

MASTER

Enkele aspekten van het Quantum Hall Effekt in GaAs-AlGaAs heterojuncties en Si-MOSFETs

Fontein, P.F.

Award date: 1986

Link to publication

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
 You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Technische Hogeschool Eindhoven Afdeling der Technische Natuurkunde Vakgroep Vaste Stof Fysica

> Enkele aspekten van het Quantum Hall Effekt in GaAs-AlGaAs heterojuncties en Si-MOSFETs.

> > P.F. Fontein.

Verslag van het afstudeerwerk, verricht in de groep Halfgeleiderfysica.

Afstudeerhoogleraar : prof.dr. J.H. Wolter. Afstudeerbegeleider : dr.ir. F.A.P. Blom.

augustus 1986.

SAMENUATTING

Onderzoek is verricht aan het Quantum Hall Effekt. Met name de verdeling van de stroom over het preparaat en stroomafhankelijk gedrag zijn hierbij aan een onderzoek onderworpen. Hiertoe zijn metingen aan Si-MOSFETs en GaAs-AlGaAs heterostrukturen uitgevoerd in hoge magneetvelden (tot 10 T). Bij dit onderzoek is gebruik gemaakt van Hall-bars met verschillende afmetingen en van een ringvormige struktuur.

Uit de metingen is gebleken dat de verdeling van de stroom sterk afhankelijk is van de homogeniteit van het preparaat. Vooral in de Hall-plateaus varieert de magnetoweerstand sterk als funktie van elektronenconcentratie en de grootte van het magneetveld. Inhomogeniteiten in de elektronenconcentratie kunnen derhalve resulteren in smalle stroompaden binnen het preparaat.

De gemeten stroomafhankelijkheid vertoont een grote overeenkomst met de breedte en temperatuurafhankelijkheid van smalle preparaten (met een breedte van enige micrometers). Het is derhalve mogelijk dat de stroomafhankelijkheid het gevolg is van lokale opwarmingsverschijnselen, waardoor de smalle stroompaden verbroken worden en de stroom zich homogeen over het preparaat verdeelt. INHOUDSOPGAVE

SAMENUATTING

INHOUDSOPGAVE			
HOOFDSTUK 1 INLEIDING	1		
HOOFDSTUK 2 THEORIE 2.1 Het tweedimensionaal elektronengas (2DEG) 2.2 De Si-MOSFET 2.3 De GaAs-AlGaAs heterojunctie 2.4 De toestandsdichtheid in twee dimensies 2.5 Beschrijvende grootheden van het 2DEG 2.6 Het Quantum Hall Effekt (QHE)	8 9 11 13 14 16		
KOOFDSTUK 3MEETOPSTELLING EN MEETMETHODE3.1Het cryogene gedeelte3.2De gelijkstroomopstelling3.3De wisselstroomopstelling3.4De opstelling met magneetveldmodulatie	20 20 20 21 22		
HOOFDSTUK 4 DE PREPARATEN 4.1 De Si-MOSFETs 4.2 De GaAs-AlGaAs strukturen	24 24 25		
XOOFDSTUK 5 RESULTATEN EN DISCUSSIE 5.1 De elektronenconcentratie, mobiliteit en geleidbaarheid	27 27		
5.1.1 De GaAs-AlGaAs heterojunctie 5.1.2 De Si-MOSFET 5.2 Stroomafhankelijkheid 5.3 Metingen aan de ringvormige struktuur 5.3.1 De verschillende kontaktconfiguraties 5.3.2 De ringvormige struktuur in een gemoduleerd magneetveld	27 28 29 32 33 35		
5.4 De stroomverdeling 5.4.1 'Slingeringen' in de plateaus 5.4.2 Breedte afhankelijkheid 5.4.3 Lengte breedte verbouding	39 40 41 41		
5.5.1 Hysterese effekten 5.5.2 Gradienten in de elektronenconcentratie 5.5.3 De plateaubreedte 5.5.4 Metingen aan de struktuur met twee gates	41 42 43 44 45		
CONCLUSIES EN SUGGESTIES	47		
SYMBOLENLIJST 46			
LITERATUURLIJST			

pagina

.

.

HOOFDSTUK 1 INLEIDING

Met behulp van de recent ontwikkelde MBE techniek (Molecular Beam Epitaxy) is het mogelijk geworden zeer zuivere halfgeleiders te groeien met een door de groeier te bepalen samenstelling en opbouw. Men kan hierbij denken aan quantum wells, heterojuncties, superroosters en laserdiodes. In de groep Halfgeleiderfysica wordt onderzoek verricht aan dergelijke strukturen. De nadruk ligt momenteel op onderzoek naar zowel de optische eigenschappen als de transporteigenschappen van GaAs-AlGaAs heterostrukturen.

het Quantum Hall Effekt

Een bekende meting die verricht wordt aan halfgeleiders is de meting van het Hall-effekt. Plaatst men een (half)geleider in een magneetveld en stuurt men een stroom door deze (half)geleider, loodrecht op het magneetveld, dan meet men loodrecht op deze stroom en loodrecht op het magneetveld een spanning. Deze spanning wordt de Hall-spanning genoemd en is evenredig met de grootte van het magneetveld en omgekeerd evenredig met de elektronenconcentratie. Kleine afwijkingen van deze evenredigheid treden weliswaar op, doch zijn met betrekkelijk eenvoudige modellen te beschrijven. Het Hall-effekt had dan ook al een rustig plaatsje in de theorieboeken verworven toen von Klitzing, Dorda en Pepper [22] de in figuur 1a gegeven meetresultaten publiceerden:



figuur 1a :

De originele meting van von Klitzing, Dorda en Pepper. U_{PP}/I komt overeen met de magnetoweerstand en U_H/I met de Hall-weerstand in de tekst. het magneetveld staat loodrecht op het getekende preparaat [22].

De in figuur 1a weergegeven meting is verricht aan een Si-MOSFET bij een temperatuur van 1,5 K en in een hoog magneetveld van 18 T. De stroom bedraagt 1 μ A en loopt tussen de source en de drain. De magnetoweerstand wordt gemeten over de 'potential probes' en de Hall-weerstand wordt gemeten over een 'Hall probe' en de tegenoverliggende 'potential probe', zie figuur 1a. Horizontaal staat de gatespanning uit, deze is een maat voor de elektronen-concentratie. In de figuur is te zien dat de Hall-weerstand konstant blijft over bepaalde trajekten in de elektronenconcentratie (gatespanning), er vormen zich plateaus. Bovendien is te zien in figuur 1a dat de magnetoweerstand ter plaatse van de plateaus zeer klein (ongeveer nul) wordt. De Hall-weerstand in deze plateaus blijkt gekwantiseerd te zijn en is (binnen de meetnauwkeurigheid van 1 op 104) gelijk aan h/ie2, met h de konstante van Planck, e de elementairlading en i een geheel getal. Latere metingen hebben uitgewezen dat de kwantisatie beter is dan 1 op 107 en onafhankelijk is van het materiaal waarin het effekt optreedt. Dit effekt wordt het Quantum Hall Effekt (QHE) genoemd. Men denkt er over het QXE te gebruiken om een nieuwe standaard weerstand te definieren (h/e²=25813,80 Ω).

Het QHE treedt echter alleen op in zogeheten tweedimensionale elektronengassen (zie 2.1). Ook in GaAs-AlGaAs heterostrukturen vormt zich zo'n tweedimensionaal elektronengas. Het QHE is in deze strukturen zelfs bij lagere magneetvelden nog goed waarneembaar omdat de mobiliteit van de elektronen in zo'n struktuur in het algemeen hoger is dan in de Si-MOSFET. Een voorbeeld is gegeven in figuur 1b:



figuur 1b :

Het QHE gemeten aan een GaAs-AlGaAs heterostruktuur [9]. R_{*} komt overeen met de magnetoweerstand, R_H met de Hall-weerstand in de tekst.

In 1982 werd door Tsui [51] een zo mogelijk nog merkwaardiger fenomeen ontdekt. Er blijken ook plateaus op te treden bij een Hall-weerstand h/ie² met i=a/b, a en b geheel en b oneven, zie figuur 2. Dit effekt wordt het Fraktionele QHE (FQHE) genoemd.



figuur 2 :

Het Fraktionele Quantum Hall Effekt [51], gemeten als funktie van het magneetveld. De magnetoweerstand is aangeduid met ρ_{xx} , de Hall-weerstand met ρ_{xy} .

De in figuur 2 weergegeven meting is verricht aan een GaAs-AlGaAs heterostruktuur met een zeer hoge zuiverheid. Deze hoge zuiverheid is noodzakelijk om het FQHE te kunnen waarnemen.

het model

Sedert de ontdekking van het QHE en het FQHE is een groot aantal modellen gepubliceerd waarmee men een beschrijving van beide effekten tracht te geven. Geen enkel model is echter bevredigend in de zin dat het een kwantitatieve beschrijving geeft van alle waargenomen verschijnselen in het QHE en FQHE. In het onderstaande wordt een model van het QHE gebaseerd op lokalisatie beschreven.

Het feit dat de magnetoweerstand nul wordt in een plateau doet vermoeden dat in een plateau iedere vorm van verstrooiing verdwijnt. Dit betekent dat de elektronen rond het Ferminiveau niet deel kunnen nemen aan de geleiding of dat rond het Fermi-niveau de toestandsdichtheid nul is. De aanname dat een 'gap' in de toestandsdichtheid optreedt is echter niet juist aangezien de magnetoweerstand ongeveer nul wordt over een eindig trajekt aan elektronenconcentraties. Derhalve moet men een vorm van lokalisatie rond het Fermi-niveau aannemen, hetgeen inhoudt dat de elektronen rond het Fermi-niveau geen stroom kunnen voeren. Bovendien kunnen de elektronen die wel deelnemen aan de geleiding onvoldoende energie winnen om te verstrooien naar een toestand met een energie hoger dan die van de gelokaliseerde elektronen. Gezien de aard van de strukturen waarin het QHE optreedt is

de veronderstelling dat lokalisatie optreedt minder vreemd dan op het eerste gezicht lijkt. De geleidende laag elektronen in een Si-MOSFET wordt namelijk gevormd door een positieve spanning op de gate aan te leggen (zie 2.2) en bevindt zich aan het oppervlak van het Si. Een dergelijk dunne laag (≈ 50 Å) ondervindt snel hinder van een verstoring in de potentiaal aan het oppervlak, aangezien de elektronen niet 'onder' deze verstoring door kunnen. Ook in de GaAs-AlGaAs heterojunctie vormt zich zo'n 'dunne' laag elektronen. Op theoretische gronden (de zogenaamde 'scaling theory' [42,59]) volgt dat de elektronen in een dergelijke dunne laag altijd gelokaliseerd zijn ten gevolge van interferentie effekten aan de aanwezige verstoringen in de potentiaal. Een magneetveld echter heft deze lokalisatie op ten gevolge van een verbreking van de symmetrie door het magneetveld. Daartegenover staat het feit dat een magneetveld juist ook weer lokalisatie kan veroorzaken. In een magneetveld bewegen de elektronen namelijk over equipotentiaallijnen (denk aan het feit dat in het Halleffekt de elektronen loodrecht op het elektrisch Hall-veld bewegen). Indien ruimtelijke fluktuaties in de potentiaal voorkomen bestaat het potentiaallandschap als het ware uit 'bergen' en 'dalen'. In een sterk magneetveld gaan de elektronen over de hoogtelijnen van dit 'berglandschap' bewegen. Zijn deze hoogtelijnen gesloten, dan treedt lokalisatie op. Indien nu het Fermi-niveau door dit gelokaliseerde regime (in energie) beweegt treedt geen verandering op in de eigenschappen van de mobiele toestanden en blijft de Hall-weerstand konstant. Het feit dat niet één, maar meerdere plateaus optreden is een gevolg van de zogeheten Landau-splitsing van de energieniveaus van de elektronen in een magneetveld. Door deze splitsing ontstaan op de energieschaal afwisselend gelokaliseerde en niet gelokaliseerde gebieden in de toestandsdichtheid als in figuur 3:



figuur 3 : De toestandsdichtheid in een konstant magneetveld (Landau-niveaus), de gelokaliseerde gebieden zijn gearceerd.

Verandert men nu de elektronenconcentratie, dan beweegt het Fermi-niveau zich afwisselend door gelokaliseerde en niet gelokaliseerde gebieden (in energie) en er ontstaan plateaus als in figuur 1a. Verandert men de grootte van het magneetveld dan verandert de toestandsdichtheid (zie 2.4). Naarmate het magneetveld toeneemt wordt de ontaarding van een Landau-niveau steeds groter en komen er steeds minder Landau-niveaus (de maxima in figuur 3) onder het Fermi-niveau te liggen. Wederom is de omgeving van het Fermi-niveau afwisselend al dan niet gelokaliseerd. Het resultaat van zo'n meting is gegeven in figuur 1b. De plateaubreedte is dus afhankelijk van de mate van lokalisatie. Bevindt de Fermi-energie zich in een gebied van extended states (= niet gelokaliseerd gebied) dan treedt een overgang op tussen twee opeenvolgende plateaus. Dit model is echter slechts kwalitatief van aard en zeker geen verklaring voor de precieze kwantisatie van de Hall-weerstand in h/ie². Dit wordt iets nader uitgewerkt in paragraaf 2.6.

Zoals reeds vermeld treedt het FQHE alleen op in preparaten met een zeer hoge zuiverheid. Daar bovendien het FQHE pas waarneembaar is bij nog hogere magneetvelden dan het QHE is in dit afstudeerwerk alleen onderzoek verricht aan het QHE en wel aan twee types materialen:

- De GaAs-AlGaAs heterojunctie, met als voordeel een hoge mobiliteit van de elektronen.
- De Si-MOSFET met als voordeel het feit dat de elektronenconcentratie eenvoudig te varieren is. Het nadeel is een lagere mobiliteit en een hogere effektieve massa van de elektronen dan in de GaAs-AlGaAs heterojunctie. Hierdoor is het QHE in de Si-MOSFETs pas waarneembaar bij hogere magneetvelden.

<u>vragen + metingen</u>

Met betrekking tot het bovenstaande rijzen een aantal vragen. De lokalisatie als boven omschreven heeft een zekere ruimtelijke uitgebreidheid, die men karakteriseert met de grootheid lokalisatielengte. Men kan zich afvragen wat er gebeurt indien men de breedte van het preparaat waaraan het QHE gemeten wordt kleiner maakt dan deze lokalisatielengte. Tevens is onduidelijk wat de invloed is van de rand van het preparaat, ook in het geval van een grotere breedte. Mogelijk bestaan aan de rand altijd extended states, die alle stroom voeren. Het QHE zou dan alleen in eindige geometrieen kunnen optreden. Met betrekking tot deze geometrie problemen zijn metingen aan Si-MOSFETs met verschillende afmetingen uitgevoerd (bij breedtes van 40-160 µm). De verwachting is echter dat deze afmetingen nog relatief groot zijn ten opzichte van de lokalisatielengte.

Hetzelfde probleem van de omvang van gelokaliseerde gebieden heeft zijn weerslag op de verdeling van de stroom over het preparaat. Denkbaar is dat de stroom niet homogeen over het preparaat verdeeld is, maar dat smalle stroompaden ontstaan, die tussen gelokaliseerde gebieden doorlopen. De toestandsdichtheid in figuur 3 zou dan slechts een gemiddelde zijn en gelokaliseerde en niet gelokaliseerde toestanden zouden ruimtelijk van elkaar gescheiden kunnen voorkomen. Daar smalle stroompaden een betrekkelijk hoge stroomdichtheid kunnen hebben is het mogelijk dat lokaal opwarmingseffekten optreden. De loop van deze stroompaden kan dan afhangen van de grootte van de stroom. Zeer waarschijnlijk ook hangt de loop van dergelijke stroompaden af van de elektronenconcentratie. Derhalve zijn metingen aan de stroomafhankelijkheid in het QHE uitgevoerd. Bovendien is gekeken naar een eventuele fijnstruktuur in de magnetoweerstand, die een gevolg kan zijn van zich steeds verleggende stroompaden.

Een andere methode waarmee men inzicht kan verkrijgen in de verdeling van de stroom over het preparaat is gebruik te maken van preparaten met een afwijkende vorm. De ringvormige struktuur getekend in figuur 4 is in dit opzicht interessant aangezien hier niet alleen kontakten aan de (buiten)rand aanwezig zijn, maar ook aan de binnenzijde:



figuur 4 :

De ringvormige struktuur, aangegeven zijn 8 kontakten, het gearceerde gedeelte is geleidend.

Aan deze struktuur is een aparte paragraaf gewijd in hoofdstuk 5. In het bijzonder kan men door gebruik te maken van een gemoduleerd magneetveld kringstromen opwekken in dit preparaat. Het is dan mogelijk de magnetoweerstand bij zeer lage stromen te bepalen. Dergelijke metingen zijn uitgevoerd in samenwerking met M. Lagemaat en D. van de Marel van de groep Physics and Materials Science of Thin Films, die onder leiding staat van de heer J. Pals op het Natuurkundig Laboratorium van Philips te Eindhoven.

Daar meting van het QHE nog niet eerder op de THE werden uitgevoerd heeft een deel van de metingen slechts een verkennend karakter. Het ligt in de bedoeling dit onderzoek voort te zetten in samenwerking met het Laboratorium voor Hoge Magneetvelden van de KUN. Men kan hier magneetvelden tot 25 T bereiken.

de opbouw van dit verslag

De in deze inleiding gegeven begippen worden nader uitgewerkt in hoofdstuk 2. Allereerst wordt besproken wat bedoeld wordt met een 'dunne' laag elektronen. Deze 'dunne' laag elektronen noemt men een tweedimensionaal elektronengas (2DEG). Zo'n 2DEG vormt zich onder andere in Si-MOSFETs en GaAs-AlGaAs heterostrukturen. Deze strukturen worden besproken in de paragrafen 2.2 en 2.3. Vervolgens worden de grootheden behandeld waarmee het 2DEG beschreven wordt als mobiliteit, soortelijke weerstand en toestandsdichtheid (paragraaf 2.4 en 2.5). Tenslotte worden nog enkele details behandeld betreffende het QHE in paragraaf 2.6 die hier vanwege de benodigde theorie niet op hun plaats zijn. In hoofdstuk 3 wordt de meetopstelling en meetmethode beschreven. En in hoofdstuk 4 worden de preparaten behandeld waar dit verslag betrekking op heeft.

Hoofdstuk 5 tenslotte geeft de resultaten van de boven omschreven metingen. Tevens worden de resultaten daar bediscussieerd.

HOOFDSTUK 2 THEORIE

2.1 <u>Tweedimensionaal elektronengas.</u>

Een tweedimensionaal elektronengas (2DEG) is een verzameling elektronen die zich slechts in één vlak vrij kunnen bewegen. In de richting loodrecht op dit vlak (in het vervolg de z-richting te noemen) is hun bewegingsvrijheid beperkt tot de grondtoestand voor beweging in die richting.

Een goed voorbeeld zijn elektronen die zich bevinden in een rechthoekige potentiaalput die oneindig uitgebreid is in de x- en y-richtingen, doch een eindige breedte heeft in de z-richting. De golffunktie psi(x,y,z) van een elektron in zo'n put is te schrijven als het produkt van twee onafhankelijke golffunkties phi(x,y) en chi(z). Met phi(x,y) hangt een continuum aan energieniveaus E_{xy} samen en chi(z) levert een diskreet spektrum aan eigenwaarden E_x op. Dit diskrete spektrum is een gevolg van de eindige breedte van de put. Hoe kleiner deze breedte wordt, des te groter wordt de onderlinge afstand van de energieniveaus. Het niveauschema is gegeven in figuur 5:



figuur 5 :

Het niveauschema van een model 2DEG.

Indien de elektronenconcentratie voldoende laag is en $k_{\rm B}T << E_{x\,2} - E_{x\,1}$ ($k_{\rm B}$ = de konstante van Boltzmann, T = temperatuur) dan is slechts de eerste subband bezet. Interbandprocessen als b in figuur 5 zijn dan onmogelijk. Het gevolg is dat iedere kleine verstoring in energie slechts ten goede komt aan $E_{x\,y}$ (proces a), dus aan de beweging in het vlak. Dit is de essentie van het 2DEG.

In de praktijk is een 2DEG op verschillende manieren te maken. Het onderzoek is echter beperkt tot 2DEG in halfgeleiders en wel speciaal tot de Si-MOSFET en de GaAs-AlGaAs heterojunctie.

2.2 <u>Si-MOSFET.</u>

Een n-kanaal Si-MOSFET (metal oxide semiconductor field effect transistor) is opgebouwd uit drie lagen (zie figuur 6) : 1- p-Si éénkristal, semi isolerend $(N_{e}\approx 10^{21} \text{ m}^{-3}, \text{ de})$

acceptorenconcentratie).
2- SiO₂ isolator (dikte ≈ 100 nm ,
€_≈4.5 de relatieve dielektrische
konstante [3]).
3- Gate electrode (metaal bv. Al).

GATE SOURCE SOURCE SIO2 ALL SIO3 ALL SIO AL

Tevens zijn twee n-type contacten aangebracht, de drain en de source.

Legt men een spanning aan op de gate, positief ten opzichte van de drain/source, dan vormt zich een depletielaag in het Si. Bij verhogen van de spanning kan zelfs een inversielaag ontstaan aan het grensvlak Si-SiO₂, zie figuur 7. De dikte van de depletielaag bedraagt ongeveer 1 μ m, die van de inversielaag is ongeveer 50 Å.



figuur 7 :

De bandenstruktuur van de Si-MOSFET loodrecht op het oppervlak [33].

distance from interface

De elektronen in deze inversielaag vormen het 2DEG. De potentiaalput is in dit geval driehoekig van vorm. Daar de diepte van deze put afhangt van de grootte van de gatespanning $V_{\rm G}$ kan de elektronenconcentratie n [m⁻²]

geregeld worden. Er geldt in goede benadering (met n_{o} en c konstanten):

 $n = n_o + cV_G$

De waarde van n_{\odot} is afhankelijk van de kwaliteit van het interface Si-SiO₂ (eventuele geladen onzuiverheden) en c wordt voornamelijk bepaald door de dikte van het oxide. SiO₂ vertoont doorslag bij een elektrische veldsterkte van $\approx 10^{\circ}$ V/m [29], hetgeen een bovengrens aan V_☉ oplegt.

Bij lage temperaturen (4 K) wordt de verstrooiing voornamelijk bepaald door [17,46]:

-geladen onzuiverheden in het SiO₂ en aan het interface Si-SiO₂.

-oppervlakte ruwheid van het interface $Si-SiO_x$. Bij hoge temperaturen speelt fononenverstrooiing een overheersende rol.

Over de ontaarding van de energieniveaus kan het volgende opgemerkt worden:

Si is een indirect gap halfgeleider. Schematisch zien de oppervlakken met gelijke energie in de k-ruimte er uit als in figuur 8, er zijn 6 zogenaamde valleys (aangeduid in de figuur met a t/m f) :



figuur 8 :

De k-ruimte met equi-energie vlakken van de geleidingsband in Si [33].

In de meeste gevallen is de z-richting (k_3 in fig.8) de 100-richting. De effectieve elektronmassa m* in de richting van de lange as van de ellipsoiden is 0,916 m, langs de korte as 0,19 m (m = de rustmassa van het elektron). Aangezien de energie van een elektron omgekeerd evenredig is met m* wordt de subband met minimale energie gevormd door de valleys waarvan de lange as in de z-richting staat. Dit zijn de twee valleys c,f in figuur 8. Daar bovendien met een spinontaarding rekening moet worden gehouden is de subband 1 in figuur 5 viervoudig ontaard. Analoog is af te leiden dat de valley-ontaarding zesvoudig is in het geval dat de z-richting de 111-richting is.

(1)

2.3 <u>De GaAs-AlGaAs heterojunctie.</u>

AlGaAs heeft dezelfde struktuur als GaAs, alleen een fraktie x van het Ga is vervangen door Al. Dit wordt genoteerd als Al_xGa_{1-x}As. Daar GaAs en AlGaAs vrijwel dezelfde roosterkonstante bezitten is het mogelijk met behulp van MBE (molecular beam epitaxy) een éénkristal te groeien met zeer scherpe overgangen (enkele atomen dik) tussen de verschillende lagen. In het algemeen wordt in de 111-richting gegroeid, afwisselend een laag As en een laag Ga (of GaAl).

Een schematische weergave van een GaAs-AlGaAs heterostruktuur is gegeven in figuur 9.



figuur 9 :

Een GaAs-AlGaAs heterojunctie [9].

- In de figuur zijn zichtbaar:
 - een GaAs deklaag (ter voorkoming van oxidatie van het Al in de onderliggende laag).
 - een n-type laag AlGaAs.
 - een AlGaAs bufferlaag.
 - een laag GaAs.
 - het substraat (semiisolerend GaAs).

De Fermi-niveaus in alle lagen dienen aan elkaar gelijk te zijn. Er vindt derhalvé ladingsuitwisseling plaats tussen het GaAs en het n-gedoopte AlGaAs tot door de opbouw van een tegenwerkend elektrisch veld een evenwicht bereikt wordt. Er vormt zich weer een 2DEG indien de bandbuiging die ontstaat zo groot is dat de conductieband van het GaAs tot onder het Fermi-niveau reikt. De ontstane potentiaalput is net als in de Si-MOSFET driehoekig van vorm, zie figuur 10.

De elektronenconcentratie in de laag hangt af van de donorconcentratie in het gedoopte AlGaAs en van de dikte van de ongedoopte AlGaAs spacer. Deze spacer heeft tot doel de elektronen en donoren ruimtelijk te scheiden (modulatiedoping) waardoor bij lage temperaturen extreem hoge mobiliteiten bereikt kunnen worden. De verstrooiing bij lage temperaturen



figuur 10 :

De bandenstruktuur van de GaAs-AlGaAs heterojunctie, loodrecht op het oppervlak [9].

(≈ 4 K) wordt echter toch nog voornamelijk bepaald door deze donoren, aangezien oppervlakte-effekten zoals bij Si voorkomen (zie 2.2) vrijwel verwaarloosbaar zijn. Bij hogere temperaturen speelt fononenverstrooiing een overheersende rol, zie figuur 11:





De mobiliteit als funktie van de temperatuur in een GaAs-AlGaAs heterojunktie.

De bulk effektieve elektronmassa bedraagt 0,067 m en is isotroop. Uit cyclotronresonantie experimenten [60] kan de cyclotronmassa m_c van de elektronen in het 2DEG bepaald worden. Deze bedraagt 0,069 m [60].

2.4 <u>De toestandsdichtheid in twee dimensies.</u>

Voor de toestandsdichtheid N(E) in één subband kan worden afgeleid dat [17]:

waarbij g_{\pm}, g_{\vee} resp. spin- en valley-ontaarding en $\hbar = h/2\pi$, h de konstante van Planck zijn.

De Fermi-energie E_{τ} wordt gedefinieerd ten opzichte van de onderkant van de subband. Indien de elektronenconcentratie n [m⁻²] bekend is kan E_{τ} (bij T=O) berekend worden uit:

$$\frac{2\pi\hbar^2 n}{E_{f}} = m^* g_{g} g_{\gamma}$$
(3)

In een magneetveld B treedt echter Landau-quantisatie op. De elektronen gaan cyclotronbanen beschrijven met een hoeksnelheid $\omega_{\rm c}$ en straal R:

$$\omega_{c} = eB_{z}/m*$$
(4)

$$R = \sqrt{(2j+1)\hbar/eB_{\pi}}$$
(5)

 $\omega_{\rm c}$ wordt cyclotronfrequentie genoemd, e is de elementairlading en j=0,1... het baanquantumgetal. B_x is de z-component van het magneetveld. Ten gevolge van de Landau-quantisatie vormen de mogelijke waarden van E_{xy} geen continuüm meer, maar geldt:

$$E_{xy} = (j+1/2) \Lambda \omega_{e} + sg * \mu_{h} B + f(v)$$
 (6)

Hier is s het spinquantumgetal (±1/2), g* de effectieve g faktor [10] en $\mu_{\rm b}$ het Bohrmagneton $\mu_{\rm b}$ =eħ/2m, f(v) beschrijft de valley-splitsing [52]. De toestandsdichtheid kan worden voorgesteld door een reeks deltafuncties met een ontaarding van eB/h:

$$N(E) = eB/h \Sigma_{ab} \delta(E - E_{ab})$$
(7)

Er (T=O) wordt gegeven door:

$$\int_{0}^{E_{\pi}} N(E) dE = n$$
(8)

Bovenstaande geldt indien de verstrooiingstijd τ oneindig is. Treedt verstrooiing op dan worden de Landau-niveaus verbreed. De breedte Γ is ruwweg (Heisenberg):

(9)

13

Over de precieze vorm van N(E) bestaat nog onduidelijkheid. Diverse metingen [16,30,45] wijzen uit dat een reeks Gauss-vormige pieken gesuperponeerd op een konstante achtergrond de werkelijkheid het meest benadert. Een probleem is echter dat gezien het soort metingen N(E) gemiddeld wordt over een eindige oppervlakte. Inhomogeniteiten in het preparaat kunnen een vertekend beeld opleveren, met name over de konstante achtergrond.

Aangezien de ontaarding van de Landau-niveaus evenredig is met B, zie (7), raken steeds meer niveaus onbezet naarmate B toeneemt. Men definieert nu een vulfaktor i, zijnde het aantal bezette niveaus:

(10)

De eigenschappen van het 2DEG in een hoog magneetveld worden voor een groot deel bepaald door deze vulfaktor.

2.5 <u>Beschrijvende grootheden van het 2DEG.</u>

Als elektrisch veld \underline{E} en oppervlaktestroomdichtheid \underline{J} in het 2DEG een lineair verband vertonen is met behulp van de tensoren $\underline{\sigma}$ en $\underline{\rho}$ (resp. soortelijke geleidbaarheid en weerstand) te schrijven:

$$J_{x} = \sigma_{xx}E_{x} + \sigma_{xy}E_{y} \qquad E_{x} = e_{xx}J_{x} + e_{xy}J_{y}$$
$$J_{y} = \sigma_{yx}E_{x} + \sigma_{yy}E_{y} \qquad E_{y} = e_{yx}J_{x} + e_{yy}J_{y} \qquad (11)$$

Uit symmetriebeschouwingen volgt dat:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy}, \ e_{xx} = e_{yy}, \ \sigma_{xy} = -\sigma_{yx}, \ e_{xy} = -e_{yx}$$
(12)

Met behulp van (11) en (12) is vervolgens af te leiden:

$$\begin{aligned} e_{xx} &= \sigma_{xx}/(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2) & \sigma_{xx} &= e_{xx}/(e_{xx}^2 + e_{xy}^2) \\ e_{xy} &= -\sigma_{xy}/(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2) & \sigma_{xy} &= -e_{xy}/(e_{xx}^2 + e_{xy}^2) \end{aligned}$$
(13)

Hieruit blijkt dat als $\sigma_{xx}=0$ en $\sigma_{xy}\neq 0$, geldt dat $\rho_{xx}=0$ en $\rho_{xy}=-1/\sigma_{xy}$.

Men gebruikt gewoonlijk preparaten met een eenvoudige vorm om <u>c</u> en <u>e</u> te meten, de twee meest gebruikte zijn de Hall-bar en de Corbino-disk, zie figuur 12:



figuur 12 :

Hall-bar (links) en Corbino-disk (rechts). De kontakten van de Corbino-disk beslaan de gehele omtrek van het preparaat.

15

Uit (11) volgt voor de Hall-bar, als getekend in Figuur 12:

 $V_{AD}/I = \rho_{XY} \tag{14}$

$$V_{AB}/I = \rho_{AA} l/b \tag{15}$$

en voor de Corbino-disk:

$$V_{\text{EF}}/I = b/(2\pi R \sigma_{xx}) \quad \text{indien } b < < R \tag{16}$$

Beschouw nu het vereenvoudigde geval dat de verstrooiing van de elektronen is te beschrijven met een dempingskonstante $k_a = m * / \tau$ en neem $E=(E_x, E_y, 0), B=(0, 0, B_x)$. De bewegingsvergelijkingen voor het elektron luiden dan:

$$m^*\ddot{x} = -eE_x - e\dot{y}B_x - k_a\dot{x}$$

$$m^*\ddot{y} = -eE_y + e\dot{x}B_x - k_a\dot{y}$$
(17)

De stationaire oplossing voor de Hall-bar (onder de randvoorwaarde $J_y=0$) luidt:

$$v_{x} = E_{y}/B_{x}, v_{y} = 0, E_{x} = -k_{d}E_{y}/eB_{x}$$
 (18)

Bij invoering van:

$$\sigma_0 = n e^2 \tau / m^* \tag{19}$$

is af te leiden uit (11) en (18) dat:

In het bovenstaande is op geen enkele wijze rekening gehouden met de vorm van de toestandsdichtheid (7) of de vulfaktor (9). Doet men dit wel dan leidt dit tot oscillaties in $\rho_{\times\times}$, de zogeheten Shubnikov-de Haasoscillaties (SdH-oscillaties). Deze oscillaties kunnen goed beschreven worden met (21), indien aan twee voorwaarden is voldaan [17]:

1- $k_{B}T << \hbar\omega_{c}$ of well er is weinig thermische verbreding. 2- $\hbar\omega_{c} << E_{r}$ E, is de Fermi-energie. Met andere woorden: er is een groot aantal niveaus gevuld, waardoor E, weinig varieert als funktie van B.

$$e_{xx} = e_{o} \{ 1 + 5/2 \sum_{i=1}^{\infty} cos(2\pi E_{ro}r/\hbar\omega_{c} - \pi/4) \}$$
 (21)

met $b_{r} = (-1)r / \sqrt{r} * \alpha T / \sinh(\alpha T) * \cos(\pi M r) * \exp(-\alpha T_{p})$ en $\alpha = 2\pi^{2}rk_{p}/\hbar\omega_{e}$, $M = g_{\mu p}B/\hbar\omega_{e} = gm_{e}/2m$, m_{e} is de cyclotronmassa, $T_{p} = \Gamma/\pi k_{p}$ de Dingle-temperatuur (een maat voor de verbreding van de niveaus tgv. verstrooiing), E_{ro} wordt gegeven door (3). Meestal is slechts de term met r=1 van belang. Uit de periode van de SdH-oscillaties in 1/B kan dan eenvoudig n worden berekend:

 $\Delta(1/B) = g_g_e/(hn)$

(22)

Ook uit Hall-metingen kan n berekend worden. Immers uit (20) volgt:

 $n = B/e_{R\times Y}$ (23)

De driftmobiliteit μ wordt hier gedefinieerd als (v_d is de driftsnelheid):

$$\mathbf{v}_{\mathrm{d}} = -\mu \mathbf{E} \tag{24}$$

zodat volgt met J=oE en J=-neva dat

$$\mu = \sigma/ne = 1/nee$$

De elektronenconcentratie kan op verschillende manieren gemeten worden. Daar de condities waaronder gemeten wordt bij al deze methodes verschillen zal elke methode een ander resultaat leveren. Derhalve definieert men verschillende soorten mobiliteiten. Zo wordt de waarde van μ berekend met (22),(25) of met (23),(25) de Hallmobiliteit $\mu_{\rm H}$ genoemd. Met behulp van (19) en (25) volgt tenslotte nog dat:

2.6 Het Quantum Hall Effekt.

De meetresultaten van von Klitzing, Dorda en Pepper [22] reeds weergegeven in hoofdstuk 1 zijn nogmaals weergegeven in figuur 13. De meting is uitgevoerd aan een Si-MOSFET bij T=1,5 K, B=18 T en I=1 µA.



figuur 13 :

(25)

)

Originale mating van von Klitzing [22], U_{pp}/I komt overeen met $e_{xx}I/b$ en U_H/I met e_{xy} in de tekst.

16

Met behulp van de reeds behandelde theorie is nu een iets uitgebreidere bespreking van deze meetresultaten mogelijk. De in figuur 13 aangegeven waarden van n korresponderen met het getal j in (5) dat in dit verslag gehanteerd wordt. Zichtbaar zijn plateaus in ρ_{xy} en minima in ρ_{xx} ten gevolge van de Landau-splitsing (op de grens van n=0 en n=1 en op de grens van n=1 en n=2), spinsplitsing (de middens van de met n aangegeven intervallen) en de wat minder ontwikkelde valleysplitsing (de resterende minima in ρ_{xx}). In deze volgorde wordt de splitsing steeds zwakker, hetgeen te begrijpen is aan de hand van de volgende getalwaarden (geldend voor B = 18 T, m* = 0,19 m, g* = 2): $\hbar\omega_c$ = 10 meU, sg* μ_b B = 1,0 meU, de valley-splitsing f(v) in (6) is ontnomen aan [52] en bedraagt ongeveer 0,1 meU. Daar bij 1,5 K geldt dat $k_{\rm B}$ T \approx 0,12 meU is in te zien dat de valley-splitsing slechts zwak ontwikkeld is.

Enkele andere interessante getalwaarden die gelden voor figuur 13 zijn:

Het aantal elektronen per niveau is te berekenen uit (7) en bedraagt ongeveer $4*10^{12} \text{ m}^{-2}$ (bij 18 T). Het 'oppervlak per elektron' bedraagt derhalve ongeveer $2*10^{-14} \text{ m}^2$. Dit is een gebied van ongeveer 150 bij 150 Å. De cyclotronstraal volgt uit (5) en is van vergelijkbare grootte. De cyclotronfrequentie (zie (4)) is gelijk aan $1,7*10^{13} \text{ s}^{-1}$. Bij een laagdikte van 50 Å geven deze getalwaarden een elektronenconcentratie (in drie dimensies) van ongeveer $9*10^{23} \text{ m}^{-3}$.

Ook de lokalisatie, reeds genoemd in hoofdstuk 1 wordt hier uitgebreider besproken, zie Figuur 14:



figuur 14 :

Landau-niveaus met lokalisatie [9].

Het centrum van een Landau-niveau bestaat uit extended states. De overige toestanden zijn gelokaliseerd. De begrenzingen van het gelokaliseerde gebied, zoals E_{m1} en E_{m2} in figuur 10, worden mobility edges genoemd.

Bij eindige temperaturen kan thermisch geaktiveerde geleiding over de mobility gap optreden. Is een geheel aantal Landauniveaus bezet (dus E. ligt symmetrisch ten opzichte van twee naast elkaar gelegen Landau-niveaus), dan geldt voor deze vorm van geleiding in goede benadering [2]:

 $\sigma_{xx} = \sigma_0 \exp[(\hbar\omega_2 - 2\Gamma)/2k_BT]$

(27)

21 is de 'breedte' van de extended states, gegeven in figuur 10. Naast thermisch geaktiveerde geleiding treedt ook hopping transport op. De mogelijkheid bestaat dat een elektron van de ene gelokaliseerde toestand (ruimtelijk) springt naar een andere gelokaliseerde toestand. Daar begin en eindtoestand van het elektron in het algemeen niet dezelfde energie bezitten gaat dit proces gepaard met absorptie of emissie van fononen. Bij lage temperaturen zijn echter weinig fononen beschikbaar en dan zal het kunnen voorkomen dat een sprong over een grotere afstand gunstiger is dan een sprong naar de (ruimtelijk) dichtstbijzijnde toestand. Men spreekt dan van variable range hopping. Er geldt voor deze variable range hopping in goede benadering [31], met c een konstante:

$$\sigma_{xx} = c/k_{\rm B}T \exp((T_{\rm O}/T))^{1/2}$$
(28)

Variable range hopping is het belangrijkste transportmechanisme bij temperaturen < 4 K (in het gelokaliseerde regime). Beide afhankelijkheden (27) en (28) zijn waargenomen door Ebert [9], zodat de conclusie dat lokalisatie optreedt gerechtvaardigd lijkt.

Gezien het bovenstaande bestaat er een redelijk begrip van de mechanismen die ϱ_{xx} bepalen. Een bevredigend model voor het verloop van ϱ_{xy} in figuur 13 bestaat echter niet. In het bijzonder niet voor het feit dat

 $e_{xy} = h/ie^2$

geldt onafhankelijk van de vorm van de strooipotentiaal of het aantal verstrooiingscentra. Er bestaat wel een berekening van ϱ_{xy} (Prange [34]) in het geval dat slechts één δ -vormige verstoring in de potentiaal aanwezig is. Uit deze berekening blijkt dat precies één elektron gelokaliseerd wordt en dat in deze situatie (29) blijft gelden.

Een tweede beschrijvingswijze van het QHE wordt gegeven door Woltjer [53]:

Vindt (a) geen verstrooiing plaats (exa = 0) en is (b) de vulfaktor geheel, dan is $\rho_{xy} = h/ie^2$. Stel vervolgens dat er een aantal paden door het preparaat bestaat van het ene stroomkontakt naar het andere waarvoor (a,b) gelden. Daar deze paden geen weerstand hebben $(\rho_{xx} = 0)$ zal alle stroom deze paden volgen. Men meet dan over het preparaat de som van alle Hall-spanningen geleverd door deze stroompaden. Deze som is precies gelijk aan de Hall-spanning die optreedt indien de stroom homogeen verdeeld zou zijn over een homogeen preparaat waarvoor (a,b) gelden. Indien het preparaat inhomogeen (in n) is in de dwarsrichting, kunnen dergelijke paden bestaan over een zeker trajekt van (over het gehele preparaat gemiddelde) vulfaktoren. Men meet dan een plateau in de Hall-spanning. Immers de makroskopisch gemiddelde vulfaktor varieert weliswaar, maar de stroom loopt alleen op die plaats waar de vulfaktor geheel is.

Het is binnen het kader van dit model mogelijk plateaus te verkrijgen zonder lokalisatie aan te nemen. Lokalisatie wordt echter toch in het model geintroduceerd indien

(53)

bijvoorbeeld twee stroompaden een zeker gebied omsluiten. Het omsloten gebied voert dan geen stroom en is gelokaliseerd.

Dit model geeft een goede beschrijving van hetgeen Ebert [8] en Zheng [56] meten aan preparaten met middenkontakten. Uit die metingen volgt dat de stroom in een Hall-plateau niet homogeen over het preparaat verdeeld is, maar tot een klein gedeelte van het preparaat beperkt is. De plaats waar deze stroom loopt is bovendien afhankelijk van de grootte van het magneetveld (of de positie in het plateau), zie figuur 15a:



figuur 15a :

Meting van Ebert [8] aan een preparaat met middenkontakten.

De grootte van de Hall-spanning over twee kontakten in figuur 15a is evenredig met de stroom die tussen die twee kontakten doorloopt. Met het model van Woltjer is het verloop van de kurves in figuur 15a te begrijpen door een inhomogeniteit in de elektronenconcentratie aan te nemen. De resultaten van een berekening van Woltjer [53] zijn weergegeven in figuur 15b. Bij deze berekening is een variatie van de elektronenconcentratie in de dwarsrichting van 6 % aangenomen.



figuur 15b:

De door Woltjer [53] berekende Hall-weerstand tussen de verschillende gegeven kontakten. Aangenomen is dat de elektronenconcentratie met 6 % varieert over de breedte van het preparaat.

HOOFDSTUK 3 MEETOPSTELLING EN MEETMETHODE

3.1 <u>Het cruogene gedeelte.</u>

Aangezien de kwantisatie-effekten in het 2DEG slechts waarneembaar zijn bij lage temperaturen (zie 2.1,2.6) wordt het te onderzoeken preparaat gekoeld. Daarbij wordt gebruik gemaakt van *He cryostaten met een mantel van vloeibaar N₂ (77 K). Het kookpunt van vloeibaar *He bedraagt bij 1 atmosfeer 4,2 K. Door verlaging van de druk boven het He (het zogenaamde afpompen) kan de temperatuur verlaagd worden tot ongeveer 1,2 K. De metingen op de THE zijn uitgevoerd met het sample direkt in het He. De metingen verricht in het Natuurkundig Laboratorium van Philips te Eindhoven zijn verricht in een type cryostaat waarbij het sample via kontaktgas met een vloeibaar-He bad in verbinding staat. De laagste te bereiken temperatuur bedraagt hier 2 K. Het koelen van het sample tot 77 K geschiedt binnen een uur, koelen van 77 K tot 4,2 K binnen enkele minuten. Bij de cryostaat met kontaktgas geschiedt koeling van kamertemperatuur tot 4,2 K binnen 15 minuten. Afpompen tot 1,2 K duurt ongeveer 15 minuten. Alle cryostaten zijn van het roestvrijstalen type. Het sample wordt derhalve onder uitsluiting van licht gekoeld [1].

Tussen de genoemde stikstof mantel en het He bad in bevindt zich nog een tweede He cryostaat. Hierin is een spoel geplaatst. De windingen van die spoel bestaan uit een draad die supergeleidend is bij 4,2 K. Met een dergelijke spoel kan men magneetvelden opwekken tot ongeveer 10 T. De gebruikte stroomsterkte ligt rond de 10 A/T. Wil men hogere magneetvelden bereiken, dan moet bijvoorbeeld gebruik gemaakt worden van de zogenaamde Bitter-magneten. De hierbij benodigde vermogens zijn echter zeer groot (enkele MW voor 20 T). Dergelijke magneten zijn aanwezig in het Laboratorium voor Hoge Magneetvelden van de KUN. Het ligt in de bedoeling daar in de toekomst metingen uit te voeren. De metingen die in dit verslag besproken worden zijn echter alle uitgevoerd met de genoemde superspoelen.

3.2 <u>DC metingen.</u>

DC (direct current) metingen zijn betrekkelijk eenvoudig uitvoerbaar. Een probleem echter vormen eventueel optredende thermospanningen. De meetopstelling is schematisch weergegeven in figuur 16.

Op de x-ingang van de schrijver kan naar gelang het type meting de gatespanning of een spanning evenredig met het magneetveld worden aangeboden. Gebruik is gemaakt van twee types stroombronnen:

1- Knick J 40 , met een nauwkeurigheid van 0,1 %.

2- Keithley 220, met eenzelfde nauwkeurigheid.

De XY-schrijver is van het type Kipp en Zonen BD 30, met een ingangsweerstand van 1-10 M $_{\Omega}$, afhankelijk van het bereik, en een nauwkeurigheid van 0,5 % bij volle uitslag. Tevens waren diverse multimeters en een nanovoltmeter type Keithley 181 beschikbaar.



De oppik van storingen van buitenaf die in het systeem optreedt maakt meten bij stromen veel lager dan 1 μ A zinloos. Alle metingen aan de Si-MOSFETs zijn met deze DC opstelling verricht.

3.3 <u>AC metingen.</u>

AC (alternating current) metingen hebben twee belangrijke voordelen boven DC metingen.

- -1 Een konstante thermospanning heeft geen invloed op de meting, bovendien is de insteltijd van een thermische gradient in het algemeen veel groter dan bij de gebruikte frequenties (>30 Hz) nog van invloed is.
- -2 Bij fasegevoelige detektie met een Lock In versterker wordt de invloed van ruis aanzienlijk beperkt. Tevens kan de bandbreedte van het gemeten signaal beperkt worden door de tijdkonstante van de Lock In versterker te vergroten.

Een nadeel is het feit dat ten gevolge van capacitieve en induktieve koppelingen in de bedrading overspaak kan optreden. Men kan deze overspraak echter beperken door bij lage frequenties te meten (enige tientallen Hz). De AC meetopstelling is geschetst in figuur 17.

Met behulp van een wisselspanningsbron (Philips PM 5190 1 mHz - 2 MHz) en een serieweerstand wordt een stroom door het sample gestuurd. Een geschikte waarde is een weerstand van 1 Ma. De frequentie stabiliteit is beter dan 10^{-4} . De gebruikte Lock In (Brookdeal 9503) heeft een ingangsweerstand van 100 Ma en een capaciteit van 30 pF. De mogelijkheid bestaat de component van het uitgangssignaal met de dubbele frequentie (ten opzichte van het ingangssignaal) te detekteren. Men kan dan met een notch filter de basisfrequentie onderdrukken. De Lock In versterker levert een uitgangssignaal dat direkt aan de schrijver aangeboden kan worden.



figuur 17 :

De AC opstelling.

Meet men met een tijdkonstante van 3 s, dan ligt de ondergrens van de stroom waarbij nog een aanvaardbaar signaal gemeten wordt ongeveer bij 5 nA.

Alle AC metingen zijn verricht aan de GaAs-AlGaAs heterostrukturen.

3.4 De opstelling met magneetveldmodulatie.

De opstelling die gebruikt is voor metingen met magneetveldmodulatie (zie 5.3.2) is geschetst in figuur 18:



figuur 18 :

De modulatieopstelling.

De bij deze metingen gebruikte Lock In is van het type EG&G-Brookdeal 5206, en biedt de mogelijkheid tegelijkertijd zowel het infase als het uitfase signaal te meten. De ingangsimpedantie bedraagt 100 M $_{\Omega}$, 30 pF per kanaal. De oscillator is van hetzelfde type als die genoemd in 3.3. De versterker is een Philips PM 5175 versterker, geschikt voor frequenties tot 1 MHz. De transformator getekend in figuur 14 transformeert 1 op 1 en is slechts bedoeld om het modulatiespoeltje nog eens te kunnen aarden, zie 5.3.2. Het spoeltje bestaat uit twee lagen windingen. Beide lagen hebben dezelfde wikkelrichting, maar met tegengestelde spoed. Dit om een elektrisch veld optredend binnen de spoel, ten gevolge van een spanningsval over de draad, zoveel mogelijk te beperken. Het modulatiespoeltje levert een magneetveld van 2*10⁻⁴ T bij een stroom van 50 mA.

Een tweede type magneetveldmodulatiemeting, waarbij een DC stroom door het preparaat gestuurd wordt, is een enkele maal toegepast. Op deze wijze kan men de eerste en tweede afgeleide meten van ρ_{xx} en ρ_{xy} , zie 5.2. Een beschrijving van deze methode wordt gegeven in [14].

HOOFDSTUK 4 DE PREPARATEN

4.1 De Si-MOSFEIs.

Twee samples met elk acht verschillende strukturen werden beschikbaar gesteld door G. Dorda (Siemens Duitsland). De verschillende strukturen zijn weergegeven in figuur 19 :

****** ***** G2 I2 13 🛛 ØØ **MI4** \square \mathbb{Z} \square I2 💋 2 DEV7 11 1 DEV8 211 28 70 I2[2 **[**]1 12 10 $\overline{\mathbb{Z}}$ 601 20 05 2 21 DEV6 34 G 30 420 12 1 DE V5 **----**0 3 4 11 7 I2[7] DEV3 77 17 DEV4 2 112 DEV2 G849A1 BH DHKHMHNHXH Ø

figuur 19 : De Si-MOSFETs, G = gatekontakt, I =
 stroomkontakt; de strukturen zijn
 genummerd: DEV 1 tot en met DEV 8.

De dikte van de oxidelaag bedraagt 400 nm. De afmetingen zijn gegeven in onderstaande tabel:

struktuur	totale lengte (µm)	totale breedte (µm)
DEV 1	400	40
DEN S	3200	40
DEV 3	800	80
DEV 4	1600	160
DEV S	3200	320
DEV 6	2880	
	1280/320/1280	160/40/160
DEV 7	800	80
DEV 8	1760	160

Tabel 1 : de afmetingen van de Si-MOSFETs.

De afstanden tussen de verschillende randkontakten zijn gegeven in tabel 2:

struktuur	kontakten	afstand (µm)
DEV 1	1-2,3-4	80
DEN 5	1-2,3-4	2900
DEV 3	1-2,3-4	160
DEV 4	1-2, 3-4	320
DEV 5	1-2,3-4	640
DEV 6	1-2,11-12	320
	3-4,9-10	80
	5-6,7-8	320
DEV 7	1-2, 3-4	160
DEV 8	1-2,7-8	160
	3-4,5-6	160
	1-3,6-8	320
	1-4,5-8	480

Tabel 2 : de kontaktafstanden van de Si-MOSFETs.

De strukturen 1,3,4 en 5 zijn gelijkvormig. Struktuur 2 is even lang als struktuur 5, doch 4 maal zo smal. In struktuur 6 is een vernauwing aangebracht, met de mogelijkheid zowel metingen te verrichten aan het brede als aan het smalle gedeelte. Deze 6 preparaten geven tesamen de mogelijkheid een eventuele breedte afhankelijkheid van het QHE, zoals genoemd in hoofdstuk 1, te onderzoeken.

Struktuur 7 bestaat eigenlijk uit twee afzonderlijke MDSFETs. Er zijn twee gates aangebracht, met een onderlinge afstand van 10 μ m. De twee stroomkontakten maken elk kontakt met beide preparaten. In feite zijn het dus twee parallel geschakelde MDSFETs.

Struktuur 8 bezit 4 stroomkontakten, hetgeen de mogelijkheid geeft te onderzoeken of de stroomverdeling ter plaatse van de Hall-kontakten afhangt van de plaats waar de stroom in het preparaat gestuurd wordt. Bovendien is een aantal extra randkontakten aangebracht, zodat het mogelijk is de preparaateigenschappen op verschillende plaatsen te meten.

De MOSFETs zijn gemonteerd op een klein printje met een groot aantal sporen, waaraan draadjes gesoldeerd kunnen worden. Op de kontakten van het preparaat zelf (de vierkante genummerde vlakjes in figuur 19) zijn gouddraadjes gebond, die met Leitsilber aan het printplaatje zijn bevestigd. Deze oplossing is niet optimaal, daar niet meteen van het preparaat naar het printplaatje gebond kon worden. De beschikbare IC-voetjes, waarbij dit wel mogelijk is hebben echter een beperkt aantal kontaktmogelijkheden.

4.2 De GaAs-AlGaAs heterostrukturen.

Vier strukturen waren beschikbaar, met de volgende benaming:

- i 1355/1 ii - 1665/3 iii- 1665/42 iy - F 336
- iv E 336 ook wel JOKER genoemd.

De strukturen i, ii en iii zijn getekend in figuur 20 :



figuur 20 :

De GaAs AlGaAs heterostrukturen met hun afmetingen.

Struktuur iv is een ringvormig preparaat, zie figuur 21 :



figuur 21 :

E336 met relevante afmetingen.

Preparaat E336 bezit 8 kontakten, die alle als stroomkontakt gebruikt kunnen worden. Dit maakt een groot aantal configuraties mogelijk, die behandeld worden in 5.3.1.

Alle strukturen zijn bevestigd in een IC-voetje. Bonding is in dit geval direkt van het preparaat naar het IC-voetje mogelijk. Aan het IC-voetje kunnen dan weer draadjes gesoldeerd worden.

HOOFDSTUK 5 RESULTATEN EN DISCUSSIE

5.1 <u>De elektronenconcentratie, mobiliteit en geleidbaarheid</u>

In deze paragraaf worden de resultaten van metingen aan de elektronenconcentratie, mobiliteit en geleidbaarheid besproken. Gezien het grote aantal metingen dat noodzakelijk is om al de gegeven grootheden te berekenen en gezien het standaard karakter van deze metingen worden alleen de resultaten en niet de metingen zelf gegeven. Het doel van deze metingen is enig inzicht te verkrijgen in de kwaliteit van de preparaten (met name de mobiliteit is hierbij van belang). Bovendien legt de elektronenconcentratie in combinatie met het magneetveld de nog te bereiken vulfaktor vast (zie (10)).

5.1.1 De GaAs-AlGaAs heterojunctie.

De laagveld (B < 1 T) eigenschappen van de GaAs-AlGaAs heterojuncties zijn gemeten bij temperaturen van 1,2 K en 4,2 K. Gegeven de gemeten waarden van de Hall- en SdH-spanning volgt σ uit (15), n(SdH) en n(Hall) uit (22) respektievelijk (23), en μH uit (25). De resultaten zijn weergegeven in onderstaande tabel:

	168	55/3	1665	5/42	135	55/1	E33	36
σ (10 ⁻² Ω ⁻¹)	0,48	±0,02	0,95	±0,02	з, з	±0,Э	0,52	±0,03
n(SdH) (10¹⁵ m-≃)	з, 2	±0,2	4,8	±0,2	2,4	±0,1	З,8	±0,2
n(Hall) (1015 m-2)	з,ч	±0,1	5,3	±0,2	2,8	±0,1	ч,Э	±0,2
µн (m²/Vs)	9	±1	12	±1	80	±10	8	±1
n(Hall)/n(SdH)	1,05	±0,05	1,10	±0,05	1,19	5±0,05	1,15	±0,05

tabel 3: n,μ en σ bij 1,2-4,2 K (B < 1 T).

Uit de tabel blijkt dat de elektronenconcentraties berekend uit de Hall-spanning verschillen van die berekend uit de periode van het SdH-effekt. In alle gevallen is n(SdH) < n(Hall). Enerzijds bestaat de mogelijkheid dat dit verschil te wijten is aan het feit dat het magneetveld in beide situaties verschilt. In feite wordt n(SdH) zelfs bepaald over een zeker trajekt aan magneetvelden. Anderzijds kan dit verschil te wijten zijn aan het feit dat (23) eigenlijkgecorrigeerd dient te worden voor het strooimechanisme.

Opmerkelijk is bovendien dat de eigenschappen van preparaat 1665/3 en 1665/42 verschillen ofschoon ze uit dezelfde plak GaAs-AlGaAs vervaardigd zijn. Een mogelijke oorzaak voor dit verschil is het feit dat 1665/3 uit de rand en 1665/42 uit het midden van de plak afkomstig is.

.

Er is geen temperatuurafhankelijkheid van n en μ bij lage magneetvelden waargenomen (tussen 1,2 en 4,2 K, B<1 T).

5.1.2 De Si-MOSFETs.

De resultaten van een meting van n, μ_H en σ aan de Si-MOSFETs zijn weergegeven in figuur 22. De meting is uitgevoerd bij 1,2 K en B < 1 T, I=1 μ A. Gemeten is bij afnemende gatespanning, zie ook 5.5.1.



figuur 22: De grootheden n, μ_H en σ gemeten aan de Si-MOSFETs, bij 1,2 K.

Uit figuur 22 blijkt dat n evenredig is met V_G, zoals op grond van (1) verwacht mag worden. Kleine afwijkingen van dit lineaire verband worden besproken in 5.5.1. De mobiliteit bereikt een maximum van 3,4 m²/Vs tussen V_G= 12 V en 24 V. Bij hogere elektronenconcentraties wordt de interband verstrooiing van belang en daalt de mobiliteit. Tot 12 V is een toename van de mobiliteit te zien die het gevolg is van een toenemende screening van de strooipotentiaal. Theoretisch [9] geldt hier een verband μ =cn^{3/2}, hetgeen goed opgaat voor lage elektronenconcentraties, zie tabel 4:

n (10¹⁴ m⁻²) μ (m²/Vs) $\mu/n^{3/2}$ (10-24m³/Vs)

6,0	0,26	18
7,0	0,33	18
8,25	0,45	19
9,5	0,73	25
10,1	1,08	34
11,2	1,47	39

tabel 4 : screening bij lage elektronenconcentraties, zie tekst.

Bovenstaande waarden voor n als funktie van V_G reproduceren binnen een koelcyclus. Echter indien bij gatespanningen lager dan 5 V een stroom van 1 µA door het preparaat gestuurd wordt kan de drempelspanning (de geëxtrapoleerde spanning waar n=0) veranderen. Er treedt kennelijk een verandering op in het aantal aan het grensvlak Si-SiO₂ gebonden toestanden. Hetzelfde effekt is waarneembaar indien men de resultaten van twee afzonderlijke koelcycli vergelijkt. De drempelspanning varieert tussen 2 en 5 V. Relevant is bovendien dat door externe storingen als het inschakelen van een zware voeding de preparaateigenschappen kunnen veranderen (dit effekt is niet opgetreden bij de metingen die tot figuur 22 geleid hebben). Waarschijnlijk beinvloedt ook in dit geval een sterk EM-veld het aantal aan het oppervlak gebonden toestanden, mogelijk doordat eventuele ladingen in het SiO_{2} naar het 2DEG toe of van het 2DEG af verplaatst worden. Hetzelfde effekt is waarneembaar aan GaAs-AlGaAs heterostrukturen.

5.2 Stroomafhankelijkheid.

In afwijking van de theorie in 2.5 vertoont preparaat 1355/1 een stroomafhankelijk gedrag. Zie ook [54]. Het doel van de volgende metingen is het verkrijgen van inzicht in de mechanismen die dit gedrag veroorzaken.

In figuur 23 zijn e_{xx} en e_{xy} weergegeven, gemeten aan preparaat 1355/1 bij verschillende stromen.

Er vallen verschillende afwijkingen op ten opzichte van het normale stroomonafhankelijke gedrag:

- 1- Bij lage stromen neemt exx de vorm aan van een zaagtand.
- 2- Bij hoge stromen (≈5 μA) vertoont e_{***} een normaal verloop.
- 3- Bij hoge magneetvelden treedt alleen stroomafhankelijkheid op in één spingesplitste piek, en wel steeds in de piek behorend bij het spingesplitste niveau met de laagste energie.
- 4- De stroomafhankelijkheid verdwijnt bij stromen lager dan 0,1 µA.
- 5- De ligging van het maximum in $\varrho_{\times\times}$ verschuift als funktie van de stroomsterkte.

6- De plateaubreedte hangt af van de stroomsterkte.

De effekten 2 t/m 6 treden ook op in preparaat 1665/3, doch in veel mindere mate en alleen in de laatste nog te meten piek in ρ_{xx} bij 6 T. Preparaat 1665/42 vertoont geen van de genoemde effekten, echter de piek die in 1665/3 wel een afhankelijheid vertoont is hier nog niet zichtbaar bij 6 T ten gevolge van een hogere elektronenconcentratie. Het is onduidelijk of het stroomafhankelijke gedrag in verband staat met de hoge mobiliteit van preparaat 1355/1.

De genoemde effekten zijn te vergelijken met figuur 24, gemeten door Zheng [58] waar soortgelijke verschijnselen optreden ten gevolge van een breedte afhankelijkheid.







figuur 24 : Breedte en temperatuurafhankelijkheid in ρ_{xx} en ρ_{xy} [58].

Opvallend is het feit dat ook hier een zaagtandvorm in e_{xx} optreedt. De temperatuurafhankelijkheid die in figuur 24 optreedt is in figuur 23 waarneembaar als een stroomafhankelijkheid. Er is echter een belangrijk verschil. In [58] wordt vermeld dat de zaagtandvorm in e_{xx} optreedt in beide spingesplitste pieken, hetgeen in fig.23 zeker niet het geval is.

De oorzaak van het stroomafhankelijke gedrag is niet duidelijk. Gezien echter de overeenkomst tussen de stroomafhankelijkheid enerzijds en de temperatuur en breedte afhankelijkheid in figuur 24 anderzijds, is het mogelijk dat deze effecten een zelfde oorzaak hebben. Men kan zich hierbij het volgende beeld denken:

De stroom is beperkt tot smalle paden in het preparaat. Deze situatie is gunstig omdat deze smalle stroompaden een lage weerstand bezitten. Verhoogt men de temperatuur, dan raken de elektronen geexciteerd en kunnen ze ook in de omliggende gebieden (met hogere weerstand) terecht komen. Een verhoging van de stroom heeft eenzelfde effect daar in de smalle stroompaden een relatief hoge stroomdichtheid heerst. Dit kan een lokale temperatuursverhoging tot gevolg hebben. Een tweede mogelijkheid bestaat hierin dat een temperatuurverhoging wellicht de omvang van de lokalisatie doet afnemen, waardoor de stroompaden breder kunnen worden.

Kurve a in figuur 23 zou op grond van het bovenstaande het 'normale' gedrag weergeven, terwijl in kurve d sprake is van opwarmingseffekten. Het feit dat de twee spingesplitste pieken een verschillend gedrag vertonen in kurve a is reeds eerder door anderen waargenomen [9]. Vaak is de piek liggend bij de hoogste B waarde (= laagste energie) veel lager dan de andere piek [9]. De oorzaak van bovengenoemd spinafhankelijk gedrag is vooralsnog onduidelijk. Men kan echter denken aan spinafhankelijke verstrooiing, een asymmetrisch Landau-niveau of asymmetrische lokalisatie in een Landau-niveau. Mogelijk is ook de effektieve g-faktor verschillend in beide pieken.

Opmerkelijk is voorts dat struktuur aanwezig is in e_{xx} en e_{xy} daar waar stroomafhankelijkheid wordt waargenomen, zie figuur 25:



figuur 25 : De tensorkomponent ρ_{xy} en diens tweede afgeleide, gemeten aan preparaat 1355/1.

De tweede afgeleide is gemeten op de wijze vermeld in 3.4. Het gearceerde gedeelte in figuur 25 wordt doorlopen indien men een groot aantal metingen na elkaar verricht. Het signaal kan echter niet opgevat worden als ruis, het bevat enige struktuur. Deze struktuur verandert echter van meting tot meting. Het effekt is dermate klein dat in de meting van e_{xy} zelf hiervan niets te merken is. In e_{xx} treden dezelfde verschijnselen op. Een oorzaak kan gezocht worden in het feit dat de stroom steeds via andere paden door het preparaat loopt naarmate men het magneetveld verandert, er treden dan kleine sprongen op in e_{xx} en e_{xy} .

5.3 metingen aan de ringvormige struktuur.

In deze paragraaf worden twee types metingen aan de ringvormige struktuur E336 behandeld. In 5.3.1 worden de verschillende kontaktconfiguraties besproken die mogelijk zijn bij metingen aan deze struktuur. Het doel hierbij is te onderzoeken hoe de stroom zich in de verschillende situaties over het preparaat verdeelt.

In 5.3.2 worden de metingen met magneetveldmodulatie aan deze struktuur behandeld. Deze metingen zijn uitgevoerd in samenwerking met M. Lagemaat en D. van de Marel op het Natuurkundig Laboratorium van Philips. Bij dit type meting is het mogelijk ρ_{xx} te meten aan de hand van de Hall-spanning over het preparaat. Daar in een minimum van ρ_{xx} deze Hallspanning relatief groot is, kan men op deze wijze ρ_{xx} ook in een minimum nauwkeurig meten, zelfs bij lage stromen.

5.3.1 De verschillende kontaktconfiguraties.

De ringvormige struktuur E336 (zie figuur 26) is voorzien van acht kontakten. Daar elk van deze kontakten gebruikt kan worden als stroomkontakt is een veelheid aan configuraties mogelijk. Van al deze configuraties zijn er echter slechts twee die in belangrijke mate van elkaar verschillen.

- a : het geval dat de twee stroomkontakten beide aan de buitenzijde of beide aan de binnenzijde geplaatst zijn.
- b : het geval dat één stroomkontakt aan de buitenzijde en één aan de binnenzijde van de ring geplaatst is.



figuur 26 :

De ringvormige struktuur.

Voor geval a wordt hier de situatie beschouwd dat de kontakten 5 en 7 de stroomkontakten zijn.

In figuur 27 zijn de spanningen die in deze situatie gemeten worden over de kontakten 3,1 ; 8,6 ; 2,6 ; 8,4 ; 2,4 uitgezet. De spanning die men meet tusen de kontakten 1,3 is een SdH-achtige spanning, waaruit n(SdH) in 5.1.1 berekend is. Tussen 8,4 of 2,6 meet men de Hall-spanning die in de betreffende 'tak' wordt opgewekt. Daar de weerstand van beide takken niet precies gelijk hoeft te zijn ontstaat ook een spanning over de Kontakten 2,4. Ten gevolge van deze spanning over 2,4 is de spanning over de hele ring tussen 8,6 niet gekwantiseerd, maar vertoont een 'slingering' (zie figuur 27). De in de figuur aangegeven waarden i=6,8 geven aan waar normaal gesproken het plateau zou liggen. In de figuur is te zien dat de kromme V(8,6) raakt aan deze ingetekende plateaus. Het punt waar dit optreedt blijkt voorbij het minimum in V(3,1) te liggen.



E 336: T= 4,2 K V₄₈ $I_{15}=1/4A$ (* 1/2) 4 V(mV) 3 2 - V85 1 - V85 1 - L 2 B (T) 3 - L 2 - B (T)

figuur 27 : De spanningen over diverse kontaktparen indien men de stroom stuurt door 5,7. figuur 28 : De spanning over diverse kontakten in geval de stroom door 1,5 gestuurd wordt.

Situatie b verschilt sterk van de voorgaande situatie. De stroom kan in deze situatie door de ring gaan rondlopen. Uit (11) volgt dat de hoek α tussen het elektrisch veld en de stroom gegeven wordt door $\tan(\alpha) = \rho_{x,y} / \rho_{x,x}$. Deze hoek α wordt de Hall-hoek-genoemd. Indien $\rho_{x,x}$ klein wordt, zal α ongeveer 90° worden. De stroom en het elektrisch veld staan dan loodrecht op elkaar. Het gevolg is dat de stroom niet rechtstreeks de ring kan oversteken, maar gaat circuleren.

In het onderstaande wordt de situatie beschouwd dat de stroom door de kontakten 1,5 gestuurd wordt. De optredende spanningen over diverse kontaktparen zijn weergegeven in figuur 28. Over de kontakten 4,8 (zie figuur 26) staat gezien het bovenstaande dus een Hall-spanning (bovendien geldt dat V(4,8) = V(3,7) = V(2,6)). De grootte van deze Hall-spanning wordt bepaald door het aantal malen dat de stroom rondloopt, ofwel door α . Duidelijk zichtbaar is dat deze spanning sterk toeneemt indien φ_{xx} klein wordt. Tevens zijn in figuur 28 de spanningen over de kontakten 2,4 ; 8,6 ; 8,5 ; 6,5 aangegeven. Daar de spanning op de rand afhangt van de positie ten opzichte van het stroomkontakt is dit probleem hoekafhankelijk. Een precieze omschrijving in formulevorm is dan ook moeilijk te geven. Het is echter wel mogelijk het probleem als volgt globaal te beschrijven:

Daar de som van de spanningen U(5,8), U(8,6) en U(6,5) nul dient te zijn geldt dat V(8,6) = V(8,5) - V(6,5), hetgeen ook in de figuur te zien is. De twee spanningen V(8,5) en V(6,5)bevatten nog een component ten gevolge van de weerstand van het kontakt 5. Derhalve zijn deze spanningen ongelijk aan nul bij B=0. Bovendien is in de figuur te zien dat de spanningen V(4,2) en V(8,6) aan elkaar gelijk zijn. Dit is te verwachten op grond van het feit dat deze spanningen in belangrijke mate door het produkt van de cirkulerende stroom en de weerstand van een halve ring bepaald worden.

De oscillaties die in figuur 28 zichtbaar zijn, zijn het gevolg van de oscillaties in $\rho_{\times\times}$ in samenhang met oscillaties in de totale circulerende stroom. Tevens is een lineaire ondergrond zichtbaar die waarschijnlijk in verband staat met het feit dat over kontakt 5 ook een Hall-spanning aanwezig is (evenredig met B). Het is echter onduidelijk waarom de oscillaties zo verlopen als ze gemeten zijn. Een mogelijke oorzaak ligt in het feit dat $\rho_{\times\times}$ niet overal in de ring hetzelfde is.

5.3.2 De ringvormige struktuur in een gemoduleerd magneetveld.

Metingen aan een Corbino-disk in een gemoduleerd magneetveld werden al eerder door Syphers [49,50] uitgevoerd. Door het wissellende magnetisch veld wordt een elektrisch veld in de ring geinduceerd. Ten gevolge van dit elektrisch veld ontstaat een induktiestroom, die te meten is aan de hierdoor opgewekte Hall-spanning over de ring.

Syphers geeft de volgende formule voor de grootte van deze Hall-spanning V:

$$V = e_{xy}/e_{xx} f(R) dB_{x}/dt$$
(30)

De functie f(R) brengt de afmetingen van de ring in rekening. Syphers geeft geen uitdrukking voor deze functie. Tevens is onduidelijk in hoeverre een zelfinduktie van de ring van belang is. Bovendien stelt Syphers dat een belasting van het sample met een impedantie Z van invloed is op de meting zonder hiervoor een uitdrukking in formule vorm te geven. In het onderstaande worden allereerst deze problemen behandeld, waarna de meetresultaten besproken worden.

Beschouw de ring als getekend in figuur 29, met b<<R. Het magneetveld B_x bestaat uit een konstant veld B met daarop gesuperponeerd een wisselveld (t = tijd, ω =2 π f, f de frequentie):

 $B_x = B + B_o sin(\omega t)$

(31)

۰.



figuur 29 :

de ringvormige struktuur.

Dit wisselveld wordt geleverd door een spoel waardoor een stroom I. loopt. Ken aan de Corbino-disk een zelfinduktie L. toe. De coefficient van wederkerige induktie (tussen spoel en disk) is M. De in de Corbino-disk geinduceerde kringstroom wordt aangeduid met I. De volgende betrekking kan dan worden opgesteld :

$$2\pi RE_{e} = -L_{c} dI_{e}/dt + M_{u} dI_{e}/dt$$
(32)

Neem $I_n = I_{no} \exp(i\omega t)$, $I_n = I_{no} \exp(i\omega t)$, $I_{no} complex$. Nu geldt (aangezien $J_r = 0$):

$$2\pi R_{P_{xx}} J_{\Theta O} = -L_{E} D_{\Theta O} i \omega + M_{\omega} I_{\omega O} i \omega$$
(33)

Hieruit volgt:

$$J_{\alpha\alpha} = iM_{\omega}I_{\alpha\alpha}\omega/(2\pi R_{\rho_{\omega}\omega} + iL_{\rho_{\omega}})$$
(34)

De optredende Hall-spanning V_{H} is met $V_{H}=b\varrho_{\times,y}J_{\varphi}$ te berekenen uit:

$$V_{\mu} = ib_{\theta_{xy}} M_{\mu} I_{\mu \phi} \omega / (2\pi R_{\theta_{xx}} + iL_{\mu} b\omega)$$
(35)

Uit (35) blijkt dat de zelfinduktie kan worden verwaarloosd indien

$$\rho_{\rm RR} >> L_{\rm c} \omega b/2\pi R \tag{36}$$

Nu wordt het meer realistische geval beschouwd waarin de ring wordt belast met een impedantie Z. De zelfinductie $L_{\rm c}$ wordt verwaarloosd.

Met behulp van

$$\oint E_{g} dl = dt \iint B_{g} dA$$
(37)

kan worden afgeleid dat

 $E_{\phi} = R/2 dB/dt$

(38)

36

Bovendien geldt

 $E_r = -2\pi R J_r Z/b$

Substitutie van (38) en (39) in (11) levert de oplossing:

 $U = E_{r}b = \pi R^{2} Z_{\theta_{xy}} (dB_{r}/dt) / (\theta_{xx}^{2} + \theta_{xy}^{2} + 2\pi Z_{\theta_{xx}} R/b)$ (40)

Het door Syphers besproken probleem dat de kontakten een zekere kapaciteit hebben is met (40) goed te beschrijven.

Interessante waarden voor Z zijn

-1 Z=• Dan is

$$V = \rho_{HY} / \rho_{HH} \quad bR/2 \quad dB_{\mu} / dt \qquad (41)$$

Hier is bR/2 de door Syphers genoemde f(R). Indien $e_{xx}\approx 0$ wordt een relatief hoge spanning gemeten.

-2 Z=0 Dan is

 $I = -\sigma_{x} \sqrt{\pi R^2} dB_x / dt$

Waarmee een methode verkregen is om σ_{xy} te meten aan een Corbino-disk, hetgeen met de standaardmethoden onmogelijk is.

Getracht is deze theorie experimenteel te verifieren, met behulp van de opstelling uit 4.4. Hierbij is gebruik gemaakt van preparaat E336, dat echter geen echte Corbinodisk is (de kontakten lopen niet over de gehele rand). Daar geen stroom door deze kontakten gestuurd hoeft te worden (deze wordt immers door het modulatieveld geinduceerd) is het de verwachting dat bovengenoemde theorie toch geldig is.

Aangezien de te meten signalen klein zijn (orde μ V) is het een eerste vereiste storende signalen te beperken. Belangrijk is het de draden naar het sample vrij te houden van lussen die een induktieve storing op kunnen pikken. Vooral in de buurt van het modulatiespoeltje is dit erg moeilijk (een ring met een oppervlak van 10 mm² geeft bij 100 Hz en B_o=2*10⁻⁴ T een oppik van ≈1 μ V). Ook dient de kapaciteit van de bedrading naar het sample klein te zijn (in de meetopstelling bedroeg deze ongeveer 300 pF). De grootte van de kapaciteit is belangrijk omdat het sample hiermee belast wordt, zie (40) (2=1/jωC).

De meetresultaten zijn gegeven in figuur 30. Uit (41) volgt dat maxima optreden in de gemeten Hall-spanning indien e_{xx} klein wordt. Dit stemt overeen met de metingen. Het laatste maximum korrespondeert met vulfaktor 4. Er zijn alleen maxima zichtbaar bij even vulfaktoren (geen spinsplitsing (42)

(39)



figuur 30 : Hall-spanning gemeten aan E336 in een modulatieveld (B_{\odot} =2*10-4 T).

zichtbaar). Tevens is duidelijk dat er in geval a,b,c alleen een signaal gemeten wordt dat infase is met dB/dt, konform de theorie. De infase komponent te zien bij vulfaktor 4 is noch afhankelijk van de frequentie, noch van modulatiediepte en is ruis, veroorzaakt door het feit dat de impedantie van het systeem hoog wordt (orde M α),zie (16). In geval a,b,c is het uitfase signaal antisymmetrisch in B, aangezien de Hallspanning dan van teken omkeert. In geval d (557 Hz) treedt duidelijk een afwijking op van bovengenoemd gedrag. Er is een infase komponent waarneembaar van dezelfde grootte als de uitfase komponent. Dit is te wijten aan de fasedraaiing die optreedt ten gevolge van de kapaciteit van de bedrading, (Z=1/j ω C≈1M α) zie (40).

Tot 93 Hz wordt voldaan aan de lineaire frequentie afhankelijkheid. De breedte afhankelijkheid kon niet gekontroleerd worden aangezien maar één preparaat beschikbaar was. Uit de hoogte van de piek bij i=4 volgt dat ρ_{xx} =0,3 Ω bij 2,5 K. De konventionele meting (16) levert ρ_{xx} =11 Ω , 40 maal zo groot (gemeten bij 1 μ A). Dit verschil is waarschijnlijk te wijten aan het verschil in stroomsterkte. Uit de gemeten Hall-spanning 3 μ U (100 Hz) volgt dat de totale stroom in dit geval I=U/ ρ_{xy} ≈0,5 nA bedraagt. (De totale stroom is de stroom die tussen de Hall-kontakten door moet lopen om de gemeten Hall-spanning op te wekken). De totale stroom in het geval van de konventionele meting bedraagt (U(E,F)=50 mU) I=U/ ρ_{xy} ≈8 μ A.

Het zou interessant zijn meerdere preparaten met verschillende afmetingen te onderzoeken. Helaas geeft Syphers geen afmetingen van het door hem gebruikte sample.

5.4 <u>De stroomverdeling.</u>

Deze paragraaf handelt over de verdeling van de stroom binnen het preparaat. Over deze stroomverdeling onder QHE condities bestaat geen bevredigende theorie. Bestaande modellen geven verschillende mogelijkheden:

- a: De stroom is homogeen verdeeld [9,34].
- b: De stroom is geconcentreerd aan de rand [20,28].
- c: De stroom is beperkt tot één enkel filament
- of een groot aantal filamenten [21,53].

Derhalve is een aantal experimenten uitgevoerd om iets over de stroomverdeling te weten te komen:

Metingen aan de ringvormige struktuur (besproken in 5.3.1) worden vergeleken met de 'slingeringen' die soms worden waargenomen in de plateaus van de Si-MOSFETs (paragraaf 5.4.1).

Meting van Hall- en SdH-spanningen aan Si-MOSFETs met een verschillende breedte kunnen mogelijke randeffekten aan het licht brengen (paragraaf 5.4.2).

Metingen van de Hall-spanning over het preparaat, waarbij de stroom via verschillende kontakten door het preparaat gestuurd wordt kunnen een beeld geven over de afstand die nodig is om een homogene stroomverdeling te verkrijgen (paragraaf 5.4.3).

5.4.1 'Slingeringen' in de plateaus.

Metingen aan E336 wijzen uit (zie paragraaf 5.3.1 geval a) dat indien men een stroom stuurt door kontakten 5,7 (fig.26) de spanningen V(8,6) niet gekwantiseerd is, maar een 'slingering' vertoont. Dit berust op het feit dat $\rho_{\times\times}$ verschilt in beide takken van E336. Metingen aan Si-MOSFETs tonen een zelfde gedrag, zie figuur 31 :



figuur 31 :

'Slingerende' plateaus gemeten aan een Si-MOSFET.

De oorzaak van dit slingeren is mogelijk ook de aanwezigheid van inhomogeniteiten in de elektronenconcentratie, of in exa. De 'slingeringen' treden het sterkst op bij plateaus met lage vulfaktoren. Hier verwacht men ook de sterkste inhomogeniteiten. Het feit dat de 'slingeringen' alleen optreden in een plateau en niet daartussenin is een gevolg van het feit dat juist in een plateau $e_{\star\star}$ sterk afhankelijk is van de gatespanning (of van het magneetveld). Tevens is in figuur 31 te zien dat ρ_{ww} ter plaatse van de plateaus een 'dubbel' minimum vertoont. Dit duidt ook in de richting van een betrekkelijk grote inhomogeniteit in de elektronenconcentratie. Blijkbaar zijn er twee gebieden die bij een verschillend magneetveld hun minimum in exa bereiken. De slingering in de plateaus wordt echter ook waargenomen zonder dat een dergelijk 'dubbel' minimum optreedt. Waarschijnlijk zijn in dat geval de minima niet opgelost omdat de inhomogeniteit kleiner is.

De 'slingering' is zowel bij Si-MOSFETs als GaAs-AlGaAs strukturen waargenomen. Het verschijnsel is niet goed reproduceerbaar (echter wel in de ringvormige struktuur).

Uit het bovenstaande volgt dat inhomogeniteiten in het centrum van het preparaat eventueel de makroskopische eigenschappen kunnen beinvloeden. Een dergelijk effect verwacht men niet indien de stroom slechts geconcentreerd is aan de rand van het preparaat.

5.4.2 Breedte afhankelijkheid.

Metingen aan preparaten met verschillende breedtes zijn reeds eerder uitgevoerd [5,58], zie voor een voorbeeld paragraaf 5.2. Uit deze metingen blijkt dat de gemeten Hallen SdH-spanning afhankelijk zijn van de breedte van het preparaat. Deze effekten treden echter pas op bij breedtes van enige µm.

Uit metingen aan de Si-MOSFETs (40-160 μ m) blijkt dan ook dat zowel de Hall-spanning als de SdH-spanning in alle preparaten een gelijk gedrag vertonen indien de stroomdichtheid bij de verschillende metingen gelijk genomen wordt. Dit wordt ook verwacht indien de stroom homogeen over het preparaat verdeeld is, of over een groot aantal filamenten, echter niet indien de stroom zich beperkt tot de rand. In het laatste geval is eerder de totale stroom van belang en niet de stroomdichtheid.

Andere metingen aan de stroomverdeling genoemd in de literatuur zijn [15,43,44]. Alle duiden ze op 'bulk' stromen.

5.4.3 Lengte breedte verhouding.

Bij 'normale' Hall-metingen aan Hall-bars wordt geeist dat de Hall-kontakten op voldoende afstand van de stroomkontakten dienen te zitten. Voldoende betekent hier dat deze afstand ongeveer drie maal de breedte van het preparaat bedraagt. De stroom is dan voldoende homogeen over het preparaat verdeeld ter plaatse van de Hall-kontakten om een nauwkeurigheid van 1 % te waarborgen.

Preparaat 8 geeft de mogelijkheid te onderzoeken of deze eis voldoende is bij meting van het QHE. Men kan diverse kombinaties van stroomkontakten kiezen. Meting wijst uit dat de Hall-spanning over de kontakten 1 en 8, of ieder ander tegenover elkaar liggend paar niet beinvloed wordt door de keuze van de stroomkontakten (binnen de nauwkeurigheid van 1 %). De lengte breedte verhouding van 3 is blijkbaar voldoende.

5.5 Metingen aan de Si-MOSFETs.

Deze paragraaf handelt over diverse metingen die aan de Si-MOSFETs verricht zijn. In paragraaf 5.5.1 wordt de meting van de elektronenconcentratie als funktie van de gatespanning wat nauwkeuriger bekeken dan in 5.1.2. Het is gebleken dat een hysterese effekt optreedt in deze afhankelijkheid. In paragraaf 5.5.2 wordt gekeken naar de aanwezigheid van een gradient in de elektronenconcentratie. Zo'n gradient zou kunnen ontstaan indien een spanningsval over het preparaat optreedt. De derde paragraaf 5.5.3 handelt over de plateaubreedte in Si-MOSFETs. En in paragraaf 5.5.4 worden metingen aan de struktuur met twee gates (DEV. 7) besproken.

5.5.1 Husterese effekten.

Een merkwaardig hysterese effekt treedt op in de Si-MOSFETs. Het verloop van de Hall-spanning als funktie van de gatespanning, waarbij de richting waarmee de curve doorlopen is is aangegeven, is geschetst in figuur 32:



figuur 32 : Hysterese effekt in Si-MOSFETs.

Een soortgelijk effekt treedt op in ρ_{HX} . Dit effekt is niet te wijten aan een dode slag van de XY-recorder, daar de twee curves elkaar snijden. Aangezien de hysterese een gelijk verloop vertoont voor ρ_{HX} en ρ_{HY} is de gemeten hysterese waarschijnlijk het gevolg van een hysterese in de elektronenconcentratie. Het is mogelijk een deelcurve te doorlopen zoals deze is weergegeven in figuur 32. Bij het omkeren van de richting waarin de gatespanning gevarieerd wordt ontstaat een vrijwel

verticale kurve. Dit is een merkwaardige vorm van hysterese daar bij een kleine verandering van de gatespanning de elektronenconcentratie relatief sterk kan varieren. Hoe deze hysterese in n ontstaat is onduidelijk. Een mogelijk-

heid is het optreden van hysterese in de spanningsval over het stroomkontakt. De gatespanning wordt gemeten ten opzichte van dit kontakt en niet ten opzichte van het 2DEG. Een eventuele spanningsval kan voor een verandering in de elektronenconcentratie zorgen, terwijl het lijkt alsof de spanning van de gate ten opzichte van het 2DEG konstant blijft. Een tweede mogelijkheid is de aanwezigheid van mobiele ladingen in het oxide, al is dat bij deze temperaturen onwaarschijnlijk. Het verloop van de elektronenconcentratie, berekend uit de Hall-spanning is weergegeven in figuur 33. Aangegeven is de afwijking ten opzichte van het lineaire verband n=-18,4*10¹⁴m⁻²+3.23*10¹⁴m⁻²U^{-1*}V_c indien gemeten wordt met toenemende en afnemende gatespanning.



figuur 33 : De afwijking van het lineaire verband $n(V_{c})$ gemeten bij toenemende en afnemende gatespanning.

Tussen 15 en 20 V is het verband tussen n en V_{\odot} vrijwel lineair. Bij hogere en lagere V_{\odot} treedt een afwijking op. Het valt op dat de afwijking bij hoge gatespanning symmetrisch is. Bij lage gatespanningen echter treedt een systematisch te lage elektronenconcentratie op. Dit is geen afwijking ten gevolge van het belasten van het preparaat met de spanningsmeter aangezien een eventuele belasting de Hall-spanning vermindert en de berekende elektronenconcentratie dan juist hoger uitvalt. Een mogelijkheid is dat in dit regime een deel van de elektronen niet deelneemt aan de geleiding.

5.5.2 Gradienten in de elektronenconcentratie.

Bij lage vulfaktoren wordt de weerstand van het preparaat hoog. Stuurt men in dit geval een stroom door het preparaat dan zal een spanningsval optreden tussen de drain en de source. Het gevolg is een in de stroomrichting veranderend potentiaalverschil tussen de gate en het 2DEG, hetgeen een gradient > 0 in n oplevert in de stroomrichting. Het bestaan van een dergelijke gradient is te konstateren indien men de Hall-spanning als funktie van de afstand tot de drain of source meet. Een meting aan struktuur 8 levert bij $V_G=7,5$ V, B=1,5 T, I=2 μ A en T=1,2 K:

 $V_{H}(1,8) = 29 \text{ mV}$ $V_{H}(1,5) = 25 \text{ mV}$ V(1,2) = 66 mVV(3,4) = 52 mV

De Hall-spanning verschilt 16 % tussen kontakten 1,8 en 4,5 hetgeen inhoudt dat n met 16 % varieert tussen kontakt 1 en 4. Bij een gatespanning van 10 V is het effekt echter al niet meer meetbaar, daar de weerstand snel afneemt met $V_{\rm S}$. De spanningsval in de dwarsrichting (de Hall-spanning) blijft echter bestaan. De te verwachten gradient in elektronenconcentratie is echter te klein om de breedte van de plateaus in het QHE te kunnen verklaren aan de hand van het model van Woltjer (zie 2.6). Bovendien zou de plateaubreedte dan afhangen van de grootte van de Hall-spanning en dus van de stroomsterkte. De plateaubreedte (gemeten tegen de gatespanning) die men op grond van dit effekt verwacht is precies de Hall-spanning (enige tientallen mV)

5.5.3 <u>De plateaubreedte in Si-MOSFETs.</u>

Er bestaan enige modellen van het QHE die een voorspelling doen over de breedte van de plateaus in het QHE (bijvoorbeeld het model van Dorda [6,7]). Deze modellen zijn echter alleen geldig bij T=O. Aangezien met de ter beschikking staande apparatuur dit limietgeval niet voldoende benaderd kan worden is het niet mogelijk geweest de gegeven afhankelijkheden te verifieren.

Dat de limiet T=O niet benaderd wordt volgt uit het feit dat plateaus bij oneven vulfaktor (de valley gesplitste plateaus) nog niet optreden bij 1,2 K, 6T. Tevens is het bij 'slingerende' plateaus (zie 5.4.1) moeilijk een breedte te definieren.

Gezien de bovenstaande problemen zijn geen metingen van de plateaubreedtes verricht. Verhoudingen van de plateaubreedtes zijn wel gemeten. Dit is alleen mogelijk onder de volgende voorwaarden:

- De mobiliteit van de elektronen bij B=0 moet voor beide plateaus vergelijkbaar zijn.
- De plateaus moeten dezelfde oorsprong hebben.
 Bv. plateaus met vulfaktor 4,8 zijn te vergelijken,
 plateaus met vulfaktor 4,5 niet aangezien plateau
 4 ontstaat tgv. Landau-splitsing van twee viervoudig
 ontaarde niveaus en plateau 5 ontstaat tgv. de
 veel zwakkere valley splitsing.

- Het plateau moet voldoende ontwikkeld (vlak) zijn. Deze eisen beperken de mogelijkheden zeer. In feite blijven alleen de plateaus bij vulfaktor 4 en 8 over. Deze plateaus blijken bij gelijk magneetveld ongeveer dezelfde breedte te hebben (zie fig. 34), hetgeen op grond van Dorda's theorie ook verwacht mag worden.



figuur 34 : De Hall-spanning over preparaat 6, bij een groot aantal verschillende gatespanningen.

5.5.4 Metingen aan de struktuur met twee gates.

Struktuur 7 is voorzien van twee gates. In feite zijn het twee parallel geschakelde MOSFETs met een afstand van 10 μ m. Deze afstand is te groot om een interaktie tussen de twee strukturen mogelijk te maken. De metingen zijn dan ook niet te vergelijken met [48], waar twee gebieden met verschillende n direkt met elkaar in kontakt staan.

Noem de twee gatespanningen V_{G_1} en V_{G_2} . Indien $V_{G_1}=V_{G_2}$ verdeelt de stroom zich gelijkelijk over beide strukturen. Over de Hall-kontakten 1,4 of 2,3 meet men dan de 'halve' Hall-spanning. Zijn beide gatespanningen ongelijk, dan wordt de situatie gekompliceerder. De meetresultaten zijn echter volledig te verklaren indien men rekening houdt met het verschil in impedantie tussen beide deelstrukturen, en derhalve met de wijze waarop de stroom zich verdeelt. Een voorbeeld is gegeven in figuur 35, waar een konstant potentiaalverschil tussen beide gates is aangelegd.

Het verschil in gatespanningen is klein genomen ten opzichte van V_{G_1} en V_{G_2} . Tussen de plateaus zijn de impedanties vrijwel gelijk en treedt geen afwijking op in de gemeten Hall-spanning. In een plateau echter varieert e_{xx} sterk en zal de stroomverdeling ook sterk wisselen. Daar in een Hallplateau de spanningsverdeling aan de rand er uitziet als in figuur 36 meet men over de Hall-kontakten de Hall-spanning van een deelpreparaat (V(A,C) \approx 0, V(A,D) \approx V(C,D)). Een curve in figuur 35 is dan ook een direkte maat voor de stroom door dat deelpreparaat (in een plateau).

45



figuur 35 : Hall-spanning gemeten over de twee MOSFETs, zie tekst.



figuur 36 : Equipotentiaal in Hall-plateau [11,48].

46

CONCLUSIES

- De plateaus in Si-MOSFETs zijn bij T = 1,2 K onvoldoende ontwikkeld (in breedte en vlakheid) om modellen die de breedte kwantitatief beschrijven te kunnen verifieren.
- De verdeling van de stroom over het preparaat is sterk afhankelijk van inhomogeniteiten (in de elektronenconcentratie n) binnen het preparaat, daar de magnetoweerstand sterk van n afhangt.
- De stroom is niet alleen beperkt tot de randen van het preparaat daar de stroomdichtheid bepalend is voor opwarmingseffekten.
- De waargenomen stroomafhankelijkheid in preparaat 1355/1 lijkt sterk op de breedte afhankelijkheid in andere preparaten zoals die door Zheng gemeten worden.
- De stroomafhankelijkheid in preparaat 1355/1 verdwijnt bij stromen < 0,1 μ A (bij een temperatuur van 1,2 K).
- Magneetveldmodulatie aan ringvormige strukturen geeft de mogelijkheid de minima in de magnetoweerstand bij zeer lage stromen (I < 1 nA) te meten.

SUGGESTIES

- Zoek een methode waarmee de genoemde inhomogeniteiten te karakteriseren zijn.
- Zoek een methode waarmee direkt de stroomverdeling in een preparaat te meten is.
- Maak Si-MOSFETs met een dunne oxidelaag, zodat een eventuele invloed van een potentiaalverschil tussen het kontakt en het 2DEG duidelijk zichtbaar wordt.
- Pas magneetveldmodulatie metingen toe op ringvormige strukturen met verschillende breedtes.
- Onderzoek in welke mate ringvormige strukturen met randkontakten verschillen van zogenaamde Corbino-devices.

LIJST GEBRUIKTE SYMBOLEN

В	magnetische veldsterkte
е	elementairlading
E, E.	energie resp. Fermi-energie
E	elektrische veldsterkte
F(v)	funktie die de valley-splitsing beschrijft
g	de g-faktor
g*	de effektieve g-faktor
g., g.	spin-ontaarding resp. valley ontaarding
ከ, ሽ	de konstante van Planck resp. h/2m
i	de vulfaktor in het centrum van een plateau
i.	de vulfaktor
I	stroomsterkte
t	baanquantumgetal Landau-quantisatie
J	de stroomdichtheid
k	de golfvektor
k _æ	Boltzmann-konstante
kъ	dempingskonstante
L	zelfinduktie
m	de rustmassa van het elektron
m*	de effektieve massa van het elektron
m _e	cyclotronmassa van het elektron
М	maat voor de verhouding spin-/Landau- splitsing
Mw	koëfficient van wederkerige induktie
n	elektronenconcentratie
n(Hall)	n berekend uit het Hall-effekt
n(SdH)	n berekend uit het SdH-effekt
Na	acceptorkonsentratie
NCED	de toestandsdichtheid
S	spinquantumgetal
t	tijd
Т	temperatuur
Tp	Dingle-temperatuur
V, Va	snelheid resp. driftsnelheid
V	spanning
V(A,B)	spanning tussen kontakt A en B
Vg, V _H	de gatespanning resp. Hall-spanning
Z	impedantie
Г	de breedte van een Landau-niveau
δ(x)	de deltafunktie
€_	relatieve dielektrische konstante
нц, ц	mobiliteit resp. Hall-mobiliteit
ملا	het Bohr-magneton
σ	de soortelijke geleidbaarheid
ę	de soortelijke weerstand
т	strooitijd
ω, ω	hoekfrequentie resp. cyclotronfrequentie

LITERATUURLIJST

1- Anzin V.B. ea. JETP Lett. 40, 1002 (1985). 2- Aoki H., Kamimura H. Sol.St.Comm.21, 45 (1986). 3- Bornstein L. Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology III, Crystal and Solid State Physics, vol.11. 4- Cage M.E. ea. Phys.Rev.Lett.51, 1374 (1983). 5- Choi K.K. ea. Phys.Rev.<u>B32</u>, 5540 (1985). 6- Dorda G. Model for the Integral Quantum Hall Effect, EP2DS VI, Kyoto Japan. 7- Dorda G. Siemens Forsch.u.Entwickl.Ber.Bd.14, 127 (1985). 8- Ebert G. ea. J.Phys.<u>C18</u>, L257 (1985). 9- Ebert G. Proefschrift T.U. Munchen (1983). 10- Englert T. ea. Surf.Sci.<u>113</u>, 295 (1982). 11- Fang F.F., Stiles P.J. Phys.Rev.<u>B29</u>, 3749 (1984). 12- Fukuyama H., J.Phys.Soc.Jpn.<u>45</u>, 2378 (1985). 13- Furneaux J.E., Reinecke T.L. Phys.Rev.<u>B33</u>, 6897 (1986). 14- Giessen J. Stageverslag THE, Vakgroep Vaste Stof Fysica (1986). 15- Goldberg B.B. ea. Surf.Sci.<u>170</u>, 214 (1986). 16- Goodall R.K. ea. Phys.Rev.<u>B31</u>, 6597 (1985). 17- Hajdu J., Landwehr G. in Topics in Applied Physics 57, Springer Verlag Berlin (1985). 18- Halperin B.I. Phys.Rev.<u>B25</u>, 2185 (1982). 19- Halperin B.I. Helv.Phys.Acta <u>56</u>, 75 (1983). 20- Heinonen D., Taylor P.L. Phys.Rev.<u>B32</u>, 633 (1985). 21- Kazarinov R.F., Luryi S. Phys.Rev. <u>B25</u>, 7626 (1982). 22- Klitzing K. von ea. Phys.Rev.Lett.45, 494 (1980). 23- Köhler H., J.Phys.<u>C18</u>, L251 (1985). 24- Köhler H., Hoffmann F.J., J.Phys.<u>C18</u>, L737 (1985). 25- Komiyama S. ea. Sol.St.Comm.<u>54</u>, 479 (1985). 26- Kubo and Nagamiya, Solid State Physics, McGraw Hill (1969). 27- MacDonald A.H. ea. Phys.Rev.<u>B28</u>, 3648 (1983). 28- MacDonald A.H., Streda P. Phys.Rev.<u>B29</u>, 1616 (1984). 29- Moss T.S. Handbook on Semiconductors I, North Holland Publishing Company (1982). 30- Mosser V. ea. Sol.St.Comm.<u>58</u>, 5 (1986). 31- Ono Y., J.Phys.Soc.Jpn.<u>51</u>, 237 (1982). 32- Pepper M. Proc.R.Soc.Lond.<u>A353</u>, 225 (1977). 33- Pepper M. Contemp.Phys.<u>26</u>, 257 (1985). 34- Prange R.E. Phys.Rev.<u>B23</u>, 4802 (1981). 35- Prange R.E., Joynt R. Phys.Rev.<u>B25</u>, 2943 (1982). 36- Pudalov V.M. ea. Sol.St.Comm.<u>51</u>, 713 (1984). 37- Pudalov V.M., Semenchinskii S.G. Sov.Phys.Usp.<u>28</u>, 634 (1985). 38- Pudalov V.M. ea. Sov.Phys.Usp.28, 635 (1985). 39- Pudalov V.M., Semenchinskii S.G. JETP Lett. 42, 232 (1985). 40- Sakaki H. ea. Surf.Sci.<u>142</u>, 306 (1984). 41- Shida K. ea. Jap.J.App.Phys.<u>25</u>, L63 (1986). 42- Shklovskii B.I., Efros A.L. Electronic Properties of Doped Semiconductors, Spinger Series in Solid State Sciences 45 (1984) 43- Sichel E.K. ea. Phys.Rev.<u>B32</u>, 6975 (1985). 44- Simon C. ea. Phys.Rev.<u>B33</u>, 1190 (1985). 45- Stahl E. ea. J.Phys.<u>C18</u>, L783 (1985).

46- Stern F. Phys.Rev.Lett.<u>44</u>, 1469 (1980).
47- Syphers D.A., Stiles P.J. Phys.Rev.<u>B32</u>, 6620 (1985).
48- Syphers D.A. ea. Surf.Sci.<u>142</u>, 208 (1984).
49- Syphers D.A. ea. Surf.Sci.<u>170</u>, 222 (1986).
50- Syphers D.A. ea. Appl.Phys.Lett.<u>48</u>, 293 (1986).
51- Tsui .D.C. ea. Phys.Rev.Lett.<u>48</u>, 1559 (1986).
52- Wakabayashi J. ea. Surf.Sci.<u>170</u>, 359 (1986).
53- Woltjer R. ea. Europhys.Lett.<u>2</u>, 149 (1986).
54- Woltjer R. ea. Four Terminal Quantum Hall and Shubnikov de Haas Measurements with Pulsed Electric Fields, Sol.St.Comm.<u>53</u>, 331 (1985).
55- Yoshihiro K. ea. Phys.Rev.<u>B33</u>, 6874 (1986).
56- Zheng H.Z. ea. Phys.Rev.Lett.<u>55</u>, 1144 (1985).
58- Zheng H.Z. ea. Surf.Sci.<u>170</u>, 209 (1986).
59- Zonder auteur: Comments Solid State Phys.<u>12</u>, 69 (1986).

60- Englert T. ea. Physica <u>117B&118B</u>, 631 (1983).

50