

MASTER

Stromingsgeïnduceerde oscillaties in een pijp met afgesloten zijtak : ontwerp en toepassing van een compenserende interferometer

Jutte, P.T.

Award date:
1986

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain



Titel : Stromingsgeïnduceerde oscillaties
in een pijp met afgesloten zijtak;
ontwerp en toepassing van een
compenserende interferometer.

Auteur : P.T. Jutte

Verslagno.: R - 785 - A

Datum : 30 april 1986

Werkeenheid : Gasdynamica/aeroakoestiek

Begeleider(s) : Dr.ir.A. Hirschberg, Dr.ir.M.E.H. van Dongen
ing.J.F.H. Willems, A.P.J. Wijnands

Afstudeerhoogleraar : Prof.Dr.ir. G. Vossers

SAMENVATTING.

In een pijp met afgesloten zijtak komen onder bepaalde omstandigheden stromingsgeïnduceerde oscillaties voor. Deze gaan gepaard met sterke akoestische druk- en dichtheidsfluctuaties.

Dit verschijnsel is experimenteel onderzocht, waarbij o.a. gebruik gemaakt is van een Mach-Zehnder interferometer, die d.m.v. compensatie is omgebouwd tot een lineaire dichtheidsmeter. Als compenserend element is een Pockels-cel gebruikt. Het instrument blijkt bevredigend te werken.

Uit deze experimenten volgt, dat de drukfluctuaties maximaal zijn als de fluctuaties bij de stroomopwaartse en stroomafwaartse hoek van de vertakking in fase zijn en de frequentie overeenkomt met de akoestische resonantiefrequentie van het gehele pijpleidingsstelsel. Hiervoor is een eenvoudig theoretisch model opgesteld.

LIJST VAN GEBRUIKTE SYMBOLEN.

eenheid

a	temperatuurvereffeningscoëfficiënt	$\frac{2}{m/s}$
arg	fase complexgetal	rad
A	complexe amplitude drukgolf (appendix A)	Pa
A	interferentiebundel of fotodiode (deel 2)	-
A_n	overdrachtsfunctie hoogspanningsversterker	-
B	complexe amplitude drukgolf	Pa
B	interferentiebundel of fotodiode (deel 2)	-
c	geluidssnelheid	m/s
c_l	lichtsnelheid	m/s
C_T	condensator	-
d	diameter pijp	m
D	diameter pijp	m
\bar{e}_p	complex polarisatievector	-
\bar{E}	veldsterkte E-M-golf	V/m
f	frequentie	Hz
G	functie van Green	-
\hat{G}	matrix	-
i	$\sqrt{-1}$ of index	-
i	verschilstroom (deel 2)	A
i	constante deel verschilstroom	A
\hat{i}^o	variërende deel verschilstroom	A
I	intensiteit laserlicht	W
I_m	imaginaire deel	-
J	intensiteitsverdeling laserlicht	W/m ²
j	index	-
k	golfgetal	$\frac{-1}{m}$
K	overdrachtsfunctie regelversterker	V/A
K_o	tijdonafhankelijke deel overdrachtsfunctie regel- versterker	V/A
L	lengte	m
m	index	-
m_q	hulpgrootheid	-
M	overdrachtsfunctie MZI+fotodiodes+hoogspannings- versterker+Pockels-cel	A/V
MZI	Mach-Zehnder Interferometer	-
n_i, \underline{n}	normaal vektor	-
n	index (appendix A)	-
n	brekingsindex (deel 2)	-
sn	brekingsindex verandering	-
p	drukfluctuatie	Pa
\bar{p}	amplitude drukfluctuatie	Pa
\bar{p}_z	amplitude drukfluctuatie ter plaatse van de gesloten einde	

	van de zijtak	
Δp	drukverandering	Pa
p^+	heengaande drukgolf	Pa
p^-	gerefecteerde drukgolf	Pa
p_o	statistische druk	Pa
P_{ij}	tensor voor drukkrachten en visceuze krachten	Pa
P_{12}	modulus drukverhouding	-
P_c	overdrachtsfunctie pockels-cel	rad/V
q	massastroomfluctuatie	kg/m ³ .s
Q	bron	-
r	afstand tot centrum laserbundel	m
δr	afstand tussen twee laserbundels	m
R	reflectiecoëfficiënt (deel 1, appendix A,B)	-
R	weerstand (deel 2)	Ω
Re	reële deel	
R_l	straal golffronten laserbundel	m
R_g	gasconstante	j/kmd k
s	plaats parameter	m
S	oppervlak	m ²
S_i	spiegel (i=0,1,2,3,4)	-
t	tijdparameter	s
T_{ij}	spanningstensor van Lighthill	Pa
T_o	absolute temperatuur	K
ΔT	temperatuur verandering	K
u, u_i, u_j	snelheid	m/s
U	Hoofdstroomsnelheid	m/s
V	volume	m ³
V_u	uitgangsspanning	V
V_i	ingangsspanning	V
V_R	uitgangsspanning regelversterker	V
V_{pc}	uitgangsspanning hoogspanningsversterker	V
$V_{i\lambda}$	half-lambda-spanning Pockels-cel	V
w	halve bundel diameter laser	m
w_o	"waist" laserbundel	m
x	plaats parameter	m
y	plaats parameter	m
z	plaats parameter	m
α	index (appendix A)	-
α	dempingsparameter	-1
α_u	uitlijnhoek laserbundels	rad
β	index	-
γ	hulpgetal	-
δ	korte afstand	m
δ_{ij}	Kronecker delta	-

δ	deltafunctie	-
Δ	druksprong van dipool laag	Pa
ε	pijpdiameter/golflengte	-
ε_p	permittiviteit	c/Vm
κ	Gladstone-Dale constante	m ³ /kg
λ	golflengte akoestische golven	m
λ_1	golflengte laserlicht	m
ν	kinematische viscositeit	m ² /s
ψ	fase van drukverhouding	rad
ρ	dichtheidsfluctuatie	kg/m ³
ρ'	dichtheid	kg/m ³
ρ_0	statische dichtheid	kg/m ³
$\Delta\rho$	dichtheidsverandering	kg/m ³
σ	hulp-grootheid	-
ϕ	faseverschil tussen meetbundel en reflectiebundel (deel 2)	rad
ϕ	mode (appendix B)	-
ϕ_0	werkpunt MZI	rad
ϕ_{pc}	faseverschil veroorzaakt door de Pockels-cel	rad
ϕ_{obj}	faseverschil veroorzaakt door het meetobject	rad
$\Delta\phi$	faseverandering	rad
τ	tijdstip	s
τ_i	integratietijd regelversterker	s
τ_h	tijdconstante hoogspanningsversterker	s
ω	hoekfrequentie	Hz

I N H O U D	Pagina
Samenvatting	1
Lijst van gebruikte symbolen	2
Inhoud	5
Inleiding	7
Deel 1: Stromingsgeïnduceerde oscillaties in een pijp met afgesloten zijtak	9
1. Aero-akoestiek	10
1.1 Inleiding	10
1.2 Kwalitatieve beschrijving van de stroming	10
1.3 Formele oplossing m.b.v. het theorema van Green	13
1.4. Akoestiek	15
1.4.1. Het eëndimensionale model van het T-stuk	15
1.4.2. Modeontwikkeling	18
2. Experimentele methoden en opstellingen	19
2.1 Een compenserende laser-Mach-Zehnder interferometer als lineaire gasdichtheidsmeter	19
2.1.1. Inleiding	19
2.1.2. De werking	22
2.1.3. Eigenschappen	24
2.2. Bepaling van de reflectiecoëfficiënt met de twee microfoonmethode	25
2.3. Het T-stuk	27
3. Resultaten en discussie	29
3.1. Inleiding	29
3.2. Veldmetingen in het T-stuk	29
3.2.1. Veldmetingen zonder stroming	29
3.2.2. Veldmetingen met stroming	35
3.3. Akoestische resonantie van het T-stuk zonder stroming	38
3.3.1. Reflectiecoëfficiëntmetingen aan de uiteinden van het T-stuk	38
3.3.2. Responsie van het T-stuk op excitatie met een luidspreker	41
3.4. Resonantie met stroming en de invloed van reflectie- coëfficiënten	44
3.5. De schuiflaag en de bron	46
3.5.1. Extra excitatie van de schuiflaag	46
3.5.2. De fasesnelheid van de verstoringen in de schuiflaag	47
3.5.3. De frequentie van de oscillaties	49
3.6. MZI metingen in de buurt van de hoeken	50

3.6.1.	Loslating zonder stroming	50
3.6.2.	Dichtheidsfluctuaties met stroming bij de hoeken	52
4.	Conclusies	54
Deel 2:	Ontwerp en eigenschappen van een compenserende MZI.	56
1.	Inleiding	57
2.	Principe van de dichtheidsmetingen met interferometrie	58
3.	De Pockels-cel en de hoogspanningsversterker	60
4.	De opbouw van de compenserende MZI	62
5.	Technische uitvoering en mechanische constructie	65
6.	Het interferentiesignaal	67
7.	Het regelsysteem	70
	7.1. De MZI als systeem	70
	7.2. Keuze van de regelaar	73
	7.3. De regelversterker	74
8.	Metingen aan de compenserende MZI	76
	8.1. De rondgaande versterking	76
	8.2. De statische ijking	78
	8.3. De dynamische ijking	78
	8.4. Storingen	80
9.	Conclusies	82
Appendix A:	Uitgewerkte theorie	84
Appendix B:	Reflectiecoëfficiënt metingen met de twee microfoon methode	99
	Lijst van gebruikte apparatuur	105
	Referenties	106

INLEIDING

In doorstroomde gasleidingen met een afgesloten zijtak treedt onder bepaalde omstandigheden een door de stroming geïnduceerd oscillatie proces op, dat gepaard gaat met drukpulsaties.

Het oscillatie proces is gebaseerd op een wisselwerking van het akoestisch veld in het pijpleidingensysteem en de stroming in de opening van de vertakking. Zulke oscillaties komen voor in de compressorstations van de N.V. Nederlandse Gasunie, waar ze zo'n ernstige vorm aannemen dat ze schade kunnen veroorzaken.

Na voorbereidende studie's is een samenwerkingsproject ontstaan tussen de vakgroep Transport fysica en de N.V. Nederlandse Gasunie (BRU85).

Dit afstudeerwerk is onderdeel van dit onderzoek.

Bij het leidingnet van de Gasunie vindt het proces plaats in aardgas bij een statische druk van 60 Bar in ronde buizen met een diameter van 0,30 tot 1,2 m. In dit onderzoek beschouwen we als model de stroming van lucht bij atmosferische druk in een vierkante pijp. Omdat de stroming in de opening van de zijtak een tweedimensionaal karakter heeft, wordt verwacht dat fundamentele aspecten van deze stromings geïnduceerde oscillaties in zo'n model onderzocht kunnen worden. Een voordeel van deze keuze is, dat men in een vierkante pijp gemakkelijker optische methoden kan gebruiken dan in een ronde pijp (b.v. interferometrie en laser-doppler-anemometrie). Wat meer empirisch onderzoek wordt gedaan aan modellen met een ronde pijp, bij een druk tot 15 bar.

Een experiment op ware grootte zal eind 1986 plaatsvinden in het Bernoulli laboratorium van de Gasunie.

Het is de bedoeling, dat dit onderzoek leidt naar een voorspelling van het oscillatie proces en bouwregels voor de Gasunie, zodat het optreden van oscillatie proces wordt voorkomen.

Dit afstudeerwerk bestaat uit twee hoofdonderwerpen. Ten eerste het ontwikkelen van een laser-Mach-Zehnder-interferometer (MZI)*, die als een lineaire gasdichtheidsmeter wordt gebruikt.

Door het toepassen van een compenserend electro-optisch element (Pockels-cel) en het gebruik van een regelsysteem is een gewone MZI omgebouwd tot een automatisch gecompenseerd meetinstrument, waarbij de benodigde compensatiespanning een lineaire maat is voor de gemeten dichtheid.

Het tweede hoofdonderwerp is de invloed van de akoestiek van het pijpleiding-systeem op het stromings geïnduceerde oscillatieproces. Hiervoor zijn tijdens dit afstudeerwerk een aantal experimenten gedaan, waarbij gebruik is gemaakt van de MZI en van microfoons. Ook is

*In dit verslag wordt Mach-Zehnder-interferometer afgekort als MZI.

een eerste aanzet gedaan voor het ontwikkelen van een eenvoudig model dat de invloed van verandering van de akoestische eigenschappen van het systeem op het oscillatieproces voorspelt. Verder zijn enkele metingen gedaan, waarbij we de responsie van het akoestische systeem bij externe excitatie hebben bestudeerd.

Dit verslag bestaat uit twee delen, die volledig onafhankelijk van elkaar gelezen kunnen worden. In deel 1 wordt het onderzoek aan het stromingsgeïnduceerde oscillatieproces behandeld.

In hoofdstuk 1 van deel 1 wordt het stromingsgeïnduceerde oscillatieproces uitgelegd en wordt kort enige theorie behandeld. In hoofdstuk 2 komen de gebruikte meetmethoden en opstellingen aan bod, waarbij een kort overzicht wordt gegeven van het principe en de werking van de MZI. De resultaten van de experimenten staan in hoofdstuk 3. De conclusies zijn te vinden in hoofdstuk 4.

In deel 2 wordt de ontwikkeling van de compenserende MZI beschreven. Er wordt ook wat dieper ingegaan op de werking en de eigenschappen.

Vanwege de leesbaarheid van het verslag staat de uitgewerkte theorie in Appendix A. In appendix B zal aandacht besteed worden aan een methode om akoestische reflectiecoëfficiënten te meten.

D E E L 1: STROMINGSGEINDUCEERDE OSCILLATIES IN EEN PIJP
MET AFGESLOTEN ZIJTAK.

HOOFDSTUK 1: AERO-AKOESTIEK.

1.1. Inleiding

In dit hoofdstuk wordt enige aero-akoestiek behandeld, toegepast op het stromings geïnduceerde oscillatieproces.

In paragraaf 1.2. zullen we beginnen met een kwalitatieve beschrijving van het stromings geïnduceerde oscillatie proces, aan de hand van het model van Rockwell (ROC 83).

In paragraaf 1.3. wordt een formele oplossing gegeven van het probleem met behulp van het theorema van Green. In paragraaf 1.4. wordt een eenvoudig model behandeld van de akoestiek van het pijpleidingsysteem. Verder wordt er een benadering van het akoestische veld in de leidingen gegeven, door de oplossing te ontwikkelen in modes.

1.2. Kwalitatieve beschrijving van de stroming

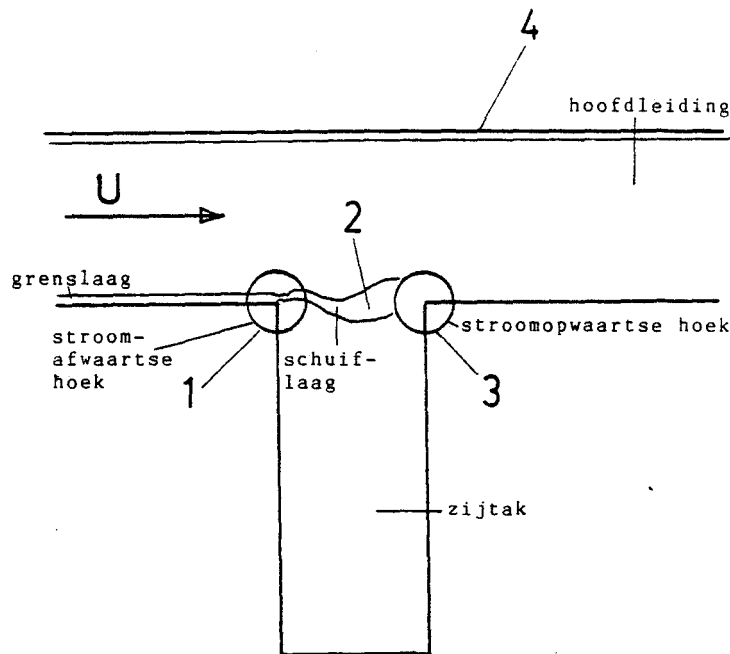


Fig. 1.1 Het T-stuk met de vier deelprocessen van het oscillatieproces.

Een hoofdleiding met afgesloten zijtak (een 'T-stuk') is weergegeven in figuur 1.1.. In de hoofdleiding stroomt het gas met snelheid U . In de zijtak staat het vrijwel stil. De grenslaag in de hoofdleiding gaat bij de stroomafwaartse hoek over in een schuiflaag, die de scheiding vormt tussen het stromende en het stilstaande gas. Door de aanwezigheid van deze schuiflaag kan een oscillatieproces ontstaan.

Rockwell (83) veronderstelt dat zo'n oscillatieproces zichzelf in stand houdt, door een ketting van deelprocessen, die bij benadering onafhankelijk van elkaar zijn:

1. Het akoestische veld veroorzaakt bij de stroomopwaartse hoek een verstoring van de schuiflaag. Omdat er viscositeitseffecten zijn, vindt altijd afstroming plaats in de richting van de hoofdstroomsnelheid (tangentiële afstroming). Als we veronderstellen dat viscositeitseffecten geen rol zouden spelen, zou er geen duidelijk loslaatpunt bestaan. Vanwege de viscositeitseffecten worden wervels gevormd, zodanig dat de afstroming tangentieel blijft. Deze extra wervels vormen de beginverstoring van de schuiflaag.

2. De schuiflaag is instabiel (zie (MIC67, BEC 84)), dat wil zeggen dat energie uit de hoofdstroming kan worden omgezet in een schuiflaagbeweging. Hierdoor worden de verstoringen in de schuiflaag versterkt, als ze naar de stroomafwaartse hoek worden vervoerd. De schuiflaag gedraagt zich als niet-lineaire versterker, die zich in een verzadigingstoestand bevindt.

3. Bij de stroomafwaartse hoek wordt de oscillerende schuiflaagbeweging door de rand beïnvloed. Er ontstaat daar een sterk instationaire stroming. Deze instationaire stroming is de bron van het akoestische veld.

4. Het pijpleidingsysteem fungeert als akoestische resonator, die bij een gegeven stroming het niveau van de oscillaties bepaalt. Deze deelprocessen vormen een meekoppelsysteem, zodat het proces in stand gehouden wordt.



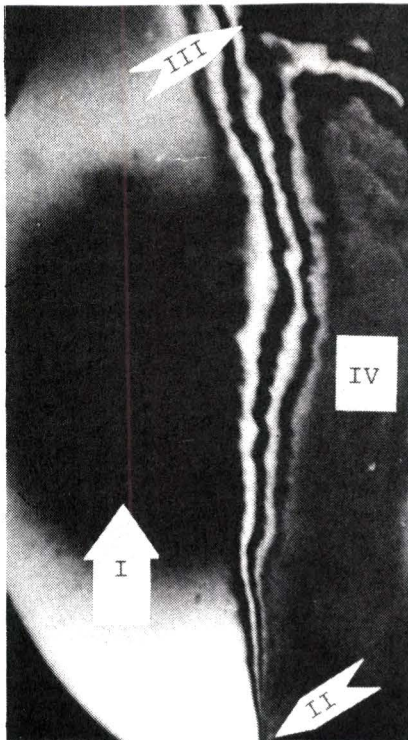
$t = 0$



$t = \frac{1}{4}$ periode



$t = \frac{1}{2}$ periode



$t = \frac{3}{4}$ periode

- I Richting van de
hoofdstroom-
snelheid.
- II Stroomopwaartse
hoek.
- III Stroomafwaartse
hoek.
- IV Zijtak.

Fig. 1.2: De schuiflaag zichtbaar gemaakt d.m.v. interferometrie in combinatie met injectie van koude stikstof.

Fig.1.2. toont 4 foto's van de schuiflaag, zichtbaar gemaakt met behulp van interferometrie uit (GRO 85). De lucht in de zijtak heeft een andere dichtheid dan de rest van de stroming, omdat geïnjecteerd is met koude stikstof. De witte en zwarte strepen komen overeen met isodichtheidslijnen. Deze foto's zijn genomen in dezelfde opstelling, als gebruikt is bij dit afstudeerwerk (par.3.3). De foto's zijn op 4 tijdstippen van de periode van het oscillatie-proces gemaakt. Foto 1 is genomen op het tijdstip dat de snelheid van het akoestische veld in de opening maximaal is en naar de zijtak toe gericht. Foto 2, 3 en 4 zijn elk een kwart periode later genomen.

Men kan uit deze foto's afleiden dat er bij de stroomopwaartse hoek voldaan is aan de voorwaarde van tangentiële afstroming. Ook ziet men een heftige instationaire beweging van de schuiflaag nabij de stroomopwaartse hoek.

1.3. Formele oplossing m.b.v. het theorema van Green.

In deze paragraaf wordt de formele oplossing van het akoestische veld behandeld. Omdat het Mach-getal van de hoofdstroming klein is ($< 0,1$), verwachten we dat de invloed van gemiddelde stroming in eerste benadering kan worden verwaarloosd. Het akoestische veld is de verstoring ρ van de gemiddelde dichtheid ρ_0 van het medium. Door gebruik te maken van massabehoud en de impulsvergelijking komen we tot de volgende golfvergelijking (appendix A):

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} \quad (1.1)$$

Hierin is c een constante snelheid en T_{ij} is de spanningstensor van Lighthill. In T_{ij} zijn alle niet lineaire en visceuze effecten opgenomen. Vergelijking (1.1) stelt dat de niet-lineaire en visceuze effecten als bron voor het akoestische veld fungeren. Bij hoge Reynolds getallen en homentrope stroming kan men de volgende benadering gebruiken:

$$T_{ij} = \rho_0 u_i u_j \quad (1.2)$$

Hierin zijn u_i en u_j de snelheden.

Als T_{ij} onafhankelijk is van ρ is het probleem lineair en kunnen we een oplossing vinden door gebruik te maken van het theorema van Green. (GOL70, SOM64). De functie van Green is de oplossing van de golfvergelijking met de deltafunctie als brontherm:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 G = \delta(\underline{x} - \underline{y}) \cdot \delta(t - \tau) \quad (1.3)$$

x is het observatiepunt, waar G wordt gemeten op tijdstip t . y is de positie van de bron, waar een puls is uitgevonden op tijdstip τ . gebruik makend van de lineariteit van vergelijking (1.1), kunnen we zonder verlies van algemeenheid uitgaan van de harmonische golven met hoekfrequentie ω .

$$\rho = \hat{\rho} e^{-i\omega t} \quad T_{ij} = \hat{T}_{ij} e^{-i\omega t} \quad G = \hat{G} e^{-i\omega t} \quad (1.4)$$

Als we '^' weglaten dan zijn (1.2) en (1.3) als volgt te herschrijven:

$$\nabla^2 \rho + k^2 \rho = \frac{-1}{c^2} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} \quad (1.5)$$

$$\nabla^2 G + k^2 G = \frac{-1}{c^2} \delta(\underline{x} - \underline{y}) \quad (1.5)$$

Met $k = \omega/c$.

We nemen een volume V , afgesloten door een oppervlak S in de geometrie, waarin we het akoestische veld willen bepalen. Als (1.4) vermenigvuldigd wordt met G en (1.5) met ρ , dan volgt na aftrekken en integreren over V :

$$\int_V \left(G \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} - \delta(\underline{x} - \underline{y}) \rho \right) d\underline{y} + c^2 \int_V \left(G \nabla^2 \rho - \rho \nabla^2 G \right) d\underline{y} = 0 \quad (1.6)$$

na gebruik maken van het divergentie theorema en de zeefeigenschap van de deltafunctie geldt:

$$\rho(x) = \int_V G \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} d\underline{y} + c^2 \int_S \left(G \frac{\partial \rho}{\partial y_i} - \rho \frac{\partial G}{\partial y_i} \right) n_i dS \quad (1.7)$$

We zijn vrij om een willekeurige randvoorwaarde voor G te kiezen. Als voor de dichtheid en de functie van Green dezelfde randvoorwaarden worden verondersteld van het type:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial y_i} \right) n_i = \xi(\underline{y}, \omega) G \quad (1.8)$$

$$\text{en} \quad \left(\frac{\partial \rho}{\partial y_i} \right) n_i = \xi(\underline{y}, \omega) \rho$$

met n_i : de normaal op S

ξ : parameter afhankelijk van ω en \underline{y}

dan vereenvoudigt (1.7) tot:

$$\rho(x) = \int_V G \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} d\underline{y} \quad (1.9)$$

Vergelijking (1.7) en (1.9) zijn uitdrukkingen die rechtstreeks het verband geven tussen het akoestische veld zonder stroming gepresenteerd in G en de niet lineaire effecten als gevolg van stroming gepresenteerd in $\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}$.

Omdat men uit fig.1.2. kan afleiden dat de stroming in de buurt van de stroom-afwaartse hoek sterk instationair is, is $\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}$ daar het grootst. Daarom is het aannemelijk dat de bron voornamelijk gelokaliseerd is bij de stroomafwaartse hoek.

Het probleem kan nu gesplitst worden in het bepalen van $\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}$ uit de verstoringen bij de stroomafwaartse hoek en het bepalen van de functie van Green voor het akoestische veld zonder stroming. Voor het bepalen van de functie van Green kunnen we uitgaan van twee alternatieve methoden:

De eerste is de methode van aangepaste asymptotische expansies. Dit is een systematische procedure waarin de oplossing van het akoestische veld in het T-stuk wordt verkregen door het veld in de parameter $\epsilon = (\text{de pijpdiameter/golflengte})$ te ontwikkelen. ϵ is een maat voor de invloed van de compressibiliteit. In (BRU 85) en (WET85) wordt een oplossing verkregen tot de eerste orde in ϵ . Op dit niveau van benadering wordt de stroming in de buurt van de vertakking als incompressibel beschouwd.

De tweede methode is de methode van mode ontwikkeling, voorgesteld door Miles in (MIL 47). In paragraaf (1.4.2) wordt een berekening van het akoestische veld met mode ontwikkeling besproken, waarbij we ons beperkt hebben tot de eerste mode. Eerst zullen we in (1.4.1) een eenvoudig model van de akoestiek van het T-stuk behandelen.

1.4 Akoestiek.

1.4.1. Het ééndimensionale model van het T-stuk.

In deze paragraaf wordt een eenvoudig model van de akoestiek van het T-stuk behandeld. De details worden afgeleid in appendix A.

De frequentie van het oscillatieproces is zo laag dat zich alleen vlakke golven kunnen voortplanten door een rechte pijp. Voor een rechthoekige pijp is dit het geval, als de golflengte groter is dan twee maal de kleinste diameter van de pijp. In dit model worden in de drie takken van het T-stuk vlakke golven verondersteld.

Het gebied in de buurt van de opening in de hoofdleiding noemen we 'de vertakking' (Het gearceerde gebied in figuur 1.3). De karak-

teristische lengteschaal voor de akoestische drukfluctuatie p is de golflengte λ .

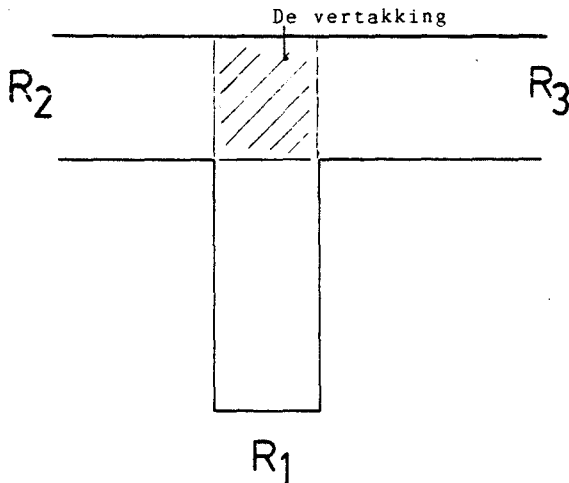


Fig. 1.3: Het T-stuk met in het midden de vertakking. De eigenschappen van de uiteinden worden geïmpre-senteerd in de reflectie coëfficiënten R_1 , R_2 en R_3 .

Voor de relatieve sprong in drukfluctuatie $\Delta p/p$ over een vertakking met karakteristieke lengte D kan de volgende af-schatting gemaakt worden: $\Delta p/p \approx D/\lambda$

Hetzelfde geldt voor een fluctuatie in massastroom. In dit model worden de sprong in drukfluctuatie en de sprong in massastroomfluctuatie gelijk aan nul gesteld. Dit komt over een met de nulde orde benadering in ϵ , volgens de methode van aangepaste asymptotische expansies.

De eigenschappen van de uiteinden van de vertakking hebben een belangrijke invloed op de akoestiek van het T-stuk. Deze eigenschappen kan men voor vlakke golven representeren in de reflectie coëfficiënt R . Dit is de verhouding van de invallende en gereflecteerde druk-golf bij een discontinuïteit in een pijp. De reflectiecoëfficiënt is afhankelijk van het type discontinuïteit (b.v. open uiteinde, gesloten uiteinde, vertakking of doorsnede verandering) en de frequentie. R is in het algemeen een complex getal.

De vlakke golven liggen nu vast door de reflectiecoëfficiënten van de uiteinden van de takken en de veronderstelling dat de sprong in drukfluctuatie en de massastroom fluctuatie over de vertakking,

afgezien van geluidsbronnen gelijk nul is.

In paragraaf 1.3 is aannemelijk gemaakt dat de geluidsbron gelocaliseerd is bij de stroomafwaartse hoek. De bron wordt in dit model beschouwd als een dipool laag tussen de zijtak en de stroomafwaartse tak, die een tijdafhankelijke druksprong veroorzaakt, zoals getoond wordt in figuur 1.4a.

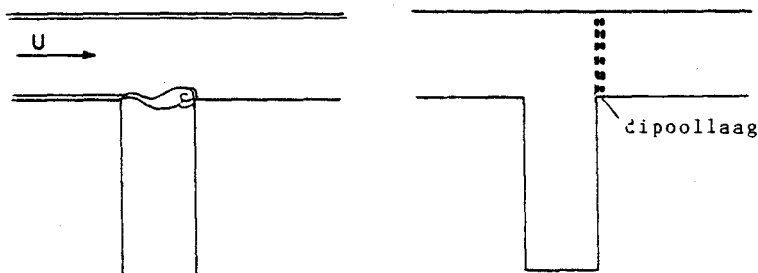


Fig. 1.4a: Het model veronderstelt de akoestische bron als een dipool laag tussen de zijtak en de stroomafwaartse tak.

Bij dit afstudeerwerk is de akoestiek van het T-stuk bestudeerd door in het T-stuk een akoestische golf op te wekken m.b.v. een luidspreker in één van de takken. De luidspreker beschouwen we als een dipool laag. Omdat het oppervlak van de luidspreker klein is t.o.v. de doorsnede van de buis doen we alsof de luidspreker de reflectie coëfficiënt van het uiteinde niet beïnvloed (fig.1.4b).

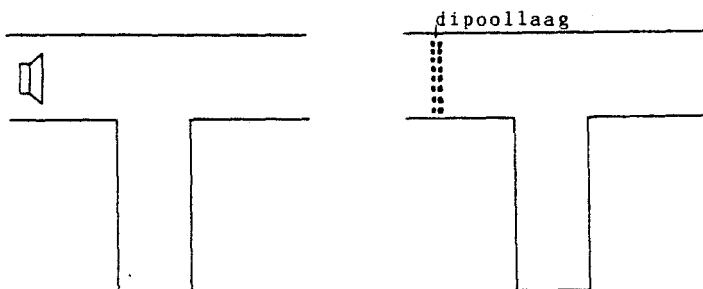


Fig. 1.4b: De luidspreker als dipool laag

Dit eëndimensionale model voorspelt resonatiefrequenties van het T-stuk die kunnen worden vergeleken met de experimenten.

Verder wordt door dit model de reflectiecoëfficiënt van de vertakking in de nulde orde benadering gegeven, als een golf vanuit de hoofdleiding naar de vertakking loopt. Een interessant resultaat hiervan is dat een afgesloten zijtak met lengte L een reflectiecoëfficiënt gelijk aan -1 heeft, als geldt dat:

$$L = \left(\frac{n}{2} + \frac{1}{4} \right) \lambda$$

Hierin is λ de golflengte van het geluid. Als men een leiding met meerdere zijtakken heeft, zoals dat het geval is in de compressorstations van de Gasunie, betekent dit dat het geluid dat ontstaan is bij de ene zijtak goed afgesloten wordt door andere zijtakken (hierdoor kunnen zeer hoge amplituden ontstaan).

1.4.2 Mode ontwikkeling.

Men kan een betere benadering voor het akoestische veld in het T-stuk krijgen en de reflectiecoëfficiënt van de vertakking, door de akoestische golven te ontwikkelen in modes. Dit is vastgesteld door Miles (MIL 47). Modes zijn oplossingen van de homogene golfvergelijking, die aan de randvoorwaarden voldoen (de zogenaamde 'vrije trillingen' (SOM64)).

In appendix A.4 wordt met behulp van modeontwikkeling de functie van Green afgeleid voor de vertakking van het T-stuk (een tweedimensionale rechthoekige ruimte). Door gebruik te maken van vergelijking (1.7) wordt een matrix gevonden, die een betrekking geeft tussen de drukfluctuaties in één tak en de snelheidsfluctuaties in alle drie de takken. Deze betrekking is afgeleid voor het geval dat de breedte van de zijtak niet gelijk is aan de breedte van hoofdleiding, een geval dat niet door Miles wordt behandeld. We hebben ons hierbij beperkt tot een ontwikkeling in de eerste mode. Dit betekent dat het veld in de takken benaderd wordt door vlakke golven.

Een ontwikkeling in de eerste mode geeft een redelijke voorspelling van de absolute waarde van de reflectie coëfficiënt van de vertakking. De fase is echter een factor twee fout (WET 86, BRO 86). De vraag is, of deze theorie een goede voorspelling geeft voor details van het veld in het T-stuk en dus voor de functie van Green. Deze vraag zullen we in hoofdstuk 4 beantwoorden.

HOOFDSTUK 2: EXPERIMENTELE METHODEN EN OPSTELLINGEN.

2.1: Een compenserende laser-Mach-Zehnder-interferometer als lineaire gasdichtheidsmeter.

2.1.1. Inleiding.

Tijdens dit afstudeerwerk is een compenserende Mach-Zehnder-interferometer gebouwd, waarmee dichtheidsfluctuaties gemeten kunnen worden. Een foto van de gecompenseerde MZI is gegeven in figuur 1-5.



Fig. 1.5: Een foto van de compenserende MZI.

Dankzij het gebruik van een laserbundel kunnen hiermee puntmetingen gedaan worden in een tweedimensionaal meetobject. Als de stroming isentrop is kunnen hieruit de drukfluctuaties worden afgeleid. Het ontwerp van deze interferometer is van Smeets en George (SME75, SME77).

Deze meetmethode heeft een aantal voordelen boven metingen met microfoons of drukopnemers. Men kan ieder punt in het ter plaatse doorzichtige meetobject gemakkelijk bereiken door de MZI te traverseren, waarbij de stroming niet verstoord wordt. Dit in tegenstelling tot microfoons in de wand die moeilijk te verplaatsen zijn of microfoons in het meetobject die de stroming of het akoestische veld sterk kunnen beïnvloeden.

Een beperking van deze methode is dat men de dichtheid geïntegreerd meet over het meetobject. Hierdoor is de interpretatie alleen eenvoudig bij tweedimensionale stromingen.

Deze MZI is al eerder als dichtheidsmeter in de groep aero-akoestiek van de Vakgroep Transportfysica gebruikt (MO082, STE83). De interferometer is toen als uitslaginstrument gebruikt, waarbij een laagfrequente temperatuurdriftcompensatie werd aangebracht om het interferentiesignaal in het lineaire gebied te houden. Het nadeel van deze methode is dat het meetbereik beperkt is tot het lineaire gebied van het interferentiesignaal (figuur 1.6a). Bovendien hangt de gevoeligheid af van de uitlijning van de laserbundels.

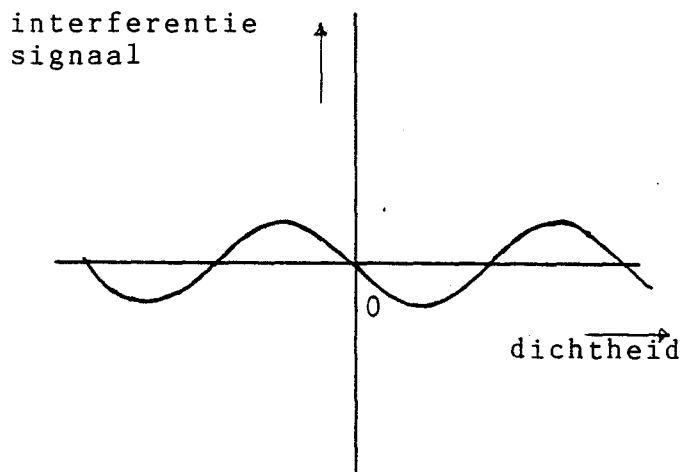


Fig. 1.6a: signaal als functie van de dichtheid bij een standaard MZI

Omdat er behoefte was aan een dichtheidsmeter met een groter meetbereik, is tijdens dit afstudeerwerk een compensator in de interferometer aangebracht, zodat de MZI niet meer als uitslaginstrument, maar als nulindicator gebruikt wordt. De benodigde compensatie is dan een maat voor de dichtheidfluctuaties (fig. 1.6b).

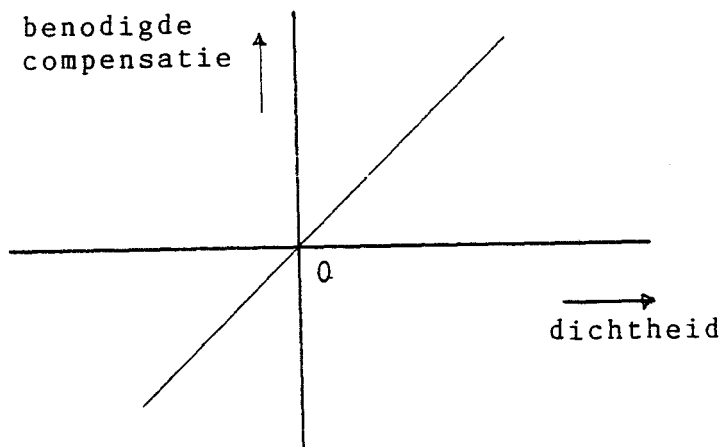


Fig. 1.6b: signaal als functie van de dichtheid bij een compenserende MZI

In eerste instantie is de mogelijkheid van compensatie met behulp van een piëzo-elektrische-translator, gemonteerd achter een van de spiegels, bestudeerd. Deze bleek echter ongeschikt vanwege zeer sterke hysteresis. Daarom is als tweede alternatief een Pockels-cel geprobeerd. Deze oplossing bleek te voldoen.

In deze paragraaf zullen we kort het principe van de compenserende MZI behandelen (2.1.2) en een overzicht geven van de belangrijkste eigenschappen (2.1.3). Uitgebreidere informatie over de MZI staat in deel 2 van dit verslag, waarin het ontwerp van de compenserende MZI, metingen aan de MZI en technische aspecten worden behandeld.

2.1.2: De werking.

Een eenvoudige voorstelling van een MZI is gegeven in figuur 1.7.

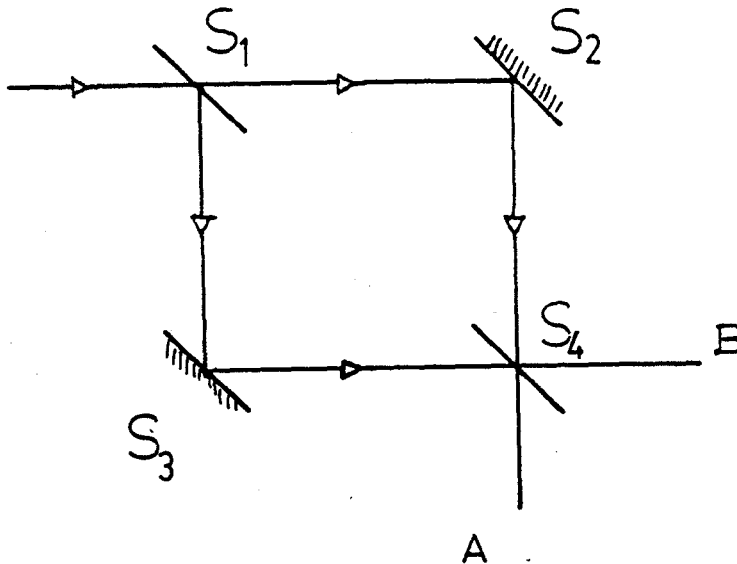


Fig. 1.7: Een Mach-Zehnder interferometer

Een laserbundel wordt gesplitst in een meetbundel, die door het meetobject loopt, en een referentiebundel. De bundels worden via verschillende spiegels weer bij elkaar gevoegd, zodat twee interferentiebundels ontstaan, die op twee detectoren vallen.

Als de meetbundel door een gas loopt, waar de dichtheid als functie van de tijd verandert, verandert ook de brekingsindex als functie van de tijd. Hierdoor verandert het faseverschil tussen de meet- en referentiebundel, waardoor de lichtintensiteit van de interferentiebundels (het interferentiesignaal) als functie van de tijd verandert.

Bij de hier gebruikte MZI wordt de verandering van het interferentiesignaal gecompenseerd door middel van een regelsysteem.

Als compensator is een Pockels-cel gebruikt. Dit is een elektro-optisch-kristal, waarmee een faseverschil tussen twee onderling loodrechte polarisatierichtingen kan worden aangebracht, als functie van de op het kristal aangelegde spanning.

Een schema van de compenserende MZI is weergegeven in figuur 1.8.

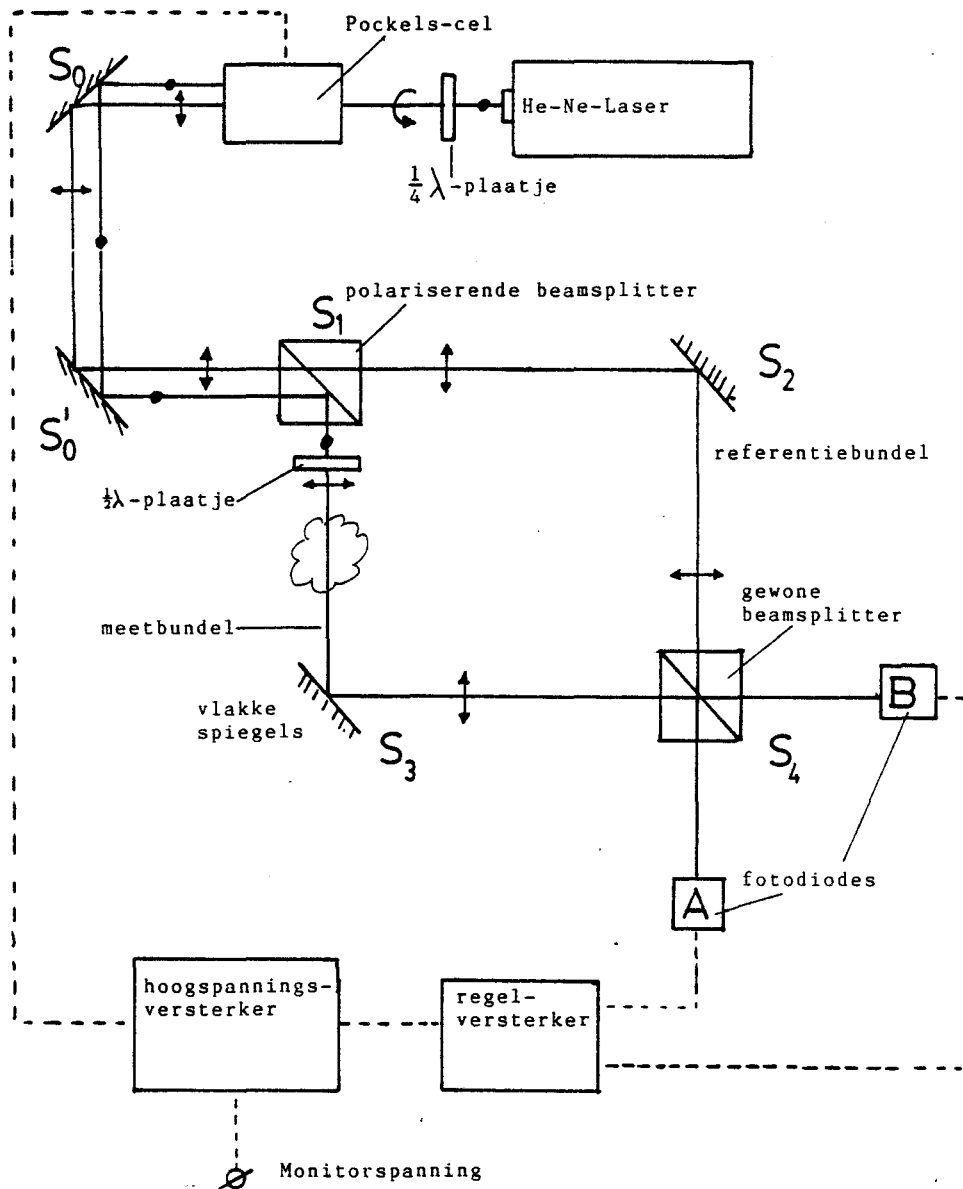


Fig. 1.8: Een schema van de compenserende MZI.

Lineair gepolariseerd laserlicht wordt door middel van een kwart-lambda-plaatje omgezet in circulair gepolariseerd licht. Het circulair gepolariseerd licht loopt door de Pockels-cel en komt via twee spiegels (s_0 en s_0') de interferometer binnen. In een polariserende beamsplitter (s_1) wordt het licht, dat loodrecht op het vlak van tekening gepolariseerd is, gereflecteerd, de polarisatierichting evenwijdig aan het vlak van tekening wordt doorgelaten. De polarisatierichting van de gereflecteerde bundel wordt d.m.v. half-lambda-plaatje 90 graden gedraaid.

De beide bundels komen via spiegel s_2 resp. s_3 weer bij elkaar in beamsplitter s_4 . Daar ontstaan twee interferentiebundels, die op een fotodiode vallen.

De verandering van het interferentiesignaal, ten gevolge van dichtheidsfluctuaties ter plaatse van de meetbundel, wordt via een terugkoppelversterker waarin zich een proportionele + integrerende regelaar bevindt, en een hoogspanningsversterker omgezet in een stuurspanning voor de Pockels-cel. De spanning wordt door de Pockels-cel omgezet in een faseverschil tussen de meet- en referentiebundel, zodanig dat het faseverschil ten gevolge van de dichtheidsfluctuaties wordt gecompenseerd. Aangezien de Pockels-cel een lineair instrument is, is de op de Pockels-cel aangelegde spanning een lineaire maat voor de dichtheidsfluctuaties in het meetobject.

2.1.3: Eigenschappen.

We zullen hier een kort overzicht geven van de eigenschappen van de compenserende Mack-Zehnder-interferometer:

i)

- Het regelsysteem blijkt bevredigend te werken. De fout die ontstaat doordat niet volledig gecompenseerd wordt is in amplitude relatief gelijk aan $f/3,6 \cdot 10^{-5}$ en in fase gelijk aan $\arctan(f/3,6 \cdot 10^{-5})$ rad.
- Het meetbereik is vergroot van $\Delta\rho \cdot L = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}^2$ tot $\Delta\rho \cdot L = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}^2$ (L is de doorlopende weglengte door het meetobject; $\Delta\rho$ is de grootte van dichtheidsverandering).
- De gevoeligheid is niet meer afhankelijk van de uitlijning van de laserbundels, waardoor men ook in staat is met wat minder "nette" vensters te meten, waarbij de uitlijning als functie van de plaats verandert.
- De temperatuurdrift als gevolg van opwarming van het gas en uitzetting van de interferometer wordt ook bijgesteld.
- De M.Z.I. is binnen het meetbereik van de testsituatie lineair (1%).
- De laserbundel heeft in de meetsectie een diameter van 1mm. Dit is veel kleiner dan de diameter van de meeste microfoons of

drukopnemers, waardoor het ruimtelijk oplossingsvermogen erg groot is.

- De MZI is gemakkelijk te traverseren, zonder dat het akoestisch veld of de stroming wordt beïnvloed.

ii)

- De MZI is zeer gevoelig voor geluid dat buiten het meetobject in de ruimte waarin de MZI zich bevindt aanwezig is. Dit is een gevolg van mechanische trilling van het frame van de interferometer en akoestische golven in de buizen, waaruit het frame opgebouwd is. Het verschijnsel is zeer sterk bij 210, 280, 300, 610, 1150, 1800 en 2600 Hz, waardoor daar in het algemeen niet gemeten kan worden. De precieze waarde van dit achtergrondgeluid in verhouding tot het signaal van de dichtheidsfluctuaties in het meetobject, is afhankelijk van het meetobject. Bij het meetobject gebruikt bij dit afstudeerproject is de verhouding ongeveer 5%.
- De MZI is gevoelig voor dichtheidsvariatie ten gevolge van temperatuurinhomogeniteit van het gas in combinatie met convectie. Dit geeft een afwijking als we de dichtheidvariatiën willen interpreteren als drukvariatiën. Een temperatuurverschil van 1 graad komt overeen met een druk van 400 Pa.
- De hoogspanningsversterker voor de Pockels-cel vertoont hysteresis beneden 50 Hz, waardoor daar niet nauwkeurig gemeten kan worden.
- Het apparaat heeft een ruisniveau (versterkerruis + laseroscillatie) dat overeenkomt met een signaal van $\Delta\rho.L = 10^{-6} \text{ kg/m}^2$.

Samenvattend kunnen we zeggen dat de M.Z.I. een frequentiebereik heeft van 50 Hz tot 3500 Hz (fout in compensatie minder dan 1%).

2.2: Bepaling van de reflectiecoëfficiënt met de tweemicrofoonmethode.

In deze paragraaf wordt een methode besproken om reflectiecoëfficiënt van akoestische golven aan een discontinue overgang in een pijpleiding te meten.

We nemen aan dat we met een lage frequentie te maken hebben, zodanig dat alleen vlakke golven zich kunnen voortplanten door een buis. Als een golf p^+ in de richting van de discontinuïteit loopt zal deze bij de discontinuïteit deels gereflecteerd worden en deels doorgelaten of geabsorbeerd worden. De gereflecteerde golf noemen we p^- (fig. 1.9).

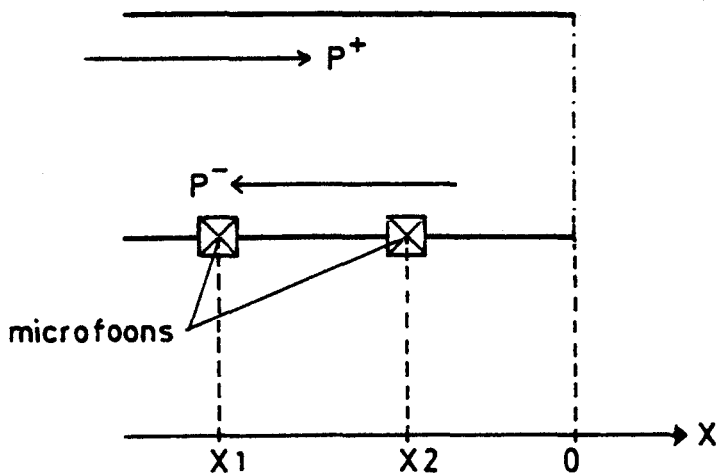


Fig. 1.9: Het principe van de twee microfoonmethode.

De verhouding van de teruggekaatste en de heengaande golf p^-/p^+ in een referentievlak, noemen we de reflectiecoëfficiënt. Een golf p voor de discontinuïteit kan worden geschreven als een combinatie van een naar links lopende golf en een naar rechts lopende golf:

$$p(x) = p_0^+ e^{i(kx - \omega t)} + p_0^- e^{-i(kx + \omega t)} \quad (1.10)$$

Door de fase en amplitude van de golf op twee plaatsen (x_1 en x_2) te meten met microfoons, hebben we genoeg informatie om de reflectiecoëfficiënt te kunnen bepalen. Er geldt dan voor de reflectiecoëfficiënt R , als het referentievlak zich op $x = 0$ bevindt:

$$R = \frac{p_0^-}{p_0^+} = \frac{p(x_1) e^{ikx_2} - p(x_2) e^{ikx_1}}{p(x_2) e^{-ikx_1} - p(x_1) e^{-ikx_2}} \quad (1.11)$$

R , p , p_0^+ en p_0^- zijn complexe getallen. Het argument van R hangt af van de plaats van het referentievlak.

Er zijn een aantal inleidende metingen gedaan met de tweemicrofoonmethode. Deze staan beschreven in appendix B. Er is gebruik gemaakt van 1/4 inch. condensatormicrofoons. De twee druksignalen worden opgenomen m.b.v. twee synchroonlopende ADC's. Vervolgens wordt de amplitudeverhouding en het faseverschil berekend m.b.v. Fourier-analyse.

Uit de metingen blijkt, dat visceuze en thermische demping aan de wand nauwelijks invloed hebben. Dit wordt pas belangrijk bij zeer kleine buisdiameters D of een grote afstand L van de microfoons tot

het referentievlak. (De demping over een lengte L is van de orde:

$$\sqrt{2 \frac{L}{DC}} (\nu\omega)^{\frac{1}{2}}$$

Er is zowel gemeten met microfoons, die in de wand zijn geplaatst, zodat ze het akoestisch veld niet kunnen verstoren, als met een microfoon die door middel van een stang in de buis getraverseerd kan worden, waarmee op verschillende plaatsen het signaal ten opzichte van een referentie wordt bepaald. Beide methoden leveren precies hetzelfde resultaat op, waaruit afgeleid kan worden dat de verstoring van het veld door microfoon in dit geval een kleine rol speelt. Mechanische trillingen van de buiswand blijken een zeer grote invloed op de metingen te hebben.

2.3: Het T-stuk.

De metingen, die besproken worden in hoofdstuk 3 zijn verricht aan een aluminium T-stuk met rechthoekige buizen. Het T-stuk is weergegeven in figuur 1.10, ruimte waarin het T-stuk zich bevindt in figuur 1.11.

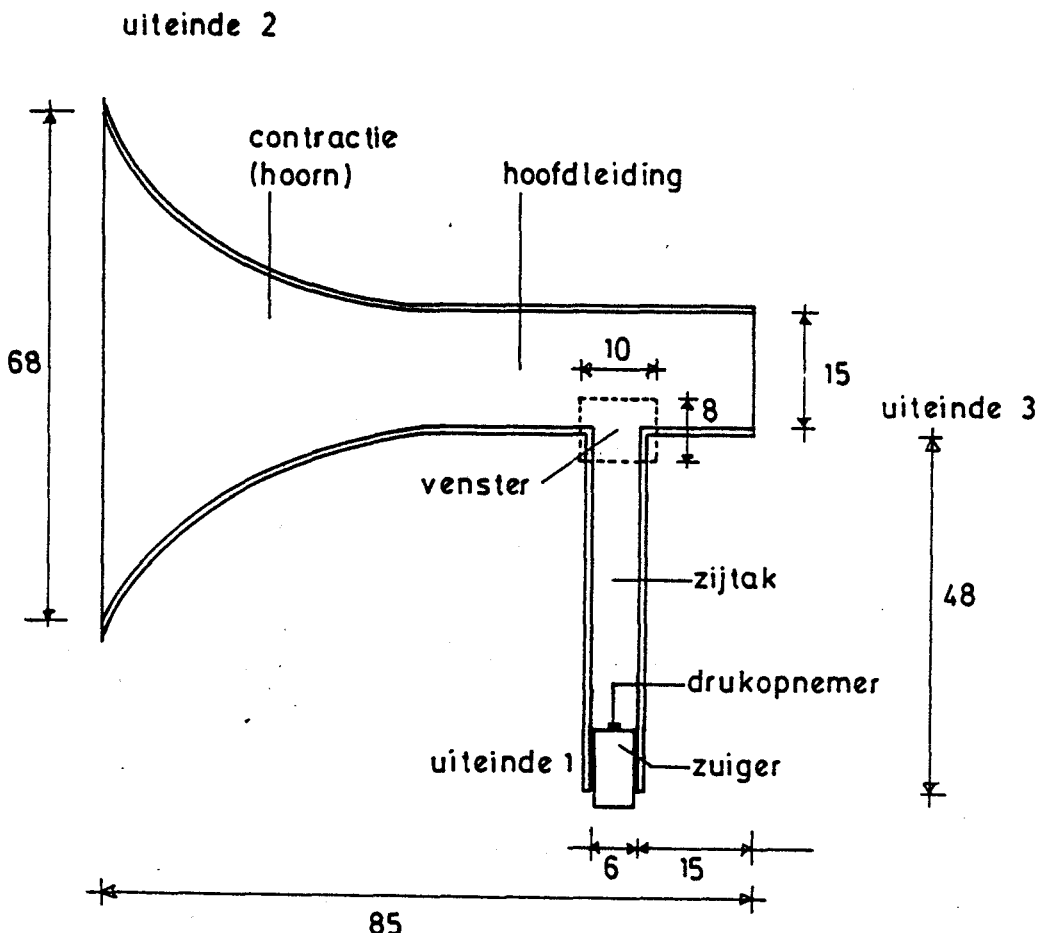


Fig. 1.10: Het "T-stuk" waaraan de experimenten zijn verricht.

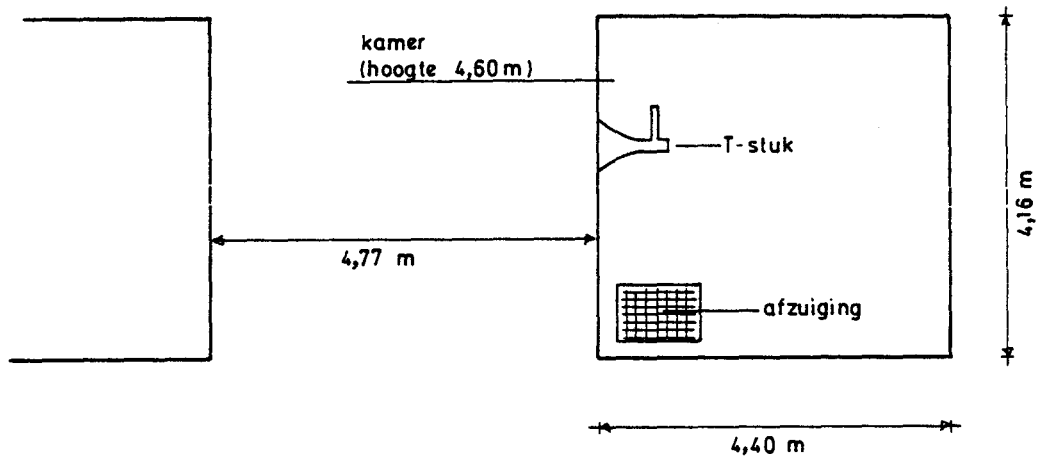


Fig. 1.11: De kamer waarin het T-stuk zich bevindt.

De hoofdleiding van het T-stuk heeft een vierkante doorsnede van $15 \times 15 \text{ cm}^2$. De zijtak heeft een diepte (loodrecht op het vlak van tekening) van 15 cm en een breedte van 6 cm. Het T-stuk bevindt zich in een afgesloten kamer. De hoofdleiding komt via een contractie (hoorn) uit op één van de muren van de kamer. De kamer wordt via een rooster afgezogen. Hierdoor stroomt de lucht van buiten de kamer via het T-stuk naar binnen. De stromingssnelheid is te variëren door het rooster gedeeltelijk af te dichten. De hoofdstroomsnelheid wordt gemeten d.m.v. een manometer die het drukverschil tussen de hoofdleiding en de ruimte buiten de kamer te meten. Uit de wet van Bernouilli volgt dan de snelheid.

In de zijtak bevindt zich een zuiger, waarmee de zijtaklengte ingesteld kan worden. In de bovenkant van de zuiger is een drukopnemer gemonteerd. Ter hoogte van de vertakking zijn vensters in de zijwanden geplaatst, zodat men daar metingen kan doen met de MZI.

Bij de presentatie van de resultaten in hoofdstuk 3 wordt gebruik gemaakt van een assenstelsel, met de oorsprong in de stroomopwaartse hoek. De x-as is evenwijdig aan de hoofdleiding in de richting van de hoofdstroomsnelheid en de y-as is evenwijdig aan de zijtak.

Verder noemen we het zuigervlak in de zijtak: uiteinde 1, de contractie: uiteinde 2 en het uiteinde dat uitkomt in de kamer: uiteinde 3.

HOOFDSTUK 3: RESULTATEN EN DISCUSSIE.

3.1: Inleiding.

Bij de nu besproken experimenten is één toestand van het stromingsgeïnduceerde oscillatieproces bestudeerd. De parameters van deze toestand zijn:

zijtaklengte = 0,442 m.
 hoofdstroomsnelheid = 22 m/s.
 resonantiefrequentie = 149,6 Hz.

Het akoestisch veld in het T-stuk is bepaald voor de situatie zonder stroming en voor de situatie met stroming gemeten. Bovendien worden de akoestische eigenschappen van het T-stuk zonder stroming vergeleken met het één-dimensionale model besproken in paragraaf 1.4.2. De frequentie van de drukfluctuaties bij het stromingsgeïnduceerde oscillatieproces zijn vergeleken met de resonantiefrequentie van het T-stuk zonder stroming. Bovendien is de invloed van de akoestiek van het T-stuk onderzocht door een reflectiecoëfficiënt te variëren. Ook proberen we iets te zeggen over de aard van de geluidsbron door het proces extern te exciteren. Tot slot worden metingen besproken van dichtheidsfluctuaties in de buurt van de stroomopwaartse en stroomafwaartse hoek.

3.2: Veldmetingen in het T-stuk.

3.2.1: Veldmetingen zonder stroming.

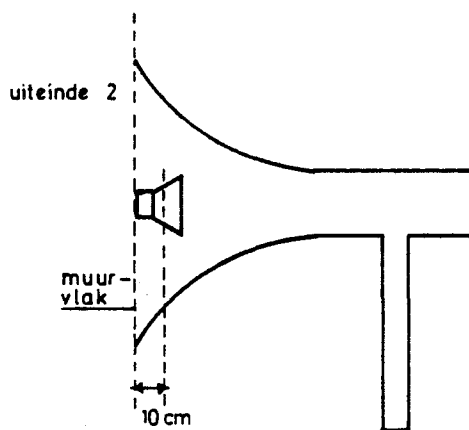


Fig. 1.12: Er wordt een akoestisch veld opgewekt, door een luidspreker in de hoorn van uiteinde 2 te plaatsen.

Deze paragraaf beschrijft metingen van het akoestisch veld in het T-stuk. Er is gemeten met twee microfoons en met de MZI in combinatie met de drukopnemer in de zuiger van de zijtak. Bij de MZI-metingen is het signaal van de drukopnemer als referentie genomen. Bij de micro-

foonmetingen wordt één microfoon getraverseerd, de andere is als referentie op een vaste plaats gezet. Met behulp van Fourier-analyse is de amplitudeverhouding en het faseverschil bepaald (appendix B).

Bij de metingen met de MZI is de drukamplitude op het gesloten einde van de zijtak \bar{p}_z 320 Pa rms.

Vanwege de maximaal toelaatbare belasting, is \bar{p}_z bij de microfoonmetingen 20 Pa rms.

De drukamplitude van de MZI-metingen* en de microfoonmetingen zijn in het punt met coördinaten $(x, y) = (3 \text{ cm}, -3 \text{ cm})$ geschaald.

In het T-stuk is een akoestisch veld opgewekt met een frequentie van 149,6 Hz, door een luidspreker in de hoorn van uiteinde 2 te plaatsen op 10 cm van het muurvlak (fig. 1.12).

In fig (1.13) is de relatieve drukamplitude \bar{p}/\bar{p}_z van het veld gegeven, gemeten met microfoons, over doorsneden in de x-richting op resp. $y = 1 \text{ cm}$, $7,5 \text{ cm}$ en 12 cm .

Ter plaatse van het venster is het veld ook gemeten m.b.v. de MZI. We zien dat het veld bij $x = 16 \text{ cm}$ en $x = -15 \text{ cm}$ redelijk vlak loopt over de doorsnede van de takken en dat de drukamplitude toeneemt in de richting van de zijtak. In de richting van het open einde op $x = 21 \text{ cm}$ neemt het veld sterk af.

De MZI-metingen komen goed overeen met de microfoonmetingen, ondanks het grote verschil in amplitude (factor 16).

Bij de theorie van aangepast asymptotische expansies (par. 1.3), wordt bij de eerste ordebenadering in ε het veld in de vertakking als incompressibel beschouwd. Om de beschrijving van het veld met incompressibele theorie te vergelijken met de metingen is de Laplacevergelijking** $\nabla^2 \cdot p = 0$ numeriek opgelost met de methode van eindige elementen.

Loodrecht op de wand zijn de snelheden nul, zodat op de wand als randvoorwaarde is ingevoerd $(\nabla \cdot p)_n = 0$. Buiten de wanden is de gemeten drukamplitude ingevoerd op $x = 16$, $x = -15$ en $y = -4,4 \text{ cm}$. De incompressibele theorie geeft een redelijke voorspelling van het akoestische veld. Dit volgt uit de getrokken lijnen in fig. 1.13. De theoretische waarden liggen 5 à 10% lager dan de gemeten waarden.

*) De MZI-metingen zijn gecorrigeerd voor 5% achtergrond.

***) In het incompressibele geval geldt $\text{div } v = 0$ (vlg. (A-2) van appendix A).

Via (A-2) kan men dit voor harmonische golven schrijven als $\nabla^2 \cdot p = 0$.

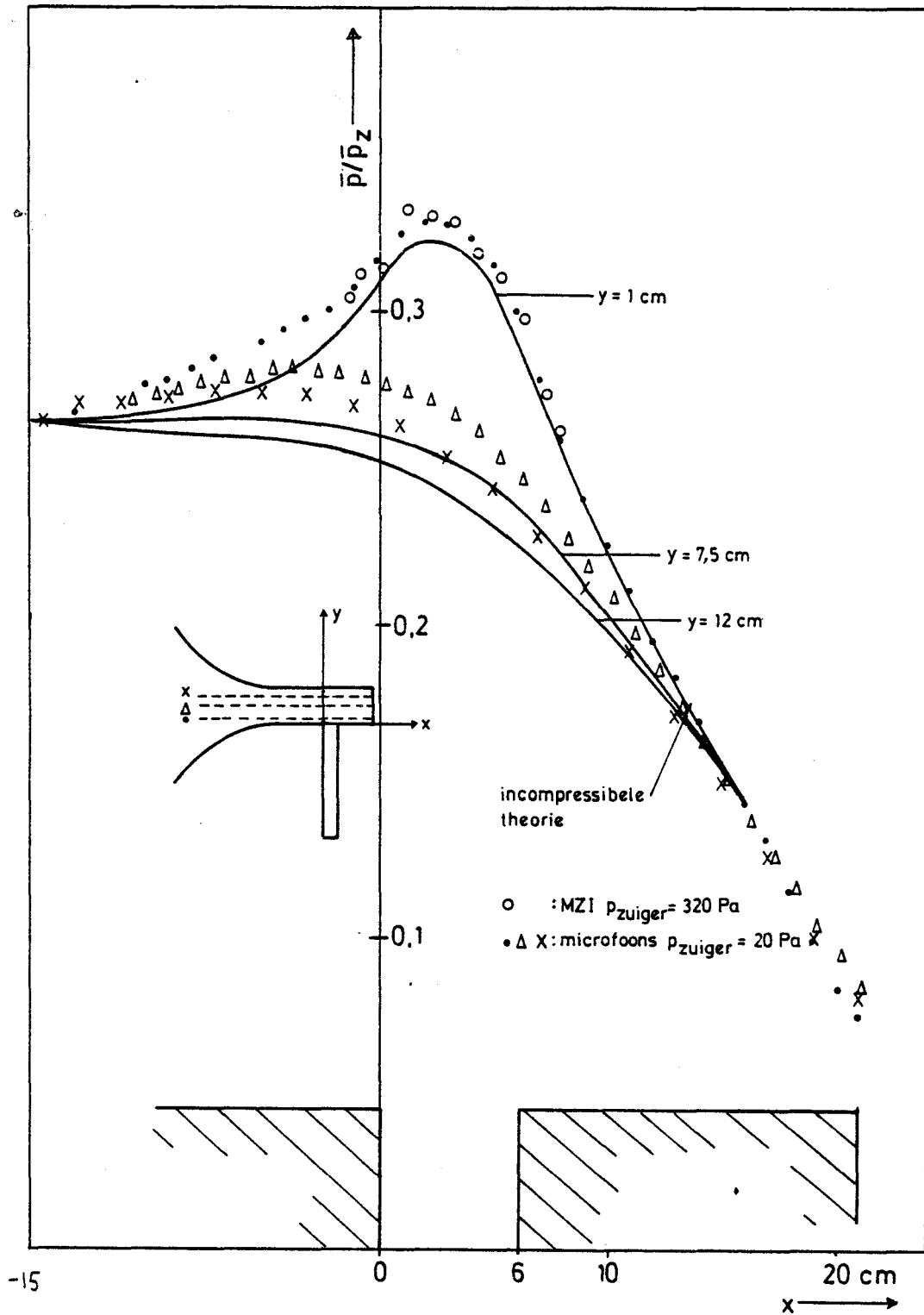


Fig. 1.13: De drukfluctuatie over drie doorsneden in het T-stuk.

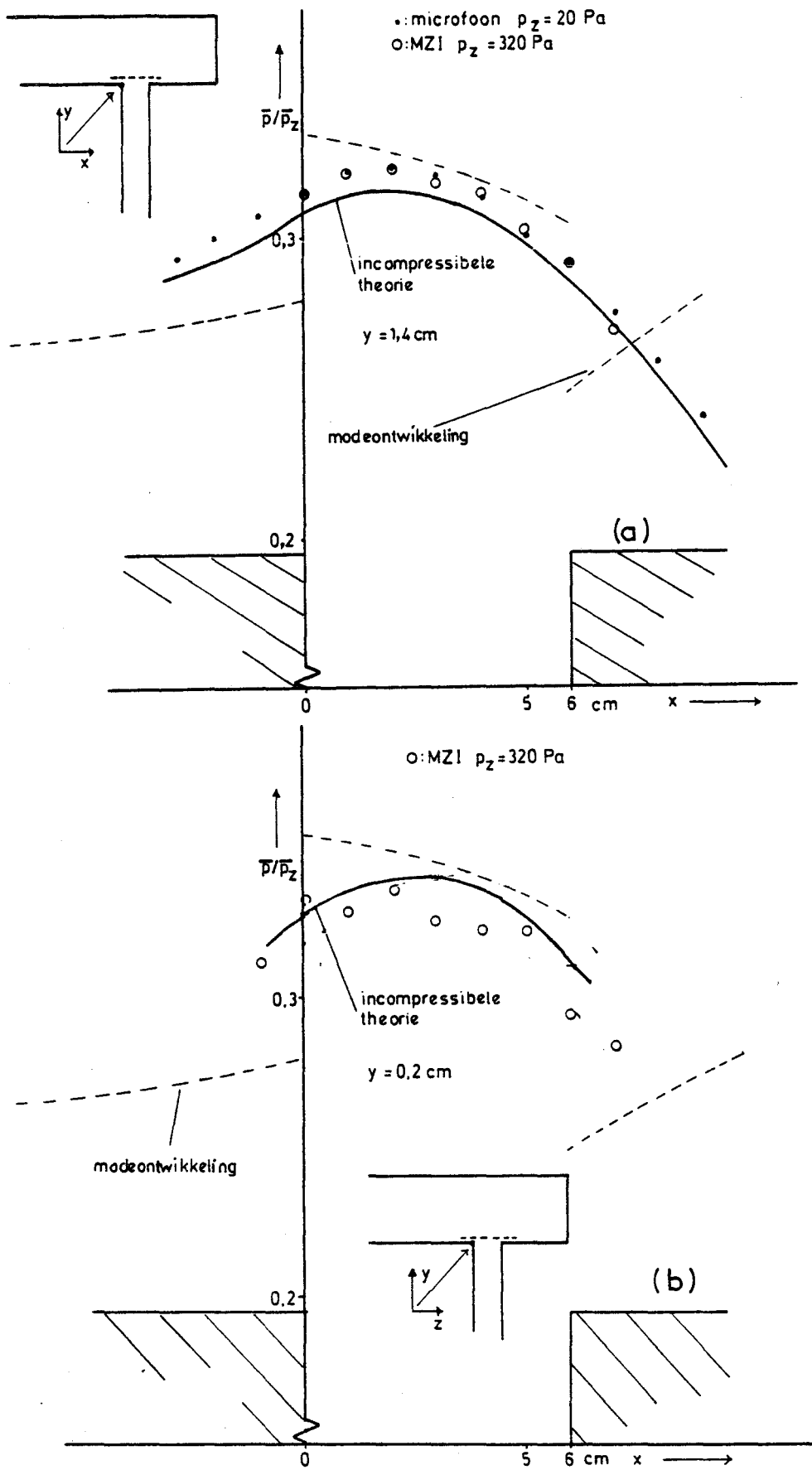
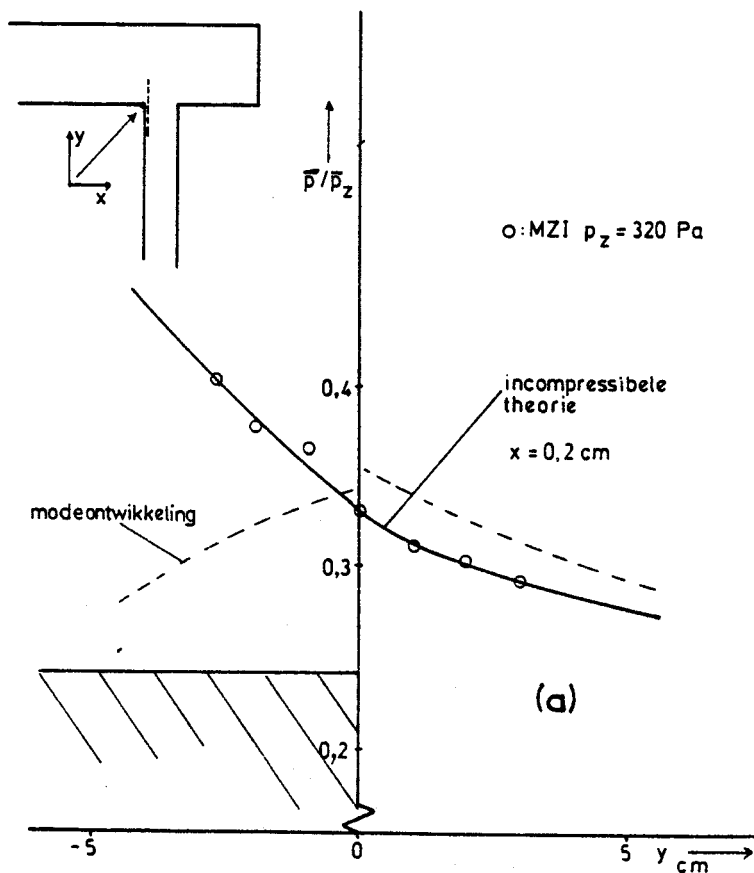


Fig. 1.14: Twee traverses in de x-richting vergeleken met de incompressibele theorie en modeontwikkeling.

In figuur 1.14 a en b zijn twee traverses gegeven in de x-richting op $y = +1,4$ cm en $y = +0,2$ cm en in figuur 1.15 a, b en c, drie traverses in de Y-richting op $x = 3$ cm, $x = 5,8$ cm en $x = 0,2$ cm. De schaal is vergroot t.o.v. figuur 1.13. Bij de traverses vlak bij de wanden is alleen gebruik gemaakt van de MZI, omdat de microfoons niet dicht bij de wand kunnen komen.

De spreiding in het MZI-signaal in fig.1.14b is afkomstig van geringe convectie van lucht door het T-stuk, die niet kon worden vermeden. Door in de kamer aanwezige apparatuur is er een temperatuurverschil tussen de lucht binnen en buiten de kamer. Vlak bij de opening van de zijtak is dit temperatuurverschil het best merkbaar, omdat de lucht in de afgesloten zijtak stilstaat en bij benadering de temperatuur van de kamer heeft, De de door tocht instromende lucht heeft de temperatuur van buiten. Dit temperatuurverschil kan 5 graden C zijn. De MZI is een dichtheidsmeter, dus dit temperatuurverschil wordt geregistreerd.

Bij deze traverses is ook het veld berekend volgens de theorie van mode-ontwikkeling in de grafiek aangegeven. Zoals besproken in paragraaf 1.4.2 en appendix A. De gemeten druk op resp. $x = 16$ cm, $x = -15$ cm en $y = -4,4$ cm en de reflectiecoëfficiënten van de uiteinden



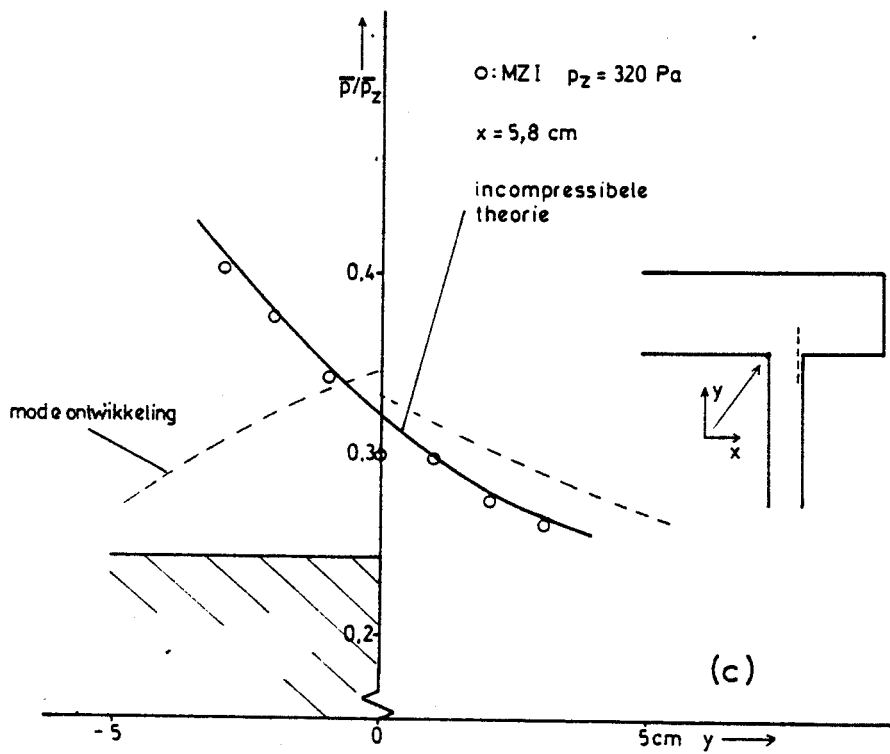
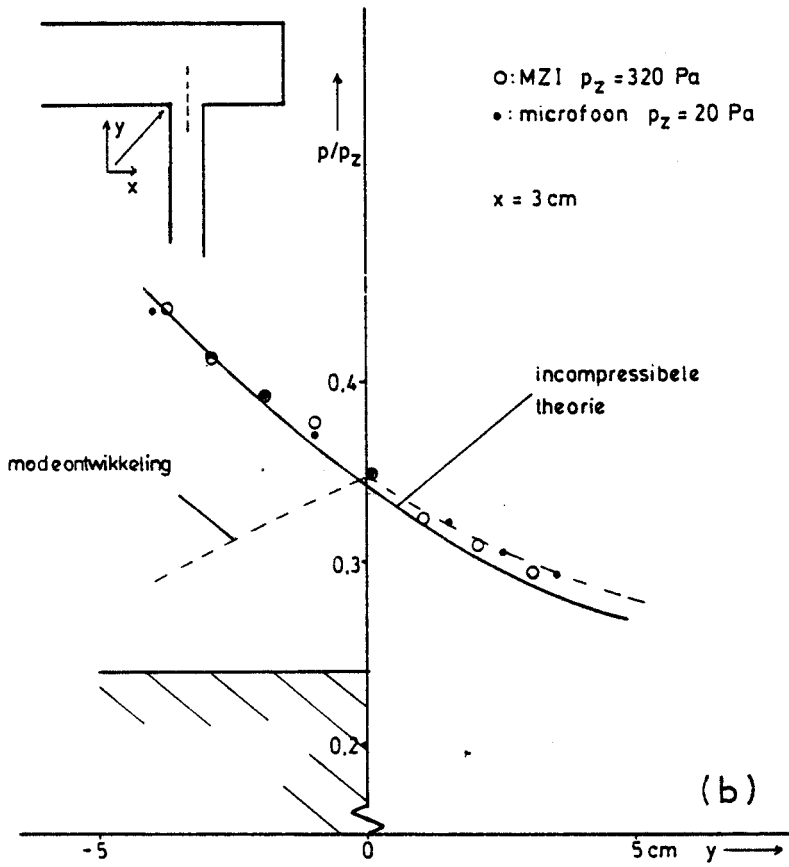


Fig. 1.15: Drie traverses in de y -richting vergeleken met de incompressibele theorie en modeontwikkeling.

zijn als invoer gebruikt. Dit geeft voldoende informatie* om het veld in de drie takken en de vertakking uit te rekenen. Het is duidelijk dat het veld beschreven volgens de theorie van de mode-ontwikkeling in de eerste mode een veel mindere beschrijving van het veld geeft dan de incompressibele theorie.

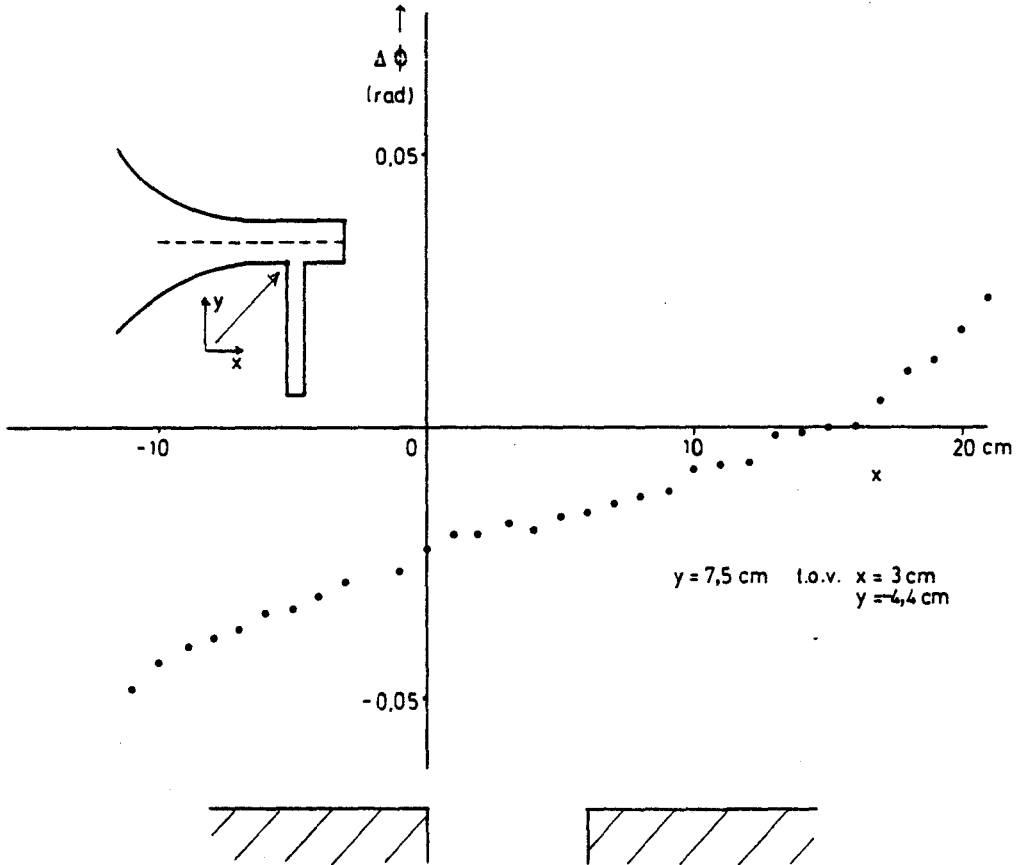


Fig. 1.16: De fase van de drukfluctuatie bij een traverse in x-richting.

In figuur 1.16 is de gemeten fase t.o.v. het punt in de zijtak op ($x = 3$ cm en $y = -4,4$ cm), voor een doorsnede in de x-richting weergegeven op $x = 7,5$ cm. Het faseverschil is klein. Dit komt omdat de golflengte van het akoestisch veld ($\lambda = 2,31$ m) groter is, dan de afmeting van het T-stuk, en de reflectiecoëfficiënten dicht bij één liggen, zoals we zullen zien in de volgende paragraaf. Dit is te vergelijken met een gesloten einde (reflectiecoëfficiënt = 1), waarbij men staande golven heeft, die een faseverschil van nul (of π) hebben.

3.2.2. Veldmetingen met stroming.

Om het veld met stroming te kunnen vergelijken met het veld zonder stroming zijn MZI-metingen gedaan met stroming. \bar{P}_z is ongeveer 340 Pa. Uit metingen blijkt, dat er een temperatuurverschil van onge-

* Zie appendix A.

veer $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ over de schuiflaag is door expansie. De gemeten drukfluctuaties hebben een amplitude van de grootte-orde 100 Pa.

Voor de gemeten dichtheidsfluctuaties geldt:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \frac{\Delta p}{p_0} - \frac{\Delta T}{T_0}$$

waarbij:

$$\Delta p/p_0 \approx 10^{-3} \text{ en } \Delta T/T_0 \approx 0,33 \cdot 10^{-3}$$

zodat dichtheidsfluctuaties t.g.v. het temperatuurverschil over de schuiflaag kunnen ongeveer 30% van de totale dichtheidsfluctuaties bedragen. Dit effect is veel minder dan bij Moonen (82), omdat in zijn opstelling de lucht werd aangevoerd via het persluchtsysteem, waardoor een extra temperatuurverschil ontstaat door het Joule-Kelvin effect. Er is alleen gemeten ver van de stroomafwaartse hoek, zodat we buiten het gebied zitten, waar de schuiflaag een heftige instationaire beweging maakt (fig. 1.2).

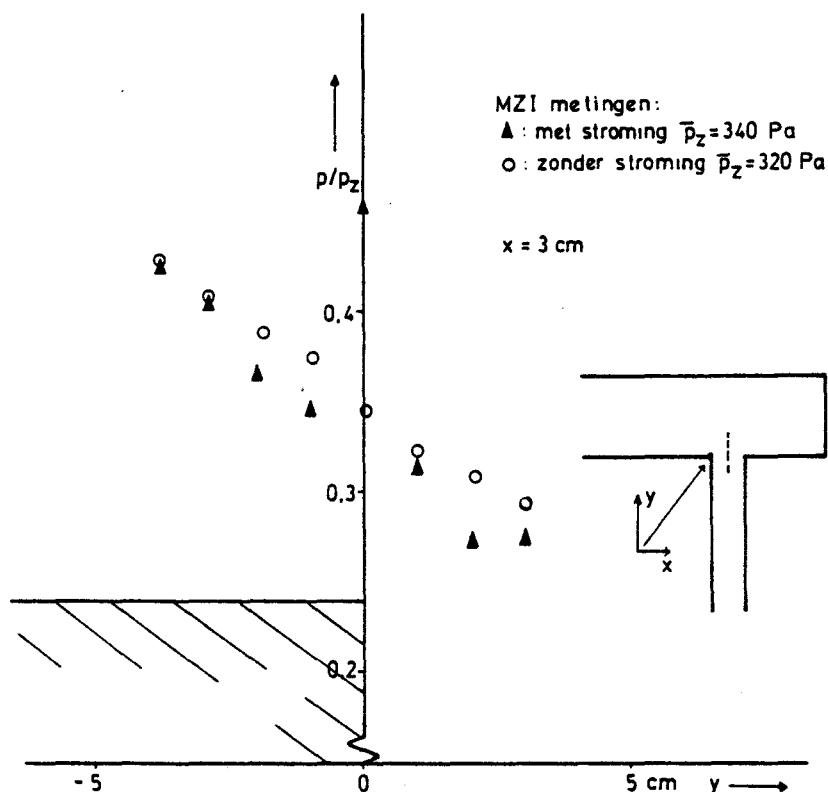


Fig. 1.17: Eén traverse in de y -richting met én zonder stroming.

In figuur 1.17 is het veld gemeten met en zonder stroming gemeten over een doorsnede in de y -richting op $x = 3\text{ cm}$ in één grafiek uitgezet. Duidelijk is te zien dat het meetpunt op $y = 0$ afwijking heeft vanwege het temperatuurverschil over de schuiflaag. In de andere punten is het veld met en zonder stroming binnen 5% aan elkaar gelijk.

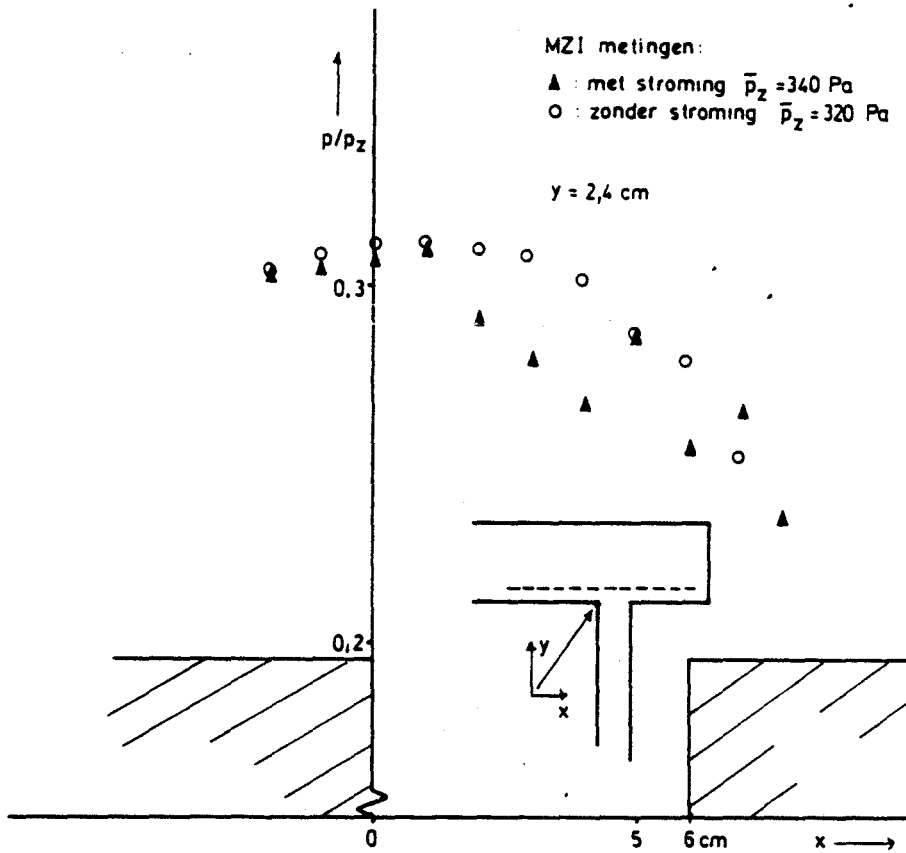


Fig. 1.18: Een traverse in de x-richting met én zonder stroming.

In figuur 1.18 is het veld met en zonder stroming gemeten over een doorsnede in de richting op $y = 2,4 \text{ cm}$ weergegeven. Vanaf $x = 4 \text{ cm}$ is de invloed van de schuiflaag te zien. Dit komt omdat de schuiflaag in de richting van de stroomafwaartse hoek in dikte en zijwaartse amplitude toeneemt. In de andere punten stemt het veld zonder stroming goed overeen met het veld met stroming.

3.3. Akoestische resonantie van het T-stuk zonder stroming.

3.3.1. Reflectiecoëfficiëntmetingen aan de uiteinden van het T-stuk.

Om een voorspelling te kunnen doen van de resonantiefrequentie van het T-stuk moeten de reflectiecoëfficiënten van de open einden van het T-stuk bekend zijn. Deze reflectiecoëfficiënten zijn gemeten met de methode beschreven in paragraaf 3.2.

Uiteinde 3 (fig.1.10) lijkt bij benadering een vrij open einde. Hiermee wordt bedoeld een open einde van een pijp, dat uitkomt in de oneindige ruimte, waardoor het veld in alle richtingen kan stralen. Men spreekt ook wel van een "unflanged" open einde. In (LEV47) wordt de reflectiecoëfficiënt uitgerekend voor een vrij open einde van een ronde pijp. Voor lage frequenties is het verschil in reflectiecoëfficiënt van een ronde en een vierkante pijp klein, mits men schaal op het oppervlak van de doorsnede van de pijp.

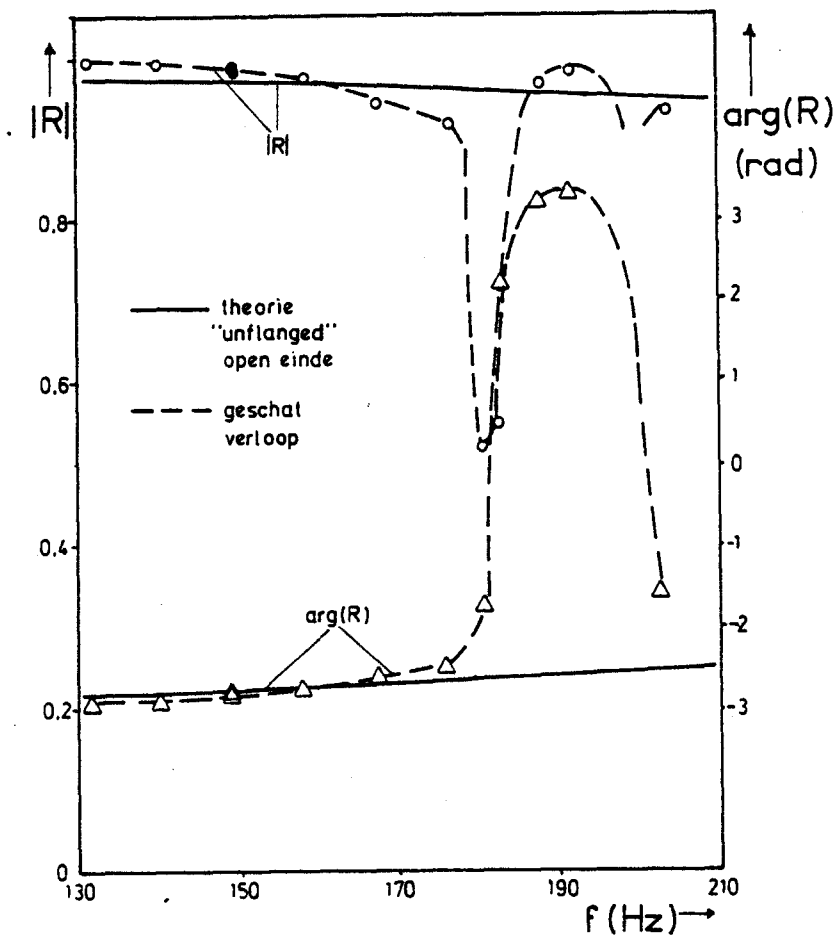


Fig. 1.19: De reflectie coëfficiënt van uiteinde 3.

In fig.1.19 is de amplitude en de fase van de gemeten coëfficiënt van uiteinde 3 en de reflectiecoëfficiënt van een vrij open uiteinde als functie van de frequentie uitgezet. De gemeten reflectiecoëfficiënt vertoont een grillig verloop en wijkt bij 180 Hz zeer sterk af van de theorie van een vrij open einde. Dit komt omdat uiteinde 3 uit komt op een kamer en niet in de vrije ruimte. De kamer is ongeveer 4,40 m lang. Dit betekent dat er bij 180 Hz ($\lambda = 1,90$ m) ongeveer $9/4$ golflengte in de kamer past. Hierdoor ontstaat negatieve interferentie, waardoor vrijwel niets gereflecteerd wordt. Hiermee kan de "dip" bij 180 Hz verklaard worden. Dergelijke dips kunnen kwalitatief voorspeld worden door een ééndimensionaal model van de akoestiek van het T-stuk in de kamer. Om de dips precies te kunnen voorspellen moet het probleem driemensionaal opgelost worden (MOR68). Bij 180 Hz worden weer andere kamermodes aangeslagen. Hierdoor is het verloop van de reflectiecoëfficiënt boven 180 Hz grillig. In appendix B is de gemeten reflectiecoëfficiënt van een open einde een buis met een doorsnede van 6 cm, geplaatst in zo'n zelfde kamer, gegeven. Er is gemeten over een groter frequentiegebied. Ook hier zijn duidelijke afwijkingen te zien van de theorie van (LEV47), door het aanslaan van modes van de kamer (zie ook (DIS78) p.p.78).

Uiteinde 2 lijkt bij benadering een "flanged" open einde (fig.1.20). Dit is een open einde dat uitkomt op een oneindig grote vlakke wand. De vlakke wand is hier de buitenmuur van de kamer (fig.1.11). Er zit een zeer sterke dip bij 168 Hz, zodanig dat het niet mogelijk was, de reflectiecoëfficiënt te meten, vanwege het te kleine signaal. Tegenover de muur van de kamer bevindt zich weer een andere muur op een afstand van 4,77 m.

Bij 168 Hz past ongeveer $9/4$ golflengte tussen de twee kamers, waardoor uitdoving plaats vindt. Zoals we kunnen zien worden er ook weer andere modes aangeslagen bij hogere frequenties.

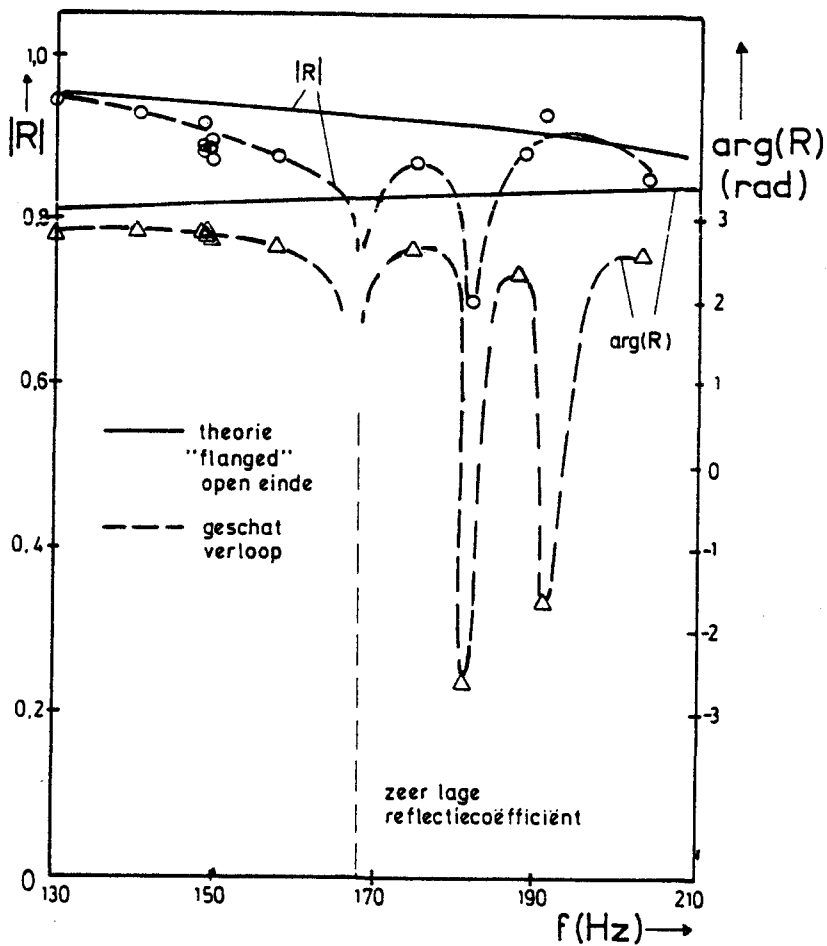


Fig. 1.20: De reflectie coëfficiënt van uiteinde 2.

De fase van de gemeten reflectiecoëfficiënt en de reflectiecoëfficiënt volgens (MOR65) vertonen ook een duidelijke afwijking in het gebied waar de reflectiecoëfficiënt een "vriendelijk" verloop heeft. Dit kan als volgt verklaard worden.

Als het argument van de reflectiecoëfficiënt gelijk aan π is, zijn de heengaande en gereflecteerde golf in het referentievlak uit fase, dus is het referentievlak een drukknop. De afstand van een knop tot het referentievlak wordt eindcorrectie genoemd. De eindcorrectie is

onafhankelijk van de frequentie, als er een evenredig verband is tussen het argument van de reflectiecoëfficiënt en de frequentie (appendix A). Voor een open einde is dit bij benadering waar. Een open einde heeft een positieve eindcorrectie, d.w.z. de drukknop ligt buiten de pijp (fig.1.21 a). (D is ongeveer $1/3$ x de pijpdiameter). Dit betekent dat het argument van de reflectiecoëfficiënt groter dan π is. De hoorn van uiteinde 2 heeft voor de muur al een grote doorsnede, waardoor de eindcorrectie negatief is, en dus het argument kleiner dan π (fig.1.21 b).

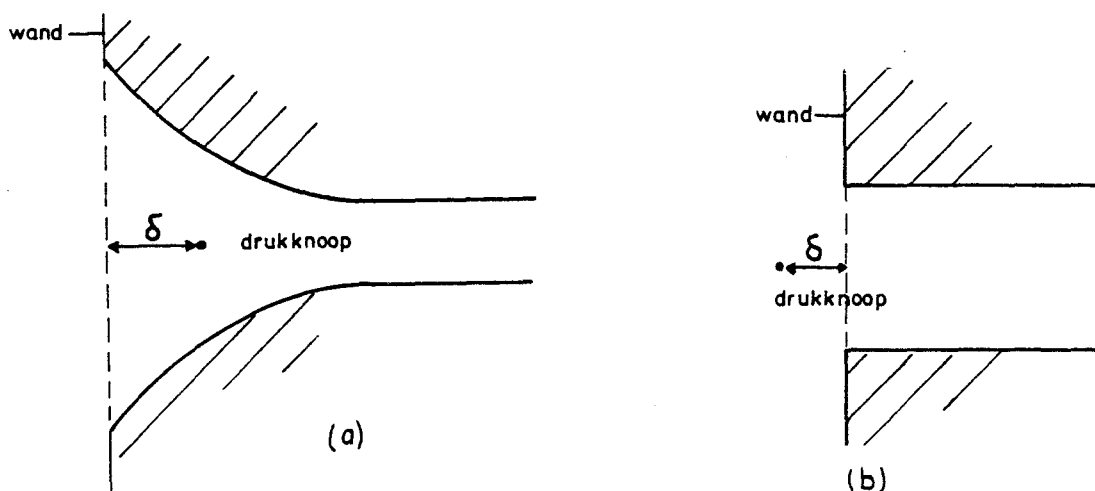


Fig. 1.21: De eindcorrectie bij een flanged open einde en bij de hoorn van uiteinde 2. De eindcorrectie is positief indien de drukknop buiten de pijp ligt.

3.3.2. Responsie van het T-stuk op excitatie met een luidspreker.

Om de akoestische eigenschappen van het T-stuk zonder stroming te bepalen, is een luidspreker in de hoorn van vak S gezet, op een afstand van 10 cm van het muurvlak. De frequentie is gevarieerd van 130 tot 230 Hz. In fig. 1.22 is de gemeten drukamplitude op het gesloten einde van de zijtak p_2 vergeleken met de voorspelling van het één-dimensionale model. Bij dit model zijn eindcorrecties ingevoerd voor de vertakking. Bij de zijtak is een eindcorrectie van 2 cm bij de pijplengte opgeteld, overeenkomstig met de eindcorrectie van een open einde. Voor de eindcorrectie van beide takken van de hoofdleiding is 3 cm opgenomen (2x3 cm is de breedte van de vertakking).

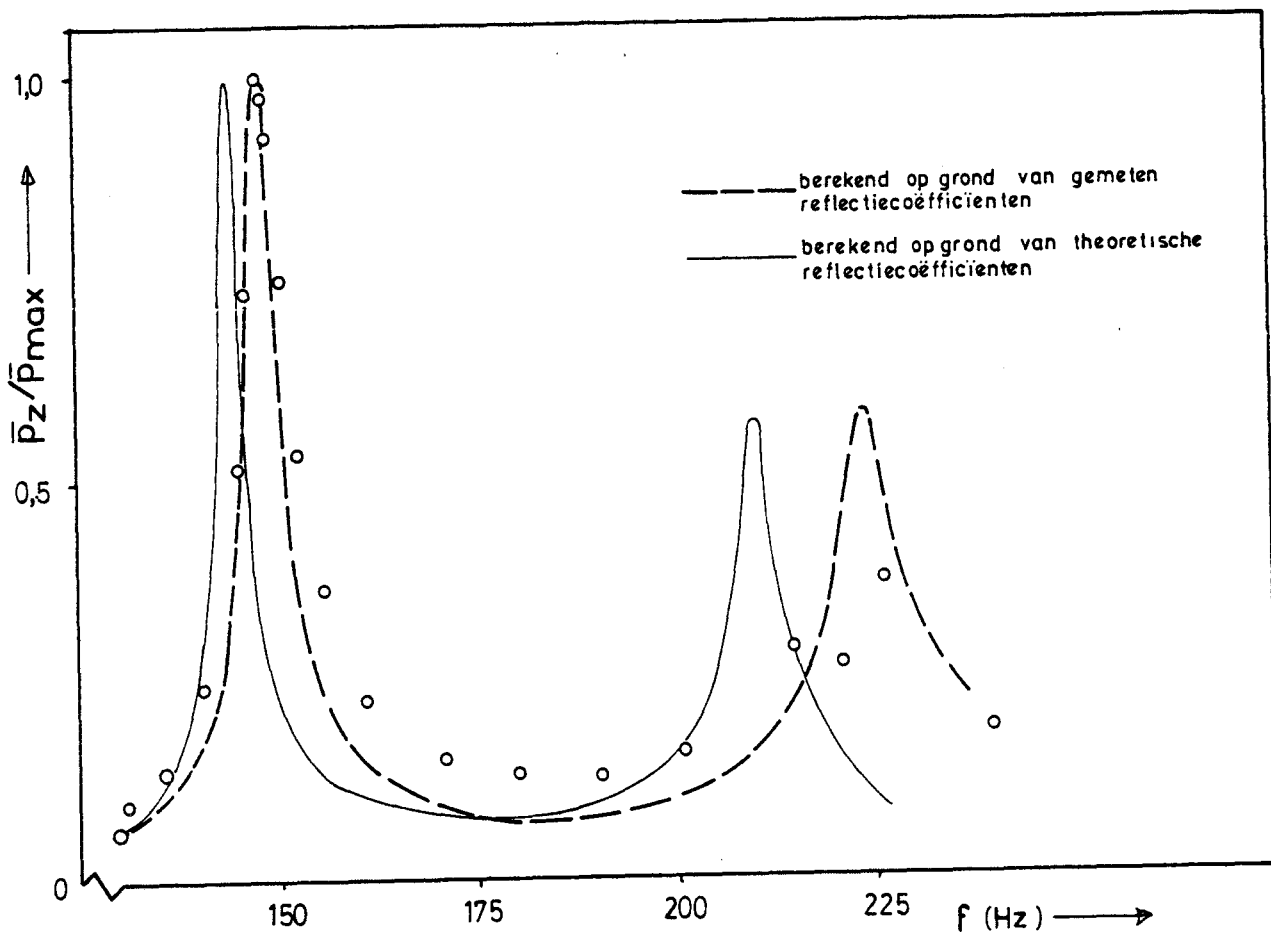


Fig. 1.22: De responsie van het T-stuk op excitatie m.b.v. een luidspreker.

De streeplijn is de voorspelling m.b.v. de gemeten reflectiecoëfficiënten uit fig. 1.18 en 1.19. Voor het gesloten einde is de reflectiecoëfficiënt 1 genomen. De resonantiefrequentie wordt door dit model goed voorspeld. De top van de hoogste resonantiepiek is 149 Hz. De gemeten piek is wat breder dan de theoretische. Dit zou kunnen duiden op extra verliezen. Mogelijk is dat reflectiecoëfficiënt van het gesloten einde bij de zijtak iets kleiner dan één is. In de buurt van 220 Hz is weer een resonantiepiek te zien. De voorspelde druk loopt duidelijk anders dan de gemeten. Dit komt omdat de reflectiecoëfficiënt van uiteinde 2 en 3 in dit gebied een grillig verloop heeft en de geschatte reflectiecoëfficiënt niet overeen komt met de werkelijke waarde. In de figuur is p_z ook voorspeld m.b.v. de theoretische reflectiecoëfficiënten voor een "unflanged" (LEV48) en "flanged" (MOR56) open einde. De resonantiepieken liggen bij een te lage frequentie. De reden is dat de eindcorrectie van de hoorn op uiteinde 2 niet goed voorspeld wordt door een "flanged" open einde. Vervolgens is nagegaan wat het effect van geometrische veranderingen

van het T-stuk op de resonantie is. Hiertoe is de lengte van de zijtak gevarieerd en de frequentie van het luidsprekersignaal is op 149,6 Hz gehouden (fig.1.23). De overeenstemming tussen theorie en metingen is goed. Weer geldt dat de gemeten resonantiepiek iets breder is dan de theoretische.

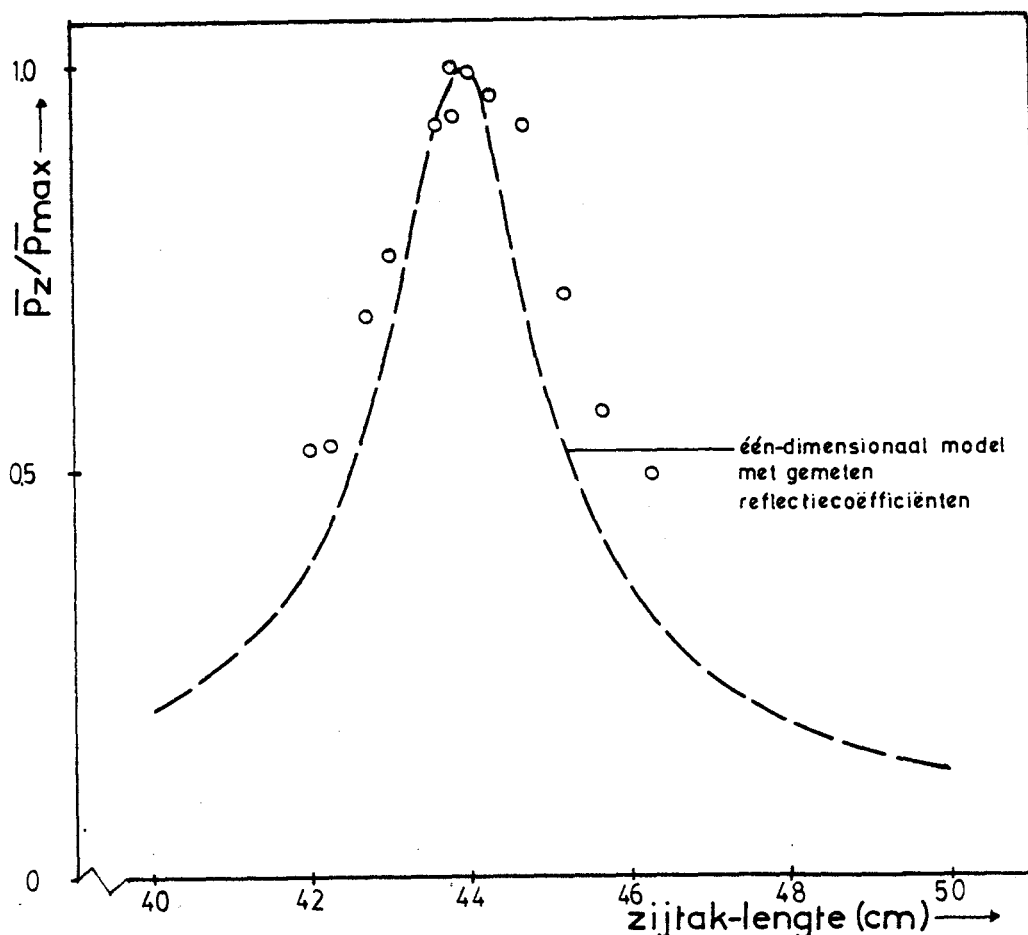


Fig. 1.23: De invloed van de zijtaklengte op de drukamplitude P_z bij excitatie met een luidspreker met frequentie 149,6 Hz.

De responsie van het T-stuk is ook gemeten als uiteinde 3 afgesloten is (fig.1.23). De lijn is de voorspelde resonantiepiek, met de waarde van een "flanged" open einde op uiteinde 3. De frequentie wordt hier wel goed voorspeld, omdat de invloed van de hoorn bij lage frequentie kleiner wordt. De luidspreker is binnen de hoorn gezet op een afstand van 5 cm van het muurvlak, en buiten de hoorn op een afstand van 30 cm. De afstand van de luidspreker tot de muur heeft binnen de meetnauwkeurigheid geen invloed op de resonantiepiek. Wel is de spreiding groter bij de metingen met de luidsprekerpositie buiten de hoorn, omdat het signaal kleiner is. Bij de getrokken lijn in fig.1.24 is de absolute waarde van de reflectiecoëfficiënt zo gekozen, dat de breedte van de piek overeen komt met de metingen. Deze waarde

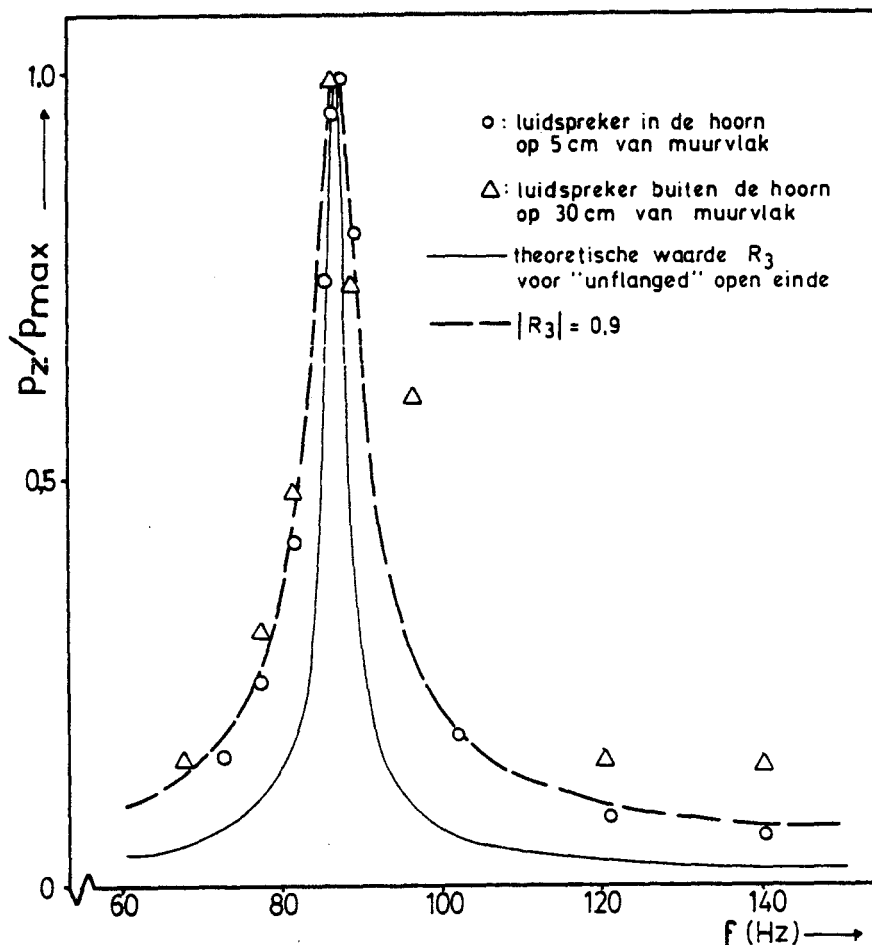


Fig. 1.24: Responsie van het T-stuk op excitatie met een luidspreker als uiteinde 3 gesloten is.

is 0.9 wat niet onredelijk lijkt in vergelijking met de meetgegevens van fig. 1.20,

3.4. Resonantie met stroming en de invloed van de reflectiecoëfficiënten.

De volgende reeks experimenten heeft tot doel de invloed van de akoestische eigenschappen van het T-stuk op het stromings geïnduceerde oscillatieproces te bestuderen. De reflectiecoëfficiënt van uiteinde 2 is gevarieerd door een akoestisch reflecterend scherm (een tafelblad) voor uiteinde 2 te plaatsen (fig.1.25).

In figuur 1.26 is de amplitude als functie van de snelheid resp. zonder scherm, met een scherm op 20 cm en een scherm op 15 cm van het muurvlak gezet. Het oscillatieproces lijkt bij dezelfde snelheid te beginnen. Bij de meting zonder scherm is duidelijk te zien, dat de amplitude bij 15 m/s langzaam groter wordt en bij 24 m/s vrij abrupt afneemt.

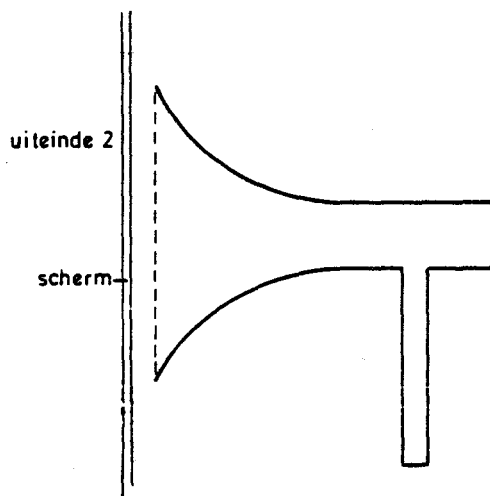


Fig. 1.25: Verandering van de reflectiecoëfficiënt van uiteinde m.b.v. een akoestisch reflecterend scherm.

De reflectiecoëfficiënten van uiteinde 2 zijn in iedere situatie gemeten. In tabel 1.1 is de gemeten maximale drukamplitude en de bijbehorende frequentie en hoofdstroomsnelheid, bij een bepaalde reflectiecoëfficiënt van uiteinde 2 vergeleken met de waarde voorspeld door het ééndimensionaal model, waarin de gemeten reflectiecoëfficiënt is ingevoerd.

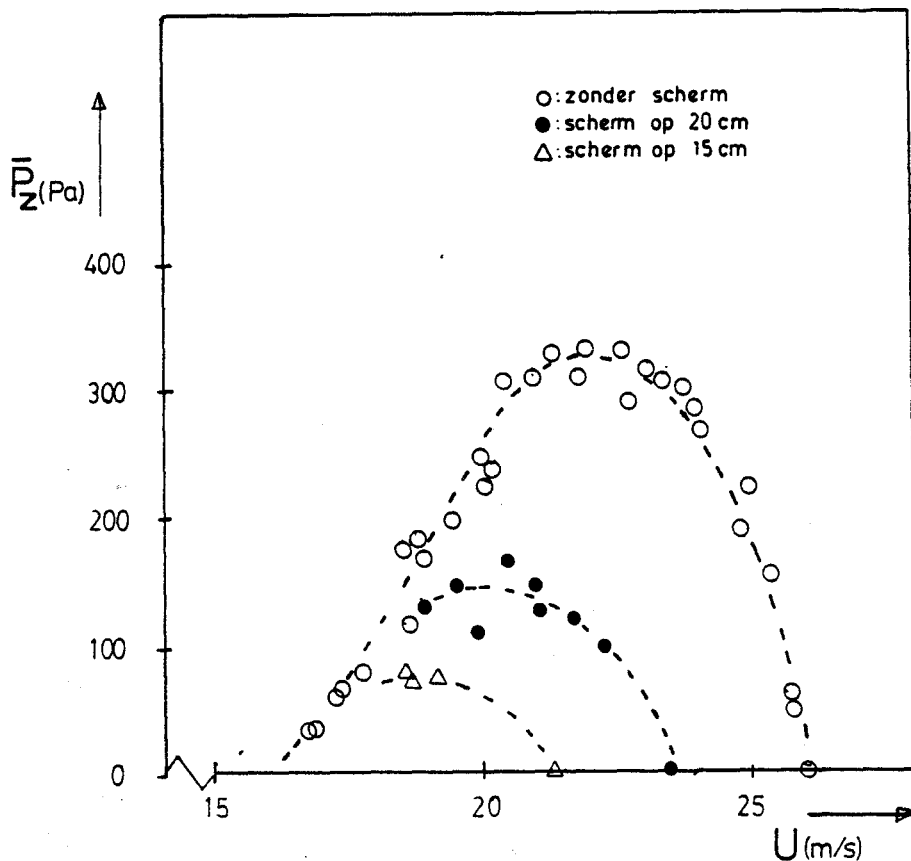


Fig. 1.26: Drukamplitude \bar{p}_z als functie van de hoofdstroomsnelheid bij drie verschillende reflectie coëfficiënten van uiteinde 2.

scherm	(R3)	arg(R3)	U(m/s)	f(Hz)	$\bar{p}_z / \bar{p}_{rel}$	f(Hz)	$\bar{p}_z / \bar{p}_{rel}$
-	0,888	-2,82	22,5	149,1	1	148	1
20 cm	0,812	-2,72	20,5	149,6	0,49	149	0,67
15 cm	0,702	-2,71	18,6	151,7	0,28	150	0,44

Arg(R3) in rad.

tabel 1.1. De experimentele waarden van de drukamplitude op het gesloten eind \bar{p}_z afhankelijk van de reflectiecoëfficiënt van uiteinde 2, vergeleken met het één-dimensionaal model.

Hierbij is aangenomen dat de bron een dipool met een constante waarde is. De amplituden zijn geschaald op het geval zonder scherm. De frequentie wordt goed voorspeld door het één-dimensionale model (zonder stroming)/ De amplitudeafname van de drukfluctuaties wordt binnen 25% voorspeld.

3.5. De schuiflaag en de bron.

3.5.1. Extra excitatie van de schuiflaag.

Er is onderzocht of de sterkte van de geluidsbron constant verondersteld mag worden indien de amplitude van het akoestisch veld varieert. Dit wil zeggen of de schuiflaag als niet-lineaire versterker (par.1.2), zich op een hogere waarde instelt als het akoestisch veld toeneemt. Hiertoe is het oscillatieproces extra geëxciteerd d.m.v. een luidspreker voor de hoorn van uiteinde 2. De snelheid is zo ingesteld dat oscillatie optreedt. De druk \bar{p} (S) op het gesloten einde is gemeten. Daarna wordt door de luidspreker een extra geluidsgolf opgewekt met dezelfde frequentie van de reeds aanwezige drukfluctuaties. De frequentie is goed gekozen, als er geen zwingingen meer optreden. De druk \bar{p} (S+L) op de zuiger wordt gemeten. Dan wordt de stroming afgezet en de druk \bar{p} (L), die het gevolg is van de luidspreker alleen wordt gemeten. De resultaten van de metingen zijn weergegeven in tabel 1.2.

U (m/s)	f(Hz)	$\bar{p}(S)$	$\bar{p}(S+L)$	$\bar{p}(L)$	$\bar{p}(S)+\bar{p}(L)$	$\frac{\bar{p}(S+L)}{\bar{p}(S)+\bar{p}(L)}$
11,5	(145-150)	0	0,6	0,6	0,6	1,00
19,2	146,5	1,7	3,5	1,7	3,4	1,03
23,3	149,3	3,5	3,6	2,9	6,4	0,97
24,6	151	2,3	5,6	2,0	4,3	1,30
27,1	153,4	0	3,7	1,2	1,2	3,70
30,0	154,4	0	0,8	0,35	0,35	2,29

De drukamplituden zijn in 10^2 Pa (rms)

Tabel 1.2. Extra excitatie van het oscillatieproces m.b.v. een luidspreker.

- $\bar{p}(S)$ is de drukamplitude geïnduceerd door stroming
 $\bar{p}(L)$ is de drukamplitude opgewekt door de luidspreker
 $\bar{p}(S+L)$ is de drukamplitude van beide tegelijkertijd

Bij 19,2 en 23,3 m/s is de amplitude van de gesuperponeerde velden van luidspreker en stroming gelijk aan de som van beiden afzonderlijk. Bij 24,6 m/s is het signaal van luidspreker en stroming groter dan beiden afzonderlijk.

Bij hoge snelheden, 27,1 m/s en 30,0 m/s treedt geen oscillatie meer op. Door de externe excitatie is het oscillatieproces weer op gang te krijgen. De frequentie is goed gekozen als het proces 'pakt'. Bij 11,5 m/s is de snelheid zo laag, dat geen oscillatie meer optreedt. Het proces is dan ook niet meer op gang te krijgen door externe excitatie.

Als we aannemen dat het akoestisch veld tengevolge van de stroming en tengevolge van de luidspreker in fase zijn lijkt het er op alsof de bron tot ongeveer 23 m/s onafhankelijk is van het akoestische veld.

3.5.2. De fasesnelheid van de verstoringen in de schuiflaag.

We proberen de fasesnelheid van de verstoringen in de schuiflaag te meten. Hiertoe is fase van de dichtheidsfluctuaties bij de hoeken t.o.v. P_z gemeten m.b.v. de MZI. In fig. 1.27 is de fase als functie van de hoofdstroomsnelheid uitgezet. Bij de stroomopwaartse hoek is het signaal in fase met de drukfluctuaties in de zuiger.

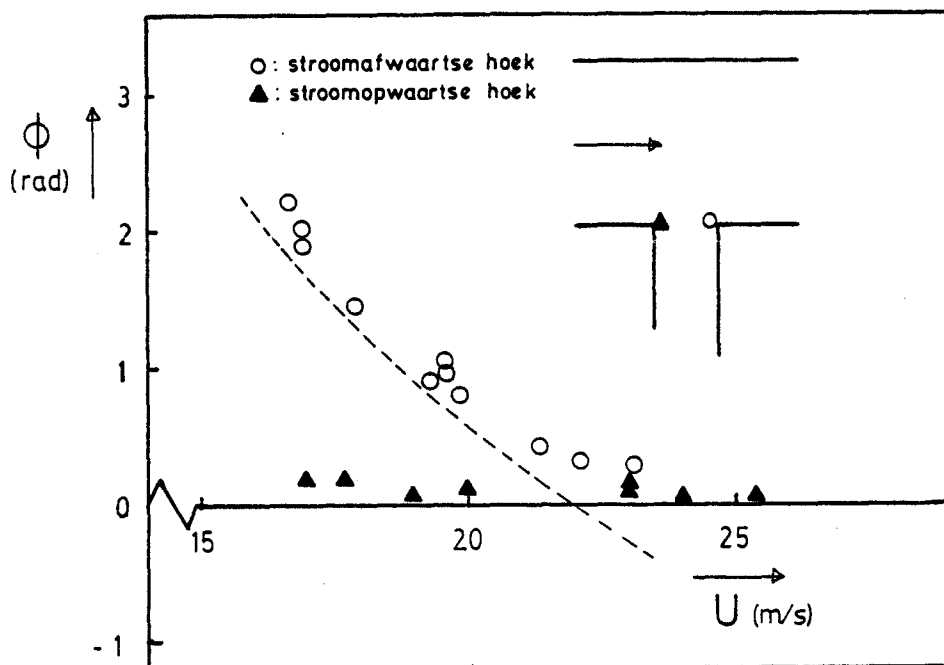


Fig. 1.27: De fase van de dichtheidsfluctuaties bij de stroomopwaartse en stroomafwaartse hoek.

Bij de stroomafwaartse hoek meet men zowel de fase van temperatuurfluctuaties, als de fase van drukfluctuaties. De drukamplitude bij de stroomafwaartse hoek is minimaal 120 Pa. Dit is een factor vijf groter dan het temperatureffect. In het meest ongunstige geval zijn beide signalen 90° uit fase. Er wordt dan een fout gemaakt t.g.v. het temperatureffect van 0,2 rad. Veronderstel nu, dat de storingen van de schuiflaag bij de stroomafwaartse hoek een amplitude hebben die onafhankelijk van de snelheid is, vanwege de constante bron beneden 23 m/s. De amplitude van het akoestische veld is afhankelijk van de snelheid (fig.1.26), en heeft daar een maximum van 120 Pa. Bij lage snelheid neemt het akoestische veld af en men meet voornamelijk de verstoringen van de schuiflaag.

De maximale amplitude van het akoestische veld wordt verkregen bij ongeveer 22 m/s. Een akoestische bron is het meest efficiënt als ze in fase is met het veld. Als de fase bij 22 m/s gelijk aan 2π wordt gesteld en we veronderstellen, dat de fasesnelheid van de verstoringen evenredig met de hoofdstroomsnelheid is, vinden we een fasesnelheid van $0,37^* U$. We hebben immers in hoofdstuk 1 gezien dat het akoestische veld de schuiflaag bij de stroomopwaartse hoek verstoort. We zien dat de metingen dan redelijk geïnterpreteerd kunnen worden

$0,37$ is het "Strouhalgetal" S_r .

Dit is (frequentie) \times (zijtakdiameter)/(hoofdstroomsnelheid).

(gestippelde lijn in de grafiek). Deze fasesnelheid is overigens een factor 2 lager dan voorspeld wordt in de lineaire theorie van een vrije schuiflaag van Michalke (MIC65).

3.5.3. De frequentie van de oscillaties.

In figuur 1.27 is de frequentie van de drukfluctuaties als functie van de hoofdstroomsnelheid uitgezet.

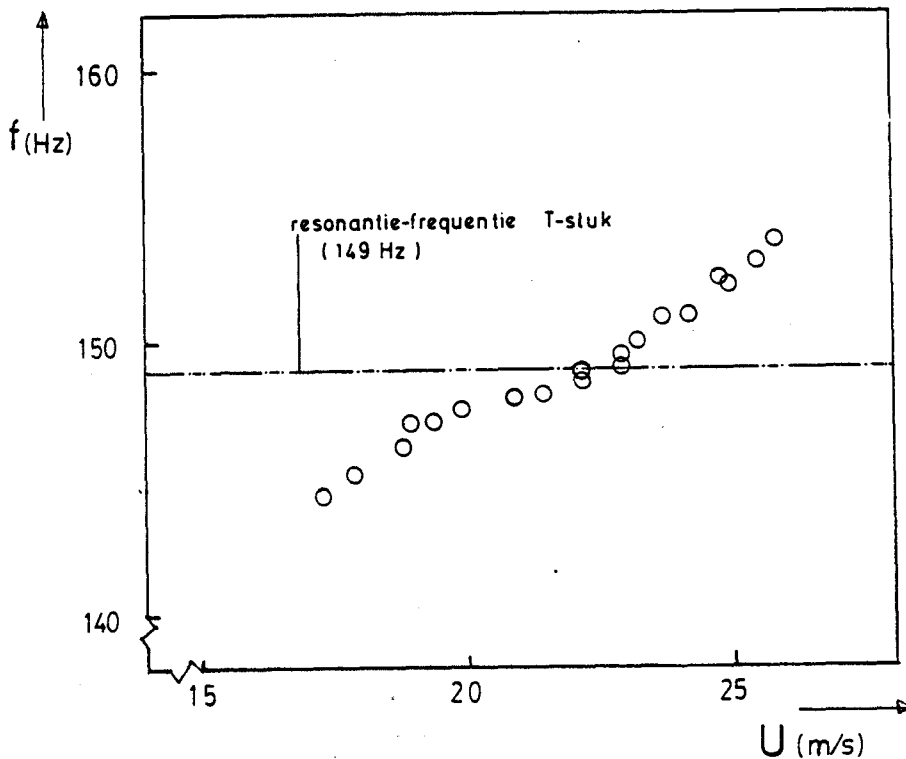


Fig. 1.28: De frequentie als functie van hoofdstroomsnelheid.

Duidelijk is te zien dat de frequentie varieert rond de resonantiefrequentie van het T-stuk (fig.1.22). De frequentie neemt licht toe met de snelheid U , waardoor het systeem zich iets aanpast aan de toenemende fase-snelheid, zodat beter aan de ideale fase over de schuiflaag van 2π wordt voldaan.

Figuur 1.29 is een combinatie van figuur 1.27 en 1.25. De gemeten resonantiepiek van het T-stuk zonder stroming (fig.1.21 b) is ook in de grafiek opgenomen. Toppen van de resonantiepieken komen goed met elkaar overeen. Bij hoge en lage frequentie is \bar{p}_z met stroming lager dan zonder stroming, hetgeen we wijden aan een verandering van bronsterkte, omdat bij zeer lage amplituden deze verstoring van de schuiflaag afneemt. Bij hoge frequentie is de afwijking het grootst. Dit komt overeen met de niet-konstante bron bij hoge snelheid.

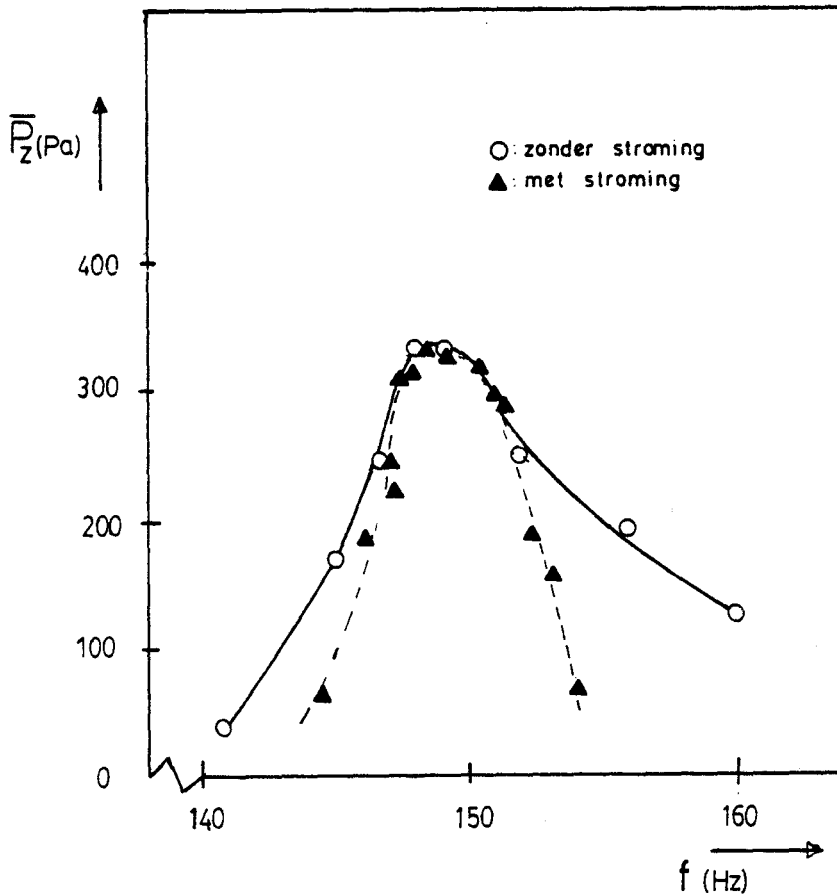


Fig. 1.29: De drukamplitude P_z als functie van de frequentie met én zonder stroming.

De metingen geven de indruk dat de frequentie en de amplitude van het oscillatieproces voor een groot deel door de akoestiek van het T-stuk bepaald worden.

3.6. MZI-metingen in de buurt van de hoeken.

3.6.1. Loslating zonder stroming.

Met deze paragraaf worden de resultaten van enkele dichtheidsmetingen m.b.v. de MZI gegeven in de buurt van de stroomopwaartse hoek.

In fig. 1.30 is het signaal op $x = 5,9$ en $y = 0,1$ cm (stroomafwaartse hoek) als functie van de tijd gegeven, bij een drukamplitude \bar{P}_z van resp. 100 en 240 Pa r.m.s. Het valt op dat bij 240 Pa het signaal niet meer harmonisch is. Dit komt, omdat de stationaire traagheidskrachten bij de hoek zo groot zijn, dat loslaten van de grenslaag van het akoestisch veld optreedt. Zie voorbeeld (DIS578). Bij de stroomopwaartse hoek is hetzelfde effect te zien.

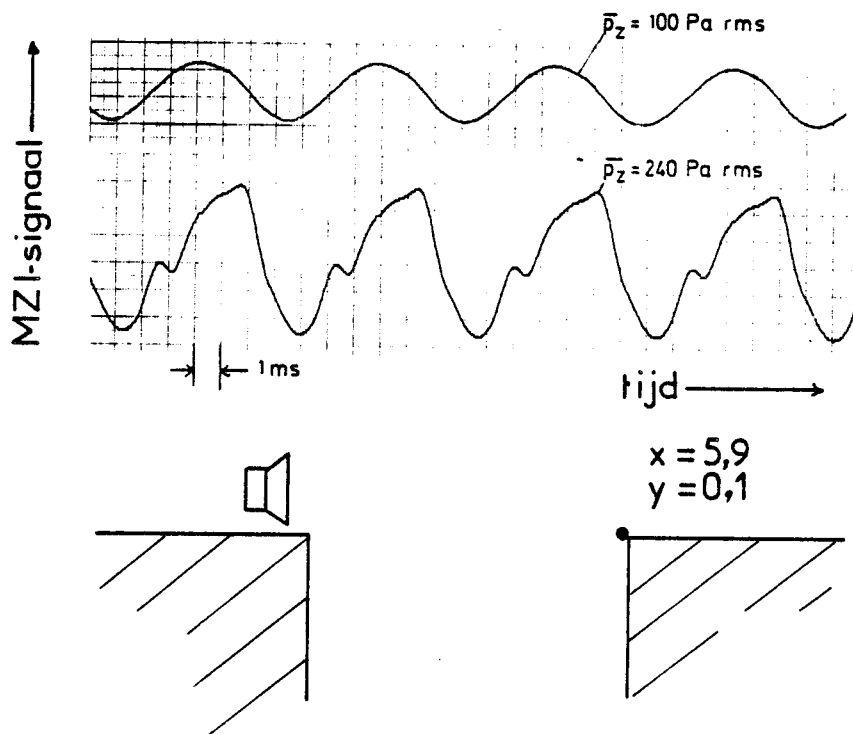


Fig. 1.30: Het MZI-signaal bij de stroomopwaartse hoek, in de situatie zonder stroming.

3.6.2. Dichtheidsfluctuaties met stroming bij de hoeken.

In fig.1.31 zijn traverses met de MZI rond de stroomopwaartse en stroomafwaartse hoek, op een afstand van 2 mm van de randen gegeven. Bij de stroomopwaartse hoek loopt het veld tamelijk vlak. Men meet hier alleen het akoestische veld. Bij de stroomafwaartse hoek is de maximale dichtheidsfluctuatie gelegen nabij de punt van de hoek. Het signaal is daar ongeveer twee maal zo groot als bij de stroomopwaartse hoek. Men meet extra drukfluctuaties* die het gevolg zijn van de heftige instationaire beweging van de schuiflaag.

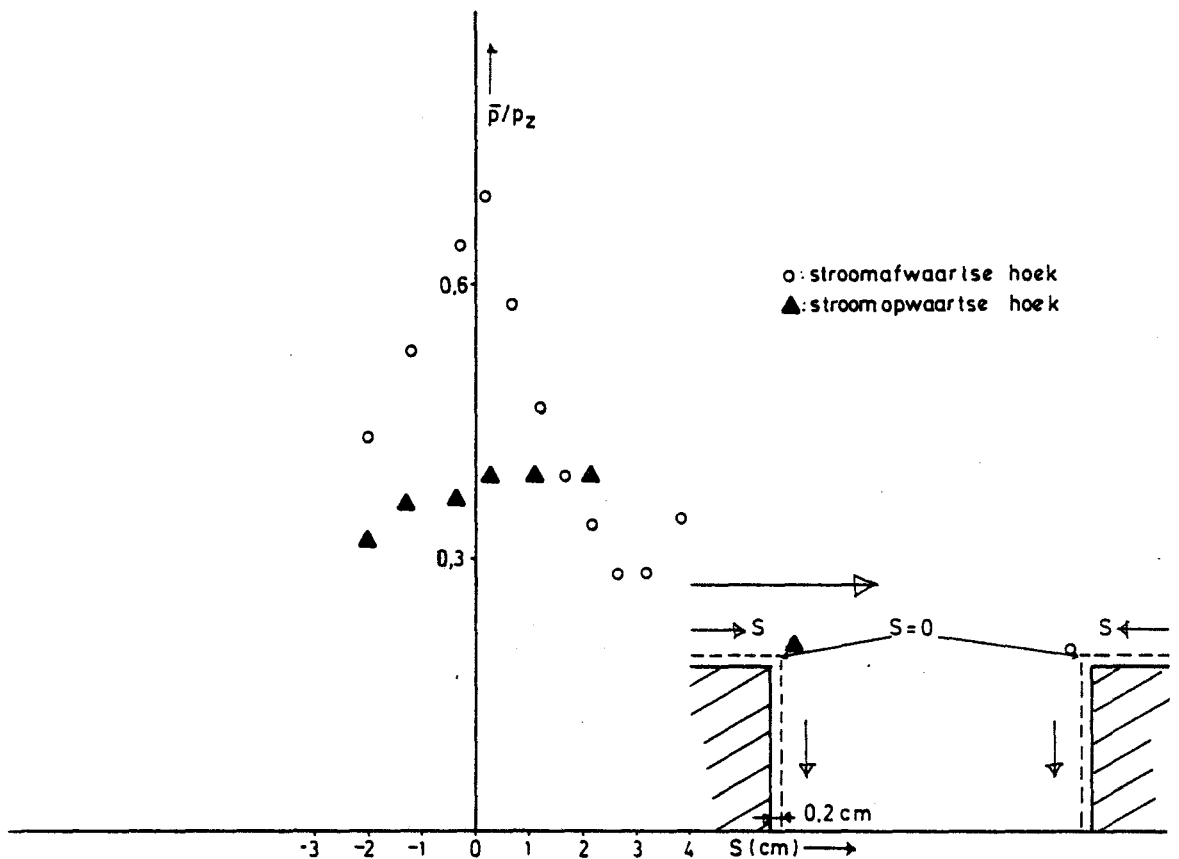
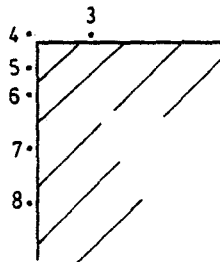
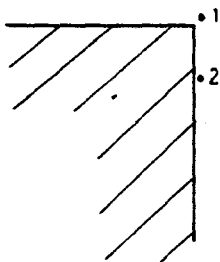
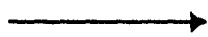
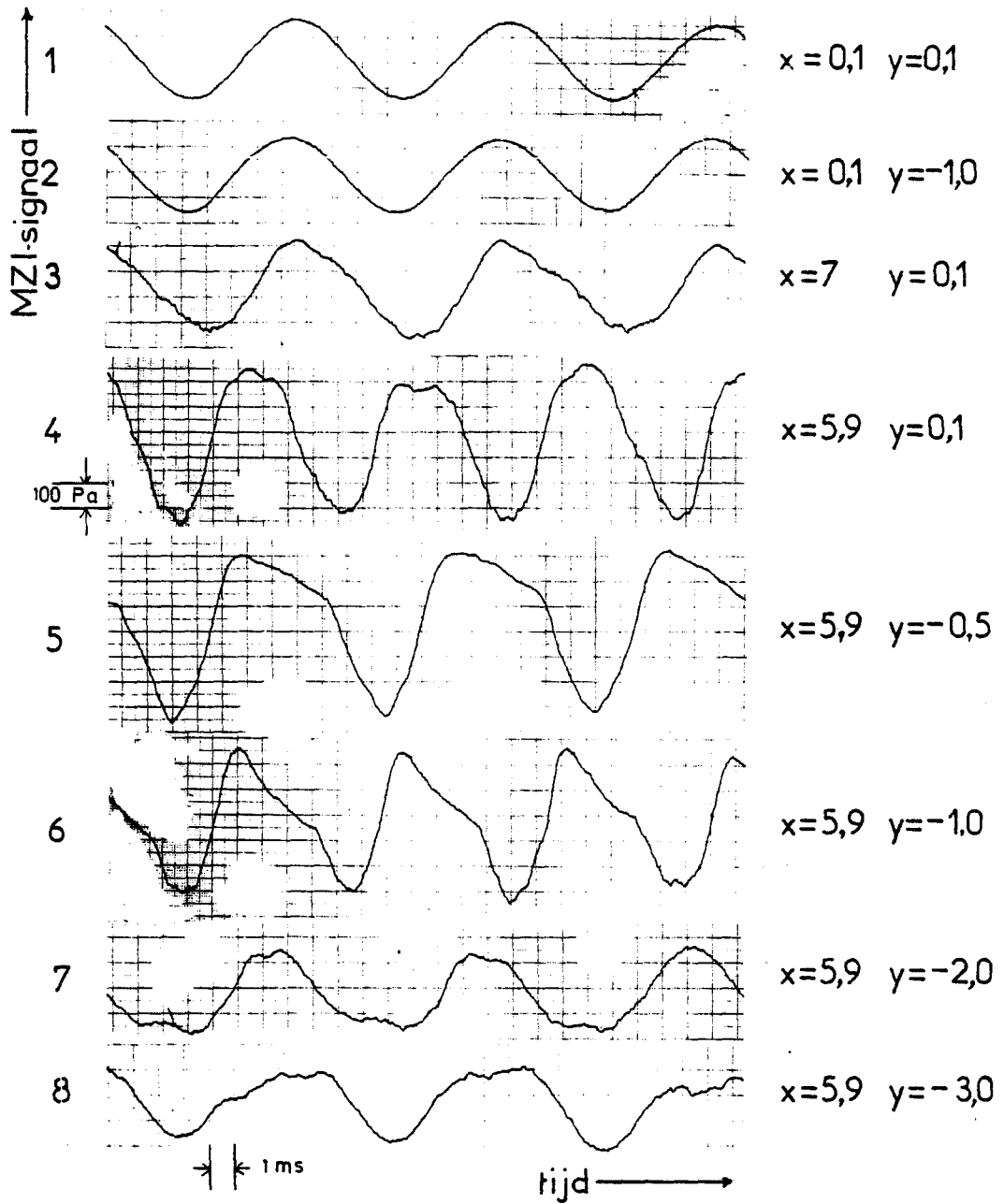


Fig. 1.31: Traverses rond de hoeken met stroming.

In fig.1.31 zijn dichtheidsfluctuaties, als functie van de tijd in een aantal punten bij de hoeken weergegeven. Men ziet dat het signaal bij de stroomopwaartse hoek harmonisch is. Bij de stroomafwaartse hoek zijn de signalen sterk onharmonisch. Deze metingen vertonen sterke gelijkenis met de metingen uit (NIS81), verricht m.b.v. microfoons in de wand.

*)Het temperatureffect is ongeveer $0,1xP_z$, dit is slechts een klein gedeelte van het signaal, zodat we hoofdzakelijk drukfluctuaties meten.



HOOFDSTUK 4: CONCLUSIES.

Naar aanleiding van het voorafgaande kunnen we het volgende concluderen:

- Uit de theorie van Lighthill volgt dat de heftige instationaire beweging van de schuiflaag nabij de stroomafwaartse hoek de bron van het akoestische veld vormt. Met behulp van het theorema van Green is deze relatie expliciet te geven.
- De methode van modeontwikkeling (in de eerste mode) geeft een minder goede voorspelling van het akoestische veld in het T-stuk dan de incompressibele theorie.
- Het akoestische veld zonder stroming komt binnen de meetnauwkeurigheid overeen met het akoestische veld met stroming buiten het gebied nabij de stroomafwaartse hoek.
- Het één-dimensionale model met eindcorrecties voor de vertakking geeft een goede voorspelling van de frequentieresponsie van het T-stuk. De reflectiecoëfficiënt van een open einde wordt beïnvloed door de ruimte, waarop het open einde uitkomt. Het T-stuk kan daarom niet als een van de ruimte afhankelijk systeem beschouwd worden. De ruimte fungeert ook als resonator.
- Uit fasemetingen vindt men voor de schuiflaag dat de gemiddelde fase-snelheid van de verstoringen gelijk aan $0,37x$ (de hoofdsnelheid) is, mits men aanneemt dat de amplitude van de verstoringen in het gemeten traject onafhankelijk van de hoofdstroomsnelheid is. De grootste drukfluctuaties treden op als de stroomopwaartse beïnvloeding in het begin van de schuiflaag in fase is met de stationaire beweging van de schuiflaag bij de stroomafwaartse hoek. De frequentie neemt licht toe met hoofdstroomsnelheid (Het systeem probeert te blijven voldoen als de bovengenoemde faserelatie).
- Als eenmaal oscillatie optreedt, lijkt het als akoestische resonantie fungerende pijpleidingsysteem (het T-stuk) voor het belangrijk deel de frequentie en de amplitude de drukfluctuaties bepalen. De drukamplitude ter plaatse van het gesloten einde als functie van de frequentie voor het geval met stroming, vertoont een sterke overeenkomst met het geval zonder stroming. De amplitudeafname van de drukfluctuaties t.g.v. stroming door verandering van een reflectiecoëfficiënt, kan met behulp van het eendimensionale model binnen 25% voorspeld worden. De frequentie wordt binnen 1% voorspeld. Hierbij is

verondersteld dat de geluidsbron onafhankelijk van de amplitude van het akoestische veld is. Dit is waar voor de snelheid met de maximale drukamplitude.

-Uit metingen m.b.v. de MZI blijkt, dat er bij de hoeken loslating optreedt van de grenslaag van het akoestische veld zonder stroming. Bovendien blijkt uit MZI metingen met stroming; dat de drukamplitude nabij de wand van de stroomafwaartse hoek, veel groter is dan bij de stroomopwaartse hoek vanwege de heftige instationaire beweging van de schuiflaag. De drukfluctuaties hebben in de buurt van de stroomafwaartse hoek een anharmonisch karakter.

-De compenserende MZI blijkt bevredigend te werken. Bij de bepaling van het akoestisch veld in het T-stuk zonder stroming komen de MZI metingen goed overeen met de microfoon metingen. Er is echter voor 5% achtergrond gecorrigeerd en de MZI is zowel met als zonder stroming zeer gevoelig voor temperatuurinhomogeniteiten.

Opmerking:

Een beperking van het onderzoek is dat, zowel bij de theorie als bij de reflectiecoëfficiënt-metingen, de effecten van gemiddelde snelheid zijn verwaarloosd, omdat het Mach-getal klein is. Men krijgt een betere beschrijving door deze effecten in beschouwing te nemen.

D E E L 2: ONTWERP EN EIGENSCHAPPEN VAN EEN COMPENSERENDE

MACH-ZEHNDER INTERFEROMETER.

HOOFDSTUK 1: INLEIDING

In dit deel wordt het ontwerp van de gecompenseerde Mach-Zehnder interferometer (MZI) besproken. Een gewone MZI daartoe is omgebouwd, door gebruik te maken van een Pockels-cel.

De bestaande MZI werd als uitslaginstrument gebruikt. De verandering van het interferentiesignaal was een maat voor de dichtheid in het met gas gevulde meetobject. Hierbij werd een laagfrequente temperatuurdriftcompensatie aangebracht om het interferentiesignaal in zijn lineaire gebied te houden. Deze methode heeft als nadeel, dat het amplitudebereik beperkt is en dat de gevoeligheid afhankelijk is van de uitlijning van de laserbundels. De bestaande MZI is ontwerp van Smeets en George (SME77). Door het aanbrengen van een compensator wordt de MZI niet als uitslaginstrument gebruikt maar als nulindicator. De benodigde compensatie is een maat voor de dichtheid in het meetobject.

In (SME75) wordt een suggestie gedaan om een interferometer om te bouwen tot een compenserend meetinstrument, door gebruik te maken van een dubbelregelaar voor Pockels-cel en een piezo-electrische translator achter één van de spiegels. De piezo-electrische translator is bedoeld voor lage frequenties en dient bovendien als temperatuurdriftcompensator, omdat deze een groot bereik heeft.

De Pockels-cel is voor het middengebiet (tot 100 KHz).

Zeer hoge frequenties (MHz gebied) kunnen tot een beperkte amplitude ongecompenseerd gemeten worden.

Bij dit afstudeerwerk is in eerste instantie de mogelijkheid bestudeerd, om een piezo-elektrische translator als compensator te gebruiken. Deze bleek echter ongeschikt vanwege een zeer sterke hysteresis. Als tweede mogelijkheid is een Pockels-cel geprobeerd. Deze bleek te voldoen. Er is een ander regelcircuit toegepast, dan wordt voorgesteld door Smeets en George. Verder is de MZI omgebouwd om de Pockels-cel in het optische systeem te kunnen opnemen. Bovendien zijn de eigenschappen van de gecompenseerde MZI onderzocht.

Achtereenvolgens worden besproken: het principe van gasdichtheidsmeting met interferometrie (Hoofdstuk 2), de Pockels-cel met bijbehorende versterker (Hoofdstuk 3), de opbouw van de compenserende MZI (Hoofdstuk 4), de mechanische constructie en de technische uitvoering (Hoofdstuk 5), het interferentiesignaal (Hoofdstuk 6), het regelsysteem (Hoofdstuk 7), metingen aan de compenserende MZI (Hoofdstuk 8).

HOOFDSTUK 2: PRINCIPE VAN DICHTHEIDSMETING MET INTERFEROMETRIE.

Het principe van dichtheidsmeting met interferometrie is als volgt uit te leggen. Voor verdunde gassen met brekingsindex n en dichtheid ρ' , geldt de betrekking van Gladstone-Dale:

$$n - 1 = \kappa \rho'$$

of

$$\Delta n = \kappa \Delta \rho \quad (2.1)$$

κ wordt de Gladstone-Dale constante genoemd. Dit is een stofconstante, die alleen nog een functie is van de golflengte van het gebruikte licht.

Stel een lichtbundel loopt door een object gevuld met gas, waarvan de dichtheid als functie van de tijd verandert. In geval van een homogene dichtheidsverandering over de doorlopen lichtweg, kunnen we voor de faseverandering van de lichtbundel schrijven:

$$\Delta \Phi = \frac{2\pi}{\lambda_1} L \Delta n = \frac{2\pi}{\lambda_1} L \kappa \Delta \rho \quad (2.2)$$

waarbij L de lengte van de lichtweg is en λ_1 de golflengte van het gebruikte licht.

Dichtheidsveranderingen $\Delta \rho$ kunnen verschillende oorzaken hebben. Bijvoorbeeld voor akoestische golven zijn dichtheidsveranderingen het gevolg van adiabatiese drukveranderingen Δp zodat:

$$\Delta p = c^2 \Delta \rho$$

en dus:

$$\Delta \Phi = \frac{2\pi}{\lambda_1} L \kappa \frac{\Delta p}{c^2} \quad (2.3)$$

hierin is c de geluidssnelheid. Bij de statische ijking van de interferometer zullen we gebruik maken van isotherme drukveranderingen, waarvoor geldt:

$$\Delta \Phi = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot L \cdot \kappa \cdot \frac{\Delta p}{R_g T} \quad (2.4)$$

R_g is de gas constante en T de absolute temperatuur. Een derde mogelijkheid is, dat de druk constant blijft, maar dat er dichtheidsveranderingen plaatsvinden t.g.v. variaties in temperatuur T van het gas ter plaatse van de bundel:

$$\Delta \Phi = - \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot L \cdot \kappa \cdot \frac{p_0 \Delta T}{R_g T^2} \quad (2.5)$$

Hierin is p_0 de statische druk van het gas.

De faseverandering van de lichtbundel kan gemeten worden ten

opzichte van een coherente referentiebundel in een interferometer. De beide bundels worden in de interferometer bij elkaar gebracht, zodat interferentie ontstaat. Omdat het faseverschil tussen beide bundels verandert, verandert het interferentiesignaal van de bundels (Hfst. 7). Het interferentiesignaal kan gemeten worden met lichtgevoelige detectoren.

De faseverandering van een lichtbundel is te compenseren door gebruik te maken van een zogenaamde Pockels-cel.

HOOFDSTUK 3: DE POCKELS-CEL EN DE HOOGSPANNINGSVERSTERKER.

Een Pockels-cel is een dubbelbrekend kristal, waarop twee elektroden zijn aangebracht (fig. 2.1). Als men een lichtbundel door de Pockels-cel stuurt, is het faseverschil tussen twee onderling loodrechte polarisatierichtingen een lineaire functie van het in het kristal aangelegde elektrische veld.

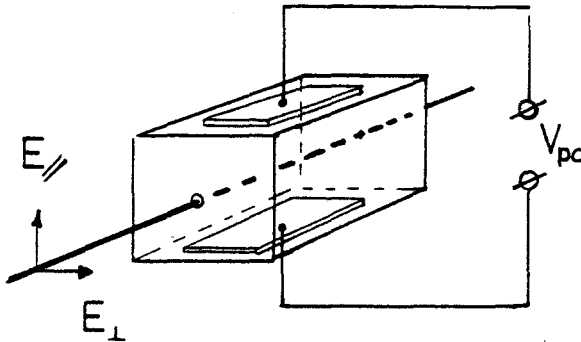


Fig. 2.1: Schematische voorstelling van een Pockels-cel.

De hier gebruikte Pockels-cel (de PC-14 van Electro Optic Developments) is een ADP-kristal ($\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$). Er wordt gebruik gemaakt van het transversale Pockels-effect. De elektroden zijn dan evenwijdig aan de extraordinaire as op het kristal aangebracht en het elektrische veld staat loodrecht op de voortplantingsrichting van het licht. De polarisatierichtingen moeten loodrecht resp. evenwijdig aan het elektrische veld staan. Deze Pockels-cel heeft twee paar elektroden, waarvan we er maar één zullen gebruiken. De bundel loopt via opgedampte spiegels drie maal door het kristal (fig. 2.2), zodat de benodigde spanning op de elektroden om een bepaald faseverschil te maken, een factor drie wordt verminderd. Omdat het kristal van nature dubbelbrekend is en de bundel een hoek maakt met het kristal, zullen de twee polarisatierichtingen de Pockels-cel als twee gescheiden bundels verlaten.

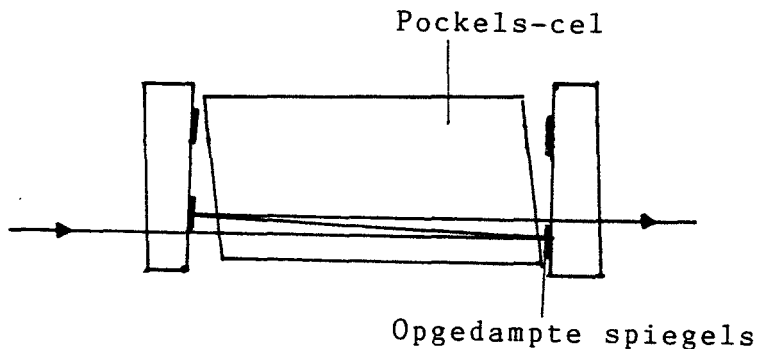


Fig. 2.2: De hier gebruikte Pockels-cel.

Bij gebruik van een He-Ne-laser als lichtbron ($\lambda = 6,328 \text{ \AA}$), is voor deze Pockels-cel de spanning $V_{\frac{1}{2}\lambda}$ om een faseverschil van π rad te compenseren gelijk aan:

$$V_{\frac{1}{2}\lambda} = 170 \text{ V (HPC)}$$

Deze spanning wordt "halflambda-spanning" genoemd, omdat een fase van π rad. neerkomt op een weglengte van een halve golflengte. Het faseverschil als functie van de aangelegde spanning V_{pc} is dan:

$$\Delta\phi_{pc} = \pi \frac{V_{pc}}{V_{\frac{1}{2}\lambda}} \quad (2.6)$$

Voor een redelijk meetbereik is een hoge spanning nodig. Daarom wordt de Pockels-cel aangestuurd met een hoogspanningsversterker. Hier is de LA10A van Electro Optic Development gebruikt. Deze versterkt ongeveer 700 x en heeft een maximale uitgangsspanning van 1500 V. Met een combinatie van een He-Ne-laser, deze Pockels-cel en deze hoogspanningsversterker kan een faseverschil van $8,8 \pi \text{ rad}$ gecompenseerd worden. Voor lucht ($\kappa = 2,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{kg}$) komt dit neer op een meetbereik van

$$\Delta\rho \cdot L = 12,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}^2$$

Deze hoogspanningsversterker heeft een monitoruitgang die de spanning 1000 x verzwakt weergeeft. De gelijkspanningscomponent van de uitgangsspanning is te variëren.

Hoogspanningsversterkers hebben in het algemeen een beperkt frequentiebereik. Zoals we zullen zien (Hoofdstuk 7) heeft dit beperkte frequentiebereik invloed op de stabiliteit van het regelsysteem. De frequentiekaracteristiek van deze hoogspanningsversterker is doorgemeten. Hieruit volgt, dat bij een uitsturing van 1000 V resp. 200 V het 3dB punt ligt bij $\omega = 1,2 \text{ MHz}$ resp. $\omega = 3,6 \text{ MHz}$. Verder blijkt de hoogspanningsversterker voor 10 Hz $< f < 50 \text{ Hz}$ last heeft van hysteresis. Bijvoorbeeld bij 20 Hz is dit 8% bij een uitsturing van 1400V, 2% bij 200 V en 0,6% bij 50 V.

HOOFDSTUK 4: DE OPBOUW VAN DE COMPENSERENDE MZI.

In figuur 2.3 is een schematische voorstelling gegeven van de compenserende MZI. Lineair gepolariseerd licht afkomstig van een He-Ne-laser (Spectra Physics 120), wordt door een kwart-lambda-plaatje, dat met zijn optische as 45 graden ten opzichte van de polarisatierichting van de laserbundel staat, omgezet in circulair gepolariseerd licht. Het circulair gepolariseerde licht bevat zowel een component evenwijdig aan het elektrische veld in de Pockels-cel, als een component loodrecht op deze richting. Het veld is aangelegd loodrecht op het vlak van tekening. De beide componenten verlaten als twee bundels de Pockels-cel en komen via de vlakke spiegels s_0 en s'_0 de MZI binnen.

De beide polarisatierichtingen worden gescheiden d.m.v. een polariserende beamsplitter*. De polarisatierichting evenwijdig aan het vlak van tekening gaat rechtdoor en vormt de referentiebundel. De andere polarisatierichting wordt in de polariserende beamsplitter gereflecteerd en vormt de meetbundel.

Aangezien onderling loodrechtgepolariseerde golven niet interfereren, wordt het polarisatievlak van de meetbundel 90 graden gedraaid d.m.v. een half-lambda-plaatje. De meetbundel loopt door een object, waarvan de dichtheid als functie van de tijd varieert.

De beide bundels komen via respectievelijk de vlakke spiegels S_3 en S_2 bij elkaar in (polarisatie ongevoelige) beamsplitter S_4 . Na S_4 ontstaan de interferentiebundels (A en B).

De interferentiebundels worden door een lensje gefocuseerd en vallen daarna op een PIN-fotodiode. Deze fotodiodes leveren een stroom die afhankelijk is van de intensiteit van het opvallende licht. Het verschil in stroom dat door diode A en diode B wordt geleverd, wordt door de regelversterker omgezet in een voorspanning voor de hoogspanningsversterker.

In de regelversterker is een regelaar opgenomen die besproken wordt in hoofdstuk 8.

*)

De polariserende beamsplitter is een glazen kubus, waar tussen het scheidingsvlak op de diagonaal een laag is aangebracht die te vergelijken is met een plaatjes-polarisator. De laag is zo ontworpen dat de bundel bij 45 graden instraling t.o.v. het scheidingsvlak onder de hoek van Brewster invalt. Hierdoor is de gereflecteerde bundel evenwijdig aan het scheidingsvlak gepolariseerd. De doorgelaten bundel is loodrecht op het scheidingsvlak gepolariseerd.

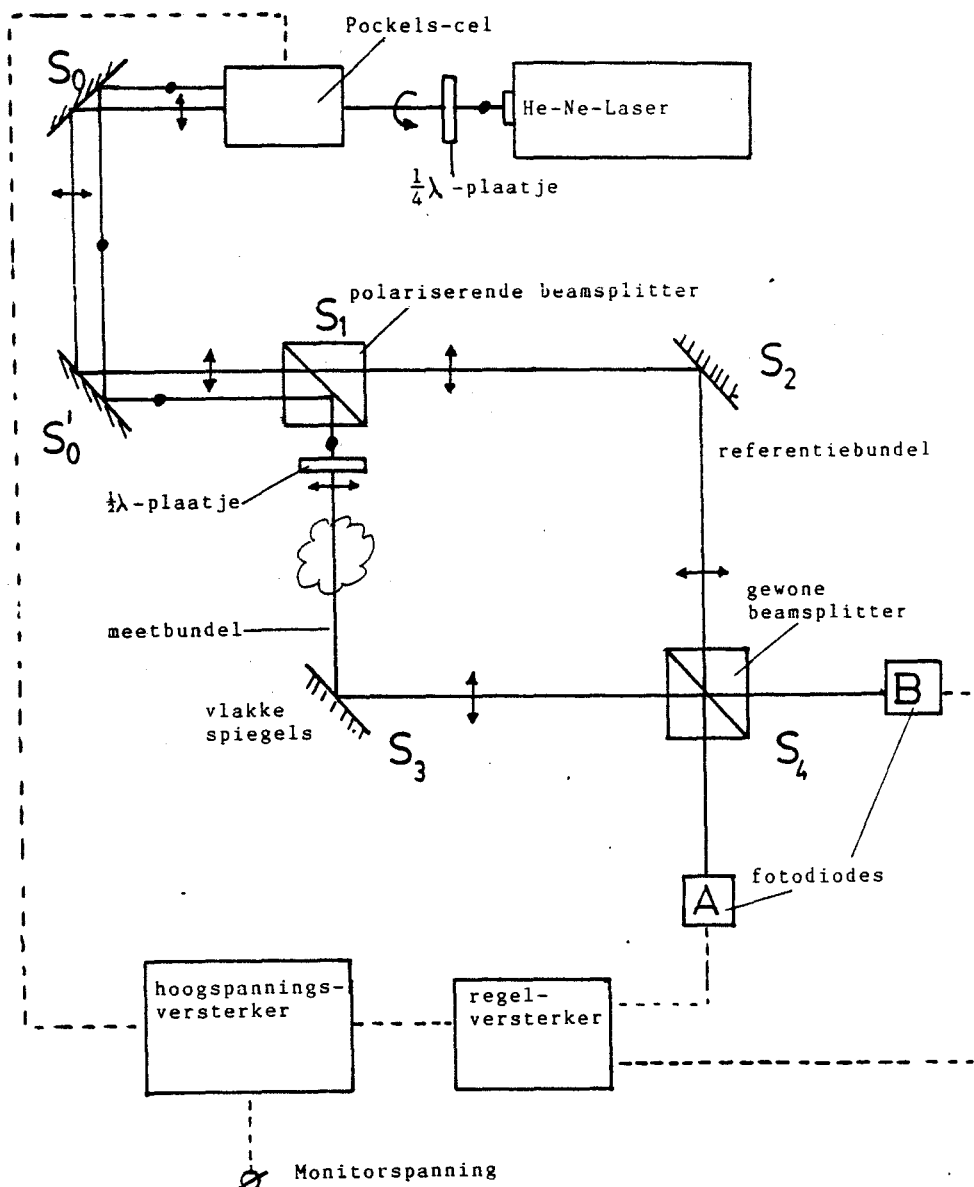


Fig. 2.3: Een schema van de compenserende MZI.

De werking van de compenserende MZI is nu als volgt te begrijpen: Als het systeem in evenwicht is, is het verschil in geleverde stroom van de fotodiodes gelijk aan nul. Een dichtheidsverandering ter plaatse van de meetbundel geeft een verandering van het faseverschil tussen de meetbundel en de referentiebundel (formule (2.2)). Als gevolg hiervan ontstaat een verandering van de intensiteit van de interferentiebundels, zodanig dat de geleverde stroom van de fotodiodes niet meer gelijk is. Deze verschilstroom wordt via de regelversterker en de hoogspanningsversterker omgezet in een spanning voor de Pockels-cel. De Pockels-cel zet de spanning om in een

faseverschil, zodanig dat het faseverschil veroorzaakt ter plaatse van de meetbundel wordt gecompenseerd. De spanning nodig om compensatie te verkrijgen wordt gemeten aan de monitoruitgang van de hoogspanningsversterker.

De werking van het regelsysteem wordt uitgelegd in hoofdstuk 7.

Opmerking:

De meet- en de referentiebundel worden in feite al bij de Pockels-cel gesplitst. Een simpelere configuratie was mogelijk geweest, als de Pockels-cel in de meetbundel of de referentiebundel was opgenomen. Dit heeft echter een belangrijk nadeel. De brekingsindices van de Pockels-cel zijn temperatuurafhankelijk (HPC). Een minime verandering van de brekingsindices van $0,1^{\circ}/\infty$, zouden al een faseverandering geven van ongeveer 270 rad. Hierdoor zou een zeer sterke temperatuurdrift ontstaan.

HOOFDSTUK 5: TECHNISCHE UITVOERING EN DE MECHANISCHE CONSTRUCTIE.

De MZI is gebouwd in een gietijzeren frame dat bestaat uit blokken, waarin de spiegels en beamsplitters S1 t/m S4 gemonteerd zijn (fig. 2.4).

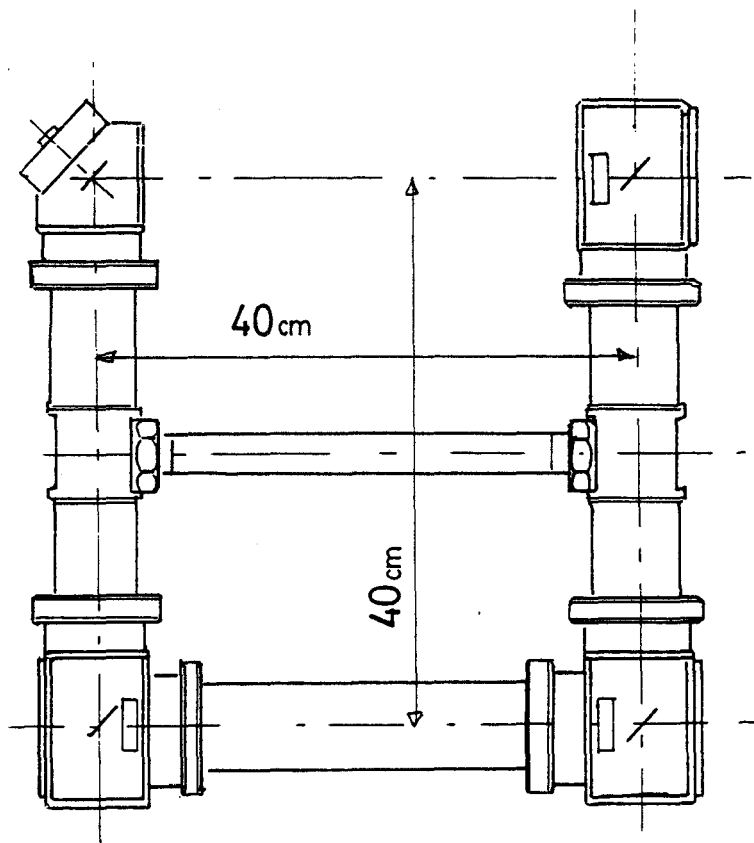


Fig. 2.4: Het frame waarin de MZI gebouwd is.

De blokken zijn verbonden door holle buizen. Dit frame is op een grote stijfheid ontworpen, om mechanische vervorming van de interferometer te voorkomen. Boven op de blokken waarin S1 en S2 gemonteerd zijn is een aluminium plaat bevestigd, die in het vlak van de MZI instelbaar is. De laser en het huis, waarin de Pockels-cel gemonteerd is, zijn instelbaar op deze plaat bevestigd (fig. 2.5). Het kwart-lambda-plaatje is op de laser gemonteerd.

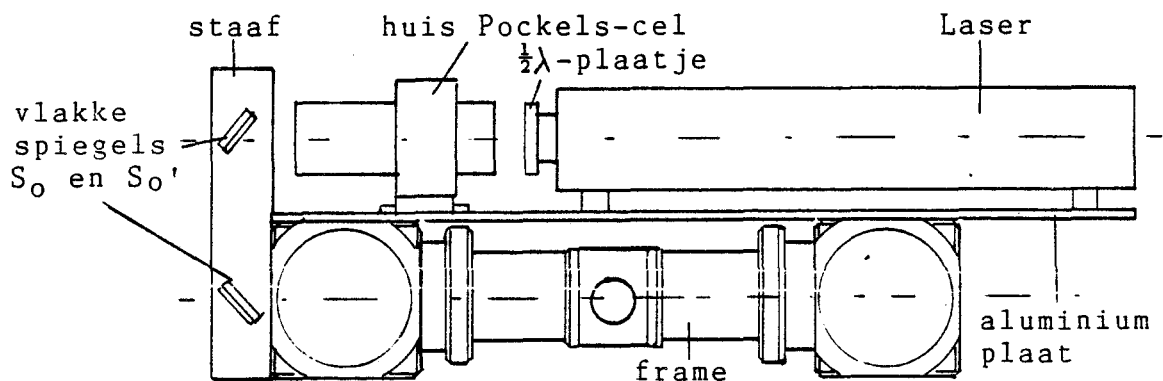


Fig. 2.5: De laser en de Pockels-cel zijn op het frame bevestigd.

Door de Pockels-cel en de laser op één instelbare plaat te bevestigen, kan men de laserbundel eerst zo instellen, dat deze op de juiste manier door de Pockels-cel gaat, en daarna kan men zonder deze instelling te verstellen de laserbundel op beamsplitter S_1 richten. Hiervoor zijn de spiegels S_0 en S_0' via een staaf op het frame gemonteerd met een grofinstelling en een fijninstelling. Met behulp van de fijninstelling van S_1 t/m S_4 , kan men de bundels zo uitrichten, dat ze na S_4 op elkaar liggen. Het half-lambda-plaatje is in het frame geplaatst. De fotodiodes zijn via een aluminium plaat op het frame gemonteerd (zie ook foto in deel 1, hoofdstuk 2).

Het frame van de interferometer is dichtgemaakt om achtergrondgeluid te weren (par. 8.4). De meetbundel is, voor zover ze niet door het meetobject gaat afgeschermd d.m.v. een koker.

Het frame is via traverseerinrichtingen op een zware bok geplaatst. Er kan in twee richtingen loodrecht op de meetbundel getraverseerd worden. Het geheel is op rubber geveerd om mechanische storingen via de vloer te dempen.

HOOFDSTUK 6: HET INTERFERENTIESIGNAAL.

In deze paragraaf proberen we een uitdrukking te vinden voor het interferentiesignaal als functie van het faseverschil tussen de meetbundel en de referentiebundel.

Een laserbundel (oo-mode), die zich voortplant in de z-richting, heeft een Gaussische intensiteitsverdeling J over de doorsnede van de bundel (YOU84):

$$J = J_0 \exp\left(\frac{-2r^2}{w^2}\right) \quad (2.7)$$

r is de afstand tot het centrum van de bundel. Hierin is

$$\frac{w}{w_0} = \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_1 z}{\pi w_0^2}\right)^2} \quad (2.8)$$

Met w_0 = "de waist" van de laserbundel (= kleinste bundeldiameter). w is de waarde van r waarbij de intensiteitsverdeling met e^2 is afgenomen. $2w$ wordt de bundeldiameter genoemd. De golffronten hebben een bolling als functie van z met straal R_1 .

$$R_1(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda_1 z}\right)^2 \right] \quad (2.9)$$

De hier gebruikte laser (Spectra Physics 120, He-Ne-laser, $\lambda_1 = 6,328 \text{ \AA}$), heeft een waarde $w_0 = 0,4 \text{ mm}$. Tot aan het midden van de meetsectie heeft de bundel een weglengte doorlopen van 0,9 m. De bundeldiameter is dan $2w = 1 \text{ mm}$.

We gaan er eerst van uit dat we te maken hebben met twee interfererende vlakke golven, die onder een gelijke hoek invallen. Daarna wordt gekeken naar de eindige afmeting van de bundel, ongelijke invalshoek en bolling van de golffronten. We beginnen met de invloed van ongelijke polarisatie en ongelijke intensiteit van de bundels.

De oorspronkelijk lineair gepolariseerde bundels worden door de verschillende optische elementen elliptisch gepolariseerd. Uit metingen blijkt dat de verhouding van de hoofdassen ongeveer 1 op 10 is. Bovendien zullen de beide bundels verschillend gepolariseerd zijn. Dit kan in rekening gebracht worden door gebruik te maken van complexe polarisatievectoren (HEC74). Stel twee vlakke golven \vec{E}_1 en \vec{E}_2 planten zich voort in de z-richting:

$$\vec{E}_1 = E_{01} \cdot e^{i(\phi_1 - \omega t)} \vec{e}_{p1} \quad \text{en} \quad \vec{E}_2 = E_{02} \cdot e^{i(\phi_2 - \omega t)} \vec{e}_{p2} \quad (2.10)$$

Hierin is E_{0j} : de veldsterkte van de bundels $j = 1, 2$

$$\vec{e}_{pj} : \begin{pmatrix} a_j + ib_j \\ c_j + id_j \end{pmatrix} : \text{een complexe polarisatievector, met} \\ |\vec{e}_p| = 1$$

ϕ_j : de fase

We vinden voor de intensiteitsverdeling van het signaal:

$$J = \epsilon c_1 (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1^* + \vec{E}_2^*) \\ = \epsilon c_1 \left[E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01} \cdot E_{02} (\cos(\phi_1 - \phi_2) \cdot \text{Re}[(\vec{e}_{p1} \cdot \vec{e}_{p2}^*)] + \sin(\phi_1 - \phi_2) \cdot \text{Im}[(\vec{e}_{p1} \cdot \vec{e}_{p2}^*)]) \right] \quad (2.11)$$

Uit (2.11) volgt dat de vorm van het interferentiesignaal als functie van het faseverschil $\phi = \phi_1 - \phi_2$ van bijvoorbeeld de bundels die vallen op fotodiode A is (afgezien van een constante fase):

$$J_A = J_{0A} + \hat{J}_A \cos(\phi) \quad (2.12)$$

\hat{J}_A is dus afhankelijk van de polarisatie-eigenschappen van beide interfererende bundels. De intensiteit (= vermogen) I_A van het licht, dat op een detector valt, volgt uit de integraal over het oppervlak S van de detector:

$$I_A = \int_S J_A dA$$

Dan is de totale intensiteit van de vorm:

$$I_A = I_{0A} + \hat{I}_A \cos(\phi) \quad (2.13)$$

Als de bundels niet van gelijke diameter zijn of niet precies over elkaar heen liggen, zal er niet over het gehele oppervlak interferentie optreden, dus wordt \hat{I}_A kleiner.

Als de invalshoeken van de bundels niet gelijk zijn is het faseverschil niet uniform over de bundeldoorsnede. Er ontstaat een strepenpatroon van minima en maxima ("fringes"). Met eenvoudige goniometrie vinden we voor de afstand tussen de maxima bij een hoek α_u tussen de bundels:

$$\lambda_1 / \sin^2 \alpha_u$$

Dan stellen we voor een redelijke uitlijning, dat we niet meer dan één streep over de bundeldiameter hebben; dus $\frac{\lambda_1}{\sin^2 \alpha_u} > 2w$ (2.14)

De bundel ter plaatse van de beamspitter S4 is ongeveer 2 mm. De bundel moet uitgelijnd worden totdat $\alpha_u < 5 \cdot 10^{-4}$ rad.

De invloed van de bolling van de golffronten is te verwaarlozen als de bundels ongeveer dezelfde weglengte hebben doorlopen en de bundels goed over elkaar heen liggen. Voor het laatste is af te leiden, door de fase-afwijking tussen de bundels bij een afstand δr tussen de assen van de bundels te berekenen, dat moet gelden:

$$\frac{(\delta r)^2}{2R_1} < \frac{1}{2}\lambda_1 \quad (2.15)$$

Dit is al het geval als men heeft uitgelijnd tot $\delta r < 1$ mm.

Op grond van behoud van energie verwacht men voor de bundels die op fotodiode B vallen:

$$I_B = I_{0B} - \hat{I}_{0A} \cos(\phi)$$

De fotodiodes leveren een stroom die afhankelijk is van de intensiteit van het opvallende licht. De fotodiodes A en B leveren respectievelijk een stroom i_A en i_B , waarvoor geldt:

$$i_A = i_{0A} + \hat{i}_A \cos(\phi) \quad (2.16)$$

$$i_B = i_{0B} - \hat{i}_B \cos(\phi)$$

Hierbij is de gevoeligheid (stroom/intensiteit) van de fotodiodes in het algemeen niet gelijk. Vandaar $\hat{i}_A \neq \hat{i}_B$. Voor het verschil in geleverde stroom i tussen diode A en diode B geldt:

$$i = i_A - i_B = i_0 + \hat{i} \cos(\phi) \quad (2.17)$$

Voor deze MZI geldt $i_0/\hat{i} \approx 0,05$. Hoe beter de uitlijning hoe groter \hat{i} .

HOOFDSTUK 7: HET REGELSYSTEEM.7.1 De MZI als systeem.

De verschilstroom van de fotodiodes als functie van het faseverschil tussen meetbundel en referentiebundel staat uitgedrukt in vergelijking (2-17). Stel dat ϕ_0 het faseverschil is waarbij de verschilstroom gelijk is aan nul, (fig. 2.6), dan:

$$\phi_0 = \arccos\left(\frac{-i_0}{\hat{i}}\right) \quad (2.18)$$

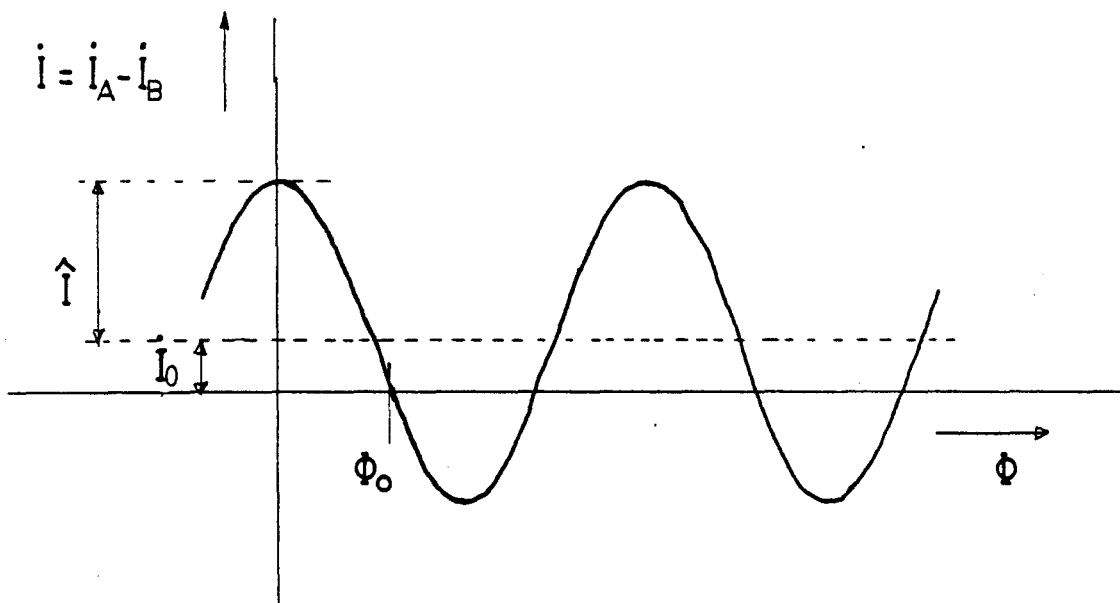


Fig. 2.6: De verschilstroom i van de fotodiodes als functie van het faseverschil ϕ tussen de meetbundel, en de referentiebundel.

Zonder verlies van algemeenheid mag (2-17) geschreven worden als:

$$i = i_0 + \hat{i} \cos(\phi - \phi_0) \quad (2.19)$$

ϕ_0 is het werkpunt voor het regelsysteem. Vergelijking (2-19) is in een reeks te ontwikkelen rond het werkpunt ϕ_0 . In lineaire benadering geldt dan:

$$i = \hat{i} \sqrt{(i^2 - i_0^2)} \quad (2.20)$$

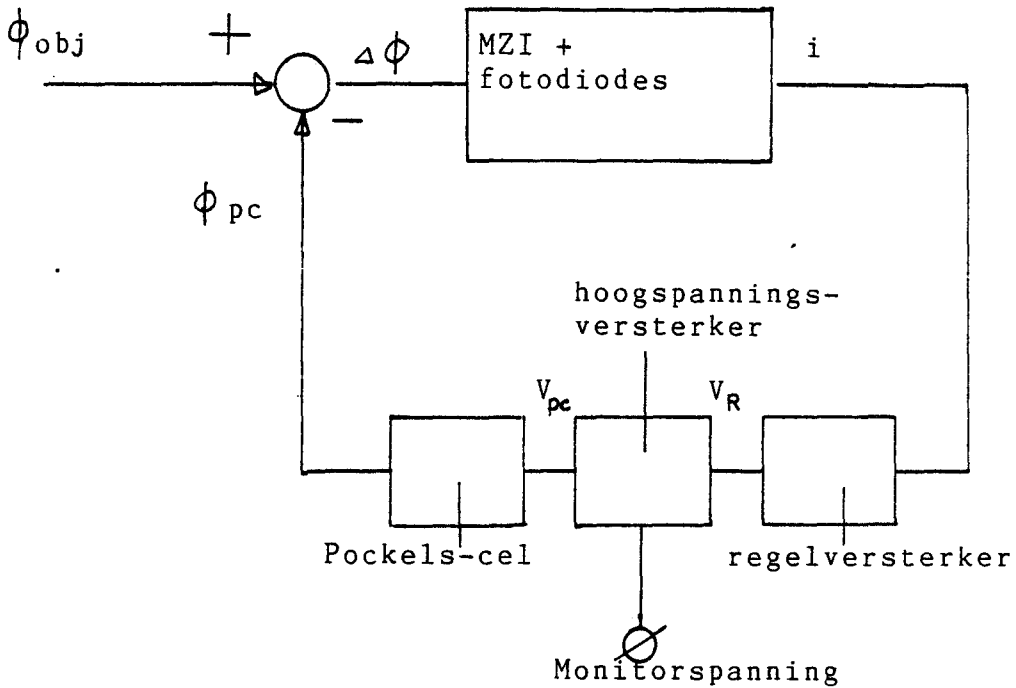


Fig. 2.7: Het blokschema van de compenserende MZI.

Een schema van de compenserende MZI is gegeven in fig. (2.7). De verschilstroom i als gevolg van het faseverschil tussen meet- en referentiebundel, $\Delta\phi$ wordt door de regelversterker omgezet in een spanning V_R . Deze wordt door de hoogspanningsversterker versterkt tot een spanning V_{pc} , die door de Pockels-cel wordt omgezet in een faseverschil ϕ_{pc} . De rondgaande versterking MK kan uitgedrukt worden in de overdrachtsfuncties van de verschillende componenten:

$$MK = \sqrt{(i^2 - i_0^2)} \cdot K \cdot A_h \cdot P_c \quad (2.21)$$

Met $\sqrt{(i^2 - i_0^2)}$: Overdrachtsfunctie van de MZI + fotodiodes (A/rad).

K : Versterkingsfactor van de regelversterker (V/A).

A_h : Versterkingsfactor van de hoogspanningsversterker.

P_c : gevoeligheid van de Pockels-cel: $\frac{\pi}{V_{\frac{1}{2}}\lambda}$ (rad/V).

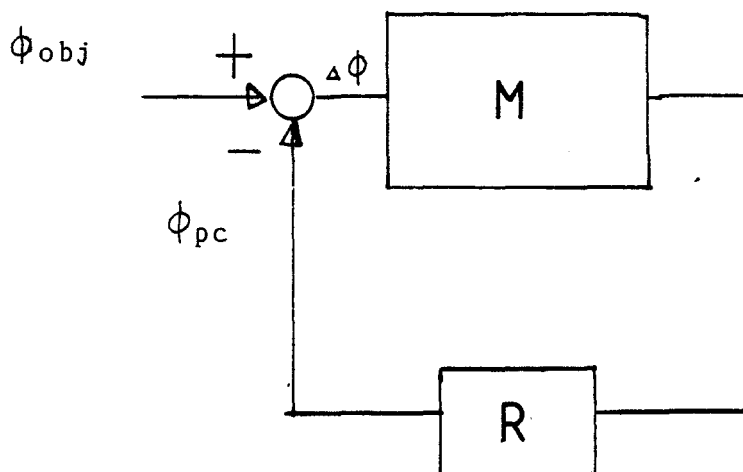


Fig. 2.8: Het analoge schema.

In fig. 2.8 is een analogoos schema opgesteld. Alles behalve de regelversterker is samengevat in proces M:

$$M = \sqrt{(i^2 - i_0^2)} \cdot A_h \cdot P_c \quad (2.22)$$

Uit dit schema volgt voor het faseverschil ϕ_{pc} bijgesteld door de Pockels-cel:

$$\phi_{pc} = (\phi_{obj} - \phi_{pc}) \cdot MK$$

ϕ_{obj} is het faseverschil, dat ontstaan is door dichtheidsveranderingen in het object. Dus:

$$\phi_{pc} = \phi_{obj} \frac{MK}{1 + MK} \quad (2.23)$$

$$\text{en } \frac{\Delta\phi}{\phi_{obj}} = \frac{\phi_{obj} - \phi_{pc}}{\phi_{obj}} = \frac{1}{1 + MK} \quad (2.24)$$

We wensen, dat de afwijking tussen ϕ_{pc} en ϕ_{obj} zo klein mogelijk is, dus moet de rondgaande versterking MK zo groot mogelijk zijn.

7.2 Keuze van de regelaar.

We beschouwen het systeem in het frequentiedomein, omdat we de MZI voor periodieke signalen willen gebruiken. De hoogspanningsversterker voor de Pockels-cel is het langzaamste deel van proces M. Het frequentiebereik is in eerste benadering beperkt met tijdconstante $\tau_h \approx 1 \mu\text{s}$ (hoofdstuk 3). Verder spelen er nog andere (kleinere) tijdconstanten in het systeem een rol (fotodiodes, kabels, rest van de hoogspanningsversterker, regelversterker, Pockels-cel), die moeilijk te schatten zijn. Daarom zullen we ons beperken tot een kwalitatieve beschouwing. De hoogspanningsversterker is in eerste benadering te beschrijven met de overdrachtsfunctie:

$$A_h = \frac{A_{h0}}{1 + i\omega\tau_h} \quad (2.25)$$

Het polairdiagram ziet eruit als figuur 2.9a. Vanwege bovengenoemde andere tijdconstanten ziet het polairdiagram van de rondgaande versterking met proportionele regelaar er ongeveer uit als fig. 9b. De "krul" om de bocht wordt veroorzaakt door de kleine tijdconstanten van proces M.

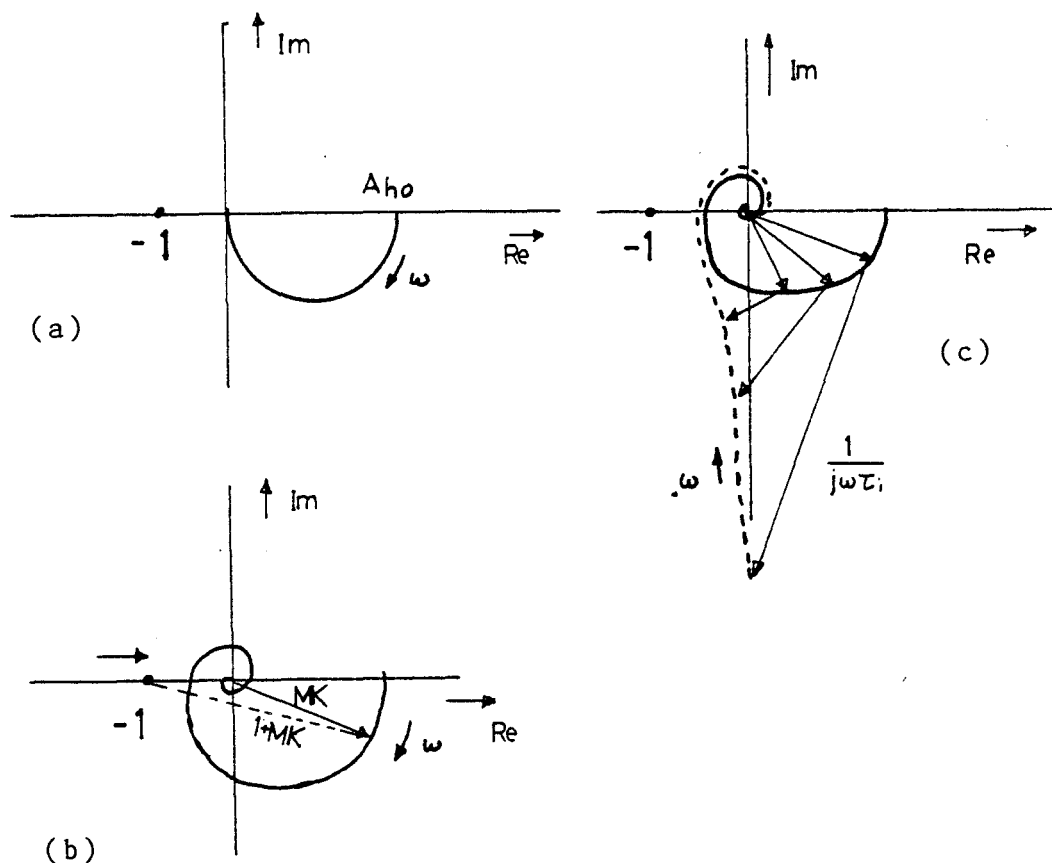


Fig. 2.9: Polaire diagrammen van de hoogspanningsversterker (a), rondgaande versterker bij proportionele regelaar (b) en proportionele + integrerende regelaar (c).

Een grote rondgaande versterking heeft tot gevolg dat de kromme groter wordt, maar gelijkvormig blijft. Dit kan vertaald worden met dat het punt -1 de kromme nadert. Als de rondgaande versterking in de buurt van -1 komt, wordt het systeem instabiel (RAD81). Uit een test met een proportionele regelaar blijkt dat dit ook gebeurt.

De MZI wordt echter gebruikt in een beperkt frequentiegebied ($f < 2500$ Hz).

Bij een proportionele + integrerende regeling (P + I regeling) wordt de rondgaande versterking voor lage frequentie groot, zonder dat het punt -1 dicht wordt genaderd (fig.2.9c). Voor een P+I regeling geldt:

$$K(\omega) = K_0 \left(1 + \frac{1}{i\omega\tau_i} \right) \quad (2.26)$$

Hierin is τ_i de integratietijd ($\omega\tau_i \ll 1$). Dit is in te vullen in (2-23) en (2-24):

$$\frac{\Delta\phi}{\phi_{obj}} = \frac{1}{1 + MK_0 \left(1 + \frac{1}{i\omega\tau_i} \right)}$$

Als de tijdconstanten van het proces M verwaarloosd worden ($\omega \ll \frac{1}{\tau_h}$), wordt voor de relatieve afwijking gevonden:

$$\left| \frac{\Delta\phi}{\phi_{obj}} \right| = \frac{1}{\sqrt{(1 + MK_0)^2 + \frac{M^2 K_0^2}{\omega^2 \tau_i^2}}} \approx \frac{\omega\tau_i}{MK_0} \quad (2.27)$$

$$\arg(\phi_{pc}) - \arg(\phi_{obj}) = \arctan\left(\frac{-\omega\tau_i}{(1 + MK_0)\omega^2 \tau_i^2 + MK_0} \right)$$

$$\approx \arctan\left(\frac{\omega\tau_i}{MK_0} \right) \quad (2.28)$$

Uit (2-27) en (2-28) volgt, dat de fase en amplitude van de afwijking afneemt voor lage frequentie.

7.3. De regelversterker.

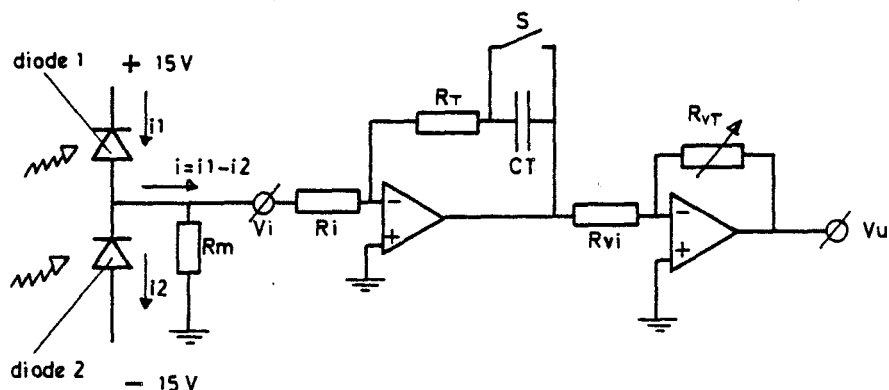


Fig. 2.10: De regelversterker.

In fig. 2.10 is een schema getekend van de fotodiodes en de regelversterker. De PIN-fotodiodes zijn diodes, die in de doorslagrichting staan. Ze zijn daarom te beschouwen als stroombronnen. Voor de uitgangsspanning V_u als functie van de verschilstroom i wordt gevonden:

$$V_u = \frac{i \cdot R_T \cdot R_{VT} \left(1 + \frac{1}{i\omega R_T C_T}\right)}{R_{Vi} \left(\frac{R_i}{R_m} + 1\right)} \quad (2.29)$$

Dus $\tau_i = R_T C_T$ en $K_0 = R_T R_{VT} / (R_{Vi} \cdot (R_i/R_m + 1))$

Een geschikte waarde van de weerstanden en de condensator is door "trial and error" gevonden:

$$\begin{aligned} R_m &= 4,7 \text{ k}\Omega & C_T &= 1 \text{ nF} \\ R_i &= 1 \text{ k}\Omega & R_{Vi} &= 10 \text{ k}\Omega \\ R_T &= 470 \text{ k}\Omega & R_{VT} &= 10 \text{ k}\Omega \text{ variabel} \end{aligned}$$

Door schakelaar S te sluiten kan de integrator "gereset" worden. De voorspanning van de hoogspanningsversterker wordt op de helft van de maximale spanning ingesteld, zodat compensatie in twee richtingen mogelijk is. Na een reset wordt weer in het midden van het regelbereik begonnen.

Het werkpunt komt vanzelf op een negatieve flank van het interferentiesignaal te liggen (fig. 2.6), zodat een tegenkoppeling ontstaat. Dit komt, omdat bij de positieve flank een meekoppeling ontstaat, waardoor het systeem "van de flank springt".

HOOFDSTUK 8: Metingen aan de compenserende MZI.

8.1 De rondgaande versterking.

De werking van het regelsysteem is gecontroleerd, door spiegel S3 van de interferometer een oscillerende beweging te laten uitvoeren d.m.v. een piëzo-elektrische translator met frequentie ω . De in- en uitgangsspanning van de terugkoppolversterker is als functie van de frequentie gemeten (V_u en V_i uit fig. 2.6). Deze wordt gemeten over een parallelschakeling van R_m en R_i . Voor de verhouding van V_u en V_i moet dan gelden:

$$\frac{V_u}{V_i} = \left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_i} \right) \frac{R_{VT} R_T \left(1 + \frac{1}{i\omega R_T C_T} \right)}{R_{Vi} \left(\frac{R_T}{R_m} + 1 \right)}$$

R_{Vi} is ingesteld op $4,8 \text{ k}\Omega$ dan:

$$\left| \frac{V_u}{V_i} \right| = A \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau_i^2}} \quad (2.30)$$

waarbij $A = 0,225$ en $\tau_i = 4,7 \cdot 10^{-7}$

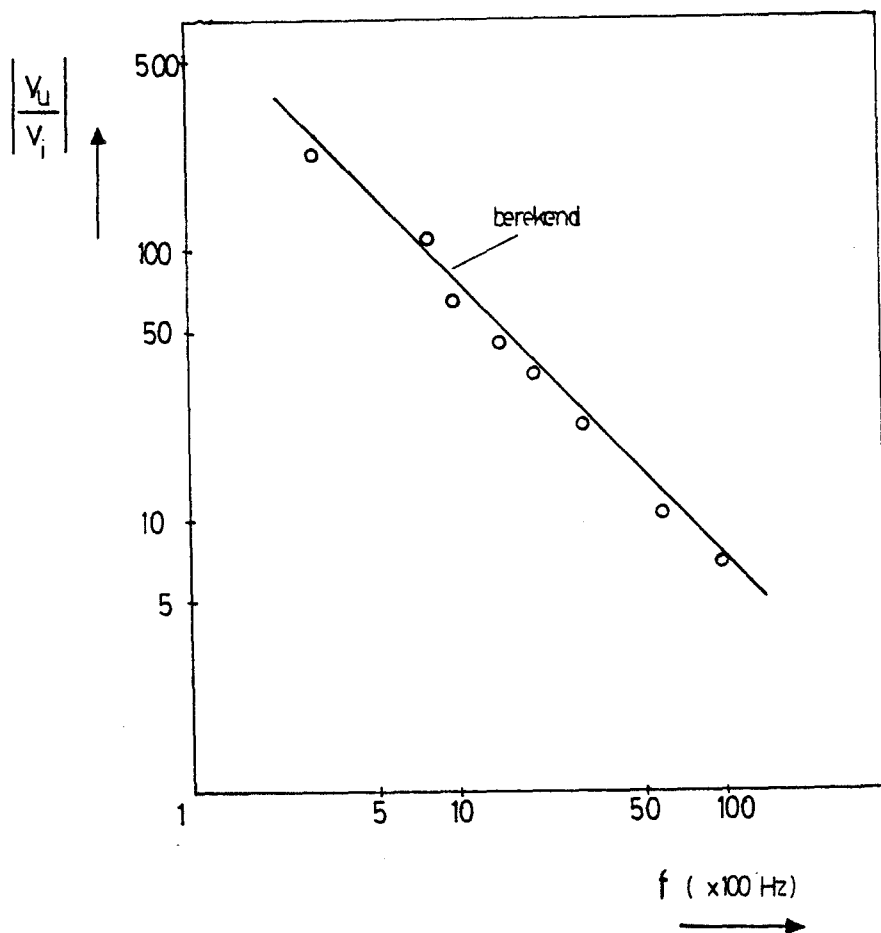


Fig. 2.11: Gemeten en berekende waarden van $\left| \frac{V_u}{V_i} \right|$ van de regelversterker tijdens operatie

In figuur 2.11 zijn de gemeten waarden van $\left| \frac{V_u}{V_i} \right|$ en de waarden berekend volgens vergelijking (2-30), als functie van de frequentie uitgezet. Hieruit blijkt, dat de regelversterker tijdens operatie voldoet aan de verwachtingen.

Om de maximale rondgaande versterking te bepalen, moet de overdrachtsfunctie M van de rest van het systeem bekend zijn.

Door aan de ingang van de hoogspanningsversterker een signaal aan te bieden en de verschilstroom van de fotodiodes te meten, kan M bepaald worden. De verschilstroom is afhankelijk van de uitlijning. Bij een goede uitlijning is $\sqrt{i^2 - i_0^2}$ groter dan bij een slechte (Hoofdstuk 4). Als bij een bepaalde uitlijning de versterkingsfactor van de regelversterker wordt opgevoerd, blijkt dat bij een bepaalde rondgaande versterking het systeem gaat oscilleren met een frequentie van 3×10^5 Hz. Het systeem is dan instabiel.

In tabel 1 zijn die waarden van M, K_0 van de regelversterker en MK_0 , waarbij het systeem nog net stabiel is voor drie verschillende uitlijningen weergegeven. De rondgaande versterking blijkt onafhankelijk van de uitlijning van de MZI te zijn. Dit is kenmerkend voor een lineair systeem.

Tabel 2.1: Hoogste waarden van verschillende M, K_0 en MK_0 , waarbij het systeem nog net stabiel is bij verschillende uitlijning van de MZI

M (mA/V)	K_0 (V/mA)	MK_0
4,43	0,240	1,06
3,72	0,274	1,02
3,04	0,378	1,06

De rondgaande versterking is $MK_0 (1 + (i\omega\tau_i)^{-1})$ met $\tau_i = 4,7 \cdot 10^{-7}$ s.

Voor een meetserie met de compenserende MZI kan de rondgaande versterking zo ingesteld worden, dat het systeem nog net stabiel is. Men is dan verzekerd van de maximale rondgaande versterking. Met behulp van (2-27) vinden we voor de relatieve amplitude van het ongecompenseerde faseverschil tussen de twee bundels:

$$\frac{|\Delta\phi|}{|\phi_{obj}|} \approx \frac{\omega\tau_i}{MK_0} = \frac{f}{3,6 \cdot 10^5}$$

En de fase van het ongecompenseerde faseverschil:

$$\arg(\phi_{pc}) - \arg(\phi_{obj}) = \arctan\left(\frac{f}{3,6 \cdot 10^5}\right)$$

Voor $f = 150$ Hz is het ongecompenseerde gedeelte $0,04\%$ resp. $4 \cdot 10^{-4}$ rad. Bij 3500 Hz 1% resp. $0,01$ rad.

8.2. De statische ijking.

De werking van de gecompenseerde MZI is voor langzame dichtheidsvariaties gecontroleerd, door de meetbundel door een gesloten vat met twee vensters te laten lopen. Het vat wordt eerst vacuum gepompt. Daarna laten we het vat langzaam vollopen met droge stikstof en meten de druk. Uit de benodigde compensatiespanning kan de Gladstone-Dale-constante $\frac{n-1}{\rho}$ bepaald worden. De druk verloopt zo langzaam dat een isotherme benadering redelijk is. De Gladstone-Dale-constante kan met vergelijking (2-3) en (2-6) berekend worden:

$$\kappa = \frac{V_{pc} \lambda_1 R T}{\Delta p \cdot 2L V_{\frac{1}{2}\lambda}}$$

Er is voor droge stikstof gekozen, omdat normale lucht waterdamp bevat die de Gladstone-Dale-constante beïnvloedt. Deze invloed is groot als na het leegpompen water in het vat achterblijft t.g.v. condensatie.

Om de Gladstone-Dale-constante experimenteel te bepalen moet $V_{\frac{1}{2}\lambda}$ (gemeten via de monitorspanning) nauwkeurig bekend zijn. We meten $V_{\frac{1}{2}\lambda} = 169,5$ V.

De druk in het vat wordt van nul tot $9 \cdot 10^3$ Pa gevarieerd. Dit is ongeveer het gehele meetbereik van de MZI. Uit de metingen volgt een Gladstone-Dale-constante van $\kappa = 2,40 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{kg}$.

Voor stikstof wordt in de literatuur gevonden (LAN55):
 $\rho = 1,250$ en $n-1 = 297,5 \cdot 10^{-6}$ ($\lambda = 6,328 \text{ \AA}$) dus $\kappa = 2,38 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{kg}$
 De afwijking is binnen 1% .

8.3. De dynamische ijking.

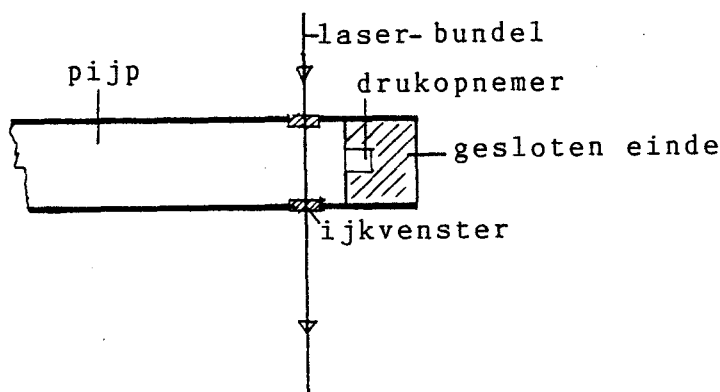


Fig. 2.12: De meetsituatie bij de statische ijking

De compenserende MZI is voor harmonische druksignalen getest door de monitorspanning te vergelijken met een drukopnemer. De meetsituatie is weergegeven in fig.(2.12). De tekening stelt het gesloten einde van het T-stuk voor (par. 3-3, deel 1). Op een afstand $\delta = 1\text{ cm}$ van het gesloten einde zijn twee ijkvensters in de pijp gemonteerd. In het gesloten einde zit een drukopnemer. Met behulp van een luidspreker wordt een geluidsgolf opgewekt van ongeveer 100 Pa. Ter plaatse van het gesloten eind bevindt zich een drukbuik. Omdat de frequentie van de golven beneden de afsnijfrequentie van de pijp ligt, zijn de geluidsgolven uniform over de doorsnede en men kan voor de afstand van

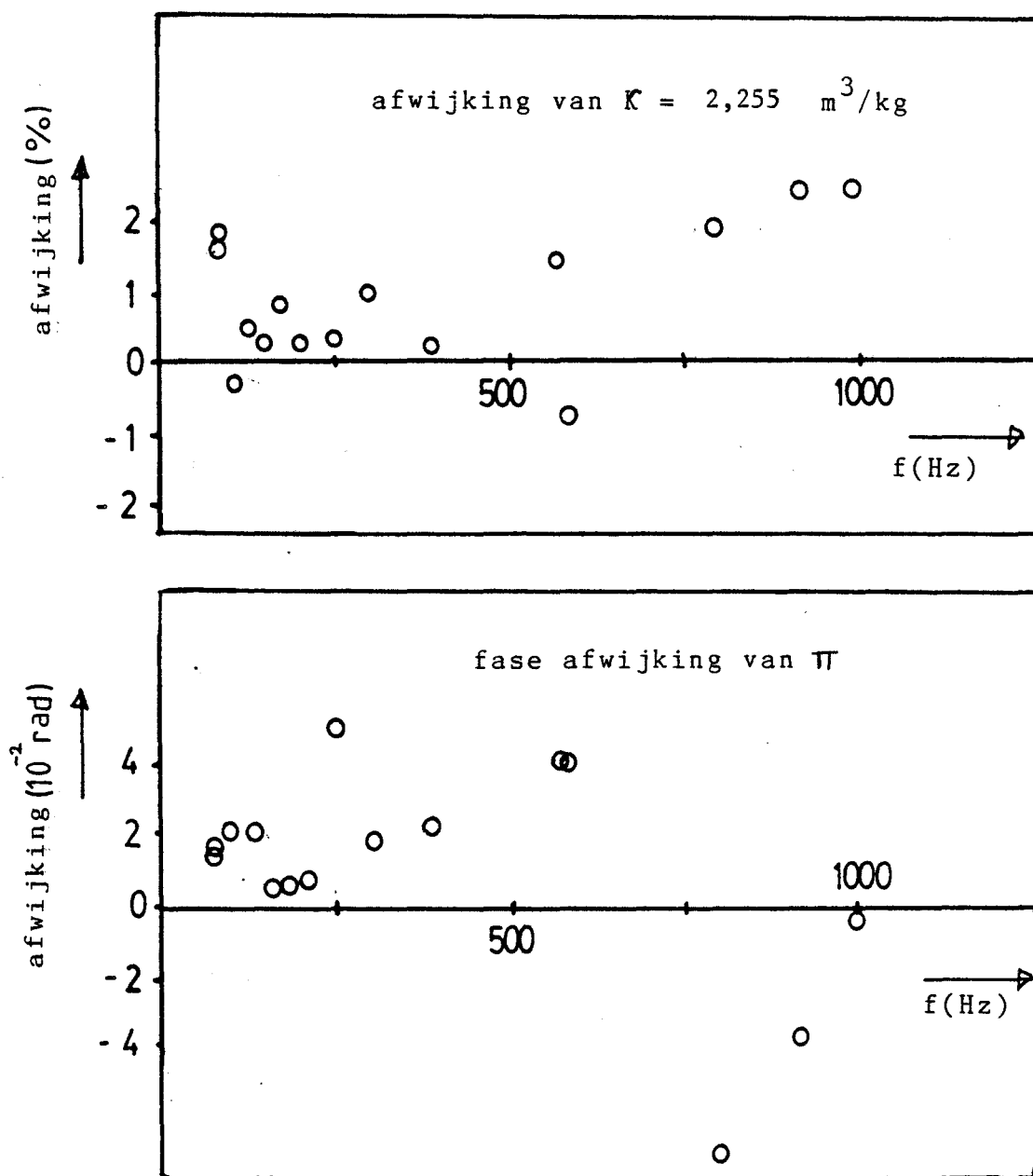


Fig. 2.13: De dynamische ijking

de laserbundel tot de drukopnemer corrigeren, door het signaal van de drukopnemer met een factor $\cos\left(\frac{\omega}{c}\delta\right)$ te vermenigvuldigen (c is de geluidssnelheid). De half-lambda-spanning van de Pockels-cel is onder dynamische omstandigheden bepaald op $167,5 \pm 2V$. Deze blijkt onafhankelijk van de voorspanning op de Pockels-cel te zijn. Hieruit volgt dat de Pockels-cel een lineair instrument is.

Voor lucht met een vochtigheidsgraad van 50% geldt dat $\kappa = 2,255 \cdot 10^{-4}$ m³/kg. De afwijking van de gemeten κ t.o.v. deze waarde is als functie van de frequentie uitgezet in figuur 2.13a. Het monitorsignaal en de druk zijn in tegenfase.

De afwijking van κ is uitgezet in de grafiek van fig. 2.13b. Er is geen significante frequentie-afhankelijkheid te zien. Voor de meeste meetpunten is de afwijking van de gemeten Gladstone-Dale-constante kleiner dan 2%. De meeste afwijkingen van de fase liggen binnen $4 \cdot 10^{-2}$ rad. Uit (2-27) en (2-28) volgt dat deze afwijkingen geen gevolg zijn van onvolledige compensatie. Het kan een gevolg zijn van niet ideaal zijn van het meetobject.

8.4: Storingen.

De MZI blijkt niet alleen gevoelig te zijn ter plaatse van de meetbundel, maar ook voor geluid dat op andere plaatsen van de MZI aanwezig is. Deze gevoeligheid voor dit achtergrondgeluid heeft twee oorzaken:

Ten eerste zal het gietijzeren frame, waarin de interferometer gebouwd is (fig. 2.3) door het geluidsveld in trilling worden gebracht. De grootste amplitude van deze mechanische trilling vindt plaats aan de uiteinden van het frame bij spiegel S1 en S3. Daar is de interferometer dan ook het gevoeligst, als men met een luidspreker op de interferometer instraalt. Deze trilling is te vergelijken met de trilling van een stemvork. Frequenties waarbij dit voorkomt zijn 280 Hz, 610 Hz, 1800 Hz en 2600 Hz.

Een andere oorzaak van gevoeligheid voor achtergrondgeluid is het ontstaan van staande golven in de buizen van het frame die de fase van de laserbundel beïnvloeden.

Deze akoestische resonanties blijken sterk te worden beïnvloed door openingen in het frame al of niet dicht te stoppen. Het interferometersignaal is hiervoor gevoelig.

Het omhulsel van de laser zelf blijkt ook invloed te hebben op de resonanties binnen het interferometerframe. Als de kap van het omhulsel wordt weggehaald is het effect sterk verminderd, waaruit geconcludeerd kan worden dat de laser en de buizen van het frame een gekoppelde trilling uitvoeren.

Verbetering werd verkregen door een laag lood aan te brengen tussen de plaat waarop de laser en de Pockels-cel staan en het frame. De buizen van het frame zijn dichtgemaakt, zodat geluid niet gemakkelijk "binnendringen" kan. Niettemin zijn er toch resonanties bij 210 Hz, 300 Hz en 1150 Hz.

De verhouding van het signaal ten gevolge van achtergrondgeluid t.o.v. het signaal ten gevolge van dichtheidsveranderingen in het meetobject is afhankelijk van de aard van het meetobject. Voor de opstelling beschreven in par. 3.3 van deel 1 werd gevonden:

$$1,5 \% < \frac{\text{achtergrond}}{\text{signaal}} < 6 \%$$

Een andere storingsfactor wordt gevormd door ruis en laseroscillatie op het monitorsignaal. Het ruisniveau (0,2 mV) komt neer op 0,1% t.o.v. het maximale meetsignaal. Uitgedrukt in $\Delta\rho.L$ is dit 10^{-6} kg/m².

Verder heeft de MZI een drift die het gevolg is van temperatuurverandering in de ruimte (uitzetting van het frame en het gas in het object). Deze drift is zeer laagfrequent en kan d.m.v. een hoogdoorlaadfilter van het eigenlijke signaal gescheiden worden. In de meeste gevallen duurt het enkele minuten voordat de MZI buiten zijn regelbereik is.

Dichtheidsvariatiaties hangen niet uitsluitend samen met drukvariatiaties, langskomende temperatuurinhomogeniteiten in het gas verstoren het signaal. Een temperatuurverschil van 1°C komt overeen met 400 pa.

HOOFDSTUK 9: Conclusies.

We kunnen voor de compenserende MZI het volgende concluderen:

- Het regelsysteem werkt bevredigend; de compensatiefout is gelijk aan $f/3,6 \cdot 10^5$.
- De experimenteel bepaalde Gladstone-Dale-constante komt goed overeen met de waarde uit de literatuur.
- Het meetbereik is vergroot ten opzichte van de niet gecompenseerde MZI van $\Delta\rho \cdot L = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}^2$ tot $\Delta\rho \cdot L = 1,24 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}^2$ (lucht).
- De gevoeligheid is niet meer afhankelijk van de uitlijning van de laserbundels.
- De MZI is zeer gevoelig voor geluid dat buiten het meetobject aanwezig is.
- De MZI is gevoelig voor dichtheidsvariatie t.g.v. temperatuurinhomogeniteit. Dit geeft problemen als dichtheidsvariatië geïnterpreteerd worden als drukvariatië.
- De hoogspanningsversterker heeft hysteresis tussen 10 en 50 Hz, zodat daar niet nauwkeurig gemeten kan worden.

(Zie ook deel 1 par.2.1).

APPENDICES

A P P E N D I X A: UITGEWERKTE THEORIE

A.1 Basisvergelijkingen

A.2 Vlakke golven en de reflectiecoëfficiënt voor een discontinuïteit

A.3 Het ééndimensionale model van het T-stuk

A.4 Modeontwikkeling

A.4.1. De functie van Green m.b.v. modeontwikkeling

A.4.2. Afleiding van een betrekking tussen het veld van de drie takken in het T-stuk.

APPENDIX A: UITGEWERKTE THEORIE.A.1. Basisvergelijkingen.

We gaan uit van de exacte uitdrukking voor massabehoud en de exacte impulsvergelijking:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial (\rho' u_i)}{\partial y_i} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial (\rho' u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (p'_{ij} + \rho' u_i u_j)}{\partial y_j} = 0 \quad (\text{A.2})$$

Hierin is ρ' de dichtheid van het medium, u_i de snelheid en

$$p'_{ij} = p \delta_{ij} - \tau_{ij} \quad (\text{A.3})$$

p is de druk, τ_{ij} is de visceuze spanning en δ_{ij} is de Kronecker δ -functie. Als we $\frac{\partial}{\partial y_i}$ van (A-2) aftrekken van $\frac{\partial}{\partial t}$ van (A-1) volgt:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 (\rho' u_i u_j + p'_{ij})}{\partial y_i \partial y_j} \quad (\text{A.4})$$

waarin gesteld is $\rho' = \rho_0 + \rho$ met ρ de dichtheidsverstoring en ρ_0 het constante deel van de dichtheid.

Als we beide zijden aftrekken:

$$c^2 \nabla^2 \rho = c^2 \frac{\partial^2 p \delta_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}$$

met c een constante

en als we de spanningstensor van Lighthill definiëren:

$$T_{ij} = \rho' u_i u_j + p_{ij} - c^2 \rho \delta_{ij} \quad (\text{A.5})$$

krijgen we

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} \quad (\text{A.6})$$

Vergelijking A-6 is als golfvergelijking te interpreteren in een homentrop gebied zonder gemiddelde snelheid. c is dan de geluidssnelheid als:

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2 \quad (\text{A.7})$$

In een homentrop stroming kan de viscositeit en de warmtegeleiding worden verwaarloosd, dan geldt met (A-7):

$$T_{ij} = \rho' u_i u_j \quad (\text{A.8})$$

De niet-lineaire termen in de impulsvergelijking blijken de bronterm voor (A-6) te zijn. Bij verwaarlozing van de dichtheidsfluctuatie in deze term, wordt dit: $T_{ij} = \rho_0 u_i u_j$

$$(\text{A.9})$$

A.2. Vlakke golven en de reflectiecoëfficiënt voor een discontinuïteit.

In een vierkante pijp kunnen zich alleen vlakke golven voortplanten als geldt dat:

$$\frac{\omega}{c} < \frac{\pi}{D} \quad \text{of} \quad \lambda > 2D$$

Hierin is D de doorsnede van de pijp, ω de hoëkfrequentie en λ de golflengte. De niet vlakke golven sterven exponentieel uit. We hebben dan te maken met een ééndimensionaal probleem (DOW83).

Beschouw in plaats van de dichtheidsverstoring ρ de drukverstoring $p = c^2 \rho$. Als plaats parameter wordt x genomen. Verder nemen we aan dat T_{ij} gelijk aan nul is, en dat we met harmonische golven te maken hebben waarvoor geldt:

$$p(x,t) = p(x) \cdot e^{-i\omega t} \quad (\text{A.10})$$

Dan is een oplossing van (A-6):

$$p(x,t) = A e^{i(kx - \omega t)} + B e^{-i(kx + \omega t)}$$

met $k = \omega/c$.

Als we (A-2) lineairiseren geldt in een dimensie:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{A.11})$$

en stel:

$$u(x,t) = u(x) \cdot e^{-i\omega t}$$

Dan vinden we voor de snelheid met (A-10) en (A-11)

$$u(x) = \frac{1}{\rho_0 c} (A \cdot e^{ikx} - B \cdot e^{-ikx}) \quad (\text{A.12})$$

Als we met vlakke golven te maken hebben kunnen we de reflectiecoëfficiënt R van een discontinuïteit in een pijp definiëren (Bijvoorbeeld een open eind, gesloten eind, vertakking of doorsnedeverandering).

Een golf p^+ loopt in de richting naar de discontinuïteit en wordt dan gereflecteerd.

P^- is de gereflecteerde golf. Voor P^+ en P^- geldt:

$$p^+(x) = p^+ \cdot e^{ikx}$$

$$p^-(x) = p^- \cdot e^{-ikx}$$

De reflectiecoëfficiënt R is de verhouding van P^- en P^+ in een referentievlak op $x = L$:

$$R = |R| \cdot e^{i \arg(R)} = \frac{p^- e^{-ikL}}{p^+ e^{ikL}} \quad (\text{A.13})$$

Hierin is $|R|$ de verhouding van de amplituden van de heengaande en teruggekaatste golf. $\text{Arg}(R)$ is het faseverschil. Het faseverschil is afhankelijk van de keuze van het referentievlak. Als $\text{arg}(R) = \pi + n \cdot 2\pi$ (n geheel) is het referentievlak een drukknop. Als $\text{arg}(R) = n \cdot 2\pi$ is sprake van een drukbuik. De afstand van een knop of buik tot het referentievlak wordt "eindcorrectie" genoemd. De "eindcorrectie" is afhankelijk van de frequentie als er een evenredig verband is tussen $\text{arg}(R)$ en de frequentie.

A.3. het ééndimensionale model van het T-stuk.

De relatieve verandering in drukfluctuatie $\frac{\Delta p}{p}$ en de relatieve verandering in massa flux $\frac{\Delta q}{q}$ over een vertakking met een afmeting D zijn beiden van grootte orde D/λ . Voor lage frequenties verwaarlozen we daarom de sprongen in druk en flux over de vertakking. We noemen dit de nulde orde benadering in overeenstemming met de ordening, zoals die wordt gebruikt bij de aangepaste asymptotische expansies.

Bovendien hebben we in A-2 gezien dat voor lage frequenties zich alleen vlakke golven kunnen voortplanten in een pijp. We gaan daarom uit van vlakke golven in iedere tak van het T-stuk. We kunnen dus spreken van een ééndimensionaal model.

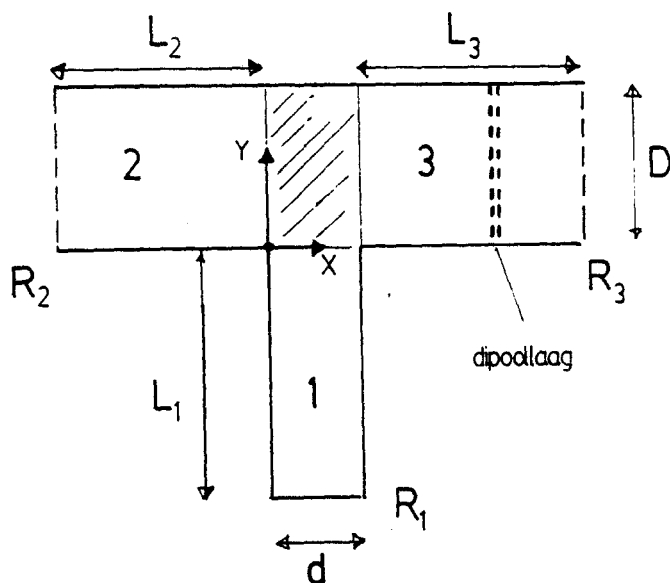


Fig. A.1: Het T-stuk met een dipool laag in tak 3.

In figuur A.1 is het T-stuk met de drie takken weergegeven. De hoofdleiding heeft doorsnede D , de zijtak doorsnede d . De takken hebben lengte L_i en reflectiecoëfficiënt R_i bij de uiteinden ($i=1,2,3$). In tak 3 zit een dipool laag op een willekeurige afstand s van het uiteinde (fig.A.2). De x -as is evenwijdig aan de hoofdleiding gekozen. De y -as evenwijdig aan de zijtak.

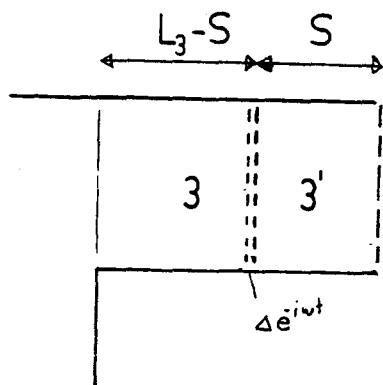


Fig. A.2: De twee gebieden in tak 3 voor en achter de dipool laag.

We stellen de drukfluctuatie en de massastroomfluctuatie over de vertakking continu. Dit betekent voor de drukken p_1 , p_2 en p_3 in respectievelijk tak 1,2,3:

$$p_1(y=0) = p_2(x=0) = p_3(x=d) \quad (\text{A.14})$$

Voor de snelheden u_1 , u_2 en u_3 geldt met

$$\rho_0 \int_S \underline{u} \cdot \underline{n} \, dS = 0$$

$$-u_1(y=0)d - u_2(x=0)D + u_3(x=d)D = 0 \quad (\text{A.15})$$

De dipool laag geeft een tijdsafhankelijke druksprong $\Delta \cdot e^{-i\omega t}$, zoals in figuur A.2 is getekend. De golven achter de dipool zijn respectievelijk:

$$p_3(x) = A_3 \cdot e^{ik(x-d)} + B \cdot e^{-ik(x-d)} \quad x \leq L_3 - S \quad (\text{A.16})$$

$$p'_3(x) = A'_3 \cdot e^{ik(x-d)} + B'_3 \cdot e^{-ik(x-d)} \quad x > L_3 - S \quad (\text{A.17})$$

Er geldt:

$$p_3(x = L_3 - S) = p'_3(x = L_3 - S) + \Delta \quad (\text{A.18})$$

Over een dipool laag is de snelheid constant. Dit betekent:

$$u_3(x = L_3 - S) = u'_3(x = L_3 - S) \quad (\text{A.19})$$

De reflectiecoëfficiënt van uiteinde 3 is gedefinieerd als:

$$R_3 = \frac{B'_3}{A'_3} e^{-2ikL_3} \quad (\text{A.20})$$

Verder stellen we

$$m_3 \equiv \frac{B'_3}{A'_3} e^{-2ikL_3} \quad (\text{A.21})$$

$$\sigma = e^{ik(L_3 - S)} \quad (\text{A.22})$$

Dan vinden we met (A.16) en (A.22) de volgende uitdrukking voor P_3 en u_3 :

$$p_3 = A_3 (e^{ik(x-d)} + m_3 e^{-ik(x-d)}) + \frac{1}{2} \Delta (\sigma - m_3 \sigma^{-1}) \quad (\text{A.23})$$

$$u_3 = \frac{A_3}{\rho_0 c} (e^{ik(x-d)} - m_3 e^{-ik(x-d)}) - \frac{\Delta}{2\rho_0 c} (\sigma - m_3 \sigma^{-1}) \quad (\text{A.24})$$

De golven in tak 1 zijn:

$$p_1 = A_1 \cdot e^{iky} + B_1 \cdot e^{-iky} \quad (\text{A.25})$$

$$u = \frac{1}{\rho_0 c} (A_1 \cdot e^{iky} - B_1 \cdot e^{-iky}) \quad (\text{A.26})$$

en:

$$R_1 = \frac{A_1}{B_1} e^{-2ikL_1} \quad m_1 \equiv \frac{A_1}{B_1} = R_1 e^{2ikL_1} \quad (\text{A.27})$$

in tak 2 geldt analoog:

$$p_2 = A_2 \cdot e^{ikx} + B_2 \cdot e^{-ikx} \quad (\text{A.28})$$

$$u_2 = \frac{1}{\rho_0 c} (A_2 \cdot e^{ikx} - B_2 \cdot e^{-ikx}) \quad (\text{A.29})$$

$$R_2 = \frac{A_2}{B_2} e^{-2ikL_2} \quad m_2 \equiv \frac{A_2}{B_2} = R_2 \cdot e^{2ikL_2} \quad (\text{A.30})$$

Met behulp van (A.14) en (A.15) en (A.23) t/m (A.30) vinden we een uitdrukking voor de drukfluctuatie op het gesloten uiteinde op $Y=-L_1$. Als functie van de parameters van het T-stuk en het golf geldt:

$$p_1(y=-L_3) = \frac{(m_1 e^{-ikL_3} + e^{ikL_3}) \cdot \Delta \cdot (\sigma - m_3 \sigma^{-1}) \cdot D}{(1 + m_3)(1 + m_1) \left(\frac{1-m_1}{1+m_1} d + \frac{1-m_2}{1+m_2} D + \frac{1-m_3}{1+m_3} D \right)} \quad (\text{A.31})$$

Met deze uitdrukking kunnen de akoestische resonantiefrequenties van het T-stuk bepaald worden.

Uit dit model volgt ook nog een eigenschap van de reflectiecoëfficiënt van de vertakking. Op uiteinde 1 bevindt zich een gesloten einde dus $R_1 = 1$.

Als $\frac{L_1}{\lambda} = \frac{n}{2} + \frac{1}{4}$ (met n geheel), dan geldt met behulp van (A.27): $m_1 = 1$.

Door toepassen van (B.14) volgt $A_2 + B_2 = 0$

$$A_3 + B_3 = 0 \quad (\text{A.32})$$

Als een golf in tak 2 in de richting van de vertakking loopt, is de reflectiecoëfficiënt van de vertakking gelijk aan:

$$R = \frac{B_2}{A_2}$$

met (A.32) geeft dit $R = -1$. Als een golf in tak 3 in de richting van de vertakking loopt geldt:

$$R = \frac{A_3}{B_3} \quad \text{met } R = -1$$

Een afgesloten zijtak met lengte $\lambda \left(\frac{n}{2} + \frac{1}{4} \right)$ heeft dus in nulde-ordebenadering reflectiecoëfficiënt -1 .

A.4. Mode ontwikkeling.

A.4.1. De functie van Green m.b.v. mode-ontwikkeling.

i) Algemeen.

We beschouwen de drukfluctuatie p . De volgende vergelijking moet opgelost worden:

$$\nabla^2 p + k^2 p = Q \quad (\text{A.33})$$

Hierin is Q een willekeurige brontherm. De gezochte oplossingen zijn gedwongen trillingen. Deze gedwongen trillingen zijn te vinden door te kijken naar vrije trillingen. Dit zijn oplossingen van de homogene vergelijking (SOM64); de modes m .

$$\nabla^2 \phi_m + k_m^2 \phi_m = 0 \quad (\text{A.34})$$

De modes moeten aan de randvoorwaarden voldoen, die gekozen zijn voor de functie van Green.

Als de randvoorwaarden van het type:

$$\frac{\partial \phi_m}{\partial y_i} n_i = \xi \phi_m$$

is, dan is eenvoudig te bewijzen, dat de modes een orthogonaal stelsel vormen (ξ is een parameter afhankelijk van de plaats en frequentie). Na normering ontstaat een orthonormaal stelsel.

$$\int_V \phi_m \phi_n dV = \delta_{mn} \quad (\text{A.35})$$

De oplossing van (A.33) is te ontwikkelen in een reeks in ϕ_m .

$$p = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \phi_m \quad (\text{A.36})$$

Voor A_m geldt dan:

$$A_m = \frac{1}{k^2 - k_m^2} \int_V \phi_m Q dy \quad (\text{A.37})$$

Dit is in te zien door (A.36) in (A.33) in te vullen, vermenigvuldigen met n en integreren over V .

De definitie van de functie van Green is:

$$\nabla^2 G + k^2 G = \delta(\underline{x} - \underline{y}) \quad (\text{A.38})$$

We vinden dan met (A.36) en (A.33)

$$G(\underline{y}, \underline{x}) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\phi_m(\underline{y}) \phi_m(\underline{x})}{k^2 - k_m^2} \quad (\text{A.39})$$

ii) De functie van Green in een tweedimensionale rechthoekige ruimte.

De vertakking is een tweedimensionale rechthoekige ruimte. Hiervoor wordt de functie van Green bepaald.

Als randvoorwaarde wordt gekozen:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial y_i} \right) \cdot n_i = 0 \quad (\text{A.40})$$

Met behulp van separatie van variabelen en normering wordt als oplossing van (A.39) gevonden: (k_{mm} in plaats van k_m)

$$\phi_{nm} = \sqrt{\frac{\gamma_n \gamma_m}{D_1 D_2}} \cos\left(\frac{n\pi y_1}{D_1}\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi y_2}{D_2}\right) \quad (\text{A.41})$$

$$k_{nm}^2 = \left(\frac{n\pi}{D_1}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{D_2}\right)^2 \quad (\text{A.42})$$

n en m zijn natuurlijke getallen. $\gamma_0 = 1$, $\gamma_j = 2$ voor $j \geq 1$.

De functie van Green is dan:

$$G(\gamma_1, \gamma_2 / x_1, x_2) = \frac{1}{D_1 D_2} \sum_{n,m} \frac{\gamma_n \gamma_m \cos\left(\frac{n\pi \gamma_1}{D_1}\right) \cos\left(\frac{m\pi \gamma_2}{D_2}\right) \cos\left(\frac{n\pi x_1}{D_1}\right) \cos\left(\frac{m\pi x_2}{D_2}\right)}{k^2 - \left(\frac{n\pi}{D_1}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{D_2}\right)^2} \quad (\text{A.43})$$

B.4.2. Afleiding van een betrekking tussen het veld van de drie takken in het T-stuk.

Beschouw het 2-dimensionale T-stuk van fig. A.3.

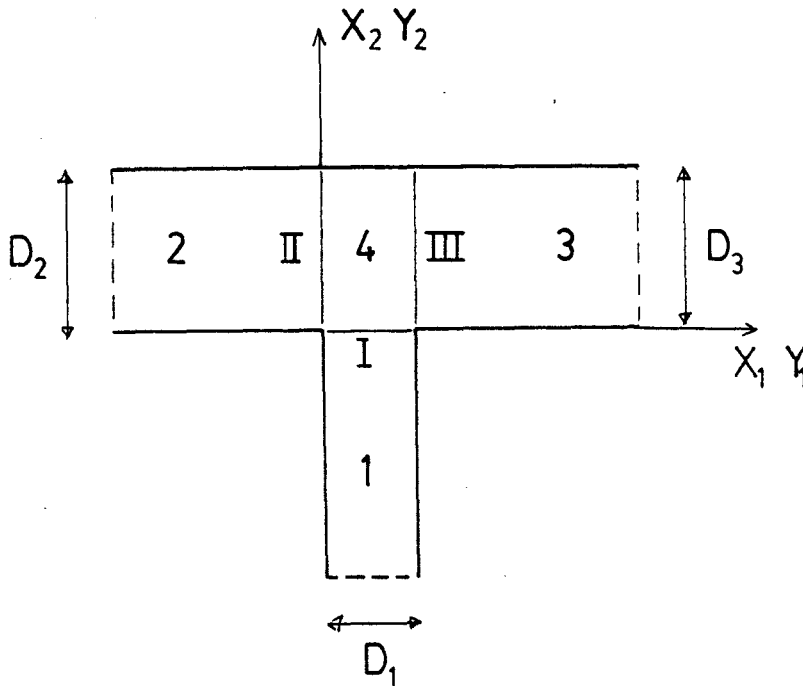


Fig. A.3: Het T-stuk verdeeld in vier gebieden.

Het T-stuk wordt in vier gebieden verdeeld. De drie takken (1-3) en de vertakking (4). Als geen bronnen verondersteld worden, moeten we

oplossen:

$$(\nabla^2 + k^2)p = 0$$

We schrijven eerst de formele oplossing van deze vergelijking in de gebieden 1, 2 en 3, in de vorm van een mode-ontwikkeling. Met separatie van variabelen vinden we:

$$p_1 = \sum_{n=0}^{\infty} p_{n1} \quad (\text{A.44})$$

$$p_{n1} = \cos\left(\frac{n\pi x_1}{D_1}\right) \cdot \left[A_{n1} e^{ik_n^{(1)} x_2} + B_{n1} e^{-ik_n^{(1)} x_2} \right] \quad (\text{A.45})$$

$$p_2 = \sum_{n=0}^{\infty} p_{n2} \quad (\text{A.46})$$

$$p_{n2} = \cos\left(\frac{n\pi x_2}{D_2}\right) \cdot \left[A_{n2} e^{ik_n^{(2)} x_1} + B_{n2} e^{-ik_n^{(2)} x_1} \right] \quad (\text{A.47})$$

$$p_3 = \sum_{n=0}^{\infty} p_{n3} \quad (\text{A.48})$$

$$p_{n3} = \cos\left(\frac{n\pi x_2}{D_2}\right) \cdot \left[A_{n3} e^{-ik_n^{(3)} (x_1 - D_1)} + B_{n3} e^{ik_n^{(3)} (x_1 - D_1)} \right]$$

(A.49)

Het theorema van Green wordt nu toegepast op p voor een punt x in gebied 4 geeft analoog aan (2-7):

$$p(x) = \int_V G(\underline{y}, \underline{x}) Q(\underline{y}) d\underline{y} - \int_S \left(G(\underline{y}, \underline{x}) \frac{\partial p(\underline{y})}{\partial y_i} - p(\underline{y}) \frac{\partial G(\underline{y}, \underline{x})}{\partial y_i} \right) n_i dS(\underline{y})$$

met $\left(\frac{\partial G}{\partial y_i} \right) n_i = 0$ en $Q=0$ blijft over:

$$p(\underline{x}) = - \int_S G(\underline{y}, \underline{x}) \frac{\partial p(\underline{y})}{\partial y_i} n_i dS(\underline{y}) \quad (\text{A.50})$$

De functie van Green is bekend (A.13). We substitueren nu de mode-ontwikkeling (A-44) t/m (A.49) in het rechter lid van (A.50). We krijgen dan formeel:

$$p(\underline{x}) = - \sum_{n=0}^{\infty} \int_S G(\underline{y}, \underline{x}) \frac{\partial p_n}{\partial y_i} n_i dS(\underline{y}) \quad (\text{A.51})$$

waarbij de afgeleide van de bij de betreffende rand behorende p_n in de normaalrichting moet worden genomen.

De gevonden uitdrukking voor $p(x)$ is niet alleen geldig in het inwendige van gebied 4, maar ook op de rand ervan. Continuïteit eist dat p uit (A.50) daar gelijk moet zijn aan p uit de oplossing voor de takken. Op de rand geldt dus:

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_u = - \sum_{n=0}^{\infty} \int_S G(\underline{y}, \underline{x}) \frac{\partial p_u}{\partial y_i} n_i dS(\underline{y}) \quad (\text{A.52})$$

We beschouwen nu als voorbeeld rand I. Vermenigvuldig met $\cos\left(\frac{m\pi x_1}{D_1}\right)$ en integreer over rand I:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{D_1} dx_1 \cos\left(\frac{m\pi x_1}{D_1}\right) \cos\left(\frac{n\pi x_1}{D_1}\right) [A_{n1} + B_{n1}] = \\ -i \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{D_1} dx_1 \int_0^{D_1} dy_1 \cos\left(\frac{m\pi x_1}{D_1}\right) \cos\left(\frac{n\pi y_1}{D_1}\right) G(y_1, 0 | x_1, 0) k_{m1} [A_{n1} - B_{n1}] \\ -i \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{D_1} dx_1 \int_0^{D_2} dy_2 \cos\left(\frac{m\pi x_1}{D_1}\right) \cos\left(\frac{n\pi y_2}{D_2}\right) G(0, y_2 | x_1, 0) k_{m2} [A_{n2} - B_{n2}] \\ -i \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{D_1} dx_1 \int_0^{D_2} dy_2 \cos\left(\frac{m\pi x_1}{D_1}\right) \cos\left(\frac{n\pi y_2}{D_2}\right) G(D_1, y_2 | x_2, 0) k_{m3} [A_{n3} - B_{n3}] \end{aligned}$$

(A-53)

Voor rand II en III worden soortgelijke uitdrukkingen gevonden. Gebruik makend van de orthogonaliteit van de cosinusfuncties ontstaan $3 \times \infty$ vergelijkingen voor $A_{n\alpha}$ en $B_{n\alpha}$ ($\alpha = 1, 2, 3$)

Er kan een benadering ingevoerd worden, door een eindig aantal modes in beschouwing te nemen, bijvoorbeeld alleen de eerste mode. We hebben dan vlakke golven in de drie takken van het T-stuk.

Vergelijking (A.53) en soortgelijke uitdrukkingen voor de randen II en III zijn dan in complete vorm te schrijven als:

$$A_{0\alpha} + B_{0\alpha} = \sum_{\beta=1}^{\infty} \hat{G}_{\alpha\beta} (A_{0\beta} - B_{0\beta}) \quad (A-54)$$

We vinden dan (m.b.v. (GRA65)):

$$\begin{aligned} \hat{G}_{22} = \hat{G}_{33} &= \frac{-i}{D_1 k} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\delta_j}{1 - \left(\frac{j\pi}{D_1 k}\right)^2} = -i \cotg(kD_1) \\ \hat{G}_{21} = \hat{G}_{31} &= \frac{-i}{D_2 k} \\ \hat{G}_{23} = \hat{G}_{32} &= \frac{-i}{D_1 k} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j \delta_j}{1 - \left(\frac{j\pi}{D_1 k}\right)^2} = \frac{-i}{\sin(kD_1)} \\ \hat{G}_{12} = \hat{G}_{13} &= \frac{-i}{D_1 k} \\ \hat{G}_{11} &= \frac{-i}{D_2 k} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\delta_j}{1 - \left(\frac{j\pi}{D_2 k}\right)^2} = -i \cotg(kD_2) \end{aligned} \quad (A-55)$$

Dit is een betrekking tussen de drie golven van de drie takken van het T-stuk. Dit is dezelfde betrekking als gevonden wordt door Miles (MIL47), gegeneraliseerd voor het geval $D_1 \neq D_2$. (HIR86)

Als we het akoestisch veld voorspeld door modeontwikkeling willen vergelijken met een meting kunnen we als volgt te werk gaan. Als de druk op een bepaald punt in de drie takken gemeten wordt, en de reflectiecoëfficiënten van de uiteinden bepaald zijn, geeft dit voldoende informatie om $A_{0\alpha}$ en $B_{0\alpha}$ te bepalen. Als $A_{0\alpha} + B_{0\alpha}$ als gegeven gebruikt wordt (de drukfluctuatie op de rand van de vertakking), kan met $(A-5)$ $A_{0\alpha}$ en $B_{0\alpha}$ uitgerekend worden (de snelheidsfluctuatie op de rand van de vertakking).

Op deze manier vinden we een $A_{0\alpha}$ en een $B_{0\alpha}$ die aan (A.54) voldoen.

A P P E N D I X B: REFLECTIECOEFFICIENTMETINGEN

MET DE TWEEMICROFOONMETHODE.

B.1 Principe

B.2 De opstelling

B.3 Resultaten

B.4 Conclusies

APPENDIX B: REFLECTIECOEFFICIENTMETINGEN M.B.V. DE TWEEMICROFOON METHODE.B.1. Principe.

Een vlakke harmonische golf p^+ , die door een pijp in de richting van een discontinue overgang loopt wordt bij de discontinue overgang gereflecteerd. De gereflecteerde golf is P^- . Voor de discontinuïteit is de drukfluctuatie P een combinatie van de heengaande en gereflecteerde golf:

$$p(x,t) = p_0^+ e^{i(kx - \omega t) - \alpha x} + p_0^- e^{i(kx + \omega t) + \alpha x} \quad (\text{B.1})$$

Hierin is k het golfgetal, ω de hoekfrequentie en α de dempingsfactor. In (MOR62) wordt de dempingsfactor voor een ronde buis uitgerekend. Met behulp hiervan is het algemene geval eenvoudig uit te rekenen:

$$\alpha = \frac{S \cdot k}{4A} \left[d_v - (\gamma - 1) d_h \right] \quad (\text{B.2})$$

S is de omtrek van de pijp, A is het oppervlak van de doorsnede, γ de verhouding van warmtecapaciteit bij constante druk en constant volume d_v en d_h zijn resp. de visceuze en thermische grenslaagdikte waarvoor geldt:

$$d_v = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \quad \text{en} \quad d_h = \sqrt{\frac{2a}{\omega}} \quad (\text{B.3})$$

ν = kinematische viscositeit

a = de temperatuur vereffinscoëfficiënt.

Voor lucht zijn de beide grenslaagdiktes van gelijke grootte orde. Door de drukfluctuatie op twee plaatsen x_1 en x_2 voor de discontinuïteit te meten, hebben we voldoende informatie om de reflectiecoëfficiënt te bepalen. Als het referentievlak van de discontinuïteit gekozen wordt op $x=0$ geldt:

$$R = \frac{p_0^-}{p_0^+} = \frac{p(x_1) e^{ikx_2 - \alpha x_2} - p(x_2) e^{ikx_1 - \alpha x_1}}{p(x_2) e^{-ikx_1 + \alpha x_1} - p(x_1) e^{-ikx_2 + \alpha x_2}} \quad (\text{B.4})$$

We vinden voor de modulus:

$$|R| = \frac{e^{-2\alpha x_1} + p_{12}^2 e^{-2\alpha x_2} - 2 \cdot p_{12} e^{-\alpha(x_1 + x_2)} \cdot \cos(k(x_1 - x_2) - \psi)}{e^{2\alpha x_1} + p_{12}^2 e^{2\alpha x_2} - 2 \cdot p_{12} e^{\alpha(x_1 + x_2)} \cdot \cos(k(x_1 - x_2) + \psi)}$$

en het argument:

$$\arg(R) = \arctan \left(\frac{P_{12} \sin(k(x_1+x_2)+\psi) \cdot e^{\alpha(x_1-x_2)} + \sin(k(x_1+x_2)-\psi) \cdot e^{-\alpha(x_1-x_2)} - \sin(2kx_1) - P_{12}^2 \sin(2kx_2)}{P_{12} \cos(k(x_1+x_2)+\psi) \cdot e^{\alpha(x_1-x_2)} + \cos(k(x_1+x_2)-\psi) \cdot e^{-\alpha(x_1-x_2)} - \cos(2kx_1) - P_{12}^2 \cos(2kx_2)} \right)$$

met

$$P_{12} = \frac{|p(x_1)|}{|p(x_2)|} \quad \text{en} \quad \psi = \arg \left(\frac{p(x_1)}{p(x_2)} \right)$$

Afhankelijk van het teken van de teller en noemer van de betrekking tussen haakjes, wordt het kwadrant waarin de hoek ligt bepaald.

B.2. De opstelling.

In figuur B.1. is een schematische voorstelling van de opstelling gegeven. Een toongenerator stuurt via een versterker een luidspreker aan die in een aluminium pijp een akoestische golf opwekt van ongeveer 2 Pa.

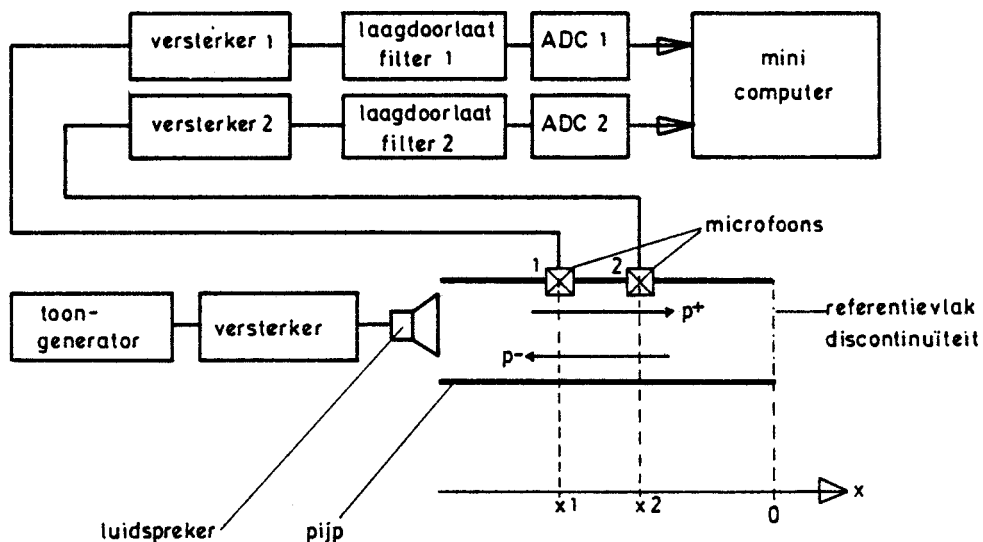


Fig. B.1: De meetopstelling.

Om mechanische trillingen van de pijp te verminderen zijn de pijp en de luidspreker ontkoppeld. De microfoons zijn met een kunststof manchet en een hoeveelheid was in een gat in de pijpwand gemonteerd, zodat een goede akoestische afsluiting wordt verkregen. De pijp heeft een vierkante doorsnede met een diameter van 6 cm.

De druksignalen worden via twee 1/4 inch condensator microfoons opgenomen. De microfoons zijn ten opzichte van elkaar geijkt. De

microfoonsignalen gaan via een versterker en een laagdoorlaatfilter naar twee synchroon lopende ADC's (Het VDF Eurobus-interfacesysteem) in combinatie met een LSI-II computer (BUR83, EGG83). Er worden per ADC 1024 samples genomen.

Met behulp van een minicomputer wordt het complexe fourier spectrum van de twee signalen bepaald (BRI 74). Hierna wordt met de fouriermode die het sterkst aanwezig is verder gerekend. Op deze manier wordt een zeer smal bandfilter verkregen, waardoor de metingen minder gevoelig zijn voor storingen van buiten af. Uit de complexe amplitudes zijn eenvoudig de amplitudeverhouding en het faseverschil tussen beide signalen te bepalen.

B.3. Resultaten.

Allereerst bespreken we de metingen van de reflectiecoëfficiënt van een gesloten einde. De microfoons zijn op respectievelijk 10 en 17 cm van het gesloten einde geplaatst. De resultaten van de absolute waarde zijn wel en niet gecorrigeerd voor demping weergegeven in fig.B.2. Voor een vierkante pijp met een diameter van 6 cm geldt:

$$\alpha = 4,12 \cdot 10^{-4} \sqrt{\omega}$$

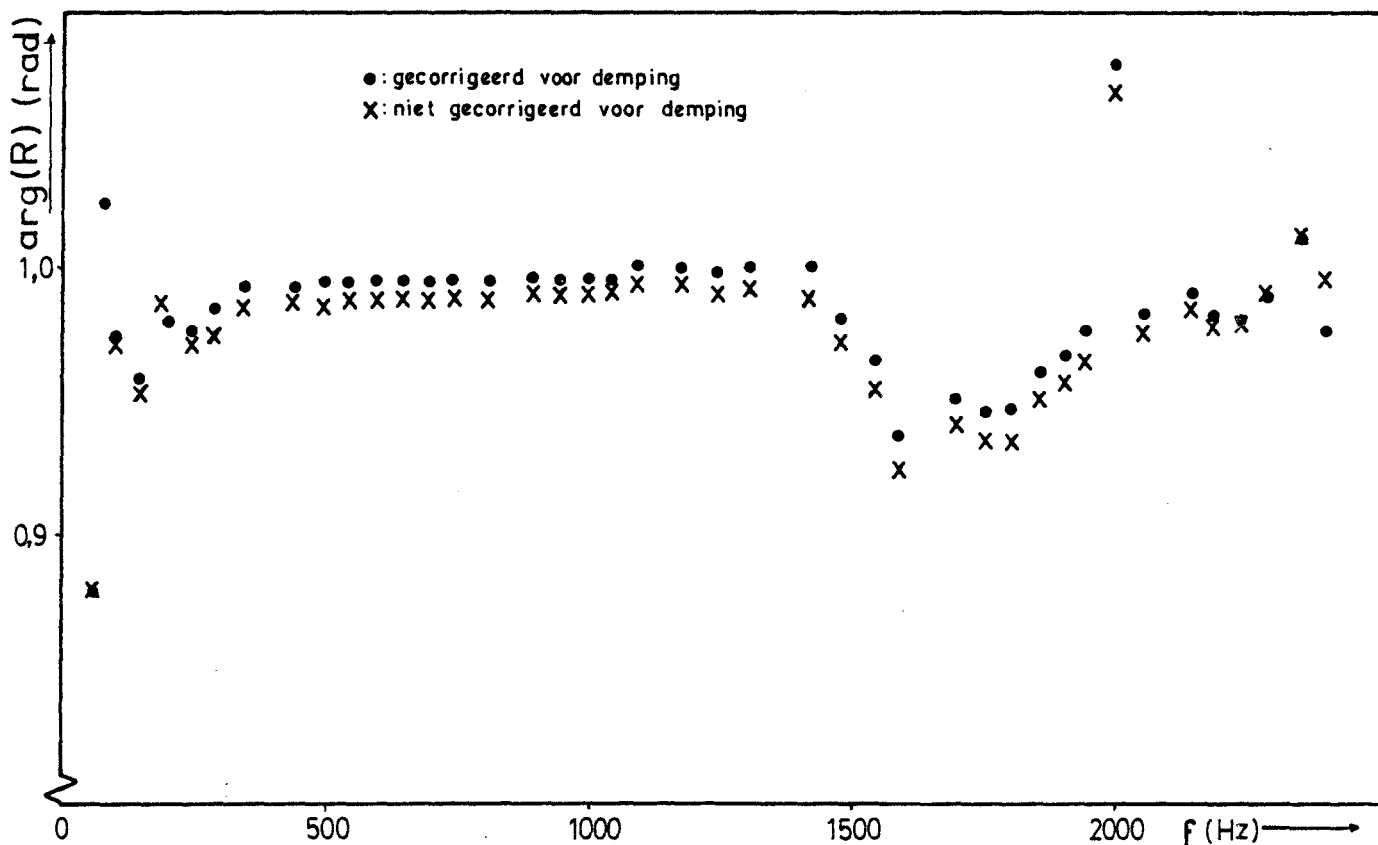


Fig. B.2: De absolute waarde van de reflectie coëfficiënt van een gesloten einde wel en niet gecorrigeerd voor demping.

Afgezien van een kleine absorbtie* verwacht men voor een gesloten einde $|R|=1$ en $\arg(R)=0$. Bij lage frequentie is de spreiding in de metingen groot. Tussen 300 en 1400 Hz ligt de voor demping gecorrigeerde reflectiecoëfficiënt binnen 1% op de waarde 1. De demping is ongeveer 0,5% van $|R|$. Bij 1400 Hz worden de metingen nauwkeuriger, vanwege wandtrillingen. Rond 1500 Hz zijn duidelijke pijpstrillingen waargenomen.

In fig.B.3. zijn de metingen van het argument weergegeven. Het voor demping gecorrigeerde argument is op 10^{-4} rad. gelijk aan het nietgecorrigeerde argument. Bij lage frequentie is de spreiding groot net als bij de absolute waarde.

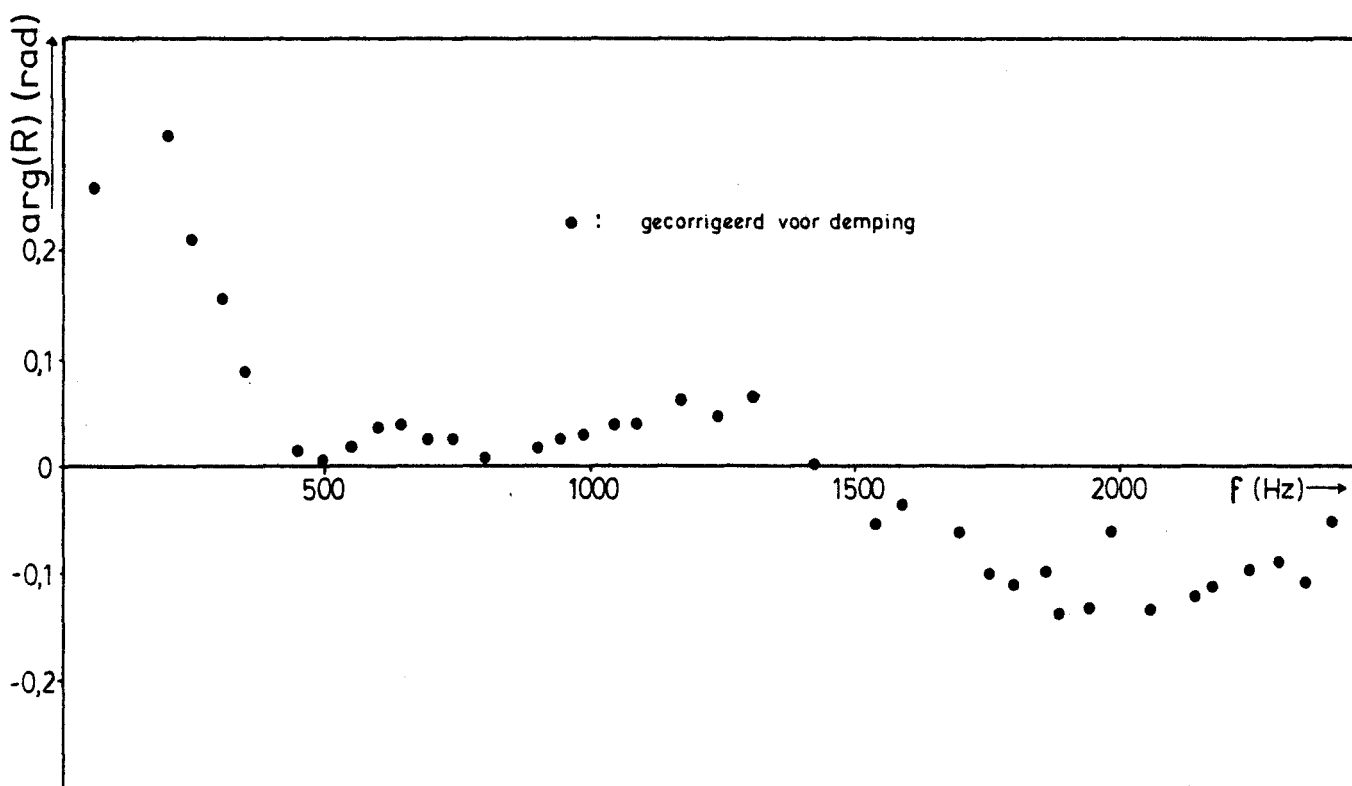


Fig. B.3: Het argument van de reflectie coëfficiënt van een gesloten einde.

Ook is de reflectiecoëfficiënt van een open einde gemeten (fig.B.4. en B.5.). De reflectiecoëfficiënt van een "unflanged" open einde volgens (LEV47) voor een ronde pijp is ook in de grafiek opgenomen, waarbij geschaald is op het oppervlak van de doorsnede. Er is een afwijking te zien door de invloed van de kamer (par.3.3.1). In tegenstelling tot het gesloten einde is de spreiding klein bij lage frequentie. De invloed van demping is slechts 0,5% resp. 10^{-4} rad.

*) Bij reflectie aan een thermisch goed geleidende wand wordt de golf voor een klein deel geabsorbeerd door warmtegeleiding. Dit effect is hier kleiner dan 1 o/oo.

De reflectiecoëfficiënt is ook gemeten door één microfoon m.b.v. een stang in het open einde van de pijp te steken en de druk op verschillende plaatsen t.o.v. een referentie te meten. Deze metingen zijn

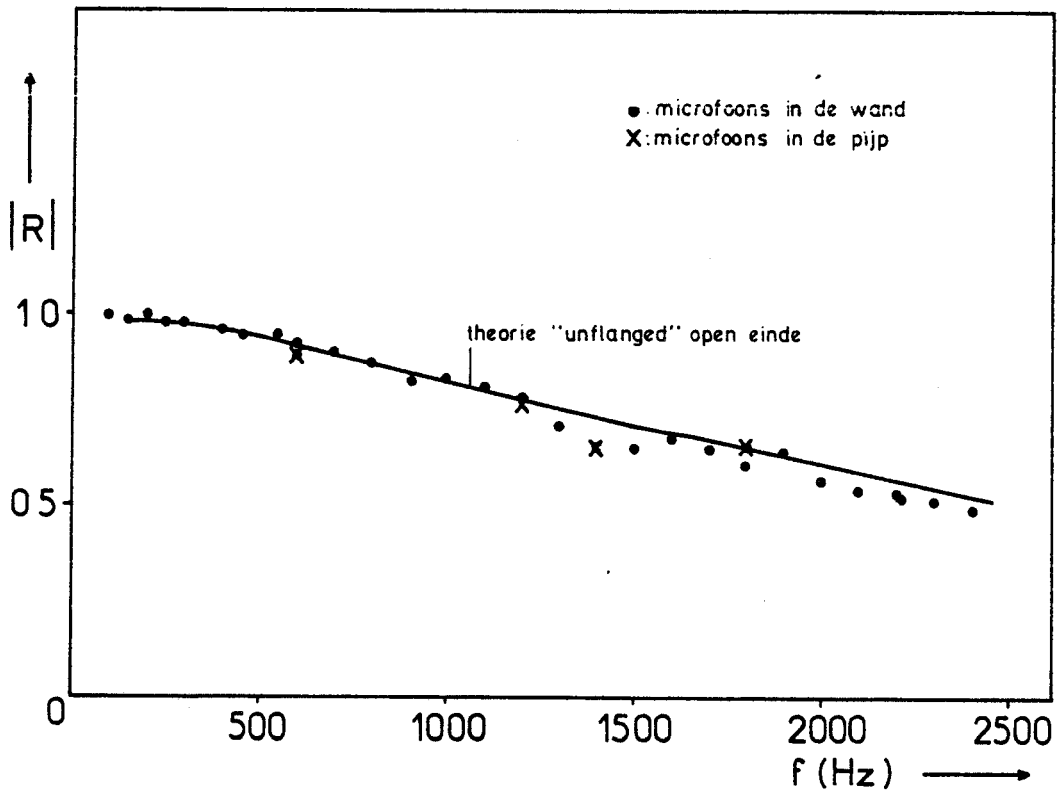


Fig. B.4: De absolute waarde van de reflectie coëfficiënt van een open einde.

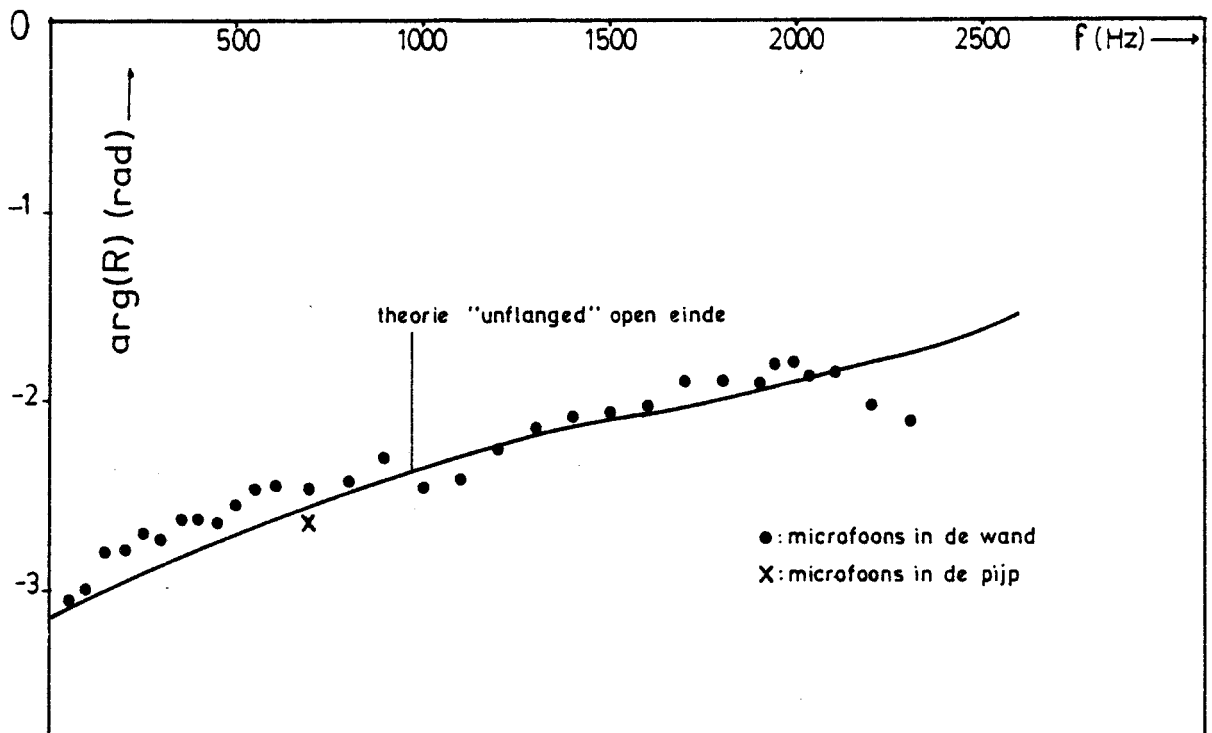


Fig. B.5: Het argument van de reflectie coëfficiënt van een open einde.

ook in de grafiek aangegeven. Ze komen goed overeen met de andere metingen. Hieruit blijkt dat de verstoring van het akoestisch veld door de microfoon voor dit geval niet groot is. Bij de metingen in par. 3.3.1 is daarom met microfoons in de pijp gemeten.

B.4. Conclusies.

- De metingen komen redelijk overeen met de theorie.
- Demping aan de wand is een klein effect ($0,5\%$, $<10^{-4}$ rad).
- De metingen zijn gevoelig voor pijptrillingen.
- De verstoring van het akoestische veld door een microfoon in de pijp is voor dit geval gering.

LIJST VAN GEBRUIKTE APPARATUUR.

Spectra Physics He-Ne-laser model 120.
Electro Optic Developments Pockets-cel model PC 14.
Electro Optic Developments hoogspanningsversterker model LAIOA.
Telefunken PIN-fotodiodes type BPW 34.
Melles Griot polariserende beamsplitter type 03PBS045.
Melles Griot beamsplitter type 13BSC007.
Melles Griot mica refardation plates $\lambda/2$ en $\lambda/4$.
Motorla MC1741 operationele versterkers (in regelversterker).
PCB drukopenemer type 116A.
KIAG Swiss ladingsversterker model 5001.
Brüel en Kjaer 1/4 in condensator microfoon type 4136.
Brüel en Kjaer 1/4 in condensator microfoon type 4135.
Brüel en Kjaer 2 kanaals microfoonversterker model 2807.
Brüel en Kjaer power amplifiser model 651 B.
Philips luidspreker type AD80652/W8.
Hewlett Packard oscillata model 651B.
Van Essen Delft manometer model 7575.
Wallace en Tiernan manometer model FA-160.
Digital Precision thermometer type DD100.
Difa programeerbaar 2-kanaalsfilter IEEE-488.
Fluke digitale multimeter type 8010A.
Houston Instruments recorder type 2000.
Gould oscilloscoop type 05255.
Tektronix oscilloscoop type 555.
LSI 11 computer.
VDF Eurobus-interface systeem.
VDF 4k memory.
VDF Fast ADC.
VDF pulsgenerator.
VDF presetscaler.

REFERENTIES.

- BEC84 D.W.Bechert, B.Stahl, DFVL-Forschungs Bericht no.84-26 (1984).
- BRI74 E.O.Brigham, "The fast fourier transform", Prentence Hall, Mc. Englewood Cliffs, New Yersey (1974).
- BRO78 L.Broer, collegedictaat, T.H. Eindhoven 3.317 (1978).
- BRO86 J.Brouwers, concept-afstudeerverslag, T.H. Eindhoven (1986)
- BRU85 J.C.Bruggeman, intern rapport T.H. Eindhoven R-731 D (1985).
- BRU85 J.C.Bruggeman, intern rapport T.H. Eindhoven R-739 D (1985).
- BUR83 P.Burm, stageverslag T.H. Eindhoven R-583-S (1983).
- DIS78 J.M.Disselhorst, proefschrift T.H.Twente (1978).
- DOW83 A.P.Dowling, J.E.Flowcs Williams, "Sound and Sources of sound", Ellis Horwood L.t.d., Chichester (1983).
- EGG83 J.H.Eggen, stageverslag T.H.Eindhoven (1983).
- GOL76 M.E.Goldstein, "aerocoustics", McGraw-Hill, New York (1976).
- GRA65 I.S.Gradstein, J.M.Ryzhik, "Table of integrals, Series and Products", Academic Press, New York (1965).
- GRO85 C.Grootes, Stageverslag T.H.Eindhoven R-723-S (1985).
- HEC77 E.Hecht, A.Zajac, "Optics", Addison Wesley, Reading (1977).
- HIR86 A.Hirschberg, concept-rapport T.H.Eindhoven (1986).
- HPC Handleiding Pockels-cel.
- KAT75 M.L.Kathuriga, Munjal, J.Acoust Soc.Am., 58-2, 451 (1975).
- LAN55 Landholt, Börstein, "Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astonomie Geophysik, Techniek", teil 8, Springer Verlag, Berlijn (1955).
- LEV47 H.Levine, J.Schwinger, Phys.Rev., 73-4 (1947).
- LEV78 H.P.L.Levels, stageverslag T.H.Eindhoven, R-371-S (1978).
- LIP54 W.K.R.Lippert, Acustika, 4, 307 (1954).
- MIC67 A.Michalke, J.Fluid, Mech, 23-3, 521 (1967).
- MIL47 J.W.Miles, J.Acoust.Soc.Am., 17, 259 (1947).
- MOO82 P.Moonen, afstudeerverslag T.H. Eindhoven, R-507-A (1982).
- MOR53 P.M.Morse, H.Feshbach, "Methodes of Theroretical Physics", McGraw-Hill, New York (1953).
- MOR62 P.M.Morse, K.U.Imgard, "Lineair Acoustic Theory", uit "Handbuch der Physik", Springer Verlag, Berlin (1962).
- MOR68 P.M.Morse, K.U.Imgard, "Theoretical Acoustics", McGraw-Hill, New York (1968).
- NIS81 L.van Nisselroy, stageverslag T.H.Eindhoven, R-495-S (1981).
- RAD81 O.Rademaker, college dictaat T.H.Eindhoven, 3-313 N (1981).
- ROC83 D.Rockwell, AIAA Journal, 21-5, 645 (1983).
- SEY77 A.F.Seytbert, D.F.Ross, J.Acoust.Soc.Am., 61-S, 1362 (1977).
- SME75 G.Smeets, A.George, intern rapport ISL Frankrijk, ISL 136/75 (1975).
- SME77 G.Smeets, A.George, J.Acoust.Soc.Am, 61-3, 872 (1977).

- SOM64 A.Sommerfeld, "Partial Differential Equations in Physics",
Academic Press, New York (1964).
- STE83 J.Steins, afstudeerverslag T.H.Eindhoven, R-607-A (1983).
- WET85 E.v.d.Wetering, stageverslag T.H.Eindhoven, R-769-S (1986).
- YOU84 M.Young, "Optics and Lasers", Springer Verlag, Berlin (1984).