

MASTER

Experimentele, analytische en numerieke analyse van de vloeistofkrachten op een 2D model van de aortaklep

Palmen, D.E.M.

Award date:
1989

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN
Vakgroepen der Fundamentele Werktuigkunde (W) en
Transportfysika (N)

*Experimentele, analytische en numerieke
analyse van de vloeistofkrachten op een
2D model van de aortaklep.*

Daniëlle Palmen
Eindhoven, juni 1989

Afstudeerdocenten: Prof. dr. ir. D.H. van Campen
Prof. dr. ir. G. Vossers

Begeleiding: ir. J.B.A.M. Horsten

Intern rapport: WFW 89.028
R-1010-A

Voorwoord.

Ter afronding van de studie Technische Natuurkunde aan de TUE heb ik mijn afstudeeronderzoek verricht binnen de vakgroep der Fundamentele Werktuigbouwkunde. Ik ben daar werkzaam geweest binnen het Interuniversitair projekt Hartklepprothesen dat onderzoek doet naar het funktionieren van de natuurlijke aortaklep en het ontwerp van een hartklepprothese met vezelversterkte kunststof vliezen. Ik heb gekozen voor een onderzoek binnen dit projekt, omdat het een zeer konkrete en mijns inziens erg nuttige doelstelling heeft.

Gedurende de afstudeerperiode heb ik prettig kunnen samenwerken met de leden van de vakgroepen WFW en Transportfysika. Het afstudeerwerk heeft voor een groot gedeelte bestaan uit experimentele werkzaamheden, waarbij ik de technische assistentie van Louis Wasser en Theo van Duppen erg op prijs heb gesteld. Een ander deel van het afstudeerwerk behelst het analytische en numerieke deel, waarvoor ik een woord van dank wil richten tot Rini van Dongen en Ans van Doormaal voor de vele moeite en de belangstelling die ze hebben getoond. Voor de gedegen begeleiding wil ik Joost Horsten en Anton van Steenhoven bedanken. Tot slot een woord van dank aan Karin Hoff voor de vele dingen, die ze achter de schermen voor me gedaan en betekend heeft.

Eindhoven, 1989

Daniëlle Palmen

Samenvatting.

In het kader van het Interuniversitair projekt Hartklepprothesen zijn experimenteel de momenten bepaald, die door de vloeistofkrachten op een 2-dimensionaal star model van de aortaklep worden uitgeoefend. Enerzijds is dit gedaan door rechtsstreeks de krachten te meten op de klep, als die in een vaste stand in de vloeistofstroming is gefixeerd. Anderzijds is informatie omtrent de vloeistofmomenten verkregen uit experimenten aan een vrij hangende klep.

De experimentele resultaten zijn vergeleken met een drietal modellen: het quasi-1D analytisch model, waarbij vlakke snelheidsprofielen worden aangenomen, het analytisch model volgens Von Mises dat het vloeistofprobleem met behulp van potentiaaltheorie oplost en het numerieke model, dat gebaseerd is op de Eindige Elementen Methode.

Uit de resultaten van de gefixeerde klep is gebleken dat voor stationaire stromingen het vloeistofmoment heel redelijk wordt beschreven door de analytische modellen. De numerieke resultaten zijn in goede overeenstemming met de experimenten. Voor instationaire stromingen blijkt kwalitatief een goede overeenkomst tussen de experimentele, analytische en numerieke resultaten te bestaan. Kwantitatief zijn de experimenteel gemeten momenten veel groter, omdat de opstelling niet volledig geschikt is gebleken voor de instationaire experimenten.

Bij de vrij hangende klep geven de analytische en numerieke voorspellingen kwalitatief een heel redelijke beschrijving van het gedrag van de klep in een stationaire stroming. Kwantitatief treden er echter verschillen op, welke toegeschreven kunnen worden aan het feit dat de materiaalparameters van de klep experimenteel niet betrouwbaar genoeg bepaald zijn. Omdat het moment van de vloeistofkrachten klein is ten opzichte van de momenten van de zwaarte- en buigkracht, is het gedrag van de 2D-aortaklep erg gevoelig voor veranderingen in deze materiaalparameters.

Inhoudsopgave.

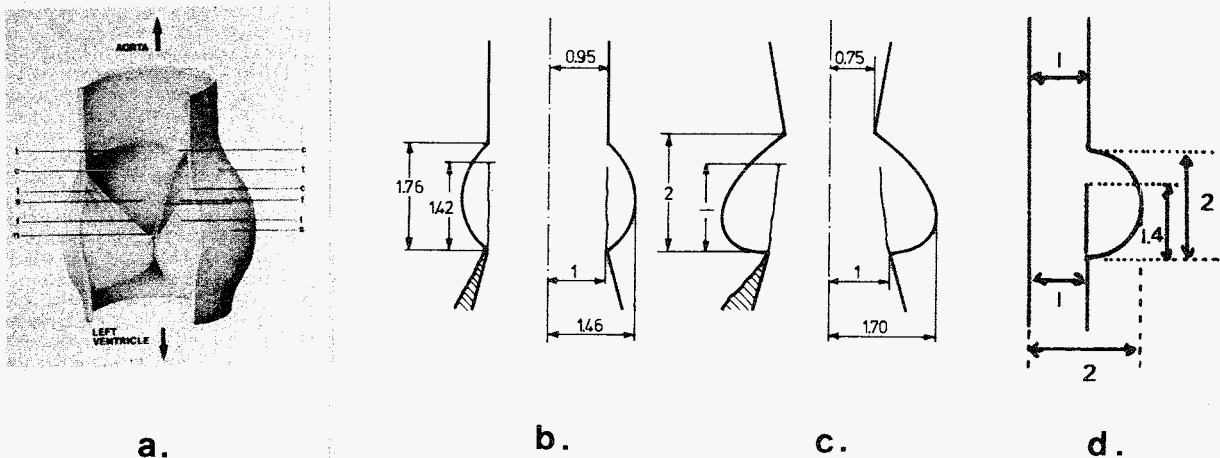
1	Inleiding	1.1
2	Experimentele opzet	
2.1	Het stromingskanaal	2.1
2.2	Het 2D-aortaklepmodel	2.2
2.3	De kleppen	2.3
2.3.1	Konstruktie	2.3
2.3.2	Dichtheidsbepalingen	2.4
2.4	Het meten van de verschillende grootheden	2.6
2.5	De vloeistofstroming in het 2D-aortaklepmodel	2.8
3	Modelvorming	
3.1	De evenwichtsvergelijking van de klep	3.1
3.2	Het quasi-1D model	3.4
3.3	Het analytisch model volgens Von Mises	3.6
3.4	Het Eindige Elementen Model	3.10
4	Resultaten gefixeerde klep	
4.1	Gefixeerde klep in stationaire stroming	4.1
4.2	Gefixeerde klep in instationaire stroming	4.5
5	Resultaten vrij hangende klep	
5.1	Vrij hangende klep in stationaire stroming	5.1
5.2	Valexperimenten	5.5
6	Conclusies en voortgang	
6.1	Gefixeerde klep	6.1
6.2	Vrij hangende klep	6.2
6.3	Voortgang van het onderzoek	6.3
Literatuurlijst		
Appendices		
2A	Dichtheidsbepalingen	A.1
2B	Krachtmetingen	A.3
2C	IJking van de krachtopnemer	A.5
2D	De dimensieloze Navier-Stokes vergelijking	A.6
3A	Bepaling zwaartepuntsligging van klep 4	A.7
3B	Analytisch model volgens Gurevich	A.9
4A	Analytisch model voor parabolische profielen	A.12
4B	Korrektie van quasi-1D model voor contractie	A.14

1 Inleiding.

Binnen de vakgroep Fundamentele Werktuigbouwkunde aan de TUE bestaat sinds 1975 het Interuniversitair project Hartkleprothesen, dat in nauwe samenwerking met de Rijksuniversiteit Limburg onderzoek doet naar het functioneren van de natuurlijke aortaklep en het ontwerp van een hartkleprothese met vezelversterkte kunststof vliezen. In het deelproject 'Openings- en sluitingsgedrag' wordt een studie verricht naar de interactie tussen de klepvliesbewegingen en de vloeistofstroming in de aortaklep.

In het kader van zijn promotieonderzoek heeft J.Horsten een numeriek algoritme ontwikkeld, dat de klepbeweging van een 2-dimensionaal (2D) model van de aortaklep in een instationaire vloeistofstroming beschrijft. Met name de berekening van het drukveld van de vloeistofstroming en de vloeistofkrachten op de klep behoeven daarbij nog experimenteel en analytisch vergelijkingsmateriaal. De doelstelling van het onderhavige afstudeeronderzoek is daarom het experimenteel en analytisch bepalen van de vloeistofkrachten, die een aortaklep ondervindt in een (in)stationaire stroming en deze vergelijken met numerieke resultaten. Daarbij is uitgegaan van een 2D star model van de aortaklep.

De aortaklep is gemodelleerd met behulp van de fysiologisch bepaalde waarden volgens Swanson en Clark [1974] bij een drukbelasting van 13.3kPa en Reid [1970] in onbelaste toestand. In figuur 1.1 worden de fysiologische aortaklep (3D), de fysiologische geometrieën volgens Swanson en Clark en Reid en het 2D-aortaklepmodel met elkaar vergeleken.



Figuur 1.1: Schematische weergave van een natuurlijke aortaklep (a), de geometrieën en relatieve afmetingen (t.o.v. ingangstraal) volgens Swanson en Clark (b) en Reid (c) en het 2D-aortaklepmodel (d).

Het experimentele werk van dit afstudeeronderzoek is verricht met de experimentele opzet zoals die is beschreven in hoofdstuk 2. In het hoofdstuk daarna worden de analytische modelvorming en het numerieke algoritme, zoals dat door J.Horsten is ontwikkeld, beschreven. In de hoofdstukken 4 en 5 worden de resultaten voor de twee experimentele situaties, waarbij de vloeistofmomenten zijn onderzocht (de gefixeerde resp. vrij hangende 2D-aortaklep), besproken. Het geheel wordt afgesloten met conclusies en voortgang (hoofdstuk 6).

2 Experimentele opzet.

In dit hoofdstuk wordt de meetopstelling, waarmee de experimenten zijn verricht, besproken. De eerste paragrafen beschrijven het stromingskanaal met het daarin aangebrachte 2–dimensionaal (2D) aortaklepmodel. In paragraaf 2.4 wordt aandacht gegeven aan de meetapparatuur, waarna in de laatste paragraaf de vloeistofstroming in het 2D–aortaklepmodel wordt beschreven.

2.1 Het stromingskanaal.

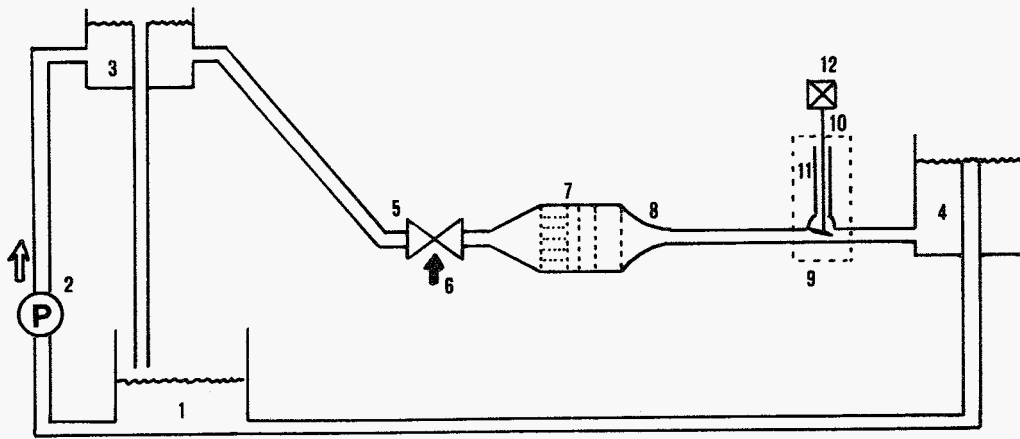
In figuur 2.1 wordt een schematisch overzicht gegeven van het stromingskanaal. De volgende componenten kunnen worden onderscheiden:

- 1 Reservoir met ca. 1000 l vloeistof.
- 2 Pomp.
- 3,4 Overloopvaten; door de constructie is het drukverschil over de meetsectie konstant. In overloopvat 4 wordt de temperatuur van het water gemeten. Voor de instationaire stroming is een aanpassing aan overloopvat 4 gemaakt om oscillaties van de vloeistofstroming in het model te voorkomen. Daarbij is de overgang van het aanstroomkanaal naar overloopvat 4 afgedicht op een smalle PVC–buis na, welke vlak onder de waterspiegel in overloopvat 4 eindigt.
- 5 Kogelklep, waarmee de toevoer van water geregeld kan worden.
- 6 Debietregeling voor het besturen van de kogelklep.
- 7 Buffervat, dat een gelijkrichter, een aantal zeven en een rustgebied bevat om eventueel aanwezige wervels af te breken.
- 8 Contractor voor de handhaving van een vlak profiel tot in het aanstroomkanaal.
- 9 2D–aortaklepmodel, waaraan gemeten wordt.

Voor de experimenten uit hoofdstuk 4 zijn een aantal extra faciliteiten in de opstelling aangebracht:

- 10 Starre staaf met vlotter en extra gewichten, die de 2D–klep met de krachtopnemer (12) verbinden (zie ook paragraaf 2.2).
- 11 Cylindrische buis, die voorkomt dat water uit de opstelling lekt.
- 12 Krachtopnemer.

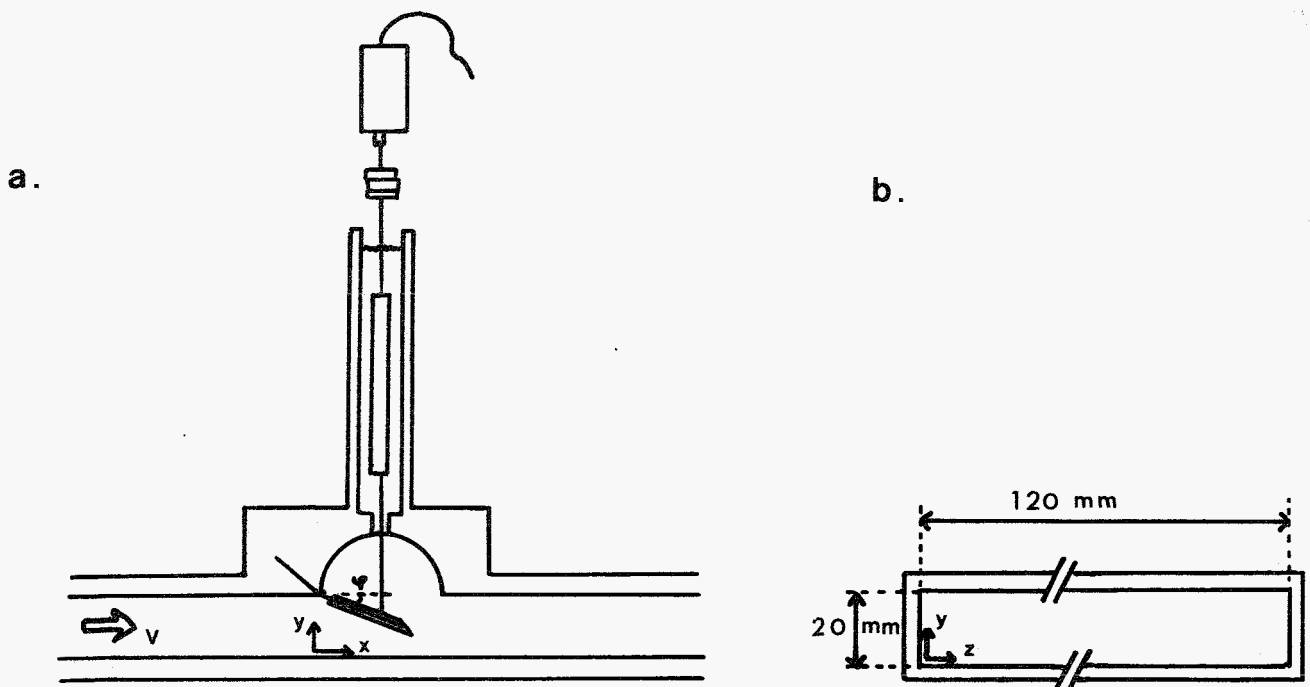
De vloeistof die gebruikt wordt, is water waaraan ca. 0.05 volumeprocent boorolie is toegevoegd als seeding voor de LDA–snelheidsmetingen (zie paragraaf 2.4). Om algengroei tegen te gaan is bovendien $\pm 2\text{g CuSO}_4$ opgelost in de vloeistof.



Figuur 2.1: Schematische weergave van het stromingskanaal.

2.2 Het 2D-aortaklepmodel.

Het 2D-aortaklepmodel bestaat uit een rechthoekig kanaal met een hoogte van 20 mm, waarin zich een starre klep met een lengte van ± 28 mm bevindt. De klep is aan het kanaal bevestigd door het flexibele membraan, dat uit de klep naar buiten steekt, in te klemmen in het model (zie figuur 2.2a). Op die manier kan de klep met een zeer geringe kracht roteren om zijn aanhechtingsas.



Figuur 2.2a,b: Weergave van het 2D-aortaklepmodel.

Achter het plaatje is een holte in de vorm van een halve cylinder gemaakt. Deze holte is een gestyleerde vorm van de Sinus van Valsalva, die zich in vivo achter elk klepvlies bevindt [Reid,1970]. De hoogte en breedte van het model bedragen resp. 20 en 120 mm (figuur 2.2b). Deze redelijk grote breedte–hoogte verhouding is zo gekozen om de 2–dimensionaliteit van het model zo goed mogelijk te benaderen.

De starre staaf, die tegen de krachtopnemer drukt, is aan de 2D–aortaklep bevestigd op 1 cm uit het midden om eventuele verstoringen van het snelheidsveld in het middenvlak ($z = 60$ mm) te vermijden. De staaf is zodanig bevestigd dat hij vrij kan roteren rond een as, die in de klep verzonken ligt, waardoor hij voor elke willekeurige hoek φ van de klep vertikaal gericht kan blijven.

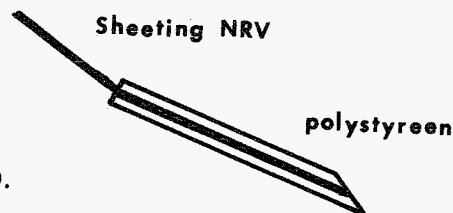
De staaf komt via een kleine opening in de bovenwand van de Sinus van Valsalva in een wijdere cilindrische buis (binnendiameter 24 mm) en gaat daar over in een vlotter, welke het hele systeem van klep en staaf drijvend maakt. Bovenaan de staaf kunnen gewichtjes worden aangebracht, waardoor het nulpunt voor de vloeistofkrachten instelbaar is. Het uiteinde van de staaf drukt tegen de krachtopnemer.

2.3 De kleppen.

2.3.1 Konstruktie.

Uit een analytische afchatting van het moment op de 2D–aortaklep ten gevolge van de vloeistofkrachten volgt dat dit ongeveer 10^{-4} Nm bedraagt (zie hoofdstuk 4). Voor de experimenten met een vrij hangende klep in een stationaire stroming is het gunstig als het moment van de gravitatiekracht klein is ten opzichte van het vloeistofmoment. Voor een bruikbare klep moet het produkt $d \cdot \Delta\rho$ daarom klein zijn (hierin is d de dikte van de klep en $\Delta\rho$ de gemiddelde dichtheid van de klep ten opzichte van water). Een geschikt materiaal is polystyreen (dichtheid = $(1.04–1.07) \cdot 10^3$ kg/m³, [Weast,1976]).

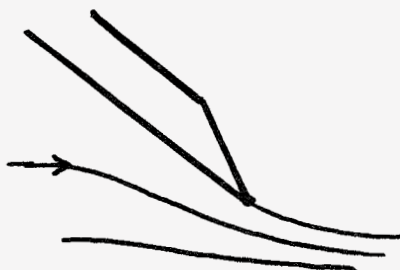
De kleppen zijn gekonstrueerd door polystyreenplaten en scharniermateriaal ('Sheeting NRV') met silikonenkit te lijmen tot een klep (zie figuur 2.3).



Figuur 2.3: Konstruktie van de klep.

Omdat kleppen, die gekonstrueerd zijn van massieve polystyreenplaten zelfs bij een kleine dikte te zwaar zijn gebleken, is een klep met een luchtholte gemaakt, waarvan de ontwerpgegevens in appendix 3A zijn opgenomen. In paragraaf 2.3.2 zullen de gemiddelde dichtheden van de verschillende kleppen besproken worden.

De 2D-klep staat model voor een (zeer) dun aortaklepvlies. Het gevaar bestaat dat bij een modelklep de dikte van de klep ook een rol gaat spelen. Om de dikte van de klep zoveel mogelijk als parameter uit te schakelen, is het klepuiteinde aangespitst zoals weergegeven in figuur 2.4.



Figuur 2.4: De vorm van het klepuiteinde.

Door de klep aan één kant schuin af te freezen is de plaats van het loslaatpunt in de vloeistofstroming exact bekend. De stroming wordt aan de aanstroomkant van de klep niet beïnvloed door de aanspitsing. Er kan uitsluitend achter de klep een (groot) loslaatgebied ontstaan.

2.3.2. Dichtheidsbepalingen.

Gezien het feit dat de gravitatie- en de vloeistofkrachten erg klein zijn, is het van groot belang dat voor de (gemiddelde) dichtheidsbepaling van de kleppen een methode wordt gevonden, die voldoende nauwkeurig is. De dichtheidsbepaling van een vaste stof kan in principe volgens een 3-tal methoden worden uitgevoerd [Heyligers,1970]. Deze zullen kort worden besproken.

1. Uit massa en inhoud.

Bij deze methode bepaalt men de massa M van het voorwerp en het volume V uit de afmetingen en/of uit een verdrongen vloeistofhoeveelheid. De dichtheid volgt eenvoudig uit $\rho = M/V$. Deze betrekkelijk eenvoudige methode heeft als nadeel dat de volumebepaling vaak moeilijk nauwkeurig is uit te voeren.

2. Met behulp van pyknometer.

Een pyknometer is een glazen flesje met een glazen afsluitstuk, waarop zich een capillair bevindt. Als de pyknometer volledig gevuld is, heeft hij een bekend volume. De dichtheidsbepaling gaat als volgt. Stel: het voorwerp weegt M gram, de pyknometer gevuld met water P_1 gram en de pyknometer met het voorwerp en bijgevoerd met water P_2

gram. De massa van de verdrongen waterhoeveelheid is dan P_1+M-P_2 en de dichtheid van het voorwerp ten opzichte van water:

$$\frac{\rho}{\rho_w} = \frac{M}{P_1+M-P_2}.$$

Een nadeel van deze methode is dat voor stoffen met een dichtheid $\rho \approx \rho_{\text{water}}$ de term P_1+M-P_2 zeer klein wordt. De relatieve fout in de dichtheidsbepaling kan daardoor erg groot worden.

3. Uit opwaartse kracht.

Stel het voorwerp weegt M gram en ondergedompeld in water M_w gram. Bij een dichtheid ρ_w van water bedraagt het volume van het voorwerp $(M-M_w)/\rho_w$. De dichtheid van het voorwerp ten opzichte van water bedraagt dus:

$$\frac{\rho}{\rho_w} = \frac{M}{M-M_w}.$$

Voor stoffen met een dichtheid $\rho \approx \rho_w$ blijft $M-M_w$ groot. De relatieve fout in de bepaling van ρ is daarom veel kleiner dan in de hiervoor beschreven methode.

De dichtheidsbepalingen van de kleppen zijn uitgevoerd volgens methode 3. Methode 1 is niet geschikt, omdat het volume van de kleppen niet voldoende nauwkeurig bepaald kan worden. Methode 2 is niet nauwkeurig genoeg, omdat de dichtheid van de klep $\rho_{\text{klep}} \approx \rho_w$. In appendix 2A is beschreven hoe experimenteel de dichtheidsbepalingen hebben plaatsgevonden. De resultaten zijn in tabel 2.1 kort samengevat.

KLEP	OMSCHRIJVING	$\Delta \bar{\rho}^{\dagger}$ (10^3 kg/m^3)	MASSA IN WATER (g)
1	massief, $d=2.3 \text{ mm}$	0.0591 ± 0.0001	0.3923 ± 0.0005
2	massief, $d=0.9 \text{ mm}$	$0.0710 \ 0.0002$	$0.2108 \ 0.0007$
3	luchtholte, $dm=1.633 \text{ g}$	$0.0163 \ 0.0001$	$0.1172 \ 0.0005$
4	luchtholte, $dm=0 \text{ g}$	$-0.0465 \ 0.0001$	$-0.2758 \ 0.0005$
5	luchtholte, $dm=0.4919 \text{ g}$	$0.0112 \ 0.0001$	$0.0682 \ 0.0002$

$\dagger \Delta \bar{\rho} = \rho_{\text{klep}} - \rho_{\text{water}}$; De dichtheid van het boorolie-water uit de opstelling is experimenteel bepaald op $1.0000E3 \text{ kg/m}^3$.

Tabel 2.1: Belangrijkste gegevens van de gebruikte kleppen.

(d = dikte van de klep; dm = extra massa die op klep is aangebracht)

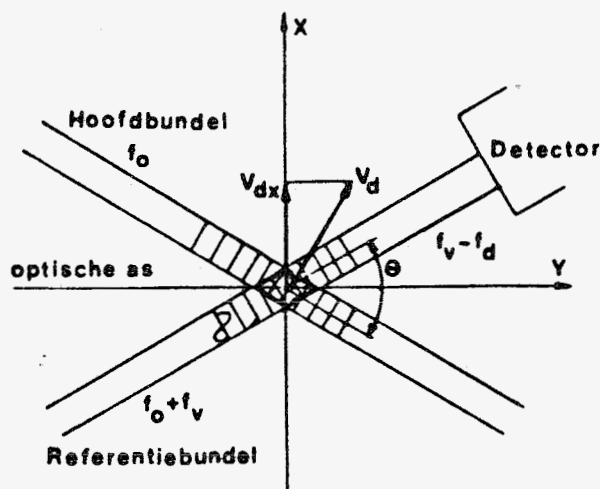
2.4 Het meten van de verschillende grootheden.

Er zijn een aantal grootheden, die experimenteel bepaald worden in het 2D-aortaklepmodel: de lokale vloeistofsnelheid, de vloeistofkrachten op de klep en hoek φ . De grootheden en de methode waarop ze bepaald zijn, zullen afzonderlijk besproken worden.

Vloeistofsnelheden.

De lokale vloeistofsnelheden worden gemeten met behulp van een LDA-opstelling (Laser Doppler Anemometrie) volgens de referentiebundelmethode. Het voordeel van deze methode is dat zij de mogelijkheid biedt zowel de grootte als de richting van snelheden te meten binnen een zeer klein meetvolume (diameter 0.06 mm, lengte 0.8 mm), waarbij bovendien de stroming niet verstoord wordt. Er wordt hier kort ingegaan op het principe van LDA-metingen met het zogenaamde DISA-LDA systeem. Voor een uitgebreide beschrijving wordt verwezen naar Corver [1982] en Bovendeerd [1985].

In het DISA-LDA systeem produceert een 5 mW He-Ne-laser ($\lambda = 632.8$ nm) een monochromatische lichtbundel, die wordt gesplitst in twee bundels van onderling loodrechte polarisatierichting. Eén van de bundels ondergaat in een Braggcel een frequentieverschuiving f_v van 40 MHz. Beide bundels gaan vervolgens symmetrisch ten opzichte van de optische as door een lens (brandpuntsafstand 80 mm), zodat ze elkaar onder een hoek θ snijden in het zogenaamde meetvolume. De loop van de bundels is geschetst in figuur 2.5.



Figuur 2.5: De loop van de laserbundels bij LDA-metingen.

De hoofdbundel heeft een frequentie f_0 en de referentiebundel een frequentie $f_0 + f_v$. Door het meetvolume bewegen in de vloeistof opgeloste deeltjes met een snelheid v_d . Ten gevolge hiervan ondergaat het door de deeltjes verstrooide licht van de hoofdbundel een

frequentieverschuiving f_d : de Dopplerverschuiving. Het verstrooide licht valt samen met het licht van de referentiebundel op de detector, die vervolgens een fotostroom met frequentie f_d levert, welke afhangt van de snelheidskomponent v_{dx} in de x -richting van het deeltje. De tracker bepaalt tenslotte de lokale vloeistofsnelheid uit f_d . Voor een beschrijving van het elektronisch gedeelte van het DISA-LDA systeem wordt verwezen naar ter Huurne [1989]. Voor het meten van de snelheid op verschillende posities in het aortaklepmodel, wordt het LDA-systeem getraverseerd met behulp van een drietal stappenmotoren. De meetopstelling wordt bestuurd door middel van een micro-computer en het meetprogramma PCM2.

Hoek φ .

De hoek waaronder de klep staat, wordt bepaald met behulp van een videosysteem. Het bestaat uit een videocamera, een videorecorder en een monitor. De beweging van de 2D-aortaklep wordt samen met een teller ($f = 100$ Hz) geregistreerd. Hoek φ wordt later met de hand opgemeten met behulp van de vertraagde beelden van de monitor. Op deze manier kan de hoek tot op 0.4° nauwkeurig bepaald worden.

De vloeistofkrachten op de klep.

Bij de metingen uit hoofdstuk 4 wordt informatie over de vloeistofkrachten op de klep verkregen door het moment op de 2D-aortaklep ten gevolge van de vloeistofkrachten te bepalen met behulp van een krachtopnemer (zie ook figuur 2.2a).

Aan de krachtopnemer worden een aantal eisen gesteld:

1. De klep moet voor (in)stationaire flows onder een konstante hoek φ blijven staan. De mechanische uitwijking Δx van de opnemer mag dus niet groot zijn ($\Delta\varphi < 0.5^\circ$ als $\Delta x < 0.2$ mm).
2. De krachtopnemer dient een bereik te hebben van 0.1 N. Dit volgt uit de resultaten van de analytische berekeningen van het vloeistofmoment op de klep in hoofdstuk 4 (M_f bedraagt maximaal 10^{-3} Nm, afhankelijk van Re en hoek φ ; de arm van de kracht ten opzichte van het scharnierpunt is ongeveer 10^{-2} m).
3. Het signaal moet analoog uitgelezen kunnen worden, zodat de krachten met behulp van het PCM2-meetprogramma gemeten kunnen worden.
4. De minimale frequentieresponsie moet 0.5 Hz bedragen. De opnemer moet immers geschikt zijn voor dynamische metingen met een grondfrequentie van maximaal 0.05 Hz. Voor de vloeistofstroming in het 2D-aortaklepmodel is gebleken, dat de stroming nauwkeurig beschreven kan worden door tien hogere harmonischen in rekening te brengen.

Het meten van krachten kan gebaseerd zijn op een aantal verschillende principes. In appendix 2B worden deze genoemd en met elkaar vergeleken. Het type dat aan de eerder genoemde eisen voldoet en waarvan tijdens de experimenten gebruik is gemaakt, is een LVDT van het merk T&S. De uitgangsspanning ervan is lineair afhankelijk van de onbekende kracht. In appendix 2C is de ijklijn van de krachtopnemer weergegeven. De gebruikte LVDT heeft een bereik van ± 0.05 N. De onnauwkeurigheid van de opnemer bedraagt $0.5 \cdot 10^{-3}$ N. Volgens de specificaties van de fabrikant bedraagt de mechanische uitwijking bij volle belasting $0.1 \cdot 10^{-3}$ m (dit is 0.5% van de hoogte van het kanaal) en de frequentieresponsie 50 Hz.

De meetprocedure, die is gevolgd voor de metingen met een gefixeerde klep (hoofdstuk 4) is als volgt. In de situatie dat er geen vloeistofstroming is, wordt hoek φ met behulp van de gewichten op het vlotter-systeem en de spindel voor de verplaatsing van de krachtopnemer ingesteld. De kracht die dan gemeten wordt, wordt als nulpunt gedefinieerd. De calibratie van de opnemer wordt verricht met behulp van de gewichten op de vlotter. De drukkracht korrespondeert hierbij met het verminderde gewicht van de vlotter. Tijdens de experimenten wordt de stroming aangebracht en de kracht op de uitgaande as van het 2D-aortaklepmodel gemeten. Voor stationaire stromingen worden de krachten bepaald door 200 perioden in te lezen met behulp van meetprogramma PCM2, daarover te middelen en de standaarddeviatie ervan te bepalen. Voor instationaire stromingen wordt de meettijd in 200 samples verdeeld. Er worden 5 perioden gemeten, waarna het gemiddelde en de standaarddeviatie per sample worden bepaald. De momenten op de klep worden hieruit als volgt berekend:

$$M = F(\text{in grammen}) \cdot 10^{-3} \cdot g \cdot l_a \cdot \cos\varphi \quad [\text{Nm}],$$

waarin F de gemeten kracht (in grammen) is, g de versnelling van de zwaartekracht en $l_a \cdot \cos\varphi$ de loodrechte afstand van de starre staaf tot het scharnierpunt van de klep (l_a is experimenteel bepaald op 12.7 ± 0.2 mm). De onnauwkeurigheid in de bepaling van het moment ten gevolge van de reproduceerbaarheid van de krachtopnemer wordt daarmee $\Delta M = 0.06 \cdot 10^{-4}$ Nm.

2.5 De vloeistofstroming in het 2D-aortaklepmodel.

De vloeistofstroming in het 2D-aortaklepmodel wordt beschreven door de dimensieloze getallen van Reynolds en Strouhal,

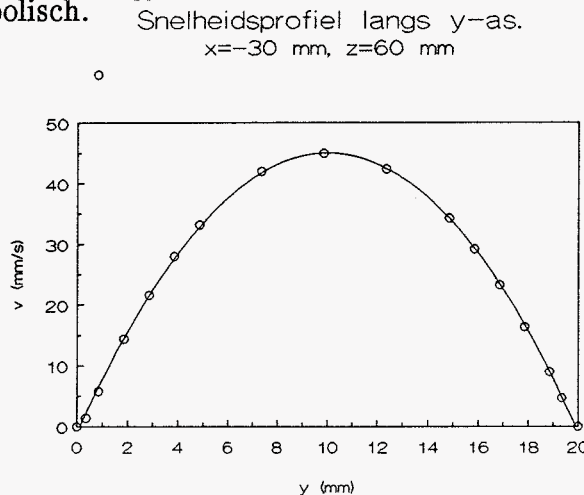
$$\text{Re} = \frac{L \cdot v}{\nu} \quad \text{en}$$

$$\text{Sr} = \frac{L}{v \cdot \tau},$$

waarin L , v en τ een karakteristieke lengte, snelheid resp. tijdsduur van de instationaire

vloeistofstroming voorstellen en ν de kinematische viscositeit van water. In appendix 2D wordt beschreven hoe deze karakteristieke getallen volgen uit de Navier–Stokes vergelijking. In dit verslag worden nog andere dimensieloze getallen gebruikt, die volgen uit de bewegingsvergelijking van de klep. In hoofdstuk 3 wordt daaraan aandacht besteed.

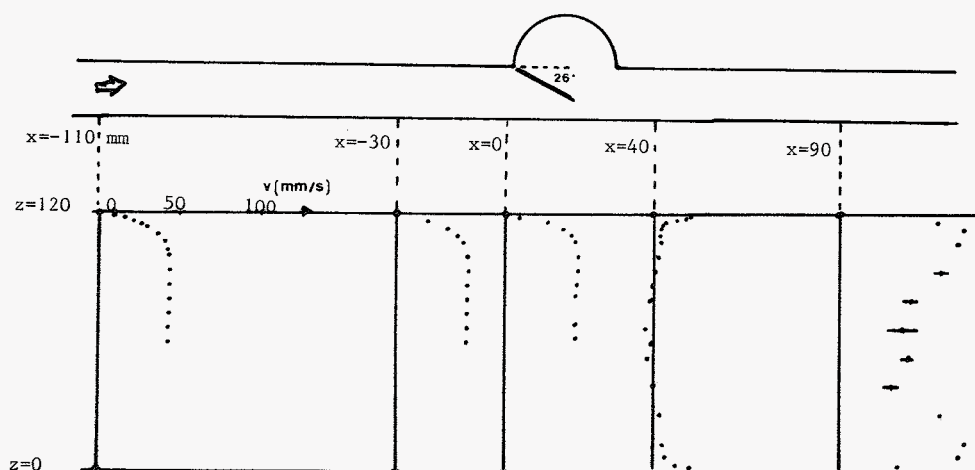
Voor de karakteristieke lengte is de hoogte van het kanaal h_0 gekozen. De kinematische viscositeit ν wordt bij de berekening van het Reynoldsgetal gekorrigeerd voor de temperatuur van het water. Het Re-getal is voor stationaire stromingen gedefinieerd met behulp van de maximale snelheid in plaats op positie $x=-30$ mm en $z=60$ mm. Het profiel daar ter plaatse is volledig ontwikkeld (de inlaatlengte van de stroming bedraagt immers [Bird,1960] $L_i=0.035 \cdot h_0 \cdot 2/3 \cdot \text{Re}(\text{top}) < 0.7$ m als $\text{Re}(\text{top}) < 1500$; dit is kleiner dan de lengte van het aanstroomkanaal voor het 2D–aortaklepmodel (0.85 m)). In figuur 2.6 is het experimenteel bepaalde stationaire snelheidsprofiel langs de y -as bij $\text{Re} = 853$ en $\varphi = 26^\circ$ weergegeven. Dit is inderdaad in zeer goede benadering parabolisch.



Figuur 2.6: Snelheidsprofiel langs de y -as ($\text{Re}=853$, $\varphi=26^\circ$), gemeten in het middenvlak op 3 cm voor de klep.

Voor instationaire stromingen zijn de getallen Re en Sr gedefinieerd met behulp van de maximale gemiddelde snelheid (gemiddeld over de hoogte van het kanaal) in de tijd. De karakteristieke tijd τ wordt gedefinieerd als de vertragingstijd van de vloeistofstroming (= tijd waarin de gemiddelde snelheid in plaats tot 5% van zijn piekwaarde is afgenomen).

De 2–dimensionaliteit van de vloeistofstroming in het 2D–aortaklepmodel is onderzocht door voor verschillende x -posities het snelheidsprofiel langs de z -as te meten. De resultaten van de metingen bij $\text{Re}=853$ en $\varphi=26^\circ$ worden weergegeven in figuur 2.7.



Figuur 2.7: Snelheidsprofielen langs de z -as voor $Re=853$ en $\varphi=26^\circ$.

De stroming heeft een vlak snelheidsprofiel voor $x < 0$. De dikte van de grenslaag bedraagt ongeveer 12 mm. Voor $x > 0$ is de snelheid aan de wand groter dan de snelheid in het midden van het kanaal. De vloeistof wordt daar min of meer door de spleten tussen de klep en de zijwand (± 0.5 mm) geperst. Als gevolg daarvan kunnen 3D-wervels ontstaan, die uitbreiden naar het centrum van het kanaal voor toenemende x .

De stroming in het middenvlak van het kanaal mag bij benadering beschouwd worden als een 2-dimensionale stroming. Achter het klepuiteinde echter wordt de invloed van 3D-effekten merkbaar. Voor Re -getallen $Re < 853$ en hoeken $\varphi > 26^\circ$ is deze invloed nog groter gebleken.

Alle experimenten in het onderhavige afstudeeronderzoek zijn verricht bij Reynoldsgetallen, variërend van $Re=0$ tot 2000. Vergeleken met de fysiologische situatie ($Re = 4500$) zijn deze waarden laag. De beperking tot lagere Re -getallen wordt ingegeven door het feit dat de in hoofdstuk 3 te bespreken EEM niet goed geschikt is voor het oplossen van het snelheidsveld bij hogere Re -getallen. Naar verwachting treden er in het gebied van $1000 < Re < 4500$ geen wezenlijke veranderingen in de stromingsfenomenen op. Eventueel kan gedacht worden aan het optreden van turbulente effecten. Bij gezonde aortakleppen blijken deze echter niet op te treden. We verwachten daarom dat de resultaten van het onderzoek in grote lijnen toch bruikbaar zijn voor de fysiologische situatie. Bij de instationaire experimenten bedraagt het getal van Strouhal $Sr = 0.64$. In vergelijking met de fysiologische situatie ($Sr = 0.07$) is deze een faktor 9 te groot. Het was echter experimenteel niet mogelijk om bij de gebruikte waarde van het Re -getal de vertragingstijd te vergroten.

3 Modelvorming.

In dit hoofdstuk wordt de evenwichtsvergelijking van de vrij hangende 2D-aortaklep besproken. De eerste paragraaf beschrijft de algemene evenwichtsvergelijking van de klep en de dimensieloze getallen. In de paragrafen 3.2 t/m 3.4 worden de vloeistofmomenten afgeleid met behulp van het quasi 1D-analytisch model, het model volgens Von Mises en de numerieke methode.

3.1 De evenwichtsvergelijking van de klep.

Op de klep, die vrij kan bewegen in de vloeistofstroming, werken een drietal momenten:

M_f het vloeistofmoment, welke het gevolg is van de vloeistofkrachten op de klep;

M_g het gravitiemoment als gevolg van de zwaarte- en opwaartse kracht van de klep;

M_b het buigmoment, dat wordt veroorzaakt door de buigstijfheid van het scharnierend membraan (zie paragraaf 2.3).

Onder invloed van de genoemde momenten zal de klep in een aanstroming onder een bepaalde hoek φ staan. In die situatie geldt de evenwichtsvergelijking:

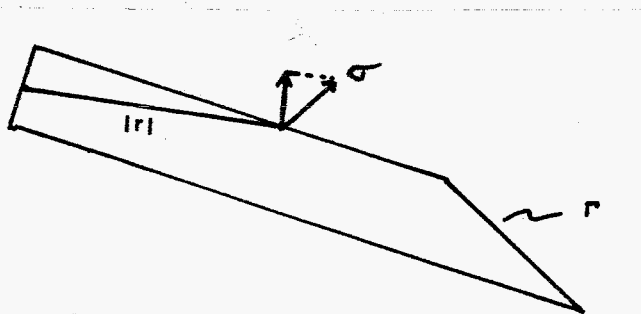
$$\Sigma M = M_f + M_g + M_b = 0. \quad (1)$$

In bovenstaande vergelijking is de traagheid van de klep verwaarloosd, omdat deze klein is ten opzichte van de traagheidseffekten van de vloeistof, die worden veroorzaakt door de beweging van de klep.

Het vloeistofmoment wordt berekend door de lokale spanning σ te vermenigvuldigen met arm $|r|$ en te integreren over het klepoppervlak Γ (zie figuur 3.1)

De uitdrukking van het vloeistofmoment wordt daarmee:

$$M_f = \int_{\Gamma} |\bar{r}| \sigma(l,t,\varphi) dl. \quad (2)$$



Figuur 3.1: Definitie van grootheden bij het berekenen van het vloeistofmoment.

Voor de berekening van de vloeistofspanning σ worden in het vervolg van dit hoofdstuk drie modellen besproken (paragraaf 3.2 t/m 3.4).

Het moment van de zwaarte- en opwaartse kracht wordt bepaald met behulp van de uitdrukking

$$M_g = -\int_0^l \Delta\rho(l) \cdot H \cdot l \cdot g \cdot \cos\varphi \, dl, \quad (3)$$

zodat voor een homogene klep geldt

$$M_g = -\Delta\rho \cdot H \cdot L \cdot g \cdot \cos\varphi \cdot l_z. \quad (3a)$$

Parameter l_z (de arm van het zwaartepunt ten opzichte van het scharnierpunt) is voor de massieve kleppen experimenteel bepaald door de lengte van de klep tot halverwege de aanschuiving op te meten en te delen door twee. Voor de klep met de luchtholte (klep 4) is l_z in appendix 3A berekend uit de ontwerpgegevens.

Voor het buigmoment M_b wordt aangenomen dat het lineair afhangt van de verdraaiingshoek $(\theta - \varphi)$ (zie figuur 3.2). Het buigmoment wordt daarmee

$$M_b = -k \cdot (\theta - \varphi). \quad (4)$$

De evenredigheidsconstante k (de buigstijfheid per breedte-eenheid van het scharnierend vlies) wordt experimenteel bepaald.

Aangezien de analytische modellen zich beperken tot het beschrijven van een 2D-vloeistofstroming is de breedte van de klep in de vergelijkingen (1) t/m (4) geëlimineerd (M = moment per breedte-eenheid). Daarnaast worden in de vergelijkingen (2) t/m (4) de lengten dimensieloos gemaakt met h_0 en de schuifspanning door middel van de definitie $\sigma = \rho \cdot v^2 \cdot \sigma'$. Uit combinatie van de vergelijkingen (1) t/m (4) en delen door $\rho \cdot v^2 \cdot h_0^2$ volgt dan de algemene dimensieloze uitdrukking voor de evenwichtsvergelijking van de klep.

$$\Sigma M^* = M_f^* - \frac{\Delta\rho \cdot g \cdot h_0}{\rho \cdot v^2} \cdot M_g^* - \frac{k}{\rho \cdot v^2 \cdot h_0^2} \cdot M_b^* = 0, \quad (5)$$

met daarin

$$M_f^* = \int_{\Gamma} \sigma' \cdot l' \cdot dl'$$

$$M_g^* = \int_0^{l'} H' \cdot l' \cdot dl' \cdot \cos\varphi$$

$$M_b^* = (\theta - \varphi).$$

Omdat het onhandig is dat de dimensieloze getallen voor de M_g^* en M_b^* term afhankelijk zijn van snelheid v , worden ze expliciet in het Re-getal uitgedrukt. Een mogelijke set van dimensieloze getallen, die het vloeistofprobleem beschrijven, wordt daarmee:

$$\gamma = \frac{\Delta\rho \cdot g \cdot h_0^3}{\rho \cdot \nu^2},$$

$$\beta = \frac{k}{\rho \cdot \nu^2}$$

$$\text{Re} = \frac{v \cdot h_0}{\nu}.$$

De evenwichtsvergelijking (5) wordt daarmee:

$$M_f^* - \frac{\gamma}{\text{Re}^2} M_g^* - \frac{\beta}{\text{Re}^2} M_b^* = 0, \quad (5a)$$

waarin M_f^* , M_g^* en M_b^* gelijk zijn aan de eerder genoemde definities.

Voor de analytische modellen die in de volgende paragrafen besproken worden (het quasi-1D model en het analytisch model volgens Von Mises) is deze keuze van de dimensieloze getallen minder geschikt. Bij de analytische modellen wordt namelijk aangenomen dat viskeuze effecten geen rol spelen, zodat $|\gamma|$ en $|\beta|$ oneindig groot zijn. Voor de analytische modellen is de volgende set dimensieloze getallen daarom geschikter:

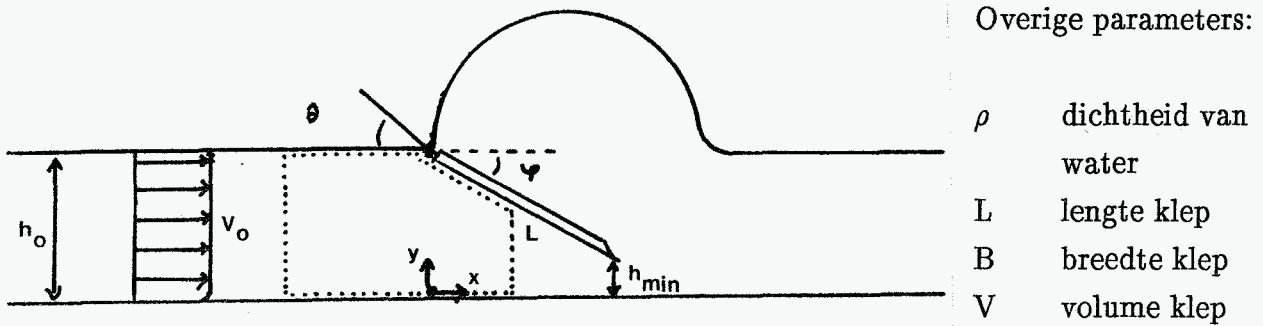
$$\{\text{Re}, \gamma/\text{Re}^2, \beta/\text{Re}^2\},$$

omdat dan de viscositeit geen rol speelt in de laatste twee getallen. In figuur 5.2 van hoofdstuk 5 wordt daarom tevens γ/Re^2 langs de assen uitgezet en de verhouding van de getallen β/γ gegeven.

Bij gegeven waarden van de set dimensieloze getallen is de enige onafhankelijke onbekende in de evenwichtsvergelijking (5) de momentane hoek φ . De evenwichtshoek φ kan daarom worden berekend door de nulpunten van de (niet-lineaire) evenwichtsvergelijking (5) te zoeken. De hoek, die correspondeert met het nulpunt is gelijk aan evenwichtshoek φ . Voor het oplossen van de vergelijking wordt gebruik gemaakt van het algoritme van Brent [Press e.a.,1986]. Dit gaat ervan uit dat zich binnen een startinterval een nulpunt (of een discontinuïteit) bevindt. Als eerste wordt daarom het startinterval bepaald. In een iteratieve procedure wordt vervolgens het interval steeds verkleind tot het nulpunt met voldoende nauwkeurigheid is benaderd. Het algoritme maakt daarbij gebruik van een kwadratische interpolatie voor de nieuwe schatting van het nulpunt. Wanneer de kwadratische interpolatie niet slaagt (dit wil zeggen als de nieuwe schatting buiten het interval valt) wordt een intervalhalvering toegepast. Hierdoor combineert de methode robuustheid met een snelle convergentie in de buurt van de oplossing. Bij het algoritme van Brent wordt de invloed van afrondfouten en de machinenauwkeurigheid in rekening gebracht.

3.2 Het quasi-1D analytisch model.

Voor de afleiding van het quasi-1D analytisch model wordt uitgegaan van het model van v.Steenhoven en v.Dongen [Steenhoven,1979]. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de 2D-geometrie en de parameters, zoals die in figuur 3.2 zijn weergegeven.



Figuur 3.2: Definitie van parameters.

Voor het berekenen van M_f worden een aantal aannames gemaakt:

- de viscositeit van de vloeistof wordt verwaarloosd;
- de stroming heeft een vlak snelheidsprofiel (quasi 1D-beschrijving);
- hoek φ is (momentaan) konstant;
- snelheden in sinus \ll snelheden in aorta;
- achter de klep bevindt zich een loslaatgebied met konstante druk, welke gelijk is aan de druk onder het klepuiteinde;
- de vloeistof is incompressibel;
- de zwaartekracht wordt buiten beschouwing gelaten, $gh \ll v^2$.

Bij de afleiding van M_f wordt gebruik gemaakt van een 2-dimensionale vorm van de wet van behoud van massa:

$$\frac{1}{B} \cdot \frac{\delta}{\delta t} \iiint \rho \cdot d\tau + \frac{1}{B} \cdot \iint \rho(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \cdot df = 0. \quad (6)$$

Toegepast op het gestippelde oppervlak in figuur 3.1 en gebruik makend van de aanname dat ρ en φ bij instationaire stromingen konstant zijn, levert dit voor de stationaire stroming

$$v_0 \cdot h_0 = v(x) \cdot h(x). \quad (7)$$

Er wordt immers uitgegaan van vlakke snelheidsprofielen. De hoogte van de opening, waardoor de vloeistof kan stromen kan worden geschreven als:

$$\begin{aligned} h(x) &= h_0 & x < 0 \\ h(s) &= h_0 - s \cdot \sin \varphi & 0 < s < L, \end{aligned} \quad (8)$$

waarbij s de coördinaatas langs de klep vertegenwoordigt. Vervolgens wordt de instationaire vergelijking van Bernoulli toegepast [Wieghardt,1969], zodat

$$1/2 \cdot \rho \cdot v(s)^2 + p(s) = 1/2 \cdot \rho \cdot v(L)^2 + p(L) + \rho \cdot \frac{\delta}{\delta t} \int_s^L v_s ds. \quad (9)$$

We nemen aan dat de druk in de sinus gelijk is aan de druk achter het klepuiteinde. Vergelijking (9) geeft dus de drukval over de klep ter plaatse s weer. Substitutie van de vergelijkingen (7) en (8) levert (met h_0 en φ konstant):

$$\begin{aligned} \Delta p(s) &= p(s) - p(L) \\ &= \frac{1}{2} \rho v_0^2 \cdot \left\{ \left(\frac{1}{1-\lambda} \right)^2 - \left(\frac{1}{1-s \cdot \sin \varphi / h_0} \right)^2 \right\} - \frac{\rho \cdot h_0}{\sin \varphi} \cdot \ln \left(\frac{1-\lambda}{1-s \cdot \sin \varphi / h_0} \right) \cdot \frac{\delta v_0}{\delta t}, \end{aligned} \quad (10)$$

waarin de sluitingsparameter λ als volgt gedefinieerd is $\lambda = (1-h_{\min})/h_0 = L \cdot \sin \varphi / h_0$.

Het totale vloeistofmoment op de klep per eenheid van breedte volgt hieruit door te integreren over de lengte van de klep, zodat

$$M = \int_0^L \Delta p(s) \cdot s \cdot ds. \quad (11)$$

Door vergelijking (10) in vergelijking (11) te substitueren en gebruik te maken van de standaardintegralen [Weast,1976]

$$\int \frac{x \cdot dx}{(a+bx)^2} = \frac{1}{b^2} \cdot \left\{ \ln(a+bx) + \frac{a}{a+bx} \right\} \text{ en}$$

$$\int x \cdot \{\ln(ax+b)\} dx = \frac{1}{2} \cdot \left\{ x^2 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} \cdot \ln(ax+b) - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b}{a} \right)^2 \sum_{r=1}^2 \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{ax}{b} \right)^r,$$

wordt de uitdrukking voor het instationaire vloeistofmoment per breedte-eenheid

$$M = \frac{\rho \cdot L^2}{4} \cdot f(\lambda) \cdot v_0^2 + \frac{\rho \cdot L^3}{2} \cdot g(\lambda) \cdot \frac{\delta v_0}{\delta t}, \quad (12)$$

met
$$f(\lambda) = \frac{1}{(1-\lambda)^2} - \frac{2}{\lambda^2} \cdot (\ln(1-\lambda) + \frac{1}{1-\lambda} - 1)$$

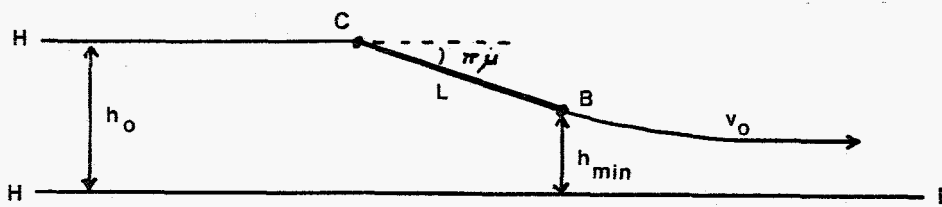
en
$$g(\lambda) = \frac{\ln(1-\lambda)}{\lambda} \cdot \left\{ \left(1 - \frac{1}{\lambda^2} \right) \cdot \ln(1-\lambda) - \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2} \right\}.$$

Om de resultaten van het quasi-1D analytisch model te kunnen vergelijken met de experimentele resultaten voor stationaire stromingen wordt snelheid v_0 uit de vergelijkingen (5a) en (12) omgerekend met behulp van de relatie $v_0 = 2/3 \cdot \nu / h_0 \cdot \text{Re}$. Snelheid v_0 correspondeert daarbij met de gemiddelde snelheid van een parabolisch aanstroomprofiel (immers $v_0 = 2/3 \cdot v_{\text{top}}$ en $\text{Re} = h_0 \cdot v_{\text{top}} / \nu$).

Het quasi-1D model gaat uit van vlakke snelheidsprofielen. Het probleem wordt dus in feite quasi-1D opgelost. Tijdens het vergelijken van de experimentele resultaten en de analytische voorspelling zal blijken in hoeverre de beperkingen van het model een rol spelen.

3.3 Het analytisch model volgens Von Mises.

Een tweede model dat de vloeistofstroming analytisch beschrijft is het analytisch model volgens Von Mises [Gurevich,1965]. Het model beschrijft een 2-dimensionale rotatievrije stroming en maakt gebruik van potentiaaltheorie. De modelberekening zal worden toegepast op de situatie uit figuur 3.3. De situatie is weergegeven in het fysisch vlak van de plaat (z -vlak). De overeenkomst met de experimentele situatie is duidelijk. In figuur 3.3 wordt echter aangenomen dat de vrije stroomlijn achter de klep horizontaal verloopt, terwijl in de praktijk blijkt dat het loslaatgebied achter de klep in plaats begrensd is.



Figuur 3.3: Situatie in het z -vlak (fysisch vlak).

De berekening van de stroming gaat als volgt. Definieer de complex geconjugeerde van de snelheid

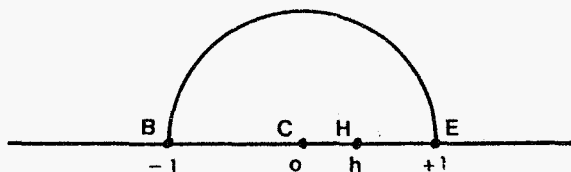
$$\xi = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{dW}{dz} = \frac{v}{v_0} \cdot e^{-i\theta} \quad (13)$$

Hierin zijn:

- W complexe stromingspotentiaal $W = \phi + i \cdot \psi$
- v_0 snelheid op vrije stroomlijn
- v grootte van snelheidsvektor $\underline{v} = v \cdot e^{i\theta}$
- θ argument van snelheidsvektor $\underline{v} = v \cdot e^{i\theta}$

De complex geconjugeerde van de snelheid ξ in het z -vlak kan worden afgebeeld op een halve cirkel in een ander complex vlak (t -vlak, zie figuur 3.4) via de transformatie:

$$\xi = t^{\mu} \quad (14)$$



Figuur 3.4: Afbeelding op het t -vlak.

We zullen nu laten zien dat de contourlijn van de stroming in het z -vlak wordt afgebeeld op de halve cirkel in het t -vlak. We beginnen in punt E. In punt E in het z -vlak is de snelheid maximaal ($v = v_0$) en $\theta = 0$. Met behulp van vergelijkingen (13) en (14) volgt

dan dat $\xi = 1$ en dus ook $t = 1$. Op de vaste wanden EH en HC geldt vervolgens dat $\theta = 0$; de lokale snelheid is kleiner dan v_0 en wordt nul in het stuwpunt C. De vaste wanden EH en HC worden daarmee afgebeeld op het interval $[0,1]$ van de positief reële as in het t -vlak. Omdat de afbeelding (14) lokaal niet conform is in punt C, gaan we via een half cirkeltje met willekeurig kleine straal in het t -vlak rond het kritische punt C heen. Op het cirkeltje geldt $t = \epsilon \cdot e^{i\alpha}$ en de daarbij behorende complex geconjugeerde van de snelheid is volgens vergelijking (14) $\xi = \epsilon^\mu \cdot e^{i\mu\alpha}$. We zien dat met $\Delta(\alpha) = \pi$ in het t -vlak een hoekverandering van $\Delta(\theta) = \mu \cdot \pi$ in het ξ -vlak correspondeert en dit is precies de hoek, waaronder CB gericht is. Punt B komt in $t = -1$ terecht (immers in B geldt $v = v_0$ en $\theta = \mu \cdot \pi$, zodat $t = \xi^{-\mu} = e^{i\pi} = -1$). Het lijnstuk CB wordt dus in het t -vlak op het interval $t \in [-1,0]$ afgebeeld. Voor de vrije stroomlijn BE in het z -vlak geldt dat $v = v_0$, zodat $|\xi| = |t| = 1$. Het argument loopt van $\pi \cdot \mu$ in tot 0 in E. In het t -vlak is dat precies de halve cirkel met straal 1 in het bovenhalfvlak. We zijn nu weer terecht gekomen in punt E.

In de volgende stap wordt een uitdrukking gezocht tussen de complexe stromingspotentiaal W en t . Daartoe wordt de afbeelding van ξ naar het t -vlak analytisch voortgezet tot het hele t -vlak, zodat we gebruik kunnen maken van de fundamentele oplossing van 2-dimensionale bronstromingen. In het oorspronkelijke z -vlak kunnen we de stroming opgebouwd denken uit een bron met sterkte Q in H en een put met sterkte $-Q$ in E. In het t -vlak wordt vervolgens een bron met sterkte $2Q$ en een put met sterkte $-2Q$ in H resp. E geplaatst (de bronsterkte in de bovenste halve cirkel bedraagt immers slechts de helft van de totale bronsterkte). We voldoen daarmee nog niet aan de randvoorwaarden dat de bovenste halve cirkel in het t -vlak een stroomlijn is. Om hiervoor te zorgen wordt het cirkeltheorema van Milne Thomson toegepast. Stel dat de stroming in een complex vlak kan worden beschreven door de complexe stromingspotentiaal $W=f(t)$. We plaatsen vervolgens een cylinder met straal R in het vlak en eisen dat de cirkel zelf een stroomlijn is. Dan wordt de stroming beschreven door de potentiaal $W=f(t)+f(R^2/t)$. Wanneer we dus uitgaan van de situatie met de bron in H en de put in E en we passen vervolgens het cirkeltheorema toe rond een cylinder met straal 1 in de oorsprong, dan hebben we ervoor gezorgd dat de bovenste halve cirkel in het t -vlak een stroomlijn is. Gebruik makend van het feit dat de complexe stromingspotentiaal van een bron met sterkte Q in punt a : $W = Q/2\pi \cdot \ln(t-a)$ bedraagt en dat $R=1$, vinden we

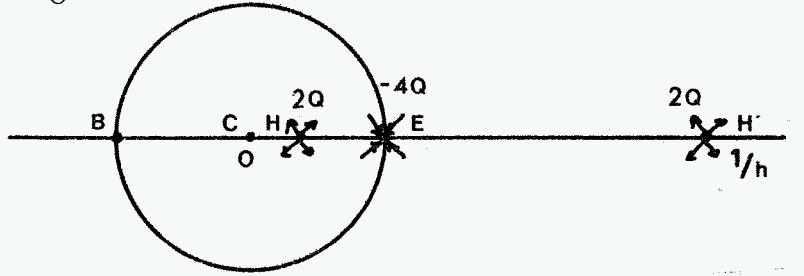
$$W = \frac{Q}{\pi} \cdot \ln(t - h) + \frac{Q}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{1}{t} - h\right) - \frac{Q}{\pi} \cdot \ln(t - 1) - \frac{Q}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{1}{t} - 1\right).$$

Deze uitdrukking wordt als volgt herschreven

$$W = \frac{Q}{\pi} \cdot \ln(h) + \frac{Q}{\pi} \cdot \ln(t-h) + \frac{Q}{\pi} \cdot \ln\left(t - \frac{1}{h}\right) - \frac{2Q}{\pi} \cdot \ln(t-1). \quad (15)$$

Uit vergelijking (15) volgt dat we aan de randvoorwaarden voldoen als in de punten H en H' bronnen staan met sterkte $2Q$ en in punt E een put met sterkte $4Q$

De stroming in het t -vlak is daarmee beschreven door middel van de bronnen en putten als weergegeven in figuur 3.5.



Figuur 3.5: Beschrijving van de stromingssituatie in het t -vlak door middel van bronstromingen.

Parameter h is voorsnog onbekend, maar kan worden bepaald uit de randvoorwaarde dat de lengte van het lijnstuk CB in het z -vlak L bedraagt. Immers:

$$z = \frac{1}{v_0} \cdot \int v_0 \cdot \frac{dz}{dW} \cdot dW = \frac{1}{v_0} \cdot \int \frac{1}{\xi} \cdot dW.$$

Met vergelijking (14) wordt dit

$$z = \frac{1}{v_0} \cdot \int t^{-\mu} \cdot \frac{dW}{dt} \cdot dt. \quad (16)$$

Voor CB geldt in het t -vlak dat $t^\mu = e^{i\pi\mu} \cdot (-t)^\mu$ (immers t is reëel en negatief). Wanneer we dit substitueren in (16) en gebruik maken van de afgeleide functie van (15), dan volgt:

$$L = |CB| = \frac{Q}{\pi \cdot v_0} \cdot \int_0^{-1} \frac{dt}{(-t)^\mu} \cdot \left\{ \frac{1}{t-h} + \frac{1}{t-1/h} - \frac{2}{t-1} \right\}.$$

Gebruik verder dat $Q = h_0 \cdot v_h$ en $v_h = v_0 \cdot h^\mu$ (dit volgt uit vergelijkingen (13) en (14) door voor punt H in te vullen $v = v_h$, $\theta = 0$ en $t = h$), waarmee

$$\frac{L}{h_0} = \frac{h^\mu}{\pi} \cdot \int_0^1 \frac{d\sigma}{\sigma^\mu} \cdot \left[\frac{1}{\sigma+h} + \frac{1}{\sigma+1/h} - \frac{2}{\sigma+1} \right], \quad (17)$$

met integratievariabele $\sigma = -t$. Vergelijking (17) is een uitdrukking in h , die numeriek kan worden opgelost met μ en L/h_0 als parameters. De drukverdeling aan de onderzijde van de klep kan worden bepaald door de vergelijking van Bernoulli toe te passen, waarmee

$$p(s) = 1/2 \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot (1 - (v/v_0)^2) = 1/2 \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot (1 - (\sigma)^{2\mu}). \quad (18)$$

Hierbij is gebruikt dat $p=0$ in punt E. Het verband tussen s (de afstand langs de klep tot punt B) en σ volgt tenslotte door vergelijking (16) nogmaals toe te passen, maar nu over een gedeelte van lijnstuk CB. Analooq aan de afleiding van (17) volgt dan:

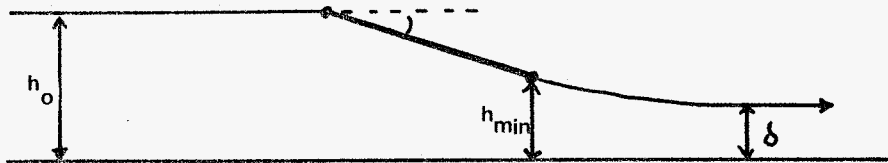
$$\frac{s}{h_0} = \frac{h^\mu}{\pi} \cdot \int_{\sigma}^1 \frac{d\sigma'}{\sigma'^{\mu}} \cdot \left[\frac{1}{\sigma'+h} + \frac{1}{\sigma'+1/h} - \frac{2}{\sigma'+1} \right]. \quad (19)$$

Met de vergelijkingen (17), (18) en (19) hebben we het vloeistofprobleem volledig beschreven. Uit vergelijking (17) volgt h , zodat uit (19) het verband tussen s en σ berekend kan worden. Passen we dit toe op (18) dan levert dat de drukverdeling aan de onderzijde van de klep. Door een konstante druk in de sinus aan te nemen en het lokale drukverschil over de klep te integreren volgens de methode uit paragraaf 3.2 wordt het vloeistofmoment op de klep berekend.

Om een indruk te krijgen hoe groot de afwijking van een quasi-1D stroming is, wordt de zogenaamde contractiecoëfficiënt k als volgt gedefinieerd (zie ook figuur 3.6):

$$k = \frac{\delta}{h_{\min}} = \frac{Q}{h_{\min} \cdot v_0} = \frac{h_0}{h_{\min}} \cdot h^\mu. \quad (20)$$

Voor een quasi-1D stroming is $k=1$; hoe kleiner k des te groter is de afwijking van het quasi-1D gedrag.



Figuur 3.6: Contractiecoëfficiënt $k = \delta/h_{\min}$.

In het quasi 1D-analytisch model is per definitie $k=1$, omdat daar wordt aangenomen dat de snelheidsprofielen vlak zijn. Het model volgens von Mises is met name in dit aspect een aanzienlijke verbetering. In hoofdstuk 4 komen we hierop nog terug.

In de literatuur wordt nog een tweede analytisch model behandeld dat de vloeistofstroming beschrijft met behulp van potentiaaltheorie [Gurevich,1979]. Het analytisch model volgens Gurevich neemt in tegenstelling tot het model van von Mises aan dat het loslaatgebied in plaats begrensd is. Het model volgens Gurevich wordt kort beschreven in appendix 3B. Het model is niet verder uitgewerkt, omdat een aantal stappen in de afleiding niet volledig worden begrepen.

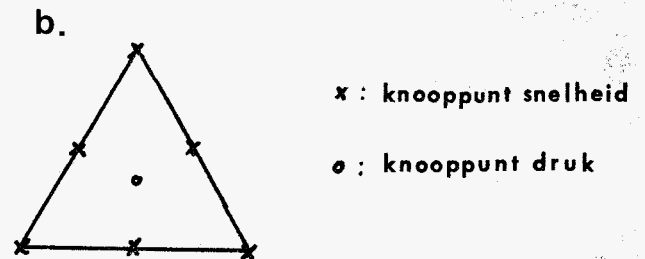
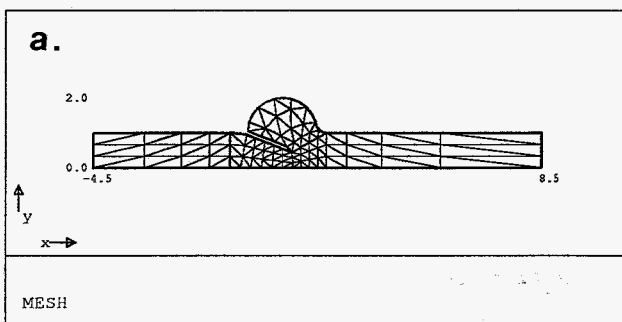
3.4 Het Eindige Elementen model.

Voor het numeriek berekenen van het vloeistofmoment moet eerst het snelheids- en drukveld van de stroming worden opgelost. De stroming van een isotherme, incompressibele Newtonse vloeistof in het 2D-aortaklepmodel wordt beschreven door de Navier-Stokes vergelijking en de continuïteitsvergelijking [v.d.Vosse,1987],

$$\text{Sr} \frac{\delta \underline{v}}{\delta t} + \underline{v} \cdot \nabla \underline{v} - \frac{1}{\text{Re}} \Delta \underline{v} + \nabla p = \underline{0} \quad (21)$$

$$\text{div } \underline{v} = 0, \quad (22)$$

gedefinieerd op het gebied Ω met rand Γ . Het stelsel vergelijkingen kan numeriek worden opgelost door gebruik te maken van de Eindige Elementen Methode (EEM). Om een benadering van het snelheids- en drukveld in gebied Ω te maken, wordt ruimtelijke discretisatie toegepast. Gebied Ω wordt daarbij verdeeld in een eindig aantal kleinere gebieden, de zogenaamde elementen, die het hele gebied bestrijken, maar elkaar niet overlappen. Het resultaat (de mesh) wordt weergegeven in figuur 3.7a. Bij de berekeningen is gebruik gemaakt van het gemodificeerde Crouzeix-Raviart element ($P_2^+ - P_1$), dat 6 knooppunten voor de snelheid en 1 knooppunt voor de druk bevat (zie figuur 3.7b). De nauwkeurigheid van de snelheidsbenadering met deze elementen is $O(h^3)$ en voor de druk $O(h^2)$.



Figuur 3.7: De elementenverdeling (a) en het gemodificeerde Crouzeix-Raviart element (b).

Het stelsel van differentiaalvergelijkingen (21) en (22) wordt vervolgens omgezet in een stelsel lineaire vergelijkingen met behulp van de methode van Galerkin. De vergelijkingen worden eerst vermenigvuldigd met weegfuncties. Als weegfuncties worden de basisfuncties van de benaderingsoplossing voor de snelheid en de druk genomen. De basisfuncties voor de snelheid resp. druk worden zodanig gekozen dat ze één zijn in het i -de knooppunt van een element en 0 in de andere knooppunten. Daarna worden de vergelijkingen geïntegreerd over gebied Ω . Vervolgens wordt partiële integratie toegepast en worden de randvoorwaarden ingevuld. Uiteindelijk leidt dit tot de zogenaamde

Galerkin-vergelijkingen, die in matrixvorm als volgt geschreven kunnen worden [v.d.Vosse,1987]:

$$\mathcal{M} \dot{\underline{v}} + [\mathcal{S} + \mathcal{N}(\underline{v})]\underline{v} + \mathcal{L}^t \underline{p} = \underline{f} \quad (23)$$

$$\mathcal{L} \underline{v} = 0. \quad (24)$$

Hierin is:

\mathcal{M}	massamatrix
\mathcal{S}	diffusiematrix
\mathcal{N}	convectiematrix
\mathcal{L}	divergentiematrix
\underline{v}	kolom met snelheidsonbekenden
\underline{p}	kolom met drukonbekenden
\underline{f}	kolom met kinematische en dynamische randvoorwaarden

Om het stelsel vergelijkingen (23) en (24) efficiënter te kunnen oplossen wordt de boetefunctiemethode gebruikt. Het principe hiervan is dat de continuïteitsvergelijking (22) wordt verstoord en vervangen door

$$\underline{p} = -\tau \cdot \text{div } \underline{v}, \quad (25)$$

waarin τ een grote boetefunctieparameter is. De vergelijkingen voor de druk en de snelheid worden daardoor ontkoppeld. Vergelijkingen (23) en (24) zijn nu te schrijven als

$$\mathcal{M} \dot{\underline{v}} + [\mathcal{S} + \mathcal{N}(\underline{v})]\underline{v} + \tau \cdot \mathcal{L}^t \mathcal{D}^{-1} \mathcal{L} \underline{v} = \underline{f} \quad (26)$$

$$\underline{p} = \tau \cdot \mathcal{D}^{-1} \mathcal{L} \underline{v}, \quad (27)$$

met \mathcal{D} de drukmatrix. Voor grote waarden van τ convergeert het boetefunctiestelsel naar het oorspronkelijke stelsel. Indien τ echter te groot wordt gekozen, kan de totale matrix uit vergelijking (26) singulier worden. Voor de berekeningen uit dit onderzoek is meestal $p/\tau = 10^{-6}$ gekozen.

De discretisatie in de tijd gebeurt met behulp van de gemodificeerde θ -methode [v.d.Vosse,1987]. Het tijdstip $t^{n+\theta}$ wordt daarbij beschreven door

$$t^{n+\theta} = t^n + \theta \cdot \Delta t.$$

Parameter θ varieert tussen 0 en 1. De θ -methode wordt toegepast op de matrixvergelijkingen (26) en (27), zodat

$$\mathcal{M} \frac{\underline{v}^{n+\theta} - \underline{v}^n}{\theta \cdot \Delta t} + [\mathcal{S} + \mathcal{N}(\underline{v}^{n+\theta}) - \tau \cdot \mathcal{L}^t \mathcal{D}^{-1} \mathcal{L}] \underline{v}^{n+\theta} = \underline{f}^{n+\theta}. \quad (28)$$

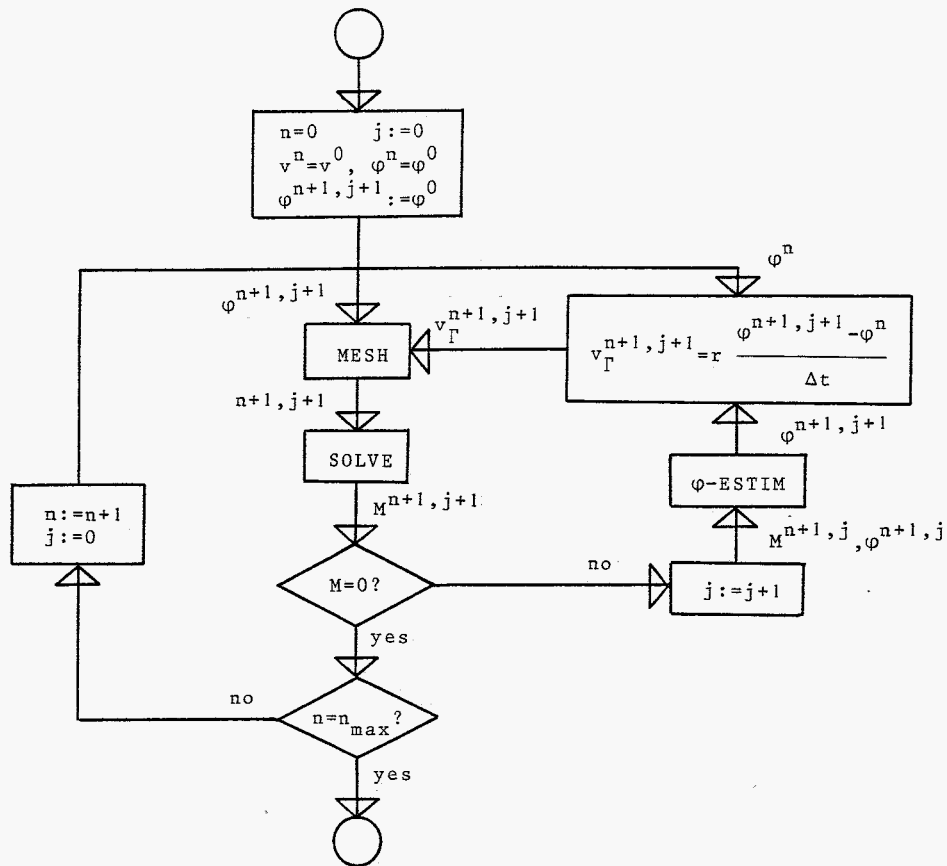
De tijddiscretisatie in de numerieke berekeningen is gerealiseerd met een Euler impliciet schema, dit wil zeggen $\theta = 1$.

De convectieve term $\mathcal{N}(\underline{v}^{n+\theta})\underline{v}^{n+\theta}$ wordt door middel van Newton-iteratie gelineariseerd, zodat:

$$\mathcal{N}(\underline{v}^{I,n+\theta})\underline{v}^{I,n+\theta} = \mathcal{J}(\underline{v}^{I-1,n+\theta})\underline{v}^{I,n+\theta} - \mathcal{N}(\underline{v}^{I-1,n+\theta})\underline{v}^{I-1,n+\theta} \quad (29)$$

met $\mathcal{J}(\underline{v}^{I,n+\theta})$ de Jacobiaan matrix van $\mathcal{N}(\underline{v}^{I,n+\theta})\underline{v}^{I,n+\theta}$ [v.d.Vosse,1987]. Met behulp van de vergelijkingen (28) en (29) kan het instationaire snelheidsveld worden opgelost. Het bijbehorende instationaire drukveld wordt bepaald uit vergelijking (27). Tevens worden de wandschuifspanningen aan de klep berekend. Het vloeistofmoment op de 2D-aortaklep wordt berekend door de momenten ten gevolge van de lokale druk en de wandschuifspanningen te integreren over het oppervlak.

Het oplossen van de evenwichtsvergelijking van de klep gebeurt in principe op dezelfde manier als beschreven in paragraaf 3.1. Omdat het numerieke algoritme nogal uitgebreid is, wordt hier apart aandacht aan geschonken. Het algoritme is ontwikkeld voor het oplossen van het gekoppeld systeem van vloeistofstroming en 2D-aortaklep. De subsystemen van vloeistof en structuur worden hierbij ieder afzonderlijk opgelost. De koppeling tussen beide systemen vindt plaats door iteraties per tijdstap uit te voeren. In figuur 3.8 wordt de globale structuur van het vloeistof-structuur interactiemodel weergegeven. Nadat het probleem is geïnitieerd, wordt de vloeistofmesh gegenereerd. Met behulp van deze mesh en de kleppositie $\varphi_{n+1,j+1}$ wordt vervolgens het snelheidsveld en het totale moment op de klep berekend. Index n geeft hierbij de tijdstap aan en j is een de index van de schatting voor de evenwichtshoek binnen die tijdstap. De oplossing wordt gevonden door middel van Newton-iteraties. Als stopcriterium wordt gebruikt dat het absolute verschil in snelheden tussen de opeenvolgende Newton iteratie slagen kleiner moet zijn dan 10^{-4} . Wanneer het totale moment $M \neq 0$ is, wordt een nieuwe schatting gemaakt van de hoek met de eerder beschreven methode van Brent (in de module φ -ESTIM). Daarna worden de nieuwe randvoorwaarden gecreëerd en het probleem wordt opnieuw opgelost. Deze procedure herhaalt zich totdat op zeker ogenblik het totale moment op de klep nul is. In dat geval zijn de berekeningen voor de n-de tijdstap afgerond en kan worden doorgedaan naar de volgende tijdstap. De methode is dus dubbel-iteratief: per tijdstap wordt de evenwichtshoek door middel van een Brent-iteratie gevonden en per Brent-iteratieslag wordt een Newton-iteratie uitgevoerd voor de oplossing van het snelheidsveld. De nauwkeurigheid, waarmee de berekeningen worden uitgevoerd is van de orde Δt .



Figuur 3.8:

Globale structuur van het vloeistof–structuur interactiemodel.

(v : vloeistofsnelheid, φ : kleppositie, M : totale moment op de klep, v_{Γ} : randvoorwaarde op het contactoppervlak, r : momentarm, n : index tijdstap, j : index positieiteratie).

Bij de berekeningen moeten per tijdstap gemiddeld zes schattingen van de hoek worden doorgerekend. Per schatting zijn gemiddeld 4 tot 6 Newton–iteraties nodig. Eén en ander betekent dat per tijdstap het vloeistofstelsel ongeveer 30 keer opgelost dient te worden. Voor een relatief grove mesh (waarmee de meeste berekeningen zijn uitgevoerd) komt dit neer op ca. 30 minuten rekentijd per tijdstap op een Apollo–stelsel en ca. 2 minuten op een Alliant–stelsel [Horsten,1989].

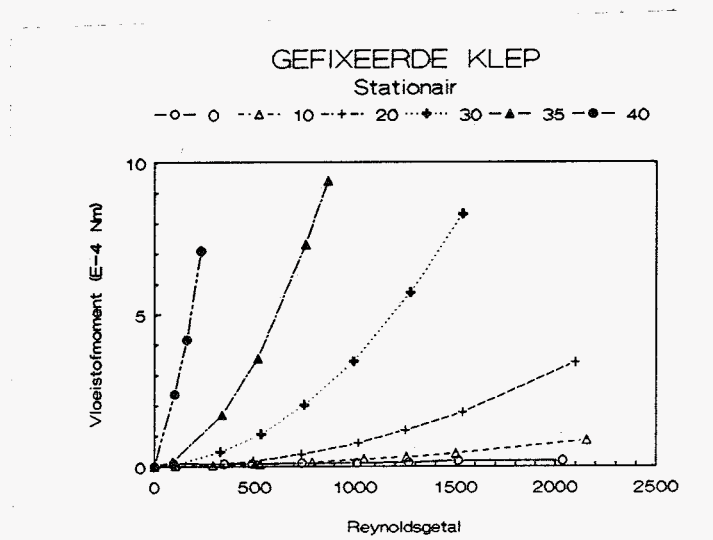
4 Resultaten gefixeerde klep.

In dit hoofdstuk worden de resultaten beschreven van de gefixeerde 2D-aortaklep in een stationaire stroming (§ 4.1) en een instationaire stroming (§ 4.2). De vloeistofkrachten op de klep zijn experimenteel bepaald volgens de procedure, die beschreven is in hoofdstuk 2. De resultaten worden vergeleken met de numerieke en analytische resultaten van de modellen uit hoofdstuk 3.

4.1 Gefixeerde klep in stationaire stroming.

Experimenteel

Tijdens de experimenten is voor hoeken $\varphi = 0, 10, 20, 30, 35$ en 40 graden het moment, werkend op de klep ten gevolge van de vloeistofstroming als functie van het Reynoldsgetal bepaald. De experimentele resultaten worden weergegeven in figuur 4.1.



Figuur 4.1: Het experimenteel bepaalde vloeistofmoment op een gefixeerde klep ($\varphi = 0, 10, 20, 30, 35$ en 40 graden) als functie van Re .

Elke lijn geeft het vloeistofmoment op de klep voor een vaste hoek φ weer. Het vloeistofmoment neemt toe, naarmate Re toeneemt en naarmate hoek φ groter wordt. Voor de hoeken 35° en 40° zijn uitsluitend metingen bij lage Re -getallen verricht, omdat anders de krachtopnemer overbelast zou worden.

De standaarddeviatie van de 200 perioden per meting blijkt voor alle metingen kleiner te zijn dan de reproduceerbaarheid van de krachtopnemer ($5 \cdot 10^{-4}$ N). De onnauwkeurigheid in de metingen wordt daarom bepaald door deze laatste en bedraagt maximaal $\Delta M = 0.06 \cdot 10^{-4}$ Nm.

Analytisch

Het vloeistofmoment op de gefixeerde klep volgens het quasi-1D analytisch model is als functie van het Re -getal berekend met behulp van vergelijking (12) uit paragraaf 3.2 voor verschillende waarden van hoek φ . De resultaten worden weergegeven in figuur 4.2. Het quasi-1D analytisch model blijkt het experimenteel gemeten vloeistofmoment op de klep kwalitatief goed te beschrijven. Kwantitatief voorspelt het model echter waarden, die ongeveer een faktor 2.5 lager liggen dan de experimenteel gemeten waarden.

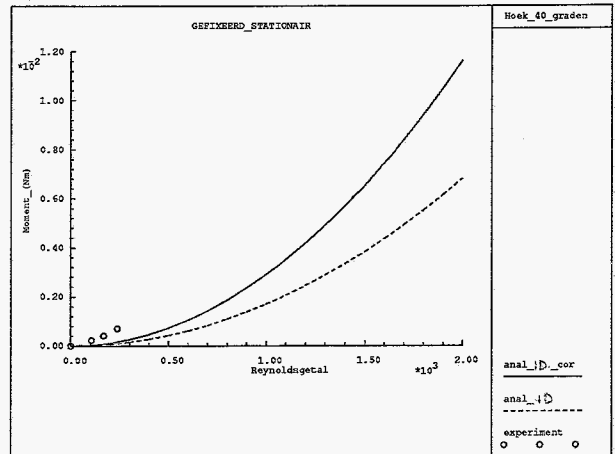
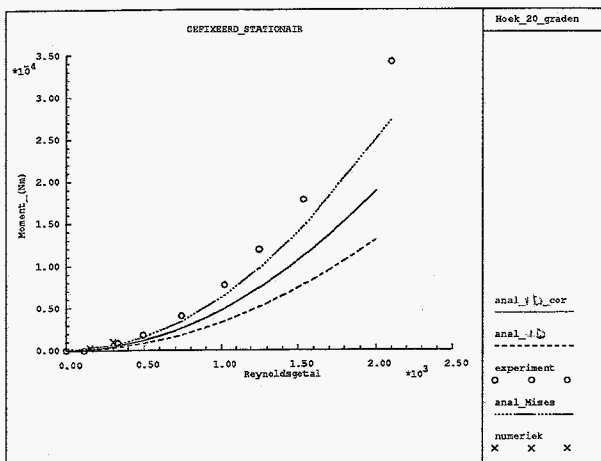
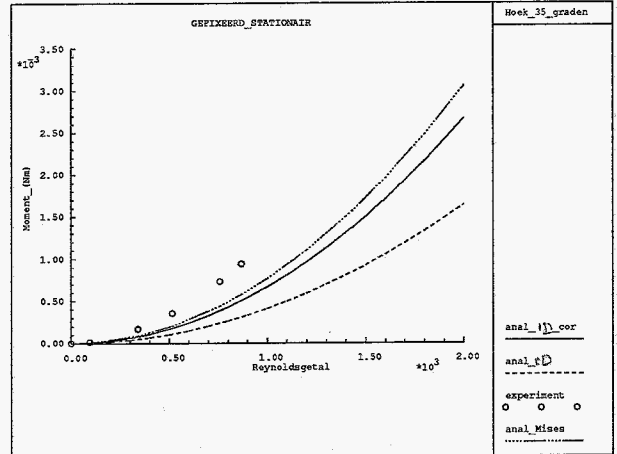
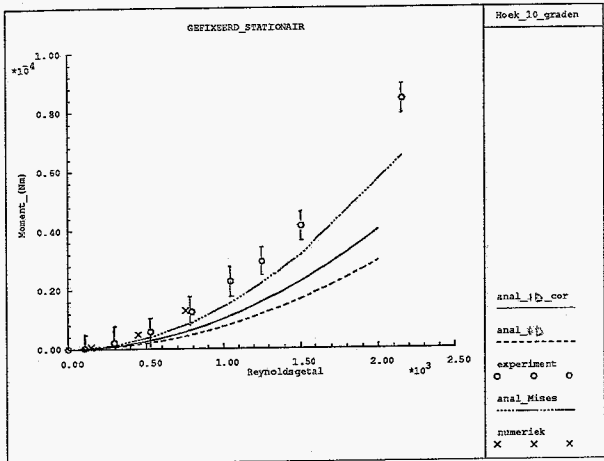
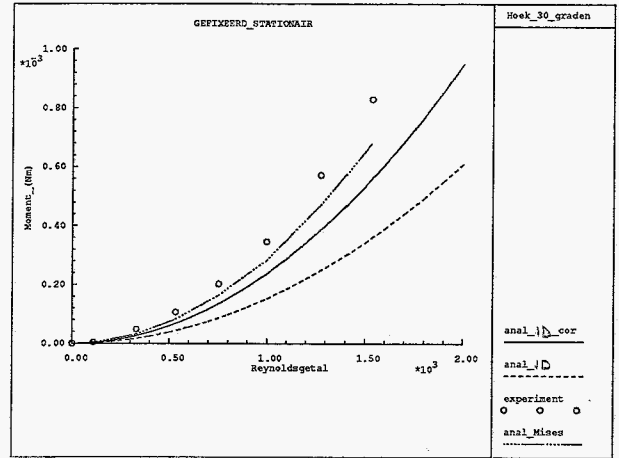
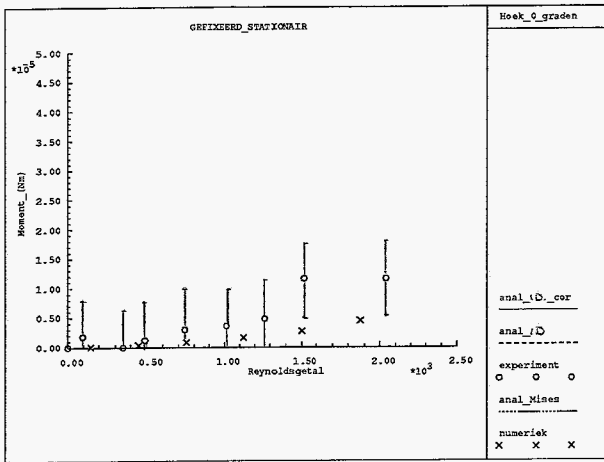
De analytische berekeningen volgens Von Mises voorspellen de experimentele resultaten veel beter (figuur 4.2). De afwijking voor hoeken $\varphi < 20^\circ$ bedraagt nog slechts 20%. Bij grotere hoeken wordt de afwijking iets groter (40% bij $\varphi = 35^\circ$).

Numeriek

De numerieke berekeningen (figuur 4.2) zijn slechts uitgevoerd voor kleine hoeken (t/m 20°) en lage Reynoldsgetallen (maximaal 300 bij $\varphi = 20^\circ$). Voor grotere waarden van φ en Re wordt het stelsel vergelijkingen uit paragraaf 3.4 singulier en kunnen de berekeningen niet meer worden uitgevoerd. De overeenkomst met de experimentele resultaten is goed voor hoeken $\varphi = 10^\circ$ en 20° (afwijking $< 10\%$). Bij $\varphi = 0^\circ$ zijn de numerieke resultaten redelijk in overeenstemming met de experimenten als rekening wordt gehouden met de meeton nauwkeurigheid.

Discussie

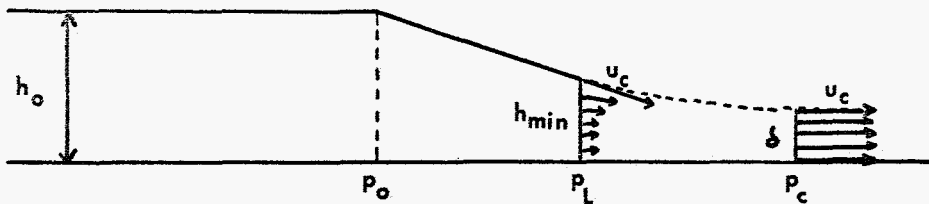
Het experimentele vloeistofmoment wordt bepaald door de drukkracht op de krachtopnemer in een situatie zonder vloeistofstroming te vergelijken met de kracht waarbij wel een vloeistofstroming aanwezig is. Het verschil in beide krachten wordt toegeschreven aan de vloeistofkrachten op de klep. Dit is toegestaan mits de stroming de enige parameter is, die verandert tussen beide situaties. Echter door de vloeistofstroming stijgt het vloeistofniveau in de cilindrische buis ten opzichte van het niveau in rust met maximaal 1 mm bij $Re = 1500$. De opwaartse kracht op de starre staaf, die de krachtopnemer en de klep verbindt, wordt daardoor groter. Bij een diameter van $d_{\text{staaf}} = 1.5$ mm bedraagt de extra opwaartse kracht $0.2 \cdot 10^{-4} \text{N}$. Het effect is daarmee verwaarloosbaar klein ten opzichte van de onnauwkeurigheid van de krachtopnemer ($5 \cdot 10^{-4} \text{N}$) en mag het verschil tussen de situatie met en zonder vloeistofstroming dus worden toegeschreven aan de vloeistofkrachten op de klep.



Figuur 4.2: Experimentele, analytische en numerieke voorspellingen van het vloeistofmoment werkend op een gefixeerde klep voor hoeken van 0, 10, 20, 30, 35 en 40 graden.

Het quasi-1D analytisch model voorspelt vloeistofmomenten, die ongeveer een faktor 2.5 lager liggen dan de experimenteel gevonden waarden. Deze afwijking zou veroorzaakt kunnen worden door de beperking van het model, dat het uitgaat van vlakke snelheidsprofielen. In appendix 4A is het stationair quasi-1D model uitgebreid voor parabolische snelheidsprofielen. Het vloeistofmoment bij een parabolisch snelheidsprofiel blijkt geschreven te kunnen worden als het moment van een vlak profiel met een extra term van de vorm $k(\varphi) \cdot Re^2$. Als $\varphi=30^\circ$ bedraagt $k(30^\circ)=-1.1621 \cdot 10^{-11}$. Het analytisch berekende moment, dat gevonden wordt met behulp van deze correctie ligt ongeveer 1% lager dan het resultaat voor vlakke snelheidsprofielen en is daarmee verwaarloosbaar klein.

De discrepantie tussen het quasi 1D-analytisch model en de experimenten kan wel ten dele worden verklaard door aan te nemen dat er contractie van de vloeistofstroming achter het klepuiteinde optreedt; de vrije stroomlijn achter het klepuiteinde buigt daarbij naar beneden (figuur 4.3).



Figuur 4.3: Contractie van de vloeistofstroming achter het klepuiteinde.

Omdat de snelheden ter plaatse L gemiddeld kleiner zijn dan de snelheden in C (massabehoud), zal de gemiddelde druk $p_L > p_C$. Langs de vrije stroomlijn is de druk konstant en gelijk aan de waarde waar de contractie maximaal is (p_C). Ter plaatse L is daarom de druk niet konstant in verticale richting. Wegens het theorema van Bernoulli geldt dan ook dat het snelheidsprofiel in L essentieel niet vlak is! Het optreden van contractie is dus niet te combineren met een theorie, waar vlakke snelheidsprofielen worden aangenomen en kan daarom niet door middel van het quasi-1D model beschreven worden. Om toch een indruk van de invloed van de contractie te krijgen, kan deze als een hogere orde effect aangebracht worden in het model. In appendix 4B wordt aangegeven hoe de analytische berekeningen daarvoor gecorrigeerd worden. Voor de verschillende hoeken zijn de gecorrigeerde analytische voorspellingen weergegeven in figuur 4.2 (anal_1D_cor). De curven vertonen een duidelijke verbetering ten opzichte van het niet-gecorrigeerde quasi-1D model. Blijkbaar beschrijft een model, waarbij rekening wordt gehouden met contractie van de vloeistofstroming achter het klepuiteinde de experimentele resultaten beter dan het quasi 1D-analytisch model. Omdat het model van Von Mises de contractie achter het klepuiteinde exact berekent, is het daarom geheel volgens onze verwachting dat de analytische resultaten van Von Mises een goede beschrijving geven van de experimentele resultaten.

De numeriek berekende vloeistofmomenten zijn voor hoeken van 10° en 20° iets groter dan de experimentele waarden. Dit kan een gevolg zijn van het feit dat de stroming niet helemaal vlak is in de z -richting. In de grenslagen is de bijdrage aan het moment op de klep kleiner dan in het centrum van het kanaal. Bij de numerieke berekeningen van het vloeistofmoment wordt daar geen rekening mee gehouden en wordt over de hele breedte van het model een even grote vloeistofbijdrage aangenomen. De numerieke vloeistofmomenten worden daardoor dus groter dan de experimenteel bepaalde momenten. Mogelijk heeft de numerieke onnauwkeurigheid ten gevolge van een relatief grove mesh hier ook een rol gespeeld.

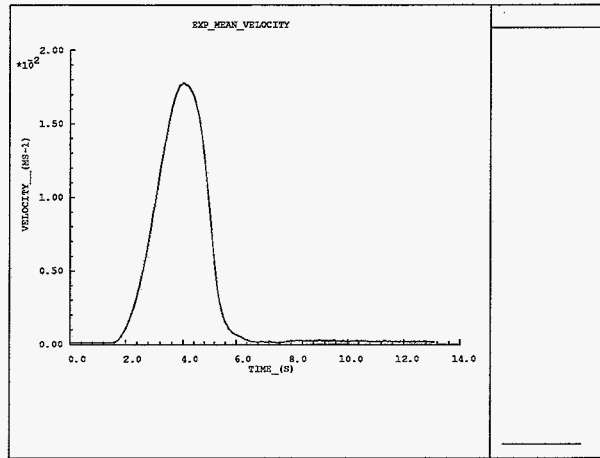
Conclusie

De vloeistofmomenten op een gefixeerde klep in een stationaire stroming worden kwalitatief goed beschreven als functie van Re en φ door het quasi-1D analytisch model. Kwantitatief voorspelt het model waarden, die een faktor 2.5 lager liggen dan de experimentele en numerieke waarden. De oorzaak daarvoor moet voor een belangrijk deel worden gezocht in het niet in rekening brengen van de contractie van de hoofdstroom stroomafwaarts van de klep. Het model van Von Mises, dat het probleem 2D oplost onder de aanname dat de viskositeit geen rol speelt, geeft aanmerkelijk betere resultaten. De numerieke berekeningen, waar bovendien rekening wordt gehouden met de viskositeit, geven resultaten die maximaal slechts 10% afwijken van de experimentele resultaten.

4.2 Gefixeerde klep in instationaire stroming.

Experimenteel

De instationaire stroming, waarbij de experimenten zijn uitgevoerd, heeft als kengetallen $Re=365$ en $Sr=0.64$. De gemiddelde aanstroomsnelheid in plaats $v_0(t)$ is als functie van de tijd bepaald door op positie $x=-30$ mm in het middenvlak de snelheid als functie van de tijd te meten voor $y=0, 1, 2, \dots, 20$ mm. De gemeten snelheid is vervolgens geïntegreerd over de hoogte van het kanaal met behulp van de alternative extended Simpson Rule [Press,1986], waarmee $v_0(t)$ bekend is. Het resultaat wordt weergegeven in figuur 4.4.



Figuur 4.4: De gemiddelde snelheid in plaats ($v_0(t)$) op 3 cm voor de klep ($Re = 365$, $Sr = 0.64$).

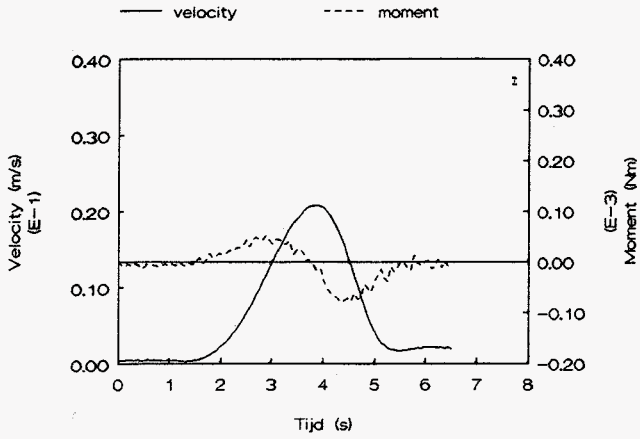
Tijdens de experimenten is voor hoeken $\varphi = 0, 10, 20, 30$ en 35 graden het instationaire vloeistofmoment bepaald. De experimentele resultaten worden weergegeven in figuur 4.5. Voor kleine hoeken (0 tot 20°) blijkt het moment in goede benadering evenredig te zijn met de afgeleide van de snelheid. Het moment ligt 90° voor in fase op de snelheid. Voor grotere hoeken wordt het faseverschil tussen snelheid en moment steeds kleiner. Het maximale moment neemt voor kleine hoeken weinig toe bij groter wordende hoek; echter vanaf $\varphi = 30^\circ$ stijgt het moment fors.

Analytisch

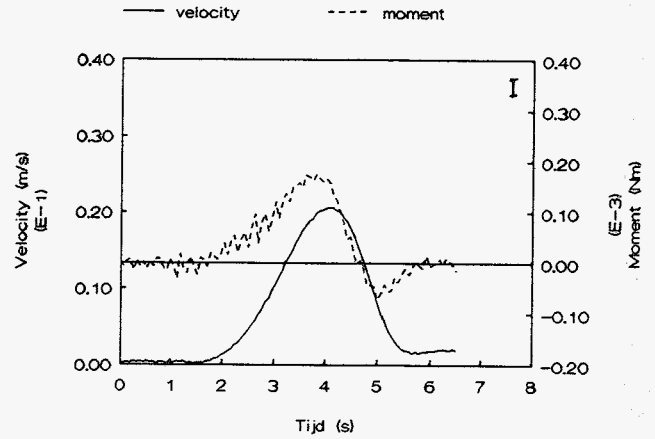
De analytische berekeningen zijn uitgevoerd met behulp van het quasi-1D analytisch model uit paragraaf 3.2. De experimenteel bepaalde en in plaats gemiddelde snelheid $v_0(t)$ is als invoerfile gebruikt voor de berekeningen. De resultaten die daarmee uit de analytische berekeningen volgen, worden gepresenteerd in figuur 4.6. De analytische berekening voor de horizontale stand van de klep is gedaan voor $\varphi = 0.001$ graden, omdat de vergelijking voor het vloeistofmoment anders singulier zou worden ($\lambda = 0$).

Net zoals bij de experimenten blijkt het moment voor kleine hoeken in hoofdzaak te worden bepaald door de afgeleide term $\delta v_0 / \delta t$, gezien de fasedraaiing van 90° , die optreedt. Bij toenemende hoek φ wordt de v_0^2 -term van vergelijking (15) uit paragraaf 3.2 steeds belangrijker. De fasedraaiing neemt af tot vrijwel 0 bij $\varphi = 35^\circ$. De grootte van het maximale moment neemt toe van de limiet 0 bij $\varphi = 0^\circ$ tot $1.2 \cdot 10^{-4} \text{Nm}$ bij $\varphi = 35^\circ$.

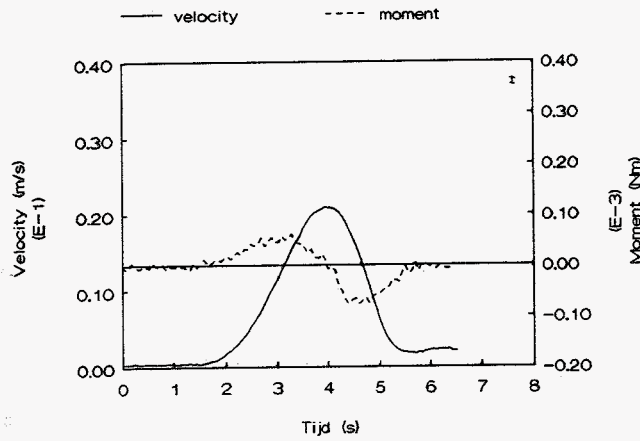
Vloeistofsnelheid en -moment
Gefixeerde klep, hoek 0 graden.



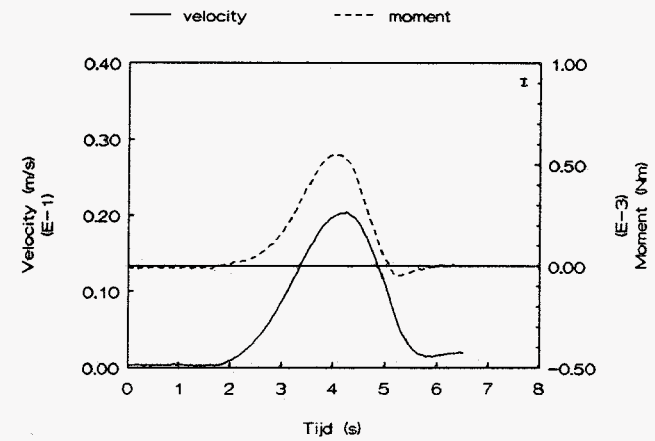
Vloeistofsnelheid en -moment
Gefixeerde klep, hoek 30 graden.



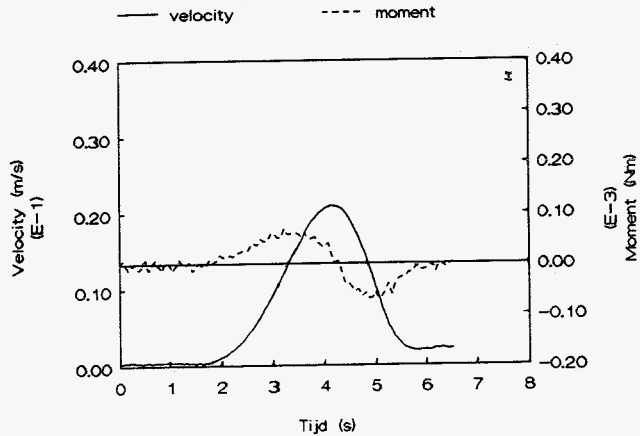
Vloeistofsnelheid en -moment
Gefixeerde klep, hoek 10 graden.



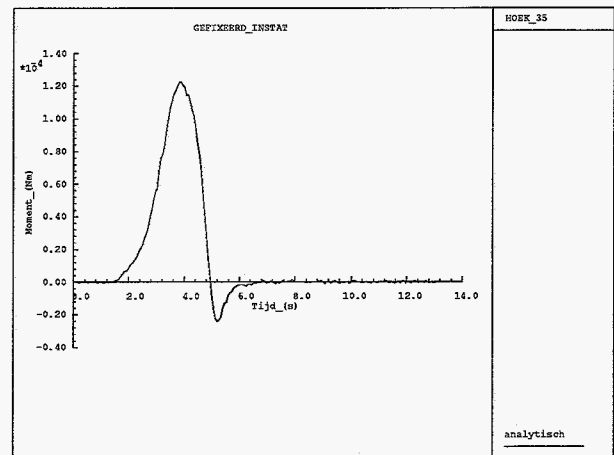
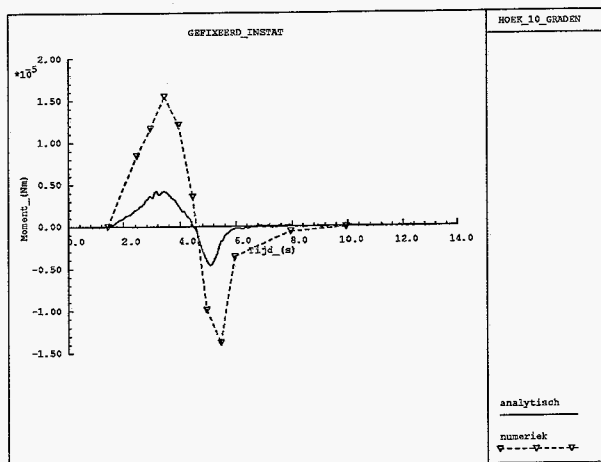
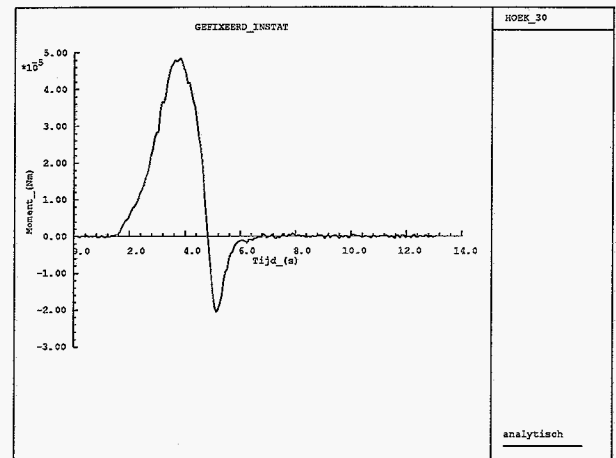
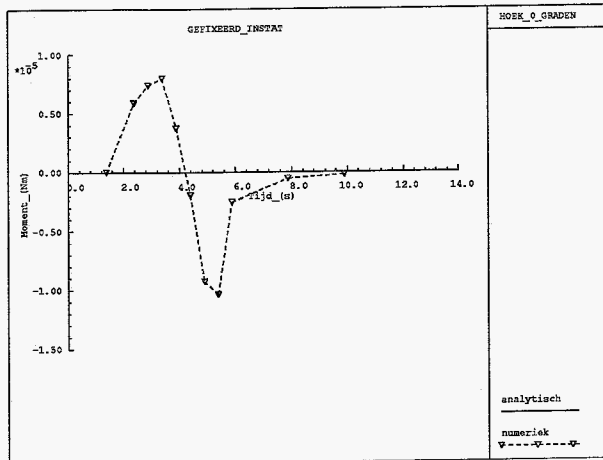
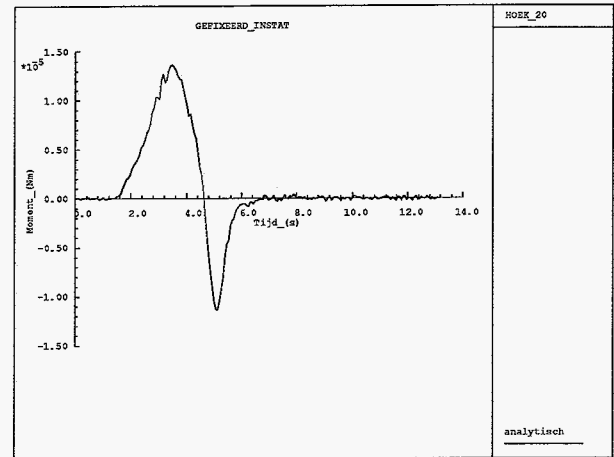
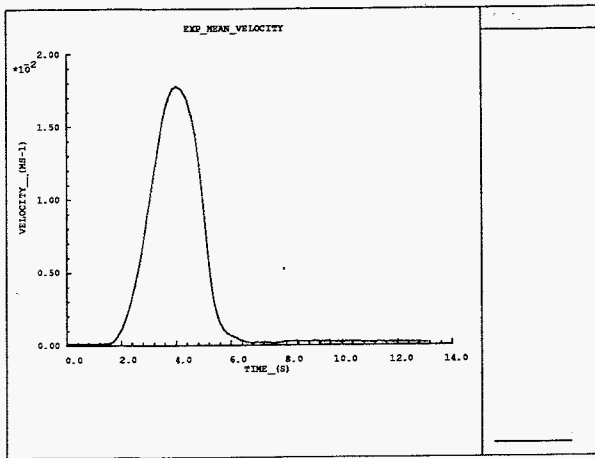
Vloeistofsnelheid en -moment
Gefixeerde klep, hoek 35 graden.



Vloeistofsnelheid en -moment
Gefixeerde klep, hoek 20 graden.



Figuur 4.5: Experimentele resultaten van gefixeerde klep ($\varphi = 0, 10, 20, 30$ en 35°) in een instationaire stroming ($Re = 365$, $Sr = 0.64$). De onnauwkeurigheid in het vloeistofmoment wordt aangegeven door het balkje rechtsboven in de grafieken.



Figuur 4.6: De gemiddelde snelheid $v_0(t)$ en de daarbij behorende analytisch bepaalde momenten voor een gefixeerde klep ($0, 10, 20, 30$ en 35°) in een instationaire stroming.

Uit een vergelijking van de figuren 4.5 en 4.6 blijkt dat de overeenkomst van het analytisch instationaire model met de experimentele resultaten kwalitatief goed is. De afhankelijkheid van $\delta v_0/\delta t$ voor kleine hoeken en de fasedraaiing van 90° naar 0° voor groter wordende hoeken is in beide gevallen duidelijk zichtbaar. Ook de forse toename van het maximale vloeistofmoment bij toenemende hoek wordt door het analytisch model beschreven. Kwantitatief zijn er echter grote verschillen tussen de experimenten en de analytische voorspelling. De analytisch berekende momenten liggen voor hoeken $\varphi > 20^\circ$ ongeveer een faktor 5 lager dan de experimenteel bepaalde momenten. Voor kleinere hoeken wordt deze faktor nog veel groter. Meer analytische voorspellingen zijn niet beschikbaar, aangezien het analytische model volgens Von Mises uit paragraaf 3.3 niet bruikbaar is voor instationaire stromingen.

numeriek

Als invoer voor de instationaire numerieke berekeningen is de gemiddelde snelheid in plaats $v_0(t)$ in de tijd gediscrètiseerd met tijdstappen van 0.5 s in de systole fase (= tijd dat snelheidspuls optreedt) en tijdstappen van 2 s in de diastole fase (= rustfase), hetgeen resulteert in 16 tijdstappen per cyclus. Op de afzonderlijke tijdstippen wordt het vloeistofmoment als functie van de tijd berekend. Er worden drie cycli doorgerekend om inschakelverschijnselen te dempen. Voor hoeken van 0° en 10° worden de resultaten uit de derde cyclus gegeven in figuur 4.6.

De overeenkomst met het analytisch model en de experimenten is kwalitatief goed. Wederom is een fasedraaiing van ongeveer 90° voor kleine hoeken zichtbaar. De numeriek berekende momenten zijn ongeveer een faktor 4 kleiner dan de experimentele waarden bij hoeken 0° en 10° .

Discussie

Het vloeistofmoment op een gefixeerde klep in een instationaire stroming blijkt voor ver geopende kleppen in hoofdzaak te worden bepaald door de snelheidsafgeleide. Dit is geheel in overeenstemming met de bevindingen van v.Steenhoven en v.Dongen, die geconstateerd hebben dat gedurende de vertragingfase van de vloeistofstroming reeds een belangrijk deel van de klepsluiting plaats vindt. De vloeistofvertraging blijkt een belangrijke faktor in het sluitingsmechanisme te zijn [Steenhoven,1979]. Hieruit volgt dat we voor de bepaling van het instationaire vloeistofmoment niet mogen aannemen dat het zich quasi-statisch gedraagt, zeker bij een ver geopende klep. Dit blijkt bovendien uit de faseverschuiving tussen snelheid en moment en uit de grootte van het maximaal gemeten moment in vergelijking met de metingen van de gefixeerde klep in een stationaire

stroming. Bijvoorbeeld voor $\varphi = 10^\circ$ geldt bij de experimenten in het instationaire geval bij $Re=365$ dat $M_f(\text{maximaal}) \approx 0.6 \cdot 10^{-4} \text{Nm}$ en in het stationaire geval geldt bij een vergelijkbaar Re -getal dat $M_f \approx 0.06 \cdot 10^{-4} \text{Nm}$. Zelfs bij grote hoeken is het instationaire effect nog merkbaar. Voor $\varphi=35^\circ$ bedragen de momenten in het instationaire en stationaire geval $M_f(\text{max}) \approx 5.5 \cdot 10^{-4} \text{Nm}$ resp. $M_f \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{Nm}$.

Kwantitatief zijn grote verschillen tussen de experimenten enerzijds en de analytische en numerieke voorspellingen anderzijds te constateren. De experimenteel bepaalde momenten zijn tenminste een factor 4 groter dan de numerieke en/of analytische waarden. Mogelijk is dit het gevolg van een ernstige beperking van de opstelling voor instationaire metingen. Bij de instationaire metingen stijgt tijdens de versnellingsfase van de snelheidspuls namelijk het vloeistofniveau in de cilindrische buis, welke boven de sinusholte is aangebracht (figuur 2.1). Blijkbaar is er een secundaire stroming vanuit de sinusholte naar de cilindrische buis aanwezig. De grootte van de secundaire stroming in de versnellingsfase kan worden afgeschat uit de stijging van het vloeistofniveau ($\Delta h = 9.5 \text{ mm}$), de binnendiameter van de cilindrische buis ($d = 24 \text{ mm}$) en de tijdsduur van de versnellingsfase ($\Delta t = 2 \text{ s}$):

$$\text{Flow}(\text{secundair}) \approx 1/4 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \Delta h / \Delta t = 2.15 \cdot 10^{-6} \text{m}^3/\text{s}.$$

De flow van de hoofdstroming wordt afgeschat uit de gemiddelde snelheid gedurende de versnellingsfase ($v_{\text{gem}} = 0.010 \text{ m/s}$, figuur 4.4) en het doorstroomoppervlak $B \cdot h_0$

$$\text{Flow}(\text{primair}) \approx v_{\text{gem}} \cdot B \cdot h_0 = 2.38 \cdot 10^{-5} \text{m}^3/\text{s}.$$

De secundaire flow bedraagt dus bijna 10 % van de primaire flow en is daarmee een belangrijk effect dat de instationaire metingen sterk verstoort. De druk in de sinusholte, welke zeer bepalend is voor het totale vloeistofmoment op de klep wordt daardoor sterk beïnvloed.

Conclusie

De vloeistofmomenten op een gefixeerde klep in een instationaire stroming worden kwalitatief heel redelijk beschreven door middel van het instationaire quasi-1D model en de numerieke berekeningen. De experimenteel gemeten vloeistofmomenten zijn echter tenminste een factor 4 groter dan de analytisch en/of numeriek bepaalde momenten. Waarschijnlijk is dit het gevolg van een ernstige beperking van de experimentele opzet voor de instationaire metingen. In hoofdstuk 6 wordt besproken hoe de opstelling aangepast zou kunnen worden.

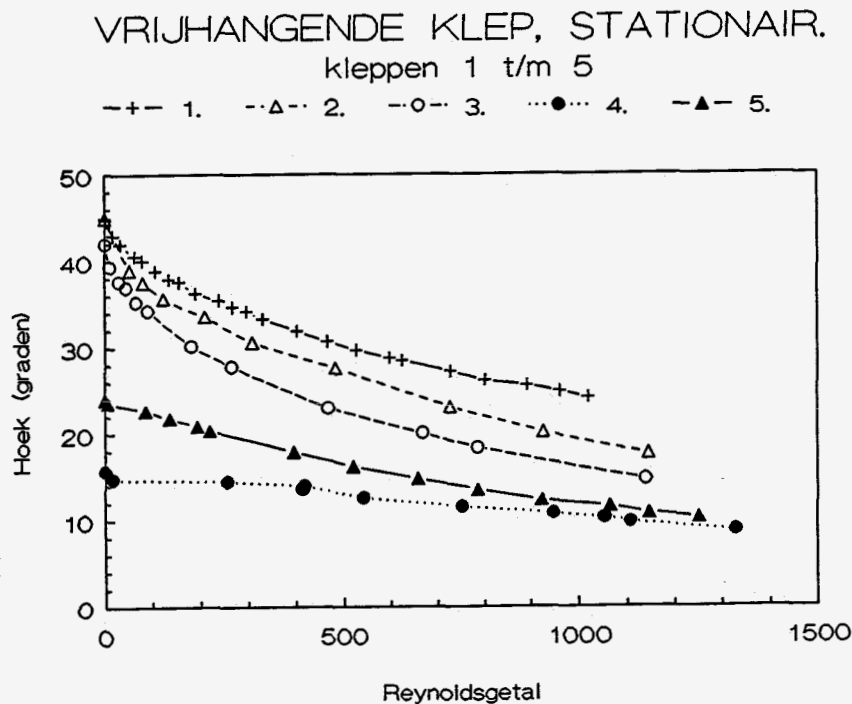
5 Resultaten vrij hangende klep.

In dit hoofdstuk worden de experimenten van een vrij hangende klep in een stationaire vloeistofstroming beschreven. Onder invloed van de momenten M_g , M_f en M_b gaat de 2D-aortaklep onder evenwichtshoek φ staan. In paragraaf 5.1 wordt de relatie tussen φ , de relatieve dichtheid van de klep en het Reynoldsgetal in een stationaire evenwichtssituatie experimenteel, analytisch en numeriek onderzocht. In paragraaf 5.2 worden experimenten beschreven, waarbij de klep in een valbeweging zijn evenwichtsstand opzoekt. Deze resultaten worden vergeleken met numerieke berekeningen.

5.1 Vrij hangende klep in stationaire stroming.

Experimenteel

Voor de 5 kleppen uit paragraaf 2.3 is de evenwichtshoek φ als functie van het Re-getal bepaald. De resultaten worden weergegeven in figuur 5.1.

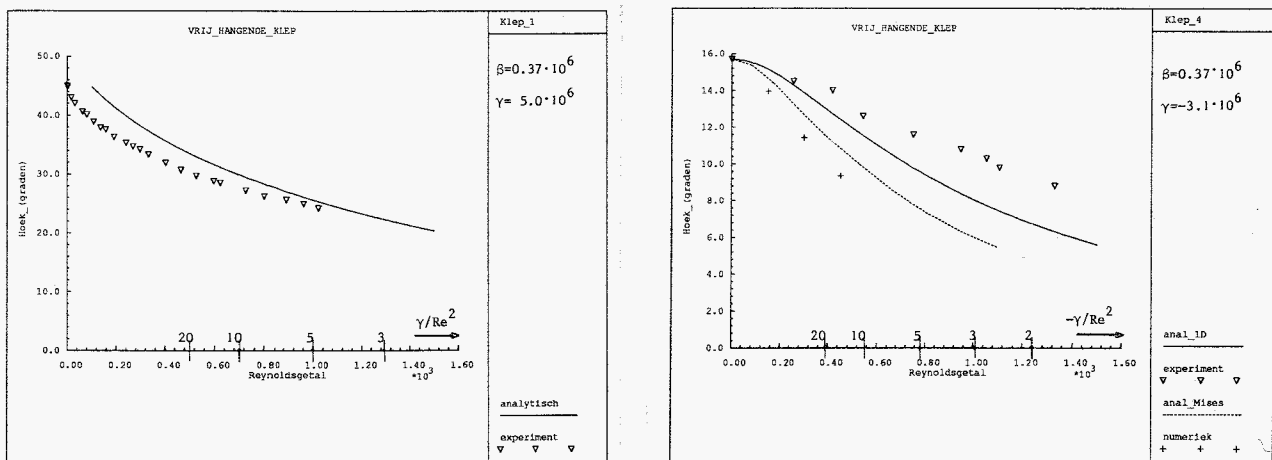


Figuur 5.1: Evenwichtshoek φ van vrij hangende kleppen met verschillende gewichten in een stationaire stroming.

De kleppen 1 t/m 3 hangen in het geval dat er geen vloeistofstroming is ($Re = 0$) op de bodem van het 2D-aortaklepmodel ($\varphi = 45^\circ$). Geheel volgens verwachting worden voor toenemende Re -getallen worden de kleppen steeds verder opgedrukt. De kleppen worden gemakkelijker opgedrukt, naarmate hun gewicht kleiner is (klep 2 resp. 3). De kleppen 4 en 5 gaan voor $Re = 0$ niet naar $\varphi = 45^\circ$, maar bereiken hun evenwicht voor een kleinere hoek.

Analytisch / Numeriek

Voor de kleppen 1 en 4 zijn analytische berekeningen met behulp van het quasi-1D model en/of het analytisch model volgens Von Mises uitgevoerd. De resultaten worden weergegeven in figuur 5.2. Voor de analytische berekeningen is tevens het dimensieloze getal γ/Re^2 langs de x-as weergegeven (zie ook paragraaf 3.1).



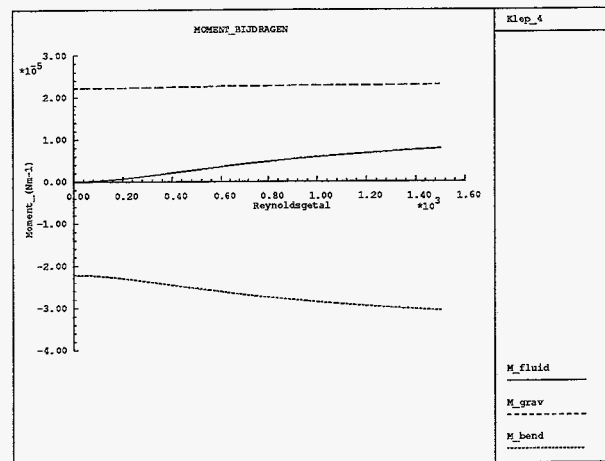
Figuur 5.2: Experimentele, analytische en numerieke evenwichtshoeken voor de kleppen 1 en 4. De waarden van de ingevoerde dimensieloze parameters bij de analytische en numerieke berekeningen zijn in de kolom rechts naast de grafieken aangegeven.

De vorm van de experimentele curven wordt redelijk voorspeld door de analytische berekeningen. Bij klep 1 zijn voor $Re < 100$ geen analytische berekeningen gedaan, omdat het model geen rekening houdt met de aanwezigheid van de bodem van het kanaal. De analytisch voorspelde evenwichtshoeken met behulp van het quasi-1D model en het Von Mises model liggen voor klep 4 lager dan de experimentele waarden. De numerieke berekeningen (zie figuur 5.2) voorspellen nog kleinere evenwichtshoeken.

Discussie

Bij de experimentele resultaten uit figuur 5.1 wordt een opmerking gemaakt. Voor de kleppen 4 en 5 blijkt de evenwichtshoek voor $Re=0$ kleiner dan 45° (= klep op bodem) te zijn. Voor klep 4 is $\Delta\rho < 0$ en $(\theta - \varphi) > 0$ (dit geldt voor elke klep en hoeken $\varphi < 42^\circ$, immers $\theta = 42^\circ$). M_g en M_b zijn dus tegengesteld gericht en er kan een evenwicht optreden. Voor klep 5 is de experimenteel bepaalde dichtheid $\Delta\rho = 0.0112 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 > 0$, zodat hier nooit een evenwicht zou kunnen optreden tussen M_g en M_b . Een mogelijke verklaring hiervoor zou in principe kunnen zijn dat temperatuurseffekten een rol hebben gespeeld. De dichtheidsbepalingen van klep 5 en het water uit de opstelling hebben plaatsgevonden bij $T = 20.8^\circ\text{C}$ resp. 20.7°C . De experimenten met klep 5 zijn uitgevoerd bij $T = 18^\circ\text{C}$. De dichtheid van het water is bij die temperatuur groter (ongeveer 0.06%), waardoor de klep relatief lichter ten opzichte van het water zou zijn. Dit effect is echter te klein om het verschijnsel volledig te verklaren. Mogelijk is een (toevallige) fout gemaakt in de dichtheidsbepaling van klep 5. De resultaten van deze klep worden daarom verder buiten beschouwing gelaten.

Over de vergelijking van de experimentele, analytische en numerieke resultaten voor klep 4 kan het volgende gezegd worden. Naar aanleiding van de resultaten van hoofdstuk 4 kunnen we stellen dat voor een stationaire stroming het vloeistofmoment goed berekend wordt door de numerieke berekeningen. De resultaten verslechteren voor de berekeningen volgens Von Mises resp. de quasi-1D voorspelling, welke te kleine vloeistofmomenten voorspellen. De verwachting zou dan ook zijn dat de analytisch voorspelde evenwichtshoeken groter zijn dan de experimenteel bepaalde evenwichtshoeken. Het tegengestelde blijkt het geval te zijn (zie figuur 5.2). Uit de onderlinge afwijkingen tussen de vloeistofmomenten uit de theoretische modellen bij de gefixeerde klep (figuur 4.2) kan verwacht worden dat het numerieke model de kleinste evenwichtshoek voorspelt en het quasi-1D model de grootste. Dit wordt inderdaad bevestigd in figuur 5.2. Eén en ander wijst erop dat voor de vrij hangende klep (klep 4) in een stationaire stroming in de bepaling van de overige momenten (M_b of M_g) een fout wordt gemaakt, gezien de slechte overeenkomst met de numerieke berekeningen. Dat een fout in de bepaling van M_b en/of M_g van grote invloed is op het totale moment (en dus ook op de evenwichtshoek), blijkt uit figuur 5.3. In de figuur worden de afzonderlijke momentbijdragen op de klep zijn weergegeven, zoals die zijn bepaald met behulp van het quasi-1D analytisch model en de evenwichtsvergelijking uit paragraaf 3.1. De figuur is uitsluitend bedoeld om een indruk te krijgen van de grootte-orde van de afzonderlijke momenten, immers het quasi-1D model berekent de momenten niet erg nauwkeurig (hoofdstuk 4).



Figuur 5.3: De momentbijdragen M_f , M_g en M_b voor klep 4 in evenwicht, berekend met behulp van het quasi-1D analytisch model en de evenwichtsvergelijking.

Het blijkt dat voor klep 4 het totale moment in hoofdzaak wordt bepaald door het (vrijwel konstante) zwaartekrachtsmoment M_g en het buigmoment M_b . Een relatief kleine fout in de bepaling van M_g en/of M_b kan daarom grote fouten in de bepaling van de evenwichtshoek opleveren. Met name de bepaling van de buigconstante k is een gevoelige parameter, die moeilijk te bepalen is. Konstante k is voor klep 4 op een indirecte wijze experimenteel bepaald uit de evenwichtshoek bij $Re=0$. Er geldt dan $M_f=0$, dus $|M_b|=|M_g|$. met behulp van de gegevens voor M_g en aannemend dat M_b evenredig is met $(\theta-\varphi)$ (zie paragraaf 3.1) kan k worden berekend. Een aantal kritische kanttekeningen zijn hier op hun plaats.

1. Uit de manier waarop de buigconstante bepaald is, zal het duidelijk zijn dat een fout in de bepaling in één van de klepparameters ρ , l_z of het volume van de klep direct doorwerkt in de konstante k .
2. Buigconstante k is afhankelijk van de manier waarop het scharnierend membraan in het model geklemd zit. Voor elke klep en elke inklemming is k daarom anders en zou telkens opnieuw bepaald moeten worden. In het afstudeeronderzoek is k alleen bepaald voor klep 4, omdat daar het evenwicht tussen M_g en M_b plaatsvindt bij $Re=0$. Voor klep 1 is bij de analytisch berekeningen de buigconstante van klep 4 gebruikt. Het is nu, aan het eind van het onderzoek, mogelijk geworden om k voor elke klep direct te bepalen met behulp van de krachtopnemer. In hoofdstuk 6 wordt aangegeven, hoe dit in de toekomst zou kunnen gebeuren.
3. Bij de bepaling van het buigmoment wordt een lineair verband aangenomen tussen M_b en $(\theta-\varphi)$ met evenredigheidsconstante k . Dit is slechts geldig bij zuivere buiging, waar in de experimenten mogelijk geen sprake van is. Konstante k wordt immers bepaald bij $Re=0$. Het is mogelijk dat door de vloeistofstroming het scharnierend membraan anders wordt 'gespannen'. Een dergelijke vormverandering van het membraan kan ongetwijfeld niet als een zuivere buiging worden opgevat.

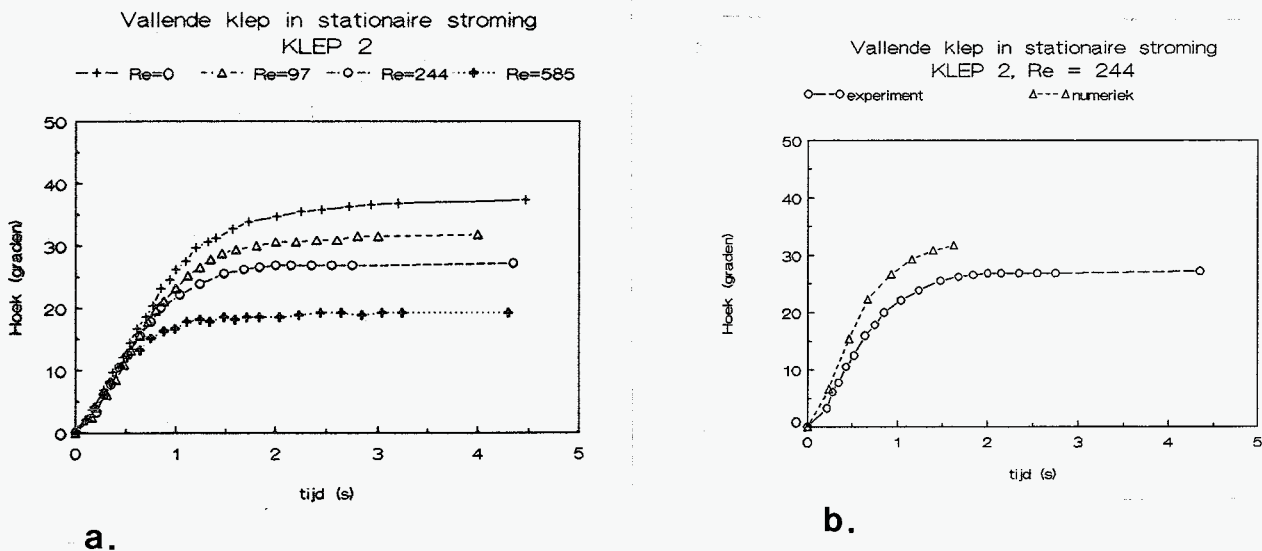
Conclusie

Uit de resultaten van de vrij hangende klep in een stationaire stroming is gebleken dat de analytische en numerieke berekeningen het verloop van de kurven $\varphi(\text{Re})$ kwalitatief goed voorspellen. De evenwichtshoek φ blijkt echter met name voor klep 4 in hoofdzaak te worden bepaald door het buig- en het zwaartekrachtsmoment M_b resp. M_g . De evenwichtshoek wordt daardoor erg gevoelig voor kleine veranderingen of onnauwkeurigheden in de bepaling van M_b en M_g . Met name de bepaling van de invloed van de buiging behoeft daarom verbetering.

5.2 Valexperimenten.

Experimenteel

Bij de valexperimenten beweegt de klep vanuit horizontale stand ($\varphi = 0^\circ$) op tijdstip $t = 0$ in een valbeweging naar zijn evenwichtsstand. Deze experimenten zijn uitgevoerd bij verschillende Re -getallen voor klep 2 ($\Delta\rho = 0.071 \cdot 10^3$) en klep 4 ($\Delta\rho = -0.0465 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$). De experimentele resultaten voor de kleppen 2 en 4 worden weergegeven in de figuren 5.4 resp. 5.5.



Figuur 5.4: Valexperimenten voor klep 2 ($\gamma = 4.9 \cdot 10^6$ en $\beta = 0.3 \cdot 10^6$). Experimentele resultaten bij verschillende Re -waarden (a) en numerieke berekening in vergelijking met experiment voor $\text{Re} = 244$ (b).

Uit figuur 5.4 blijkt dat klep 2 bovenkritisch gedempt naar zijn evenwichtsstand beweegt. De oscillaties voor de resultaten van klep 4 geven aan dat deze klep onderkritisch gedempt naar zijn evenwichtsstand beweegt (figuur 5.5). Voor zowel klep 2 als klep 4 neemt de evenwichtshoek af voor een toenemend Re -getal. De beginhoeksnelheid blijkt onafhankelijk te zijn van Re .

Numeriek

De numerieke berekeningen voor de vallende klep zijn bij de verschillende Re -getallen uitgevoerd. Het getal van Strouhal bedraagt $Sr=1$ (zie ook appendix 2D). De numeriek berekende valbeweging voor klep 2 bij $Re = 244$ wordt weergegeven in figuur 5.4 b. Het blijkt dat de klep numeriek sneller valt en een grotere evenwichtshoek bereikt dan in het experimentele geval. Er zijn slechts berekeningen tot $t = 1.6$ s uitgevoerd, omdat voor grotere hoeken het stelsel vergelijkingen uit paragraaf 3.4 singulier wordt.

De numerieke valbewegingen en evenwichtshoeken voor klep 4 zijn in figuur 5.5 weergegeven. De numerieke berekeningen voorspellen evenals in het experimentele geval een onderkritisch gedempte valbeweging. De numerieke valbeweging verloopt echter veel trager en schiet veel verder door zijn evenwichtsstand bij lage Re -getallen dan experimenteel is waargenomen. Tevens is in de numerieke resultaten een hoekversnelling waar te nemen op het moment van loslaten ($t = 0$). Experimenteel is deze nauwelijks zichtbaar; de klep bereikt zeer snel een min of meer konstante hoeksnelheid. De numeriek berekende evenwichtshoeken zijn groter dan de experimenteel gevonden evenwichtswaarden, behalve in het geval dat $Re = 566$. Hierop wordt later ingegaan.

Discussie

Ten aanzien van de evenwichtshoeken wordt het volgende opgemerkt. De experimenteel bepaalde evenwichtshoeken bij de val experimenten liggen ongeveer 2 à 5° lager dan de experimentele evenwichtswaarden uit paragraaf 5.1. Dit kan worden verklaard uit het feit dat de materiaalparameters niet zonder meer vergelijkbaar zijn. Bij de val experimenten is het scharnierend membraan opnieuw ingeklemd, waardoor de buigstijfheidsparameter is veranderd. Verder blijkt dat de numeriek berekende en de experimenteel bepaalde evenwichtshoeken voor klep 4 bij de val experimenten verschillen (zie figuur 5.5). Evenals in paragraaf 5.1 is dit mogelijk te wijten aan een foute en/of onnauwkeurige bepaling van de buigings- of zwaartekracht parameters. Het is enigszins merkwaardig dat de numerieke evenwichtshoek voor $Re < 245$ groter is dan de experimentele waarde en voor $Re = 566$ juist lager. Een dergelijk hoog Reynoldsgetal is voor de gehanteerde relatief grove mesh aan de rand van de numerieke mogelijkheden. Dit geeft reden om te twijfelen aan de juistheid van de numerieke oplossing van het snelheids- en drukveld. Er zou nader onderzoek verricht moeten worden om te onderzoeken of dit inderdaad het geval is.

Voor de numeriek berekende valbeweging van klep 2 kan een soortgelijke redenering gehouden worden. Voor de buigparameter van de klep is als schatting de parameter van klep 4 genomen. Ook hier kunnen dus zowel onnauwkeurigheden in de klepparameters als het onnauwkeurig oplossen van het snelheids- en drukveld vanwege de redelijk grote evenwichtshoek ($\varphi=27^\circ$) een verklaring voor de slechte overeenkomst tussen numerieke berekening en experiment zijn. Bovendien kunnen bij de experimenten van klep 2, waarbij de klep al redelijk ver gesloten is ($\varphi=27^\circ$ bij $Re=244$), 3D-effecten in de vloeistofstroming een rol hebben gespeeld.

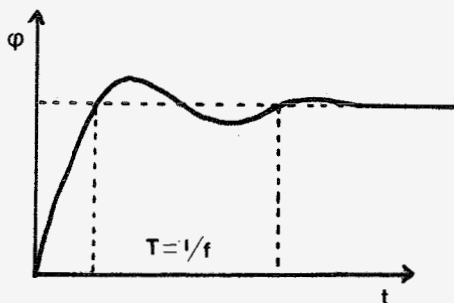
Ten aanzien van de vorm van de valbeweging wordt het volgende opgemerkt. De numeriek berekende valbeweging van klep 4 verschilt in drie opzichten van de experimentele valbeweging:

1. in de numerieke valbeweging gaat de klep verder door zijn evenwichtsstand dan in het experimentele geval (vooral voor lage Re -getallen);
2. de numeriek berekende valbeweging verloopt trager;
3. de numeriek berekende valbewegingen vertonen een duidelijk zichtbare versnelling bij het loslaten van de klep ($t=0$ s). Bij de experimenten is het versnellings-effect nauwelijks zichtbaar.

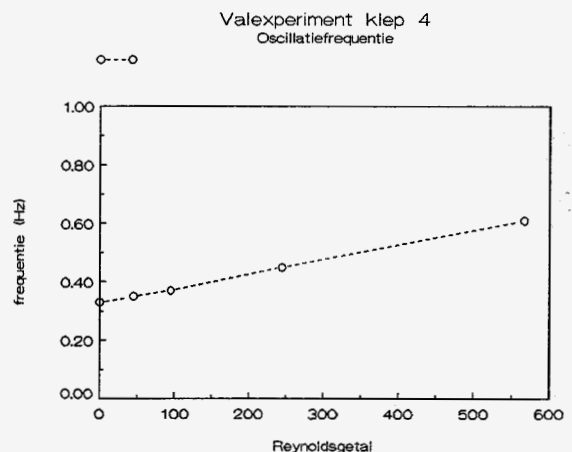
Bovengenoemde punten kunnen ten dele worden verklaard uit de numerieke demping die optreedt ten gevolge van de tijddiscretisatie met een Euler-impliciet schema [v.d.Vosse,1987]. Naarmate de tijdstappen kleiner zijn wordt de demping kleiner, zoals ook blijkt uit een vergelijking van de numeriek voorspelde valbeweging voor klep 4 bij $Re = 95$ voor $\Delta t = 0.6$ s en $\Delta t = 0.3$ s (zie figuur 5.5). Naast de numerieke demping spelen onnauwkeurigheden in de klepparameters ongetwijfeld ook een rol bij het valproces.

Uit de experimentele valbeweging van klep 4 is de oscillatiefrequentie als functie van het Reynoldsgetal bepaald op de manier zoals die is aangegeven in figuur 5.6a. Het blijkt dat de oscillatiefrequentie in goede benadering lineair afhangt van het Re -getal (figuur 5.6b).

a.

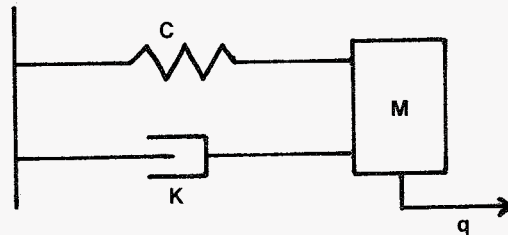


b.



Figuur 5.6a,b: Definitie van oscillatiefrequentie (a) en de oscillatiefrequentie als functie van Re voor klep 4.

Zuiver speculerend kunnen we hier het volgende bij opmerken. Wanneer de 2D-aortaklep in de vloeistof beweegt, is er een traag met de klep meebewegende vloeistofmassa, die we als het ware als een toegevoegde massa van de klep zouden kunnen beschouwen. Het is niet ondenkbaar dat deze zogenaamde toegevoegde massa kleiner wordt voor toenemende Re -getallen. Dit zou tot gevolg hebben dat dan ook de trillingsfrequentie van de klep verandert voor toenemend Re -getal. In het bovenstaande wordt de toename van de oscillatiefrequentie toegeschreven aan een massaterm. Ook een toenemende stijfheid voor groter wordende Re -getallen zou een toenemende oscillatiefrequentie tot gevolg hebben. Om een en ander nader te onderzoeken zou het systeem van bewegende klep en vloeistof gemodelleerd kunnen worden met behulp van het veer-demper systeem uit figuur 5.7.



Figuur 5.7: Veer-demper systeem, waarmee de bewegende klep en vloeistof gemodelleerd zou kunnen worden.

Indien het model een redelijke beschrijvingen zou geven van de experimenteel waargenomen resultaten, zou uit een kwantitatieve vergelijking tussen experiment en model informatie over de effectief meebewegende vloeistofmassa van de klep en/of stijfheid van het systeem verkregen kunnen worden. In het kader van het tijdsbestek van het afstudeeronderzoek is dit niet nader uitgewerkt.

Conclusie

De valexperimenten zijn voor een tweetal kleppen uitgevoerd. Klep 2 ($\Delta\rho = 0.071 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$) blijkt in een bovenkritisch gedempte valbeweging zijn evenwichtshoek op te zoeken. Numeriek wordt de valbeweging kwalitatief goed voorspeld. Kwantitatief blijken de numeriek berekende hoeken te groot. De oorzaak daarvan moet waarschijnlijk enerzijds gezocht worden in het feit dat de klepparameters niet korrekt zijn bepaald en anderzijds in het feit dat de numerieke oplossing van het snelheids- en drukveld bij de tamelijk ver gesloten klep te onnauwkeurig is.

Klep 4 blijkt onderkritisch gedempt zijn evenwichtshoek op te zoeken. De experimenteel waargenomen oscillatie wordt ook door de numerieke berekeningen voorspeld. Numeriek reageert het systeem echter trager. Dit kan worden begrepen uit het feit dat een Euler-impliciet schema wordt toegepast voor de tijddiscretisatie, waardoor numerieke demping optreedt. De eerder gekonstateerde onnauwkeurigheid in de klepparameters is een andere mogelijke verklaring.

6 Conclusies en voortgang.

In dit afstudeeronderzoek zijn de momenten bepaald, die door de vloeistofkrachten op de 2D-aortaklep worden uitgeoefend. Enerzijds is dit gedaan door rechtstreeks de krachten te meten, die worden uitgeoefend op de klep, als die in een vaste stand in de vloeistofstroming is gefixeerd. Anderzijds is informatie over de vloeistofmomenten verkregen uit experimenten aan een vrijhangende klep.

Voor de beschrijving van de vloeistofmomenten op de klep zijn een tweetal analytische modellen uitgewerkt. Het meest eenvoudige (quasi-1D analytisch model) gaat uit van een stroming met vlakke snelheidsprofielen, waarna met behulp van de wet van behoud van massa en de Bernoulli vergelijking de uitdrukking voor het vloeistofmoment wordt afgeleid. In het analytisch model volgens Von Mises wordt het vloeistofmoment op de klep berekend met behulp van potentiaaltheorie, waarbij de aanwezigheid van het loslaatgebied achter de klep en de contractie van de hoofdstroming in rekening wordt gebracht. Daarnaast is het vloeistofmoment beschreven door middel van een numeriek model, dat gebaseerd is op de Eindige Elementen Methode, welke ook viskeuze effecten in rekening brengt.

De bevindingen van de experimenten en de analytische en numerieke voorspellingen voor de situatie van de gefixeerde klep en de vrijhangende klep worden besproken in de paragrafen 6.1 resp. 6.2. In paragraaf 6.3 zal de voortgang van het onderzoek worden besproken.

6.1 Gefixeerde klep.

De situatie van de gefixeerde klep is onderzocht voor zowel stationaire als instationaire vloeistofstromingen. Voor het stationaire geval is gebleken dat de opstelling geschikt is voor het meten van vloeistofmomenten op de klep. De vloeistofmomenten kunnen met de opstelling tot op $0.06 \cdot 10^{-4} \text{Nm}$ nauwkeurig worden bepaald (voor de grootst gemeten momenten is dit 0.6%). De experimenteel gevonden vloeistofmomenten worden als functie van hoek φ en Re kwalitatief goed voorspeld door het quasi-1D analytisch model. Kwantitatief voorspelt het model echter momenten, die een factor 2.5 lager liggen dan de experimenten. Het analytisch model volgens Von Mises geeft aanmerkelijk betere resultaten. De oorzaak van deze verbetering moet voor een belangrijk deel worden gezocht in het in rekening brengen van de contractie van de hoofdstroom stroomafwaarts van de klep. De numerieke resultaten zijn in goede overeenstemming met de experimenten. De berekeningen kunnen in de praktijk echter alleen worden uitgevoerd voor kleine hoeken ($\varphi < 20^\circ$) en betrekkelijk lage Re -getallen.

Voor het instationaire geval blijken de experimenteel bepaalde vloeistofmomenten kwalitatief heel redelijk te kunnen worden voorspeld door zowel het instationaire quasi-1D model als de numerieke berekeningen. Het blijkt dat voor kleine hoeken φ het vloeistofmoment hoofdzakelijk wordt bepaald door de snelheidsafgeleide $\delta v/\delta t$ en voor grotere hoeken door een stationaire term, die evenredig is met v^2 . Kwantitatief zijn de experimenteel bepaalde vloeistofmomenten tenminste een faktor 4 groter dan de analytisch en/of numeriek bepaalde momenten. Dit kan met zeer grote waarschijnlijkheid worden toegeschreven aan het optreden van een secundaire stroming via de sinus naar de cilindrische buis, welke de druk in de sinusholte en dus ook het totale vloeistofmoment op de klep sterk beïnvloedt. In paragraaf 6.3 wordt aangegeven hoe de opstelling zou moeten worden aangepast om dit effect te verkleinen.

6.2 Vrij hangende klep.

De situatie van de vrij hangende klep is onderzocht voor een tweetal gevallen:

1. de vrij hangende klep in een stationaire stroming;
2. de valexperimenten, waarbij in de stationaire stroming de klep in een valbeweging zijn evenwichtshoek opzoekt.

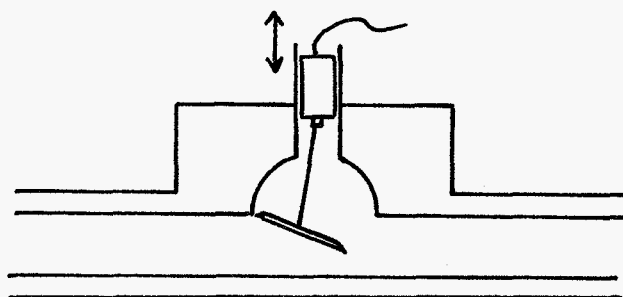
Voor de situatie van de vrij hangende klep in een stationaire stroming blijken de evenwichtshoeken kwalitatief heel redelijk te worden beschreven door de twee analytische modellen (quasi-1D, Von Mises) en het numerieke Eindige Elementen Model. Kwantitatief berekent het numerieke model evenwichtshoeken, die behoorlijk afwijken van de experimenteel gemeten hoeken. De oorzaak hiervan moet worden toegeschreven aan het feit dat het evenwicht op de 2D-aortaklep in hoofdzaak wordt bepaald door het gravitatie- en het buigmoment M_g resp. M_b . Een fout en/of onnauwkeurigheid in de bepaling van de klepparameters $\Delta\rho$, I_z (de arm van het zwaartepunt ten opzichte van het scharnierpunt) en k (buigstijfheidsparameter) geeft daarom aanleiding tot sterk afwijkende evenwichtshoeken φ .

Ook bij de valexperimenten verschillen de experimenteel bepaalde en numeriek berekende evenwichtshoeken om bovengenoemde reden van elkaar. De experimenteel gemeten valbeweging wordt kwalitatief redelijk beschreven door de numerieke berekeningen. De oscillerende beweging waarmee klep 4 naar zijn evenwichtshoek beweegt, wordt ook voorspeld door de numerieke berekeningen. De numerieke valbeweging verloopt echter trager, hetgeen kan worden toegeschreven aan numerieke dempingseffekten ten gevolge van het toepassen van een Euler-impliciet schema voor de tijddiscretisatie en mogelijk ook aan de eerder genoemde onnauwkeurigheden in de klepparameters.

6.3 Voortgang van het onderzoek.

In deze paragraaf wordt puntsgewijs aangegeven welke onderdelen van het afstudeerwerk nog nader onderzoek behoeven. Er worden tevens aanbevelingen gedaan voor de verdere uitwerking daarvan. Aan het eind van de paragraaf zal de voortgang van het afstudeerwerk in het kader van het hartkleppenprojekt worden besproken.

1. Bij de instationaire metingen aan een gefixeerde klep is gebleken dat de experimentele opzet voor lage Reynoldsgetallen niet geschikt is voor het meten bij Strouhalgetallen, die vergelijkbaar zijn met de fysiologische situatie. De experimentele vertragingstijd is ongeveer een faktor 9 te klein gebleken. Dit wordt veroorzaakt door het feit dat de motor, die de instationair bewegende kogelklep aanstuurt, wordt gevoed door een regelbare voedingsbron. Bij grote vertragingstijden levert de motor te weinig vermogen, waardoor hij onregelmatig loopt. Het monteren van een stappenmotor kan een oplossing bieden voor dit probleem.
2. Het optreden van de secundaire stroming bij de experimenten met de gefixeerde klep als gevolg van de opening in de sinuswand, is een belangrijke storende faktor gebleken. Om een verbetering te krijgen zou het gat in de sinuswand verkleind moeten worden. Dit is echter in tegenspraak met het feit dat de starre staaf wrijvingsloos moet kunnen bewegen in de opening en een verplaatsing in de x-richting moet kunnen ondergaan (bij variatie van hoek φ). Er zijn twee mogelijkheden om de opstelling hiervoor aan te passen.
 - a. Rond de staaf in de sinusholte wordt een drijvende ring aangebracht, waar de staaf vrij in kan bewegen. Door de opwaartse kracht wordt de ring tegen de sinuswand gedrukt, zodat hij de opening naar de cilindrische buis afsluit. Bij deze konstruktie kan de starre staaf zich ook in de x-richting verplaatsen.
 - b. De krachtopnemer wordt in het 2D-aortaklepmodel geplaatst. Het probleem hierbij is dat de opnemer niet in water of olie geplaatst mag worden. Mogelijkerwijs kan de opnemer tegen de vloeistof beschermd worden door middel van een flexibel membraan. De krachtopnemer moet zodanig worden bevestigd dat hij in de hoogte instelbaar is om hoek φ te kunnen variëren (zie figuur 6.1). De consequentie van deze konstruktie is wel dat de uitgaande staaf niet altijd vertikaal gericht staat, zodat een korrektie voor de hoek bij de bepaling van het moment noodzakelijk is.



Figuur 6.1: Bevestiging van de krachtopnemer in het 2D-aortaklepmodel.

3. Bij de vrij hangende experimenten is gebleken dat de zwaarte- en buigkrachten in het scharnierend membraan groot zijn ten opzichte van de vloeistofkrachten. Wellicht is het mogelijk dat voor het scharnierend materiaal een flexibel materiaal wordt gebruikt met een kleinere buigparameter. In combinatie met een nog lichtere klep zal dit de invloed van de afwijkingen in M_g en M_b verkleinen.
4. De bepaling van de buigparameter van het scharnierend membraan moet nauwkeuriger worden uitgevoerd. Dit kan in principe op twee manieren gebeuren.
 - a. Door gebruik te maken van de krachtopnemer. De bepaling van het buigmoment zou als volgt kunnen gebeuren. Het gravitiemoment M_g wordt bepaald uit de gemeten kracht van de krachtopnemer bij $Re = 0$ en $\theta - \varphi = 0$; in dat geval geldt immers dat $M_f = M_b = 0$. De klep wordt vervolgens gefixeerd in een zekere hoek φ en er wordt een stationaire stroming aangelegd, waardoor het scharnierend membraan op dezelfde manier wordt opgerekt als bij de feitelijke experimenten. Het vloeistofmoment wordt bepaald uit het verschil in het gemeten moment met en zonder vloeistofstroming. Uit het resulterend moment op de klep, dat met de krachtopnemer wordt gemeten, volgt tenslotte het buigmoment voor hoek φ . Door deze procedure voor een aantal hoeken te herhalen is $M_b(\varphi)$ bekend. Indien het verband tussen M_b en φ lineair is, kan de buigparameter uit de helling bepaald worden. Is dit niet het geval, dan kan de ijkcurve van $M_b(\varphi)$ gebruikt worden in de analytische en/of numerieke berekeningen.
 - b. Door de numerieke resultaten te fitten aan de experimenteel gevonden evenwichtshoeken. Deze methode behoeft geen nadere toelichting. Het zal duidelijk zijn dat dit de minst elegante methode is voor het bepalen van de materiaalparameters van de klep.

5. Voor de numerieke berekeningen bij hoge Re -getallen en/of ver gesloten hoeken is het zinvol om te onderzoeken of een meshverfijning een verbetering van de resultaten oplevert. In het kader van haar stage-opdracht is A.v.Doormaal dit reeds aan het onderzoeken.

Gezien de doelstelling van het hartkleppenprojekt is het qua voortgang van het onderzoek logisch de vrij hangende klep in een instationaire stroming te onderzoeken. De experimentele resultaten van de instationair bewegende klep zullen wederom worden vergeleken met numerieke berekeningen. De experimenten aan starre 2D-aortakleppen zullen daarmee grotendeels zijn afgerond. In de daaropvolgende fase zal de starre 2D-aortaklep plaats maken voor een flexibel vlies.

Literatuurlijst.

Batchelor G.K.,
An introduction to fluid dynamics,
London (1967).

Bird R.B., Steward W.E., Lightfoot E.N.,
Transport phenomena,
John Wiley & Sons inc. (1960).

Bovendeerd P.H.M.,
Stationaire inloopstroming in een bocht,
Intern rapport TUE (1985).

Corver W.A.J.M.,
Enige aspecten van laser doppler metingen,
Intern rapport TUE (1982).

Gurevich M.I.,
Theory of jets in ideal fluids,
Academic Press New York and London (1965).

Gurevich M.I.,
Teoriya strui ideal'noi zhidkosti,
Moskva (1979).

Heyligers C.J.,
Technische metingen en meetinstrumenten,
Kluwer-Deventer (1970).

Horsten J.B.A.M., Steenhoven A.A.v., Dongen M.E.H.v., Campen D.H.v.,
A numerical model for the dynamic behaviour of aortic disc-valve prostheses,
Accepted for publication in proceedings ASME Winter Annual Meeting (december,1989).

Huurne C.E.ter,
De stationaire stroming in convergerende en divergerende buizen,
Intern rapport TUE (1988).

Kreyszig E.,
Advanced engineering mathematics,
John Wiley & Sons, 1983.

Poullis J.A., Massen J.C.,
Inleiding meten 1 voor N,
Diktaat TUE (1984).

Press W.H., Flannery B.P. Teukolsky S.A., Vetterling W.T.,
Numerical Recipes,
Cambridge University Press, Cambridge (1986).

Reid K.,
The anatomy of the sinus of Valsalva,
Thorax 25 (1970), pp. 79-85.

Schram P.P.J.M.,
Fysische Transport Verschijnselen,
Diktaat TUE (1985).

Steenhoven A.A.v., Dongen M.E.H.v.,
Model studies of the closing behaviour of the aortic valve,
J.Fluid Mechanics, vol.90 (1979), pp. 21-32.

Steenhoven A.A.v.,
The closing behaviour of the aortic valve,
Proefschrift TUE (1979).

Swanson W.M., Clark R.E.,
Dimensions and geometric relationships of the human aortic valve
as a function of pressure.
Circ.Res. 35 (1974), pp. 871-882.

Vosse F.N.v.d.,
Numerical analysis of carotid artery flow,
Proefschrift TUE (1987).

Weast R.,
Handbook of Chemistry and Physics,
CRC-Press, Ohio (1976).

Wieghardt K.,
Theoretische Strömungslehre,
B.G.Teubner-Stuttgart (1969).

Appendix 2A Dichtheidsbepalingen.

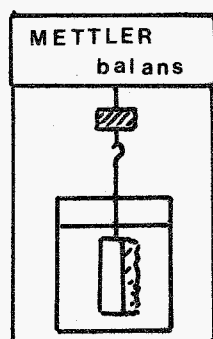
De dichtheden van de kleppen 1 t/m 5 zijn bepaald met behulp van methode 3 uit paragraaf 2.3.2 (uit de opwaartse kracht). De dichtheid van de klep ten opzichte van water wordt daarbij berekend uit:

$$\frac{\rho}{\rho_w} = \frac{M}{M - M_w} \quad (1)$$

Hierin zijn M en M_w de massa's van het voorwerp in lucht resp. water.

Experimenteel.

Voor de (nauwkeurige) massabepalingen is een Mettler-balans ($\Delta m = 0.05 \mu\text{g}$) aangepast. De weegschaal van de balans is daarbij vervangen door een metalen blokje van gelijke massa, zodat het nulpunt van de balans weer zijn oorspronkelijke waarde aanneemt. Met behulp van deze aanpassing is het mogelijk om massabepalingen van voorwerpen in water te doen (zie figuur 2A1).



Figuur 2A1: Massabepaling van een voorwerp in water.

In plaats van gewoon water is het booroliewater uit de opstelling genomen, omdat uiteindelijk de dichtheid van de klep ten opzichte van dit water van belang is. Bij iedere dichtheidsbepaling is de temperatuur van het water gemeten. Voor de bepaling zijn de kleppen schoongemaakt met alcohol. Er is met handschoenen gewerkt in een stofarme ruimte bij een konstante temperatuur van $\pm 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

De massa's van de kleppen zijn in lucht en in water bepaald. Tevens is per klep een schatting gemaakt van de massa van het ingeklemde scharnierend materiaal M_s , omdat dit geen bijdrage mag leveren aan de gemiddelde dichtheid van de klep. Voor de bijdrage van M_s is gecorrigeerd door massa M te vervangen door $(M - M_s)$ in uitdrukking (1), waarmee:

$$\frac{\rho}{\rho_w} = \frac{(M - M_s)}{(M - M_s) - M_w} \quad (2)$$

Resultaten.

In tabel 2A1 zijn de meetresultaten en de daaruit berekende waarden van ρ/ρ_w voor de verschillende kleppen weergegeven.

KLEP	M (g)	M _w (g)	M _s (g)	$\bar{\rho}/\rho_w$	Bepaald bij: T (°C)
1	7.3099 [±] 0.0002	0.3923 [±] 0.0005	0.2767	1.0591 [±] 0.0001	20.0
2	3.4549 0.0002	0.2108 0.0007	0.2758	1.0710 0.0002	20.0
3	7.5801 00.0004	0.1172 0.0005	0.2860	1.0163 0.0001	21.5
4	5.9452 0.0002	-0.0758 0.0005	0.2860	0.9535 0.0001	20.0
5	6.4497 0.0002	0.0682 0.0002	0.2860	1.0112 0.0001	20.8

Tabel 2A1: Resultaten van de relatieve dichtheden van de kleppen.

Bij de tabel worden een paar opmerkingen gemaakt.

1. De onnauwkeurigheid in de dichtheid is bepaald uit [Poullis,1984]:

$$\Delta(\rho/\rho_w) = \left| \frac{\delta(\rho/\rho_w)}{\delta M} \right| \cdot \Delta M + \left| \frac{\delta(\rho/\rho_w)}{\delta M_w} \right| \cdot \Delta M_w.$$

met behulp van uitdrukking (1) wordt dit:

$$\Delta(\rho/\rho_w) = \frac{|M_w| \cdot \Delta M + |M| \cdot \Delta M_w}{(M - M_w)^2}.$$

2. De dichtheid van het booroliewater is bepaald bij een temperatuur van 20.7 °C. Dit is gedaan door de massa van een lege en een gevulde pyknometer (50 ml) met elkaar te vergelijken. Resultaat: $\rho(\text{booroliewater}, T = 20.7 \text{ °C}) = 1.00 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Deze dichtheid verschilt enigszins van de dichtheid van zuiver water bij T = 20°C ($\rho = 0.99823 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$). Blijkbaar wordt door het oplossen van de boorolie de dichtheid vergroot

Appendix 2B Krachtmetingen.

Het meten van krachten kan volgens een aantal verschillende principes plaatsvinden. De belangrijkste daarvan zijn:

1. De elektrische krachtbalans, waarbij de onbekende kracht wordt vergeleken met een magnetische kracht van een stroomvoerende spoel in een magneetveld.
2. De balans; de onbekende kracht wordt vergeleken met de zwaartekracht van een standaardmassa.
3. Hydraulisch; de kracht wordt omgezet in een vloeistofdruk, waarna deze druk wordt gemeten.
4. Accelerometer; bij dit principe wordt de versnelling van een lichaam met bekende massa, waarop de kracht wordt uitgeoefend, gemeten.
5. Veerbalans, waarbij de uitwijking een maat is voor de kracht, die op de veer wordt uitgeoefend.
6. Piëzo-elektrische transducer; als een kracht op de transducer wordt uitgeoefend, verschijnt lading op de oppervlakken van het piëzo-elektrische element, welke evenredig is met de onbekende kracht.
7. Inductieve transducer, waaronder bv. de Linear Variable Differential Transformer; een LVDT bestaat uit een primaire spoel, een kern en twee (tegen-)gekoppelde secundaire spoelen. In de onbelaste situatie zit de kern symmetrisch ten opzichte van de secundaire spoelen en is de uitgangsspanning 0 Volt. Indien een trek- of drukkracht op de transducer wordt uitgeoefend, verplaatst de kern een beetje en gaat de symmetrische situatie verloren. De resulterende positieve of negatieve uitgangsspanning is een maat voor de onbekende kracht.
8. Rekstrookjes transducer; de elektrische weerstand verandert evenredig met de onbekende kracht.

In tabel 2B1 wordt een overzicht gegeven van de verschillende meetprincipes en de zoornaamste eigenschappen. Van de genoemde mogelijkheden voldoen alleen de elektrische krachtbalans, de inductieve transducer en de rekstrookjes transducer aan de eisen, die aan de krachtopnemer worden gesteld (zie paragraaf 2.5). De standaard uitvoeringen van elektrische krachtbalansen blijken echter te onnauwkeurig voor ons doel. Ook het toepassen van rekstrookjes transducers of losse rekstrookjes blijkt in het gewenste krachtbereik niet realiseerbaar. Bij de experimenten is daarom gebruik gemaakt van een LVDT-transducer.

A.4

TYPE	BELASTING stat/dyn	BEREIK (N)	NAUWKEURIGHEID (%)
El.krachtbalans	stat/dyn	0.1-1k	hoog
Balans	stat	0.001-150k	hoog
Hydraulisch, load cel	stat/dyn	5k-5M	0.25-1.0
Accelerometer	dyn	-	-
Veerbalans	stat	0.1-10k	laag
Piëzo-el.transducer	dyn	5k-1M	0.5-1.5
Induktief/LVDT transducer	stat/dyn	50m-?	0.1-1.0
Rekstroomkjes transducer	stat/dyn	5-40M	0.01-1.0

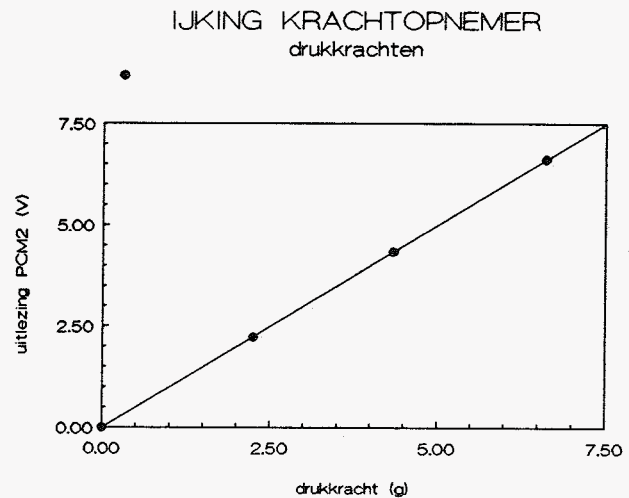
Tabel 2B1: Eigenschappen van verschillende soorten krachtmetingen.

Appendix 2C IJking van de krachtopnemer.

In deze appendix wordt het verband tussen de kracht en de uitgangsspanning van de krachtopnemer beschreven. Er zijn ijkmetingen verricht in een situatie zonder vloeistofstroming. Het uitgangssignaal van de krachtopnemer is met behulp van het meetprogramma PCM2 bepaald. De off-set van de PCM2-regeling is zodanig ingesteld dat bij een bepaalde instelling van hoek φ de uitlezing van PCM2 0 Volt bedraagt. Door vervolgens het vlotter-systeem met een bekend gewicht te verminderen wordt de krachtopnemer met een bekende drukkracht belast. De belasting (in grammen) en de daarbij behorende uitlezing van PCM2 wordt in onderstaande figuur gegeven. De PCM2-uitlezing uit figuur 2C is een gemiddelde van 5 samples met de daarbij behorende standaarddeviatie van het gemiddelde.

Drukkracht (g)	PCM2 (V)
0.00	-0.028 ± 0.005
2.249	2.23 0.01
4.346	4.34 0.01
6.616	6.62 0.01

a.



b.

Figuur 2Ca,b: IJkmetingen krachtopnemer.

Uit bovenstaande figuur blijkt dat er een lineair verband bestaat tussen de uitgangsspanning en de drukkracht voor belastingen tot tenminste 7 gram. Een drukbelasting van 1 gram komt overeen met een PCM2-uitgangsspanning van 1 Volt. De maximale belasting van de krachtopnemer bedraagt 10 gram. De opnemer blijkt tot op 0.05 gram nauwkeurig te reproduceren en er is geen hysteresis in zijn gedrag waargenomen.

Appendix 2D De dimensieloze Navier–Stokes vergelijking.

De vloeistofstroming in het 2D–aortaklepmodel wordt door middel van de Navier–Stokes vergelijking beschreven [Schram,1985]

$$\rho \frac{\delta \bar{v}}{\delta t} + \rho \bar{v} \cdot \nabla \bar{v} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \bar{v} \quad (1)$$

De termen van het linkerlid vertegenwoordigen de instationaire resp. de stationaire traagheidskrachten. In het rechterlid herkennen we de kracht ten gevolge van een drukgradiënt en de viskeuze krachten.

Vergelijking (1) wordt dimensieloos gemaakt door middel van de substituties:

$$\bar{v}' = \frac{\bar{v}}{V}$$

$$t' = \frac{t}{\tau}, \quad \text{zodat } \frac{\delta}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta t'} \cdot \frac{\delta t'}{\delta t} = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{\delta}{\delta t'}$$

$$p' = \frac{p}{\rho \cdot V^2}$$

$$\bar{x}' = \frac{\bar{x}}{L} \quad \text{en } \nabla = \frac{1}{L} \nabla'$$

De Navier–Stokes vergelijking wordt dan

$$\frac{\rho \cdot V}{\tau} \cdot \frac{\delta \bar{v}'}{\delta t'} + \frac{\rho \cdot V^2}{L} \bar{v}' \cdot \nabla' \bar{v}' = -\frac{\rho \cdot V^2}{L} \nabla' p' + \frac{\eta \cdot V}{L^2} \nabla'^2 \bar{v}' \quad (2)$$

Vermenigvuldigen met $L/(\rho V^2)$ en weglaten van de accenten levert de dimensieloze uitdrukking voor de Navier–Stokes vergelijking.

$$Sr \frac{\delta \bar{v}}{\delta t} + \bar{v} \cdot \nabla \bar{v} - \frac{1}{Re} \nabla^2 \bar{v} + \nabla p = 0, \quad (3)$$

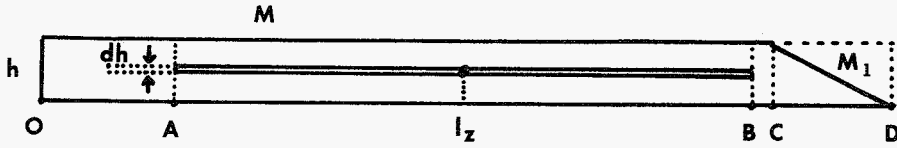
met $Re = \frac{L \cdot V}{\nu}$ (Getal van Reynolds)

$Sr = \frac{L}{V \cdot \tau}$ (Getal van Strouhal).

Als $\tau = L/V$, zoals bij de valexperimenten, is $Sr = 1$.

Appendix 3A Bepaling zwaartepuntsligging van klep 4.

Voor de bepaling van de zwaartepuntsligging van de klep met luchtholte gaan we uit van de ontwerpgegevens uit figuur 3A1. De luchtholte heeft een lengte van 18.7 mm en is aanwezig over de volle breedte van de klep tot op 5 mm van de zijkanten.



Figuur 3A1: Ontwerptekening van klep 4; $h = 2.1 \text{ mm}$, $dh = 0.15 \text{ mm}$, $OA = 4.5 \text{ mm}$, $AB = 18.7 \text{ mm}$, $BC = 0.9 \text{ mm}$ en $CD = 3.6 \text{ mm}$.

Omdat dikte h van het klepje klein is ten opzichte van de lengte OD mogen we het probleem 1-dimensionaal oplossen. Daarvoor wordt een gemiddelde dichtheid per lengte-eenheid van de klep berekend. Voor de massieve gedeeltes OA en BD geldt voor de gemiddelde dichtheid in water:

$$\rho_{oa} = \rho_{bd} = \rho_p - \rho_w, \quad (1)$$

met ρ_p en ρ_w de dichtheden van polystyreen resp. water. Voor gedeelte AB wordt rekening gehouden met de afmetingen van de luchtholte, zodat (bij verwaarlozing van de dichtheid van lucht)

$$\rho_{ab} = \frac{10}{B} \cdot (\rho_p - \rho_w) + \frac{B-10}{B} \cdot \left\{ \frac{(h-dh)}{h} \cdot (\rho_p - \rho_w) + \frac{dh}{h} \cdot (-\rho_w) \right\}, \quad (2)$$

waarin B de breedte van de klep weergeeft. Met $B = 119.2 \text{ mm}$ levert dit

$$\rho_{ab} = 0.93 \cdot \rho_p - \rho_w. \quad (3)$$

Uit symmetrieoverwegingen volgt dat in de niet-afgereesde klep het zwaartepunt zich bevindt op afstand $l_z = 1/2 \cdot OD$ van O . Door het verwijderen van massa M_1 op afstand $(2/3 \cdot OC - 1/6 \cdot OD)$ van l_z (figuur 3A1) verplaatst het zwaartepunt van de klep zich over een afstand Δl_z ten opzichte van de oorspronkelijke positie en er geldt

$$\Delta l_z = \frac{M_1}{M} \cdot (2/3 \cdot OC - 1/6 \cdot OD) \quad (4)$$

De verhouding M_1/M volgt uit de afmetingen en de gemiddelde dichtheden uit vergelijkingen (1) en (2)

$$\frac{M_1}{M} = \frac{1/2 \cdot CD \cdot h \cdot \rho_{oa}}{(OA + BC + 1/2 \cdot CD) \cdot h \cdot \rho_{oa} + AB \cdot h \cdot \rho_{ab}}. \quad (5)$$

Invullen van de afmetingen en dichtheden ($\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ en $\rho_p = 1046 \text{ kg/m}^3$) in uitdrukkingen (3) en (4) levert

$$\Delta l_z = -5.33 \text{ mm},$$

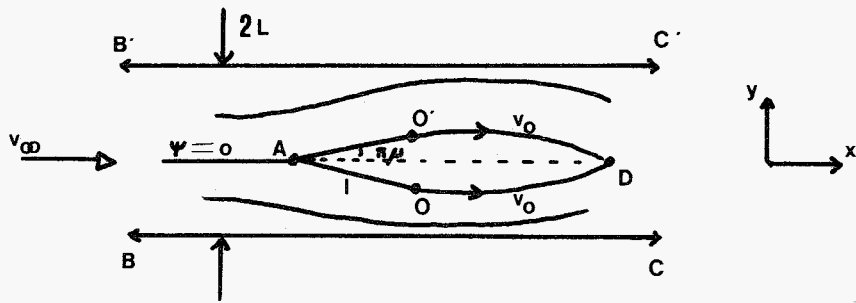
waarmee uiteindelijk de nieuwe ligging van het zwaartepunt wordt

$$l_z' = l_z + \Delta l_z = 8.52 \text{ mm}.$$

De verplaatsing in verticale richting van het zwaartepunt ten gevolge van de aanscherping van de punt is in het bovenstaande verwaarloosd.

Appendix 3B Analytisch model volgens Gurevich.

Het analytisch model volgens Gurevich [Gurevich,1979] beschrijft de 2-dimensionale rotatievrije vloeistofstroming uit figuur 3B1 en maakt daarbij gebruik van de eigenschappen van conforme afbeeldingen [Batchelor,1967]. Een aantal stappen in de afleiding worden niet volledig begrepen. Daarom wordt in deze appendix uitsluitend de hoofdlijnen van de afleiding gegeven.



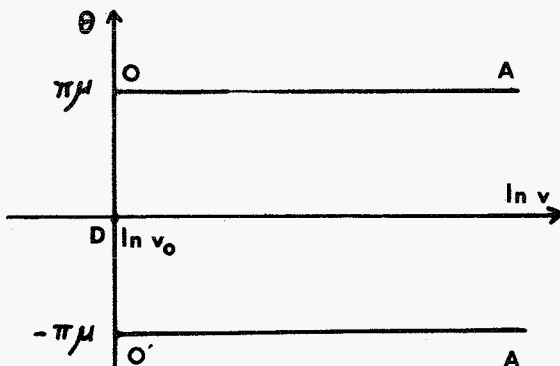
Figuur 3B1: Situatie in het z -vlak (fysisch vlak).

De stroming is in figuur 3B1 weergegeven in het fysisch vlak van de plaat (het z -vlak). De onderste helft van de figuur is vergelijkbaar met de experimentele situatie. Om rekentechnische redenen is de situatie hier spiegelsymmetrisch rond het midden van het kanaal gemaakt.

De essentie van de oplosmethode berust op de introductie van een nieuwe complexe variabele

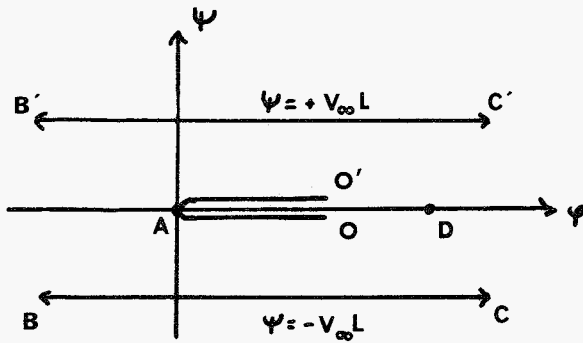
$$\Omega = \ln(dW/dz) = \ln(v) - i \cdot \theta, \quad (1)$$

waarin $W = \varphi + i \cdot \psi$ de complexe stromingspotentiaal is en v en θ de grootte resp. het argument van de snelheidsvektor. Uit vergelijking (1) volgt dat het reële deel van Ω konstant is op de vrije stroomlijnen OD en O'D (immers daar geldt $v = v_0$) en dat het imaginaire deel $\pm \pi\mu$ bedraagt op de vaste randen OA en OA'. De afbeelding van de stroming in het complexe snelheidsvlak (Ω -vlak) is weergegeven in figuur 3B2.



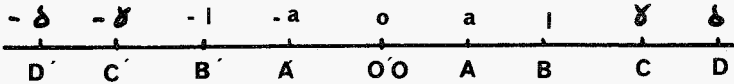
Figuur 3B2: Afbeelding op het Ω -vlak.

De vloeistofstroming wordt vervolgens afgebeeld op het vlak van de complexe snelheidspotentiaal W . Het imaginaire deel van W varieert tussen $-v_{\infty} \cdot L < \psi < v_{\infty} \cdot L$. Immers voor $z \rightarrow -\infty$ gaat v in de limiet naar v_{∞} , zodat $\psi = \int v_x \cdot dy$ zich altijd tussen bovengenoemde grenzen bevindt. Voor de stroomlijn in het symmetrievlak geldt $\psi=0$ (figuur 3B1) en in punt A kiezen we $\varphi=0$. De afbeelding op het W -vlak is daarmee bekend en weergegeven in figuur 3B3.



Figuur 3B3: Afbeelding op het complexe snelheidsvlak (W -vlak).

In de volgende stap van de afleiding van het analytisch model worden de complexe vlakken (Ω -vlak en W -vlak) afgebeeld op een bovenhalfvlak van een ander complex vlak (u -vlak, zie figuur 3B4).



Figuur 3B4: Afbeelding op het u -vlak.

De relaties $\Omega(u)$ en $W(u)$ hebben de volgende gedaante [Gurevich,1979],

$$\Omega(u) = \mu \cdot \ln\left(\frac{u-a}{u+a}\right) + b \cdot u + \ln(v_0) \quad (2)$$

$$\frac{dW}{du} = N \cdot \frac{u}{(u^2-c^2) \cdot (u^2-1)} \quad (3)$$

waarin N een nader te bepalen konstante is en v_0 de vloeistofsnelheid op de vrije stroomlijn. Het is niet duidelijk hoe Gurevich bovenstaande relaties heeft afgeleid.

Door vergelijkingen (1), (2) en (3) te combineren wordt een uitdrukking tussen z en u gevonden:

$$\frac{dz}{du} = \frac{dz}{dW} \cdot \frac{dW}{du} = e^{-\Omega(u)} \cdot \frac{N \cdot u}{(u^2-c^2) \cdot (u^2-1)} \quad (4)$$

De konstante N kan worden bepaald uit de randvoorwaarden van het probleem:

1. De lengte van de plaat bedraagt 1, dit wil zeggen.

$$1 = \int_0^a dz = \int_0^a \frac{dz}{du} \cdot du .$$

Substitutie van de vergelijkingen (2) en (4) geeft als oplossing

$$1 = \frac{N}{v_0} \cdot J, \quad (5)$$

waarin

$$J = \int_0^a \frac{u \cdot e^{-bu}}{(u^2-c^2) \cdot (u^2-1)} \cdot \left(\frac{u+a}{u-a}\right)^\mu du . \quad (6)$$

2. De hoogte van het kanaal (2L) wordt in het u-vlak vastgelegd door de kringintegraal rond het punt u=1. We mogen daarom schrijven [Gurevich,1976]:

$$2L = \text{Im} \int_{u=1} \frac{dz}{du} \cdot du = \text{Im} \int_{u=1} e^{-\Omega(u)} \cdot \frac{dW}{du} du .$$

Gebruik makend van de uitdrukkingen voor $\Omega(u)$ en dW/du wordt met behulp van de integraalformule van Cauchy [Kreyszig,1983] het volgende resultaat gevonden

$$L = \frac{N \cdot \pi}{v_\infty \cdot 2 \cdot (c^2-1)} . \quad (7)$$

Uit de vergelijkingen (5) en (7) kan konstante N worden geëlimineerd, zodat

$$\frac{1}{L} = \frac{2 \cdot v_\infty \cdot (c^2-1)}{\pi \cdot v_0} \cdot J \quad (8)$$

met J de integraal uit vergelijking (6).

Er zijn nog twee randvoorwaarden, die de snelheid in de punten $u=1$ en $u=c$ voorschrijven ($v=v_\infty$). Substitutie van deze gegevens in vergelijking (2) levert

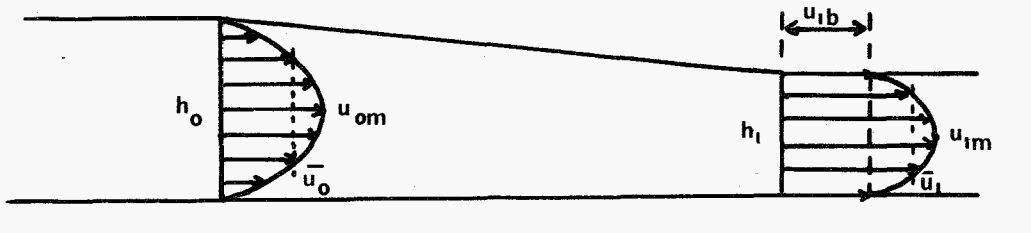
$$\mu \cdot \ln\left(\frac{1-a}{1+a}\right) + b + \ln\left(\frac{v_0}{v_\infty}\right) = 0 \quad (9)$$

$$\mu \cdot \ln\left(\frac{c-a}{c+a}\right) + bc + \ln\left(\frac{v_0}{v_\infty}\right) = 0 \quad (10)$$

De vergelijkingen (8), (9) en (10) zijn drie uitdrukkingen in de onbekenden a, b en c, waarmee het probleem in het u-vlak volledig is bepaald. De ingewikkelde stroming in het z-vlak is na een aantal afbeeldingen dus getransformeerd naar de stroming in het eenvoudiger u-vlak. In principe hebben we daarmee de mogelijkheid gecreëerd om op een betrekkelijk 'eenvoudige' manier het moment op de plaat en de afmetingen van het loslaatgebied achter de klep te berekenen met een methode, die vergelijkbaar is met de methode uit paragraaf 3.3. Het analytisch model is echter vanwege de benodigde tijd niet verder uitgewerkt.

Appendix 4A Analytisch model voor parabolische profielen.

Het quasi-1D analytisch model is eenvoudig uit te breiden voor parabolische snelheidsprofielen. Er wordt weer aangenomen dat de druk op een verticale lijn konstant is. In de afleiding wordt gebruik gemaakt van de symbolen uit figuur 4A1.



Figuur 4A1: Definitie van symbolen bij parabolische snelheidsprofielen.

Uit de Helmholtzvergelijking ($\bar{v} \cdot \text{grad}(\omega) = 0$) volgt dat $\delta u / \delta y$ konstant is langs een deeltjesbaan. Omdat ter plaatse h_1 δy_1 kleiner is dan δy_0 moet δu_1 dus ook kleiner zijn dan δu_0 . Het snelheidsprofiel is in h_1 dus vlakker en is bij benadering te beschrijven als een parabolisch profiel, dat gesuperponeerd is op een basissnelheid u_{1b} .

Voor de gemiddelde snelheden op de plaatsen h_0 en h_1 mag geschreven worden

$$\bar{u}_0 = \frac{2}{3} \cdot u_{0m}, \quad (1)$$

$$\bar{u}_1 = u_{1b} + \frac{2}{3} \cdot (u_{1m} - u_{1b}). \quad (2)$$

De Helmholtzvergelijking en de vergelijking voor massabehoud leveren resp.

$$u_{1m} - u_{1b} = u_{0m} \cdot \frac{h_1}{h_0}, \quad (3)$$

$$\bar{u}_0 \cdot h_0 = \bar{u}_1 \cdot h_1. \quad (4)$$

Uit combinatie van de vergelijkingen (1) t/m (4) volgt

$$u_{1m} = u_{0m} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{h_0}{h_1} + \frac{1}{3} \cdot \frac{h_1}{h_0} \right). \quad (5)$$

Met $h_1(s) = h_0 - s \cdot \sin \varphi$ wordt dit

$$u_{1m} = u_{0m} \cdot \frac{1}{1 - s \cdot \sin \varphi / h_0} \cdot \left\{ \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot (1 - s \cdot \sin \varphi / h_0)^2 \right\}. \quad (6)$$

Vergelijking (6) wordt gesubstitueerd in vergelijking (6) uit hoofdstuk 3, waarmee met $\lambda = L \cdot \sin \varphi / h_0$

$$\Delta p = 1/2 \cdot \rho \cdot \left(\frac{u_{0m}}{1-\lambda}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot (1-\lambda)^2\right)^2 +$$

$$-1/2 \cdot \rho \cdot \left(\frac{u_{0m}}{1-s \cdot \sin \varphi / h_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot (1-s \cdot \sin \varphi / h_0)^2\right)^2 \quad (7)$$

Het vloeistofmoment wordt berekend uit vergelijking (7). Uitgedrukt in het Reynoldsgetal dat gebaseerd is op de topsnelheid van de aanstroming u_{0m} wordt dit

$$M^* = \frac{\rho L^2 \nu^2}{9 h_0^2} \cdot \left(\frac{Re}{1-\lambda}\right)^2 - \frac{2\rho \nu^2}{9} \cdot \frac{Re^2}{\sin^2 \varphi} \cdot \left\{ \ln(1-\lambda) + \frac{1}{1-\lambda} - 1 \right\} +$$

$$+ \frac{\rho \nu^2 L^2}{h_0^2} \cdot \lambda \cdot \left(\frac{\lambda}{72} - \frac{1}{54}\right) \cdot Re^2. \quad (8)$$

De eerste twee termen uit vergelijking (8) blijken gelijk te zijn aan het moment van een vlakke stroming. De derde term is het gevolg van het parabolische profiel. Voor $\varphi = 30^\circ$, $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0.9914 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $h_0 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ en $L = 27.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ bedraagt deze term $-1.1621 \cdot 10^{-11} \cdot Re^2$.

Appendix 4B Korrektie van quasi-1D model voor contractie.

De vloeistofcontractie achter het klepuiteinde wordt als een hogere orde effect in het quasi-1D model aangebracht. De methode voor het bepalen van het drukverschil wordt daarmee als volgt. Uit de theorie van de vlakke profielen en Bernoulli wordt een 0-orde oplossing bepaald, waarop vervolgens een eerste orde correctie ten gevolge van de contractie wordt aangebracht, die een betere schatting geeft voor de drukverdeling langs de klep. Als schatting voor de eerste orde correctie wordt de drukverdeling langs de klep vermenigvuldigt met een correctiefactor K , zodanig dat het drukverschil over de klep in het scharnierpunt $p_0 - p_c$ bedraagt. Omdat het moment M evenredig met Δp is, bedraagt de correctiefactor voor het vloeistofmoment ook K . De grootte van K volgt uit Bernoulli. In de nulde orde benadering geldt

$$\Delta p = p_0 - p_1(\text{vlak}) = 1/2 \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot \left(1 - \frac{h_0^2}{h_{\min}^2}\right). \quad (1)$$

Met de eerste orde correctie wordt dit

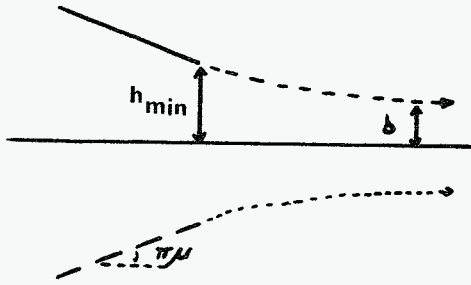
$$\Delta p = p_0 - p_c = 1/2 \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot \left(1 - \frac{h_0^2}{\delta^2}\right). \quad (2)$$

Uit (1) en (2) en $\delta = k_a \cdot h_{\min}$ ($k_a = \text{contractiecoëfficiënt}$) volgt dat de correctiefactor als volgt geschreven kan worden

$$K = \frac{1 - \left(\frac{h_0}{k_a \cdot h_{\min}}\right)^2}{1 - \left(\frac{h_0}{h_{\min}}\right)^2}. \quad (3)$$

In het vervolg wordt de contractiecoëfficiënt k_a voor de verschillende hoeken φ bepaald met behulp van gegevens uit de literatuur [Gurevich, 1965]. Deze waarden zijn gesubstitueerd in vergelijking (3) en de analytische berekeningen zijn voor factor K aangepast.

Voor het bepalen van de contractiecoëfficiënt grijpen we terug naar hoofdstuk 3. In vergelijking (20) wordt de uitdrukking voor contractiecoëfficiënt k_a van Von Mises gegeven; k_a blijkt afhankelijk te zijn van het quotiënt h_0/h_{\min} en hoek μ . Voor een aantal combinaties van h_0/h_{\min} en μ heeft Von Mises numeriek de bijbehorende waarden voor k_a berekend. De kleinste hoek, waarbij deze berekening is uitgevoerd, bedraagt $\pi/4$. De resultaten zijn daarmee niet bruikbaar in dit onderzoek. Door Gurevich wordt echter ook voor een stroming tussen oneindig lange schuine platen de contractiecoëfficiënt k_a berekend met behulp van potentiaaltheorie (figuur 4B1).

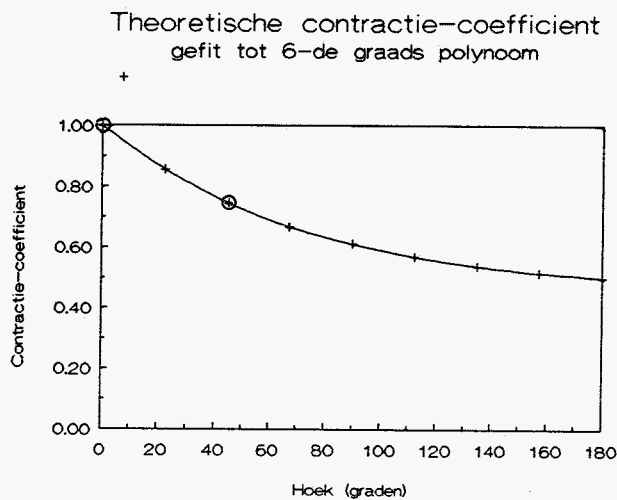


Figuur 4B1: Stromingssituatie, waarbij door Gurevich de contractiecoëfficiënt wordt bepaald.

De analytische uitdrukking voor k_a luidt [Gurevich,1965]:

$$k_a = \pi \cdot \left\{ \pi + \int_0^\pi \operatorname{ctn} \frac{\sigma}{2} \cdot \sin \mu \sigma \, d\sigma \right\}^{-1} \quad (4)$$

Voor een aantal hoeken is k_a numeriek bepaald door Gurevich. In figuur 4B2 worden deze door middel van kruisjes aangegeven. In dezelfde figuur is de oplossing van Von Mises door middel van cirkeltjes aangegeven. Het blijkt dat de berekende contractiecoëfficiënt voor de situatie van de oneindig lange platen een goede benadering geeft voor de contractie in het Von Mises probleem.



Figuur 4B2: Literatuurwaarden van de contractiecoëfficiënt van de stroming uit figuur 4B1 (+) en de stroming van Von Mises (o).

De punten zijn gefit aan een 6-de graads polynoom met als resultaat

$$k_a = a_0 + a_1 \cdot \varphi + a_2 \cdot \varphi^2 + a_3 \cdot \varphi^3 + a_4 \cdot \varphi^4 + a_5 \cdot \varphi^5 + a_6 \cdot \varphi^6 \quad (5)$$

met coëfficiënten:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 \\ a_1 &= -0.007 \\ a_2 &= 1.90E-5 \\ a_3 &= 4.71E-7 \\ a_4 &= -6.14E-9 \\ a_5 &= 3.9E-11 \\ a_6 &= -5.35E-14. \end{aligned}$$

Met behulp van uitdrukking (5) zijn de waarden van k_a voor de hoeken, waarbij de experimenten zijn verricht berekend. In tabel 4B1 worden de resultaten gegeven.

hoek (graden)	k_a	k_a (Mises)
0	1.0000	1.0000
10	0.9323	0.9257
20	0.8705	0.8669
30	0.8155	0.8155
35	0.7907	0.7904
40	0.7677	-

Tabel 4B1: k_a voor verschillende hoeken, bepaald met behulp van vergelijking (5) en het analytisch model van Von Mises.

Uit de gegevens van tabel 4B1 en vergelijking (2) kan de korrektiefactor voor de analytische berekeningen als gevolg van de vloeistofcontractie worden berekend.

In een later stadium van het afstudeeronderzoek is de contractiecoëfficiënt voor een willekeurige hoek berekend met behulp van het analytisch model van Von Mises. De resultaten ervan zijn vermeld in de derde kolom van tabel 4B1. De contractiecoëfficiënten, berekend uit vergelijking (5) en het Von Mises model blijken tot op de tweede decimaal in overeenstemming met elkaar te zijn, hetgeen nogmaals bevestigt dat de coëfficiënten uit figuur 4B1 een goede benadering zijn voor de feitelijke stromingssituatie.