betrekking tot dwarskacht zijn in bijlage 2 verder uitgewerkt.

Bijlage 1 behandelt de voorspanverliezen ten gevolge van krimp, kruip en relaxatie. Daarbij wordt uitgegaan van alle verliezen een jaar na produktie. Dat is ook de leeftijd van de plaat bij het beproeven. Op dat tijdstip zijn daarom de spanningen in beton en voorspanstaal berekend. Deze waarden zijn later weer in andere berekeningen gebruikt.

In bijlage 2 zijn de rekenmodellen uit de literatuur uitgewerkt. Deze berekeningen kunnen als controle berekening in het rekenstadium beschouwd worden. De berekeningen voor het bezwijkstadium komen in bijlage 3 aan de orde.

Bijlage 4 zijn de resultaten van de proeven beschreven, toegelicht met tabellen, foto's en grafieken.

In bijlage 5 zijn de betoneigenschappen bepaald. Daarvoor zijn uit elke plaat 6 cilinders geboord. Van 3 stuks is de druksterkte bepaald, van de overige 3 is de splijttreksterkte bepaald. De resultaten worden daarna gebruikt om met de bij de proeven gevonden resultaten te bepalen welke rekenmethode voor dit geval het beste voldoet.

Wat is Bestcon 30

Het Bestcon 30 bouwsysteem is een geprefabriceerd bouwsysteem bestaande uit betonelementen waarvan de afmetingen zijn gebaseerd op een moduulmaat (systeemmaat) van 300 mm. Het systeem bestaat uit vier basis elementen, te weten:

- in één richting voorgespannen kassettevloeren;
- kolommen;
- stabiliteitswanden en;
- gevelelementen.

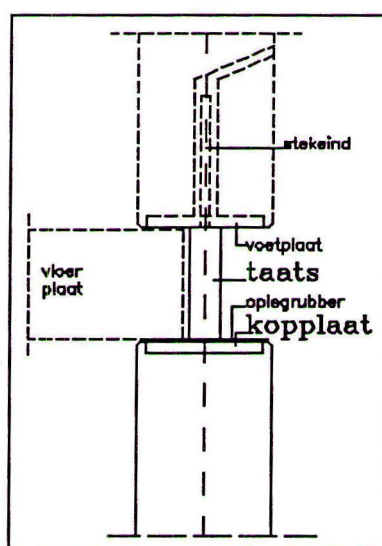
Dit onderzoek richt zich uitsluitend op de vloerelementen van het bouwsysteem, daarom zullen zij het laatst en meest uitgebreid behandeld worden.

Kolommen

De kolommen hebben een doorsnede van 300·300 mm. De bovenzijde van de kolom is voorzien van een stalen kopplaat met daarop gelast een massieve stalen taats. Aan de onderzijde van de kolom bevindt zich een stalen voetplaat. Met behulp van deze kop- en voetplaten worden de kolommen koud op elkaar gestapeld. Wel worden de kolommen nog met elkaar verbonden. Aan de onderzijde van de kolommen is een sparing aangebracht. Bij het stapelen valt de kolom met de sparing over een stekeind waarna de overblijvende ruimte met krimpvrije mortel gevuld wordt, zie figuur 1.

Stabiliteitswanden

De stabiliteitswanden worden uitgevoerd als wandelementen met een of twee aangestorte kolommen met dezelfde kop- en voetplaten als de vrijstaande kolommen. De stabiliteitswanden worden in drie maten geleverd te weten: 3600 mm, 5400 mm en 7200 mm. De toepassing van deze maten is afhankelijk van de plaatsing in het gebouw. Zij worden per project gemaakt, daardoor kunnen deur en raamopeningen op elke gewenste plaats kunnen worden opgenomen.

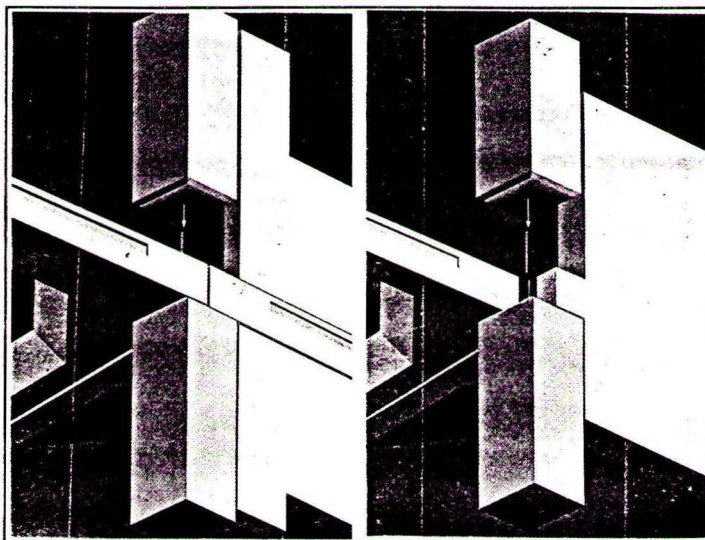


figuur 1: doorkoppelen van de kolommen

Gevelelementen

De gevelelementen zijn in twee uitvoeringen leverbaar:

- a als voorgespannen binnenspouwblad, voor toepassing tussen de kolommen op de verbrede vloerranden, zie figuur 2, rechter figuur.
- b als borstweringselement, het toepassen in combinatie met niet verbrede vloeren. Het element hangt dan tussen de kolommen voor de vloer langs, zie figuur 2, linker figuur.



figuur 2: principe aansluitingen van de gevelelementen

Kassettevloeren

De kassettevloerelementen zijn in twee afmetingen leverbaar 5400·3600 mm en 7200·3600 mm. De ribhoogte van de kassetten is 250 mm terwijl de spiegel van de kassetten 80 mm dik is.

De vloeren zijn zowel lengte- als breedte-richting zelfdragend en liggen op de vier hoek punten op.

De vloerelementen die op de gevelkolommen aansluiten kunnen worden voorzien van een verbrede vloerrand, zodat de zijkant van de vloer in hetzelfde vlak komt te liggen als de buitenkant van het spouwblad en de kolom, zie ook figuur 2.

Tussen de kolommen en de vloer vindt geen momentenoverdracht plaats, de kolommen zijn door de stalen taats dusdanig op elkaar gestapeld dat een vrije oplegging van de vloerplaten gewaarborgd blijft, zie ook figuur 1. De stabiliteit wordt in zijn geheel ontleend aan de stabiliteitswanden.

Daar het bij dit onderzoek om de vloerplaten van 7200·3600 mm gaat zullen verder alleen de gegevens en eigenschappen van deze platen besproken worden.

De vloerplaten zijn in de lengterichting voorgespannen met 14 voorspanstrenge met een diameter van 12.9 mm en een staalkwaliteit van FeP1860, zie figuur 3 pagina 5. In breedterichting zijn zij voorzien van wapening met diameters van 10 en 16 mm. De kwaliteit van het betonstaal is FeB500. Ter plaatse van de oplegging zijn twee haarspelden aangebracht met een diameter van 16 mm, ook zij hebben een kwaliteit van FeB500. Verder zijn de vloerelementen voorzien van een krimpnet $\phi 5-150$ mm en beugels $\phi 6$ mm. De beugels dienen de wapening tijdens het storten op haar plaats te houden. Eenmaal ingestort verdelen ze de krachten over de hoofdwapening ter plekke.

Theorieën (grondslagen en rekenmethoden)

Theorie met betrekking tot dwarskracht bij betonbalken

De voorspanning in het voorspanstaal zorgt voor een drukspanning in het beton. Door deze drukspanning wordt de dwarskrachtkapaciteit van de betondoorsnede verhoogd. De overdrachtslengte speelt daarbij een belangrijke rol, de voorspankracht en daarmee de drukspanningen in het beton worden namelijk over de overdrachtslengte van 0 aan de rand van de plaat tot maximaal bij de overdrachtslengte opgebouwd. Vandaar dat in dit hoofdstuk het eerst aandacht aan de overdrachtslengte besteed zal worden.

Daarna wordt er dieper op de theorie met betrekking tot dwarskracht ingegaan.

Voor het berekenen van de bezwijkkracht ten gevolge van afschuiving zijn er twee verschillende methoden. Dit zijn:

- wiskundige methoden en;
- empirische relaties.

In het volgende hoofdstuk worden deze nader besproken. De methode volgens Mohr wordt onder de wiskundige methoden besproken. In die paragraaf komt ook de methode als voor doorsneden met geringe buigtrekspanning volgens de TGB aan de orde. Deze methode is namelijk een vereenvoudiging van de theorie volgens Mohr.

Er is veel onderzoek gedaan naar de dwarskrachtkapaciteit van zowel voorgespannen als niet voorgespannen betonnen balken. Elk onderzoek levert een relatie/formule voor het bepalen van de dwarskrachtkapaciteit, elke relatie/formule heeft zijn eigen grootheden en variabelen.

In dit verslag is de methode volgens Hegger nader besproken.

Bepaling van de overdrachtslengte van de strengen

Bij voorgespannen beton met voorgerekt staal met aanhechting zijn er met betrekking tot overdrachtslengte [l_0] twee definities:

- 1 de overdrachtslengte is de lengte die nodig is om de **voorspankracht op het beton over te dragen**. {Dekker [5]} en;
- 2 de overdrachtslengte is de lengte waarover de **voorspankracht in het voorspanstaal wordt opgebouwd**. {den Uijl [6-169]}

Twee definities gebaseerd op verschillende benaderingen voor dezelfde parameter. Toch gaat het om dezelfde waarde, de voorspankracht in het voorspanstaal kan immers niet in het staal worden opgebouwd als die niet op de een of andere manier op het beton wordt overgedragen.

Beide definities zijn korrekt, maar omdat het bij voorgespannen beton om de interactie tussen twee verschillende materialen gaat, gaat de voorkeur uit naar de definitie van Dekker. Verder laat Dekker zich niet uit over het materiaal waarmee voorgespannen wordt, zodat deze definitie ook op andere voorspanmaterialen zoals kunststof van toepassing is.

Naast de overdrachtslengte (l_0) is er ook sprake van de verankeringslengte (l_v). De verankeringslengte is de rekenwaarde van de lengte die nodig is om de breukkracht van het staal op het beton over te dragen. De verankeringslengte is als het ware de bovengrens van de overdrachtslengte. Dit geval zou voorkomen als het voorspanstaal tot de breukkracht aangespannen zou kunnen worden. Verder kan dit geval voorkomen bij enkele bijzondere belastingsgevallen.

Voor het berekenen van de overdrachtslengte en de verankeringslengte is het belangrijk de grootte en de verdeling van de aanhechtspanning langs de strengas te kennen.[6]

De overdrachtslengte is afhankelijk van:

- hechtsterkte tussen beton en voorspanstaal;
- profilering van het voorspanstaal;
- de spanning **in** het voorspanstaal en;
- de diameter **van** het voorspanstaal.

De hechtsterkte wordt beïnvloed door:

- de druksterkte van het beton op het tijdstip van aanbrengen van de voorspankracht;
- de onderlinge afstand tussen de voorspanstrengen;
- de betondekking.[5]

De rekenwaarde van de overdrachtslengte (l_0) wordt gelijk gesteld aan de karakteristieke waarde van de overdrachtslengte (l_{ik}). Dit wordt gedaan omdat voor de spanningstoestand in het verankeringsgebied de gemiddelde waarde van de overdrachtslengte belangrijker is dan de karakteristieke waarde. Doordat de karakteristieke waarde van de overdrachtslengte groter is dan de gemiddelde waarde ontstaat er een veiligheidsfaktor.[5]

De overdrachtslengte wordt ongunstig beïnvloed als het aflaten van de voorspankracht, en daarmee de overdracht van de voorspankracht op het beton, plotseling gebeurt. Er doen zich in dat geval namelijk dynamische effecten voor. Het is daarom aan te bevelen de voorspankracht langzaam af te laten, zodat de voorspankracht gelijdelijk op het beton wordt overgedragen.

De ongunstigste aanhechkondities ontstaan op het ogenblik waarop de voorspankracht van het staal op het beton wordt overgedragen. Immers, enerzijds neemt de voorspankracht na dit tijdstip af door relaxatie van het voorspanstaal en krimp en kruip van het beton en aan de andere kant neemt de betondruksterkte (en daarmee de aanhechtsterkte) toe door voortgaande hydratatie. De aanvangssterkte van het beton moet daarom voldoen aan een bepaald minimum waarde.

Inleidingslengte

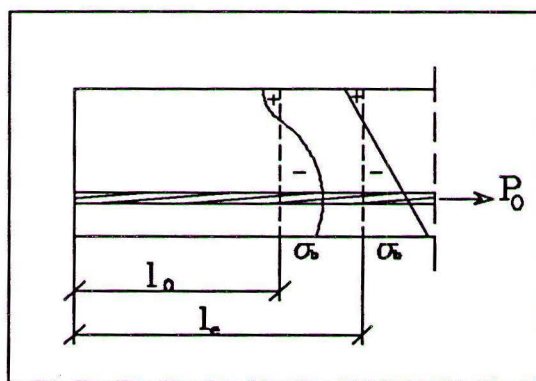
De inleidingslengte (l_e) is de afstand die nodig is om de voorspankracht gelijkmatig over de doorsnede te spreiden, zie figuur 4.

In de snede waar de voorspankracht volledig op het beton is overgedragen, de overdrachtslengte (l_0), heerst over de hoogte nog geen lineaire spanningstoestand. Deze lineaire spanningstoestand wordt pas bereikt bij de inleidingslengte (l_e). In [7] wordt voor de inleidingslengte als benadering gegeven:

$$l_e = \frac{1}{3} \cdot l_0 + h$$

waarin:

- l_e de inleidingslengte;
- l_0 de overdrachtslengte;
- h de hoogte van balk of plaat.



figuur 4: spanningsverdeling ter plaatse van overdrachtslengte l_0 en inleidingslengte l_e .

In [5] wordt voor de inleidingszone van de voorspankracht, hier l_{ttd} genoemd, gegeven:

$$l_{ttd} = h_t \cdot \sqrt{1 + \left[\frac{0,6 \cdot l_{td}}{h_t} \right]^2} \quad \text{met de tegenwoordig gangbare symbolen geschreven}$$

$$\text{als:} \quad l_e = h \cdot \sqrt{1 + \left[\frac{0,6 \cdot l_0}{h} \right]^2}$$

waarin:

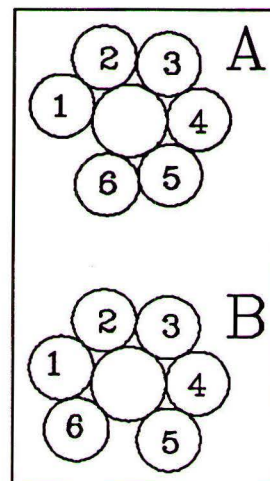
- l_e de inleidingslengte;
- l_0 de overdrachtslengte;
- h de hoogte van balk of plaat.

Voor relatief kleine hoogtes (ten opzichte van de overdrachtslengte) geldt dat de inleidingslengte in de beide gevallen kleiner is dan de overdrachtslengte. Hieruit kan gekonkludeerd worden dat de spanningsverdeling ter plaatse van de overdrachtslengte lineair over de hoogte verdeeld is.

De strengen

Bij 7-draads strengen is de diameter van de middelste draad (de kerndraad) groter dan die van de buitendraden. De diameter van de kerndraad is groter gekozen om er zeker van te zijn dat de kerndraad bij het spannen niet slipt. Omdat door de grotere diameter van de kerndraad enige ruimte aanwezig is tussen de zes buitendraden, is men ervan verzekerd dat de klemkracht van de buitendraden ook wordt overgedragen op de kerndraad.[6] Doordat de dikte van de kerndraad groter is dan de buitendraden ontstaat er tussen de buitendraden een ruimte, de plaats van deze ruimte verschilt van plaats tot plaats.[5]

In figuur 5 is te zien dat de ruimte in snede A tussen de draden 1 en 6 aanwezig is terwijl zij in snede B een kleine afstand van snede A door een verschil in draaiingshoek van de buitendraden tussen de draden 5 en 6 ligt. Dit verschijnsel wordt "lack of fit" genoemd.[5]



figuur 5: twee doorsnedes van eenzelfde streng op korte afstand van elkaar

Overdracht van de voorspankracht in het staal naar het beton

Er zijn grote verschillen tussen de krachtsoverdracht van geprofileerd wapeningsstaal op beton en van strengen op beton.

De aanhechting tussen beton en betonstaal cq voorspanstaal is in het algemeen terug te voeren op de volgende mechanismen:

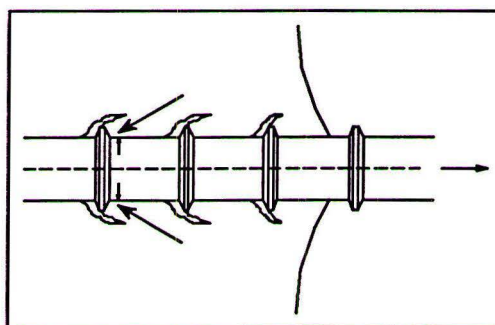
- het aanhechtmechanisme;
- het afschuifmechanisme en;
- het wrijvingsmechanisme.

Aanhechtmechanisme

Het aanhechtmechanisme is het eerst optredende mechanisme, dit ontstaat in het contactvlak tussen het beton en het staal door de binding van het cement aan het staal. Is bij het belasten de aanhechting van de staven of strengen eenmaal verbroken dan zal het afschuif- of het wrijvingsmechanisme optreden.

Afschuifmechanisme

Het afschuifmechanisme treedt op bij geprofileerde staven, de krachtsoverdracht komt daarbij tot stand door ribben van het wapeningsstaal op de tussenliggende betonkonsoleringen, zie figuur 6. Door de verhinderde vervorming van de konsoleringen worden radiale drukspanningen opgewekt.[6]



figuur 6: konsolering van geprofileerde staven

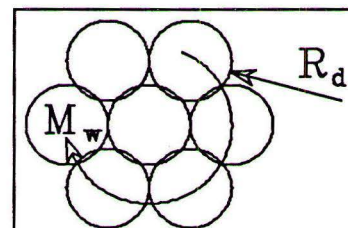
Wrijvingsmechanisme

Het wrijvingsmechanisme treedt op bij gladde staven en strengen.

Als de krachtoverdracht door wrijving verzorgd wordt zal de dwarskontractie zeker een belangrijke rol spelen. Bij het ontlaten van de voorspankracht daalt de spanning in het staal over de overdrachtslengte, de streng wordt dikker waardoor de aanhechtweerstand groter wordt. Daarbij wordt aan het omhullende beton een verplaatsing opgelegd die weer een extra drukspanning tot gevolg hebben. Ook door het krimpen van het beton worden er extra drukspanningen geïntroduceerd, door kruip zullen deze spanningen echter weer afnemen.

Bij het uittrekken gebeurt het omgekeerde: de staalspanningen neemt toe, de streng wordt dunner en de wrijvingsweerstand neemt af.

Verder zal de streng door het verkorten in het spiraalsgewijs verlopende kanaal in het omhullende beton een gedwongen verdraaiing ondergaan. Deze gedwongen verdraaiing heeft in de streng een wringend moment (M_w) tot gevolg, dit inwendige moment maakt evenwicht met de normaalspanning langs de buitenkant van de streng (R_d), zie figuur 7. De normaalspanningen leveren op hun beurt een bijdrage aan de wrijvingsweerstand. De grootte van de wrijvingsweerstand is sterk afhankelijk van de wringstijfheid van de streng.[6]

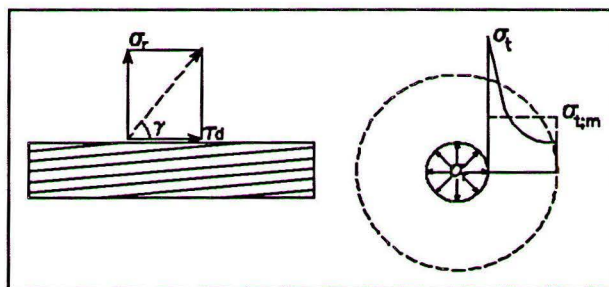


figuur 7: inwendig moment (M_w) maakt evenwicht met de normaalkrachten (R_d) langs de omtrek

Brosse verankeringsbreuk zal niet optreden. Zelfs bij grote verplaatsingen van 10 mm en meer van de streng in het beton blijft de aanhechtspanning door "lack of fit" gelijk, zij neemt in elk geval niet af. Dit verschijnsel zorgt voor een grote betrouwbaarheid van de verankering.

Bij geprofileerde staven valt de aanhechtweerstand bij een relatieve verplaatsing van enkele millimeters door het verbrijzelen van het beton sterk terug.

De aanhecht- en wrijvingsspanningen (τ_d) treden op in het contactvlak tussen staal en beton. Naast aanhechtspanningen spelen radiaal gerichte drukspanningen (σ_r) een rol bij de krachtoverdracht, en deze hebben op hun beurt ringtrekspanningen (σ_t) tot gevolg, zie figuur 8. De spleetscheuren die hierdoor in het omhullende beton kunnen ontstaan, zijn nadelig voor de krachtoverdracht en moeten daarom zoveel mogelijk voorkomen worden.[6]



figuur 8: ringtrekspanningen

Door betere aanhechteigenschappen van het voorspanstaal neemt de overdrachtslengte af, daardoor nemen de ringtrekspanningen echter toe. Een grotere aanhechtspanning vergroot daarmee dus de kans op radiale scheurvorming. Door "lack of fit" is de aanhechtsterkte van gladde 7-draads strengen reeds voldoende voor normale konstruktieve doeleinden. Het is daarom niet

nodig en in verband met de kans op ringtrekscheuren minder gewenst om geribde of gedeukte strengen toe te passen.

Ringtrekspanningen

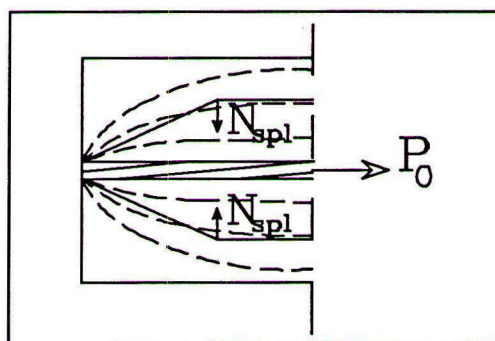
Ringtrekspanningen (σ_r) zijn ter plaatse van de streng het grootst en nemen naar buiten toe af. Uit onderzoek aan cilinders met ingestorte strengen is gebleken dat de maximale ringtrekspanning twee maal de gemiddelde ringtrekspanning is. Scheurvorming blijkt echter pas op te treden als de gemiddelde ringtrekspanning gelijk is aan de betontrekspanning. Kennelijk ontstaat er herverdeling van de ringtrekspanningen ten gevolge van plastische verschijnselen en microscheurvorming.[5]

Splijtspanningen

Naast de ringtrekspanningen in de directe omgeving van de strengen ontstaan er ook splijtspanningen als gevolg van het spreiden van de voorspanning over de doorsnede, zie figuur 9. Onderscheiden worden primaire splijtspanningen (σ_{ps}) en kopsplijtspanningen (σ_{ks}). Het blijkt dat primaire splijtspanningen en de kopsplijtspanningen groter zijn naarmate de overdrachtslengte korter is. Dit houdt in dat bij de controle van deze spanningen moet worden uitgegaan van een ondergrenswaarde van de overdrachtslengte. In de praktijk wordt echter alleen met bovengrenswaarden gerekend. Toch kan het verschil tussen beide aanzienlijk zijn vanwege de grote spreiding die bij aanhechting optreden. (faktor 1.5 a 2.5).[6]

Primaire splijtspanningen

Door het uitwaaiëren van de druktrajectoriën ontstaan trekspanningen loodrecht op de voorspanstreng. In figuur 9 is het spreiden van de voorspankracht geschematiseerd tot twee drukkrachten. Om de drukkracht horizontaal af te buigen is een naar de streng gerichte kracht nodig. Deze kracht is een trekkracht welke door het beton geleverd wordt. Is de trekkracht te groot dan zal er scheurvorming optreden.

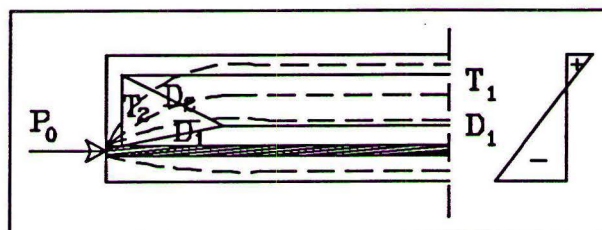


figuur 9: primaire splijtspanningen

De primaire splijtspanningen zijn het gevolg van de splijtkrachten N_{spl} .

Kopsplijtspanningen

Kopsplijtspanningen ontstaan bij het excentrisch aangrijpen van de voorspankracht op de doorsnede. In figuur 10 is dit schematisch weergegeven. Door de excentriciteit van de voorspankracht ontstaan boven in de doorsnede trekkrachten, geschematiseerd tot T_1 , onder in de doorsnede ontstaan drukkrachten, geschematiseerd tot D_1 . De knik in de drukkrachten D_1 wordt veroorzaakt door het spreiden van drukspanningen over de doorsnede. Om de knik te kunnen maken wordt er een



figuur 10: kopsplijtspanning

knik in de drukkrachten D_1 wordt veroorzaakt door het spreiden van drukspanningen over de doorsnede. Om de knik te kunnen maken wordt er een

drukkracht D_2 geïntroduceerd. De kracht D_2 met evenwicht maken met kracht T_1 waardoor er in de kop van de doorsnede een trekkracht T_2 aanwezig moet zijn. De trekkracht T_2 veroorzaakt de kopsplijtspanningen.

Scheuren door kopsplijtspanningen treden op buiten het verankeringsgebied van de strengen en hebben daardoor geen invloed op de krachtoverdracht tussen beton en staal. Scheurvorming ten gevolge van kopsplijtspanningen is niet altijd te voorkomen, omdat hierbij een grote piekspanning optreedt, die gekombineerd met de piekspanning door krimp en temperatuurgradiënten groter kan zijn dan de treksterkte van het beton. De scheurwijdte van een eventuele scheur moet beperkt worden met een dwarswapening van betonstaal.

De overdrachtslengte blijkt in de praktijk een grote spreiding te vertonen. Bovendien is de overdrachtslengte onder andere afhankelijk van de betonkwaliteit, waardoor de overdrachtslengte zowel invloed heeft op de optredende spanning σ_{spl} (een kortere overdrachtslengte l_0 zal leiden tot een hogere spanning σ_{spl}), als op de waarde van f_b waaraan deze splijtspanning σ_{spl} moet worden getoetst. Teneinde dit effect, en de grote spreiding in overdrachtslengte, te kunnen ondervangen wordt veiligheidshalve in NEN6720 gesteld dat voor de berekening van de splijtspanning σ_{spl} ervan uit moet worden gegaan dat de voorspankracht op het beton wordt overgedragen over de helft van de overdrachtslengte l_0 . [7]

In de gebruikstoestand is de toename van de spanning in het voorgerekte staal in het verankeringsgebied door de belasting erg gering. Immers, de buigende momenten ten gevolge van de belasting zijn dicht bij de oplegging, het ongescheurde verankeringsgebied, gering. Dit betekent dat in het geval van een wisselende belasting slechts een geringe spanningsvariatie in het voorspanstaal zal optreden.

Als een scheur aan het eind van de overdrachtslengte optreedt, dan neemt de kracht in het voorspanstaal toe. Deze krachttoename moet overgedragen worden op het beton door een toename van de aanhechtspanning. Na bezwijken van het mechanisme van krachtafdracht wordt de streng uitgetrokken.

Bij voorgerekt staal moet de aanhechtspanning ten gevolge van de uittrekkraft op de aanhechtspanning ten gevolge van het overdragen van de voorspankracht gesuperponeerd worden. Deze superpositie resulteert in een gelijkmatiger aanhechtspanningsverdeling, waardoor de uittrekkraft wordt vergroot. [6]

Bepaling overdrachtslengte

In de volgende berekeningen wordt uitgegaan van 7-draads strengen, met een diameter van 12.9 mm.

Er zijn verschillende rekenmethodes voor het bepalen van de overdrachtslengte van voorspanstrengen in beton. Hier worden achtereenvolgens besproken:

- methode Bistyp;
- methode volgens de TGB (NEN6720).

Bepaling van de overdrachtslengte volgens Bistyp

Bistyp is een Pools research- en ontwerpcentrum voor industriële gebouwen.

Onderstaande tekst is ontleent aan Cement uit 1977. In die tijd was het gebruikelijk voor de grootheden andere symbolen te gebruiken dan tegenwoordig het geval is. Hieronder is een lijst opgenomen met de in het artikel en de tekst gebruikte symbolen, eventueel het tegenwoordig gangbare symbool met daarachter de betekenis.

Gebruikt symbolen

artikel NEN6720

k_1		faktor voor invloed van de strengen onderling;
k_2		faktor voor de betondekking;
k_3		factor voor de verhouding tussen aanvangsspanning in het beton en de betonsterkte;
D	ϕ_k	diameter van de streng;
σ_{pi}		spanning in het voorspanstaal;
f_{bi}	f_{bt}	rekenwaarde van de druksterkte van het beton bij het aanspannen;
σ_{bi}	σ'_{bi}	aanvangsdrukspanning in het beton;
l_t	l_0	gemiddelde waarde van de overdrachtslengte;
l_{td}	l	5% overschrijdingskans van de overdrachtslengte;
δ		intrekking van de strengen, rentree;
n		het aantal strengen;
a		de afstand <u>tussen</u> de strengen;
c_1	c	de betondekking;
E_p		elasticiteitsmodulus van de strengen.
K		faktor voor de verhouding tussen de aanvangsspanning (σ_{bi}) van het beton en de aanvangssterkte (f_{bi}) van het beton, en de afstand tussen de strengen en de betondekking; is $\sigma_{bi}/f_{bi} = 0.6$ en is de afstand tussen de strengen en de betondekking groter dan $5 \cdot D$ dan is de gemiddelde waarde van $K = 10.5$;
ψ		coëfficiënt voor de rekenwaarde van de overdrachtslengte opgebouwd uit k_1 , k_2 , k_3 en K.

Voor het model voor het bepalen van de overdrachtslengte definieert Bistyp de overdrachtslengte als de afstand die nodig is om 95% van de voorspankracht op het beton over te dragen.

$$l_t = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot K \cdot D \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{pi}}{f_{bi}}}$$

waarin:

$$k_1 = 1 - 1.55 \cdot k_0.$$

waarin:

k_0 de verhouding tussen de radiale drukspanning (P_o) en de radiale trekspanning (P).

$$k_0 = \frac{P_o}{P} = \frac{n}{2\pi} \cdot \frac{1}{1 + \frac{a}{D}}$$

$$k_2 = 1 + \frac{0.35}{\left(\frac{c_1 + 1}{D} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}}$$

$$k_3 = 2.2 - 1.45 \cdot \sqrt[3]{\frac{\sigma_{bi}}{f_{bi}}}$$

$$K = 10.5.$$

De rekenwaarde voor de overdrachtslengte kan globaal gesteld worden op 1.2 maal de gemiddelde waarde [5].

Bij onderzoek aan de Technische Universiteit te Eindhoven [2] is voor de faktor ψ een gemiddelde van 5.9 gevonden.

Uit de formule is af te leiden dat een hogere aanvangsterkte een kleinere overdrachtslengte tot gevolg heeft.

Bepaling van de overdrachtslengte volgens de TGB (VBC1990)
 NEN 6720 art. 9.7.3.

Berekening overdrachtslengte l_o :

$$l_o = 0.5 \cdot l_{vo} \cdot \frac{\sigma_{pi}}{f_p} \cdot \sqrt{\frac{f_b}{f_{bt}}}$$

waarin:

- l_o de overdrachtslengte;
- l_{vo} de basisverankeringslengte;
- σ_{po} aanvangsspanning in het voorspanstaal;
- f_p rekenwaarde van de 0.1%-rekgrens van het voorspanstaal;
- f_b rekenwaarde van de druksterkte van het beton;
- f_{bt} rekenwaarde van de druksterkte van het beton op tijdstip van aanspannen.

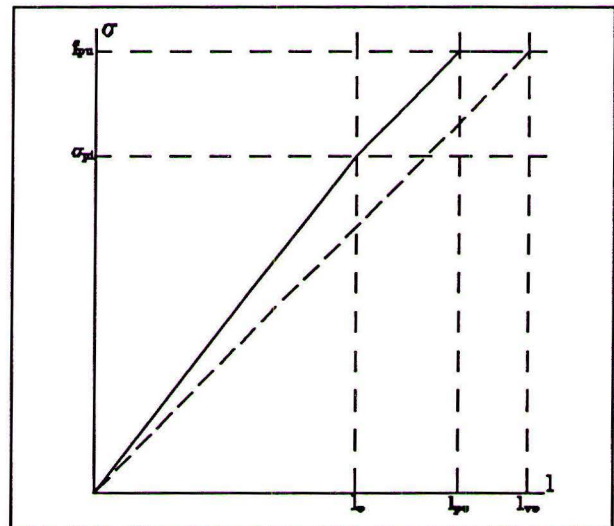
$$l_{vo} = \alpha_1 \cdot \beta \cdot \phi_k \cdot \frac{f_p}{\sqrt{f_b}}$$

waarin:

- ϕ_k middellijn voorspanstreng;
- $\alpha_1 = 0.5$ voor 3- en 7-draadsstrengen;
- $\alpha_1 = 0.7$ voor geprofileerde draad.
- $\beta = 1.0$ voor niet bovenstaven;
- $\beta = 1.25$ voor bovenstaven.

$$\alpha_1 = 0.5;$$

$$\beta = 1.0.$$



figuur 11: grafiek overdrachtslengte

$$l_{po} = l_o + \left[1 - \frac{\sigma_{pi}}{f_{pu}} \right] \cdot l_{vo}$$

waarin:

- l_{po} de lengte tot aan het punt waarbij σ_p de waarde f_{pu} bereikt

l_o is de overdrachtslengte op het tijdstip van het afdalen van de voorspanning, bij belasting van de plaat zal door het toenemen van de staalspanning de overdrachtslengte toenemen. De staalspanning kan niet verder toenemen dan f_{pu} , voor het moment waarop voor σ_p de rekenwaarde van de treksterkte van het voorspanstaal wordt bereikt is de overdrachtslengte gedefinieerd als l_{po} . Daarna zal bij het verder toenemen van de belasting ook de overdrachtslengte toenemen de staalspanning blijft echter gelijk. Het staal vervormt plastisch of het staal slipt.

De basisverankeringslengte, l_{vo} , is bepaald door een ongespannen streng in te storten. Na het verharden van het beton is de streng getrokken, daarbij is de basisverankeringslengte l_{vo} gevonden. Het is logisch dat de basisverankeringslengte groter is dan de overdrachts-lengte l_o en l_{po} immers, door het trekken aan de ongespannen streng wordt deze door dwarskontractie dunner worden. Door het dunner worden neemt ook de wrijving tussen het beton en de streng af waardoor de lengte waarover de uittrekkraft van het staal op het beton wordt overgedragen groter wordt.

Wordt de formule voor l_{vo} in de formule voor l_o ingevuld dan volgt:

$$l_o = 0.5 \cdot \alpha_1 \cdot \beta \cdot \phi_k \cdot \frac{f_p}{\sqrt{f_b}} \cdot \frac{\sigma_{pi}}{f_p} \cdot \sqrt{\frac{f_b}{f_{bt}}}$$

Na vereenvoudigen blijft over:

$$l_o = 0.5 \cdot \alpha_1 \cdot \beta \cdot \phi_k \cdot \frac{\sigma_{pi}}{\sqrt{f_{bt}}}$$

Hieruit volgt dat volgens de TGB de overdrachtslengte (l_o) bij gelijke diameter alleen afhankelijk is van de aanvangsspanning in het voorspanstaal en de rekenwaarde van de druksterkte van het beton op het tijdstip van aanspannen.

Rentree of intrekking

De afstand die het voorspanstaal ten gevolge van de verkorting van dat voorspanstaal in het beton wordt getrokken is de rentree ofwel intrekking. De rentree is dus de verkorting van het voorspanstaal over de overdrachtslengte, daarbij wordt er van uitgegaan dat de verkorting van het beton door de zich opbouwende voorspanning verwaarloosbaar klein is.

Bepaling rentree volgens den Uijl, TU-D [6]

$$\delta_r = \frac{\sigma_{pi} \cdot l_0}{\alpha \cdot E_p}$$

waarin:

α een vormfactor van het staalspanningsverloop. Een lineair staalspanningsverloop, behorend bij een uniforme aanhechtspanningsverdeling, geeft $\alpha=2$. Een parabolische staalspanningsverdeling, behorend bij een lineair aanhechtspanningsverloop met het maximum aan het uiteinde, geeft $\alpha=3$. Bij experimenten zijn waarden tussen $\alpha= 1.7$ en 2.6 gevonden. Statistisch onderzoek aan een groot aantal prefabelementen gaf als karakteristieke bovengrens voor $\alpha=2.86$.

Bepaling rentree volgens Bistyp [5]

$$\delta = \frac{\psi \cdot D}{E_p} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{pi}^3}{f_{bi}}}$$

waarin:

ψ koëfficiënt afhankelijk van:

- verhardingsgraad van het beton en de verhardingscondities;
- de betondrukspanning;
- de plaats en het aantal van de strengen (radiale drukspanning door naburige strengen).

$\psi = 4.6$ (voor een 5% overschrijdingskans);

Zoals uit de formules blijkt, zijn de intrekking δ en de overdrachtslengte omgekeerd evenredig met σ_{pi}/f_{bi} , het is dus belangrijk dat het beton bij het aanspannen een zo hoog mogelijke druksterkte heeft.

Theorie met betrekking tot dwarskracht

Theorie van Mohr

Met de theorie van Mohr kan slechts een punt in de beschouwde doorsnede beschouwd worden. De normaalspanning σ_x in lengterichting, in een punt op afstand z van de zwaartelij, tengevolge van buiging en voorspanning, is:

$$\sigma_x = \frac{M \cdot z}{I_b} - \frac{F_p}{A_b} - \frac{F_p \cdot e_p \cdot z}{I_b} \quad \sigma_x = \frac{(M - F_p \cdot e_p) \cdot z}{I_b} - \frac{F_p}{A_b} \quad \sigma_y = 0$$

waarin:

- σ_x de normaalspanning evenwijdig aan de liggeras;
- M moment ten gevolge van eigengewicht en veranderlijke belasting;
- I_b traagheidsmoment van de betondoorsnede;
- F_p voorspankracht;
- A_b oppervlak van het beton;
- e_p excentriciteit van de voorspankracht.

De schuifspanning τ_{xy} in dit punt is:

$$\tau_{xy} = \frac{V \cdot S_z}{I_b \cdot b_z}$$

waarin:

- τ_{xy} schuifspanning ten gevolge van de dwarskracht;
- V dwarskracht;
- S_z het lineair oppervlakte moment (statisch moment) voor het beschouwde punt z ;
- b_z de bij behorende breedte.

Met behulp van de cirkel van Mohr, figuur 12, kunnen uit de bovenstaande vergelijkingen de hoofdspansingen en hun richting bepaald worden. Daar $\sigma_y = 0$ geldt er:

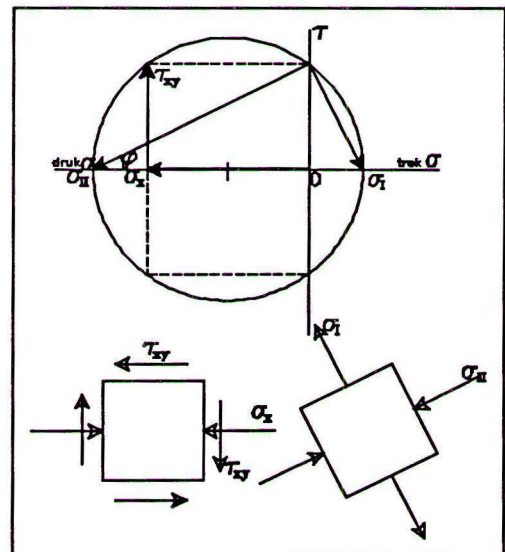
$$\sigma_I = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{xy}^2}$$

$$\text{en} \quad \sigma_{II} = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{xy}^2}$$

$$\tan(2 \cdot \varphi) = \frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_x}$$

waarin:

- σ_I de hoofdtrekspanning;
- σ_{II} de hoofddrukspanning.



figuur 12: bepaling van de hoofdspansing volgens de theorie van Mohr

Methode volgens TGB

NEN6720: artikel 8.2.3.3 toelichting:

De in 8.2.3.1 en 8.2.3.2 gegeven waarden voor τ_1 zijn gebaseerd op de zogenaamde afschuifbuigbreuk. Een dergelijke breuk wordt ingeleid door buigscheuren. Met name bij voorgespannen beton kan het voorkomen van deze buigscheuren niet kunnen optreden, omdat de doorsnede volledig onder druk staat. In die gevallen zal meestal een hogere dwarskracht opneembaar zijn, behorend bij de zogenaamde afschuiftrekbreuk. Het bijbehorende criterium volgt uit de voorwaarde dat de maximale hoofdtrekspanning juist gelijk is aan de twee-assige (trek-druk-)sterkte van beton.

Om te voorkomen dat de hoofdtrekspanning op verschillende nivos moet worden uitgerekend is een vereenvoudigde formule gegeven, gebaseerd op de hoofdtrekspanning ter hoogte van de elastische zwaartelijns van de ongescheurde doorsnede.[8]

artikel 8.2.3.3 normtekst:

Voor de maximaal op te nemen dwarskracht geldt:

$$V = \frac{b_w \cdot I}{S} \cdot \sqrt{f_b^2 + \sigma'_{bmd} \cdot f_b}$$

waarin:

V = op te nemen dwarskracht;

b_w = gemiddelde breedte van de betonrib, figuur 13;

I = axiaal kwadratisch oppervlakte moment (traagheidsmoment) van de beschouwde doorsnede;

S = lineair oppervlakte moment (statisch moment) van de het afschuivende deel ten opzichte van de neutrale lijn;

f_b = rekenwaarde van de treksterkte van het beton;

σ'_{bmd} = gemiddelde betondrukspanning ten gevolge van voorspanning.

$$\sigma'_{bp} = \frac{x}{l_o} \cdot \frac{F_{pw}}{A_{bi}}$$

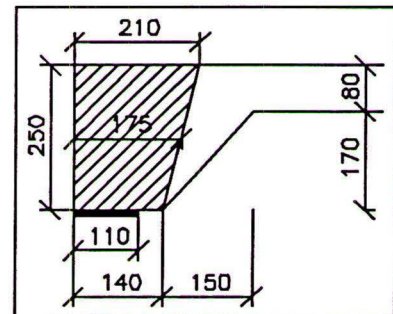
waarin:

x de afstand van de rand van de plaat tot de beschouwde snede;

l_o overdrachtslengte;

F_{pw} de voorspankracht;

A_{bi} het oppervlak van de doorsnede van de plaat.



figuur 13: breedte van de rib

Methode Hegger

Onderstaande tekst is ontleend aan het proefschrift van Jozef Hegger met als titel "Einfluss der Verbundart auf die Grenztragfähigkeit von Spannbetonbalken" uit 1984.

Ondanks uitgebreid onderzoek is het niet duidelijk in welke mate de verschillende parameters de dwarskrachtkapaciteit beïnvloeden. Uit proeven met gewapende en voorgespannen balken is gebleken dat er met betrekking tot dwarskrachtgedrag geen principiële verschillen tussen beide manieren van konstrueren zijn. Dit maakt het mogelijk om de berekeningsmethoden met betrekking tot dwarskracht voor de beide gevallen toe te passen.[1]

Mechanismen van afdracht van dwarskracht

De theoretische dwarskrachtkapaciteit van een gewapende of voorgespannen balk wordt uit meerdere factoren opgebouwd, zie figuur 14. De invloed op de dwarskrachtkapaciteit van deze factoren is afhankelijk van het wapeningspercentage en de grootte van de belasting.[1]

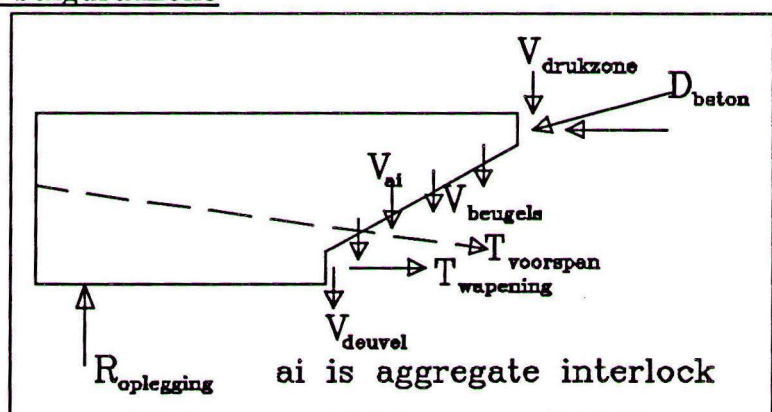
Zolang de balken ongescheurd zijn wordt de dwarskracht bijna alleen door het beton opgenomen, waarbij de aanwezige dwarskrachtwapening naar verhouding van de stijfheden van het beton en de beugelwapening slechts een kleine kracht opneemt. Zodra de hoofdtrekspanning groter wordt dan de treksterkte van het beton ontstaan er trekscheuren. Na het ontstaan van deze scheuren zal er herverdeling van krachten optreden waarbij verschillende manieren van krachtoverdracht kunnen optreden[1]:

Aandeel dwarskracht door de buigdrukzone

De betondrukzone neemt met de verticale component (V_{drukzone}) van de naar de oplegging afbuigende buigdrukkracht (D_{beton}) een deel van de dwarskracht op.[1]

Deuvelwerking van de langswapening

Een deel van de dwarskracht wordt door deuvelwerking van de langswapening (V_{deuvel}) opgenomen, indien de langswapening een verticale verplaatsing van de gescheurde delen tegenwerkt.



figuur 14: mechanismen van dwarskracht afdracht

De door deuvelwerking (op te nemen of opneembare) dwarskracht is afhankelijk van het langswapeningspercentage, de diameter van de langswapening en de treksterkte van het beton.[1]

Vertikale komponent van aggregate interlock

Nadat er scheurvorming is opgetreden worden door de vertanding in de scheuren loodrecht op en parallel aan de scheuren krachten overgedragen (V_{ai}) (aggregate interlock).

Bij kleine scheuren is de krachtoverdracht het grootst, met het groter worden van de scheuren neemt de krachtoverdracht door aggregate interlock af.[1]

Vertikale komponent van de voorspanwapening

Gebogen voorspanstrengen kunnen door de verticale komponent ($V_{voorspan}$) van de voorspankracht ($T_{voorspan}$) direkt meewerken bij het opnemen van de dwarskracht.[1]

Dwarskrachtaandeel van de dwarskrachtwapening

De dwarskracht wordt volgens de vakwerkanalogie afgedragen, daarbij wordt de dwarskrachtwapening als trekstaven beschouwd. De dwarskrachtwapening verbindt de door scheurvorming ontstane "beton tanden" en vormt op deze manier met de betondrukdiagonalen een fijnmazig vakwerk. Het deel van de dwarskracht dat door de dwarskrachtwapening (beugelwapening) kan worden opgenomen neemt duidelijk toe met het toenemen van het dwarskrachtwapeningspercentage. Bij balken met veel dwarskrachtwapening kan tot 80% van de uiterst op te nemen dwarskracht door dwarskrachtwapening worden opgenomen.[1] Het overige deel komt uit de buigdrukzone en de uvelwerking.

De verdeling van de optredende dwarskracht over de beschreven methoden voor opname van dwarskracht is in de eerste plaats afhankelijk van de grootte van de belasting, omdat bij het toenemen van de belasting door scheurvorming de stijfheid verandert.

Bij een kleine scheur zal door aggregate interlock een kracht overgebracht kunnen worden. Wordt de scheur groter dan zal het haken van de toeslagkorels minder worden waardoor de kracht opgenomen door interlock af zal nemen. Bij deze grotere vervormingen zal door de uvelwerking van de langswapening en de beugelwapening een groter aandeel van kracht opgenomen worden.

Het dwarskrachtdraagvermogen door de uvelwerking van de langswapening is in verhouding tot het draagvermogen van de dwarskrachtwapening gering, vooral bij kleine beugelafstanden.[1]

De maximale dwarskrachtkapaciteit in de bezwijktoestand is de som van de afzonderlijke manieren van opname. Om het bezwijkdraagvermogen te bepalen is het belangrijk dat een model de verschillende manieren van opname niet alleen kwantitatief maar ook kwalitatief goed inschat.[1]

Bezwijken op dwarskracht

In het algemeen wordt het bezwijken van een op dwarskracht belaste constructie voorafgegaan door een scheur in de constructie. Er kunnen twee basisgevallen van dwarskrachtscheuren onderscheiden worden, namelijk: de dwarskrachtscheuren ontwikkelen zich verder uit buigscheuren (als de scheuren loodrecht op de hoofdspanning staan) of er ontstaan nieuwe scheuren als in

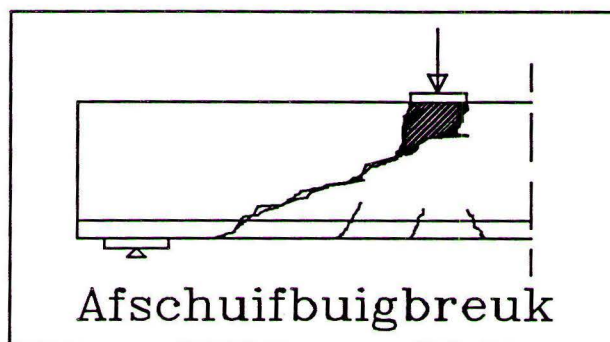
de hoofdrichtingen de betontrekspanning overschreden wordt. Het eigenlijke bezwijken op dwarskracht is in de meeste gevallen zeer verschillend omdat het innerlijk evenwicht doorlopend verandert.[1]

Bezwijken op dwarskracht kan globaal in vier bezwijkvormen onderverdeeld worden, waarbij de bezwijkvorm naar het laatst optredende mechanisme wordt vernoemd.

Afschuif-buigbreuk

Afschuif-buigbreuk treedt voornamelijk op bij balken met geen of een geringe hoeveelheid dwarskrachtwapening. De voor bezwijken maatgevende scheur ontstaat uit een buigscheur of door het overschrijden van de betontrekspanning.[1] Ten gevolge van de scheur in het beton wordt de dwarskrachtkapaciteit van het beton drastisch gereduceerd.

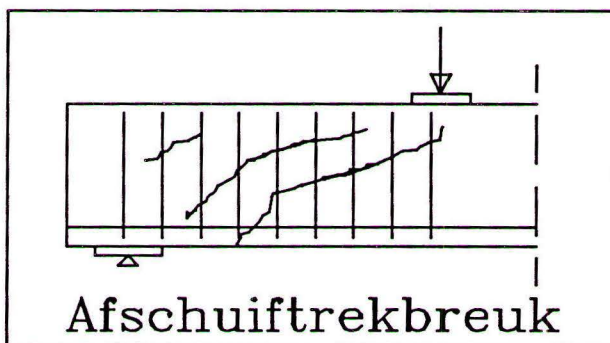
Deze reductie moet dan gecompenseerd worden door de dwarskrachtwapening en door de uvelwerking van de langswapening. Is er geen of nauwelijks dwarskrachtwapening aanwezig dan zal er geen compensatie kunnen optreden. Mede gezien het aandeel van de uvelwerking van de langswapening op de dwarskrachtkapaciteit gering is. Met andere woorden er is geen vertikaal krachteenwicht mogelijk en de konstruktie bezwijkt bros, figuur 15.[1]



figuur 15: bezwijkmechanisme afschuifbuigbreuk

Afschuif-trekbreuk

Bij balken die op afschuiftrek bezwijken is na het ontstaan van scheuren nog een duidelijke belastingtoename mogelijk omdat in het algemeen voldoende dwarskrachtwapening aanwezig is, figuur 16. De dwarskrachtwapening zorgt zowel voor het begrenzen van de scheurwijdte als voor het gelijkmatig verdelen van de scheur over het oppervlak. Hierdoor wordt het kleiner worden van de hoogte van de betondrukzone tegengaan waardoor sich ein volledig vakwerkmechanisme kan ontwikkelen. Aggregate interlock spielt daarbij eine belangrijke rol.

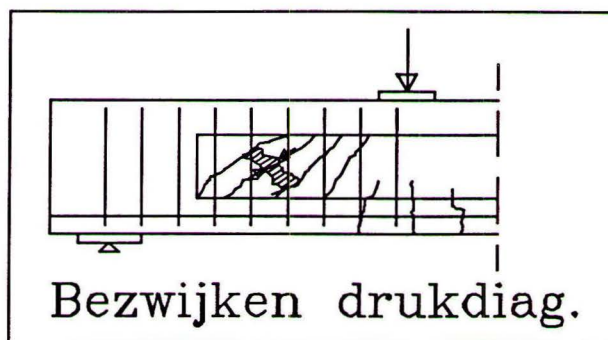


figuur 16: bezwijkmechanisme afschuiftrekbreuk

Pas als bij doorbelasten de dwarskrachtwapening gaat vloeien zullen de scheuren snel wijder worden en tot in de buigdrukzone doordringen. Het uiteindelijke bezwijken gebeurt door het breken van de beugels of door het verbrijzelen van de buigdrukzone.[1]

Bezwingen van de drukdiagonaal

Het bezwingen van de drukdiagonaal komt vooral voor bij dunlijvige balken met een hoog gehalte aan dwarskrachtwapening. In het lijf ontstaan analoog aan afschuiftrekbreek eerst vele dwarskrachtscheuren met een gemiddelde hoek tussen de 35° en 45° ten opzichte van de as van de balk. De dwarskracht wordt hoofdzakelijk via de vakwerkkanalogie afgedragen, daarbij wordt bij het bezwingen van de balk de dwarskrachtwapening niet tot vloeien belast. Pas als de drukdiagonalen tussen de scheuren hun uiterste grensdragvermogen bereikt, zal de balk bros door het bezwingen van de drukdiagonaal bezwingen, figuur 17.[1]



figuur 17: bezwijkmechanisme van de drukdiagonaal

Verankeringsbreek

Het uittrekken van de wapening door een te geringe verankeringslengte van de wapening.

Bezwijkmechanisme van de plaat

De voor de plaat meest voor de hand liggende bezwijkpatronen zijn afschuifbreek en verankeringsbreek.

Afschuifbreek: omdat in de plaat geen dwarskrachtwapening aanwezig is.

Verankeringsbreek: door de korte oplegglengte is er voor het voorspanstaal slechts een kleine afstand beschikbaar voor het overdragen van de voorspankrachten.

Het model volgens Hegger

Het model waarop de rekenmethode is gebaseerd is een uitbreiding van de vakwerkkanalogie. Het model geldt voor afschuifbuig- en afschuiftrekbreuk.

De op te nemen dwarskracht is samengesteld uit de aandelen van:

- dwarskrachtwapening
- het afschuifdraagvermogen van de betondrukzone
- het aandeel van de opgebogen voorspanwapening.

In het proefschrift van Hegger zijn de voor die tijd in Duitsland gangbare symbolen gebruikt. In onderstaande tekst zijn de Duitse symbolen overgenomen.

Voor het geval afschuifdrukbreuk maatgevend mocht zijn is er een bovengrens voor de schuifspanning τ_u en daarmee voor de afschuifkracht Q_u gegeven.

Voor de schuifte van de drukdiagonaal wordt een hoek van 45° aangehouden.

De niet in het vakwerkmodel opgenomen onderdelen aggregate interlock, deuvewerking van de langswapening, door de betondrukzone over te brengen dwarskracht en de door een kleinere schuifte van de drukdiagonaal verhoogde dwarskrachtcapaciteit worden in de betonterm Q_b verwerkt.

Rekenmethode

De bezwijkbelasting ten gevolge van dwarskracht (Q_u) is uit drie componenten opgebouwd. Deze zijn: een deel opgenomen door het beton (Q_b), een deel opgenomen door de dwarskracht wapening (Q_s) en een deel opgenomen door de opgebogen voorspanwapening (Q_v). De waarde van Q_u is begrensd, deze grenswaarde wordt bepaald door het bezwijken van de drukdiagonaal (Q_D).

In formulevorm:

$$Q_u = Q_b + Q_s + Q_v \leq Q_D$$

Het aandeel dwarskracht door het beton

$$Q_b = f_b \cdot f_L \cdot f_h \cdot f_s \cdot f_F \cdot f_v \cdot \Delta\tau \cdot b_0 \cdot h$$

waarin:

- f_b een faktor voor de betondruksterkte;
- f_L een faktor voor het langswapeningspercentage;
- f_h een faktor voor konstruktiehoogte;
- f_s een faktor voor het dwarskrachtwapeningspercentage;
- f_F een faktor voor de vorm van de betondoorsnede;
- f_v een faktor voor voorspangraad;
- $\Delta\tau$ basisschuifspanning van het beton.

$\Delta\tau$ de gemiddelde waarde voor de basisschuifspanning is proefondervindelijk een waarde van 0.24 gevonden, voor de 5% onderschrijdingskans dient 0.19 aangehouden te worden.

$$f_b = \sqrt{\beta_{ws}}$$

waarin:

β_{ws} gemiddelde kubusdruksterkte.

$$f_L = \sqrt[3]{\mu_L}$$

waarin:

$$\mu_L = 100 \cdot \frac{A_p + A_s}{b \cdot h} \quad [\%]$$

waarin:

- A_p oppervlak voorspanstaal;
- A_s oppervlak betonstaal (haarspelden);
- b_o de lijfdikte (geldt alleen voor balken);
- h de nuttige hoogte van de betondoorsnede.

$$f_h = 1.0;$$

$$f_s = 1.0.$$

Uit onderzoek is gebleken dat de invloed van de factoren f_h en f_s verwaarloosbaar klein is.

$$f_F = 0.70 + 0.15 \cdot \frac{b}{b_o} = 0.85 \nrightarrow 1$$

waarin:

- b de plaatbreedte, flensbreedte voor balken.
- b_o de lijfdikte (geldt alleen voor balken);

$$f_v = 1 + 1.25 \cdot \frac{M_o}{M_u} \leq 2.0$$

waarin:

$$M_o = N_{(v+\varphi)} \cdot \frac{I_b}{y_u} \cdot \left[\frac{1}{A_b} + \frac{y_{bv} \cdot y_u}{I_b} \right]$$

waarin:

- M_o "decompressie moment";
- $N_{v+\varphi}$ voorspankracht;
- I_b traagheidsmoment van de betondoorsnede;
- y_u afstand van de neutrale lijn tot het beschouwde punt;
- A_b het betonoppervlak;
- y_{bv} afstand van de bovenkant van de plaat tot het hart van de voorspanwapening.

M_u het maximale belastingsmoment berekend met een veiligheid van 1.75.

$$M_u = 1.75 \cdot (M_p + M_g).$$

waarin:

M_p = moment ten gevolge van voorspanning;

M_g = moment ten gevolge van permanente belasting, voor het beproeven is dat alleen het eigengewicht.

Het aandeel dwarskracht door de opgebogen voorspanwapening

$$Q_v = N_v \cdot \sin\alpha$$

waarin:

N_v voorspankracht

α hoek van de opgebogen voorspanwapening met de balkas

Voor N_v mag de voorspankracht in de gebuikstoestand ingevuld worden. Uit proeven is namelijk gebleken dat de spanningstoename in het voorspanstaal ten gevolge van moment in het gebied waar dwarskracht optreedt klein, en daarmee verwaarloosbaar is.

Het aandeel dwarskracht door de dwarskrachtwapening

$$Q_s = \mu_{s,s} \cdot b_0 \cdot 0.9 \cdot h \cdot \sin\alpha (1 - \cos\alpha) \cdot \sigma_{s,s}$$

waarin:

$\mu_{s,s}$ dwarskrachtwapeningspercentage;

b_0 minimale breedte van de betonrib;

h nuttige betonhoogte;

α hoek tussen de lijn loodrecht op de dwarskrachtscheur en de liggeras;

$\sigma_{s,s}$ vloeispanning van de dwarskrachtwapening.

Uiterst opneembare dwarskracht: (bezwijken drukdiagonaal)

De gemiddelde waarde voor de uiterst opneembare dwarskracht is:

$$Q_u = 0.9 \cdot b_0 \cdot h \cdot 0.32 \cdot \beta_{ws} \cdot (1 + \cot \alpha)$$

waarin:

α de hoek van de dwarskrachtwapening met de horizontaal.

De proefopzet

In dit hoofdstuk wordt aandacht geschonken aan de experimenten.

Het eerst zullen de aard en de afmetingen van de proefstukken besproken worden. Daarna zal aan de orde komen hoe met behulp van eindige elementen programma's de krachtwerking in de plaat, en met name bij de oplegging, is bepaald.

Aan de hand van de krachtwerking in de plaat is daarna de proefopstelling ontworpen, daarvan een korte beschrijving.

En als laatste zal worden ingegaan op de opzet en uitvoering van het experiment.

Proefstukken

Beproefd zullen worden drie halve Bestcon 30 vloerplaten zonder verbrede ribben. De proefstukken hebben elk een gewicht van 50kN en afmetingen van l·b·h 3600·3600·250 mm.

De betonkwaliteit is B70 terwijl de gemiddelde betondruksterkte na 28 dagen 75 N/mm² bedroeg.

Op het tijdstip van beproeven hadden de proefstukken een leeftijd van ongeveer een jaar.

Berekening met behulp van een platenprogramma

Om een globaal beeld van de krachtwerking in de plaat te krijgen is de vloerplaat met een eindig elementen programma doorgerekend. Gebruik wordt gemaakt van een platenprogramma. De belangrijkste eigenschap van dit platenprogramma is dat er gewerkt wordt met belastingen die uit het vlak van de plaat werken, loodrecht op de plaat. Verder kunnen alleen momenten om de systeemlijnen ingevoerd worden. De belastingen die met dit programma kunnen worden berekend zijn:

- eigengewicht;
- permanente en variabele belasting en;
- momenten ten gevolge van de excentriciteit van de voorspanwapening ten opzichte van het zwaartepunt van de doorsnede van de plaat.

Een beperking van dit programma is dat er geen dwarskrachten mee berekend kunnen worden.

Het gebruikte komputerprogramma is eenvoudig van opzet, hierdoor is de invoer snel en eenvoudig te maken. Dit wil echter ook zeggen dat de uitvoer eenvoudig en beperkt is. Voor het snel verkrijgen van een globaal beeld van de krachtwerking in de plaat is dit programma echter zeer geschikt.

Voordat er een elementenberekening gemaakt kan worden moet de plaat met haar eigenschappen het eerst geschematiseerd worden. Voor het verdelen van de plaat in kleine stukjes wordt er in twee richtingen een raster over de plaat aangebracht. De rasterlijnen vormen de randen van de elementen, door de keuze van het raster liggen de afmetingen van de elementen vast, zie figuur 18. Door de keuze van het raster ligt ook het aantal elementen vast.

Deze verzameling elementen heet een model en aan de afzonderlijke elementen van het model kunnen later "materiaal" eigenschappen, zoals bijvoorbeeld een E-modulus, toegekend worden.

Het model

Bij het modelleren van de Bestcon 30- vloerplaat is ervoor gekozen een kwart plaat te beschouwen. De plaat heeft namelijk twee symmetrielijnen, ook de belastingen en opleggingen zijn symmetrisch ten opzichte van deze lijnen.

De afstand tussen de rasterlijnen is klein bij de oplegging en wordt groter naar het hart van de plaat toe. Een fijne elementen verdeling geeft een gedetailleerder beeld van de krachtwerking dan bij een grove.

Geometrie

Met het kiezen van het raster kregen de elementen een lengte en breedte, onder de paragraaf geometrie krijgen de elementen een dikte, met deze dikte bepaald het programma de stijfheid van het betreffende element.

De plaat is eerst geheel als 80 mm dik ingevoerd. De ribben zijn daarna ingevoerd met een dikte van 250 mm.

In het gebruikte platenprogramma kunnen geen schuine kanten ingevoerd worden, er moet op de eerder aangegeven systeemlijnen een sprong in dikte aange-

geven worden, zie figuur 18.

Voor de hoogte van de ribben is de oorspronkelijke hoogte van 250 mm aangehouden, voor de breedte is in verband met de afschuining van de ribbe een aangepaste waarde voor de breedte ingevoerd. Voor deze aangepaste breedte is aangehouden de breedte van een rechthoek met hetzelfde traagheidsmoment als een ribbe met een afschuining. De ingevoerde breedte is 207 mm voor een rib aan de rand van de plaat en 217 mm voor een halve rib niet aan de rand.

Elasticiteitsmodulus

De elasticiteitsmodulus is voor alle elementen en in beide richtingen gelijk.

Voor de elasticiteitsmodulus is een waarde van 10000 N/mm² aangehouden. Volgens de norm is de elasticiteitsmodulus op het tijdstip van ontkisten 29750 N/mm² en na 28 dagen 36000 N/mm².

Het verschil in elasticiteitsmodulus heeft invloed op de vervormingen en niet op de spanningen. De vervormingen zijn een factor $E_{\text{invoer}}/E_{\text{werkelijk}}$ maal zo groot.

Belastingen

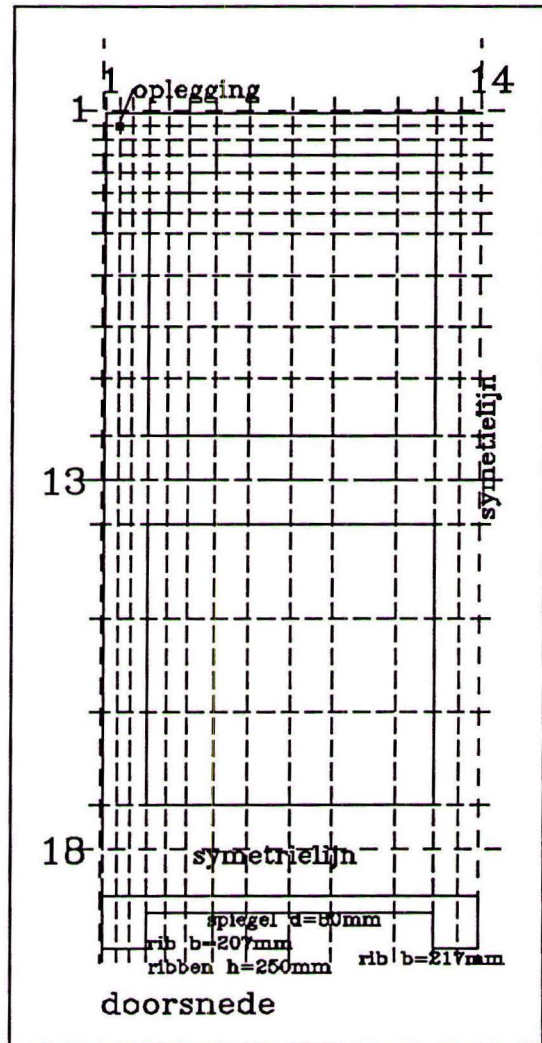
Er kunnen alleen belastingen die loodrecht op het vlak van de plaat werken en momenten die om de systeemlijnen werken worden ingevoerd.

Voorspanning

De excentriciteit van de voorspanning ten opzichte van het zwaartepunt van de doorsnede wordt gesimuleerd door een moment op de rand van de plaat aan te brengen, belastingsgeval 1. De grootte van dit moment is de voorspankracht maal de afstand van de voorspankracht tot het zwaartepunt van de doorsnede van de plaat.

Ingevoerd zijn momenten van 27 en 46.9 kNm. De momenten van 27.0 kNm op de systeemlijnen 2 en 3 en het moment van 46.9 op systeemlijn 13 allen om de x-as, zie ook figuur 18.

De voorspankracht als normaalkracht op de plaat kan niet ingevoerd worden, bovendien is dit belastingsgeval voor de afdracht van de belastingen niet van belang.



figuur 18: raster voor invoer in plaatprogramma

Eigen gewicht

Met de reeds bekende afmetingen van de elementen berekent het programma het volume van de elementen. Met het in belastingsgeval 2 ingevoerde volumieke gewicht van 25 kN/m^3 wordt het eigengewicht van de plaat in de berekening meegenomen.

Permanente belasting

In belastingsgeval 3 worden de permanente belasting ingevoerd. Dat zijn een afwerkvloer en het plafond samen ingevoerd als gelijkmatig verdeelde belasting samen gesteld op 1.75 kN/m^2 .

Variabele belasting

De variabele belasting is door de opdrachtgever gesteld op een gelijkmatig verdeelde belasting van 4 kN/m^2 . De variabele belastingen worden in belastingsgeval 4 ingevoerd.

Belastingkombinaties

Met de gegeven belastingsgevallen kunnen allerlei belastingkombinaties gemaakt worden. Er is voor gekozen op de belastingen geen veiligheidfactoren toe te passen, de aangegeven kombinaties kunnen dus als gebruiksbelastingen beschouwd worden. Veiligheidsfactoren hebben geen invloed op de verhouding tussen de inwendige krachten en spanningen.

Kombinatie 1: alleen voorspanning;

Kombinatie 2: alleen eigengewicht;

Kombinatie 3: eigengewicht en permanente belasting;

Kombinatie 4: eigengewicht, permanente- en variabele belasting.

Resultaten eindige elementen berekening

De belastingkombinaties waarin het moment ten gevolge van voorspanning is meegenomen geven wat de oplegreacties betreft een vertekend beeld. Het moment ten gevolge van de excentriciteit van de voorspanning ten opzichte van het zwaartepunt van de doorsnede is direkt na het aanspannen al in de plaat aanwezig. Ook de elastische vervormingen ten gevolge van het moment zijn dan aanwezig. Bij de berekening wordt het moment gelijk met de overige belastingen aangebracht, hierdoor ontstaan vervormingen die met name bij de oplegging inwendige krachten tot gevolg hebben, zie tabel 1.

Vergeleken worden de belastingkombinaties 2, 3 en 4. Voor het bepalen van de verdeling van de oplegreactie wordt het moment ten gevolge van de voorspankracht niet meegenomen.

tabel 1: resultaten oplegreacties uit eindig elementen programma

reacties in kN en kNm; comb 1									
lx	ly	-x	+x	-y	+y	extern	vert.	m-xx	m-yy
=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====
2	2	49.64	23.33	-114.07	48.95	.00	7.85	.00	.00
						tot:	7.85		
ingevoerd voor deze combinatie:						.00			
reacties in kN en kNm; comb 2									
lx	ly	-x	+x	-y	+y	extern	vert.	m-xx	m-yy
=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====
2	2	4.85	5.87	4.67	6.26	.03	21.67	.00	.00
						tot:	21.67		
ingevoerd voor deze combinatie:						24.54			
reacties in kN en kNm; comb 3									
lx	ly	-x	+x	-y	+y	extern	vert.	m-xx	m-yy
=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====
2	2	7.05	8.57	6.78	9.15	.03	31.58	.00	.00
						tot:	31.58		
ingevoerd voor deze combinatie:						35.78			
reacties in kN en kNm; comb 4									
lx	ly	-x	+x	-y	+y	extern	vert.	m-xx	m-yy
=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====
2	2	12.08	14.75	11.62	15.74	.05	54.25	.00	.00
						tot:	54.25		
ingevoerd voor deze combinatie:						61.49			

Konklusie

Worden de resultaten van de combinaties 2, 3 en 4 voor zowel x als y richting opgeteld dan wordt gevonden dat de sommen nagenoeg gelijk aan elkaar zijn.

tabel 2: som oplegreacties

	x-richting	y-richting
kombinatie 2	10.72	10.03
kombinatie 3	15.62	15.93
kombinatie 4	26.83	27.36

Voor de verdere berekening wordt daarom aangenomen dat de krachten voor 50% door de voorgespannen rib naar de oplegging worden afgevoerd, de resterende 50% door de niet voorgespannen rib.

Proef opzet

Uit de resultaten van het platen programma volgt dat de totale oplegreactie als gevolg van het eigengewicht en een gelijkmatig verdeelde belasting voor 50% uit de voorgespannen rib komt en voor 50% uit de niet voorgespannen rib.

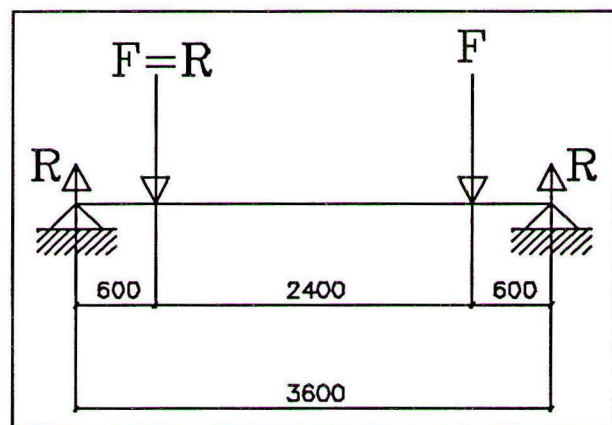
Om nu een proef te kunnen doen welke betrouwbare resultaten geeft is het zaak ervoor te zorgen dat belastingen die op het proefstuk worden aangebracht een zelfde krachtafdrachtverhouding in de plaat hebben als met behulp van de eindige elementen berekeningen is bepaald.

Proefopstelling

Er is voor gekozen om als belastingen puntlasten toe te passen, deze puntlasten worden op de (rand-)ribben geplaatst. Daar het om een proef op dwarskracht gaat moet ervoor gezorgd worden dat het bezwijkmoment van de betreffende ribben niet overschreden wordt.

Niet voorgespannen zijde

Opdat het bezwijkmoment van de ribbe niet overschreden wordt, mag de afstand van de puntlasten tot de oplegging niet te groot zijn. Echter, om te voorkomen dat er een gedrongen liggermechanisme ontstaat mag die afstand ook niet te klein gekozen worden, zie figuur 19. Voor het beproeven is gekozen om de puntlasten 600mm uit het hart van de oplegging te laten aangrijpen. Dit is ruim 2.5 maal de nuttige hoogte ($d = 211\text{mm}$), volgens NEN6720 art 8.1.4 is er sprake van een gedrongen ligger als de afstand 2 maal de nuttige hoogte is.

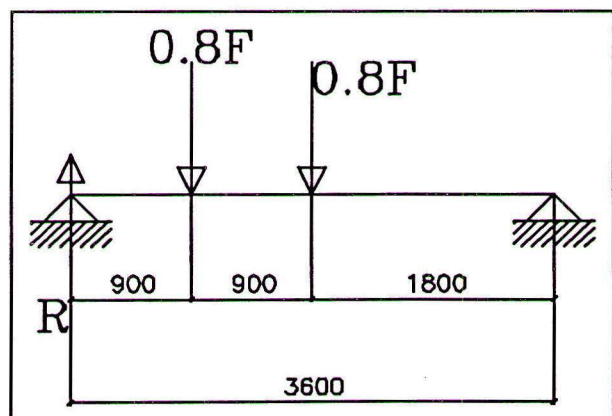


figuur 19: belastingsverdeling op de niet voorgespannen zijde

Voorgespannen zijde

Gekozen is om de belastingen te verdelen zoals in figuur 20 is aangegeven.

De gekozen verdeling levert namelijk een gelijke oplegreactie, R , als de niet voorgespannen zijde. F en R hebben in beide figuren dezelfde waarde, en leveren daarmee (theoretisch) elk 50% van de oplegreactie.



figuur 20: belastingsverdeling op de voorgespannen zijde

De proefopstelling

Het frame

De proefopstelling is opgebouwd uit een meccano-systeem van HE300B balken.

De oplegging

De oplegging wordt verzorgd door een staalplaat op een bolscharnier, op de staalplaat is een oplegrubber zoals dat in de praktijk gebruikelijk is aangebracht. De grootte van het oplegvlak is 120·120 mm.

Zie figuur 21.

De belastingen

Voor het belasten van het proefstuk worden drie vjzels ingezet, twee met een capaciteit van 200 kN en een met een capaciteit van 240 kN. Deze waarden gelden voor een oliedruk van 720 bar (72 N/mm^2)

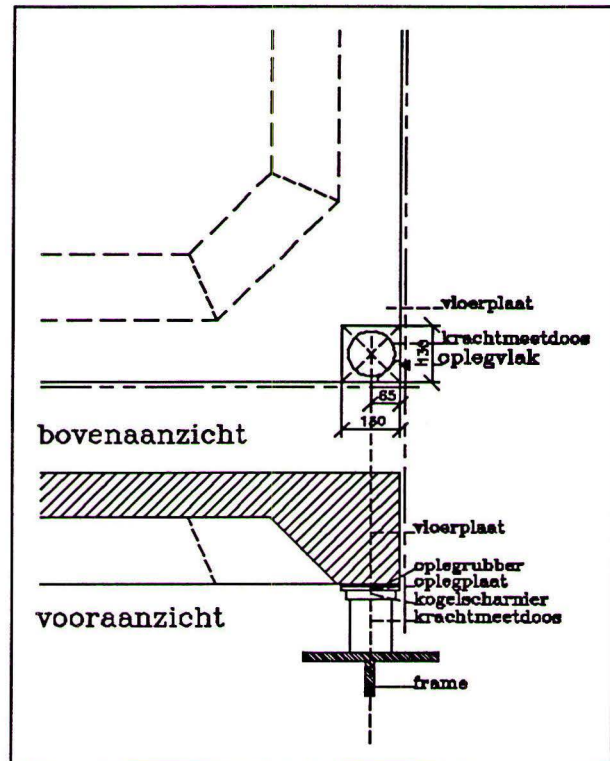
De vjzels worden op één olie-pomp aangesloten, hierdoor leveren de 200 kN vjzels konstant een kracht van 83% van de 240 kN vjzels. De oliedruk is voor de drie vjzels gelijk maar het oppervlak van de plunjers in de vjzels is bepalend voor de verhouding van de geleverde kracht. Omdat de capaciteit van de vjzels bij dezelfde oliedruk gelden mogen ook deze voor het bepalen van de krachtverhoudening gebruikt worden. In dit geval $200/240 = 83\%$.

De belasting die door een vjzel geleverd wordt, wordt met behulp van een stalen balk als twee puntlasten op het proefstuk overgebracht. De vjzels met een capaciteit van 200kN worden op de voorgespannen rib ingezet, terwijl de 240 kN vjzel op de niet voorgespannen rib is geplaatst, zie figuur 22.

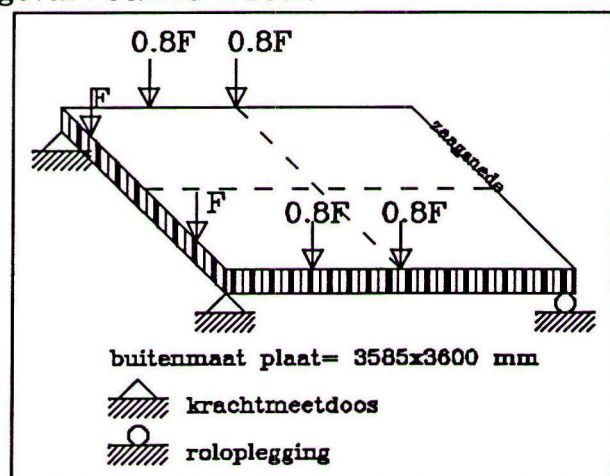
De krachten grijpen in het hart 65 mm uit de rand van de plaat aan.

De meetapparatuur

Alle opnemers voor het meten van verplaatsingen, krachten en drukken zijn via een datalogger op een komputer aangesloten. De datalogger digitaliseert het analoge signaal van de opnemer. Het signaal wordt elke vijf seconden bepaald en in de komputer opgeslagen.



figuur 21: detail van de oplegging bij beproeven



figuur 22: belastingverdeling

Van de signalen is vóór het beproeven de omrekenfactor van de respectievelijke opnemers bepaald, het zogenaamde kalibreren. Met deze omrekenfactoren, de kalibratiewaarden, kunnen de meetgegevens dan later bij het verwerken omgerekend worden naar hanteerbare grootheden als (k)N en (m)m.

Verplaatsingsopnemers

Voor het meten van de verplaatsingen van het beton is er bij de oplegging een patroon van verplaatsingsopnemers aangebracht. Deze verplaatsingsopnemers, de zogenaamde LVDT's (lineair variabele differentiaal transformers), hebben een lineair meetbereik van drie millimeter. Het digitale signaal heeft een meetnauwkeurigheid van 1.5 μm . Dit wil zeggen de kleinst mogelijke stap tussen twee meetwaarden is 1.5 μm .

Voor het meten van de doorbuiging van de niet voorgespannen rib is een verplaatsingsopnemer midden tussen de krachtmeetdozen aangebracht. Echter, deze opnemer geeft niet de doorbuiging van de plaat, maar de som van de doorbuiging van de rib, de vervorming van het frame en de indrukking van de plaat in het oplegrubber.

Intrekking van de strengen

De intrekking van de strengen ten opzichte van de rand van de plaat wordt door middel van meetbeugels gemeten. De meetbeugels bestaan uit een veer waarop rekstrookjes zijn aangebracht. Voor het meten van de intrekking wordt de veer onder spanning op de kop van de streng gezet. Wordt de streng in het beton getrokken dan zal de meetbeugel door de spanning van de veer mee bewegen, dit meeveren geeft een lengte verandering van de rekstrookjes hetgeen geregistreerd wordt. De geregistreeerde data worden later verwerkt tot verplaatsingen in mm.

In de plaat zitten ter plaatse van de oplegging vier strengen ingestort. Van deze strengen zijn ter plaatse van de beide opleggingen alleen de twee onderste strengen van meetbeugels voor het meten van de intrekking voorzien.

Krachtmeetdozen

Voor het meten van de oplegreacties is van twee krachtmeetdozen gebruik gemaakt. De krachtmeetdozen hebben elk een capaciteit van 600 kN. De nauwkeurigheid van het digitale signaal is 95 N.

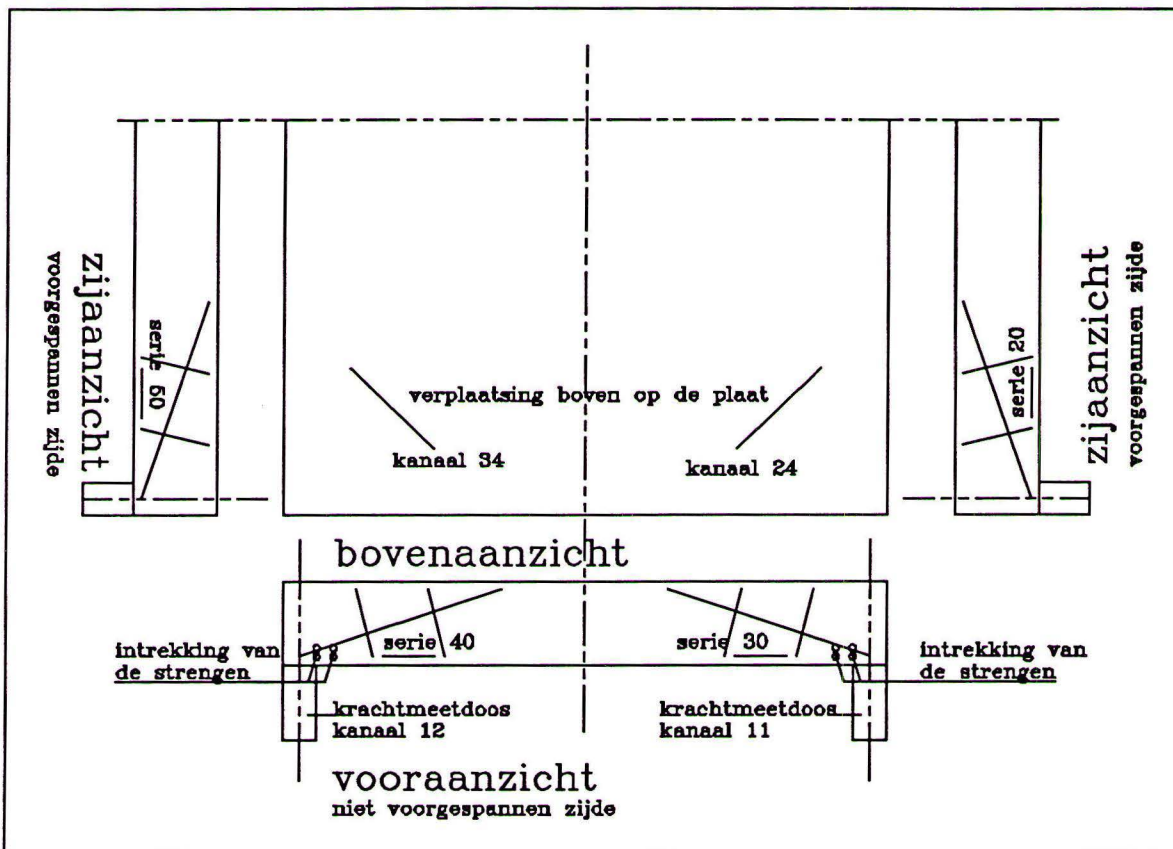
Plaats van de meetpunten

Omdat van te voren niet te bepalen is welke hoek het eerst zal bezwijken is ervoor gekozen op beide hoeken een patroon van opnemers aan te brengen.

Voor de nummering van de kanalen van de opnemers is voor het hele proefstuk zoveel mogelijk dezelfde volgorde aangehouden, echter van opnemers met dezelfde positie hebben de kanaalnummers telkens een getalwaarde van 10 hoger. In de hieronder gegeven beschrijving staat het hekje (#) voor de tientallen.

Opnemers boven op de plaat.

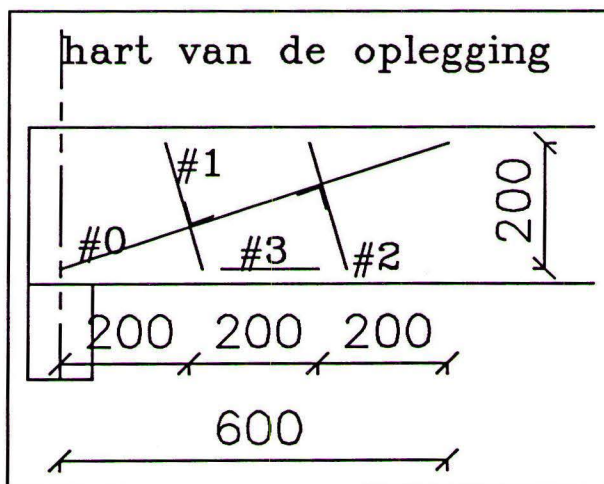
Deze opnemers zijn loodrecht op de bissectrice van de bovenkant van de plaat aangebracht.



figuur 23: overzicht opnemers

Opnemer #0:

deze opnemer meet de verkorting van de drukboog tijdens het belasten van het proefstuk zal ontstaan. Voor de richting van de drukboog is een helling van 1 op 3 aangehouden. Deze helling is overgenomen uit eerder onderzoek op het gebied van de dwarskrachtonderzoek van voorgespannen hoge sterkte beton. Uit dat onderzoek is gebleken dat de drukdiagonaal die bij bezwijken op dwarskracht ontstaat een helling van 1 op 3 heeft.



figuur 24: plaats van de verplaatsingsopnemers

Opnemers #1 en #2:

deze opnemers meten de verplaatsing tussen de meetpunten loodrecht op de drukboog. Zij snijden opnemer #0 op eenderde en tweederde van de afstand waarover opnemer #0 meet.

Opnemer #3:

deze opnemer is in de trekzone onder de drukboog aangebracht.

Beoordelen van de veiligheid door middel van experimenten

Inleiding

In de gangbare praktijk van het ontwerpen wordt voor de beoordeling van de veiligheid van een konstruktie uitgegaan van een berekening. In sommige gevallen is het echter zinvol of zelfs noodzakelijk de berekening aan te vullen met proeven en/of waarnemingen, zowel met betrekking tot de sterkte van de konstruktie als met betrekking tot de belastingen.

Het doel van de proeven kan zijn eigenschappen van materialen vast te stellen, het gedrag van konstruktie-onderdelen te leren kennen, dan wel eerder in een ontwerp aangenomen karakteristieke of rekenwaarden te controleren.

In beginsel kunnen de volgende proeftypen worden onderscheiden:

- materiaalproeven;
- modelproeven / in situ proeven;
- prototypeproeven;
- controleproeven en
- proefbelasting op werkelijke konstruktie.

De drie eerstgenoemde beproevingen (soms ook de vierde) vinden doorgaans plaats voordat de definitieve ontwerpbeslissingen worden genomen. De proeven kunnen zelfs dienen om nieuwe rekenregels in voorschriften op te stellen. Materiaalproeven dienen daarbij om "materiaaleigenschappen" als schuifsterkte, vloeispanning, breukspanning, E-modulus of breukrek van een materiaal vast te stellen. Bij modelproeven en prototypeproeven gaat het om de gecombineerde werking van geometrie en materiaal voor een bepaald geval. Voorbeelden zijn experimenteel onderzoek naar het gedrag van knikstaven, samengestelde liggers, verbindingen, funderingspalen in de grond, bodembescherming enz. De proeven komen vaak in de plaats van een rekenmodel. Soms heeft men wel een rekenmodel, maar wordt door het grote aantal veronderstellingen en vereenvoudigingen de onzekerheid te groot geacht voor verantwoorde toepassing zonder meer.

De laatste drie proeftypen worden meestal uitgevoerd tijdens of na de bouw. Indien deze proeven een negatief resultaat geven, dienen aanvullende maatregelen voor het onderhavige bouwwerk te worden genomen. Voorbeelden zijn het drukken van betonkubben tijdens de bouw en het testen van groutankers.

Soms lopen de proeftypen enigszins door elkaar heen: een prototype kan bijvoorbeeld onderdeel gaan uitmaken van de uiteindelijk konstruktie. Sommige proeven zijn verder uitsluitend bedoeld om een uitspraak te doen over dat ene proefstuk, andere proeven zijn juist bedoeld om uitspraken te doen over de gehele verzameling. Bij de statistische evaluatie blijkt dit onderdeel essentieel te zijn.

In alle gevallen worden op basis van het proefresultaat uitspraken gedaan over een bestaande of te bouwen konstruktie. Deze uitspraken dienen mede gebaseerd te zijn op en te passen binnen de veiligheidsfilosofie van NEN6700.

Betrouwbaarheidsanalyse

Voor het beoordelen van de veiligheid van bouwkonstrukties wordt de veiligheid steeds meer gerelateerd aan de kans op bezwijken. Die kans op bezwijken wordt bepaald met methoden welke aan de stochastiek, de waarschijnlijkheidsleer, zijn ontleend. De daaraan ten grondslag liggende berekeningen worden probabilistische berekeningen genoemd.

Zowel de sterkte (ook weerstand), aangeduid met het symbool R (resistance), als de belasting, aangeduid met S (solicitation of surcharge), zijn stochastische grootheden. Door gebruik te maken van bekende wetten uit de stochastiek kan de kans dat de sterkte R kleiner is dan de belasting S berekend worden, dat is dan de bezwijkkans. Bij de zuiver stochastische benaderingen zijn nog enkele onderverdelingen mogelijk, en het is gebruikelijk onderscheid te maken tussen de volgende niveaus:

- Nivo 0: de zuiver deterministische (afbakenende) veiligheidsbeschouwing. Bij deze methode wordt uitgegaan van een deterministische belasting, een deterministische sterkte en een globale veiligheidsmarge;
- Nivo I: de semi-probabilistische beschouwing. Hier wordt uitgegaan van partiële veiligheidsfactoren en karakteristieke waarden voor belasting en sterkte;
- Nivo II: de probabilistische beschouwing. Bij deze beschouwing zijn enige algemeen aanvaarde vereenvoudigingen in de verwerking van de stochastische eigenschappen aangebracht;
- Nivo III: de zuiver probabilistische veiligheidsbeschouwing [11].

Probabilistische berekening

Beschouwd wordt de grenstoestand met betrekking tot bezwijken.

$$Z = R - S$$

waarin:

- Z betrouwbaarheidsfunctie;
- R stochastische grootheid voor de sterkte;
- S stochastische grootheid voor de belasting.

De constructie bezwijkt als betrouwbaarheidsfunctie Z een negatieve waarde bereikt, dan is de belasting groter dan de sterkte.

Voor de gemiddelde waarden μ geldt:

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S$$

en voor de standaardafwijkingen σ geldt:

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

De parameters μ_Z en σ_Z liggen daarmee vast. Indien nu ook de aard van de verdeling van Z bekend is kan de bezwijkkans $P\{Z < 0\}$ berekend worden. Heeft Z een normale verdeling, aangeduid met ϕ_x dan is de berekening mogelijk als volgt.

Bepaal de betrouwbaarheidsindex β :

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$$

De bezwijkkans is dan:

$$P \{Z < 0\} = \Phi_{-\beta}$$

Voor de functie Φ zijn uitgebreide tabellen beschikbaar. De betrouwbaarheidsindex vormt de ingang voor deze tabellen. Uit de tabel kan de bezwijkkans worden bepaald.

Over het algemeen is de betrouwbaarheidsfunctie Z geen lineaire functie echter Z heeft ook geen normale verdeling. Het berekenen van de bezwijkkans wordt daardoor dikwijls zeer gekompliceerd. Het is dan ook nodig om vereenvoudigingen aan te brengen. Bij de nivo II berekeningen gebeurt dat op een algemeen aanvaarde wijze [11].

Tijdeffekten

Bij het combineren van meerdere belastingen moet opgemerkt worden dat de belastingen in de tijd variëren. De maxima van de verschillende belastinggevalen hoeven daarbij niet in de tijd samen te vallen. Het is dan ook niet realistische deze maxima te combineren.

Strikt genomen dient voor ieder tijdstip een sommatie plaats te vinden van alle belastingen. Deze gesommeerde belasting diend dan ten grondslag aan de berekeningen gelegd te worden. Het probleem daarbij is echter dat de belastingen voor iedere konstruktie en voor elk afzonderlijk konstruktieonderdeel de belastingen in een andere verhouding voorkomen.

Daarom mag de maximale waarde van een van de belastigen gekombineerd worden met de momentane waarde van de overige belastingen. Maximaal wil zeggen dat moet worden uitgegaan van de kansdichtheidsfunctie van de maximale waarde van de belasting in de levensduur. Momentaan wil zeggen dat moet worden uitgegaan van de kansdichtheidsfunctie van de belasting op een willekeurig tijdstip [11].

Behalve de belastingen variëren ook de materiaaleigenschappen met de tijd. Zowel mechanische als niet-mechanische invloeden kunnen de sterkte en stijfheid in de tijd beïnvloeden. Permanente belastingen, zoals het eigen gewicht, dienen met de langeduursterkte vergeleken te worden terwijl kortstondige of variërende belastingen met de korteduursterkte vergeleken moeten worden. Bij combinaties van bijvoorbeeld eigengewicht en andere vloerbelastingen kan het nodig zijn twee verschillende combinaties te beschouwen:

- eigen gewicht en maximale vloerbelasting vergelijken met de korteduursterkte en;
- eigen gewicht en momentane belasting vergelijken met de langeduursterkte.

Dit zijn beide benaderingen [11].

Bij het bepalen van de kubusdruksterkte, standaard geval, wordt de te beproeven kubus binnen ongeveer 60 seconden tot bezwijken belast. Daar de kubusdruksterkte de sterkte is waarbij in sterkteberekeningen de sterkte is waarnaar gerefereerd wordt moeten de tijdinvoeden bij deze sterkteberekening nog meegenomen worden.

Er zijn gevallen waarbij de belastingtoenamen sneller gebeurt dan in het standaard geval, bijvoorbeeld een explosie of een aanrijding. Het kan echter ook voorkomen dat de belastingtoename veel zangzamer toeneemt in het uiterste geval dat de belasting konstant blijft.

Met betrekking tot tijdseffekten wordt in [3] gesteld dat:

$$k_t = \frac{f}{f_0} = \left(\frac{v_0}{v} \right)^\alpha$$

waarin:

- k_t de verhouding tussen de betonsterkte op het tijdstip t en referentiesterkte;
- f betonsterkte op het tijdstip t ;
- f_0 referentiesterkte van het beton;
- v_0 referentiesnelheid;
- v belastingssnelheid;
- α koëfficiënt.

De koëfficiënt α is afhankelijk van de samenstelling an het beton, de temperatuur en het vochtgehalte. α ligt tussen 0.035 en 0.038.

Bij beton, dat na 28 dagen belast werd, kon de belasting 82% van de korte duur belasting bedragen zonder op den duur te bezwijken en bij beton van 1 jaar ouderdom was dit 75%. De oorzaak van dit verschil is de nog doorgaande hydratatie. Terwijl na 1 maand de hydratatie cirka 60% zal zijn, is deze na 1 jaar 80%. Dit betekend, dat een beton dat na 28 dagen wordt belast, tijdens het belasten door blijft verharden, terwijl beton van 1 jaar oud dit veel minder kan. Hydratatie betekend in dit geval het overbruggen van fijne scheurtjes door nieuwe hydratatieprodukten en dichtgroeien van grote poriën. Beide effecten leiden tot een versterking van het materiaal.[3]

Ontwerpen volgens NEN6700

Het gedrag van een konstruktie is een funktie van materiaaleigenschappen, geometrische eigenschappen en belastingen. Een mathematische representatie hiervan staat bekend als een rekenmodel. Afwijkingen tussen model en werkelijkheid worden aangeduid als modelfout of modelfaktor. Gegeven het rekenmodel tracht men een zodanig ontwerp te maken dat een vooraf vastgestelde streefwaarde voor de kans van falen of bezwijken wordt bereikt. In de praktijk gebeurt dit door het rekenmodel te voeden met de rekenwaarden van alle variabelen.

Het resultaat van de ontwerpberekening moet zijn dat de rekenwaarden van de sterkte groter is dan de rekenwaarde van de belasting. Een dergelijke verifikatie wordt meestal uitgevoerd voor verschillende belastinggevallen, grenstoelstanden en mechanismen. In de meeste gevallen worden zowel de rekenmodellen als de rekenwaarden voor belasting en sterkte gespecificeerd in normen (TGB, Eurokode). Soms moet de ontwerper deze grootheden zelf afleiden, zoals bijvoorbeeld in het geval van ontwerpen met behulp van experimentele modellen.

Om de rekenmodellen te kunnen vaststellen, moeten de statistische variaties van belastingen, materiaaleigenschappen, geometrische grootheden en modelfouten bekend zijn. Zonder althans enige kennis op dit gebied is het niet mogelijk een konstruktie op verantwoorde wijze te ontwerpen. De statistische parameters dienen te volgen uit een evaluatie van de numerieke resultaten van representatieve experimenten, testen of observaties.

Rekenwaarden

In de normen aangewezen door het Bouwbesluit is het geheel van ontwerpregels zodanig gekalibreerd dat ze in beginsel leiden tot hetzelfde nivo van betrouwbaarheid voor gelijksoortige ontwerpsituaties, ongeacht de specifieke grenstoestand, materiaalsoort of wijze van belasten. Afhankelijk van veiligheidsklasse en type grenstoestand worden echter wel diverse waarden voor het formele betrouwbaarheidsnivo nagestreefd.

Uitgangspunt voor de bepaling van de rekenwaarde is de betrouwbaarheidsindex β . Globaal correspondeert een betrouwbaarheidsindex β met een faalkans van $10^{-\beta}$. In tabel 3 staan voor de betrouwbaarheidsindex β voor verschillende grenstoelstanden en veiligheidsklassen aanbevolen streefwaarden volgens NEN6700. De gegeven waarden gelden voor gebouwen. Voor andere konstrukties zoals damwanden kunnen andere waarden gelden. Is een streefwaarde voor de betrouwbaarheidsindex gegeven dan dienen de karakteristieke waarden en partiële veiligheidscoëfficiënten zo te worden vastgesteld dat de genoemde streefwaarden zo goed mogelijk worden benaderd. Dit kan op verschillende manieren gebeuren. De Eurokode geeft voor een normaal verdeelde stochast X_i met een gegeven streefwaarde voor betrouwbaarheidsindex β de rekenwaarde X_{id} .

$$X_{id} = \mu_i - \alpha_i \cdot \beta \cdot \sigma_i$$

waarin:

- X_{id} rekenwaarde van X_i ;
- μ_i gemiddelde waarde van de stochastische variabele X_i ;
- α_i probalistische invloedscoëfficiënt volgens tabel 4;
- β betrouwbaarheidsindex voor de levensduur volgens tabel 3;
- σ_i standaard afwijking van de stochastische variabele X_i .

tabel 3: steefwaarden voor de betrouwbaarheidsindex van gebouwen volgens NEN6700

grenstoestand	veiligheidsklasse	betrouwbaarheidsindex β
uiterste draagkracht	hoog	3.6
	middel	3.4
	laag	3.2
bruikbaarheid	-	1.8

De essentie van de methode is het gebruik van de gestandaardiseerde waarden voor de coëfficiënten α_i , volgens tabel 4. Deze tabel is deels op basis van ervaring, deels op basis van theoretische overweging tot stand gekomen. Bij toepassing van tabel 4 weet men natuurlijk niet vooraf welke variabele als "dominant" moet worden beschouwd. De enige manier om dit te ontdekken is achtereenvolgens alle variabelen "dominant" te maken en te kijken welke combinatie maatgevend is. Soms kan dit gedaan worden door de opsteller van de normen, soms is het taak van de ontwerper, bijvoorbeeld het controleren van de verschillende belastinggevallen.

tabel 4: standaardwaarden voor α_i

X_i	α_i
dominante sterkteparameter	0.8
andere sterkteparameter	$0.4 \cdot 0.8 = 0.32$
dominante belastingparameter	-0.7
andere belastingparameters	$-0.4 \cdot 0.7 = -0.28$

Resultaten

Bij zowel de berekeningen als bij de proeven zijn enkele aannamen gedaan. Hier volgt een opsomming van de meest belangrijke aannamen die gelden voor de berekeningen.

Aannamen berekeningen

Betonkwaliteit:

Voor de bezwijkbelasting bij het beproeven wordt uitgegaan van een betonkwaliteit van B70 met een gemiddelde druksterkte van $f_{gem} = 75$ N/mm², dit is de 28-daagse sterkte. Deze gegevens zijn verstrekt door Bouwgroep te Best, de leverancier van het beton.

Voor de berekening van de rekenwaarden is een betonkwaliteit van B55 aangenomen.

Voorspanstaal:

In de berekeningen wordt gegeven dat de voorspanstrengen een kwaliteit hebben van FeP1860 en een oppervlak A_p van 100 mm². De werkelijke bezwijktreksterkte van het voorspanstaal komt in de rekenmodellen voor het berekenen van de dwarskracht niet voor, en is daarom niet meegenomen.

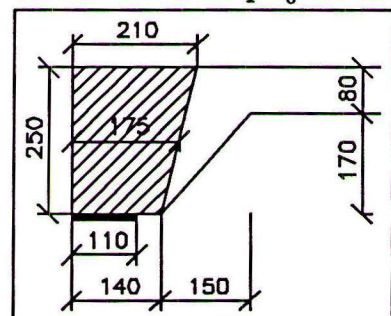
Overdrachtslengte:

In de voorgaande tekst zijn twee methoden besproken om de overdrachtslengte te bepalen. Voor de berekeningen is de waarde van $l_0 = 979$ mm volgens de NEN6720 aangehouden. Verder wordt aangenomen dat de voorspankracht lineair van 0 aan de kop van de plaat tot maximaal op l_0 wordt opgebouwd.

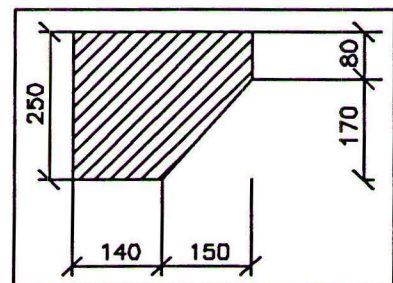
Betondoorsnede:

Voor het bepalen van de dwarskracht van de betondoorsnede volgens NEN6720 is artikel 8.2.2 aangehouden, zie figuur 25.

In figuur 26 is het oppervlak weergegeven waarvan aangenomen wordt dat de voorspankracht binnen de overdrachtslengte gespreid wordt.



figuur 25: doorsnede van de betonrib voor berekenen dwarskracht



figuur 26: aangenomen doorsnede waarover de voorspankracht spreidt

Resultaten van de berekingen

Bezwijkwaarde

In tabel 5 is de bezwijkwaarde met betrekking tot dwarskracht van de beschouwde doorsnede opgenomen. Het bepalen van die bezwijkwaarde is gedaan aan de hand van artikel 8.2.3.3, doorsneden met geringe buigtrekspanningen, uit de TGB 1990 (voorschriften beton). Echter niet de rekenwaarden van de druk- en treksterkten van beton maar bezwijktreksterkte van het beton zijn ingevuld. Verder gelden de aannamen van pagina 43.

tabel 5: uiterst opneembare dwarskracht in de beschouwde snede, $f_{b,gem}=3.63\text{N/mm}^2$

x	Vp
[m]	[kN]
0	105.4
0.1	115.4
0.2	125.3
0.3	134.8
0.4	144.0
0.45	148.1
0.5	153.1
0.979	194.5

x is de afstand van de kop van de plaat tot de beschouwde snede.

Voor de bezwijkspanningen van het beton is in tabel 5 een waarde voor $f_{b,gem}=f_b=3.63\text{ N/mm}^2$ ingevuld (zie ook bijlage 3). Deze waarde geldt voor de tijd waarin de proeven zijn uitgevoerd, dat is gemiddeld 1150 seconden (bijna 20 minuten).

In de tabel is V_p de opneembare dwarskracht in de beschouwde snede. In de snede $x=0$, de kop van de plaat, is de normaalspanning in het beton ten gevolge van voorspanning, $\sigma'_{bmd}=0$. Vanaf de kop van de plaat neemt de normaalspanning ten gevolge van voorspanning toe. Met het toenemen van de normaalspanning neemt ook de opneembare dwarskracht toe, beiden zijn maximaal op $x=0.979\text{ m}$ uit de kop van de plaat, de overdrachts lengte.

Rekenwaarde volgens de TGB

tabel 6: opneembare dwarskracht in de beschouwde snede

x [mm]	V_p [kN]
0	55.2
100	66.1
200	73.5
300	83.9
400	91.5
500	98.5
979	126.8

V_p is de dwarskracht van de voorgespannen ribbe

x is de afstand van de kop van de plaat tot de beschouwde snede.

In tabel 6 zijn de rekenwaarde van de op te nemen dwarskracht volgens de TGB opgenomen. Het eerst wordt de dwarskrachtkapaciteit van de voorgespannen rib over de overdrachtslengte van de voorspanwapening, V_p bepaald.

Resultaten van de proeven

Randvoorwaarden bij de proeven

Bij het uitvoeren van een proef is het moeilijk deze proef gelijk aan de werkelijkheid te laten plaatsvinden. Er moeten manieren gevonden worden om de werkelijkheid zoveel mogelijk te benaderen. Ook voor het uitvoeren van deze proef is de werkelijkheid enigszins geweld aangedaan. En wel op de volgende manieren:

- Als proefstukken zijn geen hele maar halve Bestcon 30 vloerplaten toegepast;
- De gelijkmatig verdeelde belasting, waar volgens de norm mee gerekend dient te worden, is vervangen door zes puntlasten.
- De opleggingen zijn scharnierend. In de praktijk worden de platen op starre kolommen opgelegd.
- De vloerplaat is vrij op een stalen plaat opgelegd. In de praktijk wordt de vloerplaat door middel van een steekind aan de kolom verbonden.

Resultaten van de proeven

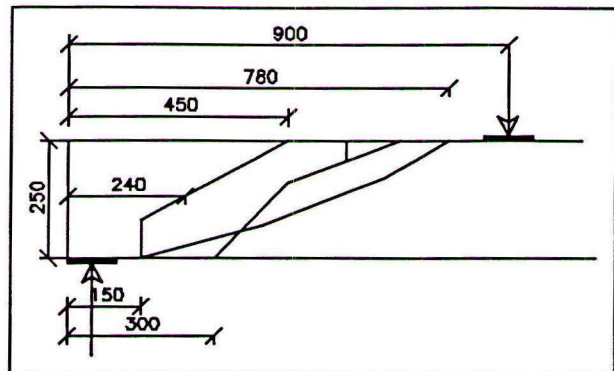
Bij de eerste twee proeven zijn de belastingen zo aangebracht dat de twee ribben die de belasting naar de oplegging afvoeren elk evenveel belasting naar de oplegging afvoeren. Zie ook pagina 32. De derde proef wordt later besproken. In tabel 7 zijn de resultaten van de eerste twee proeven opgenomen.

tabel 7: resultaten van de proeven

Oplegreacties [kN]	eerste proef		tweede proef	
	links	rechts	links	rechts
begin proef	15.7	13.8	14.8	14.6
bezwijken	125.5	128.1	127.4	<u>127.0</u>
gemiddeld	127.2		126.8	
 totale belasting [kN]	 274.7		 280.8	
 afstand van scheur in de voorgespannen rib tot de kop van de plaat [mm]				
onder	300	150	150	
boven	680	780	450	
op halve hoogte	420	550	240	

In tabel 7 is af te lezen dat ook de (bezwijk) oplegreacties voor de eerste en tweede proef elkaar niet veel ontlopen. Gemiddeld voor proef 1 127.2 kN en voor proef 2 126.8 kN.

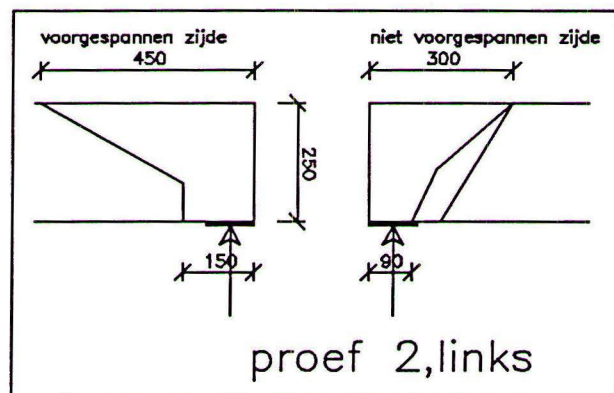
In figuur 27 is het bezwijkpatroon van de beide ribben van het eerste proefstuk geschematiseerd weergegeven.



figuur 27: geschematiseerd bezwijkpatroon van de eerste en tweede proef

In figuur 28 is het bezwijkpatroon van de beide ribben van het eerste proefstuk geschematiseerd weergegeven.

Ter hoogte van de voorspanwapening is de minimale afstand van de scheur tot aan de kop van de plaat 150 mm.



figuur 28: geschematiseerd bezwijkpatroon van de eerste en tweede proef

Resultaten proef 3

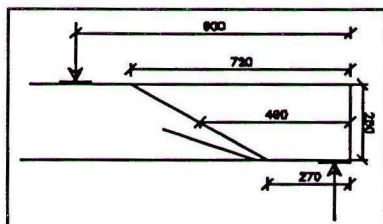
Bij het analyseren van de eerste twee proeven kwam naar voren dat de niet voorgespannen ribbe al bij een vrij geringe belasting ging scheuren. Dat scheuren heeft tot gevolg dat de stijfheid van de betreffende ribbe afneemt. Daarom is voor proef 3 een belastingverdeling gekozen die ervoor zorgt dat de voorgespannen ribbe 60% van de totale belasting naar de oplegging afvoert. De niet voorgespannen ribbe aan de kop van de plaat levert dan nog 40% van de oplegreactie. Zie ook bijlage 4.

tabel 8: resultaten van de derde proef

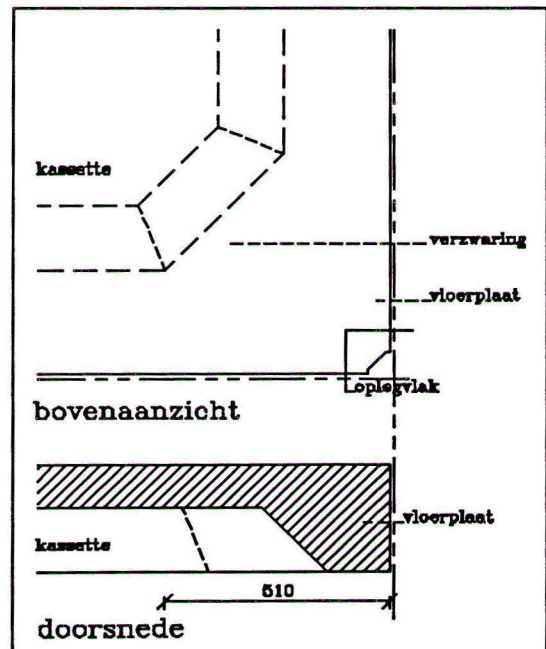
Oplegreacties [kN]	derde proef	
	links	rechts
begin proef	13.0	14.9
bezwijken	154.5	<u>155.3</u>
gemiddeld	154.9	
totale belasting [kN]	361.2	
afstand van scheur in de voorgespannen rib tot de kop van de plaat [mm]		
onder	270	
boven	720	
op halve hoogte	490	

Bij het beproeven is alleen de linker hoek van de plaat bezweken, de rechter oplegging is later alsnog beproefd. In tabel 8 is af te lezen dat de linker oplegging op gemiddeld 490 mm uit kop van de plaat bij een kracht van 154.5 kN bezweek. In figuur 30 is het bezwijkpatroon geschematiseerd weergegeven.

Bij de oplegging komen de ribben bij elkaar. Hier is er ook een verzwaring aangebracht, door deze verzwaring wordt de betondoorsnede vergroot. Daardoor is de dwarskrachtkapaciteit ter plaatse van de verzwaring ook groter dan in de ribben. De plaat bezwijkt in de zwakste doorsnede en dat is de plaats waar de ribbe overgaat in de verzwaring.



figuur 30: geschematiseerd bezwijkbeeld van de bezweken ribbe



figuur 29: verzwaring ribben ter plaatse van de hoek

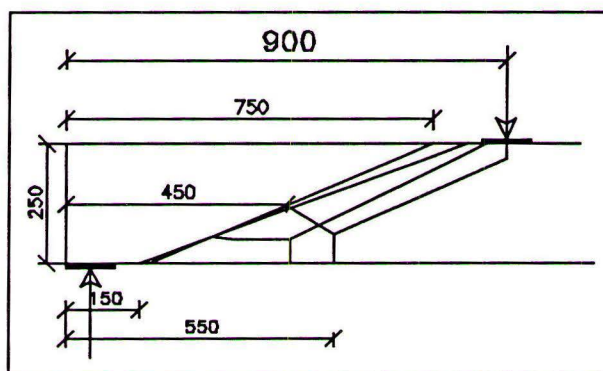
Resultaten proeven op alleen voorgespannen ribbe

De ribben welke tijdens het beproeven met de standaard proefopzet niet bezwaken zijn, zijn later alsnog beproefd. Daarbij is er alleen een belasting op de nog niet bezwaken zijde aangebracht. De belastingverdeling op de zijde is gelijk gehouden aan de belastingverdeling op de zijde uit de standaard proef, een puntlast tussen de opleggingen en een puntlast op 900 mm uit de te beproeven oplegging. Zie ook figuur 20 op pagina 32.

tabel 9: resultaten van de proeven op de niet bezwaken ribben

Oplegreakties [kN]	tweede proef	derde proef
	hoek rechts	hoek rechts
begin proef	26.8	20.5
bezwijken	150.2	148.8
totale belasting	226.4	208.5
afstand van scheur in de voorgespannen rib tot de kop van de plaat [mm]		
onder	170/550	150/460
boven	750/900	820/860
halve hoogte	450/720	500/620

In figuur 31 is het bezwijkpatroon van deze proeven geschematiseerd weergegeven.



figuur 31: geschematiseerd bezwijkpatroon van de proefstukken alleen op de voorgespannen ribbe belast

Resultaten van de proeven

Ondanks het om twee verschillende proeftypen ging was de belasting op de niet voorgespannen ribbe bij bezwijken in alle drie de afzonderlijke proeven nage-nog gelijk, zie tabel 10. Daarin zijn:

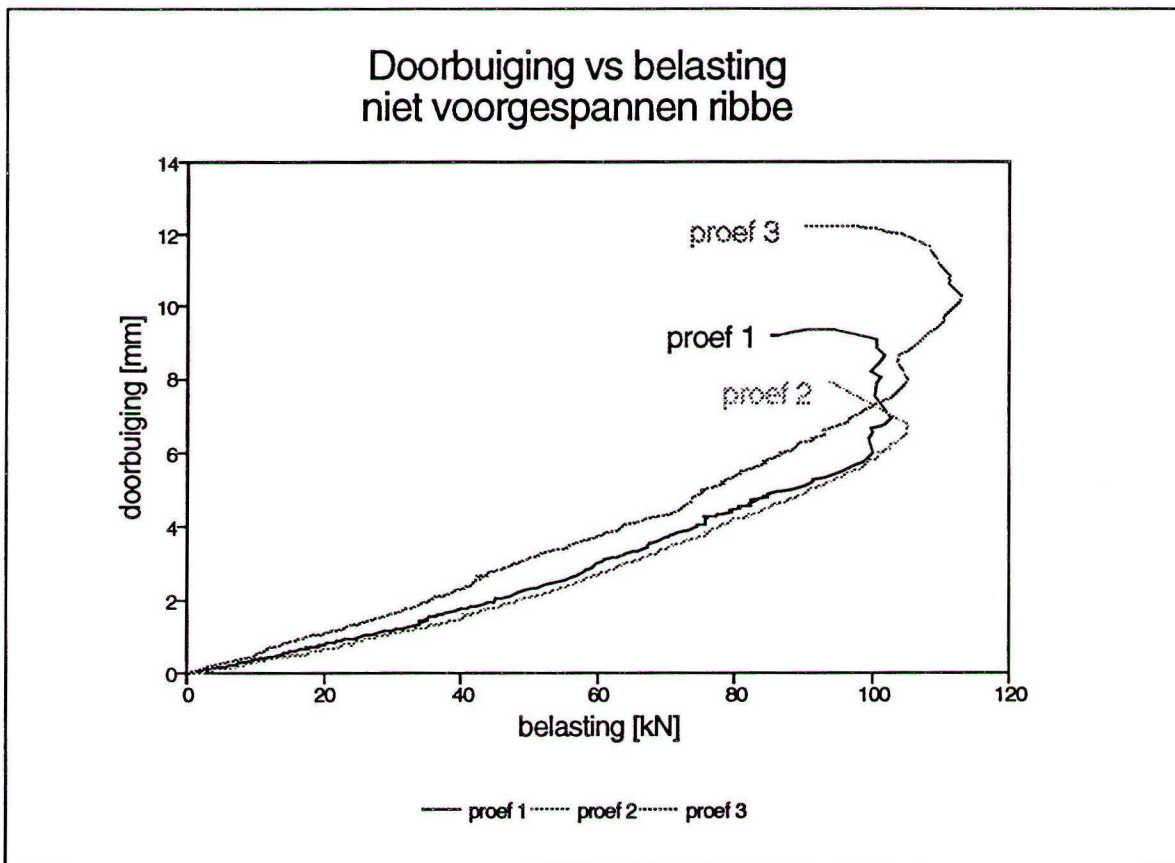
R_{gem} de gemiddelde waarde van de oplegreactie bij bezwijken;

D_{nVRSP} de dwarskracht in de niet voorgespannen ribbe en;

D_{VRSP} de dwarskracht in de voorgespannen ribbe.

tabel 10: overzicht belasting op de niet voorgespannen zijde

	R_{gem} [kN]	V_{nVRSP} [kN]	V_{VRSP} [kN]	V_{VRSP} [%]
Proef 1:	127.2	59	68	53
Proef 2:	126.8	60	67	53
Proef 3:	154.9	60	95	61



figuur 32: de doorbuiging van uitgezet tegen de belasting op de niet voorgespannen ribbe

Vergelijken van de resultaten

Voor het vergelijken van de resultaten van de proeven en de resultaten van de berekeningen moeten de randvoorwaarden van de resultaten die vergeleken worden gelijk zijn. Om de resultaten van de proeven met de resultaten van de berekeningen te kunnen vergelijken moet daarom voor de resultaten uit de berekeningen de bezwijktoestand genomen worden.

Proeven op de voorgespannen rib vs bezwijkberekening

Deze proeven beschouwd worden als het beproeven van voorgespannen balken. Er wordt alleen een belasting op de voorgespannen ribbe aangebracht. Er mag dan ook aangenomen worden dat de theorie voor balken geldt.

De voorgespannen ribben bezweken bij een oplegreactie van 150.2 kN voor plaat 2 en 148.8 kN voor plaat 3 op een afstand van respectievelijk 450 mm en 500 mm uit de kop van de plaat. Vergeleken met de waarden uit tabel 5 komen de resultaten van de proeven goed overeen met de berekende bezwijkwaarde van de oplegreactie voor een afstand van 450 mm uit de kop van de plaat.

De gemiddelde bezwijkwaarde uit de proeven bedraagt 149.5 kN. De berekende waarde is 148.1 kN.

Wordt van de plaat alleen de voorgespannen ribben beschouwd dan kan gesteld worden dat de ribben aan de rand van de plaat bezwijkt op de plaats waar de doorsnede minimaal is. Dat is ook de plaats waar de verzwaring ophoudt. De bezwijkkracht bij het beproeven is dan nagenoeg gelijk aan de berekende bezwijkwaarde berekend met het model uit de TGB 1990 - Voorschriften Beton.

Methode Hegger

De methode Hegger geeft voor de de voorgespannen ribbe een rekenwaarde van de bezwijkdwarskracht van $F_d = 166.7$ kN. Daarbij wordt uitgegaan van de aannamen van pagina 43. Het nadeel van deze rekenmethode is dat zij slechts èèn waarde voor de opneembare dwarskracht geeft. Bij de methode volgens de TGB wordt voor elke doorsnede de opneembare dwarskracht bepaald met behulp van het voorspannivo in de beschouwde snede.

Bij een gemiddelde waarde van de bezwijkbelasting van de voorgespannen ribbe geeft de bezwijkwaarde volgens Hegger een verschil van 10%. Dit verschil kan veroorzaakt worden door de basis schuifspanning $\Delta\tau$ in de formule. Deze faktor $\Delta\tau$ geldt namelijk een proefondervindelijk vastgestelde waarde. Deze is bepaald voor verschillende gevallen, en voor elk geval apart kan deze anders zijn. In de formule (het rekenmodel) is echter slechts de gemiddelde waarde en de 5% onderschrijdingskans van deze waarde gegeven.

Proef 1 vs bezwijkberekening

Uit de analyse van de resultaten van zowel proeven als berekeningen komt naar voren dat door het doorbuigen van de niet voorgespannen ribbe een rotatie van de voorgespannen ribbe tot gevolg heeft. Bij de analyse van de proefresultaten komt naar voren dat door de toenemende vervorming van de niet voorgespannen ribbe, zonder dat de reactiekracht toeneemt, ook de hoekverdraaiing om de langsas van de voorgespannen ribbe toeneemt. Door deze rotatie ontstaat een torsiemoment in de voorgespannen ribbe.

Nu bezweek de plaat ongeveer 500 mm uit de kop van de plaat op de beide voorgespannen zijden. Dat bezwijken is het gevolg van het overschreden van de betontrekspanning ten gevolge van dwarskracht in combinatie met het door rotatie ontstane wringmoment. De plaats van bezwijken is net de plaats waar de verzwaring ophoud, dit is dan ook de zwakste doorsnede van de voorgespannen ribben waardoor de ribbe op dit punt bezwijkt.

Proef 2 vs bezwijkberekening

Deze proef geeft een heel ander bezwijkbeeld dan de eerste proef. Bij deze proef onstond namelijk een afschuifkegel. Deze afschuifkegel heeft dezelfde vorm als de ponskegel die bij bezwijken op pons ontstaat.

Het proefstuk bezweek bij een oplegreactie van 127.4 kN op een afstand van 240 mm uit de kop van de plaat.

Proef 3 vs bezwijkberekening

Door de aangepaste belastingverdeling geeft deze bezwijkwaarde van dit proefstuk een hoger waarde te zien. Dit is te verklaren uit het feit dat door de in verhouding lagere belasting op de niet voorgespannen ribbe deze minder doorbuigt waardoor eenzelfde totale belasting ook een kleiner wringmoment optreed. De linker oplegging bezweek op een afstand van 490 mm uit de kop van de plaat, de kracht bij de oplegging was 154.5 kN.

Statistische berekening

Theorie op pagina 37.

Meetwaarden:

$$F_1 = 125.5 \text{ kN};$$

$$F_2 = 128.1 \text{ kN};$$

$$F_3 = 127.4 \text{ kN};$$

$$F_4 = 127.0 \text{ kN (niet bezweken)}.$$

gemiddelde waarde voor F: $\bar{x} = 127.0 \text{ kN}$.

Er geldt:

$$X_{id} = \bar{x}_i - \alpha_i \cdot \beta \cdot \sigma_i$$

waarin:

X_{id} rekenwaarde van X_i ;

\bar{x}_i gemiddelde waarde van de steekproef;

α_i probalistische invloedscoëfficiënt volgens tabel 4;

β betrouwbaarheidsindex voor de levensduur volgens tabel 3;

σ_i bovengrens van de standaard afwijking van de steekproef.

De werkelijke gemiddelde waarde, μ , van de bezwijkoplegreactie is onbekend. Daarom wordt voor μ het gemiddelde van de steekproef \bar{x} ingevuld.

$$\bar{x}_i = 127.0;$$

$$\alpha_i = 0.8;$$

$$\beta = 3.6;$$

σ is onbekend, daarom wordt voor σ een schatting gemaakt met behulp van de standaardafwijking van de steekproef, s . Er wordt daarbij van uitgegaan dat de waarnemingen uit een normaal verdeelde populatie stammen en dat de steekproef daaruit aselekt getrokken is.

$$s = \sqrt{s^2}$$

waarin:

$$s^2 = \frac{\sum F_i^2 - \sum (F_i)^2/n}{(n-1)}$$

waarin:

s schatter voor σ ;

$\sum (F_i)^2$ de som van de kwadraten van F_i ;

$(\sum F_i)^2$ het kwadraat van de som van alle F_i ;

n het aantal waarnemingen.

$$\sum (F_i)^2 = 125.5^2 + 128.1^2 + 127.4^2 + 127.0^2;$$

$$(\sum F_i)^2 = (125.5 + 128.1 + 127.4 + 127.0)^2;$$

$$n = 4.$$

$$s^2 = 1.21;$$

$$s = 1.10.$$

Bovengrens voor σ :

$$\sigma_{\max} = a_2 s$$

waarin:

$$s = 1.10;$$

$$a_2 = 2.92.$$

$$\sigma_{\max} = 3.21.$$

De waarde a_2 is genomen voor $v=n-1=3$ vrijheidsgraden en een eenzijdig betrouwbaarheidsinterval van 0.95. Dit wil zeggen: dat er een kans van 5% is dat de werkelijke waarde van spreiding σ groter is dan 3.21.

Worden de berekende waarden nu ingevuld dan volgt:

$$F_{id} = 127.0 - 0.8 \cdot 3.6 \cdot 3.21 = 117.8 \text{ kN.}$$

Voor het vinden van de langeduursterkte moet F_{id} , volgens NEN 6720, nog met 0.8 vermenigvuldigd worden. De rekenwaarde voor de lange duur is dan 94.2 kN.

Dit is groter dan $F_d = 81.0$ kN (zie bijlage 2, blz 6), dat is veilig. Volgens deze berekening mogen deze kostruktie elementen toegepast worden. De langeduursterkte volgens de statistische berekening is zelfs groter dan de rekenwaarde voor de belasting voor een vloerbelasting van 5 kN/m², $F_d = 90.7$ kN (zie bijlage 2, blz 6).

N.B. Deze konklusie geldt alleen voor vloerplaten met een materiaaleigenschappen als de beproefde platen.

Konklusies

Konklusies proeven

Allereerst moet gesteld worden dat bij het ontwerpen van de proefopstelling de invloed van de niet voorgespannen ribbe aan de kop van de plaat overschat is. De maximale dwarskracht die de beschouwde ribbe kan leveren wordt bepaald door de momentcapaciteit van de ribbe. Wordt aangenomen dat de niet voorgespannen ribbe aan de kop van de plaat alleen belast wordt door de voorgespannen ribbe in het midden van de plaat (een balk met een puntlast in het midden), dan kan gesteld worden dat voor de maximale dwarskracht in de ribbe geldt:

$$V = M_u / 1.8$$

waarin:

- V de maximale dwarskracht in de niet voorgespannen ribbe;
- M_u het uiterst opneembaar moment (breukmoment);
- 1.8 de halve overspanning in niet voorgespannen richting.

Voor de rekenwaarde van de dwarskracht volgt een waarde van $V = 31.5$ kN voor B70 (werkelijke kwaliteit) en voor de rekenwaarde voor B55 (gegarandeerde waarde) volgt een waarde van $V = 24.9$ kN. Echter door de belasting niet in het midden van de korte zijde aan te laten grijpen, maar verdeeld over twee plaatsen op de korte zijde dicht bij de oplegging, ontstaat een overschatting van de dwarskracht van deze ribbe. De dwarskracht in de beschouwde ribbe bedroeg op het moment van bezwijken 60 kN. De dwarskracht is bij het beproeven in de beschouwde doorsnede daarmee 2 maal te hoog aangenomen.

Door alleen belasting op de ribben aan de rand van de plaat te concentreren zullen deze ribben het meest vervormen. Anders gezegd de belaste ribben belasten door hun vervorming de andere ribben van de plaat, de ribben waarop geen belasting is aangebracht. De vervormingen van de belaste ribben hebben hun uitwerking op zowel de bezwijkwaarde als op het bezwijkbeeld van de plaat.

Door het doorbuigen van de niet voorgespannen ribbe zal deze de aansluitende voorgespannen ribbe op wringing belasten waardoor de voorgespannen ribbe niet op alleen dwarskracht maar op een combinatie van dwarskracht en wringing bezwijkt.

Verwacht mag worden dat de bezwijkwaarde bij een gelijkmatig verdeelde belasting hoger zullen zijn dan de bij de toegepaste proefopstelling gemeten waarden. Bij een gelijkmatig verdeelde belasting zal de plaat gelijkmatiger vervormen. Hierdoor zullen ook de hoekverdraaiingen van de ribben kleiner zijn. En daarmee ook de wringende momenten op de aanliggende ribben.

De proeven op alleen de voorgespannen ribben kunnen beschouwd worden als proeven op een voorgespannen balk. Met deze proeven wordt de bezwijkwaarde van alleen deze ribbe zonder invloed van de niet voorgespannen ribbe bepaald.

Konklusies berekeningen

Worden de bezwijkwaarden van de proeven op alleen de voorgespannen ribben met de berekende bezwijkwaarde vergeleken dan blijkt dat deze voor de doorsnede waar de voorgespannen zijde bezweek nagenoeg hetzelfde te zijn. De proefstukken bezweken bij een dwarskracht van gemiddeld 149.5 kN op een afstand van 450 mm uit de kop van de plaat. De berekende bezwijkwaarde op een afstand van 450 mm uit de kop van de plaat is $V = 148.1$ kN.

Met deze konklusies kan een bovengrens voor de reactiekracht waarbij de oplegging van de plaat zal bezwijken bepaald worden. Deze bovengrens wordt bepaald door de bezwijkwaarden van de beide ribben te superponeren. De voorgespannen ribbe heeft een gemiddelde bezwijkwaarde van 149.5 kN terwijl de maximale dwarskrachtafdracht van de niet voorgespannen ribbe 31.5 kN bedraagt. De reactiekracht waarbij de plaat zou bezwijken wordt $149.5 + 31.5 = 181.0$ kN.

De rekenwaarde van de oplegreactie waarbij de oplegging zou bezwijken is dan $95.0 + 24.9 = 119.9$ kN. Terug gerekend naar een nuttige gelijkmatig verdeelde belasting geeft dat 8.0 kN/m². Echter, in bijlage 2 blz 23 is berekend dat de hele plaat reeds bij een gelijkmatig verdeelde belasting van 5.9 kN/m² op moment zal bezwijken.

Hieruit blijkt dat moment, en niet zoals aangenomen: dwarskracht, maatgevend is voor het bezwijken van de plaat.

Eerder bezwijken kan optreden als een van de beide ribben aan de oplegging bezwijkt terwijl de andere ribbe (nog) niet volledig belast wordt, of als een ander criterium dan dwarskracht maatgevend is, bijvoorbeeld wringing.

Aanbevelingen

Verder onderzoek

De uigevoerde proeven geven geen duidelijkheid over het bezwijken van de oplegging van de plaat. Verder moet opgemerkt worden dat de proeven zo zijn ingericht dat de plaat op dwarskracht zou bezwijken, daarbij zijn alleen de ribben aan de rand van de plaat door middel van vijzels belast. Dit komt ook mede door de vorm van de proefsrukken, dat zijn halve vloerplaten.

Omdat het niet duidelijk is hoe de plaat zich gedraagt bij een gelijkmatig verdeelde belasting zou er op dit gebied verder onderzoek gedaan kunnen worden. Daarbij zijn vooral de stijfheden van de niet voorgespannen ribben van belang en dan met name de stijfheidsverandering door belasten.

Dan kan ook een duidelijk beeld verkregen worden of de plaat op dwarskracht danwel moment bezwijkt.

Literatuurlijst

- [1] Jozef Hegger
Einfluss der Verbundart auf die Grenztragfähigkeit von Spannbetonbalken
Proefschrift Braunschweig 1985
- [2] P.F. Vossen, H.W. Bennenk, C.S. Kleinman, H.J.M. Janssen
Voorgespannen elementen van hogesterkte beton
Afstudeerverslag Technische Universiteit Eindhoven afdeling Bouwkunde
vakgroep Konstruktief Ontwerpen augustus 1994
- [3] H.W. Reinhardt
Beton als constructie materiaal, eigenschappen en duurzaamheid
Delftse Universitaire Pers, 1985
- [4] Géza Szabó
Die Grundlagen einer neuen Festigkeitstheorie, band 1
Bauverlag GmbH, Wiesbaden und Berlin, 1970
- [5] A.J.Chr. Dekker
Verankeren van voorgerekt staal 1,2 en 3
Cement 1977 nummers 4,5 en 6
- [6] S&E-publikatie
Betonstaal voorspanstaal, productie aanhechting normalisatie certificatie
Betonvereniging, oktober 1983
- [7] J.C. Walraven, J.C. Galjaard
Voorgespannen beton
Diktaat TU-Delft, mei 1992
- [8] **NEN 6720, Voorschriften beton**
Nederlands Normalisatie Instituut, september 1991
- [9] **CUR Aanbeveling 37, Hoge Sterkte Beton**
Civieltechnisch Centrum Uitvoering Research en Regelgeving
Redactionele bijlage bij Cement 1994 nr. 5 (mei)
- [10] Gerd Rimmel
Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfesten Beton
december 1992
- [11] A.C.W.M. Vrouwenvelder, IJ. van Straalen
Beoordelen van de veiligheid door middel van experimenten
TNO-rapport B-93-0066, december 1993

Bijlage 1: Voorspanverliezen ten gevolge van:

- elastische verkorting;
- krimp;
- kruip en
- relaxatie.

Inhoud

Inhoud	1
Lijst van afbeeldingen	2
Lijst van tabellen	2
Berekening voorspanverliezen	3
Materiaal gegevens	3
Strengen	3
Betonstaal	3
Beton B55	3
Beton B30	3
Werkvolgorde	4
Traagheidsmoment in dwarsrichting met (toegepaste) wapening	4
Gewogen zwaartepunt en traagheidsmoment	4
Eigengewicht van de plaat	6
Volume	6
Elastische spanningsverliezen in het staal	6
Controle betonspanningen	7
Krimp, kruip en relaxatie	10
Krimp	10
Kapilaire krimp	10
Chemische krimp	10
Hygrische krimp, uitdrogingskrimp	10
Karbonatatie krimp.	10
Krimpverkorting	11
Kruip	12
Kruipverkorting	12
Verkortingen en spanningsverliezen tgv krimp en kruip	13
Relaxatie	13
Verlies berekening tot het tijdstip oneindig	15
Bepaling krimp- en kruip-factoren op $t=90$ dagen	15
Bepaling krimp en kruip-factoren op $t=\infty$	15
Verlies berekening tot het tijdstip $t=365$ dagen	17

Lijst van afbeeldingen

figuur 1: plaats van de voorspanwapening ten opzichte van het zwaartepunt van de doorsnede	5
figuur 2: krimpfactoren voor vochtige en droge omgevingstoestand	16
figuur 3: kruipfactoren voor de vochtige en droge omgevingstoestand	17

Lijst van tabellen

tabel 1: bepaling zwaartepunt van de gewogen doorsnede	5
tabel 2: berekening gewogen traagheidsmoment	5
tabel 3: bepaling eigengewicht van de plaat	6
tabel 4: spanningsverlies in het voorspanstaal ten gevolge van elastische verkorting	7
tabel 5: : controle betonspanningen	9

Berekening voorspanverliezen

In deze bijlage worden de voorspanverliezen berekend. Daarvoor worden eerst krimp en kruipfactoren van het beton en relaxatie van het voorspanstaal berekend. Aan de hand van de daarbij gevonden factoren worden dan de theoretisch optredende spanningen in beton en voorspanstaal bepaald.

Materiaal gegevens

Strengen FeP1860

$f_{p,rep} = 1860 \text{ N/mm}^2$	representatieve waarde treksterkte voorspanstaal;
$f_{pu} = 1690 \text{ N/mm}^2$	rekenwaarde treksterkte voorspanstaal;
$f_{p,rep} = 1600 \text{ N/mm}^2$	representatieve waarde van de 0.1%-rekgrens van het voorspanstaal;
$f_p = 1450 \text{ N/mm}^2$	rekenwaarde van de 0.1%-rekgrens van het voorspanstaal;
$\epsilon_{pu} = 3.5 \%$	rek van het voorspanstaal bij maximale belasting;
$A_p = 100 \text{ mm}^2$	oppervlak van de voorspanstreng;
$E_p = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$	elasticiteitsmodulus van het voorspanstaal.

Betonstaal FeB500

$f_{s,rep} = 500 \text{ N/mm}^2$	representatieve waarde treksterkte betonstaal;
$f_s = 435 \text{ N/mm}^2$	rekenwaarde van de 0.1%-rekgrens van het betonstaal;
$\epsilon_{pu} = 3.25 \%$	rek van het betonstaal bij maximale belasting;
$E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$	elasticiteitsmodulus van het betonstaal.

Beton B55

$f_{ck} = 55 \text{ N/mm}^2$	karakteristieke kubusdruksterkte;
$f_b = 33 \text{ N/mm}^2$	rekenwaarde van de druksterkte van het beton;
$f_b = 1.90 \text{ N/mm}^2$	rekenwaarde van de treksterkte van het beton;
$f_{b,m} = 3.8 \text{ N/mm}^2$	gemiddelde treksterkte van beton;
$E'_b = 36000 \text{ N/mm}^2$	elasticiteitsmodulus van beton.

Beton B30 (tijdstip voorspannen t=0)

$f_{ct} = 30 \text{ N/mm}^2$	karakteristieke kubusdruksterkte op tijdstip t;
$f_{bt} = 18 \text{ N/mm}^2$	rekenwaarde van de druksterkte van het beton op tijdstip t;
$f_{bt} = 1.28 \text{ N/mm}^2$	rekenwaarde van de treksterkte van het beton op tijdstip t;
$f_{b,m,t} = 2.55 \text{ N/mm}^2$	gemiddelde treksterkte van beton op tijdstip t;
$E'_{bt} = 29750 \text{ N/mm}^2$	elasticiteitsmodulus van beton op tijdstip t.

Werkvolgorde

Het eerst worden de spanningsverliezen ten gevolge van elastische verkorting van het beton berekend. De elastische verkorting ontstaat bij het aflaten van de aanvangsvoorspankracht, F_{p0} . Daarbij ontstaan in het beton (druk-) spanningen waardoor het beton elastisch verkort. Ten gevolge van de verkorting van het beton verkort ook het staal waardoor in het staal spanningsverlies optreedt. Hieruit volgt de voorspankracht in het voorspanstaal onmiddellijk na het spannen, F_{pi} . Met deze F_{pi} worden dan de spanningsverliezen ten gevolge van krimp, kruip en relaxatie berekend.

De krimp, kruip en relaxatie berekening is in twee stappen verdeeld. Te weten:

- 1 van het tijdstip van aanspannen tot oneindig;
- 2 van het tijdstip van aanspannen tot een jaar daarna.

Voor de berekening van de voorspanverliezen van het tijdstip van aanspannen tot het tijdstip oneindig is gekozen omdat dat tijdstip maatgevend is voor alle verliezen met betrekking tot krimp, kruip en relaxatie.

Het tijdstip tot 365 dagen na het aanspannen is gekozen omdat de proefstukken bij het beproeven ongeveer die leeftijd hadden. De voor dat tijdstip berekende verliezen worden in de controle berekening van de proeven gebruikt.

Traagheidsmoment in dwarsrichting met (toegepaste) wapening

In deze paragraaf wordt het traagheidsmoment van de gehele plaat bepaald. Daarvoor wordt er in de niet voorgespannen overspanningsrichting, ter plaatse van twee kassettes een snede genomen.

In de tabel 1 is de letter z de afstand van de bovenkant van de plaat tot het zwaartepunt van het beschouwde deel van de doorsnede.

In de tabel 2 is de letter a de afstand van het zwaartepunt van de totale doorsnede tot het zwaartepunt van het beschouwde deel van de doorsnede.

In tabel 1 wordt met behulp van het statische moment de plaats van het zwaartepunt van de betondoorsnede bepaald. In tabel 2 wordt met het in tabel 1 bepaalde zwaartepunt het traagheidsmoment van de betondoorsnede bepaald.

Gewogen zwaartepunt en traagheidsmoment

De term **gewogen** wil zeggen dat beton en staal naar rato van hun elasticiteitsmoduli worden meegeteld. En daar de volledige betondoorsnede wordt meegenomen mag de wapening nog slechts met een factor $(n-1)$ worden meege-rekend.

$$n = E_{\text{staal}}/E_{\text{beton}}$$

waarin:

n de vergrotingsfactor;

E_{staal} de elasticiteitsmodulus van het voorspanstaal;

E_{beton} de elasticiteitsmodulus van het beton.

$$E_{\text{staal}} = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2;$$

$$E_{\text{beton}} = 29750 \text{ N/mm}^2;$$

$$n = 6.7 \implies n-1 = 5.7$$

tabel 1: bepaling zwaartepunt van de gewogen doorsnede

	n	A	z	n·A·z
Beton				
spiegel	1	286400	40.0	11456000
schuine zijde	1	51000	136.7	6970000
rand rib	1	47600	165.0	7854000
midden rib	1	51000	165.0	8415000
wapening				n·A·z
onder	5.7	1000	195.0	1116000
2e laag	5.7	400	165.0	378000
Gewogen oppervlak		444000	Totaal	36189000

Het gewogen zwaartepunt ligt op 82 mm van de bovenkant van de plaat.

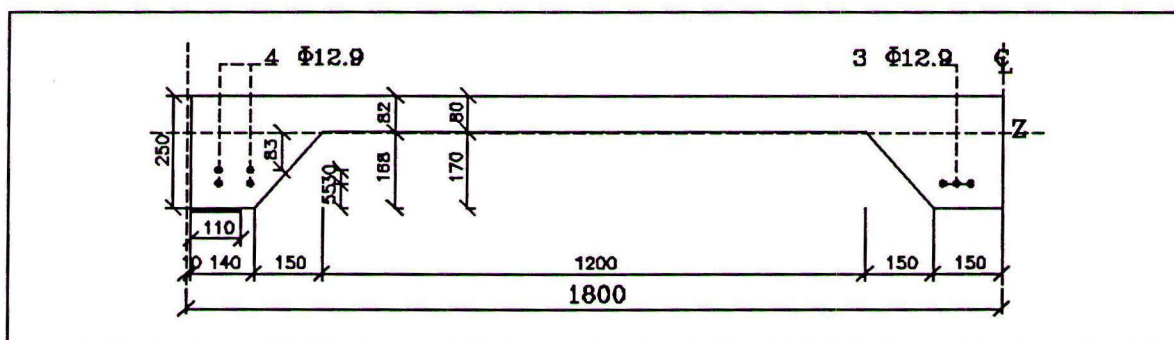
tabel 2: berekening gewogen traagheidsmoment

	n	A	a	n·A·a ²	I _{eigen}
Beton					
spiegel	1	286400	42	505210000	152750000
schuine zijde	1	51000	55	152411000	81880000
rand rib	1	47600	83	327916000	114640000
midden rib	1	51000	83	351339000	122830000
wapening				n·A·a ²	
onder	5.7	1000	113	73073000	
2e laag	5.7	400	83	15769000	
totaal		444000		1425718000	472100000

Het totale traagheidsmoment I_t is nu 1897818000 mm⁴

$$W_{\text{boven}} = 23144100 \text{ mm}^3$$

$$W_{\text{onder}} = 11296500 \text{ mm}^3$$



figuur 1 plaats van de voorspanwapening ten opzichte van het zwaartepunt van de doorsnede

Eigengewicht van de plaat.

Volume

Het eigengewicht van de plaat is berekend voor de plaat zonder verbrede randen, buiten afmeting 7180 · 3580 mm.

Per plaat zijn er acht kassetten. Het volume van de kassetten moet van het totale volume ($V_{\text{rechthoek}}$) af getrokken worden, zo wordt het netto volume van de plaat verkregen (V_{totaal}). Om het gewicht te krijgen moet het volume met de volumieke massa van 24 kN/m³ vermenigvuldigd worden.

tabel 3: bepaling eigengewicht van de plaat

lengte	breedte	dikte	$V_{\text{rechthoek}}[\text{mm}^3]$	$V_{\text{totaal}}[\text{mm}^3]$
3580	7180	250	6426100000	3947500000

Inhoud kassetten = $(1500+1200)/2)^2 \cdot 170 = 309825000$ [mm³]

Totaal gewicht van de plaat: 94.74 kN
Eigen gewicht van de plaat: 3.69 kN/m²

Elastische spanningsverliezen in het staal

De elastische verkorting ontstaat bij het ontlaten van de aanvangsvoorspankracht, F_{p0} . Daarbij ontstaan in het beton drukspanningen waardoor het beton elastisch verkort. Ten gevolge van de verkorting van het beton verkort ook het staal waardoor in het staal spanningsverlies optreedt.

Voor het spanningsverlies in het staal ten gevolge van de elastische verkorting van het beton is de volgende formule gegeven [7]:

$$\Delta\sigma_{p0} = n \cdot \left[-\frac{F_{p0}}{A_b} \pm \frac{M_{p0} \cdot z}{I_i} \right]$$

waarin:

$\Delta\sigma_{p0}$ = spanningsreduktie in het voorspanstaal door elastische verkorting van het beton;

n = verhoudingsfaktor $n = \frac{E_{\text{staal}}}{E_{\text{beton}}}$;

F_{p0} = kracht in voorspanstaal bij het ontlaten;

M_{p0} = het moment veroorzaakt door F_{p0} tov het zwaartepunt van de gewogen doorsnede;

A_b = oppervlakte van de betondoorsnede;

z = excentriciteit van de beschouwde vezel tot het zwaartepunt van de doorsnede;

I_i = traagheidsmoment van de betondoorsnede.

Het gedeelte tussen haken in voorgaande formule is de betonspanning. Daarbij wordt uitgegaan van een niet gescheurde homogene doorsnede. Verder wordt aangenomen dat er geen slip van de voorspanwapening optreedt en dat de plaat over de hele breedte gelijk vervormd.

$$\begin{aligned}
 n &= 6.7; \\
 \sigma_{po} &= 1394 \text{ N/mm}^2; \\
 A_p &= 1400 \text{ mm}^2; \\
 F_{po} &= 1951.6 \text{ kN}; \\
 M_{po} &= 205.4 \text{ kNm}; \\
 A_b &= 436000 \text{ mm}^2; \\
 z &= 113 \text{ mm} \quad \text{voor het voorspanstaal onder in de doorsnede;} \\
 &= 83 \text{ mm} \quad \text{voor het voorspanstaal in de tweede laag van de doorsnede;} \\
 I_i &= 1897818000 \text{ mm}^4.
 \end{aligned}$$

De spanningstoename in het beton veroorzaakt in het voorspanstaal een spanningsverlies. Het beton verkort immers door de voorspankracht, met het beton verkort ook het ingestorte staal hetgeen een spanningsreductie van het voorspanstaal oplevert.

tabel 4: spanningsverlies in het voorspanstaal ten gevolge van elastische verkorting

wapening	$\Delta\sigma_{po}$	σ_{pl}	
2e laag	-89	1305	$\sigma_{pl, gem} = 1294 \text{ N/mm}^2$
onder	-111	1283	
σ_{pl} = werkspanning in het voorspanstaal			
$F_{pl} = 1804.7 \text{ kN}$			
$M_{pl} = 188.3 \text{ kNm}$			
M_{pl} moment van de voorspankracht ten opzichte van het zwaartepunt van de doorsnede van de plaat			

Door de elastische verkorting treedt er in het voorspanstaal een spanningsreductie van ongeveer 8% op.

Controle betonspanningen NEN 6720 - art 8.1.7

De betonspanning mag nergens in de plaat de normwaarden voor de treksterkte van beton σ_b en voor de druksterkte van beton σ'_b overschrijden.

Uit het voorgaande blijkt dat de kracht in het voorspanstaal vanaf de rand van de plaat wordt opgebouwd van nul aan de rand tot maximaal op l_o . Met het toenemen van de voorspankracht zal ook het moment ten gevolge van de voorspankracht lineair toenemen.

De betonspanning wordt berekend met de formule:

$$\sigma_b = -\frac{F_{pi}}{A_{bi}} \pm \frac{M \cdot e}{I_i}$$

waarin:

σ_b = de optredende betonspanning

F_{pi} = de aanvangsspanning van het voorspanstaal;

M = het moment veroorzaakt door F_{pi} tov het zwaartepunt van de gewogen doorsnede verminderd met het moment ten gevolge van eigen-gewicht;

A_{bi} = gewogen oppervlak van de totale doorsnede;

e = excentriciteit van de beschouwde vezel tot het zwaartepunt van de gewogen doorsnede;

I_i = traagheidsmoment van de gewogen doorsnede.

$F_{pi} = 1804.7 \text{ kN};$

$A_{bi} = 444000 \text{ mm}^2;$

$I_i = 1897818000 \text{ mm}^4;$

$e = 82 \text{ mm}$ excentriciteit van de bovenkant van de plaat ten opzichte van het zwaartepunt;

$= 168 \text{ mm}$ idem voor de onderkant.

$$M = M_{pi} - M_{eg}$$

$$M_{pi} = 188.3 \text{ kNm}$$

$$M_{eg} = \frac{q_{eg} \cdot b \cdot (l-x) \cdot x}{2}$$

waarin:

M_{eg} het moment ten gevolge van het eigengewicht in het punt x ;

q_{eg} het gewicht van de plaat in $[\text{kN}/\text{m}^2]$;

b de breedte van de plaat;

l de lengte van de plaat;

x het punt (de lijn) waar het moment ten gevolge van eigengewicht bepaald moet worden.

$q_{eg} = 3.69 \text{ kN}/\text{m}^2;$

$b = 3.6 \text{ m};$

$l = 7.2 \text{ m}.$

Druk:

$$\sigma'_{bi} \leq f'_{bt,B30} \cdot 0.75 \cdot f'_{b,B55}$$

waarin:

$f'_{bt} = 0.6 \cdot f'_{ck}$ op het tijdstip van het afdalen van de voorspanning

$f'_{bt} = 0.6 \cdot 30 = 18 \text{ N}/\text{mm}^2$

$0.75 \cdot f'_b = 0.75 \cdot 33 = 24.75 \text{ N}/\text{mm}^2$

tabel 5: : controle betonspanningen

x [m]	F _p [kN]	M _d [kNm]	M _p [kNm]	σ _{boven} [N/mm ²]	σ _{onder} [N/mm ²]
0	0	0	0	0	0
0.1	184.3	4.7	19.2	0.21	-1.70
0.2	368.7	9.3	38.5	0.42	-3.41
0.3	553.0	13.7	57.7	0.64	-5.13
0.4	737.4	18.1	76.9	0.86	-6.87
0.5	921.7	22.3	96.2	1.09	-8.62
0.6	1106.0	26.3	115.4	1.32	-10.38
0.7	1290.4	30.2	134.6	1.56	-12.15
0.8	1474.7	34.0	153.9	1.81	-13.93
0.9	1659.1	37.7	173.1	2.06	-15.72
0.979	1804.7	40.5	188.3	2.27	-17.15

De maximaal toelaatbare spanningen worden niet overschreden:

$$\sigma_{\text{boven}} = 2.27 \text{ N/mm}^2 < f_{\text{br}} = 3.44 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Voldoet!}$$

$$\sigma'_{\text{onder}} = 17.15 \text{ N/mm}^2 < f'_{\text{bt}} = 18 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Voldoet!}$$

De plaat wordt niet als ribbenvloer maar geheel als plaat beschouwd. Daarbij wordt er ook van uitgegaan dat de plaat over de gehele korte overspanning is opgelegd.

Krimp, kruip en relaxatie

Voor de berekening van krimp, kruip en relaxatie is de betonspanning zonder invloed van eigengewicht aangehouden. Het eigengewicht heeft een tegengesteld teken als het moment ten gevolge van excentrische voorspanning. Het moment ten gevolge van excentrische voorspanning is echter groter dan dat van eigengewicht waardoor het moment ten gevolge van excentrische voorspanning maatgevend is. De berekende krimp, kruip en relaxatie verliezen voor het midden van de plaat zullen hierdoor overschat worden. Op de rand van de plaat is de invloed van het eigengewicht klein, het eigengewicht is daar dan ook nauwelijks van invloed op krimp, kruip en relaxatie.

Aangenomen wordt dat de plaat tot 90 dagen in een buitenklimaat is, en vanaf dat tijdstip in een binnenklimaat. Deze aanname heeft zijn invloed op enkele factoren van zowel kruip als krimp.

Ook het feit dat de spanning in het voorspanstaal vanaf de rand van de plaat nog opgebouwd moet worden wordt in de verliesberekening niet meegenomen. Deze aanname is ongunstig, een lagere staalspanning geeft een lagere betonspanning hetgeen weer minder krimp, kruip en relaxatie tot gevolg heeft.

Krimp

Krimpen wordt algemeen gedefinieerd als het verminderen van het volume. Het krimpen is het gevolg zijn van fysische of chemische processen. Een voorbeeld van fysisch krimpen is krimpen ten gevolge van temperatuurinvloeden, een voorbeeld van chemische krimp is krimpen ten gevolge van hydratatie.

In het algemeen onderscheidt men [3]:

- kapillaire krimp;
- chemische krimp;
- hygrische krimp en
- karbonatatie krimp.

Kapillaire krimp

Kapillaire krimp treedt alleen op vlak na het storten bij een te snelle uitdroging van het betonoppervlak.

Chemische krimp

Bij beton leidt krimp niet tot een verkleining van de uitwendige afmetingen maar tot een vergroting van het inwendig porienvolume.

Hygrische krimp, uitdrogingskrimp

Hygrische krimp treedt op bij het uitdrogen van de cementsteen en het beton.

Karbonatatie krimp.

Ook bij karbonatatie van beton treedt verkorting op, echter doordat de karbonatatie niet diep in het beton doordringt zal deze gering blijven.

Krimpverkorting NEN 6720 - art 6.1.6

$$\varepsilon'_r = \varepsilon'_c \cdot k_b \cdot k_h \cdot k_p \cdot k_t \cdot \varepsilon'_{rmax}$$

$$\varepsilon'_{rmax} = \begin{array}{l} 0.31 \text{ ‰ (droog);} \\ 0.20 \text{ ‰ (buiten);} \end{array}$$

$$\varepsilon'_c = \begin{array}{l} 0.4 \text{ ‰ (droog);} \\ 0.25 \text{ ‰ (buiten);} \end{array}$$

$$k_b = 0.8 \quad (\text{tabel 6 - Waarden van de faktor } k_b \text{ als functie van } f_{ck});$$

$$k_h = 1.05 \quad (\text{tabel 10 - Waarden van de faktor } k_h \text{ als functie van de fiktieve dikte}).$$

$$h_m = \frac{2 \cdot A_b}{O_b} = 109 \text{ mm}$$

waarin:

$$A_b = 436000 \text{ mm}^2 \text{ (netto betonoppervlak);}$$

$$O_b = 7968 \text{ mm.}$$

$$k_p = \frac{1}{1 + 0.2 \cdot \bar{\omega}_0}$$

waarin:

$$\bar{\omega}_0 = 0.32 \text{ ‰}$$

$$A_p = 14 \cdot 100 = 1400 \text{ mm}^2;$$

$$A_b = 436000 \text{ mm}^2 \text{ (3580} \cdot \text{250 mm}^2\text{).}$$

$$k_p = 0.940$$

$$k_t = \frac{t}{t + 0.04 \sqrt{h_m^3}}$$

$$k_{t=1} = 0.021;$$

$$k_{t=90} = 0.644;$$

$$k_{t=365} = 0.888;$$

$$k_{t=\infty} = 1.0.$$

Kruip

Onder kruip wordt verstaan: een groter wordende vervorming in de tijd onder een gelijk blijvende spanning. Dit heeft in de praktijk belangrijke gevolgen. Door kruip kan bijvoorbeeld de doorbuiging van een constructie toenemen, en als daar geen rekening mee wordt gehouden dan kunnen bruikbaarheid en veiligheid van die constructie in gevaar komen.

In een voorgespannen constructie vermindert de voorspanning als het beton door kruip verkort en bij een gewapende kolom zal de wapening door het verkorten van het beton relatief meer kracht opnemen.[3]

Kruipverkorting NEN 6720 - art 6.1.5

$$\phi = k_c \cdot k_d \cdot k_b \cdot k_h \cdot k_t \cdot \phi_{\max}$$

waarin:

$$\phi_{\max} = 2.4 \text{ (droog);}$$

$$1.8 \text{ (buiten);}$$

$$k_c = 2.6 \text{ (droog);}$$

$$1.9 \text{ (buiten);}$$

$$k_{d;1} = 1.7 \quad (\text{tabel 5 - Waarden van de factor } k_d \text{ als functie van de ouderdom bij belasten en de cementklasse);}$$

$$k_{d;90} = 0.5;$$

$$k_{d;365} = 0.3.$$

uitgaande van belasten door middel van voorspannen een dag na het storten.

$$k_{b;B55} = 0.8 \quad (\text{tabel 6 - Waarden van de factor } k_b \text{ als functie van } f_{ck});$$

$$k_h = 1.00 \quad (\text{tabel 7 - Waarden van de factor } k_h \text{ als functie van de fictieve dikte);}$$

$$h_m = 109 \text{ mm (zie ook krimpverkorting).}$$

k_t als in krimpverkorting.

Verkortingen en spanningsverliezen tgv krimp en kruip:

$$\Delta\sigma_{ps} = \Delta\varepsilon_{bps} \cdot E_p$$

waarin:

$\Delta\sigma_{ps}$ = spanningsverandering in het voorspanstaal ten gevolge van krimp kruip en relaxatie van het beton

$\Delta\varepsilon_{bps}$ = rek van het beton ter plaatse van het voorspanstaal;

E_p = elasticiteitsmodulus van het voorspanstaal

$$\Delta\varepsilon_{bps} = \frac{\sigma_{bps(t)}}{E_b} \cdot \phi + \varepsilon_{br(t)}$$

waarin:

$\sigma_{bps(t)}$ = betonspanning op het tijdstip t in dagen;

E_b = elasticiteitsmodulus van het beton van de bij het tijdstip t aan te houden betonklasse;

ϕ = kruipfactor in de aangegeven periode;

$\varepsilon_{br(t)}$ = krimpfactor in de aangegeven periode;

Relaxatie

Relaxatie is het afnemen van de spanning bij een gelijk blijvende vervorming. Zowel het beton als het staal relaxeren.

Staal

Het staal relaxeert. Hierdoor zullen voorspanverliezen optreden.

Omdat de tijdsafhankelijke vervormingen van het beton klein zijn ten opzichte van de rek in het voorspanstaal wordt aangenomen dat er bij het voorspanstaal sprake is van een vrijwel konstante opgelegde vervorming in de tijd. De spanning in het voorspanstaal zal daarom door relaxatie afnemen.[7]

De relaxatie van voorspanstaal is van een aantal factoren afhankelijk. Deze zijn:

- aanvangsspanning: de relaxatie neemt sterk toe met het toenemen van de aanvangsspanning;
- temperatuur: de relaxatie verloopt sneller bij hogere temperaturen. Dit blijkt echter nauwelijks van invloed op de uiteindelijke grootte van de relaxatie, vandaar dat de temperatuur aspecten veelal buiten beschouwing worden gelaten.
- Het relaxatienivo van het staal: het relaxatienivo van het staal is sterk afhankelijk van de produktiemethode en de eventuele nabehandeling van het voorspanstaal. Er wordt in het algemeen onderscheid gemaakt in twee nivo's, respectievelijk nivo 1 met een vrij hoog spanningsverlies, en nivo 2 met een iets lager spanningsverlies.

In nivo 1 zijn opgenomen de koud getrokken draden en strengen terwijl in nivo 2 de staven en de warm nabehandelde draden en strengen zitten.[7]

In NEN 6720 is dat ondervangen door voor de beide groepen verschillende richtwaarden voor de relaxatie na 1000 uur op te nemen. Zie artikel 4.1.4.5.

Daarin voor het totale spanningsverlies de volgende formule opgenomen.

$$\Delta\sigma_p = 3 \cdot \Delta\sigma_{\text{prel}} \cdot \left[1 - 2 \cdot \frac{\Delta\sigma_{\text{pkr}}}{\sigma_{\text{pi}}} \right] \cdot k_t$$

waarin:

$\Delta\sigma_{\text{prel}}$ de relaxatie na 1000 uur;

$\Delta\sigma_{\text{pkr}}$ het spanningsverlies ten gevolge van krimp en kruip van het beton;

σ_{pi} werkspanning in het voorspanstaal;

k_t faktor voor het verrekenen de tijdinvoeden.

Het spanningsverlies op de lange duur zal 3 maal zo groot worden als het spanningsverlies na 1000 uur, daaruit volgt de faktor 3 in de formule. Het spanningsverlies in het voorspanstaal tengevolge van krimp en kruip zal leiden tot een lager relaxatieverlies; in de formule volgens NEN 6720 wordt dit verrekend met behulp van de aftrekterm met $\Delta\sigma_{\text{pkr}}$. [7]

Er zijn verschillende methoden om de tijdfaktor in deze berekening mee te nemen, hier is de faktor k_t uit de krimp en kruip gekozen. Deze heeft namelijk een ongeveer gelijke functie in de tijd als de spanningsafname door relaxatie. Het spanningsverlies door relaxatie wordt per fase bepaald waarin ook krimp en kruip worden bepaald. Hiervoor worden de per fase berekende krimp en kruip verliezen gebruikt.

Verlies berekening tot het tijdstip oneindig

In de berekening worden het eerst de verliezen tot 90 dagen bepaald. Er wordt namelijk van uitgegaan dat de vloerplaat buiten, dat wil zeggen in een vochtige omgeving geplaatst is. Vanaf 90 dagen is de plaat in een binnenklimaat aanwezig en zal bovendien als belast moeten worden verondersteld.

Bepaling krimp- en kruip-factoren op t=90 dagen

KRIMP

KRUIP

Voor deze berekening wordt er uitgegaan van een situatie buiten.

$$\varepsilon'_c = 0.25 \qquad k_c = 1.9$$

$$k_b = 0.8 \qquad k_d = 1.7$$

$$k_h = 1.05 \qquad k_b = 0.8$$

$$k_p = 0.940 \qquad k_h = 1$$

$$k_t = 0.664 \qquad k_t = 0.664$$

$$\varepsilon'_{t=90} = 0.131 \qquad \phi_{t=90} = 1.716$$

$$\varepsilon'_{\max} = 0.200 \qquad \phi_{\max} = 1.8$$

neem kleinste van deze twee waarden

Voor het bepalen van de krimp en kruipfactor op het tijdstip oneindig moeten nu eerst de verschuiving van de respectievelijk grafieken bepaald worden. Uitgaande van de gegeven waarden is alleen de factor k_t variabel.

Voor krimp geldt dat de lijn van $\varepsilon'_{\text{droog}}$ 58 dagen verschoven moet worden opdat deze de lijn van $\varepsilon'_{\text{vochtig}}$ op tijdstip $t=90$ dagen snijdt.

Voor kruip snijden de lijnen elkaar als de grafiek van droog 47 dagen verschoven worden.

Bepaling krimp en kruip-factoren op t= ∞

in een droog (binnen) klimaat

KRIMP

KRUIP

$$\varepsilon'_c = 0.4 \qquad k_c = 2.6$$

$$k_b = 0.8 \qquad k_d = 0.3 \qquad !!!$$

$$k_h = 1.05 \qquad k_b = 0.8$$

$$k_p = 0.940 \qquad k_h = 1$$

$$k_t = 1.0 \qquad k_t = 1.0$$

$$\varepsilon'_{\infty} = 0.316 \qquad \phi_{\infty} = 0.624$$

$$\varepsilon'_{\max} = 0.31 \qquad \phi_{\max} = 2.4$$

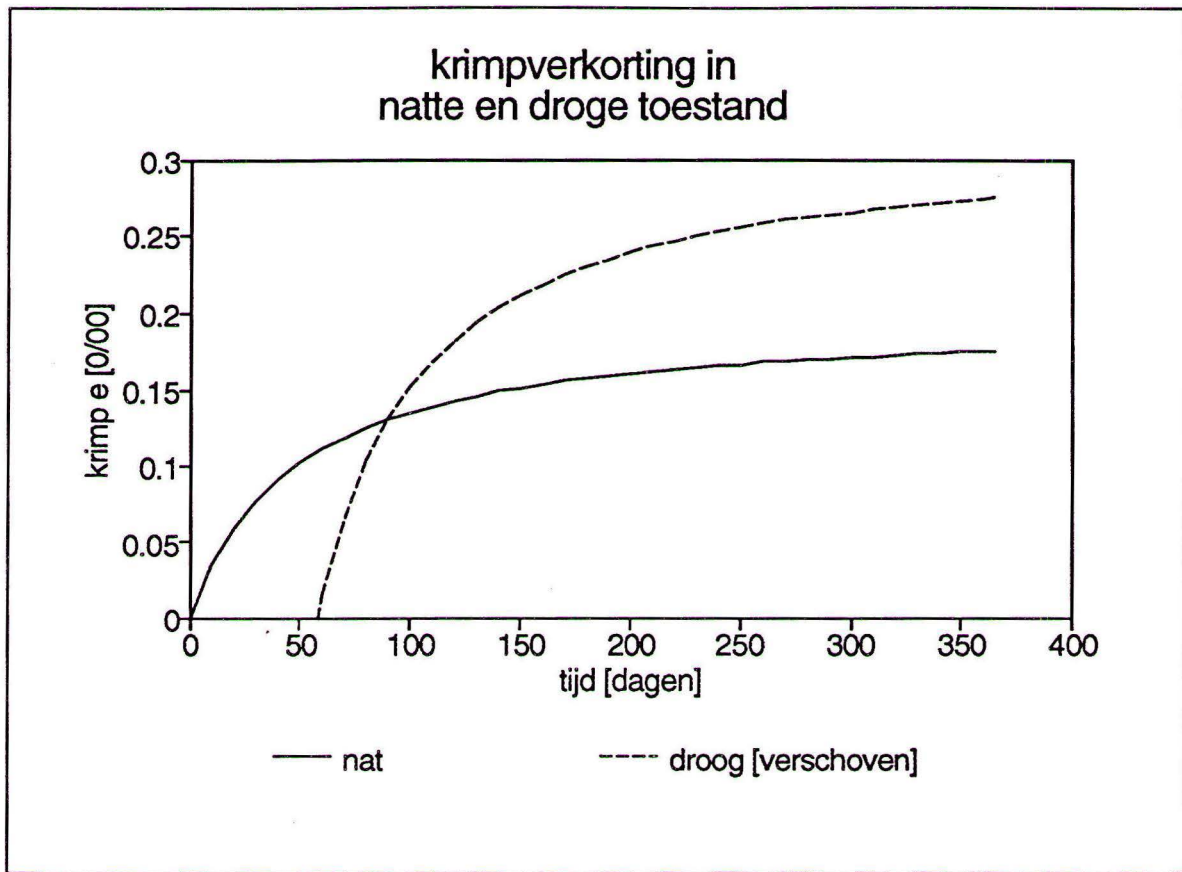
neem kleinste van deze twee waarden

Betonspanningen ter plaatse van de wapening

voorspanstaal in de tweede laag -13.31

voorspanstaal onder in de plaat -16.53

Voor het bepalen van de krimp en kruip verliezen zijn $\varepsilon'_{\max} = 0.31$ en $\phi_{90} = 1.716$ aangehouden.



figuur 2: krimpfactoren voor vochtige en droge omgevingstoestand

rek in het beton	Spanningsverlies in het voorspanstaal
0.944 [‰]	189 N/mm ²
1.098 [‰]	220 N/mm ²

Spanningsverlies door relaxatie

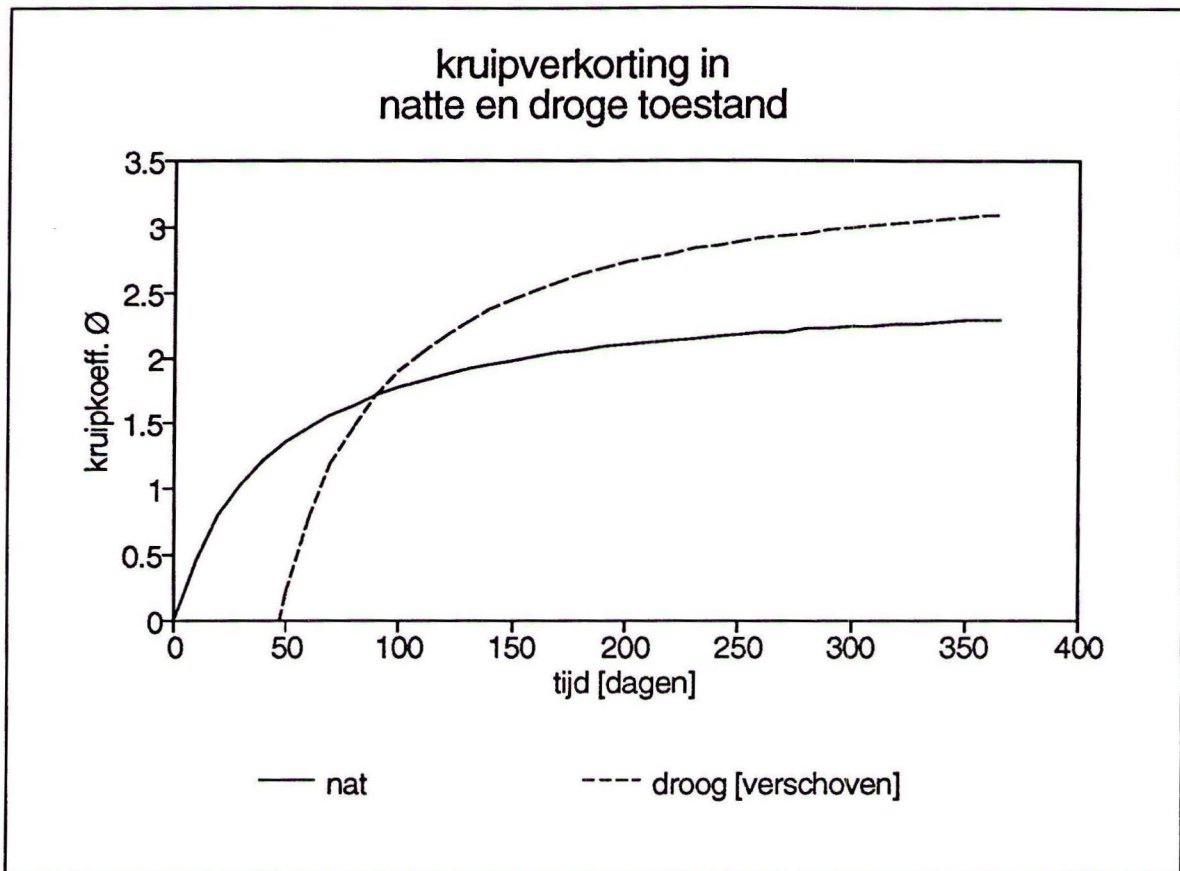
	$\Delta\sigma_{pw}$	σ_{pw}
2 ^e laag	58	1220
onder	49	1209

$$F_{pw;\infty} = 1696.9 \text{ kN}$$

$$M_{pw;\infty} = 178.0 \text{ kNm}$$

Betonspanning aan de rand van de plaat tgv $F_{pw;\infty}$ en $M_{pw;\infty}$

betonspanning tpv bovenrand	3.87
betonspanning tpv wapening	-11.61
	-12.65
betonspanning tpv onderrand	-19.58



figuur 3: kruipfactoren voor de vochtige en droge omgevingstoestand

Verlies berekening tot het tijdstip $t=365$ dagen

Uitgegaan wordt van een vochtig buiten klimaat.

KRIMP

buiten

$\varepsilon'_c = 0.25$
 $k_b = 0.8$
 $k_h = 1.05$
 $k_p = 0.940$
 $k_t = 0.889$
 $\varepsilon'_{365} = 0.175$
 $\varepsilon'_{\max} = 0.200$

KRUIP

buiten

$k_c = 1.9$
 $k_d = 1.7$
 $k_b = 0.8$
 $k_h = 1$
 $k_t = 0.889$
 $\phi_{365} = 2.297$
 $\phi_{\max} = 1.8$

neem kleinste van deze twee waarden

Voor het bepalen van de krimp en kruip verliezen zijn $\varepsilon'_{\max} = 0.200$ en $\phi_{\max} = 1.8$ aangehouden.

Betonspanningen ter plaatse van de wapening

voorspanstaal in de tweede laag -13.31
voorspanstaal onder in de plaat -16.53

rek in het beton	Spanningsverlies in het voorspanstaal
0.841 [‰]	168 N/mm ²
1.002 [‰]	200 N/mm ²

Spanningsverlies door relaxatie tot t=365

	$\Delta\sigma_{pw}$	$\sigma_{pw,365}$
2e laag	71	1207
onder	67	1191

$$F_{pw,365} = 1674.3 \text{ kN}$$

$$M_{pw,365} = 176.0 \text{ kNm}$$

betonspanning tpv bovenrand 3.83

betonspanning tpv wapening -11.47
-14.25

betonspanning tpv onderrand -19.35



Bijlage 2: Berekeningen van:

Overdrachtslengte

volgens:

- Bistyp;
- TGB (NEN6720)

Dwarskracht

- Controle berekening volgens NEN6720;
- volgens model Hegger.

Inhoud	
Inhoud	1
Lijst van afbeeldingen	2
Lijst van tabellen	2
Kontrole berekening volgens NEN6720	3
Gegevens	3
Algemeen	3
Voorspanstaal	3
Hoofdwapening	3
Beton	3
Belastingen	3
Overerige gegevens	5
Belastingfactoren NEN6702	5
Bepaling maatgevende belastingen	5
Kontrole oplegvlak	6
Bepaling overdrachtslengte	8
Bepaling van de overdrachtslengte volgens Bistyp	8
Bepaling van de overdrachtslengte	10
Rentree of intrekking	11
Bepaling rentree volgens den Uijl, TU-D	11
Bepaling rentree volgens Bistyp	11
Bepaling rekenwaarde toelaatbare dwarskracht	12
De maximaal toelaatbare schuifspanning τ_2	12
Bepaling maximaal op te nemen dwarskracht bij de oplegging	14
Doorsneden met geringe buigtrekspanning	14
Controle betontrekspanning	14
Berekening	16
Methode volgens Hegger	18
Het betonaandeel van de opneembare dwarskracht	18
Uiterst opneembare dwarskracht	20
Totaal	21
Bepaling breukmoment met behulp van de evenwichtsbelastingmethode	22
Uiterst op te nemen moment	22
Controle x_u	23
	25

Lijst van afbeeldingen

figuur 1: tekening van de plaat	4
figuur 2: detail oplegging	6
figuur 3: afstanden tusen de middens van de strengen	9
figuur 4: grafiek overdrachtslengte	10
figuur 5: aangenomen doorsnede waarover de voorspankracht spreidt	12
figuur 6: breedte van de rib	16
figuur 7: aangenomen betondoorsnede	19

Lijst van tabellen

tabel 1: overzicht overdrachtslengte	10
tabel 2: spanningen in het beton nabij de oplegging	15
tabel 3: opneembare dwarskracht in de beschouwde snede	17
tabel 4: bepaling van de faktor k_m	20

Kontrole berekening volgens NEN6720

Gegevens

Algemeen

afmetingen: 7200·3600·250 mm, zie figuur 1, op pagina 4.
de spiegel is 80 mm dik;
eigengewicht van de plaat = 3.69 kN/m².

Voorspanstaal

diameter 12.9 mm ($A_p = 100 \text{ mm}^2$);
aantal strengen 14 stuks;
kwaliteit FeP1860;
voorspankracht bij aanspannen $F_{pi} = 139.4 \text{ kN/streng}$;
 $f_{purep} = 1860 \text{ N/mm}^2$ representatieve waarde treksterkte voorspanstaal;
 $f_{pu} = 1690 \text{ N/mm}^2$ rekenwaarde treksterkte voorspanstaal;
 $f_{prep} = 1600 \text{ N/mm}^2$ representatieve waarde van de 0.1%-rekgrens van het voorspanstaal;
 $f_p = 1450 \text{ N/mm}^2$ rekenwaarde van de 0.1%-rekgrens van het voorspanstaal;
 $\epsilon_{pu} = 3.5 \%$ rek van het voorspanstaal bij maximale belasting;
 $A_p = 100 \text{ mm}^2$ oppervlak van de voorspanstreng;
 $E_p = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ elasticiteitsmodulus van het voorspanstaal.

Hoofdwapening

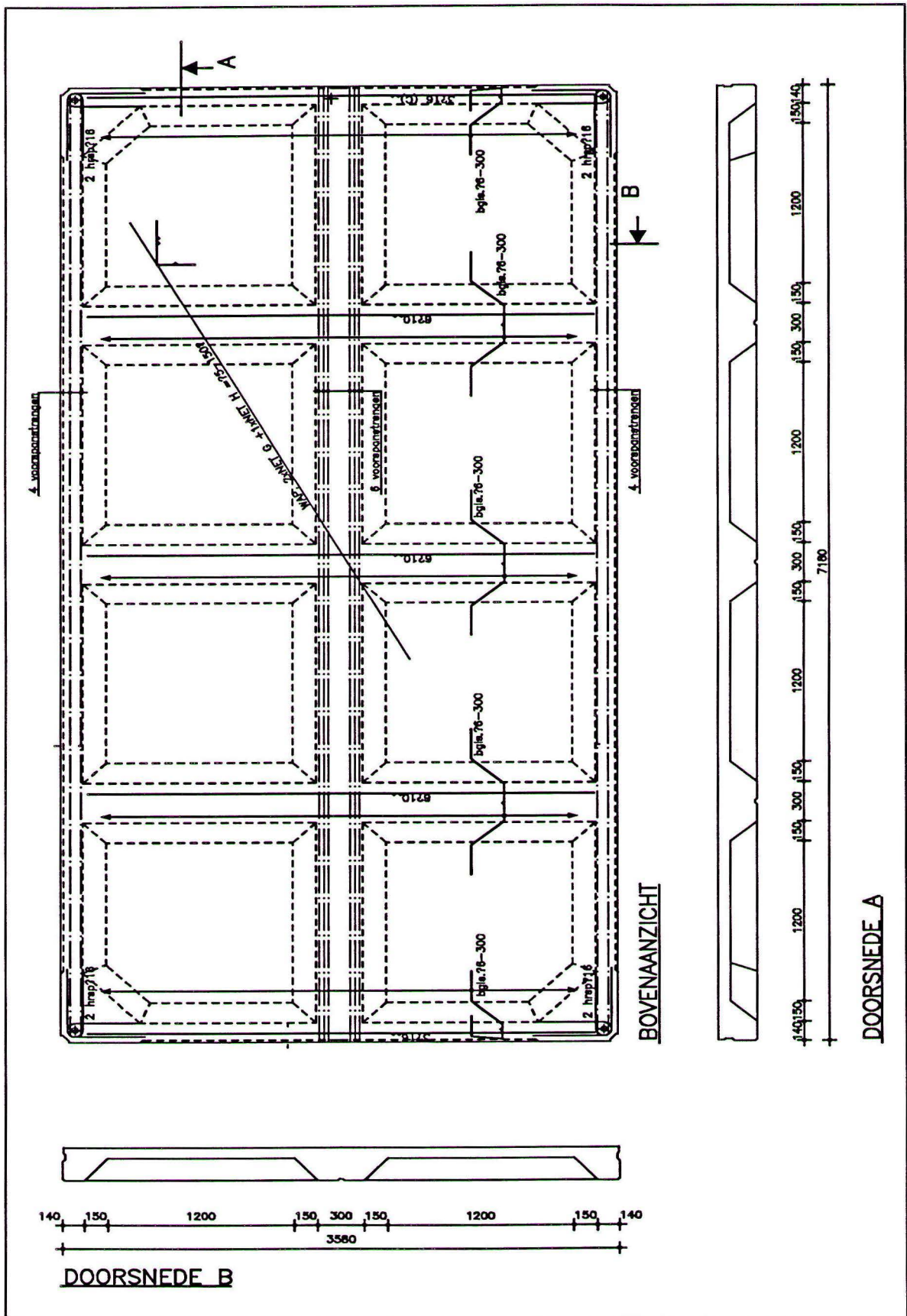
diameters 10 en 16 mm;
kwaliteit FeB500;
 $f_{srep} = 500 \text{ N/mm}^2$ representatieve waarde treksterkte betonstaal;
 $f_s = 435 \text{ N/mm}^2$ rekenwaarde van de 0.1%-rekgrens van het betonstaal;
 $\epsilon_{pu} = 3.25 \%$ rek van het betonstaal bij maximale belasting;
 $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ elasticiteitsmodulus van het betonstaal.

Beton

klasse B55;
druksterkte bij het spannen $f_{ck} > 30 \text{ N/mm}^2$, $f_{bt} = 0.6 \cdot 30 = 18 \text{ N/mm}^2$;
 $f_{ck} = 55 \text{ N/mm}^2$ karakteristieke kubusdruksterkte;
 $f_b = 33 \text{ N/mm}^2$ rekenwaarde van de druksterkte van het beton;
 $f_{bt} = 1.90 \text{ N/mm}^2$ rekenwaarde van de treksterkte van het beton;
 $f_{bm} = 3.8 \text{ N/mm}^2$ gemiddelde treksterkte van beton;
 $E'_b = 36000 \text{ N/mm}^2$ elasticiteitsmodulus van beton.

Belastingen

eigengewicht van de plaat $q_{eg} = 3.69 \text{ kN/m}^2$;
veranderlijke belasting $q_q = 4 \text{ kN/m}^2$, door de opdrachtgever gesteld;
veranderlijke belasting $q_q = 5 \text{ kN/m}^2$, door de opdrachtgever gewenst;
plafond- en vloerafwerkingen $q_g = 1.75 \text{ kN/m}^2$.



figuur 1: tekening van de plaat

Overerige gegevensBelastingfactoren NEN6702

Voor kantoorgebouwen geldt:

- veiligheidsklasse 3;
- referentie periode = 50 jaar.

Voor deze situatie zijn er twee belasting gevallen welke in de berekening meegenomen dienen te worden. Te weten:

Belasting geval 1:

- permanente belasting $\gamma_{f,p} = 1.2$;
- permanente belasting $\gamma_{f,p} = 1.0$ gunstig werkend;
- veranderlijke belasting $\gamma_{f,q} = 1.5$.

Belasting geval 2:

- permanente belasting $\gamma_{f,p} = 1.35$;
- permanente belasting $\gamma_{f,p} = 1.0$ gunstig werkend.

Bepaling maatgevende belastingen

Permanente belasting:

- eigen gewicht: 3.69 kN/m²
- afwerkingen : 1.75 kN/m²

Totaal 5.44 kN/m^2

Maximale vloerbelasting, rekenwaarden:

Belastinggeval 1:

$$q_{d,4} = 1.2 \cdot 5.44 + 1.5 \cdot 4.0 = 12.5 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{d,4} = 12.5 \cdot 7.2 \cdot 3.6 / 4 = 81.0 \text{ kN}$$

Voor een veranderlijke belasting van 5 kN/m² geeft dit:

$$q_{d,5} = 14.0 \text{ kN/m}^2 \text{ geeft } V_{d,5} = 90.7 \text{ kN.}$$

Belastinggeval 2:

$$q_d = 1.35 \cdot 5.44 = 7.34 \text{ kN/m}^2 \text{ (niet maatgevend)}$$

Maximale vloerbelasting, gebruikswaarden:

Belastinggeval 1:

$$q_{rep,4} = 5.44 + 4.0 = 9.44 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{rep,4} = 9.44 \cdot 7.2 \cdot 3.6 / 4 = 61.2 \text{ kN}$$

Voor een veranderlijke belasting van 5 kN/m² geeft dit:

$$q_{rep,5} = 10.44 \text{ kN/m}^2 \text{ geeft } V_{rep,5} = 67.7 \text{ kN.}$$

Kontrole oplegvlak

NEN 6702 art. 9.14

Beschouwd wordt het gehele oplegvlak. Voor de oplegbreedte wordt de minimale maat van 100mm aangenomen. Met deze waarde wordt het oppervlak van het contactvlak van de oplegging (A_{min}) bepaald. Met het totale oppervlak wordt dan de gemiddelde opleglengte, a_{gem} , bepaald.

De opleglengte dient te voldoen aan:

$$a_{gem} \geq a_1 + a_2 + c$$

waarin:

a_{gem} de gemiddelde opleglengte;

$$a_{gem} = \frac{A_{min}}{a_b}$$

waarin:

A_{min} het theoretisch minimale oplegvlak;

a_b de oplegbreedte.

$$A_{min} = 9300 \text{ mm}^2;$$

$$a_b = 100 \text{ mm.}$$

$$a_{gem} = 93 \text{ mm}$$

$$a_1 = \frac{3 \cdot F_d}{2 \cdot f_b \cdot a_b} \leq 50 + 0.004 \cdot L$$

voor balken op kolommen

waarin:

F_d de rekenwaarde van de oplegreactie;

f_b de rekenwaarde van de betondruksterkte;

L de dagmaat tussen de opleggingen.

$$F_d = 81000 \text{ N};$$

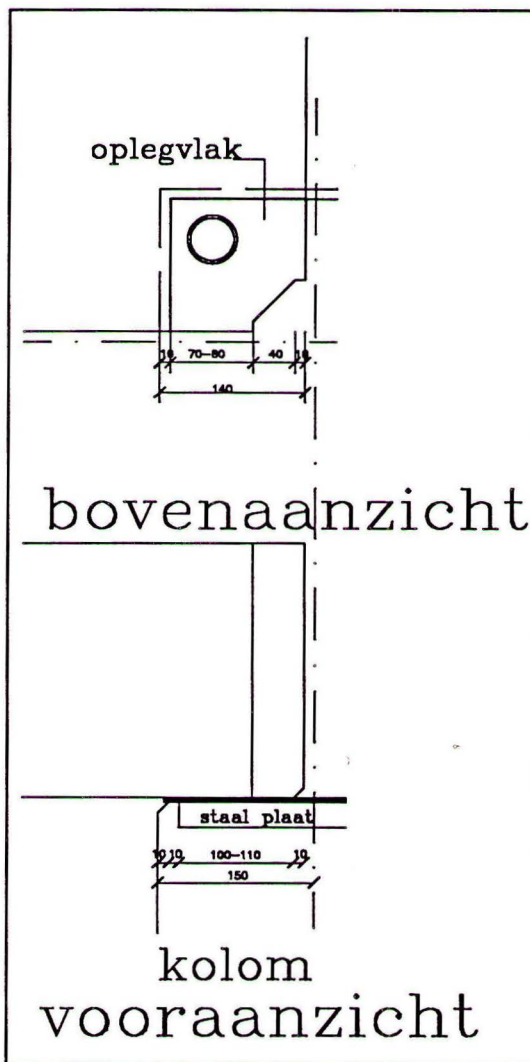
$$f_b = 33 \text{ N/mm}^2;$$

$$a_b = 100 \text{ mm};$$

$$L = 6900 \text{ mm.}$$

$$a_1 = 37 \leq 78 \text{ mm.}$$

$$a_1 = 78 \text{ mm.}$$



figuur 2: detail oplegging

$$a_2 = \frac{2 \cdot F_{\text{rep}}}{f_b \cdot a_b}$$

waarin:

F_{rep} de representatieve waarde van de oplegreactie.
 $F_{\text{rep}} = 61200 \text{ N}$.

$a_2 = 37 \text{ mm} < 25 \text{ mm}$ **Tussenlaag aanbrengen!!!**

bij het aanbrengen van de tussenlaag mag voor a_2 a_r aangehouden worden

a_r is de afstand van de rand van de tussenlaag tot de dag van de oplegging.

$a_r = 0 \text{ mm}$.

$c = 0$ de wapening loopt door tot aan het oppervlak van het beton.

$a_{\text{gem}} = 93 \text{ mm}$

$a = 93 \geq 78 + 0 + 0 = 78 \text{ mm}$ **Voldoet!!!**

Voor het maken van de berekeningen met betrekking tot dwarskracht is ook de overdrachtslengte van belang, deze berekening volgt hieronder.

Bepaling overdrachtslengte

In de volgende berekeningen wordt uitgegaan van 7-draads strengen, met een diameter van 12.9 mm.

Er zijn verschillende rekenmethoden voor het bepalen van de overdrachtslengte van voorspanstrengen in beton. Hier worden achtereenvolgens beproven:

- methode Bistyp;
- methode volgens de TGB (VBC1990).

Bepaling van de overdrachtslengte volgens Bistyp

k_1		faktor voor invloed van de strengen onderling;
k_2		faktor voor de betondekking;
k_3		factor voor de verhouding tussen aanvangsspanning in het beton en de betonsterkte;
D	ϕ_k	diameter van de streng;
σ_{pi}		spanning in het voorspanstaal;
f_{bi}	f_{bt}	rekenwaarde van de aanvangsdruksterkte van het beton;
σ_{bi}	σ'_{bi}	aanvangsdrukspanning in het beton;
l_t	l_0	gemiddelde waarde van de overdrachtslengte;
l_{td}	l	5% overschrijdingskans van de overdrachtslengte;
δ		intrekking van de strengen, rentree;
n		het aantal strengen;
a		de afstand <u>tussen</u> de strengen;
c_1	c	de betondekking;
E_p		elasticiteitsmodulus van de strengen.
K		faktor voor de verhouding tussen de aanvangsspanning (σ_{bi}) van het beton en de aanvangssterkte (f_{bi}) van het beton, en de afstand tussen de strengen en de betondekking; is $\sigma_{bi}/f_{bi} = 0.6$ en is de afstand tussen de strengen en de betondekking groter dan $5 \cdot D$ dan is de gemiddelde waarde van $K = 10.5$;
ψ		coëfficiënt voor de rekenwaarde van de overdrachtslengte opgebouwd uit k_1 , k_2 , k_3 en K.

Voor het model voor het bepalen van de overdrachtslengte definieerd Bistyp de overdrachtslengte als de afstand die nodig is om 95% van de voorspankracht op het beton over te dragen.

$$l_t = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot K \cdot D \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{pi}}{f_{bi}}}$$

waarin:

$$k_1 = 1 - 1.55 \cdot k_0$$

waarin:

k_0 de verhouding tussen de radiale drukspanning (P_o) en de radiale trekspanning (P).

$$k_0 = \frac{P_o}{P} = \frac{n}{2\pi} \cdot \frac{1}{1 + \frac{a}{D}}$$

waarin:

$$n = 4;$$

a de gemiddelde afstand tussen de strengen.

$$a = (70 + 30)/2 - 12.9 = 37 \text{ mm};$$

$$D = 12.9 \text{ mm.}$$

$$k_0 = 0.165.$$

$$k_1 = 0.744.$$

$$k_2 = 1 + \frac{0.35}{\left(\frac{c_1}{D} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}}$$

waarin:

$$c_1 = 55 \text{ mm.}$$

$$k_2 = 1.02.$$

$$k_3 = 2.2 - 1.45 \cdot \sqrt[3]{\frac{\sigma_{bi}}{f_{bi}}}$$

waarin:

$$\sigma_{bi} = (16.53 + 13.31)/2 = 14.92 \text{ N/mm}^2;$$

$$f_{bi} = 18 \text{ N/mm}^2.$$

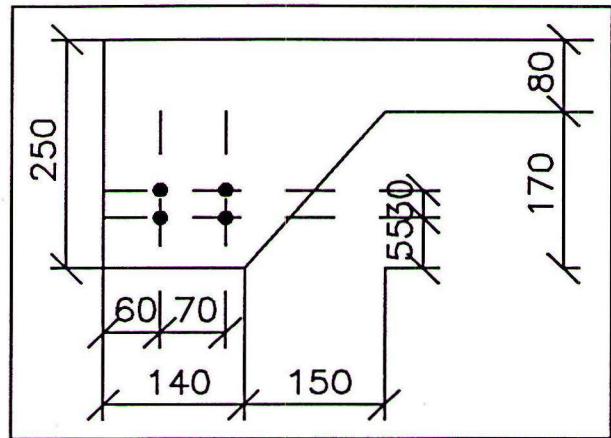
$$k_3 = 0.838.$$

$$K = 10.5.$$

$$\sigma_{pi} = (1305 + 1283)/2 = 1294 \text{ N/mm}^2.$$

De gemiddelde overdrachtslengte volgens Bistyp:

$$l_t = 0.744 \cdot 1.01 \cdot 0.838 \cdot 10.5 \cdot 12.9 \cdot \sqrt{(1294/18)} = 723 \text{ mm.}$$



figuur 3: afstanden tussen de middens van de strengen

Bepaling van de overdrachtslengte

NEN 6720 art. 9.7.3.

Berekening overdrachtslengte l_o :

$$l_o = 0.5 \cdot l_{vo} \cdot \frac{\sigma_{pi}}{f_p} \cdot \sqrt{\frac{f_b}{f_{bt}}}$$

waarin:

 l_o de overdrachtslengte; l_{vo} de basisverankeringslengte; σ_{po} aanvangsspanning in het voorspanstaal; f_p rekenwaarde van de 0.1%-rekgrens van het voorspanstaal; f_b rekenwaarde van de druksterkte van het beton; f_{bt} rekenwaarde van de druksterkte van het beton op tijdstip van aanspannen.

$$\sigma_{pi} = 1294 \text{ N/mm}^2;$$

$$f_p = 1450 \text{ N/mm}^2;$$

$$f_b = 33 \text{ N/mm}^2;$$

$$f_{bt} = 18 \text{ N/mm}^2.$$

$$l_{vo} = \alpha_1 \cdot \beta \cdot \phi_k \cdot \frac{f_p}{\sqrt{f_b}}$$

waarin:

$$\alpha_1 = 0.5;$$

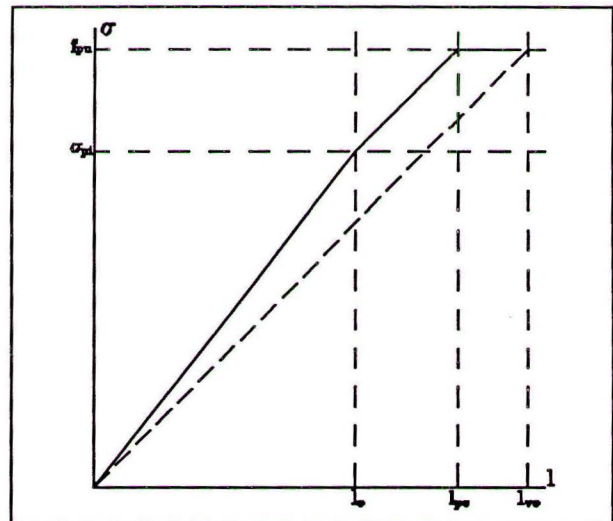
$$\beta = 1.0;$$

$$\phi_k = 12.9 \text{ mm};$$

$$f_p = 1450 \text{ N/mm}^2;$$

$$l_{vo} = 1628 \text{ mm.}$$

$$l_o = 979 \text{ mm.}$$



figuur 4: grafiek overdrachtslengte

tabel 1: overzicht overdrachtslengte

Bistyp	l_{gen}	l_o
TGB	723	≈868 979

In de verdere berekeningen is voor de overdrachtslengte de waarde uit de TGB, de normwaarde, aangehouden.

Rentree of intrekking

De afstand die het voorspanstaal ten gevolge van de verkorting van dat voorspanstaal in het beton wordt getrokken is de rentree ofwel intrekking. De rentree is dus de verkorting van het voorspanstaal over de overdrachtslengte, daarbij wordt er van uitgegaan dat de verkorting van het beton door de zich opbouwende voorspanning verwaarloosbaar klein is.

Bepaling rentree volgens den Uijl, TU-D [6]

$$\delta_r = \frac{\sigma_{pi} \cdot l_0}{\alpha \cdot E_p}$$

waarin:

α een vormfactor van het staalspanningsverloop. Een lineair staalspanningsverloop, behorend bij een uniforme aanhechtspanningsverdeling, geeft $\alpha=2$. Een parabolische staalspanningsverdeling, behorend bij een lineair aanhechtspanningsverloop met het maximum aan het uiteinde, geeft $\alpha=3$. Bij experimenten zijn waarden tussen $\alpha= 1.7$ en 2.6 gevonden. Statistisch onderzoek aan een groot aantal prefabelementen gaf als karakteristieke bovengrens voor $\alpha=2.86$.

Bepaling rentree volgens Bistyp [5]

$$\delta = \frac{\psi \cdot D}{E_p} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{pi}^3}{f_{bi}}}$$

waarin:

ψ koëfficiënt afhankelijk van:

- verhardingsgraad van het beton en de verhardingscondities;
- de betondrukspanning;
- de plaats en het aantal van de strengen (radiale drukspanning door naburige strengen).

$\psi = 4.6$ (voor een 5% overschrijdingskans);

$D = 12.9$ mm;

$E_p = 200000$ N/mm²;

$\sigma_{pi} = (1305 + 1283) / 2 = 1294$ N/mm²;

$f_{bi} = 18$ N/mm².

$\delta = 3.26$ mm.

Zoals uit de formules blijkt, zijn de intrekking δ en de overdracht lengte omgekeerd evenredig met σ_{pi}/f_{bi} , het is dus belangrijk dat het beton bij het aanspannen een zo hoog mogelijke druksterkte heeft.

Bepaling rekenwaarde toelaatbare dwarskracht NEN6720 art 8.2.

De maximaal toelaatbare schuifspanning moet groter zijn dan de optredende schuifspanning.

Om niet overal met spanningen te hoeven rekenen worden de dwarskracht en de maximale vloerbelasting per vierkante meter als referentie waarden genomen. De maximaal opneembare dwarskracht dient groter te zijn dan rekenwaarde van de dwarskracht van 81.0 kN. De maximaal opneembare vloerbelasting is dan groter dan de maximale vloerbelasting van $q_d = 12.5 \text{ kN/m}^2$.

De optredende schuifspanning moet voldoen aan:

$$\tau_u = \tau_1 + \tau_{sv} \geq \tau_2$$

Wordt door berekening aangetoond dat de maximaal op te nemen dwarskracht groter is dan de maximaal optredende dwarskracht dan wordt in principe ook voldaan aan bovenstaande formule.

Er is geen dwarskrachtwapening toegepast, τ_{sv} is daarom 0.

De maximaal toelaatbare schuifspanning τ_2 is :

$$\tau_2 = 0.2 \cdot f_b \cdot k_n \cdot k_o \geq 7 \cdot k_o \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

waarin:

$$f_b = 33 \text{ N/mm}^2;$$

$$k_n = \frac{5}{3} \left[1 - \frac{\sigma'_{bmd}}{f_b} \right] = 1.5 \geq 1.0$$

waarin:

σ'_{bmd} gemiddelde betondrukspanning ten gevolge van voorspanning;

Stel:

$$F_{pw} = n \cdot A_p \cdot \sigma_{pw}$$

waarin:

F_{pw} de werkvoorspanning in het voorspanstaal op tijdstip oneindig;

n het aantal strengen;

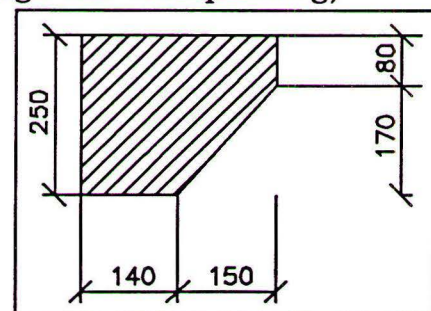
A_p oppervlakte van de doorsnede van het voorspanstaal;

σ_{pw} werkspanning in het voorspanstaal.

$$n = 4;$$

$$A_p = 100 \text{ mm}^2;$$

$$\sigma_{pw} = 1215 \text{ N/mm}^2 \text{ (zie bijlage 2, Voorspanverliezen).}$$



figuur 5: aangenomen doorsnede waarover de voorspankracht spreidt

$$F_{pw} = 486.0 \text{ kN};$$

$A_{bi} = 59750 \text{ mm}^2$, in figuur 5 het gearceerde oppervlak, dit wordt aangenomen omdat de voorspankracht nog niet over de volledige doorsnede is verdeeld.

$$\sigma'_{bmd} = 8.13 \text{ N/mm}^2.$$

$$k_n = 1.25 \nabla 1.0;$$

$$k_n = 1.0;$$

$k_\theta = 1$; er is geen dwarskrachtwapening toegepast.

$$\tau_2 = 0.2 \cdot 33 \cdot 1.0 \cdot 1 = 6.6 \text{ N/mm}^2 \nabla 7 \cdot 1 = 7 \text{ N/mm}^2.$$

$$\tau_2 = 6.6 \text{ N/mm}^2.$$

Bepaling maximaal op te nemen dwarskracht bij de oplegging

Doorsneden met geringe buigtrekspanning artikel 8.2.3.3

De normaalspanning ten gevolge van voorspankracht moet nog opgebouwd worden, en in beide richtingen is er nog nauwelijks een moment ten gevolge van eigen gewicht aanwezig.

Dit artikel mag toegepast worden als de buigtrekspanning kleiner is dan $0.25 \cdot f_{br}$.

$$f_{br} = (1.6 - h) \cdot f_{bm} \leq f_{bm}$$

waarin:

$$h = 0.25 \text{ m};$$

$$f_{bm} = 3.8 \text{ N/mm}^2.$$

$$f_{br} = 5.13 \text{ N/mm}^2 \leq f_{bm} = 3.8 \text{ N/mm}^2.$$

$$f_{br} = 5.13 \text{ N/mm}^2.$$

$$0.25 \cdot f_{br} = 0.25 \cdot 5.13 = 1.28 \text{ N/mm}^2.$$

Controle betontrekspanning

Uit het voorgaande blijkt dat de kracht vanaf de kop van de plaat wordt opgebouwd van nul aan de kop tot maximaal op l_0 . Met het toenemen van de voorspankracht zal ook het moment lineair toenemen.

De betonspanning wordt berekend met de formule:

$$\sigma_b = -\frac{F_p}{A_{bi}} \pm \frac{M \cdot z}{I_i}$$

waarin:

σ_b = de optredende betonspanning;

F_p = de werkspanning in het voorspanstaal in de beschouwde doorsnede;

M = rekenwaarde van het moment ten gevolge van alle belastingen over de hele plaat;

A_{bi} = gewogen oppervlak van de totale doorsnede van de plaat;

z = excentriciteit van de beschouwde vezel tot de zwaartelijns van de doorsnede.

$$F_p = F_{pw} \cdot \frac{x}{l_0} \quad \text{voor } x \leq l_0. \text{ (aangenomen wordt een lineair verloop van de opbouw van de voorspankracht over de overdrachtslengte)}$$

waarin:

F_{pw} de werkspanning in het voorspanstaal beschouwd over de aangegeven doorsnede;

x de afstand van de rand van de plaat tot de beschouwde doorsnede;

l_0 de overdrachtslengte.

$$F_{pw} = 486.0 \text{ kN};$$

$$\begin{aligned}
 l_0 &= 0.979 \text{ m;} \\
 A_b &= 59750 \text{ mm}^2, \text{ zie figuur 5 blz 12;} \\
 I_i &= 189782 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 \text{ (I van de totale plaat);} \\
 z_{\text{boven}} &= 81 \text{ mm;} \\
 z_{\text{onder}} &= 169 \text{ mm.}
 \end{aligned}$$

$$M = M_p - M_d$$

waarin:

M_p moment ten gevolge van de excentriciteit van de voorspankracht ten opzichte van het zwaartepunt van de betondoorsnede;

M_d rekenwaarde van het moment ten gevolge van de verticale belastingen in de beschouwde doorsnede.

$$M_p = 178.0 \text{ kNm.}$$

$$M_d = \frac{q_d \cdot b \cdot (l - x) \cdot x}{2}$$

waarin:

q_d rekenwaarde van de verticale belastingen;

b de breedte van de plaat;

l lengte van de plaat;

x de afstand van de kop van de plaat tot de beschouwde doorsnede.

$$q_d = 12.5 \text{ kN/m}^2;$$

$$b = 3.6 \text{ m;} \\ l = 7.2 \text{ m;} \\$$

tabel 2: spanningen in het beton nabij de oplegging

x [m]	F_p [kN]	M_d [kNm]	M_p [kNm]	$\sigma_{b,\text{boven}}$ [N/mm ²]	$\sigma_{b,\text{onder}}$ [N/mm ²]
0	0	0	0	0	0
0.1	49.6	16.0	18.2	-0.93	-1.03
0.2	99.3	31.5	36.4	-1.87	-2.09
0.3	148.9	46.6	54.5	-2.83	-3.20
0.4	198.6	61.2	72.7	-3.82	-4.35
0.5	248.2	75.4	90.9	-4.82	-5.54
0.979	486.0	137.0	178.0	-9.88	-11.87

Uit tabel 2 blijkt dat in het gebied van de overdrachtslengte l_0 het beton onder druk staat. Daarom mag over deze lengte met de regels voor **doorsneden met geringe buigtrekspanning** (art 8.2.3.3) gerekend worden.

Berekening

artikel 8.2.3.3 normtekst:

Voor de maximaal op te nemen dwarskracht geldt:

$$V = \frac{b_w \cdot I}{S} \cdot \sqrt{f_b^2 + \sigma'_{bmd} \cdot f_b}$$

waarin:

V = maximaal opneembare dwarskracht in de beschouwde snede;

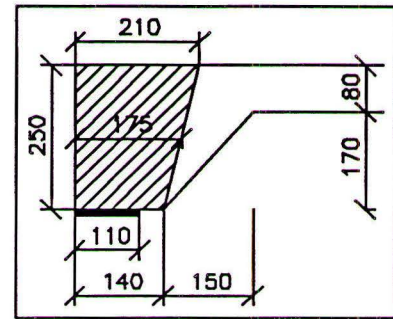
b_w = gemiddelde breedte van de betonrib van de over de hoogte verlopende doorsnede;

I = traagheidsmoment van de beschouwde doorsnede;

S = statisch moment van de het afschuivende deel ten opzichte van de neutrale lijn van de beschouwde snede;

f_b = rekenwaarde van de treksterkte van beton;

σ'_{bmd} = betonspanning ten gevolge van centrische voorspankracht.



figuur 6: breedte van de rib

Voorgespannen zijde:

b_w bij een over de hoogte van het lijf verlopende lijfbreedte mag voor b de gemiddelde breedte worden aangehouden, echter met een maximum van 1.25 maal de minimale breedte.

$$b_w = 140 + 150/2 = 215 \text{ mm} \nlessgtr 1.25 \cdot 140 = 175 \text{ mm.}$$

$$b_w = 175 \text{ mm;}$$

$$I = 224826400 \text{ mm}^4;$$

$$S = 1355100 \text{ mm}^3;$$

$$f_b = 1.9 \text{ N/mm}^2.$$

$$\sigma'_{bmd} = \frac{x}{l_0} \cdot \frac{F_{pw}}{A_{bi}}$$

waarin:

x de afstand van de rand van de plaat tot de beschouwde snede, zie tabel 3;

l_0 overdrachtslengte;

F_{pw} de voorspankracht in de rib;

A_{bi} het oppervlak van de rib.

$$l_0 = 979 \text{ mm;}$$

$$F_{pw} = 486000 \text{ N;}$$

$$A_{bi} = 59750 \text{ mm}^2, \text{ zie figuur 5.}$$

tabel 3: opneembare dwarskracht in de beschouwde snede

x [mm]	σ'_{bmd} [N/mm ²]	V_p [kN]
0	0	55.2
100	0.83	66.1
200	1.66	73.5
300	2.49	83.9
400	3.32	91.5
500	4.15	98.5
979	8.13	126.8

V_p is de dwarskracht van de voorgespannen ribbe

Niet voorgespannen zijde:

$$V = \frac{b_w \cdot I}{S} \cdot \sqrt{f_b^2 + \sigma'_{bmd} \cdot f_b}$$

waarin:

$$\begin{aligned} b_w &= 175 \text{ mm}; \\ I &= 224826400 \text{ mm}^4; \\ S &= 1355100 \text{ mm}^3; \\ f_b &= 1.9 \text{ N/mm}^2; \\ \sigma'_{bmd} &= 0 \text{ N/mm}^2. \end{aligned}$$

$$V_s = 55.2 \text{ kN.}$$

De opneembare dwarskracht is het laagst bij de oplegging, echter door de verzwaring van de doorsnede zal opneembare dwarskracht groter worden. Dit zal het geval zijn tot ongeveer 500 mm uit van de kop van de plaat, het einde van de verzwaring.

Ook uit tabel 3 blijkt dat de door de doorsnede maximaal op te nemen dwarskracht groter is dan de rekenwaarde van de oplegreactie ($V_d = 81.0 \text{ kN}$).

Methode volgens Hegger

De bezijkbelasting ten gevolge van dwarskracht (V_u) is uit drie componenten opgebouwd. Deze zijn een aandeel opgenomen door het beton (V_b), een aandeel opgenomen door de dwarskracht wapening (V_s) en een aandeel opgenomen door de opgebogen voorspanwapening (V_p). De waarde van V_u is begrensd, deze grenswaarde wordt bepaald door het bezwijken van de drukdiagonaal (V_2).

In formulevorm:

$$V_u = V_b + V_s + V_p \leq V_2$$

Het betonaandeel van de opneembare dwarskracht

$$V_b = 0.19 \cdot k_b \cdot k_w \cdot k_d \cdot k_p \cdot b_g \cdot d$$

waarin:

- k_b een factor voor de betondruksterkte;
- k_w een factor voor het langswapeningspercentage;
- k_d een factor voor de vorm van de betondoorsnede;
- k_p een factor voor voorspangraad.
- b_g de gemiddelde breedte van de betonrib;
- d de nuttige hoogte van de betonrib;

$$k_b = \sqrt{f_{c, \text{gem}}}$$

waarin:

$f_{c, \text{gem}}$ de gemiddelde kubusdruksterkte.

$$f_{c, \text{gem}} = 65 \text{ N/mm}^2 \text{ (aanname).}$$

$$k_b = 8.1$$

$$k_w = \sqrt[3]{\omega_0}$$

waarin:

ω_0 het wapeningspercentage;

$$\omega_0 = 100 \cdot \frac{A_p + A_s}{b_g \cdot d} \quad [\%]$$

waarin:

- A_p oppervlakte van de doorsnede van voorspanstaal;
- A_s oppervlakte van de doorsnede van betonstaal;

$$A_p = 400 \text{ mm}^2 \text{ (voorspanwapening);}$$

$$A_s = 402 \text{ mm}^2 \text{ (haarspelden);}$$

$$b_w = 175 \text{ mm, zie figuur 7;}$$

$$d = 180 \text{ mm.}$$

$$\omega_0 = 2.55$$

$$k_\omega = 1.37$$

$$k_d = 0.70 + 0.15 \cdot \frac{b}{b_w} \geq 1$$

waarin:

b breedte van de betonrib;
 b_w de minimale breedte.

$b = 210$ mm, zie figuur 7;

$b_w = 140$ mm.

$$k_d = 0.925$$

$$k_m = 1 + 1.25 \cdot \frac{M_o}{M_u} \geq 2.0$$

waarin:

$$M_o = N_p \cdot \frac{I_i}{x} \cdot \left[\frac{1}{A_b} + \frac{e_p \cdot x}{I_i} \right] \quad M_o = \frac{N_p \cdot I_i}{A_b \cdot x}$$

waarin:

M_o "decompressie moment";

N_p voorspankracht in de beschouwde snede;

I_i weerstandsmoment van de beton doorsnede;

x afstand van de oplegging tot de beschouwde snede;

A_b het betonoppervlak;

e_p afstand van de bovenkant van de plaat tot het hart van de voorspanwapening.

$N_p =$ lineair over de overdrachts lengte $l_0 = 979$ mm;

$I_b = 1897818000$ mm⁴;

$A_b = 444000$ mm²;

$e_p = 186$ mm.

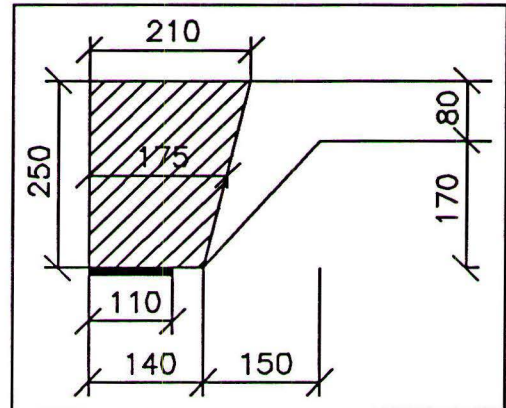
M_u het maximale belastings moment berekend met een veiligheid van 1.75.

$$M_u = 1.75 \cdot (M_p + M_g).$$

waarin:

$M_p =$ moment ten gevolge van voorspanning;

$M_g =$ moment ten gevolge van permanente belasting.



figuur 7: aangenomen betondoorsnede

tabel 4: bepaling van de factor k_m

x	N'_p	M_0	M_u	k_m
[m]	[kN]	[kNm]	[kNm]	
0	0	∞	0	∞
0.1	149.9	665.9	69.9	12.9
0.2	299.8	691.1	139.2	7.2
0.3	449.7	716.3	207.9	5.3
0.4	599.6	741.5	276.1	4.4
0.5	749.5	766.7	343.6	3.8
0.6	899.4	791.9	410.5	3.4
0.7	1049.4	817.1	476.9	3.1
0.8	1199.3	842.2	542.6	2.9
0.9	1349.2	867.4	607.8	2.8
0.979	1467.6	887.3	658.8	2.7

Uit de tabel 4 blijkt dat $f_m = 2.0$ voor de afstand kleiner dan de overdrachts-
lengte.

$$V_b = 0.19 \cdot 8.1 \cdot 1.37 \cdot 0.925 \cdot 2.0 \cdot 175 \cdot 180$$

$$V_b = 122.9 \text{ kN}$$

Uiterst opneembare dwarskracht

(bezwijken drukdiagonaal)

$$V_2 = 0.228 \cdot b_g \cdot d \cdot f_{c,gem} \cdot (1 + \cot \alpha)$$

waarin:

V_2 dwarskracht waarbij de drukdiagonaal bezwijkt.

α de hoek van de dwarskrachtwapening met de horizontale as.

Er is geen dwarskrachtwapening toegepast, daardoor zal de dwarskracht niet zo hoog kunnen oplopen dat de drukdiagonaal bezwijkt. Verder is er geen sprake van een dunlijvige balk. V_2 zal daarom niet kunnen optreden.

In de korte overspanningsrichting

$$V_b = 0.19 \cdot k_b \cdot k_w \cdot k_d \cdot k_m \cdot b_g \cdot d$$

waarin:

$$k_b = 8.1$$

$$k_w = \sqrt[3]{\omega_0}$$

waarin:

$$\omega_0 = 100 \cdot \frac{A_p + A_s}{b_g \cdot h} \quad [\%]$$

waarin:

$$A_s = 1005 \text{ mm}^2 \text{ (wapening en haarspelden);}$$

$$b_g = 210 \text{ mm;}$$

$$h = 211 \text{ mm.}$$

$$\omega_0 = 2.27$$

$$k_w = 1.31;$$

$$\begin{aligned}k_d &= 1.0; \\k_m &= 1.0; \\b_g &= 210 \text{ mm}; \\d &= 211 \text{ mm}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_b &= 0.19 \cdot 8.1 \cdot 1.31 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 210 \cdot 211 \\V_b &= 89.3 \text{ kN}\end{aligned}$$

Totaal

Beide doorsneden voldoen aan de eis van de maximale dwarskracht V_u .

Bepaling breukmoment met behulp van de evenwichtsbelastingsmethode

Uiterst op te nemen moment

Het uiterst op te nemen moment wordt over de gehele plaatbreedte beschouwd en kan daarmee als bovengrens van het draagvermogen beschouwd worden.

$$M_u = A_p \cdot f_p \cdot (d - y)$$

waarin:

- M_u het uiterst opneembaar buigend moment (breukmoment);
- A_p oppervlakte van de doorsnede van voorspanstaal;
- f_p de treksterkte van voorspanstaal;
- d nuttige hoogte van de betondoorsnede;
- y afstand van de drukresultante tot de meest gedrukte rand.

$$A_p = 1400 \text{ mm}^2 \quad (14\phi 12,9);$$

$$f_p = 1450 \text{ N/mm}^2;$$

$$d_p = (10 \cdot 165 + 4 \cdot 165) / 14 = 186 \text{ mm}.$$

$$y = \beta \cdot x_u$$

waarin:

- β de faktor voor de afstand van het zwaartepunt van de betondrukzone tot de bovenkant van de plaat (afhankelijk van de ϵ'_{bu} en ϵ_{bpl});
- x_u de hoogte van de betondrukzone.

$$\beta = 7/18;$$

$$x_u = \frac{A_p \cdot f_p}{\alpha \cdot b \cdot f_b}$$

waarin:

- α de faktor voor de vorm van de betondrukzone (afhankelijk van de ϵ'_{bu} en ϵ_{bpl});
- b de plaat breedte;
- f_b de betondruksterkte.

$$\alpha = 0.75;$$

$$b = 3600 \text{ mm};$$

$$f_b = 33 \text{ N/mm}^2.$$

Controle x_u . (NEN6720 art. 8.1.3)

$$\frac{x_u}{d} \leq \frac{500}{500 + f} - \beta$$

waarin:

- x_u de hoogte van de betondrukzone;
- d nuttige hoogte van de betondoorsnede;
- f getalwaarde van de spanning in N/mm^2 ;
- β verhoudingsgetal bij herverdeling.

$$x_u = 23 \text{ mm};$$

$$d = 186 \text{ mm};$$

$$f = \frac{(1 - \alpha) \cdot f_{pu} \cdot A_p + f_s \cdot A_s}{A_p + A_s}$$

waarin:

- α faktor voor het voorspannivo van de werkvoorspanning ten opzichte van de rekenwaarde van de treksterkte van het voorspanstaal;
- f_p de rekenwaarde van de treksterkte van het voorspanstaal;
- A_p oppervlakte van de doorsnede van voorspanstaal;
- f_s de rekenwaarde van de treksterkte van het voorspanstaal;
- A_s oppervlakte van de doorsnede van betonstaal.

$$f_p = 1450;$$

$$\alpha = 1199/1450;$$

$$A_p = 1400 \text{ mm}^2;$$

$$f_s = 0;$$

$$A_s = 0.$$

$$f = 251 \text{ N/mm}^2 (=1450-1199 \text{ er is geen betonstaal toegepast});$$

$$\beta = 0 \text{ (er wordt niet het herverdeeld).}$$

geeft:

$$0.124 \leq 0.666 \text{ **Voldoet!!!}**}$$

$$M_u = 1400 \cdot 1450 \cdot (186 - 9) = 359.31 \text{ kNm}$$

Omgerekend naar een gelijkmatig verdeelde belasting:

$$q_u = 15.4 \text{ kN/m}^2.$$

$$q_q = (15.4 - (5.44 \cdot 1.2)) / 1.5 = 5.9 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{rep} = 5.9 + 5.44 = 11.34 \text{ kN/m}^2$$

De oplegreactie per hoek van de vloerplaat is dan:

$$V_u = 99.8 \text{ kN};$$

$$V_{rep} = 73.5 \text{ kN}.$$

Moment in de niet voorgespannen richting

aanwezig wapening $6\phi 16$ en $18\phi 10$.

$$M_u = A_s \cdot f_s \cdot (d - y)$$

waarin:

- M_u het uiterst opneembaar buigend moment (breukmoment);
- A_s oppervlakte van de doorsnede van voorspanstaal;
- f_s de treksterkte van voorspanstaal;
- d nuttige hoogte van de betondoorsnede;
- y afstand van de drukresultante tot de meest gedrukte rand.

$$A_s = 1400 \text{ mm}^2 \quad (14\phi 12,9);$$

$$f_s = 1450 \text{ N/mm}^2;$$

$$d = h - c - \phi_{\text{beugel}} - \frac{1}{2}\phi_{\text{wapening}}$$

waarin:

- d de nuttige hoogte van de betondoorsnede;
- h de hoogte an de plaat;
- c de betondekking;
- ϕ_{beugel} de diameter van de beugels;
- ϕ_{wapening} diameter van de hoofdwapening.

$$h = 250 \text{ mm};$$

$$c = 25 \text{ mm};$$

$$\phi_{\text{beugel}} = 6 \text{ mm};$$

$$\phi_{\text{wapening}} = \phi 16.$$

$$d = 211 \text{ mm (voor de staven } \phi 16);$$

$$d = 214 \text{ mm (voor de staven } \phi 10).$$

$$d_{\text{gem}} = 213 \text{ mm.}$$

$$d = (10 \cdot 165 + 4 \cdot 165) / 14 = 186 \text{ mm.}$$

$$y = \beta \cdot x_u$$

waarin:

- β de faktor voor de afstand van het zwaartepunt van de betondrukzone tot de bovenkant van de plaat (afhankelijk van de ϵ'_{bu} en ϵ_{bpl});
- x_u de hoogte van de betondrukzone.

$$\beta = 7/18;$$

$$x_u = \frac{A_p \cdot f_p}{\alpha \cdot b \cdot f_b}$$

waarin:

- α de faktor voor de vorm van de betondrukzone (afhankelijk van de ϵ'_{bu} en ϵ_{bpl});
- b de plaat breedte;
- f_b de betondruksterkte.

$$\begin{aligned}\alpha &= 0.75; \\ b &= 7200 \text{ mm}; \\ f'_b &= 33 \text{ N/mm}^2.\end{aligned}$$

$$x_u = 6 \text{ mm.}$$

$$y = 2 \text{ mm.}$$

$$M_u = (1206 + 1414) \cdot 435 \cdot (213 - 2) = 240.5 \text{ kNm}$$

Omgerekend naar een gelijkmatig verdeelde belasting:

$$q_u = 20.6 \text{ kN/m}^2.$$

Deze belasting is groter dan de 15.4 kN/m^2 van de voorgespannen zijde en daarmee niet maatgevend.

$\omega_0 = 0.171\%$ dat is minder dan het minimale wapeningspercentage van 0.24% !

◆

Bijlage 3: Berekeningen van:

Dwarskracht bezwijkwaarde

volgens:

- NEN 6720;

- Hegger;

Breukmoment.

Inhoud

Inhoud	2
Lijst van afbeeldingen	3
Lijst van tabellen	3
Bepaling bezwijkwaarde dwarskracht	1
Gegevens	1
Algemeen	1
Voorspanstaal	1
Betonstaal	1
Beton	1
Bezwijktreksterkte van het beton	3
Bepaling M en D capaciteit van de voorgespannen ribbe	4
Berekening bezwijkwaarde van de dwarskracht	4
Bepaling scheurmoment van de voorgespannen ribbe	6
Het bezwijkmoment van de beschouwde doorsnede	7
Bepaling momentcapaciteit van de niet voorgespannen ribbe	8
Bepalen bezwijkmoment niet voorgespannen rib	8
Bepaling invloed van de stijfheid van de niet voorgespannen rib	11
Het model	11
Randvoorwaarden/opleggingen	12
Geometrie	12
Belastingen	12
Resultaten	13
Berekening	14
Berekening dwarskracht met wringing	15
Bepaling scheurmoment van de hele plaat	17
Bepaling breukmoment van de hele plaat	18
Bepaling van de bezwijkbelasting met de methode Hegger	20
Het betonaandeel van de opneembare dwarskracht	20
Uiterst opneembare dwarskracht	22
De niet voorgespannen ribbe	22

Lijst van afbeeldingen

figuur 1: tekening van de plaat	2
figuur 2: betondoorsnede voor bepaling dwarskracht	4
figuur 3: aangenomen betondoorsnede voor spreiding voorspankracht	5
figuur 4: aangenomen verticale doorsnede	6
figuur 5: belastingsverdeling op de niet voorgespannen zijde	10
figuur 6: elementen verdeling als ingevoerd	11
figuur 7: invloed van de stijfheid van de niet voorgespannen rib	13
figuur 8: bepaling van de hoofdspanning volgens de theorie van Mohr	15
figuur 9: aangenomen betondoorsnede	21

Lijst van tabellen

tabel 1: bezwijkwaarde van de op te nemen dwarskracht	5
tabel 2: invloed van de stijfheid van de niet voorgespannen rib	13
tabel 3: overzicht van de berekende scheur- en breukmomenten tijdens het beproeven	18
tabel 4: optredende momenten	19
tabel 5: bepaling van de faktor k_m	22

Bepaling bezwijkwaarde dwarskracht NEN6720 art 8.2.

In plaats van de rekenwaarden van de toelaatbare spanningen worden nu de breukspanningen ingevuld. Voor de bezwijkbelasting bij het beproeven wordt uitgegaan van een betonkwaliteit van B70 met een gemiddelde druksterkte van $f_{gem} = 75 \text{ N/mm}^2$.

Gegevens

Algemeen

afmetingen: 7200·3600·250 mm, zie figuur 1, op pagina 2.
de spiegel is 80 mm dik;
eigengewicht van de plaat = 3.69 kN/m².

Voorspanstaal

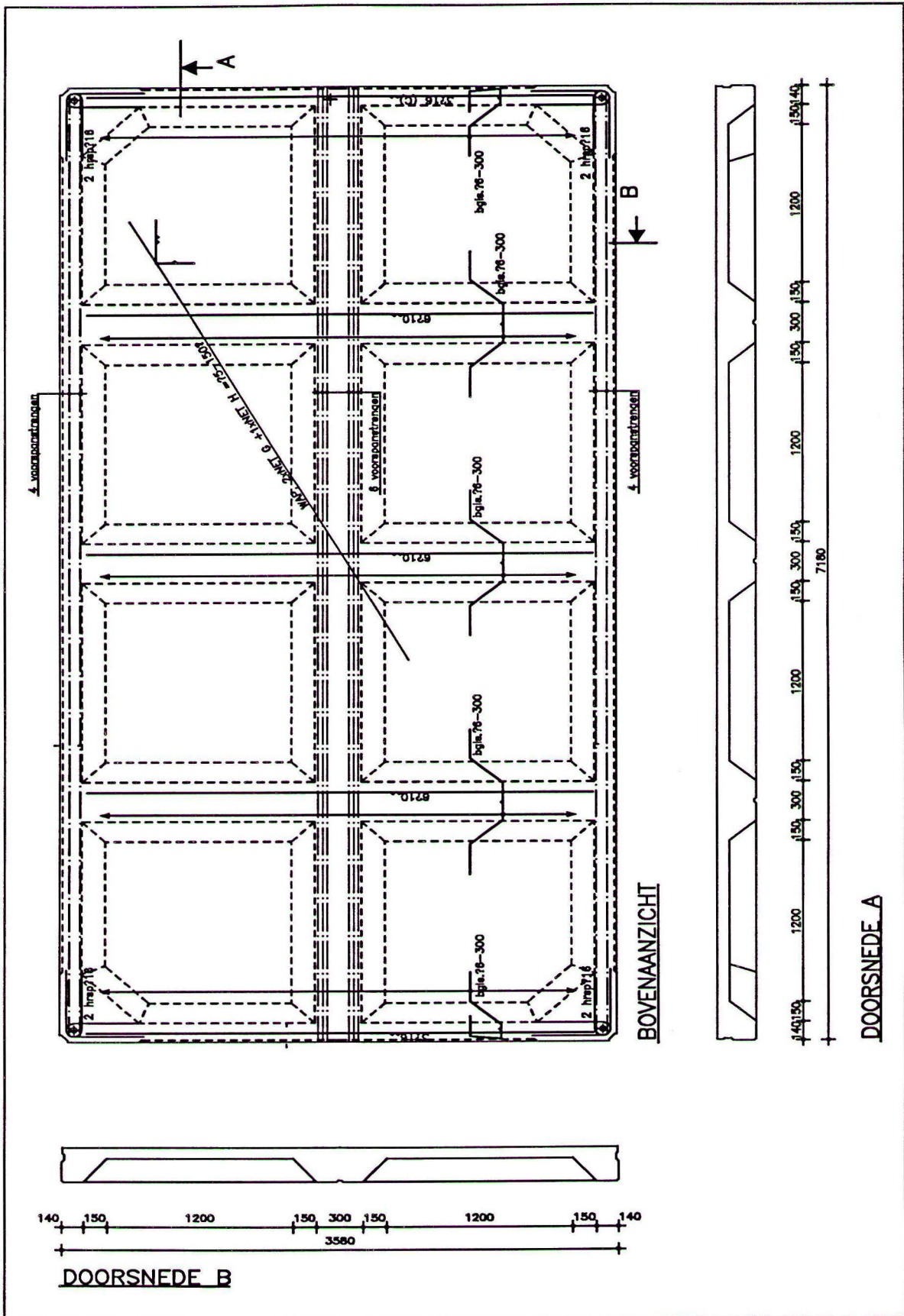
diameter 12.9 mm ($A_p = 100 \text{ mm}^2$);
aantal strengen 14 stuks;
kwaliteit FeP1860;
voorspankracht bij aanspannen $F_{pi} = 139.4 \text{ kN/streng}$;
 $f_{purep} = 1860 \text{ N/mm}^2$ representatieve waarde treksterkte voorspanstaal;
 $f_{pu} = 1690 \text{ N/mm}^2$ rekenwaarde treksterkte voorspanstaal;
 $f_{prep} = 1600 \text{ N/mm}^2$ representatieve waarde van de 0.1%-rekgrens van het voorspanstaal;
 $f_p = 1450 \text{ N/mm}^2$ rekenwaarde van de 0.1%-rekgrens van het voorspanstaal;
 $\epsilon_{pu} = 3.5 \%$ rek van het voorspanstaal bij maximale belasting;
 $A_p = 100 \text{ mm}^2$ oppervlak van de voorspanstreng;
 $E_p = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ elasticiteitsmodulus van het voorspanstaal.

Betonstaal

diameters 10 en 16 mm;
kwaliteit FeB500;
 $f_{srep} = 500 \text{ N/mm}^2$ representatieve waarde treksterkte betonstaal;
 $f_s = 435 \text{ N/mm}^2$ rekenwaarde van de 0.1%-rekgrens van het betonstaal;
 $\epsilon_{pu} = 3.25 \%$ rek van het betonstaal bij maximale belasting;
 $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ elasticiteitsmodulus van het betonstaal.

Beton

klasse B70;
gemiddelde druksterkte $f_{cgem} = 75 \text{ N/mm}^2$;
 $f_{ck} = 70 \text{ N/mm}^2$ karakteristieke kubusdruksterkte;
 $f_b = 33 \text{ N/mm}^2$ rekenwaarde van de druksterkte van het beton;
 $f_b = 1.90 \text{ N/mm}^2$ rekenwaarde van de treksterkte van het beton;
 $f_{bm} = 3.8 \text{ N/mm}^2$ gemiddelde treksterkte van beton;
 $E'_b = 36000 \text{ N/mm}^2$ elasticiteitsmodulus van beton;
 $\epsilon'_{bpl} = 1.75 \%$ betonstuk bij het begin van plastische vervorming;
 $\epsilon'_{bu} = 2.00 \%$ grenswaarde van de betonstuk voor korteduur belasting;
 $\epsilon'_{bu} = 3.50 \%$ grenswaarde van de betonstuk voor langeduur belasting.



figuur 1: tekening van de plaat

Bezwijktreksterkte van het beton

Uitgegaan wordt van een betonsterkteklasse van B70, de gemiddelde betondruksterkte is de platen wordt gesteld op 75 N/mm². Voor de treksterkte van het beton geldt dan:

$$f_b = k_t \cdot k_s \cdot (1 + 0.05 \cdot f_{c_{gem}})$$

waarin:

- f_b de betontreksterkte;
- k_t tijdfactor afhankelijk van de snelheid van belasten;
- k_s faktor voor het omrekenen van kubusdruksterkte naar zuivere betondruksterkte;
- $f_{c_{gem}}$ de gemiddelde kubusdruksterkte.

De faktor voor belasten is afhankelijk van de snelheid waarmee de kubusdruksterkte (referentiesterkte) wordt bepaald en van de snelheid waarmee de proeven worden uitgevoerd. Voor de invloed van de belastingsnelheid wordt in [3] gegeven:

$$k_t = \left(\frac{V_0}{V} \right)^{0.035}$$

waarin:

- V_0 referentiesnelheid;
- V belastingsnelheid.

$V_0 = 60$ seconden;

$V = 1150$ seconden, de gemiddelde tijd van de drie proeven van het begin van de proef tot bezwijken.

$$k_t = 0.90$$

$$k_s = 0.85$$

$$f_b = 0.90 \cdot 0.85 \cdot (1 + 0.05 \cdot 75) = 3.63 \text{ N/mm}^2.$$

Bepaling M en D capaciteit van de voorgespannen ribbe

Voor de berekeningen van de bezwijkwaarde van dwarskracht bezwijkmoment is een balk aangenomen met de afmetingen van de ribben van de plaat.

Berekening bezwijkwaarde van de dwarskracht

artikel 8.2.3.3 normtekst:

Voor de maximaal op te nemen dwarskracht geldt:

$$V = \frac{b_w \cdot I}{S} \cdot \sqrt{f_{gem}^2 + \sigma'_{bmd} \cdot f_{gem}}$$

waarin:

V = maximaal opneembare dwarskracht in de beschouwde snede;

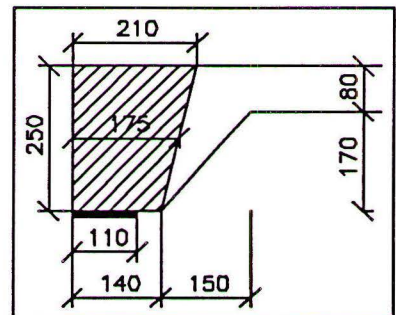
b_w = gemiddelde breedte van de betonrib van de over de hoogte verlopende doorsnede;

I = traagheidsmoment van de beschouwde doorsnede;

S = statisch moment van de het afschuivende deel ten opzichte van de neutrale lijn van de beschouwde snede;

f_{gem} = gemiddelde waarde van de bezwijktreksterkte van beton;

σ'_{bmd} = betonspanning ten gevolge van centrische voorspankracht.



figuur 2: betondoorsnede voor bepaling dwarskracht

b_w bij een over de hoogte van het lijf verlopende lijfbreedte mag voor b de gemiddelde breedte worden aangehouden, echter met een maximum van 1.25 maal de minimale breedte.

$$b_w = 140 + 150/2 = 215 \text{ mm} \nlessgtr 1.25 \cdot 140 = 175 \text{ mm.}$$

$$b_w = 175 \text{ mm;}$$

$$I = 224826400 \text{ mm}^4;$$

$$S = 1355100 \text{ mm}^3;$$

$$f_{gem} = 3.63 \text{ N/mm}^2.$$

$$\sigma'_{bmd} = \frac{x}{l_o} \cdot \frac{F_{pw}}{A_{bi}}$$

waarin:

σ'_{bmd} gemiddelde betondrukspanning ten gevolge van voorspanning;

Stel:

$$F_{pw} = n \cdot A_p \cdot \sigma_{pw}$$

waarin:

F_{pw} de werkvoorspanning in het voorspanstaal op tijdstip oneindig;

n het aantal strengen;

A_p oppervlakte van de doorsnede van het voorspanstaal;

σ_{pw} werkspanning in het voorspanstaal.

$$n = 4;$$

$$A_p = 100 \text{ mm}^2;$$

$$\sigma_{pw} = 1199 \text{ N/mm}^2 \text{ (zie bijlage 2, Voorspanverliezen blz. 18).}$$

$$F_{pw} = 479.6 \text{ kN};$$

$A_{bi} = 59750 \text{ mm}^2$, in figuur 3 het gearceerde oppervlak, dit wordt aangenomen omdat de voorspankracht nog niet over de volledige doorsnede van de plaat is verdeeld.

x de afstand van de rand van de plaat tot de beschouwde snede, zie tabel 1;

l_o overdrachtslengte;

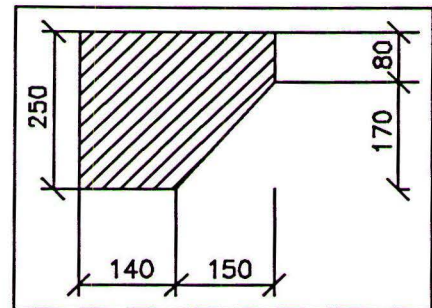
F_{pw} de voorspankracht in de rib;

A_{bi} het oppervlak van de rib.

$$l_o = 979 \text{ mm};$$

$$F_{pw} = 479600 \text{ kN};$$

$$A_{bi} = 59750 \text{ mm}^2, \text{ zie figuur 3 blz 5.}$$



figuur 3: aangenomen betondoorsnede voor spreiding voorspankracht

tabel 1: bezwijkwaarde van de op te nemen dwarskracht

x	σ_{boven}	σ_{onder}	σ'_{bmd}	V_p
0	0	0	0	105.4
0.1	-0.77	-0.70	0.73	115.5
0.2	-1.56	-1.44	1.50	125.3
0.3	-2.37	-2.24	2.31	134.8
0.4	-3.21	-3.09	3.15	144.0
0.5	-4.07	-3.98	4.03	153.1
0.6	-4.96	-4.92	4.94	161.9
0.979	-8.53	-8.95	8.74	194.5

Bepaling scheurmoment van de voorgespannen ribbe

$$M_r = M_s + M_p$$

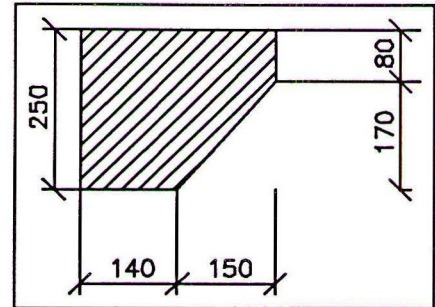
waarin:

- M_s scheurmoment van de zuivere betondoorsnede, gearceerde deel figuur 4;
- M_p moment van de voorspanwapening ten opzichte van het zwaartepunt van de doorsnede.

$$M_s = f_{br} \cdot I / z$$

waarin:

- f_{br} gemiddelde buigtreksterkte van het beton (korte duur);
- I traagheidsmoment van de betondoorsnede;
- z afstand van het zwaartepunt van de doorsnede tot de meest getrokken vezel.



figuur 4: aangenomen verticale doorsnede

$$f_{br} = (1.6 - h) \cdot f_{bm} \leq f_{bm}$$

waarin:

- h totale hoogte van de betondoorsnede;
- f_{bm} gemiddelde treksterkte van het beton (korte duur).

$$h = 0.250 \text{ m};$$

$$f_{bm} = 2 \cdot f_b$$

waarin:

- f_b de gemiddelde korteduur treksterkte van het beton.

$$f_b = 3.63 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{bm} = 7.26 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{br} = 9.80 \text{ N/mm}^2$$

$$I = 285132250 \text{ mm}^4$$

$$z = 140 \text{ mm. (250-110)}$$

$$M_{\text{scheur}} = 20.0 \text{ kNm}$$

$$M_p = A_p \cdot \sigma_{pw} \cdot (d - z)$$

waarin:

- A_p oppervlak van de voorspanstreng;
- σ_{pw} werkspanning in het voorspanstaal;
- d nuttige hoogte van de betondoorsnede;
- z afstand van het zwaartepunt van de betondoorsnede tot de bovenkant van de plaat.

$$A_p = 400 \text{ mm}^2;$$

$$\sigma_{pw} = 1199 \text{ N/mm}^2;$$

$$d = 180 \text{ mm};$$

$$z = 110 \text{ mm}.$$

$$M_p = 33.6 \text{ kNm}.$$

$$M_r = 20.0 + 33.6 = 53.6 \text{ kNm}.$$

Het bezwijkmoment van de beschouwde doorsnede

$$M_u = A_p \cdot f_p \cdot (d - y)$$

waarin:

- M_u het uiterst opneembaar buigend moment (breukmoment);
- A_p oppervlakte van de doorsnede van voorspanstaal;
- f_p de treksterkte van voorspanstaal;
- d nuttige hoogte van de betondoorsnede;
- y afstand van de drukresultante tot de meest gedrukte rand.

$$A_p = 400 \text{ mm}^2 \quad (4\phi 12,9);$$

$$f_p = 2000 \text{ N/mm}^2; \text{ (volgens opgave fabrikant)}$$

$$d_p = 180 \text{ mm}.$$

$$y = \beta \cdot x_u$$

waarin:

- β de faktor voor de afstand van het zwaartepunt van de betondrukzone tot de bovenkant van de plaat (afhankelijk van de ϵ'_{bu} en ϵ_{bpl});
- x_u de hoogte van de betondrukzone.

$$\beta = 379/679;$$

$$x_u = \frac{A_p \cdot f_p}{\alpha \cdot b \cdot f_b}$$

waarin:

- α de faktor voor de vorm van de betondrukzone (afhankelijk van de ϵ'_{bu} en ϵ_{bpl});
- b de plaat breedte;
- f_b de betondruksterkte.

$$\alpha = 19/26;$$

$$b = 640 \text{ mm};$$

$$f_b = 75 \text{ N/mm}^2.$$

$$x_u = 23 \text{ mm};$$

$$d = 180 \text{ mm};$$

$$M_u = 133.6 \text{ kNm}.$$

Bepaling momentcapaciteit van de niet voorgespannen ribbe

Voor de berekeningen van de bezwijkwaarde van dwarskracht bezwijkmoment is een balk aangenomen met de afmetingen van de ribben van de plaat.

Bepalen bezwijkmoment niet voorgespannen rib

$$M_u = A_s \cdot f_{ys} \cdot (d - y)$$

waarin:

- M_u het uiterst opneembaar buigend moment (breukmoment);
- A_s oppervlakte van de doorsnede van betonstaal;
- f_{ys} vloeiwaaarde van de treksterkte van betonstaal;
- d nuttige hoogte van de betondoorsnede;
- y afstand van de drukresultante tot de meest gedrukte rand.

$$A_s = 603 \text{ mm}^2 \quad (3\phi 16);$$

$$f_{ys} = 500 \text{ N/mm}^2; \text{ (aanname)}$$

$$d = h - c - \phi_{bg} - \frac{1}{2} \phi_{hw}$$

waarin:

- h totale hoogte van de betondoorsnede;
- c de betondekking;
- ϕ_{bg} kenmiddellijn van de beugelwapening;
- ϕ_{hw} kenmiddellijn van de hoofdwapening.

$$h = 250 \text{ mm};$$

$$c = 25 \text{ mm};$$

$$\phi_{bg} = 6 \text{ mm};$$

$$\phi_{hw} = 16 \text{ mm}.$$

$$d = 211 \text{ mm}.$$

$$y = \beta \cdot x_u$$

waarin:

- β de faktor voor de afstand van het zwaartepunt van de betondrukzone tot de bovenkant van de plaat (afhankelijk van de ϵ'_{bu} en ϵ_{bpl});
- x_u de hoogte van de betondrukzone.

$$\beta = 379/679;$$

$$x_u = \frac{A_s \cdot f_{ys}}{\alpha \cdot b_e \cdot f'_b}$$

waarin:

α de faktor voor de vorm van de betondrukzone (afhankelijk van de ϵ'_{bu} en ϵ_{bpl});

b_e de meewerkende breedte van de niet voorgespannen ribbe;

f'_b de betondruksterkte.

$$\alpha = 19/26;$$

$$b_e = b_w + b_1$$

waarin:

b_w de ribbreedte;

b_1 de breedte van de meewerkende flensdelen, gemeten vanuit de dagzijde van het lijf.

$$b_w = 140 \text{ mm};$$

$$b_1 = 0.1 \cdot l + b_s \text{ } \neq 0.1 \cdot l + h_s \text{ en } \neq 0.5 \cdot L_1.$$

waarin:

b_s de breedte van de afschuining;

h_s de hoogte van de afschuining;

l theoretische overspanning;

L_1 de dagmaat gemeten loodrecht op de overspanningsrichting.

$$b_s = 150 \text{ mm};$$

$$h_s = 170 \text{ mm};$$

$$l = 3450 \text{ mm};$$

$$L_1 = 6900 \text{ mm}.$$

$$b_1 = 490 \text{ } \neq 510 \text{ en } \neq 3450;$$

$$b_1 = 490 \text{ mm}.$$

$$b_e = 640 \text{ mm}$$

$$f'_b = 75 \text{ N/mm}^2.$$

$$x_u = 20 \text{ mm}$$

$$y = 11 \text{ mm}$$

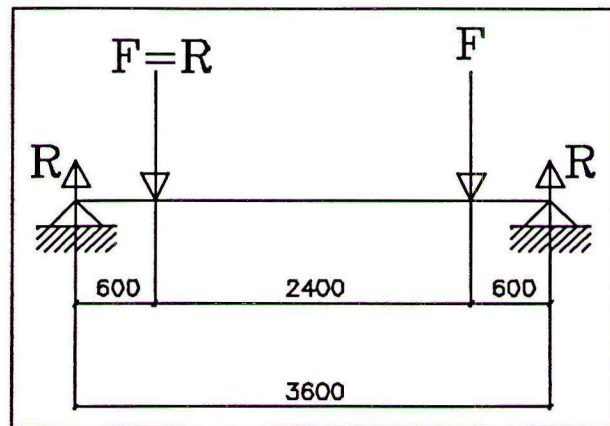
$$M_u = 603 \cdot 500 \cdot (211 - 11) = 60.3 \text{ kNm}$$

Met de in figuur 5 gegeven krachtenverdeling is de kracht waarop de niet voorgespannen zijde bezwijkt:

$$F = M_v / 0.6$$

$$F = 60.3 / 0.6 = 100.5 \text{ kN.}$$

Echter: bij het beproeven zijn alleen de ribben aan de rand van de plaat belast. Daarbij scheurde de niet voorgespannen ribbe, daardoor nam de stijfheid van deze ribbe af.



figuur 5: belastingsverdeling op de niet voorgespannen zijde

Gezien het voorgaande kan gesteld worden dat hetgeen in figuur 5 getekend is niet korrekt is. In het midden tussen de steunpunten zit in de plaat een voorgespannen ribbe. Deze ribbe neemt bij het vervormen van de niet voorgespannen ribbe krachten op en voert deze via de niet voorgespannen tussenribben af naar de voorgespannen randrib.

Bepaling invloed van de stijfheid van de niet voorgespannen rib

Door het aanbrengen van de belasting tijdens het beproeven is de niet voorgespannen rib gaan scheuren. Door dat scheuren neemt ook de stijfheid van deze ribbe af. Door nu de invloed van die stijfheidsverandering te onderzoeken kan een beeld worden verkregen van de krachtafdracht in de plaat tijdens het beproeven.

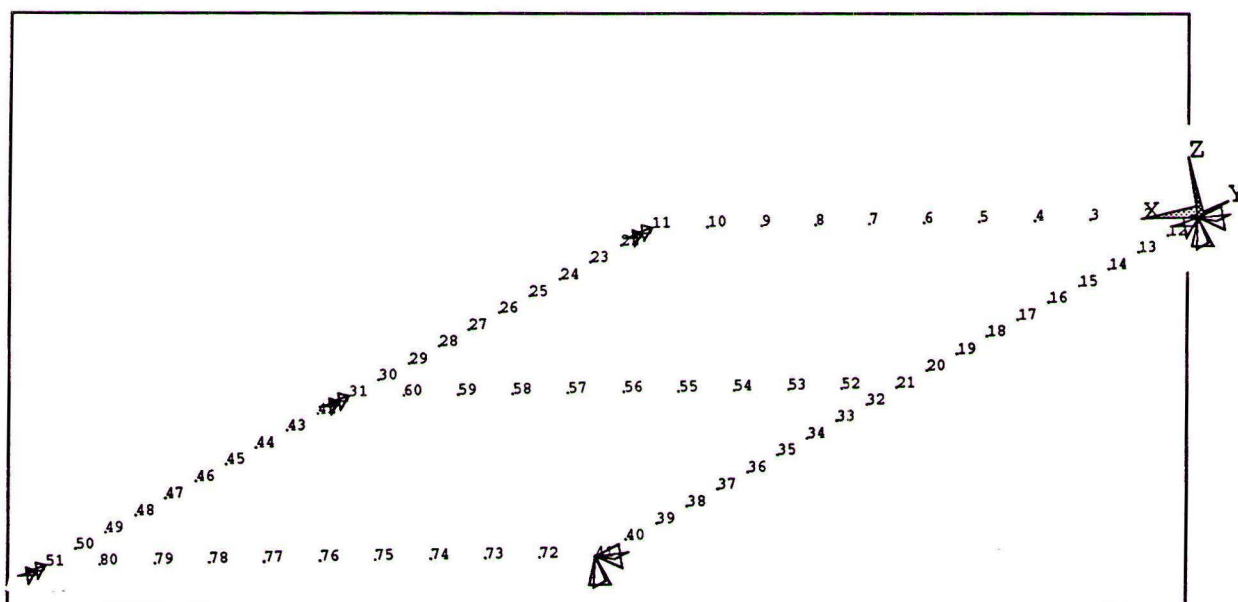
Daartoe wordt de plaat ingevoerd in een eindig elementen pakket. De geometrie van de plaat wordt teruggebracht tot een balkrooster. Van dat balkrooster wordt bij een eenheidsbelasting de stijfheid van de niet voorgespannen ribbe gewijzigd. De belasting heeft dezelfde verdeling als de bij het beproeven.

Het model

Om de resultaten van de eindige elementen berekening met de proefresultaten te kunnen vergelijken is een model gemaakt dat de uitgangspunten van de experimenten zoveel mogelijk benaderd. De ribben van de plaat zijn als rechthoekige balken geschematiseerd, waarbij de spiegels zijn verwaardloosd.

Verder is ook de belastingverdeling uit de eerste twee proeven aangehouden. Dit houdt in dat verondersteld wordt dat beide ribben aan de rand van de plaat de helft van de oplegreactie naar de oplegging afdragen.

Voor het beproeven is een halve Bestcon 30 vloerplaat gebruikt. Maar omdat de belasting op de halve plaat symmetrisch is kan volstaan worden met het invoeren van een kwart plaat. Daarbij is in het model een symmetrie-as aangebracht. In figuur 6 is die symmetrie-as aangebracht tussen de punten 11 en 51.



figuur 6: elementen verdeling als ingevoerd

Randvoorwaarden/opleggingen

De punten 1 en 41 kunnen noch in Z-richting noch in X-richting verplaatsen. Punt 1 kan ook niet in Y-richting verplaatsen. De punten 11, 31 en 51 kunnen niet om de Y-as roteren. Door deze schematisatie kunnen ook de tussenliggende punten niet om de Y-as roteren. Zie figuur 6.

Het hele systeem is hierdoor uitwendig statisch bepaald. Verder kunnen er door deze randvoorwaarden geen normaalkrachten in de ribben ontstaan.

Geometrie

De balken zijn momentvast met elkaar verbonden verondersteld. De stijfheid van de niet voorgespannen rib is gevariëerd. Dit is gedaan door het traagheidsmoment van de betreffende te variëren, de elasticiteitsmodulus is voor alle elementen konstant 40000 N/mm^2 gekozen.

De stijfheid van de andere ribben dan de niet voorgespannen ribbe aan de kop van de plaat is konstant gehouden. De ribben buitenlangs hebben een traagheidsmoment van $280 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ terwijl de rib in het midden de dubbele stijfheid heeft. Deze rib is immers twee keer zo breed als de overige ribben. Met de aangegeven stijfheden is de dwarskracht in de balken nabij de oplegging bepaald. Deze berekende dwarskrachten zijn in tabel 2 op pagina 13 opgenomen.

Voor het traagheidsmoment van de niet voorgespannen rib aan de kop van de plaat is in eerste instantie het traagheidsmoment voor een ongescheurde betondoorsnede ($I = 270 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$) aangenomen. Dit zijn de grootheden voor een rechthoekige doorsnede met een breedte van 207 mm en een hoogte van 250 mm. De breedte van 207 mm is de equivalente breedte van een rechthoekige balk met dezelfde stijfheid als de ribben van de plaat.

Het traagheidsmoment op het moment dat het staal gaat vloeien is $I = 70 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$. Om een indruk van de invloed van de veranderende stijfheid te krijgen zijn nog enkele tussenliggende waarden in de eindige elementen berekening ingevoerd. Zie tabel 2 de eerste kolom.

Belastingen

Als belasting zijn drie puntlasten aangebracht. Namelijk 50 kN op de niet voorgespannen ribbe aan de kop van de plaat 600 mm uit de rand van de plaat, punt 4 in figuur 6. En op de voorgespannen rib aan de rand van de plaat zijn twee krachten aangebracht, een op de halve overspanning en een tussen de eerste kracht en de oplegging, de punten 16 en 21 in figuur 6. Deze krachten hebben elk een grootte van 40 kN.

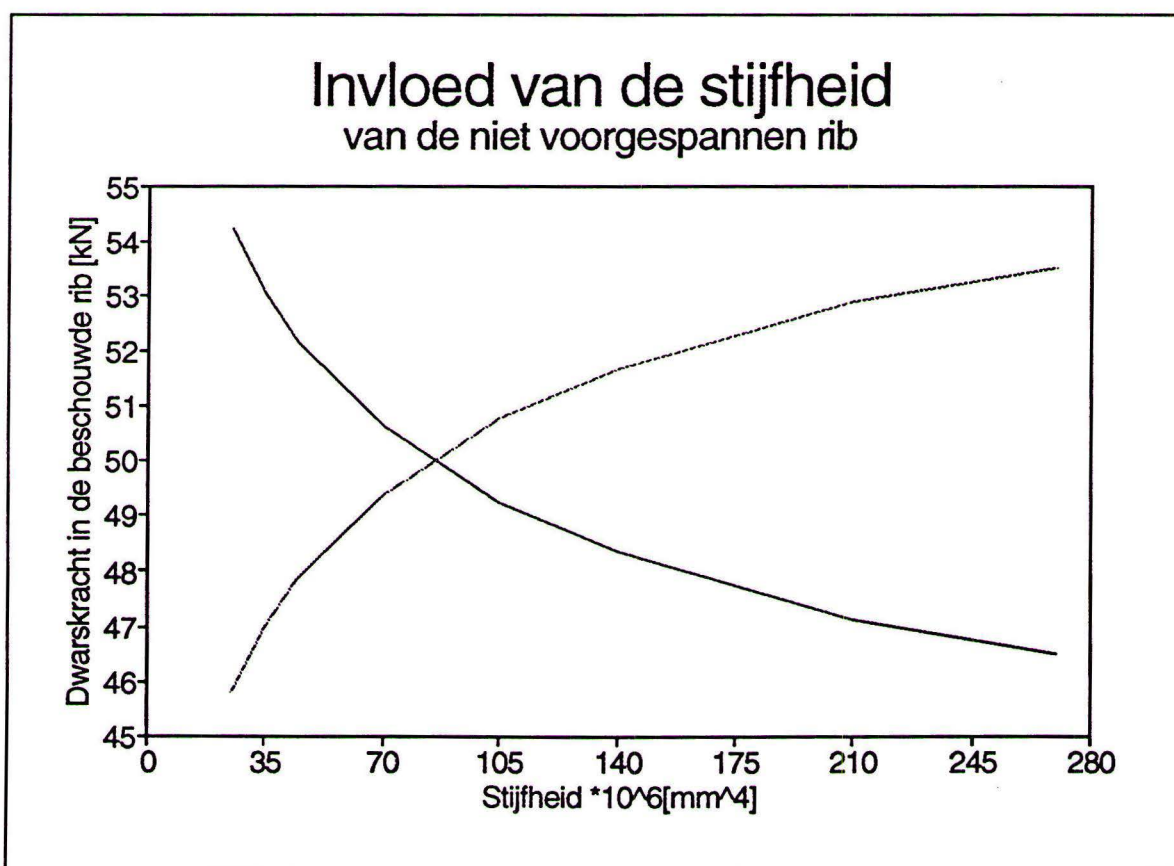
Resultaten

De dwarskracht in de wel en in de niet voorgespannen ribbe geven een som van exact 100 kN. Het systeem is immers uitwendig statisch bepaald.

tabel 2: invloed van de stijfheid van de niet voorgespannen rib

I_{nb} $\cdot 10^6 [\text{mm}^4]$	Dwarskracht voorgespannen rib [kN]	Dwarskracht niet voorgespannen rib [kN]
270	46.5	53.5
210	47.1	52.9
140	48.3	51.7
105	49.2	50.8
70	50.6	49.4
45	52.2	47.8
35	53.0	47.0
25	54.2	45.8

Verder valt op dat wanneer de stijfheid van de niet voorgespannen ribbe afneemt ook de dwarskracht in deze ribbe afneemt van 53.5 naar 45.8. In figuur 7 is het verloop van de dwarskracht in de ribben grafisch weergegeven.



figuur 7: invloed van de stijfheid van de niet voorgespannen rib

Berekening

Stel de reactiekracht waarbij de oplegging bezwijkt is 127 kN (de gemiddelde waarde). Wordt er verder van uitgegaan dat de niet voorgespannen zijde nog een stijfheid heeft van $35 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ dan is in de voorgespannen ribben een dwarskracht van 66.25 kN, dan is de dwarskracht in de niet voorgespannen ribbe 58.75 kN. Deze ribbe is dan al flink gescheurd toch bezwijkt de plaat op de voorgespannen zijde terwijl bij de proeven op alleen deze zijde een bezwijkbelasting van ongeveer 150 kN bedraagt.

Een verklaring voor dit verschijnsel is dat door de grote vervorming van de niet voorgespannen rib deze een hoekverdraaiing over de lengteas aan de voorgespannen ribbe geeft. Door deze hoekverdraaiing ontstaat in deze ribbe een wringend moment. De verzwaring welke in de hoek bij de oplegging is aangebracht is door zijn grote breedte minder torsie gevoelig dan de relatief slanke ribbe. Nu zullen er door de combinatie van dwarskracht en wringing piekspanningen ontstaan. Deze piekspanningen zullen de doorsnede doen scheuren. Is eenmaal een scheur ontstaan dan zal deze scheur door het gebrek aan dwarskracht- en wringwapening wijder worden.

Berekening dwarskracht met wringing

Bij deze berekening wordt er uitgegaan van een rechthoekige doorsnede. Deze berekening wordt alleen gemaakt om te controleren of torsie een grote dan wel kleine invloed op de bezwijkwaarde van de oplegreactie (dwarskracht in de voorgespannen rib) heeft.

Gegevens:

Algemeen

rechthoekige doorsnede

breedte $b = 207$ mm

hoogte $h = 250$ mm

Dwarskracht

Dwarskracht $V = 66.25$ kN

Berekening

Omdat de bezwijktrekstekte, f_b , en de normaalspanning ten gevolge van de voorspankracht bekend zijn kan met de formule voor σ_I uit de theorie volgens Mohr bezwijkschuifspanning bepaald worden.

$$\sigma_I = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{xy}^2}$$

waarin:

$\sigma_I = f_b$ de bezwijktrekspanning van het beton;

$\sigma_x = \sigma'_{bmd}$ de optredende normaalspanning ten gevolge van de voorspankracht;

τ_{xy} de bezwijkschuifspanning.

De formule omgeschreven naar τ_{xy} geeft:

$$\tau_{xy} = \sqrt{\left[\sigma_{II} - \frac{\sigma_x}{2}\right]^2 - \frac{\sigma_x^2}{4}}$$

$$\sigma_I = 3.63 \text{ N/mm}^2;$$

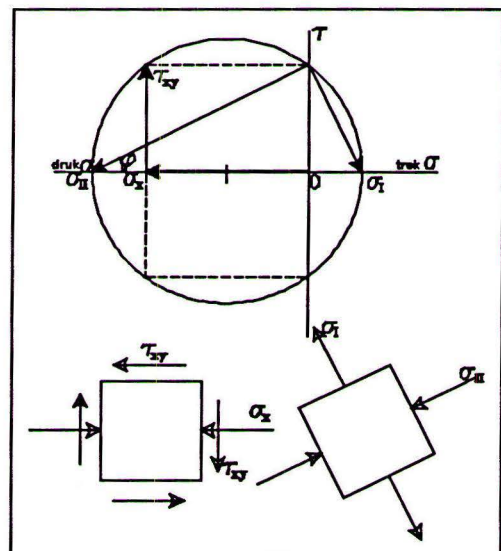
$$\sigma_x = -4.03 \text{ N/mm}^2 \text{ (volgens bijlagen 3 en 4)}$$

op een afstand van 500 mm uit de kop van de plaat.

$$\tau_{xy} = 5.27 \text{ N/mm}^2.$$

Stel dat de schuifspanning ten gevolge van wringing gelijk is aan τ_{xy} .

$$\tau_T = 5.27 \text{ N/mm}^2$$



figuur 8: bepaling van de hoofdspansing volgens de theorie van Mohr

Het optredende wringmoment is dan:

$$T = \tau_T \cdot W_T$$

waarin:

$$W_t = \frac{b^2 \cdot h}{3 \cdot (1 + 0.6 \cdot b/h)} \quad \text{waarbij } b < h$$

$$W_T = 2385589 \text{ mm}^3$$

Het optredende wringend moment T is dan: $T = 12.57 \text{ kNm}$

Uit de eindige elementen berekening volgt bij een stijfheid van $35 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ van de niet voorgespannen ribbe een wringend moment van 16.4 kNm .

Bij het beproeven ontstond er ook een scheur over de bissectrice in de hoek bij de oplegging. Door deze scheur neemt het wringmoment op de voorgespannen ribbe af.

Met deze berekening mag aangenomen worden dat voor deze proefopstelling de combinatie van dwarskracht en wringing en niet puur dwarskracht de oorzaak voor het bezwijken van de plaat is.

Bepaling scheurmoment van de hele plaat

$$M_r = M_s + M_p$$

waarin:

- M_s scheurmoment van de zuivere betondoorsnede;
- M_p moment van de voorspanwapening ten opzichte van het zwaartepunt van de doorsnede.

$$M_s = f_{br} \cdot I / z$$

waarin:

- f_{br} gemiddelde buigtreksterkte van het beton (korte duur);
- I traagheidsmoment van de betondoorsnede;
- z afstand van het zwaartepunt van de doorsnede tot de meest getrokken vezel.

$$f_{br} = (1.6 - h) f_{bm} \star f_{bm}$$

waarin:

- h totale hoogte van de betondoorsnede;
- f_{bm} gemiddelde treksterkte van het beton (korte duur).

$$h = 0.250 \text{ m};$$

$$f_{bm} = 2 \cdot f_b$$

waarin:

- f_b de gemiddelde korteduur treksterkte van het beton.

$$f_b = 3.63 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{bm} = 7.26 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{br} = 9.80 \text{ N/mm}^2$$

$$I = 1897818000 \text{ mm}^4$$

$$z = 168 \text{ mm. (250-82)}$$

$$M_{\text{scheur}} = 110.7 \text{ kNm}$$

$$M_p = 176.0 \text{ kNm (zij bijlage1)}$$

$$M_r = 110.7 + 176.0 = 286.7 \text{ kNm.}$$

Bepaling breukmoment van de hele plaat

Het uiterst op te nemen moment wordt met behulp van de evenwichtsbelastingmethode bepaald. De gehele plaatbreedte wordt beschouwd en het berekende moment daarmee als bovengrens van het draagvermogen beschouwd worden.

$$M_u = A_p \cdot f_p \cdot (d - y)$$

waarin:

- M_u het uiterst opneembaar buigend moment (breukmoment);
- A_p oppervlakte van de doorsnede van voorspanstaal;
- f_p de treksterkte van voorspanstaal;
- d nuttige hoogte van de betondoorsnede;
- y afstand van de drukresultante tot de meest gedrukte rand.
- $A_p = 1400 \text{ mm}^2$ (14 ϕ 12,9);
- $f_{pu} = 1690 \text{ N/mm}^2$;
- $d_p = (10 \cdot 180 + 4 \cdot 165) / 14 = 186 \text{ mm}$.

$$y = \beta \cdot x_u$$

waarin:

- β de faktor voor de afstand van het zwaartepunt van de betondrukzone tot de bovenkant van de plaat (afhankelijk van de ϵ'_{bu} en ϵ_{bpl});
- x_u de hoogte van de betondrukzone.

$$\beta = 379/679;$$

$$x_u = \frac{A_p \cdot f_p}{\alpha \cdot b \cdot f_b}$$

waarin:

- α de faktor voor de vorm van de betondrukzone (afhankelijk van de ϵ'_{bu} en ϵ_{bpl});
- b de plaat breedte;
- f_b de betondruksterkte.
- $F_{pw} = 1696,9 \text{ kN}$;
- $\alpha = 19/26$;
- $b = 3600 \text{ mm}$;
- $f_b = 75 \text{ N/mm}^2$.

$$x_u = 14 \text{ mm}$$

$$y = 8 \text{ mm}$$

$$M_u = 1400 \cdot 2000 \cdot (186 - 8) = 498.4 \text{ kNm}$$

tabel 3: overzicht van de berekende scheur- en breukmomenten tijdens het beproeven

momenten in [kNm]	M_t	M_u
Niet voorgespannen rib	20.0	60.3
Voorgespannen rib over lengte van 3.6 m	53.6	133.6
Hele plaat over lengte van 7.2 m	289.7	414.1

Optredend moment ten gevolge van de belasting

Het maximale moment treedt op onder de puntlast in het midden tussen de opleggingen. Het optredende moment is afhankelijk van de oplegreactie bij de te beproeven oplegging.

$$M=R \cdot 1.8-F \cdot 0.9$$

waarin:

M het optredende moment;

R de oplegreactie;

F de belasting.

Voor het belastinggeval uit de eindige elementen berekening zijn de optredende momenten in onderstaande tabel gegeven. Daarbij is uitgegaan van een belasting van 40 kN.

tabel 4: optredende momenten

F	M
46.6	47.9
47.0	48.9
47.8	50.0
48.6	51.5
49.6	53.6
51.2	56.2
52.0	57.6

Bepaling van de bezwijkbelasting met de methode Hegger

De bezijkbelasting ten gevolge van dwarskracht (V_u) is uit drie componenten opgebouwd. Deze zijn een aandeel opgenomen door het beton (V_b), een aandeel opgenomen door de dwarskracht wapening (V_s) en een aandeel opgenomen door de opgebogen voorspanwapening (V_p). De waarde van V_u is begrensd, deze grenswaarde wordt bepaald door het bezwijken van de drukdiagonaal (V_2).

In formulevorm:

$$V_u = V_b + V_s + V_p \leq V_2$$

Het betonaandeel van de opneembare dwarskracht

$$V_b = 0.24 \cdot k_b \cdot k_s \cdot k_d \cdot k_p \cdot b_g \cdot d$$

waarin:

- k_b een factor voor de betondruksterkte;
- k_s een factor voor het langswapeningspercentage;
- k_d een factor voor de vorm van de betondoorsnede;
- k_p een factor voor voorspangraad.
- b_g de gemiddelde breedte van de betonrib;
- d de nuttige hoogte van de betonrib;

$$k_b = \sqrt{f_{c, \text{gem}}}$$

waarin:

$f_{c, \text{gem}}$ de gemiddelde kubusdruksterkte.

$$f_{c, \text{gem}} = 75 \text{ N/mm}^2$$

$$k_b = 8.7$$

$$k_s = \sqrt[3]{\omega_0}$$

waarin:

ω_0 het wapeningspercentage;

$$\omega_0 = 100 \cdot \frac{A_p + A_s}{b_g \cdot d} \quad [\%]$$

waarin:

- A_p oppervlakte van de doorsnede van voorspanstaal;
- A_s oppervlakte van de doorsnede van betonstaal;

$$A_p = 400 \text{ mm}^2 \text{ (voorspanwapening);}$$

$$A_s = 402 \text{ mm}^2 \text{ (haarspelden);}$$

$$b_w = 175 \text{ mm, zie figuur 9;}$$

$$d = 180 \text{ mm.}$$

$$\omega_0 = 2.55$$

$$k_\omega = 1.37$$

$$k_d = 0.70 + 0.15 \cdot \frac{b}{b_w} \geq 1$$

waarin:

b breedte van de betonrib;
 b_w de minimale breedte.

$b = 210$ mm, zie figuur 9;

$b_w = 140$ mm.

$$k_d = 0.925$$

$$k_m = 1 + 1.25 \cdot \frac{M_o}{M_u} \geq 2.0$$

waarin:

$$M_o = N_p \cdot \frac{I_i}{x} \cdot \left[\frac{1}{A_b} + \frac{e_p \cdot x}{I_i} \right] \quad M_o = \frac{N_p \cdot I_i}{A_b \cdot x} + M_p$$

waarin:

M_o "decompressie moment";

N_p voorspankracht in de beschouwde snede;

I_i weerstandsmoment van de beton doorsnede;

x afstand van de oplegging tot de beschouwde snede;

A_b het betonoppervlak;

e_p afstand van de bovenkant van de plaat tot het hart van de voorspanwapening.

$N_p =$ lineair over de overdrachtslengte $l_0 = 979$ mm;

$I_b = 1897818000$ mm⁴;

$A_b = 444000$ mm²;

$e_p = 186$ mm.

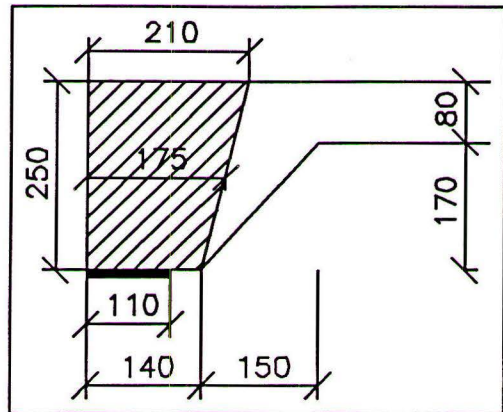
M_u het maximale belastings moment berekend met een veiligheid van 1.75.

$$M_u = 1.75 \cdot (M_p + M_g).$$

waarin:

$M_p =$ moment ten gevolge van voorspanning;

$M_g =$ moment ten gevolge van permanente belasting.



figuur 9: aangenomen betonddoorsnede

tabel 5: bepaling van de factor k_m

x	N'_p	M_0	M_u	k_m
[m]	[kN]	[kNm]	[kNm]	
0	0	∞	0	∞
0.1	149.9	665.9	69.9	12.9
0.2	299.8	691.1	139.2	7.2
0.3	449.7	716.3	207.9	5.3
0.4	599.6	741.5	276.1	4.4
0.5	749.5	766.7	343.6	3.8
0.6	899.4	791.9	410.5	3.4
0.7	1049.4	817.1	476.9	3.1
0.8	1199.3	842.2	542.6	2.9
0.9	1349.2	867.4	607.8	2.8
0.979	1467.6	887.3	658.8	2.7

Uit de tabel 5 blijkt dat $f_m = 2.0$ voor de afstand kleiner dan de overdrachts-
lengte.

$$V_b = 0.24 \cdot 8.7 \cdot 1.37 \cdot 0.925 \cdot 2.0 \cdot 175 \cdot 180$$

$$V_b = 166.7 \text{ kN}$$

Uiterst opneembare dwarskracht

(bezwijken drukdiagonaal)

Er is geen dwarskrachtwapening toegepast, daardoor zal de dwarskracht niet zo hoog kunnen oplopen dat de drukdiagonaal bezwijkt. Verder is er geen sprake van een dunlijvige balk. V_2 zal daarom niet kunnen optreden.

De niet voorgespannen ribbe

$$V_b = 0.24 \cdot k_b \cdot k_w \cdot k_d \cdot k_m \cdot b_g \cdot d$$

waarin:

$$k_b = 8.7$$

$$k_w = \sqrt[3]{\omega_0}$$

waarin:

$$\omega_0 = 100 \cdot \frac{A_p + A_s}{b_g \cdot h} \quad [\%]$$

waarin:

$$A_s = 1005 \text{ mm}^2 \text{ (wapening en haarspelden);}$$

$$b_g = 210 \text{ mm;}$$

$$h = 211 \text{ mm.}$$

$$\omega_0 = 2.27$$

$$k_w = 1.31;$$

$$k_d = 1.0;$$

$$k_m = 1.0;$$

$$b_g = 210 \text{ mm;}$$

$$d = 211 \text{ mm.}$$

$$V_b = 0.24 \cdot 8.7 \cdot 1.31 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 210 \cdot 211$$

$$V_b = 121.2 \text{ kN} \clubsuit$$

Bijlage 4: Resultaten van de proeven

Inhoud	
Inhoud	1
Lijst van afbeeldingen	1
Lijst van tabellen	2
Lijst van foto's	2
Resultaten van de proeven	3
Proef 1	3
Observatie van proef 1	3
Oplegreacties vs belastingen	6
Belasting vs doorbuiging	6
Intrekking van de strengen vs reaktiekrachten	7
Oplegreactie vs verplaatsingen opnemers	8
De voorgespannen richting	8
De kopse kant van de plaat	8
Proef 2	11
Afwijking ten opzichte proef 1	11
Observatie van proef 2	11
Belasting vs oplegreacties	14
Belasting vs doorbuiging	14
Beproeven van alleen de hoek rechts	15
Proef 3	17
Afwijking ten opzichte proef 2	17
Observatie van proef 3	17
Belasting vs oplegreacties	20
Opnemers boven en onder de plaat	21
Beproeven van alleen de hoek rechts	22
Overzicht resultaten	24
Lijst van afbeeldingen	
figuur 1: geschematiseerd bezwijkpatroon proef 1 hoek rechts	4
figuur 2: geschematiseerd bezwijkpatroon proef 1 hoek links	4
figuur 3: proef 1 -oplegreacties vs totale belasting	6
figuur 4: proef 1 -oplegreacties vs intrekking van de strengen	7
figuur 5: proef 1 -relatieve verplaatsing vs oplegreacties	8
figuur 6: proef 1 -relatieve verplaatsing vs oplegreacties	9
figuur 7: proef 1 -relatieve verplaatsing vs oplegreacties	9
figuur 8: proef 1 -relatieve verplaatsing vs oplegreacties	10

figuur 9: geschematiseerd bezwijkpatroon proef 2 hoek rechts	12
figuur 10: proef 2 -oplegreacties vs totale belasting	14
figuur 11: geschematiseerd bezwijkpatroon proef 2 hoek rechts	15
figuur 12: geschematiseerd bezwijkpatroon proef 3 hoek links	18
figuur 13: proef 3 -oplegreacties vs totale belasting	20
figuur 14: proef 3 -verplaatsing opnemers op de plaat vs oplegreacties	21
figuur 15: geschematiseerd bezwijkpatroon proef 3 hoek rechts	23

Lijst van tabellen

tabel 1: resultaten van de proeven	24
tabel 2: resultaten van de proeven op de niet bezwoken ribben	24

Lijst van foto's

foto 1: proef 1, buigscheuren op de niet voorgespannen zijde	3
foto 2: proef 1, scheurpatroon rechter hoek zijkant van de plaat	4
foto 3: proef 1, scheurpatroon rechter hoek, van de onderzijde van de plaat	5
foto 4: proef 1, scheurpatroon linker hoek, de zijkant van de plaat	5
foto 5: proef 2, scheurpatroon linker hoek, niet voorgespannen zijde	11
foto 6: proef 2, scheurpatroon linker hoek, voorgespannen zijde	12
foto 7: proef 2, scheur over de bissectrice van linker de hoek	13
foto 8: proef 2, scheurpatroon rechter hoek, zijkant van de plaat	15
foto 9: proef 2, scheurpatroon rechter hoek, onderzijde van de plaat	16
foto 10: proef 3, scheurpatroon linker hoek, buigscheuren nabij de oplegging niet voorgespannen zijde	17
foto 11: proef 3, scheurpatroon linker hoek, voorgespannen zijde	18
foto 12: proef 3, scheurpatroon linker hoek, onderzijde van de plaat	19
foto 13: proef 3, scheurpatroon rechter hoek, voorgespannen zijde	22
foto 14: proef 3, scheurpatroon rechter hoek, onderzijde	23

Resultaten van de proeven

Proef 1

Observatie van proef 1

Bij het belasten van het proefstuk ontstond de eerste scheur in de niet voorgespannen rib, en wel tussen de twee puntlasten. Dit duidt op een buigscheur, zie foto 1. Bij het verder opvoeren van de belasting nam het aantal scheuren op de niet voorgespannen ribbe toe. De afstand tussen de scheuren was regelmatig. Vanaf een bepaald moment nam bij het pompen de oliedruk en daarmee de belasting niet verder toe, echter wel de vervorming.

Beide hoeken bezweken gelijktijdig. Bij bezwijken ontstond in beide hoeken op de voorgespannen ribbe een scheur. Het bezwijken gebeurde plotseling. De scheur in de rechter ribbe liep vanuit de oplegging met een helling van 25°

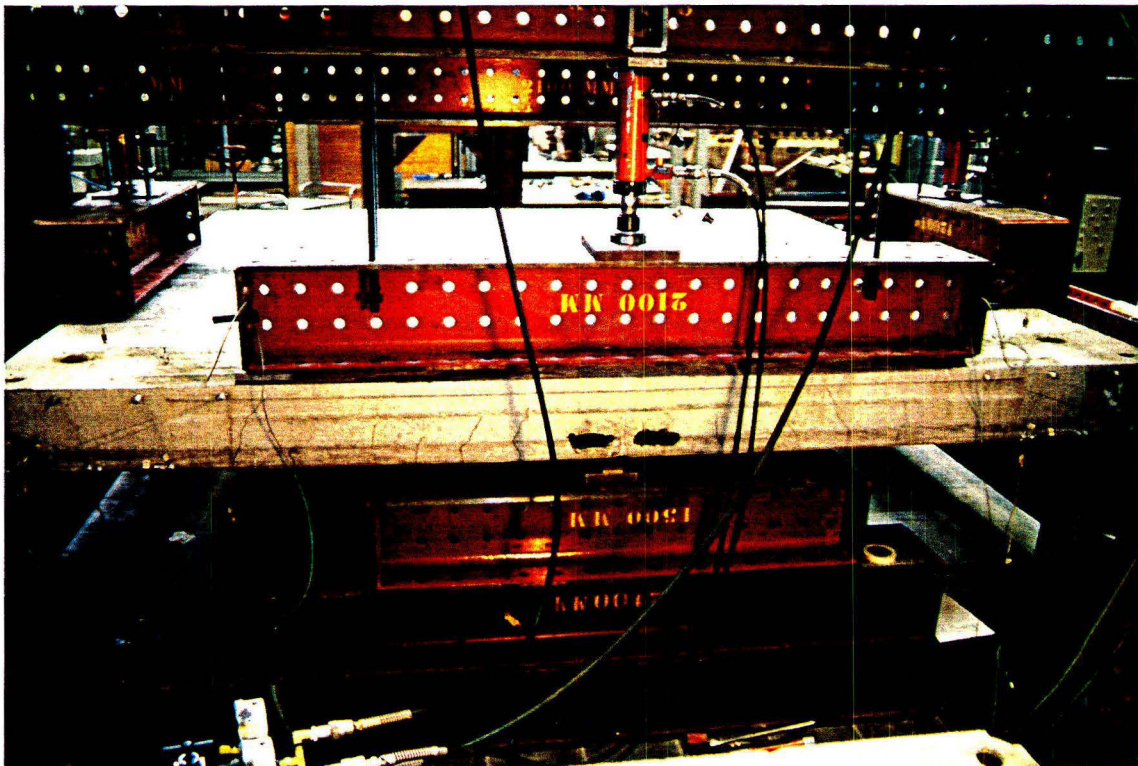


foto 1: proef 1, buigscheuren op de niet voorgespannen zijde

naar de eerste puntlast, zie foto 2. Bij de linker hoek liep de scheur onder een helling van 40° naar de eerste puntlast, zie foto 3.

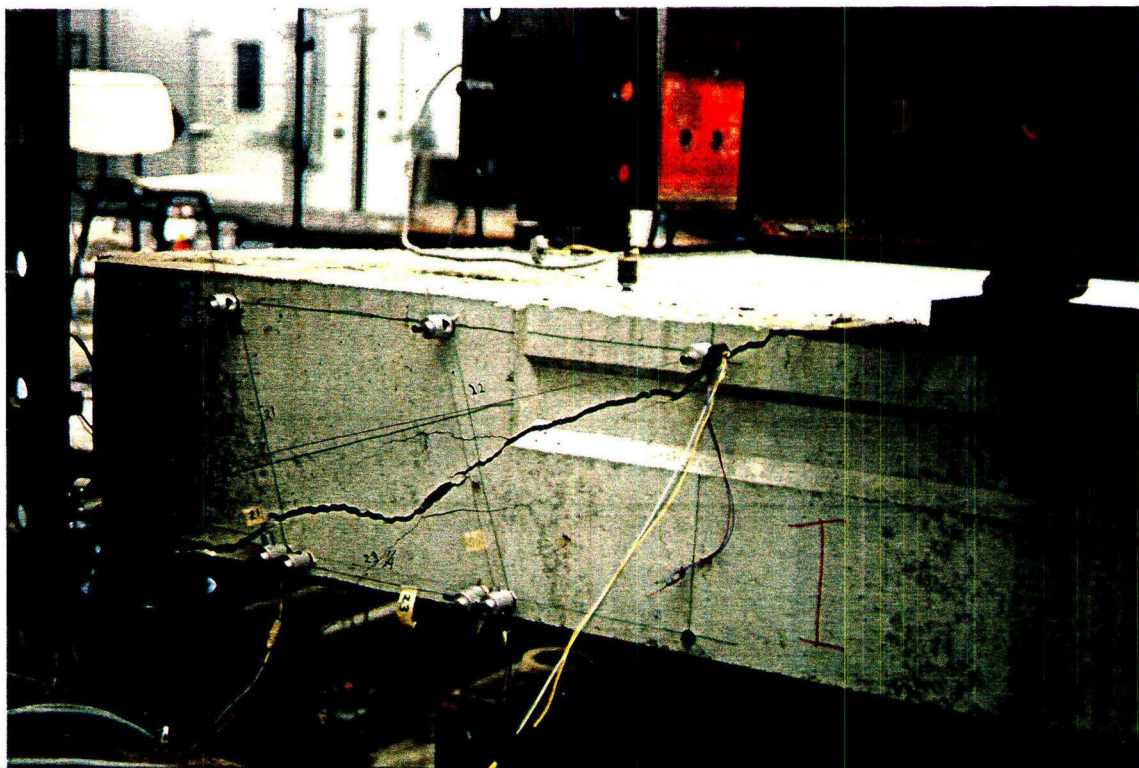
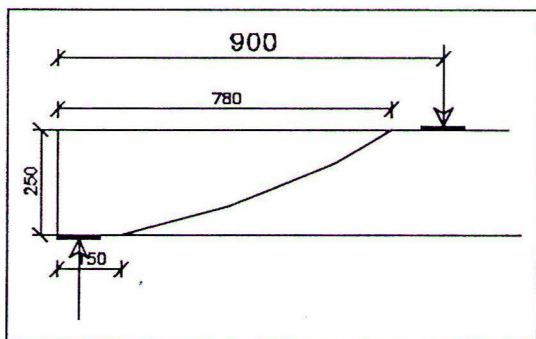
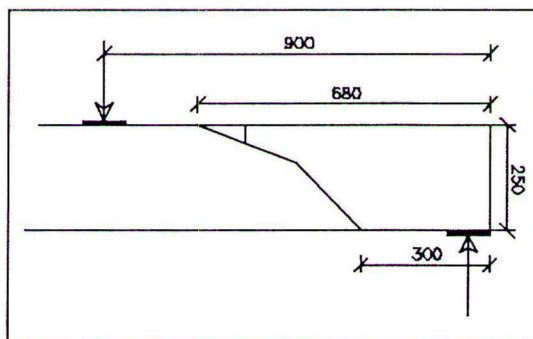


foto 2: proef 1, scheurpatroon rechter hoek zijkant van de plaat



figuur 1: geschematiseerd bezwijkpatroon proef 1 hoek rechts



figuur 2: geschematiseerd bezwijkpatroon proef 1 hoek links

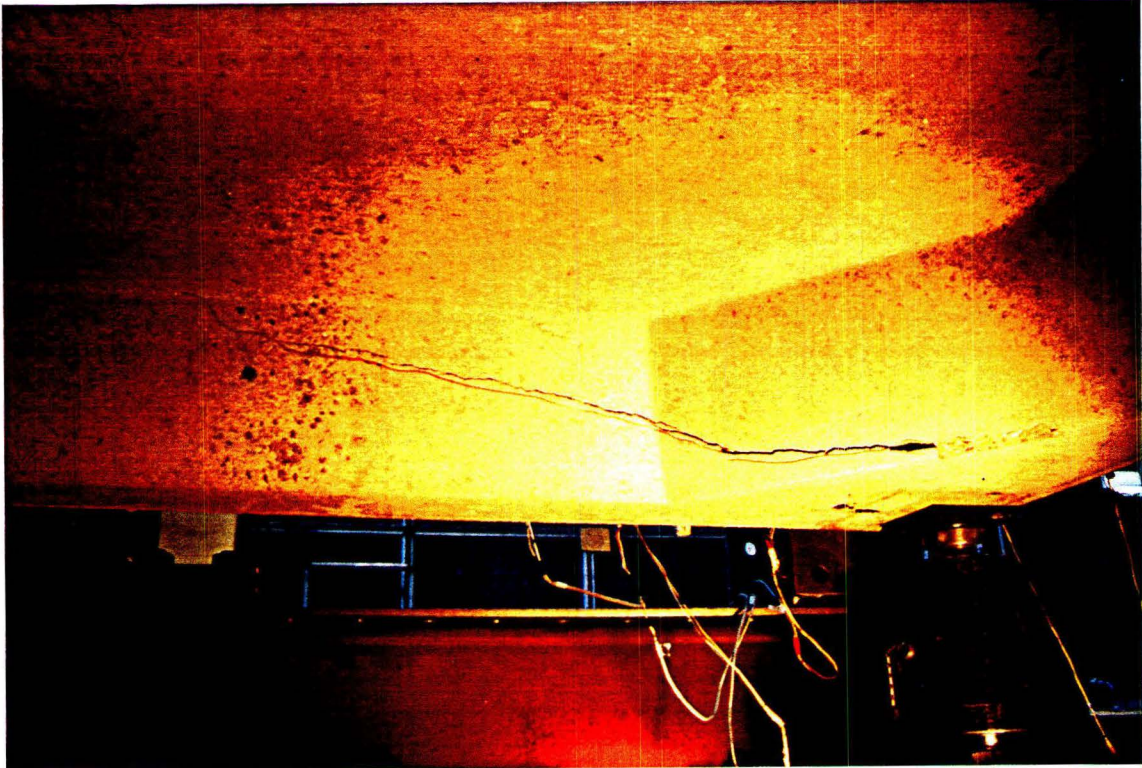


foto 3: proef 1, scheurpatroon rechter hoek, van de onderzijde van de plaat

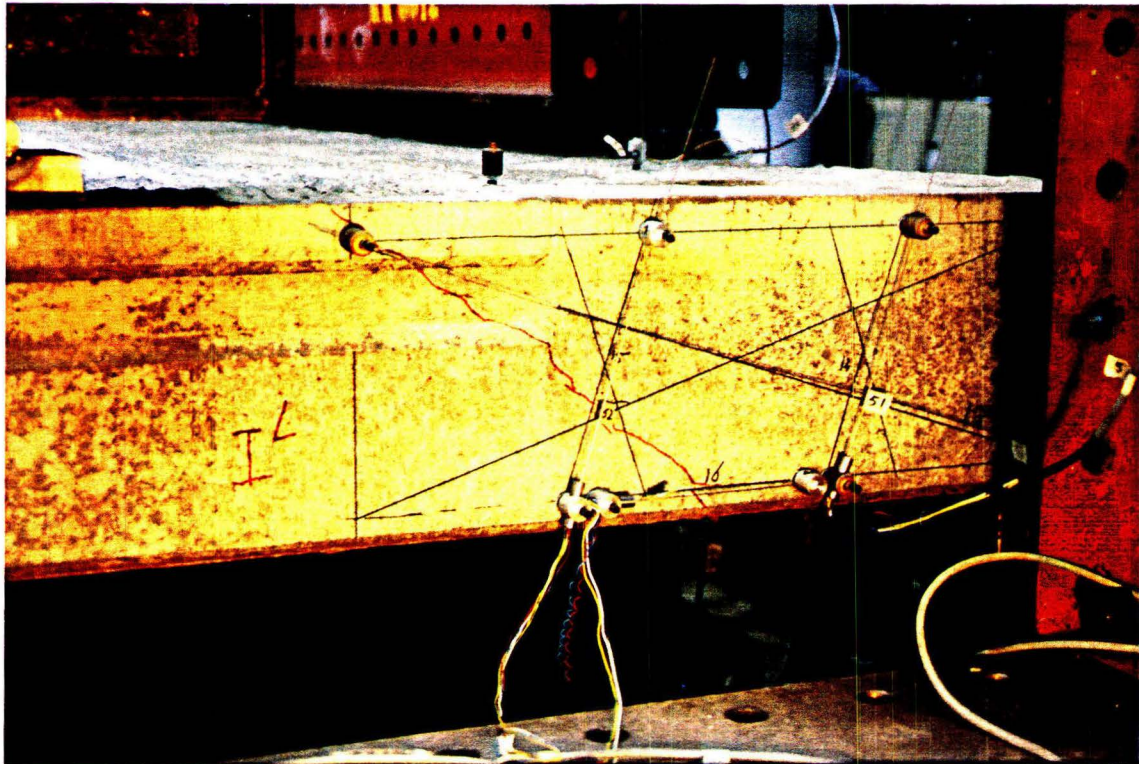
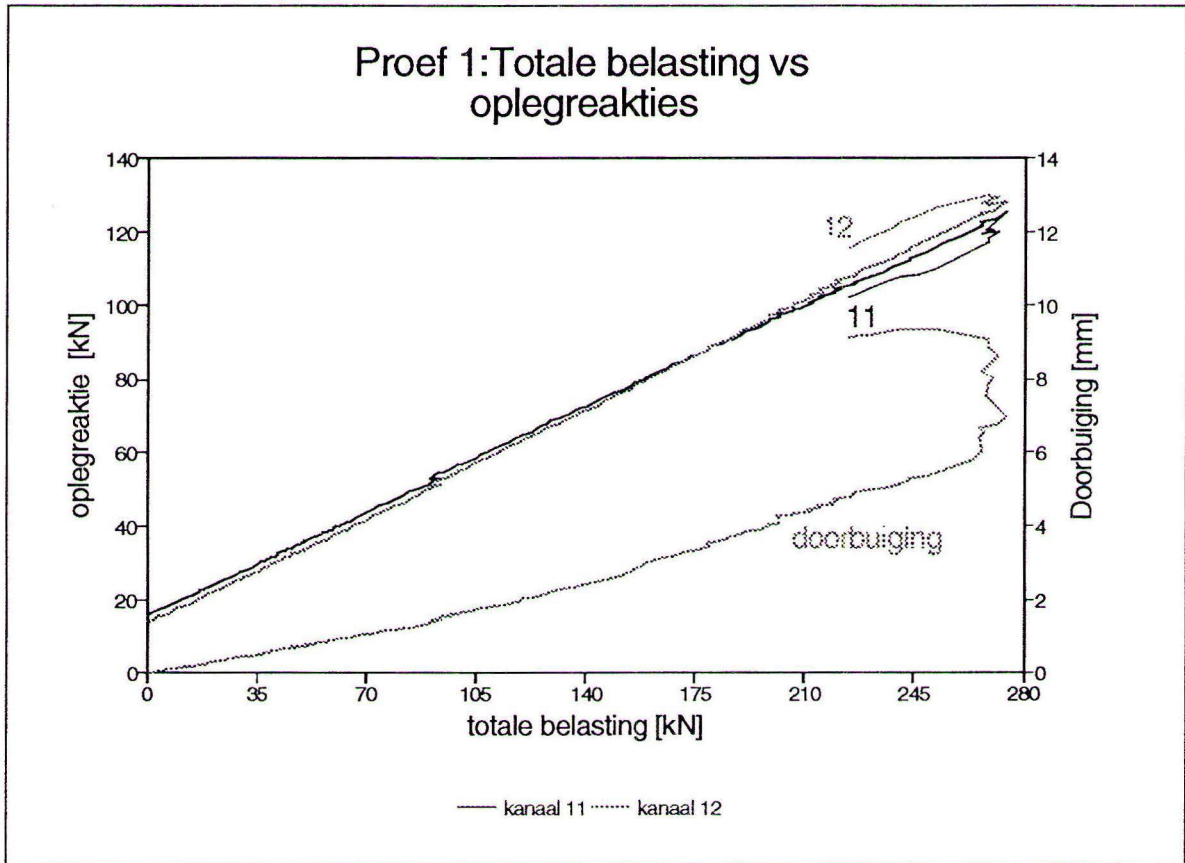


foto 4: proef 1, scheurpatroon linker hoek, de zijkant van de plaat

Oplegreacties vs belastingen

In figuur 3 zijn de oplegreacties tegen de totale belasting uitgezet.



figuur 3: proef 1 -oplegreacties vs totale belasting

In deze grafiek is te zien dat de oplegreactie een beginwaarde heeft. Deze beginwaarde van de oplegreactie bestaat uit het eigengewicht van de plaat en de stalen balken die op de plaat zijn aangebracht om de vjzjelkrachten te verdelen.

Het evenwijdig lopen van de lijnen geeft aan dat de belastingen gelijkmatig over de beide opleggingen verdeeld worden.

De maximale oplegreactie is die aan de linkerkant, kanaal 12, van 128.1 kN, op hetzelfde moment is de oplegreactie aan de rechterkant, kanaal 11, 125.5 kN.

Na het bezwijken van de rechterhoek, kanaal 11, blijft de oplegreactie van deze hoek achter bij de linker hoek, kanaal 12.

Dit kan als volgt verklaard worden: bij het bezwijken is de stijfheid van de rechter hoek meer afgenomen dan van de linker hoek, hierdoor trekt de rechter hoek minder kracht naar zich toe.

Belasting vs doorbuiging

In figuur 3 is ook de doorbuiging midden tussen de steunpunten (onder de niet voorgespannen ribbe) tegen de belasting uitgezet. Er is te zien dat op en bepaald moment de vervormingen blijven toenemen zonder dat de belasting

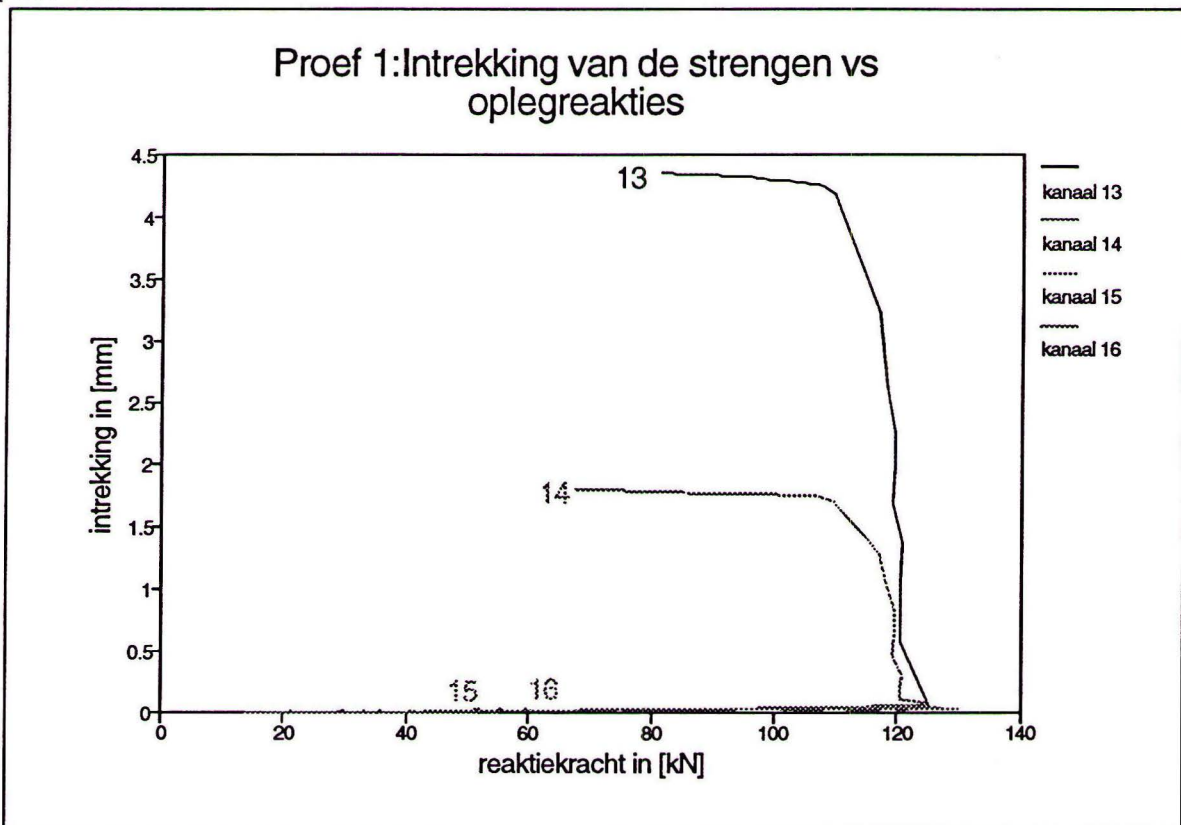
toeneemt, er is duidelijk sprake van plastische vervorming. Ook tijdens de proef was dit verschijnsel waar genomen.

Intrekking van de strengen vs reaktiekrachten

In figuur 4 zijn de reaktiekrachten tegen de intrekking van de strengen uitgezet.

Het valt op dat de opnemers 15 en 16 (aan de linker oplegging) nauwelijks of geen verplaatsing te zien geven. Dit in tegenstelling tot de opnemers 13 en 14 welke een verplaatsing van respectievelijk 4.5 en 2.5 mm te zien geven. Tot aan het moment van bezwijken geven ook deze opnemers nauwelijks een verplaatsing, echter vanaf bezwijken worden de strengen geleidelijk het beton in getrokken.

De intrekking van de strengen is gelijk gesteld aan de verplaatsing van de opnemers.



figuur 4: proef 1 -oplegreacties vs intrekking van de strengen

Oplegreactie vs verplaatsingen opnemers

In de grafieken zijn de verplaatsingen omgerekend naar relatieve verplaatsingen, daarvoor is de gemeten verplaatsing gedeeld door de afstand tussen de meetpunten.

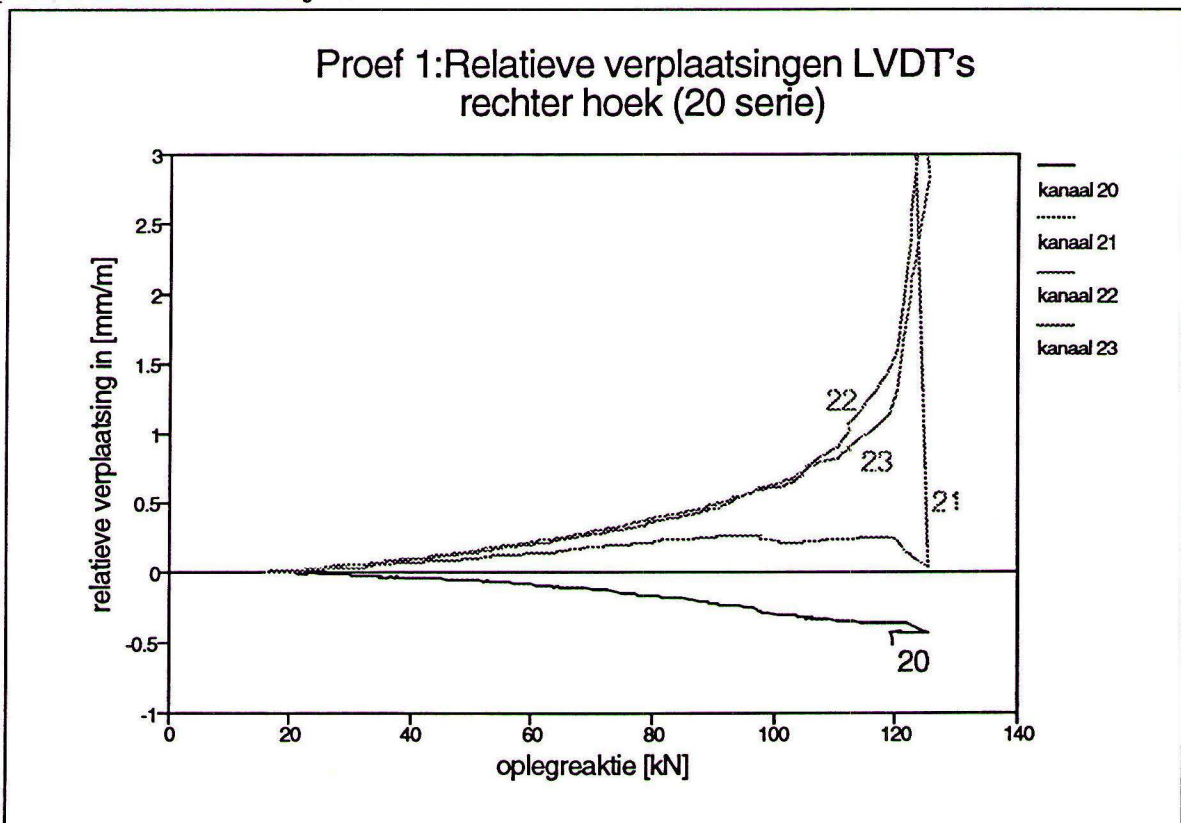
Door de grote afstand tussen de meetpunten, 200 mm en meer, is het gevaar aanwezig dat er bij het belasten binnen het meetbereik (micro-)scheuren ontstaan. Deze verplaatsingen worden in de relatieve verplaatsingen meegenomen. De relatieve verplaatsingen mogen daarom niet worden gelijk gesteld aan de rekken in het beton.

De voorgespannen richting: series 20 en 50

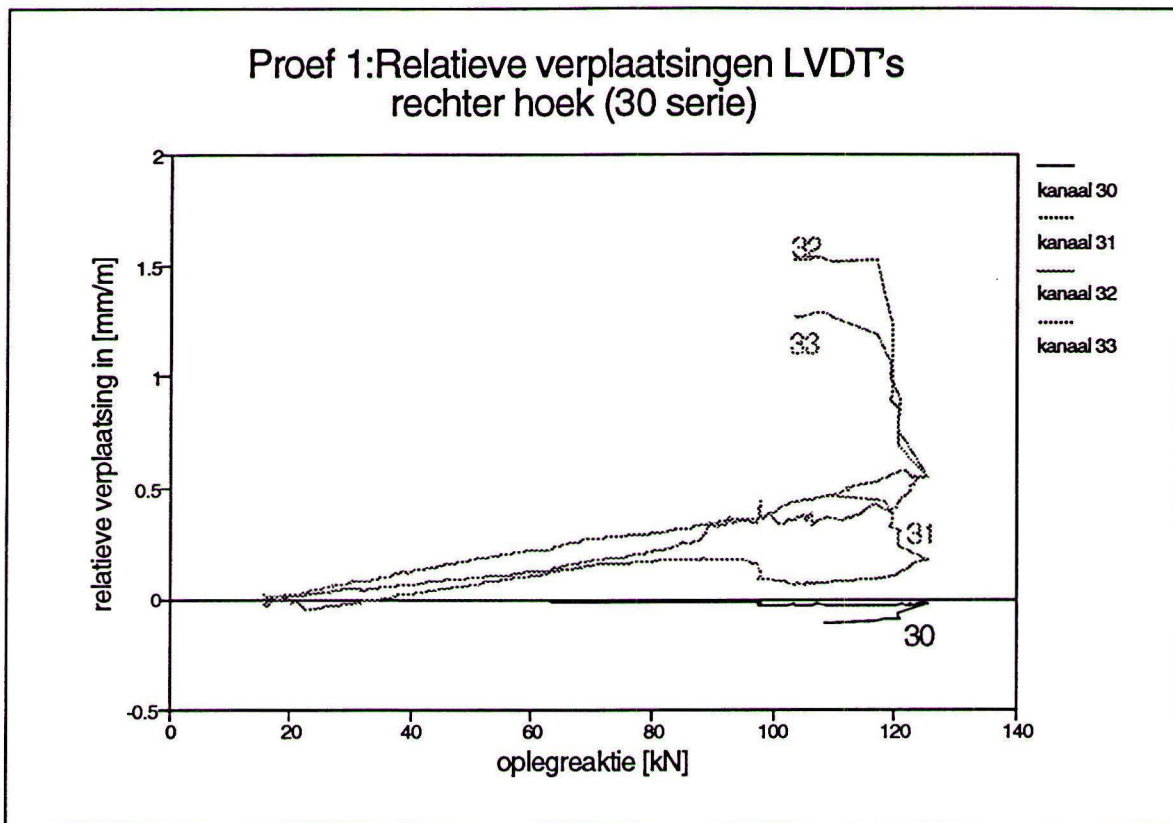
- Tot het ontstaan van de dwarskrachtscheur zijn de verplaatsingen relatief gering.
- Vlak voor het ontstaan van deze scheur is er ook al kleinere scheurvorming te constateren.

De kopse kant van de plaat: series 30 en 40

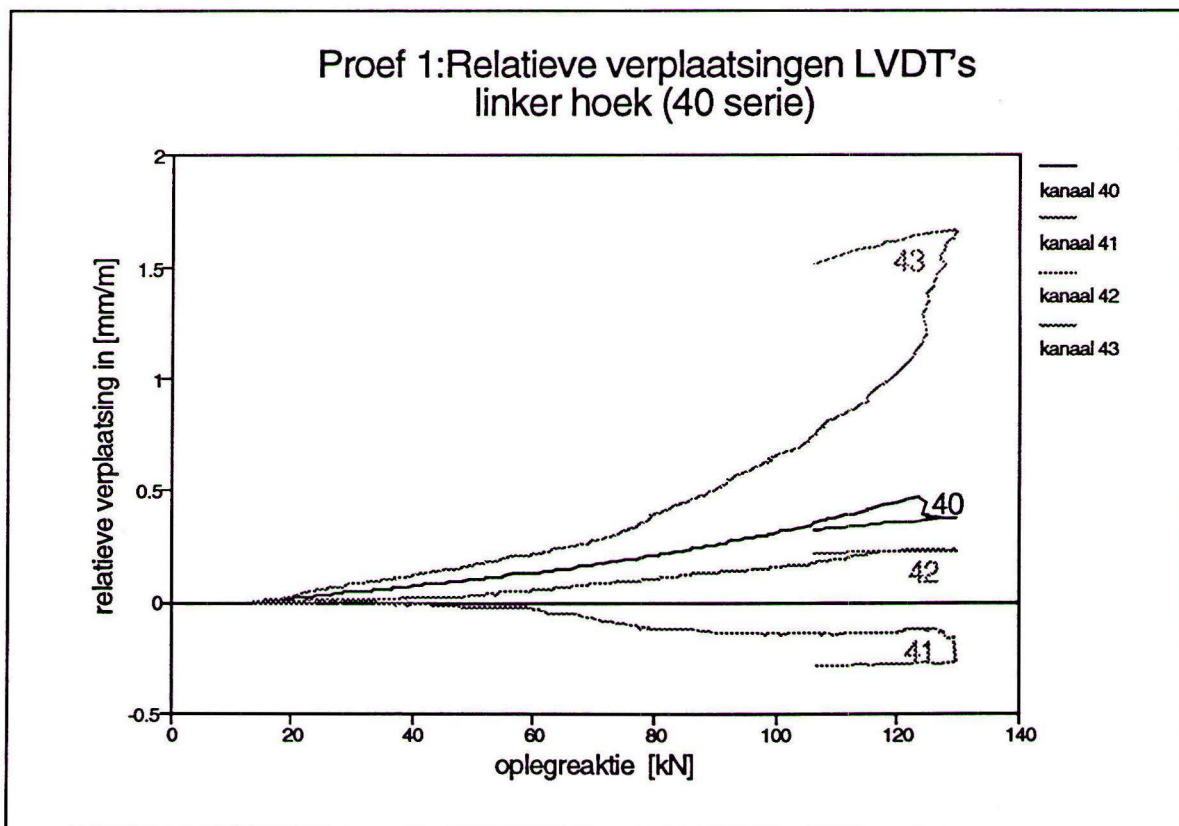
De verplaatsingen nemen geleidelijk toe. Aan de manier van het ontstaan van scheurvorming is af te leiden dat deze richting op moment en niet zoals gehoopt op dwarskracht bezwijkt.



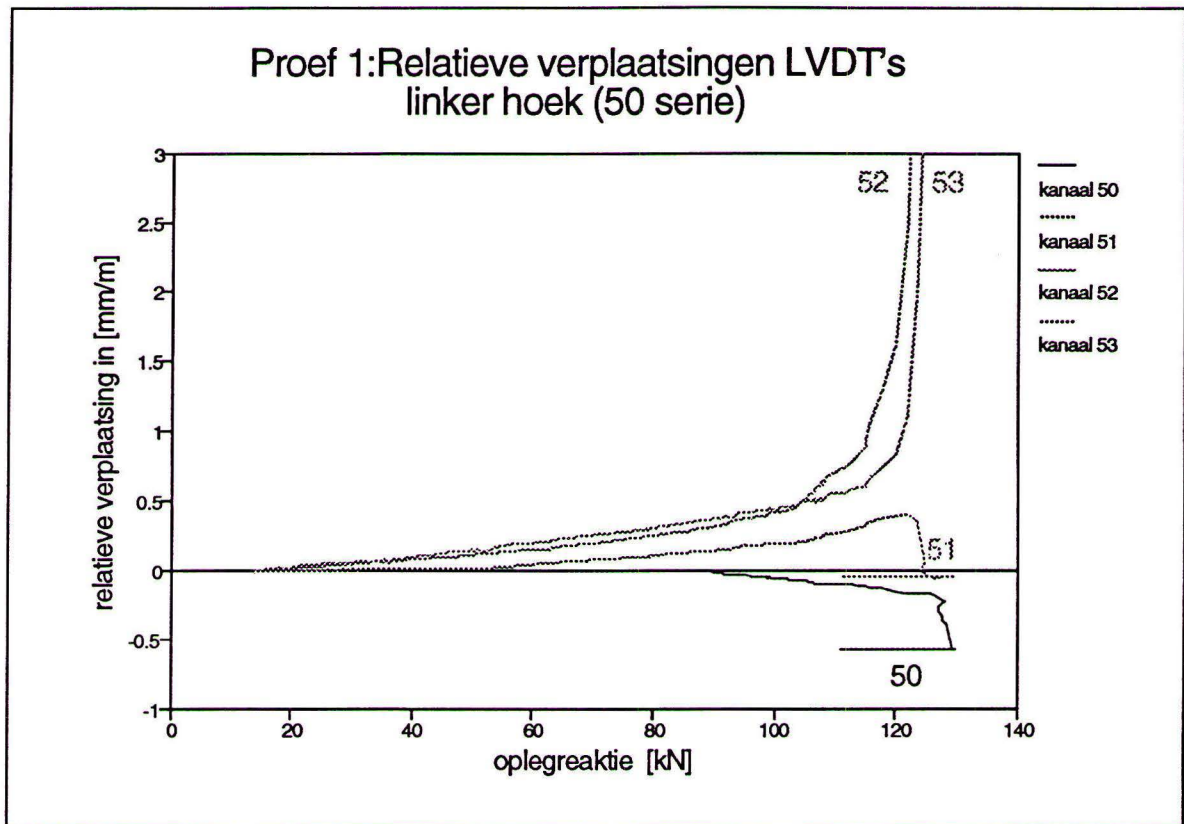
figuur 5: proef 1 -relatieve verplaatsing vs oplegreacties



figuur 6: proef 1 -relatieve verplaatsing vs oplegreacties



figuur 7: proef 1 -relatieve verplaatsing vs oplegreacties



figuur 8: proef 1 -relatieve verplaatsing vs oplegreacties

Proef 2

Afwijking ten opzichte proef 1

Het oplegvlak is verkleind van 130·130 mm naar 100·100 mm

De puntlasten zijn 100 mm verder uit de rand van de plaat geplaatst. Van 65 naar 165 mm.

Observatie van proef 2

Net als bij de eerste proef ontstonden de eerste scheuren tussen de puntlasten in de niet voorgespannen ribbe.

Bij het verder opvoeren van de belasting bezweek de linker oplegging bros. Bij het bezwijken ontstond een kwart als bij aan pons uitziende afschuifkegel. Deze afschuifkegel had op de randen van de plaat een hoek van ongeveer 60° met de plaat-as, foto 5 en foto 6.

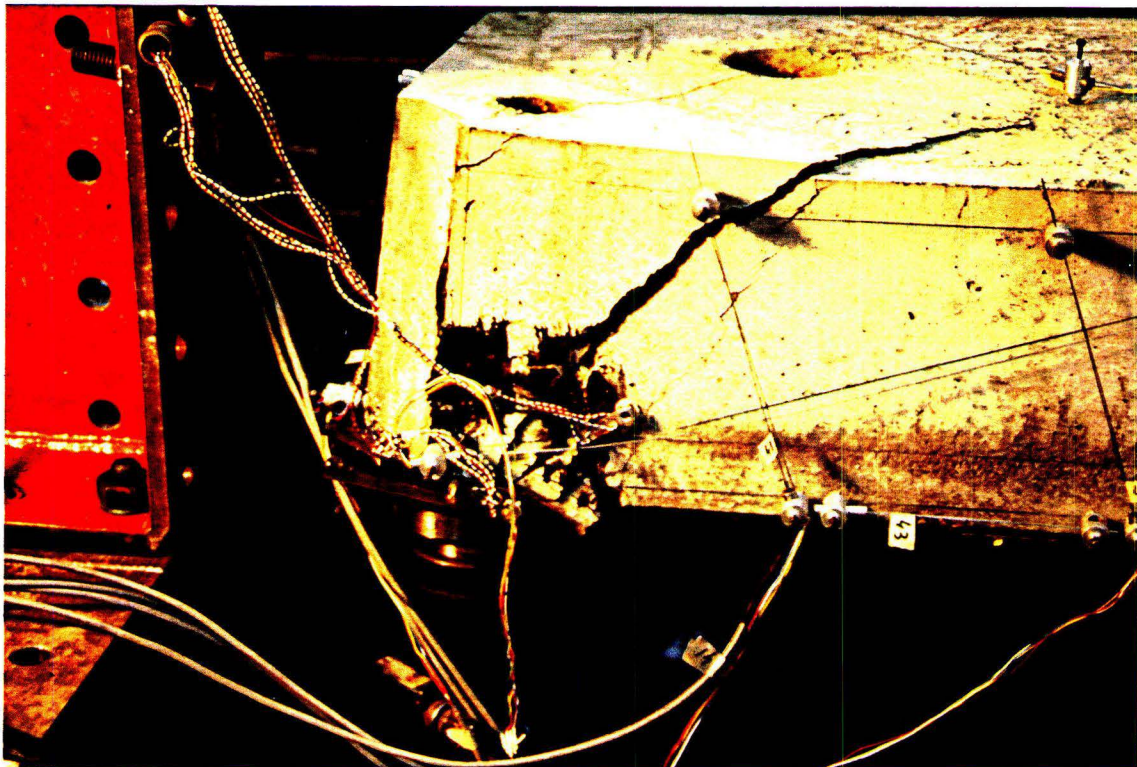


foto 5: proef 2, scheurpatroon linker hoek, niet voorgespannen zijde

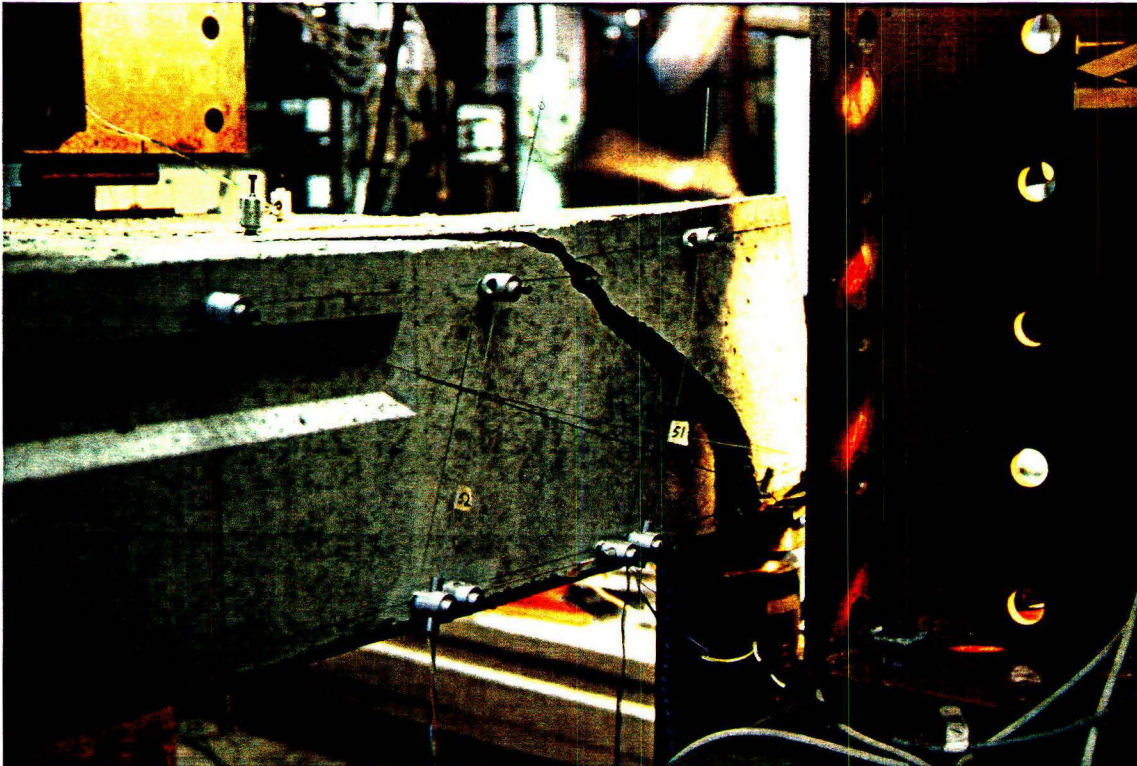
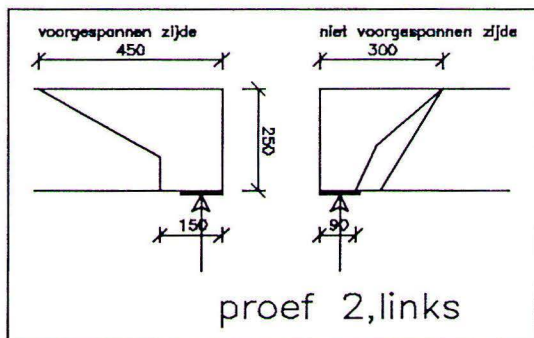


foto 6: proef 2, scheurpatroon linker hoek, voorgespannen zijde



figuur 9: geschematiseerd bezwijkpatroon proef 2 hoek rechts

Boven op de plaat was een scheur die de bissectrice van de hoek van de plaat vormde te zien, foto 7. Deze scheur was ook aan de onderkant van de plaat te constateren.

De rechter, niet bezweken hoek, is later afzonderlijk beproefd.

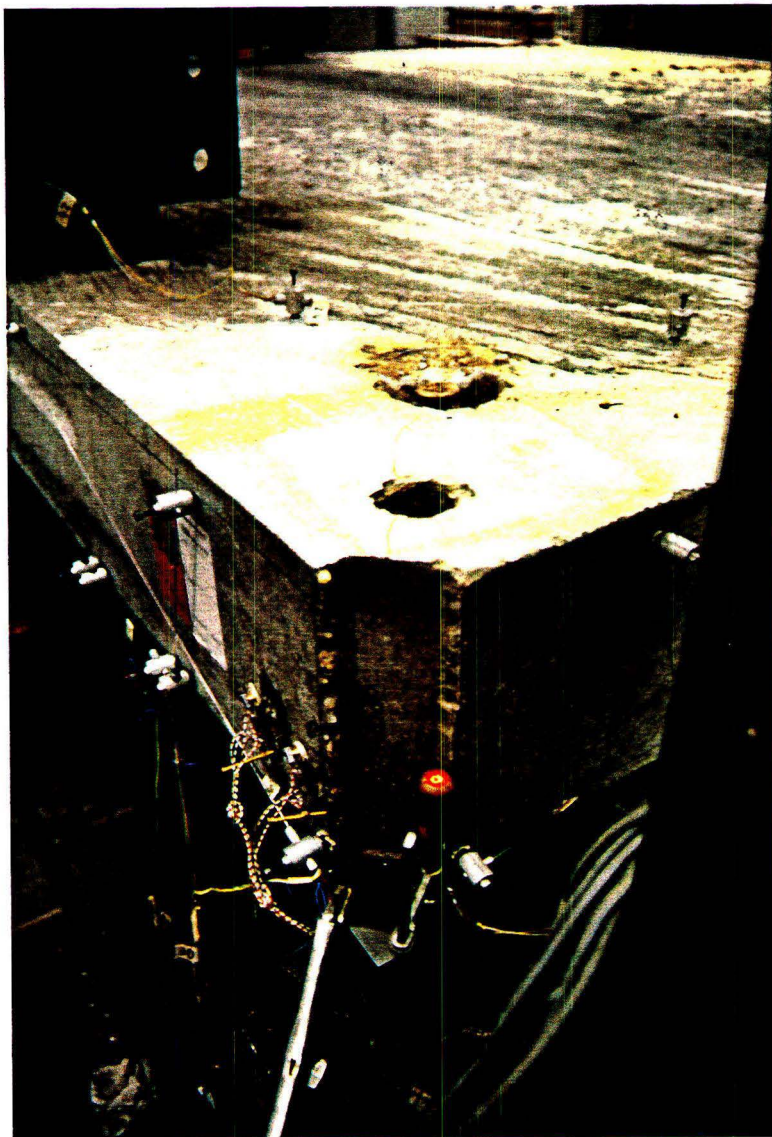
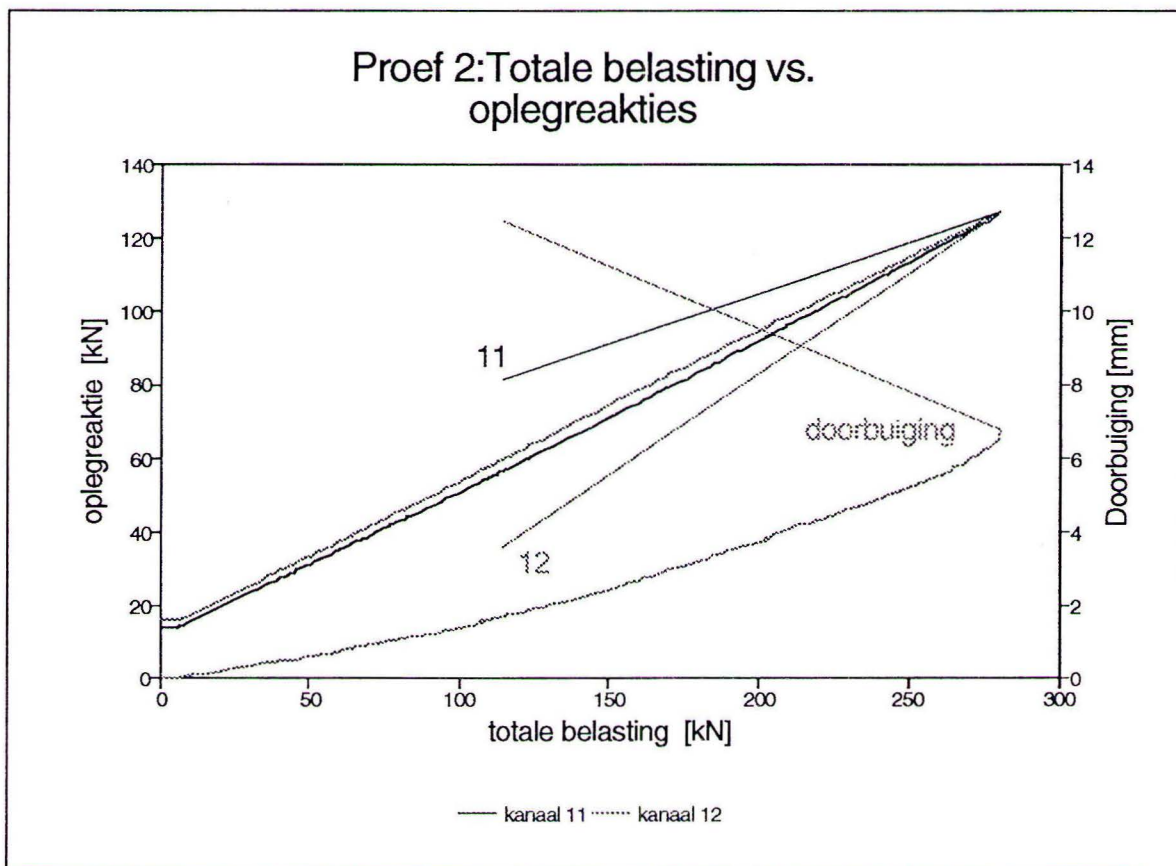


foto 7: proef 2, scheur over de bissectrice van linker de hoek

Belasting vs oplegreacties

In figuur 10 zijn de oplegreacties tegen de totale belasting uitgezet. De oplegreacties lopen met het toenemen van de belasting geleidelijk op. Met het bezwijken van de linker hoek van de plaat valt de belasting gedeeltelijk weg, waardoor ook de oplegreacties gedeeltelijk weg vallen.



figuur 10: proef 2 -oplegreacties vs totale belasting

Belasting vs doorbuiging

In figuur 10 is ook de doorbuiging midden tussen de opleggingen tegen de totale belasting uitgezet.

Beproeven van alleen de hoek rechts

Voor dit onderdeel van de proef werd de 200 kN vijzel door een 560 kN vijzel vervangen. Alleen de voorgespannen ribbe werd belast.

Tijdens het beproeven van de hoek ontwikkelde zich het eerst een 'oude' buigscheur aan de kopzijde van de plaat verder. Deze scheur is de zwakste doorsnede van die ribbe, waarin dan ook de vervormingen plaats vinden en niet dicht bij de oplegging waar de verplaatsingsopnemers zijn aangebracht. De verplaatsingen van de 30-serie zijn daarom niet meegenomen.

Daarna ontstonden tussen de puntlasten op de voorgespannen ribbe buigscheuren. Het bezwijken van de oplegging gebeurde bros. Vanuit de dag van de oplegging ontstond een scheur onder een helling van ongeveer 1 op 3 naar de plaats waar de eerste puntlast aangrijpt, foto 8 en foto 9.

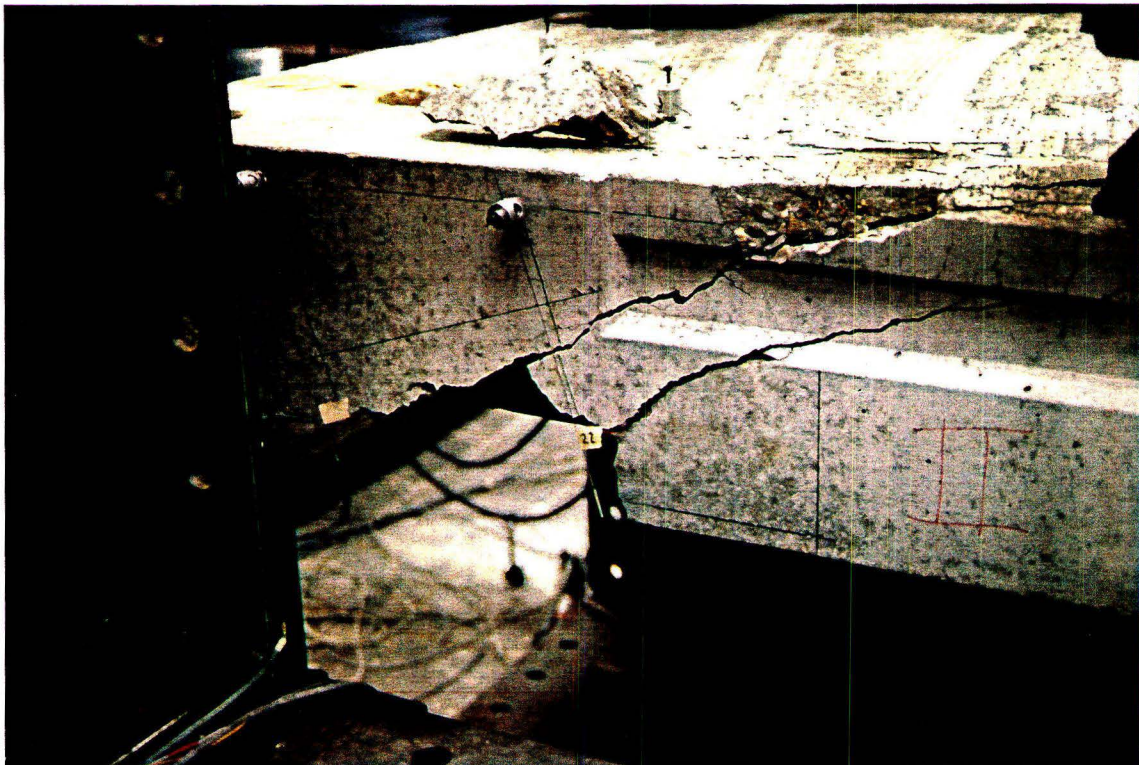
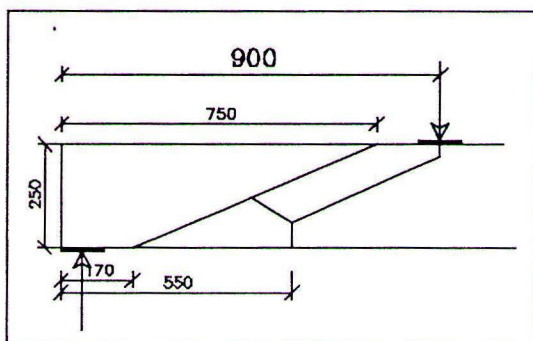


foto 8: proef 2, scheurpatroon rechter hoek, zijkant van de plaat



figuur 11: geschematiseerd bezwijkpatroon proef 2 hoek rechts

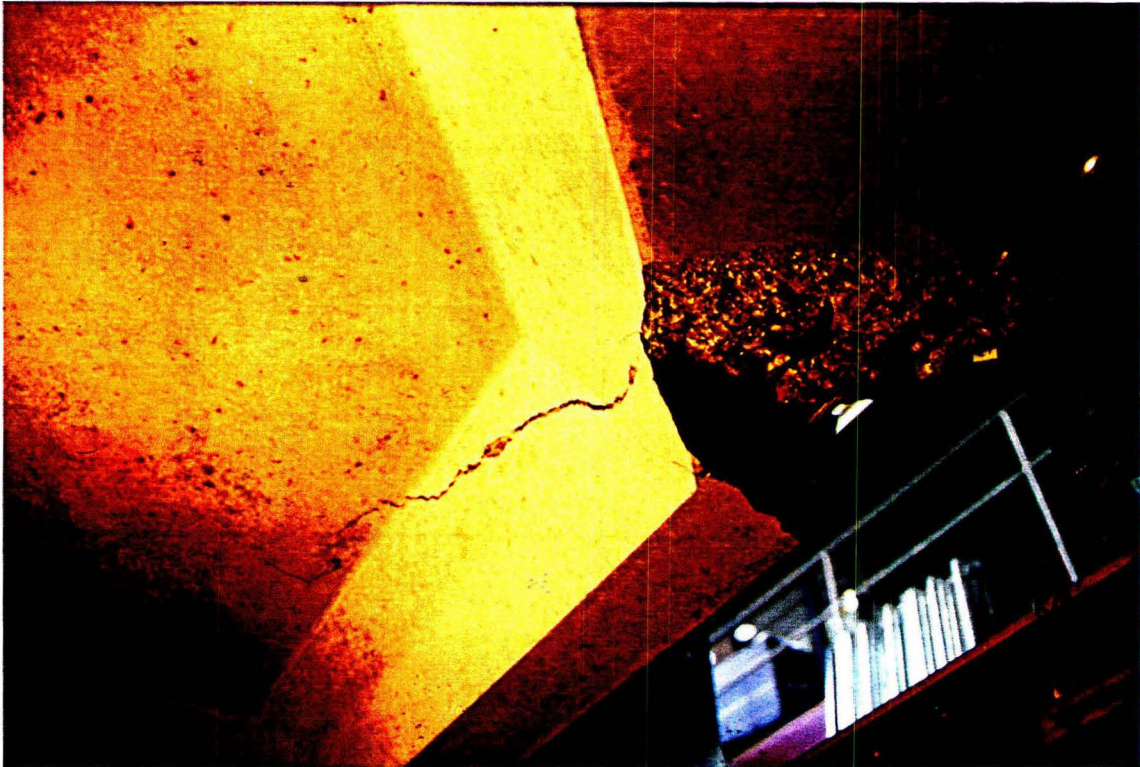


foto 9: proef 2, scheurpatroon rechter hoek, onderzijde van de plaat

Proef 3

Afwijking ten opzichte proef 2

De puntlasten zijn weer op 65 mm uit de rand van de plaat geplaatst. De verhouding van de belastingen is gewijzigd. Doordat de niet voorgespannen zijde gaat scheuren neemt de stijfheid van deze zijde af. Met dit gegeven is een terugkoppeling naar het eindige elementen programma gemaakt. Door nu voor de niet voorgespannen rib een lagere hoogte in te vullen neemt de stijfheid van de doorsnede af, hiermee zal ook de krachtwerking in de plaat veranderen. Gekozen is voor een gereduceerde hoogte van 175 mm. De keuze heeft tot gevolg dat de "voorgespannen rib" 60% van de oplegreactie voor zijn rekening neemt terwijl de "niet voorgespannen rib" 40% opneemt.

De proefopstelling is op deze wijziging eenvoudig aan te passen. Door op de beide voorgespannen zijden een vijzel met een capaciteit van 240 kN en op de niet voorgespannen zijde een 200 kN vijzel te plaatsen.

Observatie van proef 3

Net als bij de voorgaande proeven ontstonden ook bij deze proef de eerste scheuren in de niet voorgespannen ribbe, foto 10. Bij het verder toenemen van de belasting ontstond er ook een scheur in de linker voorgespannen rib. Bij het nog verder toenemen van de belasting werd de scheur langzaam wijder, foto 11 en foto 12.

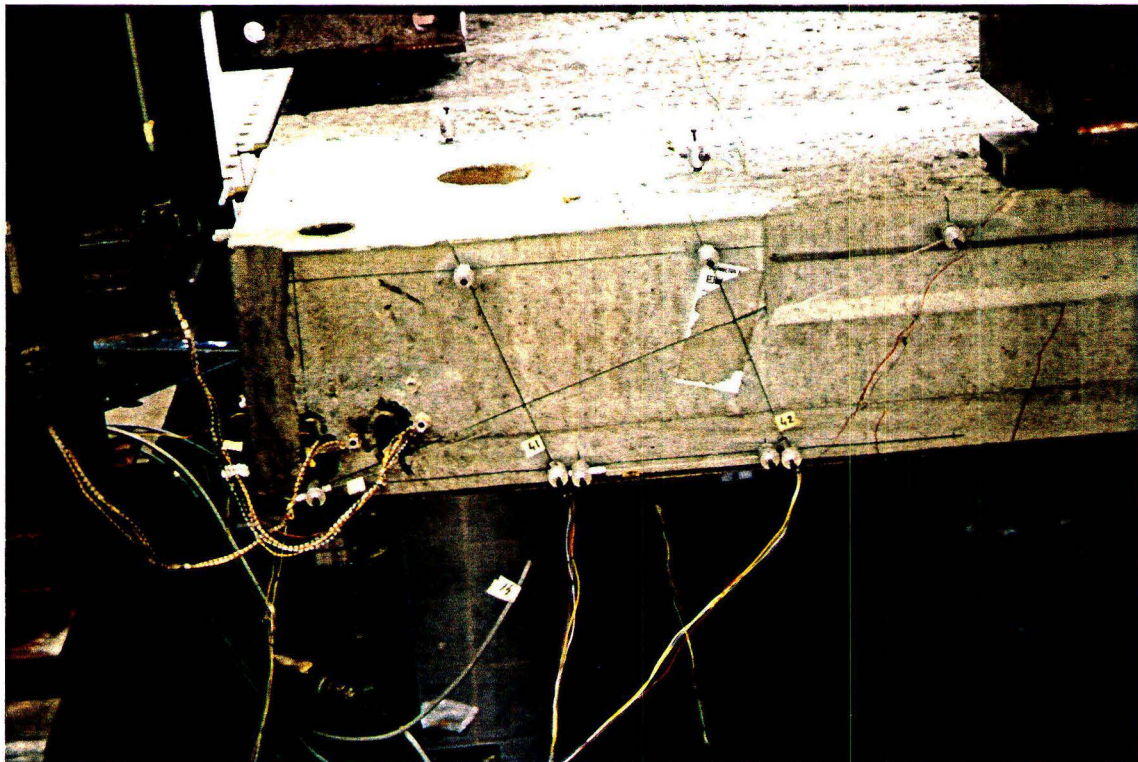


foto 10: proef 3, scheurpatroon linker hoek, buigscheuren nabij de oplegging niet voorgespannen zijde

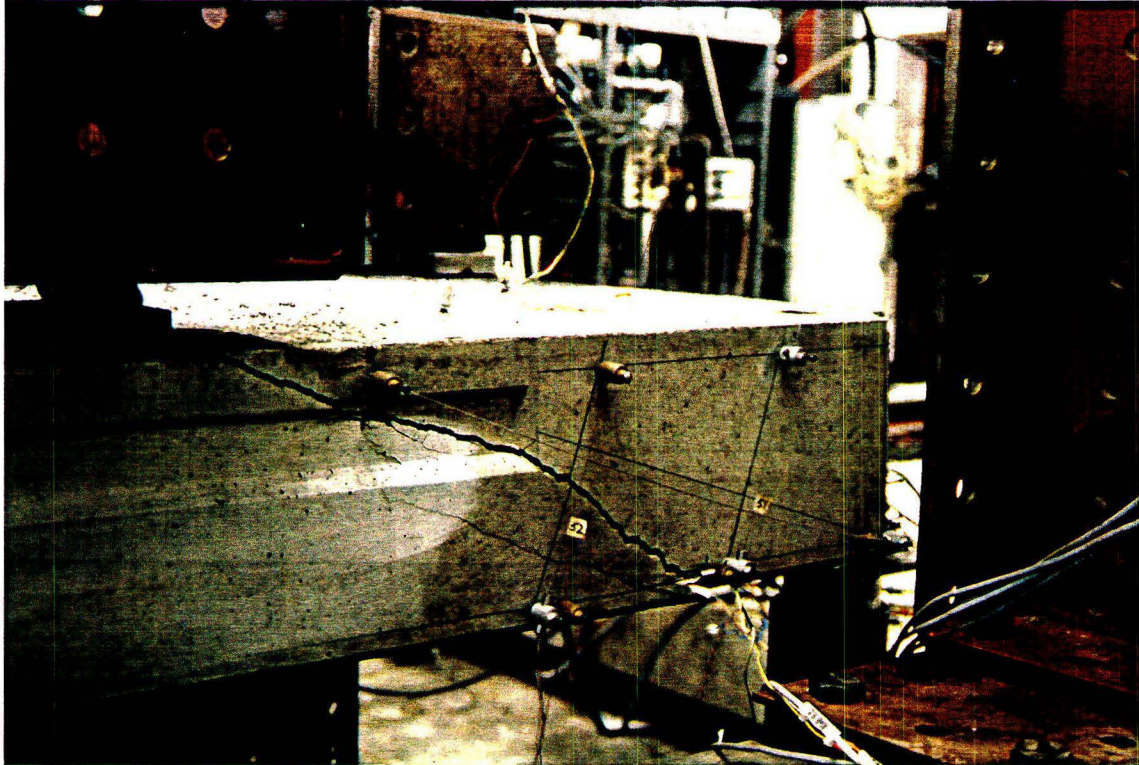
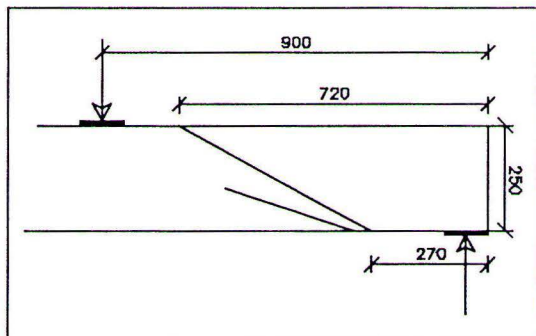


foto 11: proef 3, scheurpatroon linker hoek, voorgespannen zijde



figuur 12: geschematiseerd bezwijkpatroon proef 3 hoek links

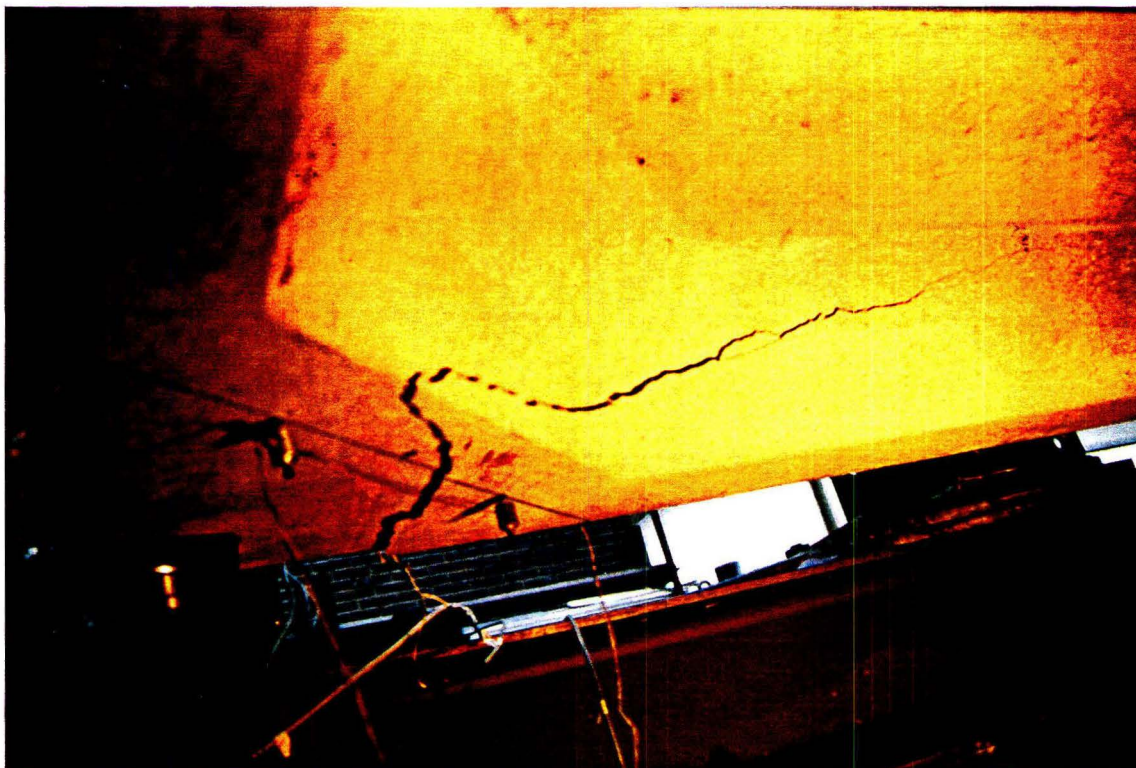
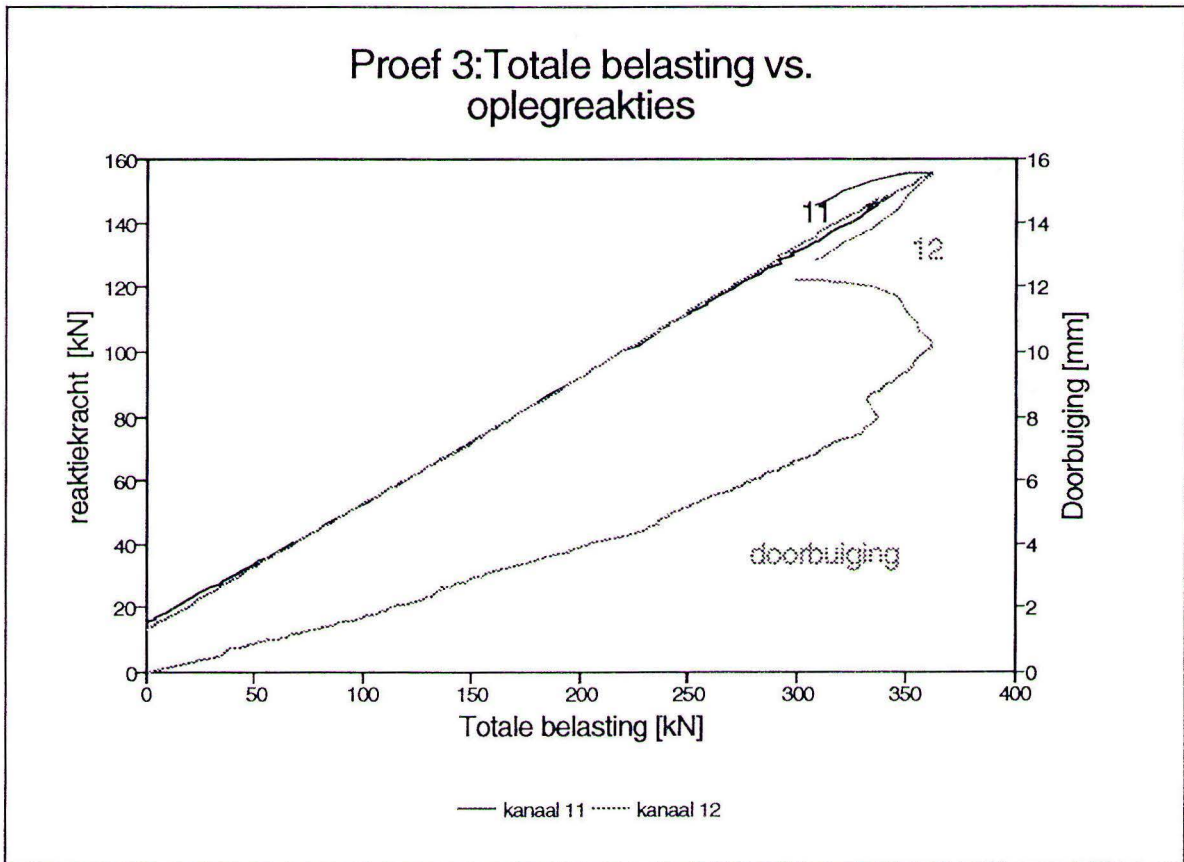


foto 12: proef 3, scheurpatroon linker hoek, onderzijde van de plaat

Belasting vs oplegreacties

In figuur 13 zijn de oplegreacties tegen de totale belasting voor de derde proef uitgezet. De oplegreacties lopen met het toenemen van de belasting geleidelijk op. Met het bezwijken van de linker hoek van de plaat, kanaal 12, valt door de vervorming de belasting gedeeltelijk weg, waardoor ook de oplegreacties gedeeltelijk weg vallen.

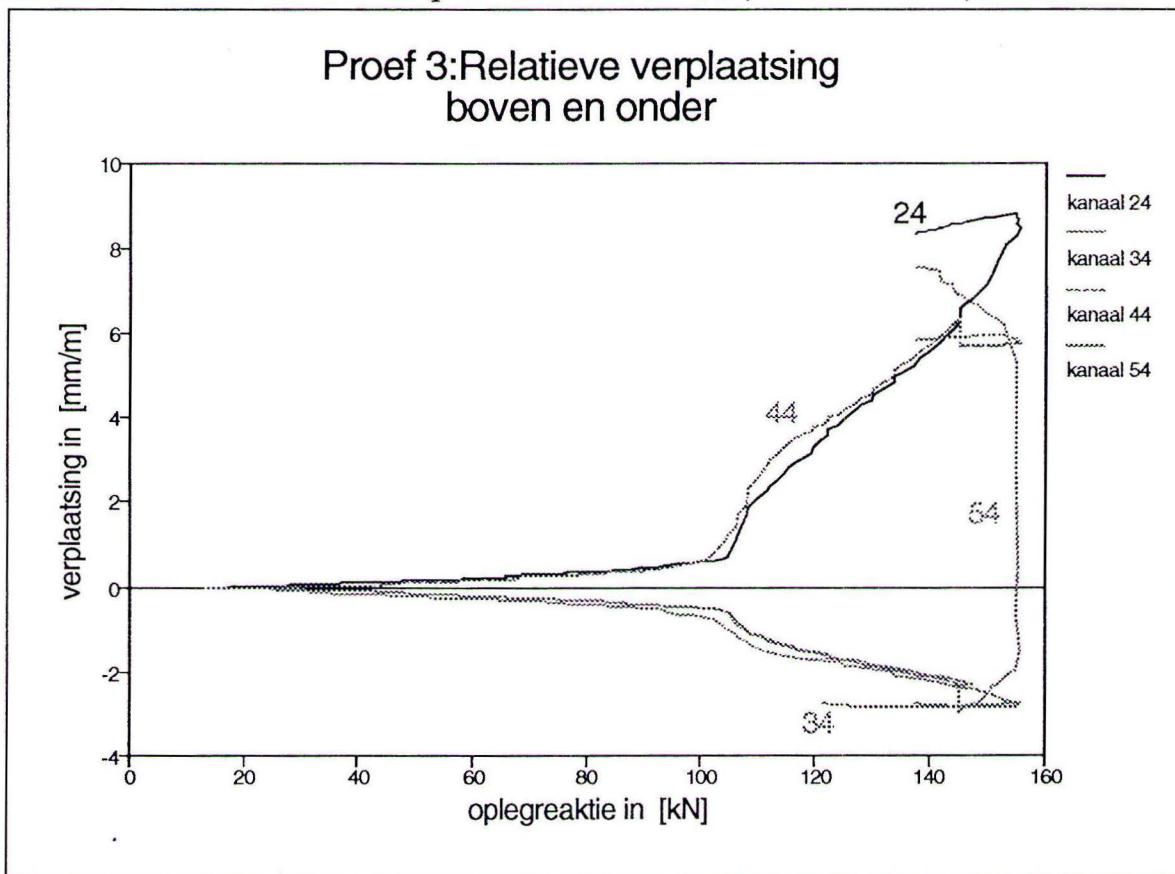


figuur 13: proef 3 -oplegreacties vs totale belasting

Opnemers boven en onder de plaat

Met deze verplaatsingsopnemers zijn de verplaatsingen op de plaat (kanalen 24 en 44) en onder de plaat (kanalen 34 en 54) gemeten.

Deze opnemers geven voor de kanalen 24 en 44 op de plaat een relatieve verplaatsing van ongeveer 0.5‰ bij een oplegreactie van 105 kN een sterk toenemende verplaatsing te zien. Dit geeft aan dat er binnen het meetafstand van de opnemers een scheur is ontstaan. Ook op het proefstuk zelf was een scheur te constateren. Hieruit kan geconcludeerd worden dat door het vervormen van de plaat bij de oplegging wringende momenten optreden. Deze momenten werken loodrecht op de ontstane scheur, zie ook foto 7, blz 13.



figuur 14: proef 3 -verplaatsing opnemers op de plaat vs oplegreacties

Beproeven van alleen de hoek rechts

Bij de oplegging ontstond vanuit de oplegging eerst een kleine scheur onder een hoek van ongeveer 55° met de voorgespannen rib. Bij het verder door belasten ontstond in dezelfde ribbe op korte afstand verder een brossere scheur onder ongeveer 25° met de ribbe, foto 13 en foto 14.

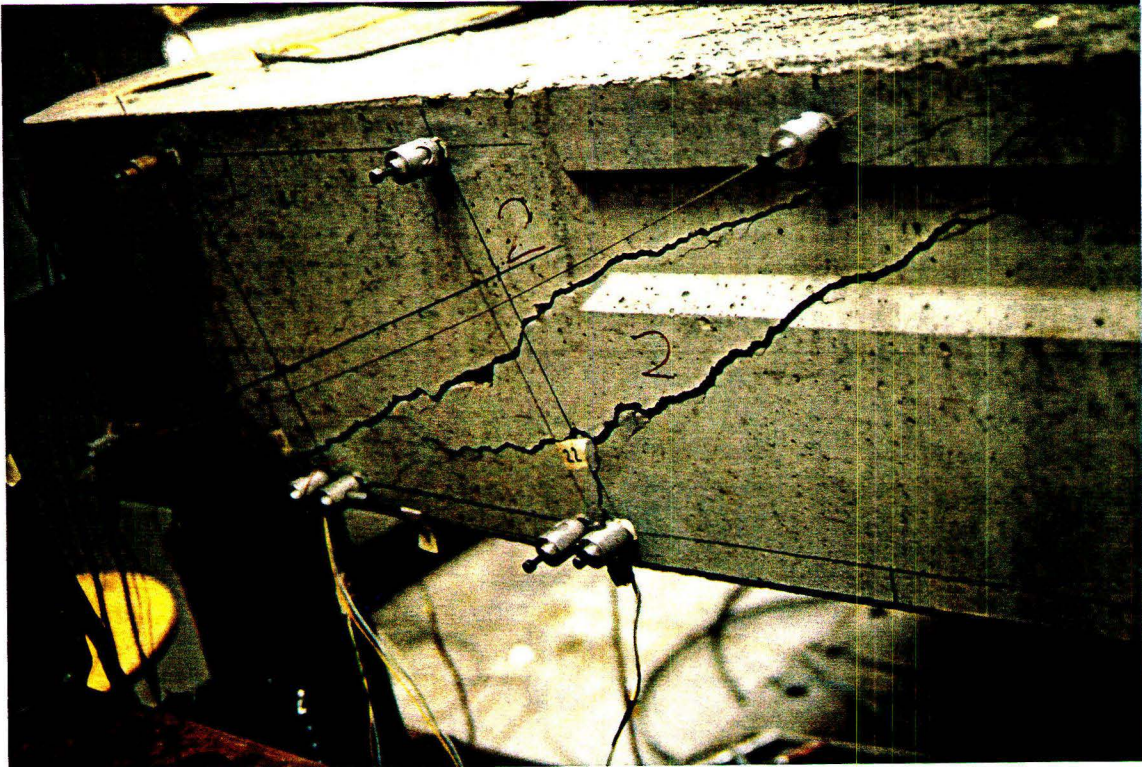
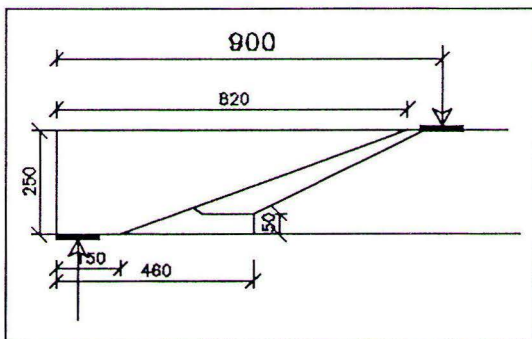


foto 13: proef 3, scheurpatroon rechter hoek, voorgespannen zijde



foto 14: proef 3, scheurpatroon rechter hoek, onderzijde



figuur 15: geschematiseerd bezwijkpatroon proef 3 hoek rechts

Overzicht resultaten

tabel 1: resultaten van de proeven

Oplegreakties [kN]	eerste proef		tweede proef		derde proef	
	links	rechts	links	rechts	links	rechts
begin proef	15.7	13.8	14.8	14.6	13.0	14.9
bezwijken	125.5	128.1	127.4	<u>127.0</u>	154.5	<u>155.3</u>
gemiddeld	127.2		126.8		154.9	
totale belasting [kN]	274.7		280.8		361.2	
afstand van scheur in de voorgespannen rib tot de kop van de plaat [mm]						
onder	300	150	150		270	
boven	680	780	450		720	
op halve hoogte	420	550	240		490	

tabel 2: resultaten van de proeven op de niet bezweken ribben

Oplegreakties [kN]	tweede proef		derde proef	
	hoek	rechts	hoek	rechts
begin proef		26.8		20.5
bezwijken		150.2		148.8
totale belasting		226.4		208.5
afstand van scheur in de voorgespannen rib tot de kop van de plaat [mm]				
onder		170/550		150/460
boven		750/900		820/860
gemiddeld		450/720		500/620

De waarden voor *oplegreakties begin proef* is de oplegreactie ten gevolge van het eigen gewicht van de plaat en de daarop aanwezige dode belasting in de vorm van stalen balken.

De waarden voor *oplegreakties bij bezwijken* zijn de hoogste geregistreerde waarden; er wordt immers om de 5 seconden gemeten.

De waarden voor *totale belasting* is de maximaal gemeten oliedruk vermenigvuldigd met het totale oppervlak van de toegepaste vijzels.

Afstand vanuit de rand van de plaat geeft de afstand van de scheur ten opzichte van de rand van de plaat. De afstand is bepaald aan zowel de boven als de onderzijde van de plaat.♣

Bijlage 5: Materiaalgegevens

Beton:

- Omrekenen van cilinder naar kubusdruksterkte;

Inhoud

Inhoud	1
Druksterkte	2
Algemeen	2
Schaalfactoren	3
Cilinder- vs kubusdruksterkte	3
Korteduur- vs langeduursterkte	4
Vergelijking van de voorschriften	5
Numeriek onderzoek	5
Konklusies	6
Betontreksterkte	7
Algemeen	7
Proeven	8
Proefstukken	8
Nummering van de proefstukken	8
Bepalen slijttreksterkte van beton	8
Bepalen druksterkte van beton	8
Resultaten	9
Drukproeven	9
Slijtproeven	10
Lijst van figuren	
figuur 1: spanningen tussen proefstuk en drukbank	2
figuur 2: één- en drieassige spanningstoestanden	2
Lijst van tabellen	
tabel 1: Invloed van slankheid op druksterkten	3
tabel 2: Omrekenfactoren van kubus- naar cilinderdruksterkte	4
tabel 3: korrektiefactoren voor het berekenen van kubusdruksterkten van kubussen met ribbe ongelijk 150mm	4
tabel 4: omrekenfactoren van korteduur- naar langeduursterkte	5
tabel 5: omrekening van slijttreksterkte $f_{b,sp}$ naar éénassige treksterkte f_b [10]	7
tabel 6: resultaten van de drukproeven	9
tabel 7: resultaten van de slijtproeven	10

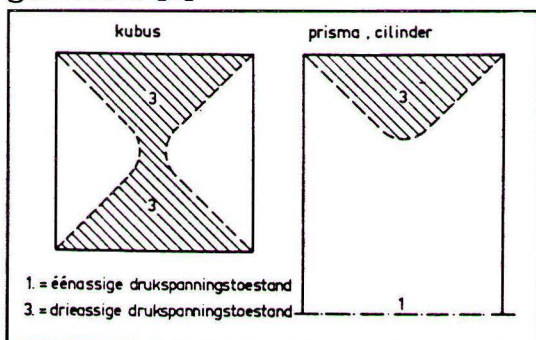
Druksterkte

Algemeen

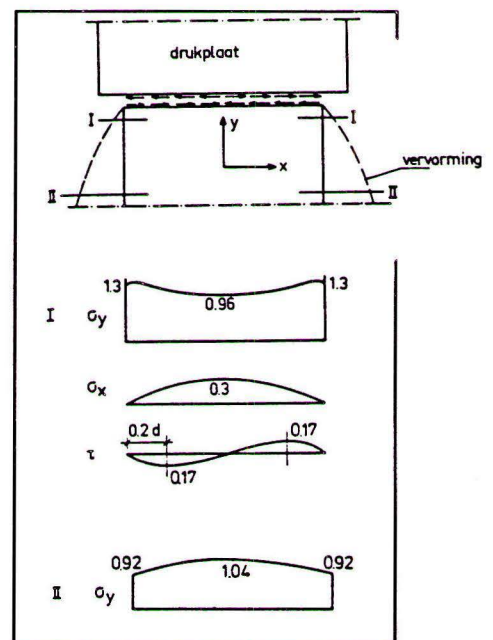
"De druksterkte van beton wordt als referentiewaarde voor alle mechanische en zelfs voor fysische eigenschappen gebruikt. De druksterkte wordt meestal bepaald door middel van een kubusdrukproef met gestandaardiseerde proefstukken; het resultaat is de kubusdruksterkte. Worden andere proefstukvormen en/of afmetingen gebruikt, dan worden andere waarden gemeten.

In Nederland is het gebruikelijk om voor het bepalen van de karakteristieke druksterkte kubussen met een ribbe van 150mm te gebruiken. In andere landen worden soms andere kubusafmetingen gebruikt, die tot andere resultaten kunnen leiden. Als de 150mm kubus als 100% aangehouden wordt, kunnen voor de 100, 200 en 300 mm kubus 110, 95 en 90% als resultaat verwacht worden. Naarmate de kubus groter wordt, wordt de gemeten sterkte lager. Dit hangt gedeeltelijk met de stijfheid van de gebruikte proefbanken samen. Gedeeltelijk met de kans op zwakke plekken in het beton, die groter wordt naarmate het volume toeneemt. De kleinste proefstukafmeting moet niet kleiner zijn dan vier maal de grootste korrel van het beton, omdat anders vanwege de inhomogeniteit van het proefstuk verkeerde en vooral sterk gespreide waarden worden verkregen.

In figuur 1 zijn de spanningen en vervormingen in een rechthoekige schijf weergegeven. Hieruit blijkt, dat in het vlak tussen drukplaat en kubus schuifspanningen ontstaan, die een gevolg zijn van dwarsuitzetting en wrijving. Deze geven drukspanningen haaks op de uitwendige belasting. Zo ontstaat een steundruk, die de scheurvorming tussen de korrels belemmert met als gevolg een hogere draagkracht. In een prisma of cilinder is deze zone beperkt tot een gedeelte van het proefstuk, terwijl in de middenzone een éénassige spanningstoestand heerst, zie figuur 2. Hier wordt dan een zuivere druksterkte gemeten." [3]



figuur 2: één- en drieassige spanningstoelstanden



figuur 1: spanningen tussen proefstuk en drukbank

Schaalfactoren

"Het verband tussen de slankheid van het proefstuk en de druksterkte is afhankelijk van het contactvlak drukplaat/proefstuk, van de stijfheid van de drukplaat, van de stijfheid van het beton en daarmee de ouderdom van het beton.

Het verschil tussen prisma en kubus is bij lagere betondruksterkten groter. Als gemiddelde waarden kan tabel 1 worden aangehouden."[3]

tabel 1: Invloed van slankheid op druksterkten

Reinhardt [3]							
h/d	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2	4
rel.sterkte [%]	300	150	120	100	85	80	80
Lewandowski [10]							
h/d	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00
d=100mm	1.44	1.18	1.05	0.97	0.92	0.88	0.85
d=150mm	1.37	1.12	1.00	0.93	0.87	0.84	0.81

Uit de tabel blijkt dat volgens Reinhardt [3] de slankheid vanaf 2 geen invloed meer heeft op de sterkte. De resultaten volgens Lewandowski komen redelijk over een met de resultaten volgens Reinhardt.

De resultaten van Lewandowski zijn uit experimenteel onderzoek afgeleid.

Cilinder- vs kubusdruksterkte

In de Model Code (MC), de Euro Code (EC), de Duitse norm (Din) en de Belgische norm (NBN) worden voor de omrekenfactoren van karakteristieke cilinderdruksterkte naar karakteristieke kubusdruksterkte omrekenfactoren per betonsterkteklasse gegeven.

De proefstukafmetingen waarop deze omrekenfactoren zijn gebaseerd zijn cilinders met een diameter van 150mm, voor het bepalen van de kubusdruksterkte gaan de Model Code en de Euro Code uit van kubussen met ribbe 150mm terwijl de Duitse (Din) en Belgische norm (NBN) uitgaan van kubussen met ribbe 200mm.

In tabel 2 staan de omrekenfactoren volgens de verschillende normen bij elkaar.

De Duitse Din-norm geeft verder nog een omrekenfactor van kubussen met een ribbe van 200mm naar kubussen met een ribbe van 150mm, deze factor is 0.95 (niet in de tabel 2 opgenomen).

Ook in de VBT zijn korrektiefactoren voor het berekenen van kubusdruksterkten van kubussen met een ribbe ongelijk 150mm gegeven. Zie tabel 3.

tabel 2: Omrekenfactoren van kubus- naar cilinderdruksterkte

	B12	B20	B30	B40	B50	B60	B70	B80
M C	0.80	0.80	0.81	0.80	0.83	0.86	0.82	0.84
Din	0.80	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85
NEN	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85
NBN	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83
	B12/25	B25/30	B30/37	B35/45	B40/50	B45/55	B50/60	
E C	0.80	0.83	0.81	0.78	0.80	0.82	0.83	

tabel 3: korrektiefactoren voor het berekenen van kubusdruksterkten van kubussen met ribbe ongelijk 150mm

ribbe	100	150	200	300
VBT	0.91	1	1.05	1.10
Din		0.95	1	
Din		1	1.05	

$$\text{omrekenfaktor} = \frac{\text{karakteristieke cilinderdruksterkte}}{\text{karakteristieke kubusdruksterkte}}$$

Korteduur- vs langeduursterkte

VBC artikel 6.1.1 (toelichting):

De representatieve waarde van de druksterkte komt overeen met de karakteristieke waarde van de eenassige langeduur-druksterkte. De eenassige druksterkte is lager dan de kubusdruksterkte. Dit is in rekening gebracht door de kubusdruksterkte met 0.85 te vermenigvuldigen.

De lange-duursterkte is bepaald door de korteduur-sterkte met de faktor 0.85 te vermenigvuldigen. Het produkt van beide factoren resulteert in de in de normtekst opgenomen faktor 0.72.

Met de materiaalfaktor γ_m worden onzekerheden verdiskonteerd met betrekking tot de spreiding in de materiaaleigenschappen van de proefkubussen en de eigenschappen in het werk.

Model Code

Voor hoge waarden van de drukspanning zal de druksterkte van beton in de tijd afnemen. Daartegenover staat dat de sterkte in de tijd toeneemt ten gevolge van doorgaande hydratatie. Een vergelijking wordt gegeven voor het resultaat van deze twee, elkaar tegenwerkende, fenomenen. In de toelichting wordt voor de langeduursterkte van beton, dat wordt belast op een ouderdom van 28 dagen, een waarde gelijk aan 0,78 maal de korteduur-druksterkte aangegeven.

Voor het vereenvoudigde σ - ϵ diagram dat wordt aangegeven, wordt de maximale spanning gelijk gesteld aan $0.85 \cdot f_{cd}$ (zie 7.2.1). Hoewel het niet expliciet is aangegeven, zal in de faktor 0.85 het langeduur effect wel verwerkt zijn (zie ook EC) [10]

Vergelijking van de voorschriften

Hoewel niet expliciet wordt aangegeven in alle voorschriften die zijn bekeken, komt het er op neer dat voor het in rekening brengen van het langeduur-effekt met betrekking tot de druksterkte, een faktor gelijk aan 0.85 wordt gehanteerd.[10]

tabel 4: omrekenfactoren van korteduur- naar langeduurstrekte

VBC	0.85
M C	0.85
E C	0.85
NBN	0.85
BS	0.67

Opgemerkt kan nog worden dat volgens de toelichting op Artikel 204.5.1 van VB 1974/1984 voor de koëfficiënt, die de invloed van langdurige belasting op de druksterkte tot uiting brengt, de waarde 0.9 is aangehouden. In een voetnoot wordt vervolgens opgemerkt:

"Deze koëfficiënt geldt voor lagere betonkwaliteiten tot ca B22.5. Naarmate de betonkwaliteit stijgt, daalt de koëfficiënt en wel tot ca. 0.8 bij B60. Eenvoudigheidshalve is deze vermindering niet in rekening gebracht."[10]

Numeriek onderzoek

De afleiding van de druksterkte van een in verhouding korte cilinder zou alleen dan van die van een prisma afwijken, als bij het prisma de sekundaire buigende momenten van de afschuifkegel van het omsluitende materiaal meegenomen worden. Bij een cilinder zijn deze buigende momenten zeker kleiner dan bij een prisma.

Bij een nauwkeuriger afleiding zou de cilinderdruksterkte, vooral door de genoemde sekundaire buigende momenten, iets hoger blijken dan de prismadruksterkte.[4]

Bij de in deze literatuur gemaakte afleiding voor prisma's zijn de genoemde buigende momenten niet meegenomen. Vandaar dat de volgende konklusie getrokken wordt: ...is de theoretische afgeleide vergelijking voor de cilinderdruksterkte gelijk aan die voor de theoretische afgeleide vergelijking voor de prisma druksterkte.

Deze luidt:

$$\beta_c = \beta_0 \cdot \left[6.31 \cdot \rho^{1.74} + \frac{\text{tg}\gamma_0}{\text{tg}(\gamma_0 - \rho)} \right]$$

waarin:

- β_c cilinderdruksterkte
- β_0 treksterkte van de doorsnede
- γ_0 hoek van inwendige wrijving
- ρ

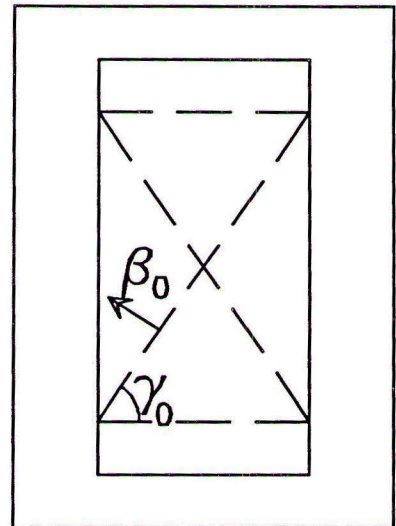
$$\gamma_0 = 45^\circ + \rho/2$$

$$\rho = 2(\gamma_0 - 45^\circ)$$

Voor het toepassen van deze vergelijking moet worden voldaan aan de vergelijking:

$$\text{hoogte} \geq \text{diameter} \cdot \text{tg}(45^\circ + \rho/2)$$

[4]



Konklusies

Uit de beschreven theorie kan gekonkludeerd worden dat voor cilinders met een minimale hoogte/breedte verhouding van 2 de zuivere druksterkte gevonden wordt. Om nu de representatieve waarde van de druksterkte te berekenen moet de zuivere druksterkte met de faktor voor de lange-duur strekte vermenigvuldigd worden.

$$f_b = 0.85 \cdot f_{\text{cilinder}} \text{ (zie ook tabel 4)}$$

De karakteristieke waarde van de druksterkte wordt gevonden door de cilinderdruksterkte te delen door de faktor voor de eenassige naar meerassige spanningstoestand (kubusdruksterkte).

$$f_{\text{ck}} = f_{\text{cilinder}} / 0.85 \text{ (NEN6720)}$$

$$f_{\text{ck}} = f_{\text{cilinder}} / 0.80 \text{ (Reinhardt)}$$

Betontreksterkte

Algemeen

Voor de bepaling van de treksterkte van beton worden in het algemeen drie verschillende proeven gebruikt. Dit zijn de éénassige trekproef, de splijtproef en de buigproef. De éénassige trekproef is moeilijk uit te voeren en de resultaten kunnen door diverse effecten, zoals een initiële spanningsverdeling ten gevolge van ongelijkmatige krimp, sterk worden beïnvloed. De splijtproef wordt veel meer toegepast. Als nadelen voor deze proef kunnen worden genoemd, het feit dat niet een eenassige trekspanning wordt aangebracht, maar een twee-assige druktrekspanning. De buigtreksterkte, die verkregen wordt uit de buigproef is in feite veel meer een verhoudingsgetal waarmee een indicatie wordt verkregen voor de treksterkte, dan een waarde voor de materiaalparameter "treksterkte". De, in vergelijking met de éénassige treksterkte en de splijttreksterkte, hogere waarde die voor de buigtreksterkte wordt gevonden, is het gevolg van een niet-lineaire spanningsverdeling over de hoogte. Met behulp van de breukmechanica kan de relatie tussen de buigtreksterkte en de éénassige treksterkte worden aangetoond, en tevens de afhankelijkheid van de buigtreksterkte met de hoogte van het proefstuk.[10]

Evenals bij de druksterkte is er voor de treksterkte een waarde voor de korteduur treksterkte en de langeduur treksterkte. In de voorschriften wordt gewerkt met de relatie tussen de treksterkte en de druksterkte, die is gebaseerd op gemiddelden van treksterkte en druksterkte, gevonden in experimenten.[10]

Volgens de VBC moet de waarde voor de treksterkte met de gegeven relatie worden bepaald uit de karakteristieke kubusdruksterkte. Daarom speelt de relatie tussen de éénassige treksterkte en de splijttreksterkte in de VBC geen rol. In de andere voorschriften worden ook experimenten aangegeven waarmee de treksterkte kan worden bepaald. Daarbij worden omrekeningsfactoren gegeven voor die gevallen waarbij de treksterkte is bepaald uit splijttreksterkte en buigtrekproeven.[10]

tabel 5: omrekening van splijttreksterkte $f_{b:spl}$ naar éénassige treksterkte f_b [10]

VBC	---
MC/EC	$f_{bm} = 0.90 \cdot f_{b:spl}$
NBN	$f_{bm} = 0.85 \cdot f_{b:spl}$

Proeven

Proefstukken

Voor het bepalen van de betonkwaliteit, de druksterkte, zijn uit elke beproefde plaat 3 cilinders geboord. Van deze cilinders is de boven en onderkant gezaagd, de wapening aan de onderkant en de ruwe stortzijde aan de bovenkant.

De geboorde cilinders hebben een diameter van 76 of 95 mm. De hoogte breedte verhouding is voor alle proefstukken ruim 2.

Na het afzagen van de ruwe zijden zijn de cilinders vlak geschuurd. Dit is gedaan om ervoor te zorgen dat de platen van de drukbank vlak tegen het proefstuk sluiten waardoor er geen partieel bezwijken kan optreden.

Bij het beproeven is er op en onder de cilinder een kartonnen plaatje aangebracht. Dit plaatje dient ervoor de druk gelijkmatig over het proefstuk te verdelen en om de wrijving tussen drukplaat en proefstuk te verminderen.

Verder moet opgemerkt worden dat van sommige proefstukken het onder- en bovenvlak niet parallel zijn. Hetgeen zeker zijn invloed zal hebben op de resultaten.

Nummering van de proefstukken

Het eerste cijfer staat voor de volgorde van de beproefde platen, terwijl het tweede cijfer een proefstuknummer is.

Bepalen splijttreksterkte van beton. NEN5969

Totale beproevingsduur ca 30 seconden

splijttreksterkte

$$f_b = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot l \cdot d}$$

Op 0.05 N/mm²nauwkeurig

Bepalen druksterkte van beton. NEN5968

Totale beproevingsduur ca 60 seconden

druksterkte $f_{ck} = \frac{F}{A}$

Op 0.1 N/mm²nauwkeurig

Resultaten

Drukproeven

tabel 6: resultaten van de drukproeven

nummer [N/mm ²]	D [mm]	h [mm]	F [kN]	f_c [N/mm ²]	f_k
* 1.1	76	159	295	65.0	76.5
1.2	76	167	205	45.2	53.2
1.3	76	166	155	34.2	40.2
2.1	76	156	300	66.1	77.8
* 2.2	76	165	310	68.3	80.4
2.3	76	165	365	80.5	94.7
3.1	76	165	230	50.7	59.6
* 3.2	76	170	325	72.1	84.8
3.3	76	167	300	66.1	77.8
cilinder		plaat 1	plaat 2	plaat 3	totaal
gemiddelde		48.1	71.6	63.0	60.9
standaardafwijking		15.6	7.8	11.0	14.6
karakteristiek		22.5	58.9	44.8	30.8
kubus		26.4	69.3	52.7	36.3

* van deze cilinders is de E-modulus bepaald

De resultaten voor de druksterkte lopen nog al uiteen, van $f_{c,max} = 80.5 \text{ N/mm}^2$ tot $f_{c,min} = 34.2 \text{ N/mm}^2$. Deze grote verschillen hebben een grote spreiding tot gevolg. Gezien deze grote spreiding kan aan de betrouwbaarheid van de resultaten getwijfeld worden.

Zoals eerder aangegeven wordt dit veroorzaakt door het niet parallel zijn van de drukvlakken. Daardoor ontstaan spanningspieken die het proefstuk gedeeltelijk laten bezwijken en het resultaat niet de druksterkte oplevert.

Splijtproeven

tabel 7: resultaten van de splijtproeven

nummer	D [mm]	h [mm]	F [kN]	$f_{b,spl}$ [N/mm ²]
1.1	76	132	57	3.60
1.2	76	143	74	4.35
1.3	76	141	70	4.15
2.1	95	166	102	4.10
2.2	95	165	103	4.20
2.3	95	171	100	3.90
2.4	95	78	55	4.75
3.1	95	183	80	2.95
3.2	95	172	88	3.45
			Gem.	3.95
			St. afw	0.51
			karakteristiek	3.12
	gem	kar		
$f_{bm} =$	3.55	2.80	[N/mm ² volgens MC/EC	
$f_{bm} =$	3.35	2.65	[N/mm ² volgens NBN	
$f_{bm} =$	gemiddelde treksterkte			

De gemiddelde treksterkte (f_{bm}) wordt bepaald door de gemiddelde splijttreksterkte met de in de aangegeven norm gestelde waarde uit tabel 5.♣