

## MASTER

### Lineair 1-dimensionaal model voor golfvoortplanting en reflectieverschijnselen in de halsslagadervertakking

de Heus, H.J.

*Award date:*  
1989

[Link to publication](#)

#### **Disclaimer**

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

#### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

# Interuniversitair project Atherosclerose

Lineair 1-dimensionaal model voor golfvoort-  
planting en reflectieverschijnselen in de hals-  
slagadervertakking

H.J. de Heus

Eindhoven, december 1989

Afstudeerdocenten : Prof. Dr. Ir. J.D. Janssen (W)  
Prof. Dr. Ir. G. Vossers (N)

Begeleiding : Drs. P.J. Reuderink

Intern Rapport : WFW 89.070  
Transportfysica R1036-A

Technische Universiteit Eindhoven

## Voorwoord

Binnen de vakgroep WFW, in het bijzonder binnen de projecten Atherosclerose en Hartkleppen, heerst een uitstekende sfeer, waar een grote mate van enthousiasme, werklust en betrokkenheid vanuit gaat. Naast een prima technische ondersteuning, waarbij ik in het bijzonder de heren Van Duppen, Wouters, Verbeek en Van de Brink wil noemen, beschikt de vakgroep over uitstekende faciliteiten die borg staan voor een goede basis voor het te verrichten werk. Veel heb ik hierbij te danken aan Peter Reuderink, die door zijn bezielende en kameraadschappelijke begeleiding er mede voor gezorgd heeft dat mijn afstuderen tot een zeer vruchtbare periode heeft geleid.

Verder wil ik op deze plaats mijn dank uitspreken aan al diegenen die mij tijdens het afstuderen hebben bijgestaan.

Per uno periodo il piu istruttivo  
december 1989

## Samenvatting

Het afstudeeronderzoek is uitgevoerd in het kader van het Atherosclerose—project. Binnen dit project wordt gewerkt aan de beschrijving van de stromingsverschijnselen rondom geringe atherosclerotische laesies in de halsslagadervertakking. Dit is enerzijds van belang voor de detectie van deze laesies, anderzijds voor het verkrijgen van inzicht in de relatie tussen stromingsverschijnselen en atherogenese. Om deze redenen wordt er binnen het Atherosclerose—project een numerieke analyse uitgevoerd om de stroming in een elastisch model van de halsslagadervertakking te karakteriseren. Elasticiteit van de vaatwand betekent dat naast de bewegingsvergelijkingen voor de vloeistof ook de bewegingsvergelijkingen voor de wand, moeten worden opgelost. Hierbij wordt de wandbeweging bepaald uit de drukverdeling als functie van de tijd in de vertakkingsgeometrie.

Binnen het afstudeeronderzoek is, op basis van quasi 1—dimensionale lineaire theorie, een numeriek model ontwikkeld om de golfvoortplanting en de reflectieverschijnselen in een elastisch model van de halsslagadervertakking te beschrijven zodanig dat hieruit de drukverdeling als functie van de tijd kan worden bepaald. Om tot dit model te komen, zijn een drietal eenvoudiger situaties (uniforme buis met discrete inhomogeniteit, uniforme buis met manchet en uniforme vertakking) allereerst onderzocht. Voor de eerste twee situaties zijn tevens experimenten uitgevoerd. De overeenkomst tussen de theoretische en experimenteel bepaalde drukpulsen is redelijk tot goed. Verschillen worden mogelijk veroorzaakt door het minder goed kunnen modelleren van de hogere frequentiecomponenten. Voor de uniforme vertakking wordt in—vivo geen reflectie waargenomen. Bij de beschrijving van de golfverschijnselen in de halsslagadervertakking moeten zowel de inhomogeniteiten in de externa en interna worden gemodelleerd.



# Inhoudsopgave

| Inhoudsopgave  | pagina |
|--|--------|
| Symbolenlijst  |        |
| Samenvatting   |        |
| <b>1. Inleiding</b>  |        |
| 1.1 Atheroscleroseproject                                      | 1.1    |
| 1.2 Elasticiteit en modelvorming                               | 1.2    |
| 1.3 Aanpak   | 1.5    |
| <b>2. Theorie</b>  |        |
| 2.1 Golfverschijnselen, 1–dimensionaal                         | 2.1    |
| 2.2 Golfverschijnselen, 1–dimensionaal lineair                 | 2.2    |
| 2.3 Reflectieverschijnselen                                    | 2.4    |
| 2.3.1 Discrete inhomogeniteit                                  | 2.5    |
| 2.3.2 Discrete vertakking                                      | 2.7    |
| 2.3.3 Uniforme buis met manchets                               | 2.8    |
| 2.3.4 Halsslagadervertakking                                   | 2.10   |
| <b>3. Methodieken</b>  |        |
| 3.1 Algemene experimentele opstelling<br>en numerieke methoden | 3.1    |
| 3.2 Dynamische compliantie                                     | 3.4    |
| 3.3 Experimentele en numerieke uitwerking per model            |        |
| 3.3.1 Elastisch model met discrete<br>inhomogeniteit           | 3.7    |
| 3.3.2 Uniforme elastische buis met manchets                    | 3.8    |
| 3.3.3 Discrete elastische vertakking                           | 3.10   |
| 3.3.4 Elastische halsslagadervertakking                        | 3.12   |

|  |      |
|--|------|
| <b>4. Resultaten</b>                       |      |
| 4.1 Inhomogeniteiten in een uniforme buis  |      |
| 4.1.1 Dynamische complianties              | 4.1  |
| 4.1.2 Reflectie en transmissie             | 4.3  |
| 4.1.3 Golfvoortplanting                    | 4.5  |
| 4.2 Elastische vertakkingen                |      |
| 4.2.1 Compliantie,reflectie en transmissie | 4.9  |
| 4.2.2 Golfvoortplanting                    | 4.12 |
| <br>                                       |      |
| 5. Discussie en conclusies                 | 5.1  |
| <br>                                       |      |
| 6. Literatuur                              | 6.1  |
| <br>                                       |      |
| Appendices A t/m D                         |      |

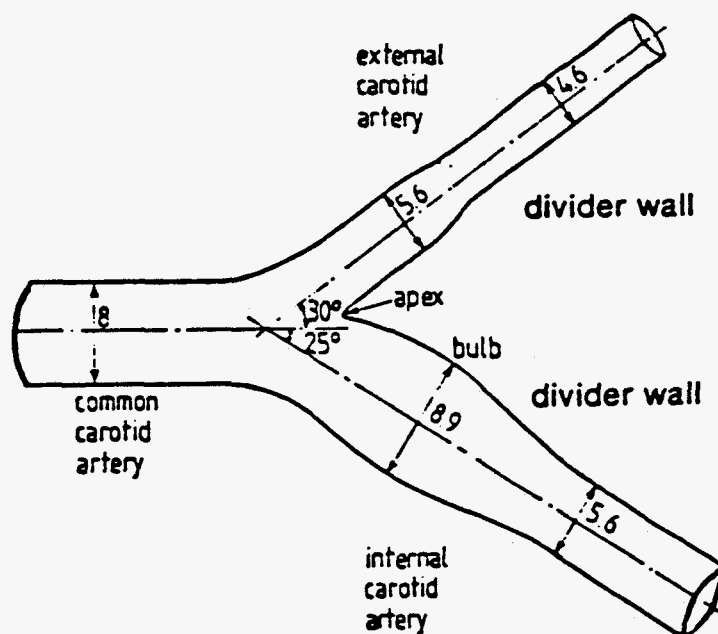
## Symbolenlijst

|                 |   |
|-----------------|---|
| A               | doorsnede—oppervlak                                     |
| C               | compliantie   |
| $J_0, J_1$      | Besselfuncties van nulde, resp. eerste orde             |
| L               | lengte  |
| $P_0$           | begindrukpuls   |
| R               | straal  |
| T               | transmissie—coëfficiënt                                 |
| Y               | admittantie   |
| $Z_0$           | karacteristieke impedantie                              |
| a               | dempingscoëfficiënt                                     |
| b               | fase—coëfficiënt  |
| c               | golfsnelheid  |
| f               | wrijvingsfunctie  |
| i               | imaginaire eenheid : $\sqrt{-1}$                        |
| p               | druk  |
| $p^+, p^-, p_t$ | invallende, gereflecteerde en getransmitteerde drukgolf |
| $Q^+, Q^-, Q_t$ | invallende, gereflecteerde en getransmitteerde flow     |
| t               | tijd  |
| u               | axiale snelheid   |
| x               | positie   |
| $\Gamma$        | reflectie—coëfficiënt                                   |
| $\alpha$        | Womersley—parameter                                     |
| $\gamma$        | propagatie—coëfficiënt                                  |
| $\eta$          | dynamische viscositeit                                  |
| $\lambda$       | golflengte  |
| $\rho$          | dichtheid   |
| $\tau$          | wandschuifkracht  |
| $\varphi$       | fase  |
| $\omega$        | hoekfrequentie  |

## Hoofdstuk 1 : Inleiding

### 1.1 Atheroscleroseproject

Het afstudeeronderzoek is verricht binnen het interafdelingsproject Atherosclerose, een samenwerkingsproject van de vakgroepen Fundamentele Werktuigkunde (faculteit Werktuigbouwkunde) en Transportfysica (faculteit Natuurkunde) van de Technische Universiteit Eindhoven en de faculteit Geneeskunde van de Rijksuniversiteit Limburg. Binnen het project gaat de aandacht vooral uit naar het beschrijven en verklaren van de stromingsverschijnselen die optreden in de vertakking van de halsslagader middels een experimentele en numerieke analyse van snelheidsprofielen in twee- en drie-dimensionele geometrieën. Gedetailleerde informatie over de optredende stromingsverschijnselen is van belang, aangezien aan de hand van de stromingsverstoringen veroorzaakt door atherosclerotische laesies, deze laesies kunnen worden gedetecteerd met behulp van ultrageluid. Bovendien lijkt onderzoek uit te wijzen dat het ontstaan van atherosclerose verband houdt met gebieden waarin lage wandschuifspanningen en recirculatie optreden (Caro et al., 1971).



Figuur 1 : De in het atheroscleroseproject gebruikte halsslagadergeometrie, gebaseerd op metingen van Bharadvaj (1982) (afmetingen in mm).

De geometrie van de in het project gebruikte modellen van de halsslagadervertakking is gebaseerd op een gemiddelde geometrie van de vertakking zoals deze is bepaald door Bharadvaj (1982). Deze geometrie met de afmetingen is weergegeven in figuur 1. We zien dat de aanstroomtak (*communis*) zich verdeelt in een externa- en een interna-tak. De interna, die gekarakteriseerd wordt door een verwijding (sinus), voorziet de hersenen van bloed, terwijl de externa de rest van het hoofd van bloed voorziet. Aan twee- en drie dimensionale starre modellen zijn zowel laser-Doppler metingen als numerieke berekeningen van snelheidsvelden verricht (Versteylen, 1985; Van de Vosse, 1987; Van de Brand, 1988; Rindt, 1989). Hierbij werden gebieden met hoge schuifspanningen gevonden aan de vertakkingszijde van de geometrie, terwijl gebieden met lage schuifspanningen en recirculatie werden gevonden aan de niet-vertakkingszijde. Deze laatste locaties corresponderen met de plaats waar veelvuldig atherosclerotische laesies gevonden worden (Zarins et al., 1983).

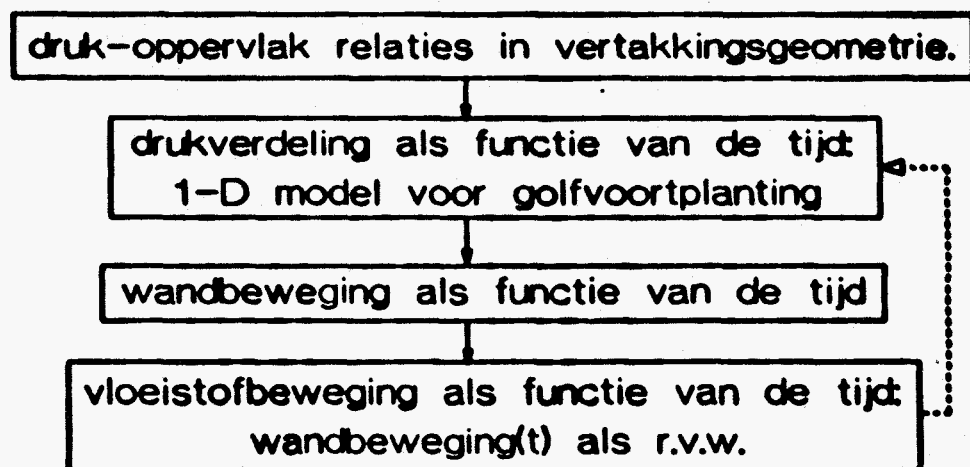
### 1.2 Elasticiteit en modelvorming

In tegenstelling tot de starre modellen die tot dusver in het project zijn gebruikt, zijn de wanden van bloedvaten elastisch. Dit heeft een aantal consequenties : naast een veranderen van de vaatdiameter als functie van de druk, treden als gevolg van de elasticiteit van de vaatwand golfverschijnselen op. Druk- en flowgolven lopen met een zekere snelheid door de vertakking en ondergaan een bepaalde mate van demping. Wanneer we bovendien te maken hebben met inhomogeniteiten, dan treden tevens reflecties op (Milnor, 1982). Onderzoek naar de elastische vaatwandeigenschappen bij de mens is onder andere gedaan door Reneman et al. (1985,1986). Zij bepaalden de positie van de vaatwand met behulp van de niet-invasieve ultrageluid Doppler techniek. Zij vonden bij 11 proefpersonen tussen de 20 en 30 jaar ten gevolge van de drukpuls een relatieve diameterverandering van ca. 9% en bij 9 proefpersonen tussen de 50 en 60 jaar een verandering van ca. 5%. Eveneens met behulp van ultra geluid Doppler techniek zijn door Arndt et al. (1968) in-vivo de golfsnelheden van drukgolven bepaald. Gegevens over demping van golven en reflectieverschijnselen in de halsslagadervertakking zijn niet voorhanden.

Eerste pogingen om de invloed van de vaatwand elasticiteit op de stromingsverschijnselen te onderzoeken, zijn gedaan door Duncan et al. (1988) en Ku en Liepsch (1986). Zij vergeleken, in nagenoeg equivalente elastische en starre modellen, snelheidsvelden bepaald met behulp van laser Doppler anemometrie (LDA). Duncan et al. (1988) vonden in

een elastisch model van de aorta–bifurcatie hogere schuifspanningen aan de vertakkingszijde dan in een zelfde star model. Ku en Liepsch vonden voor een  $90^\circ$  bifurcatie echter het tegenovergestelde. Deze resultaten zijn mogelijk niet geheel betrouwbaar door experimentele en modelmatige onvolkomenheden bij de LDA meting in de elastische modellen.

Om deze redenen is binnen het Atherosclerose–project gekozen om, evenals bij de analyse van de stroming in starre modellen, naast LDA studies een numerieke analyse van de stroming in een elastisch model van de halsslagadervertakking uit te voeren. De elasticiteit van de vaatwand betekent dat naast de bewegingsvergelijkingen voor de vloeistof ook de bewegingsvergelijkingen voor de wand opgelost moeten worden. De essentie van de voorgestelde numerieke aanpak is dat de vloeistof– en wandbewegingsvergelijkingen ontkoppeld zullen worden opgelost (Reuderink et al., 1989b). De resultaten uit de allereerst te berekenen wandbeweging worden verwerkt als randvoorwaarden bij het oplossen van de vloeistof bewegingsvergelijkingen. Om de wandbeweging te kunnen berekenen uit de drukverdeling, wordt gebruik gemaakt van een 1–dimensionaal model voor de golfvoortplanting. De werkwijze is schematisch weergegeven in figuur 2.



*Figuur 2:* De in het atheroscleroseproject gevolgde numerieke strategie ter bepaling van de flow door een elastisch model van de halsslagadervertakking

De ontkoppelde aanpak vereist wel dat de drukverdeling voornamelijk bepaald wordt door de golfverschijnselen en nauwelijks door de stromingseffecten. Dit is het geval als de optredende golfsnelheden veel groter zijn dan de vloeistofsnelheden. Bij de halsslagadervertakking verhouden deze zich als 10:1 (Reuderink et al., 1989b), zodat een ontkoppelde aanpak geoorloofd is.

In dit afstudeeronderzoek ligt het accent op de bepaling van de drukverdeling als functie van de tijd in een elastisch model van de halsslagadervertakking. Deze drukverdeling zal met behulp van een quasi 1-dimensionaal lineair model voor de golfvoortplanting worden bepaald. Voor de uniforme reflectieloze latex buis is een goede overeenkomst tussen theorie en experiment gevonden (Horsten et al., 1989; Reuderink et al., 1989a). In de halsslagadervertakking treden echter reflecties op ten gevolge van het vertakkingspunt (apex) en de inhomogeniteiten in de externa en interna (sinus) (zie figuur 1). Het doel van dit onderzoek is dan ook om het door Horsten en Reuderink toepaste model uit te breiden om deze reflectieverschijnselen in de halsslagadervertakking te beschrijven.

Op het gebied van reflectiebeschrijving met behulp van een quasi 1-dimensionaal lineair model is veel werk verricht door Newman et al. (Newman et al., 1981; Greenwald en Newman, 1982; Newman et al., 1983). Zij bestudeerden de reflectie van een drukpuls aan starre venauwingen in latex buizen, aan elastische overgangen in latex buizen en aan bifurcaties van latex. De reflectiecoëfficiënt, i.e. de verhouding tussen de gereflecteerde en invallende golven, werd bepaald uit de hoogtes van de invallende en gereflecteerde drukpuls, waarbij gecorrigeerd werd voor de invloed van demping. De aldus verkregen reflectiecoëfficiënten werden vergeleken met de volgens de theorie berekende reflectiecoëfficiënten. Zij vonden een goede overeenkomst tussen experimentele en theoretische resultaten. Kanttekening is wel dat de door Newman et al. gekozen experimentele en theoretische benadering zeer eenvoudig is daar het in alle gevallen discrete inhomogeniteiten betreft, in tegenstelling tot de situatie in de halsslagadervertakking. Verder wordt de frequentie-afhankelijkheid van de reflectiecoëfficiënt buiten beschouwing gelaten en wordt slechts naar de hoogte en niet naar de vorm van de drukpuls gekeken. Om tot de bestudering van de pulsvoortplanting in een elastisch model van de halsslagadervertakking te komen, is binnen het Atheroscleroseproject door Baayens (1986) de reflectie van drukpulsen aan verstoringen in een rechte elastische buis onderzocht. Er werd een onderscheid gemaakt tussen golfvoortplanting in discrete inhomogeniteiten, i.e. inhomogeniteiten waarvan de lengte klein is ten opzichte van de golflengte van de in de inhomogeniteiten optredende golven, en golfvoortplanting in niet-discrete inhomogeniteiten. In het

eerste geval zijn de reflectieverschijnselen te beschrijven op basis van continuïteit van druk en volumeflow (Lighthill, 1978), hetgeen een relatief eenvoudige uitdrukking oplevert voor de reflectiecoëfficiënt. In het tweede geval treedt meervoudige reflectie op aan voor en achterzijde van de inhomogeniteit en is de gereflecteerde golf de som van alle reflecties. De door Baayens (1986) gevonden overeenstemming tussen theorie en experiment in het geval van niet-discrete (elastische) inhomogeniteiten was niet bevredigend mede door het niet juist kunnen bepalen van de overdrachtsfunctie tussen oppervlakte- en drukveranderingen, welke als invoer dient voor de golfvoortplantingsberekeningen (figuur 2).

### 1.3 Aanpak

De wijze van modelleren van reflectieverschijnselen hangt sterk af van de soort inhomogeniteit. Centraal binnen de beschrijving staat de verhouding  $L/\lambda_i$  tussen de lengte van de inhomogeniteit en de golflengte van de in de inhomogeniteit optredende golven. Is deze verhouding veel kleiner dan één, dan spreken we van een discrete inhomogeniteit en kunnen de reflectieverschijnselen worden beschreven uitgaande van continuïteit van druk en volumeflow over de inhomogeniteit. Naarmate de verhouding groter wordt, zullen de continuïteitseisen voor de druk- en flowgolven voor en achter de betreffende inhomogeniteit steeds minder goed voldoen en zullen op den duur de reflectieverschijnselen beschreven moeten worden door multipele reflectie aan voor- en achterzijde van de inhomogeniteit in rekening te brengen.

De aanpak binnen dit rapport is erop gericht voor die inhomogeniteiten, waarvoor de verhouding  $L/\lambda_i$  niet verwaarloosbaar doch nog wel veel kleiner is dan één, diens invloed op de golfverschijnselen in rekening te brengen niet door multipele reflectie, maar door middel van een integrale beschrijving van de golfvoortplanting over de inhomogeniteit op basis van quasi 1-dimensionele lineaire theorie. Mogelijk kunnen ook de reflectieverschijnselen in de halsslagadervertakking ten gevolge van de inhomogeniteiten in de externa en interna op deze manier worden beschreven, aangezien de verhouding  $L/\lambda_i$  voor beide inhomogeniteiten veel kleiner is dan één (zie Appendix A).

In het onderzoek worden een drietal eenvoudiger situaties (uniforme buis met discrete elastische inhomogeniteit, uniforme buis met manchet, discrete uniforme vertakking) onder de loep genomen om uiteindelijk te komen tot een beschrijving van de reflectieverschijnselen die optreden in een elastische halsslagadervertakking.



De modellen voor de beschrijving van de golfverschijnselen in deze vier situaties zullen worden geverifieerd door de berekeningen te vergelijken met experimentele resultaten. Hiertoe wordt de voortplanting van drukgolven in latex modellen gemeten. In verband met tijdgebrek moesten de experimenten voor de uniforme vertakking en de halsslagadervertakking achterwege blijven. Deze zullen nu worden uitgevoerd door Harts (1989, in voorbereiding).

## Hoofdstuk 2 : Theorie

### 2.1 Golfverschijnselen, 1-dimensionaal

Wanneer de golflengten veel groter zijn dan de diameter van de elastische geometrie, dan kunnen de golfverschijnselen worden beschreven met de 1-dimensionale behoudswetten voor massa en impuls (Pedley, 1980) :

$$-\frac{\partial(Au)}{\partial x} = \frac{\partial A}{\partial t} \quad (1)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{2\tau}{R} \quad (2)$$

In deze vergelijkingen is  $A = \pi R^2$  het doorsnedeoppervlak van de elastische geometrie,  $u(x,t)$  en  $p(x,t)$  respectievelijk de axiale snelheid en de transmurale druk, beide gemiddeld over het doorsnedeoppervlak en is  $\tau$  de wandschuifspanning berekend uit het 2-dimensionale snelheidsprofiel :

$$\tau = \eta \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R} \quad (2a)$$

De wrijvingsterm in het rechterlid van vergelijking (2) kan worden herschreven met behulp van de zogenaamde wrijvingsfunctie  $f$  als  $-2\tau/R = fu$ .

Verwerking van niet-lineair visco-elastisch wandgedrag geschiedt door de druk een functie van het doorsnedeoppervlak te veronderstellen :

$$p = p \left( A, \frac{dA}{dt} \right) \quad (3)$$

Wordt de viscositeit van de wand buiten beschouwing gelaten,  $p = p(A)$ , en wordt de wrijvingsfunctie constant genomen door te veronderstellen dat het instationaire karakter van de stroming de wrijvingsterm niet beïnvloedt, dan resulteert bovenstaand stelsel in een niet-lineaire hyperbolische set vergelijkingen en is oplosbaar in het tijdsdomein (Van Steenhoven en Van Dongen, 1986; Reuderink et al., 1989a).

Uit onderzoek (Horsten et al., 1989; Reuderink et al., 1989a) is gebleken dat de golfvoortplanting in latex buizen wezenlijk wordt beïnvloedt door de visceuze eigenschappen

van de wand. Bovendien blijkt het in stromingssituaties waarbij de Womersleyparameter  $\alpha > 3$  noodzakelijk om de invloed van het instationaire karakter van de stroming in rekening te brengen in de wrijvingsterm. Ervaring met het oplossen van bovengenoemd stelsel vergelijkingen in het tijdsdomein waarin zowel termen voor visco-elastisch wandgedrag als tijdsafhankelijke vloeistofwrijving zijn opgenomen, is binnen de projectgroep niet voorhanden.

### 2.2 Golfverschijnselen, 1-dimensionaal lineair

Gaan we uit van kleine verstoringen ten opzichte van de rusttoestand ( $p = p_0$ ,  $u = 0$ ,  $A = A_0 = A(p_0)$ ), dat wil zeggen wanneer  $A - A_0$ ,  $u$  en  $p - p_0$  klein zijn ten opzichte van respectievelijk  $A_0$ , de golfsnelheid  $c$  en de rustdruk  $p_0$ , dan mogen vergelijkingen (1) en (2) worden gelineariseerd tot (Van Dongen, 1986) :

$$-A_0 \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial A}{\partial t} \quad (4)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + f_0 u \quad (5)$$

met  $f_0$  de wrijvingsfunctie. Deze lineaire set vergelijkingen kan in het frequentiedomein worden opgelost door substitutie van harmonische oplossingen van de vorm :

$$A(x,t) = \hat{A} e^{-\gamma x} e^{i\omega t} \quad (6)$$

$$p(x,t) = \hat{p} e^{-\gamma x} e^{i\omega t} \quad (7)$$

$$u(x,t) = \hat{u} e^{-\gamma x} e^{i\omega t} \quad (8)$$

Daarbij is het nodig gebruik te maken van de constitutieve relatie tussen  $\hat{p}$  en  $\hat{A}$ , welke in het frequentiedomein de volgende algemene vorm heeft :

$$\hat{A} = C(\omega) \hat{p} \quad (9)$$

Hierbij is  $C(\omega)$  de dynamische compliantie,  $\omega$  de hoekfrequentie en  $\gamma$  de propagatiecoëfficiënt gedefiniëerd volgens

$$\gamma = a + ib \quad (10)$$

met  $a$  de dempingscoëfficiënt en  $b$  de fasecoëfficiënt, hetgeen blijkt na invulling van (10) in vergelijking (7) :

$$p(x,t) = p_0 e^{-ax} e^{i(\omega t - bx)} \quad (11)$$

We zien dat de amplitude exponentieel afneemt als functie van de plaats. De fasesnelheid  $c$  van de golf wordt gegeven door  $c = \omega/b$ .

Substitutie van (6)–(9) in vergelijkingen (4) en (5) levert een homogeen stelsel vergelijkingen op in  $\hat{A}$  en  $\hat{u}$ . Wanneer de determinant van dit stelsel vergelijkingen gelijk wordt gesteld aan nul, dan levert dat onderstaande uitdrukking op voor de propagatiecoëfficiënt  $\gamma$ :

$$\gamma = \pm \left[ \frac{C(\omega)}{A_0} \omega (i f_0 - \omega \rho) \right]^{1/2} \quad (12)$$

Golven die in de positieve (negatieve)  $x$ -richting lopen, corresponderen in (12) met het plus- (min) teken.

Oplossing in het frequentiedomein heeft het voordeel dat een frequentie-afhankelijke uitdrukking kan worden gebruikt om het effect van de viscositeit van de vloeistof op de golfvoortplanting te beschrijven middels de wrijvingsfunctie  $f_0$  in (5).

Een uitdrukking voor de wrijvingsfunctie  $f_0$  wordt verkregen uit de twee dimensionale theorie van Womersley (1957). Voor de instationaire volledig ontwikkelde stroming in een elastische buis onder maximale longitudinale constraint (Horsten et al, 1989) geldt dan :

$$f = \frac{2\eta}{R^2} \frac{z^2 J_1(z)}{2J_1(z) - zJ_0(z)} \quad (13)$$

$$z = i^{3/2} \alpha, \quad \alpha^2 = R^2 \omega \rho / \eta$$

Ook het effect van visco-elastisch wandgedrag is goed te beschrijven in het frequentiedomein door gebruik te maken van een dynamische compliantie :

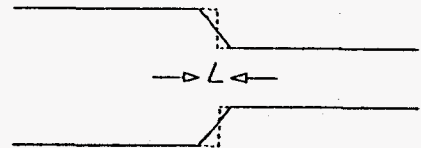
$$C(\omega) \approx \frac{\Delta A}{\Delta p} \Big|_{\omega} = |C| e^{i\varphi} \quad (14)$$

Hierin is  $|C|$  de amplitudeverhouding en  $\varphi$  het faseverschil tussen oppervlakte- en drukverandering.

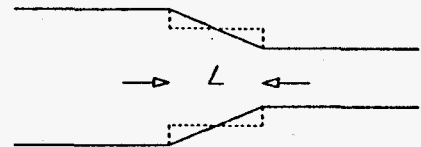
### 2.3 Reflectieverschijnselen

Het lineaire 1-dimensionale model voor de beschrijving van demping en snelheid van golven in termen van de propagatiecoëfficiënt kan worden uitgebreid om reflectieverschijnselen in rekening te brengen die optreden aan inhomogeniteiten. De beschrijving is afhankelijk van de soort inhomogeniteit. Binnen dit rapport wordt het volgende onderscheid gemaakt:

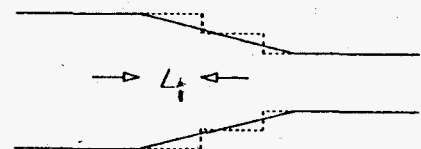
(a) discrete inhomogeniteit  $\rightarrow L \ll \ll \lambda_1$



(b) compacte inhomogeniteit  $\rightarrow \frac{L}{\lambda_1} \ll 1$



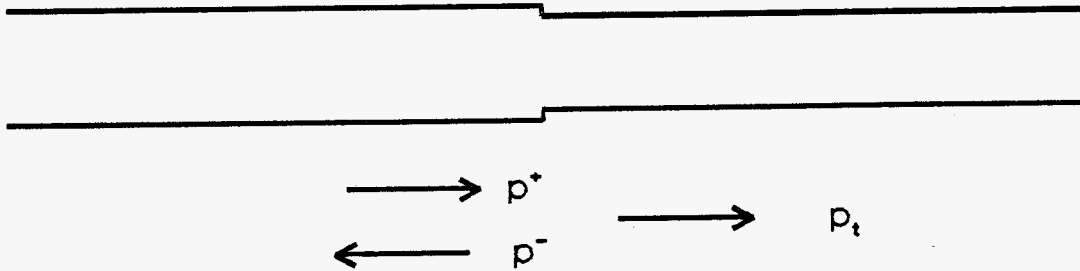
(c) multipele reflectie  $\rightarrow \frac{L_i}{\lambda_1} < 1$



Hierin is  $L$  de lengte van de inhomogeniteit en  $\lambda_1$  de golflengte van de in de inhomogeniteit optredende golven. Het gemaakte onderscheid is van belang met betrekking tot de te hanteren beschrijving voor de reflectieverschijnselen die aan een inhomogeniteit optreden. De beschrijving wordt complexer naarmate de afmeting van de inhomogeniteit groter wordt ten opzichte van de golflengten van de in de inhomogeniteit optredende golven, in de literatuur aangegeven als de mate van acoustische compactheid. Wanneer de lengte van de inhomogeniteit verwaarloosbaar klein is ten opzichte van de in de inhomogeniteit optredende golflengten, spreken we van een discrete inhomogeniteit (situatie (a)). De golfverschijnselen kunnen dan worden beschreven uitgaande van continuïteit van druk en volumeflow over de inhomogeniteit (Lighthill, 1978). Wanneer de verhouding tussen de lengte van de inhomogeniteit en de hierin optredende golflengten groter wordt, zullen de continuïteitsvoorwaarden met betrekking tot de druk en flow voor en achter de inhomogeniteit niet meer gelden. Is de verhouding echter nog wel veel kleiner dan één, dan kunnen we de golfvoortplanting over de inhomogeniteit integraal beschrijven. De afgeleiden uit de golfvergelijkingen benaderen we dan in 1<sup>e</sup>-orde door een discretisatie over de lengte van de inhomogeniteit, terwijl aan de diverse grootheden (druk, debiet, compliantie) in de inhomogeniteit een gemiddelde wordt toegekend. We spreken van een compacte inhomogeniteit (situatie (b)). Is de inhomogeniteit niet compact (situatie (c)), dan dienen de golfvergelijkingen voor de inhomogeniteit te worden opgelost. Door reflecties die optreden aan de voor- en achterzijde van de inhomogeniteit krijgen we te maken met veel heen en weer lopende golven in de inhomogeniteit (multipele reflectie). De situatie wordt nog complexer wanneer de inhomogeniteit zelf geen uniforme propagatie-eigenschappen. Er zullen dan ook reflecties binnen de inhomogeniteit ontstaan. De verschijnselen kunnen dan worden beschreven door de inhomogeniteit op te vatten als een aaneenschakeling van compacte stukken. Deze correcte beschrijving van de golfverschijnselen zal in beide gevallen echter gecompliceerd worden door de boekhouding van heen en weer lopende golven.

### 2.3.1 Discrete inhomogeniteit

In figuur 3 is een discrete elastische inhomogeniteit weergegeven. Hierin is  $p^*$  de invallende drukgolf en  $p^r$  en  $p_t$  de drukgolven die respectievelijk aan de inhomogeniteit worden gereflecteerd en worden doorgelaten. Voor de inhomogeniteit geldt dan op basis van continuïteit van druk en volumeflow :



*Figuur 3 : Discrete elastische inhomogeniteit*

$$p^+ + p^- = p_t \quad (15a)$$

$$Q^+ + Q^- = Q_t \quad (15b)$$

Nuttige grootheden bij het beschrijven van reflectieverschijnselen zijn de zogenaamde karakteristieke admittantie  $Y(\omega)$  en de karakteristieke impedantie  $Z_0(\omega)$ , die de verhouding tussen volumeflow  $\hat{Q} = A_0 \hat{u}$  en de druk  $\hat{p}$  aangeven :

$$Y(\omega) = \frac{1}{Z_0(\omega)} = \hat{Q} / \hat{p} \quad (16)$$

Door herschrijving van de gelineariseerde wet van massabehoud (4) als,

$$\frac{\partial A}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

substitutie van harmonische oplossingen van de vorm (6)–(8) en gebruik te maken van de constitutieve relatie (9), volgt voor de admittantie :

$$Y(\omega) = \hat{Q} / \hat{p} = i \frac{C(\omega)}{\gamma} \omega \quad (18)$$

Maken we gebruik van de admittantie – relaties volgens (18) dan kunnen we uit (15a) en (15b) betrekkingen afleiden voor de reflectie– en transmissiecoëfficiënt van de discrete

inhomogeniteit. De reflectiecoëfficiënt geeft de amplitudeverhouding en het faseverschil weer tussen de invallende en de gereflecteerde golven, de transmissiecoëfficiënt geeft deze weer voor de invallende en de doorgelaten golven.

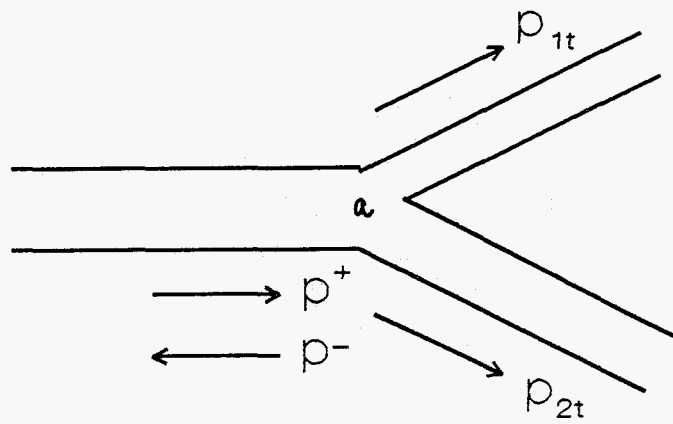
Voor de reflectie- en transmissiecoëfficiënt als functie van de frequentie volgen dan de volgende betrekkingen :

$$\Gamma(\omega) = \hat{p}^- / \hat{p}^+ = \frac{Y_1 - Y_2}{Y_1 + Y_2} \quad (19)$$

$$T(\omega) = \hat{p}_t / \hat{p}^+ = \frac{2Y_1}{Y_1 + Y_2} \quad (20)$$

### 2.3.2 Discrete vertakking

Op analoge wijze kunnen we uitdrukkingen voor de reflectie- en transmissiecoëfficiënt bepalen in het geval van een uniforme vertakking zoals weergegeven in figuur 4.



Figuur 4: Uniforme elastische vertakking

Op grond van continuïteit van druk en flow gelden op het knooppunt de volgende relaties :

$$p^+ + p^- = p_{1t} = p_{2t} \quad (23)$$

$$Q^+ + Q^- = Q_{1t} + Q_{2t} \quad (24)$$



Hierin zijn  $Q_{1t}$ ,  $p_{1t}$  en  $Q_{2t}$ ,  $p_{2t}$  de flow en druk voor respectievelijk de twee takken van de vertakking. Opnieuw gebruik maken van de admittantie – relaties volgens (18) geeft de uitdrukkingen voor reflectie- en transmissiecoëfficiënt als functie van de frequentie :

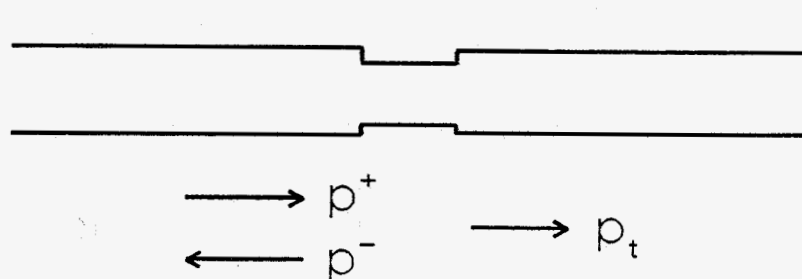
$$\Gamma(\omega) = \hat{p}^- / \hat{p}^+ = \frac{Y - (Y_1 + Y_2)}{Y + (Y_1 + Y_2)} \quad (25)$$

$$T_1(\omega) = \hat{p}_{1t} / \hat{p}^+ = \frac{2Y}{Y + (Y_1 + Y_2)} \quad (26a)$$

$$T_2(\omega) = \hat{p}_{2t} / \hat{p}^+ = T_1(\omega) \quad (26b)$$

### 2.3.3 Uniforme buis met manchete

Figuur 5 toont een uniforme buis met een elastische inhomogeniteit (manchete) waarvan de lengte  $L$  veel kleiner is dan de golflengte  $\lambda$  van de in de inhomogeniteit optredende



Figuur 5: Uniforme buis met manchete

golven zodat we de inhomogeniteit compact veronderstellen. De golfvoortplanting kunnen we derhalve integraal beschrijven. Uitgangspunt zijn wederom de gelineariseerde behoudswetten voor massa en impuls :

$$\frac{\partial A_m}{\partial t} = -A_{m0} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (27)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + f_m u \quad (28)$$

met  $A_m$  het doorsnedeoppervlak en  $f_m$  de wrijvingsfunctie voor het manchet. Maken we gebruik van de relatie  $Q = uA_{m0}$ , dan gaan (27) en (28) over in :

$$\frac{\partial A_m}{\partial t} = -\frac{\partial Q}{\partial x} \quad (29)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\rho}{A_{m0}} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{f}{A_{m0}} Q \quad (30)$$

We kunnen de afgeleiden  $\partial Q/\partial x$  en  $\partial p/\partial x$  in de inhomogeniteit in 1<sup>e</sup>-orde benaderen door een differentiequotient van de vorm :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_t - (Q^+ + Q^-)}{L} \quad (31)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_t - (p^+ + p^-)}{L} \quad (32)$$

Hierin zijn  $Q^+$  en  $p^+$  respectievelijk de invallende flow- en drukgolf,  $Q^-$  en  $p^-$  de flow- en drukgolf die aan de inhomogeniteit worden gereflecteerd en  $Q_t$  en  $p_t$  de golven die worden doorgelaten.

Voor de flow- en druk in de inhomogeniteit kiezen we een gemiddelde van de invallende en doorgelaten flow- en drukgolven.

$$\bar{Q} = (Q^+ + Q^- + Q_t) / 2 \quad (33)$$

$$\bar{p} = (p^+ + p^- + p_t) / 2 \quad (34)$$

Oplossing in het frequentiedomein geschiedt door substitutie van harmonische functies voor druk en flow :

$$p^+ = \hat{p}^+ e^{i\omega t}, \quad Q^+ = \hat{Q}^+ e^{i\omega t}, \text{ etc...} \quad (35)$$

Maken we weer gebruik van de admittantie - relaties volgens (18) en de constitutieve relatie  $\hat{A} = C_m(\omega) \hat{p}$ , waarbij  $C_m(\omega)$  de dynamische compliantie van het manchetstuk is, dan kunnen we uit (29) - (35) betrekkingen afleiden voor de reflectie- en transmissie-coëfficiënt voor de inhomogeniteit als functie van de frequentie :

$$\Gamma(\omega) = p^- / p^+ = \frac{\xi Y^2 - \chi}{\xi Y^2 + \chi + Y + \xi \chi Y} \quad (36)$$

$$T(\omega) = p_t / p^+ = \frac{Y(1 - \xi \chi)}{\xi Y^2 + \chi + Y + \xi \chi Y} \quad (37)$$

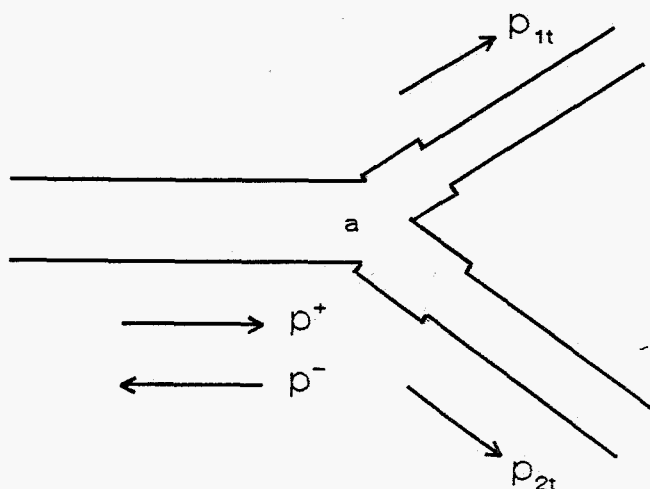
$$\xi = \frac{L}{2A_{m0}} (\rho i \omega + f_m(\omega)), \quad \chi = i \frac{\omega L C_m(\omega)}{2}$$

met  $Y$  de admittantie van de elastische buis buiten de manchet.

Een uitgebreide afleiding van de reflectie- en transmissiecoëfficiënt is gegeven in Appendix B.

### 2.3.4 Halslagadervertakking

Om de golfverschijnselen in de halslagadervertakking te kunnen beschrijven, beschouwen we de inhomogeniteiten in de externa en de interna, met respectievelijke lengten van  $L_1$  en  $L_2$ , als compact. Deze benadering is gerechtvaardigd aangezien voor beide inhomogeniteiten de verhouding  $L/\lambda_i$  veel kleiner is dan één (zie Appendix A). De halsadervertakking met de benadering is weergegeven in figuur 6. We moeten nu naast een reflectiecoëfficiënt zowel een transmissiecoëfficiënt voor de externa als voor de interna bepalen.



Figuur 6: *Elastische halslagadervertakking met benaderingen voor de inhomogeniteiten communis-externa en communis-interna.*

Uit continuïteit van druk en volumeflow volgt voor het vertakkingspunt a :

$$Q_a^+ + Q_a^- = Q_a^1 + Q_a^2 \quad (39)$$

$$p_a^+ + p_a^- = p_a^1 = p_a^2 \quad (40)$$

met  $Q_a^1$ ,  $p_a^1$  en  $Q_a^2$ ,  $p_a^2$  respectievelijk de flow- en drukgolven voor de externa en voor de interna. Uitgaande van de druk- en flowgolven op het vertakkingspunt kunnen de druk- en flowgolven in de achter de manchetstukken gelegen punten worden berekend. Ook nu dienen de vergelijkingen (27) – (30) als uitgangspunt voor de beschrijving van de golfverschijnselen in de diverse takken. Achtereenvolgens worden voor beide inhomogeniteiten de afgeleiden in 1<sup>e</sup>-orde benaderd door een differentiequotient, nemen we een gemiddelde voor de flow- en drukgolven, substitueren we harmonische functies voor druk en flow en maken we gebruik van de diverse constitutieve relaties volgens (9) en de admittantie-relaties volgens (18). De procedure is geheel analoog aan de afleiding van reflectie- en transmissiecoëfficiënt in het geval van een enkele compacte inhomogeniteit.

De reflectie- en transmissiecoëfficiënten voor de halsslagadervertakking als functie van de frequentie worden dan gegeven door :

$$\Gamma(\omega) = \hat{p}_a^- / \hat{p}_a^+ = \frac{Y - \left( \frac{c_1 Y_1 + c_2 Y_2}{c_1 Y_1 + c_2 Y_2} \right)}{Y + \left( \frac{c_1 Y_1 + c_2 Y_2}{c_1 Y_1 + c_2 Y_2} \right)} \quad (41)$$

$$T_1(\omega) = \hat{p}_b^1 / \hat{p}_a^+ = \frac{2Y}{c_3 Y + c_4 Y_1 + c_2 c_3 Y_2} \quad (42)$$

$$T_2(\omega) = \hat{p}_b^2 / \hat{p}_a^+ = \frac{2Y}{c_5 Y + c_1 c_5 Y_1 + c_6 Y_2} \quad (43)$$

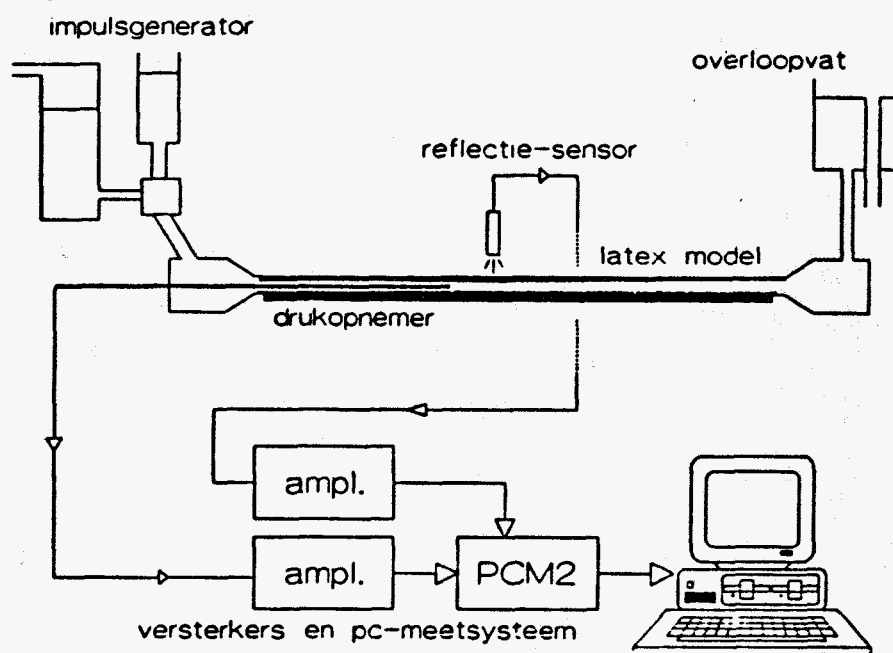
Een overzicht van de diverse coëfficiënten samen met een uitgebreide afleiding van de reflectie- en transmissiecoëfficiënten is gegeven in Appendix C.

## Hoofdstuk 3 : Methodieken

Om de verschillende beschreven theoretische modellen te kunnen toetsen, zijn voor de verschillende inhomogeniteiten experimenten uitgevoerd. In dit hoofdstuk zullen naast de algemene experimentele opstelling en numerieke methoden (paragraaf 3.1) ook de experimentele en numerieke aanpak per model worden besproken (paragraaf 3.3). Verder wordt een uiteenzetting gegeven van de bij de experimenten moeilijkst te bepalen en voor de berekeningen belangrijkste parameter, namelijk de dynamische relatie tussen druk- en diameterveranderingen : de dynamische compliantie (paragraaf 3.2).

### 3.1 Algemene experimentele opstelling en numerieke methoden

De verschillende experimentele modellen, gemaakt van siliconen rubber (Penrose Drain), zijn voor de experimenten ingespannen met een longitudinale voorrek van 10 % in de experimentele opstelling zoals deze is weergegeven in figuur 7.



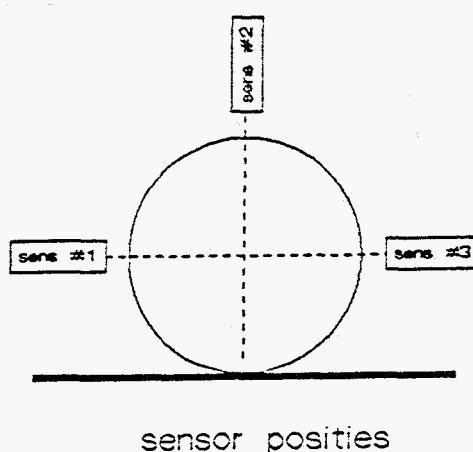
*Figuur 7: Experimentele meetopstelling*

Voor het begin van het experiment zijn zowel de vloeistof (water) als het elastische model, dat op een vlakke ondergrond ligt en door middel van een overloopvat op een statische druk van ca. 3 kPa wordt gehouden, in rust. Met behulp van een impulsgenera

tor, bestaande uit een drukvat dat op een overdruk van ca. 50 kPa staat en een magneetventiel met dempervat, kunnen drukpulsen worden opgewekt in het ingespannen elastische model door het magneetventiel te openen (Horsten, 1986). Hierdoor staat het drukvat in verbinding met het elastische model en is het dempervat gesloten. Het magneetventiel bestaat uit een massa-veersysteem en genereert daardoor bij het sluiten van het magneetventiel na ca. 14 ms hinderlijke oscillaties op de gegenereerde drukpuls. Na sluiting van het magneetventiel wordt echter de demper werkzaam die er bij de juiste instelling voor zorgt dat de oscillaties rond de statische druk kritisch worden gedempt, zodat de gewenste drukpuls resteert. Door middel van een pulsgenerator (Horsten, 1986) kan het magneetventiel repeterend worden gestuurd. Bij de experimenten wordt gebruik gemaakt van enkelvoudige drukpulsen vanwege het optreden van reflecties aan uiteinden c.q. het ontstaan van staande golven in het model bij toepassen van periodieke flowvormen (Het theoretische model beschrijft deze reflecties niet).

Langs de as van het elastische model loopt een geperforeerde doorvoer die het mogelijk maakt een kathetertip-manometer (Millar 5F) voor de registratie van de drukverstoringen in het elastische model in te brengen. Zo wordt voorkomen dat zij in contact komt met de modelwand, zodat verstoring van de wandbeweging wordt vermeden. Op deze manier kunnen drukverstoringen op iedere plaats in het elastische model worden geregistreerd. Het druksignaal gemeten met behulp van de kathetertip-manometer is aangesloten op de ongefilterde uitgang van een drukversterker (Philips 9822).

De diameterverstoringen nodig om de dynamische compliantie (zie (14)) te kunnen bepalen, kunnen worden geregistreerd met behulp van drie reflectieve object sensoren (ROS : Optron OPB 253A) zoals weergegeven in figuur 8.

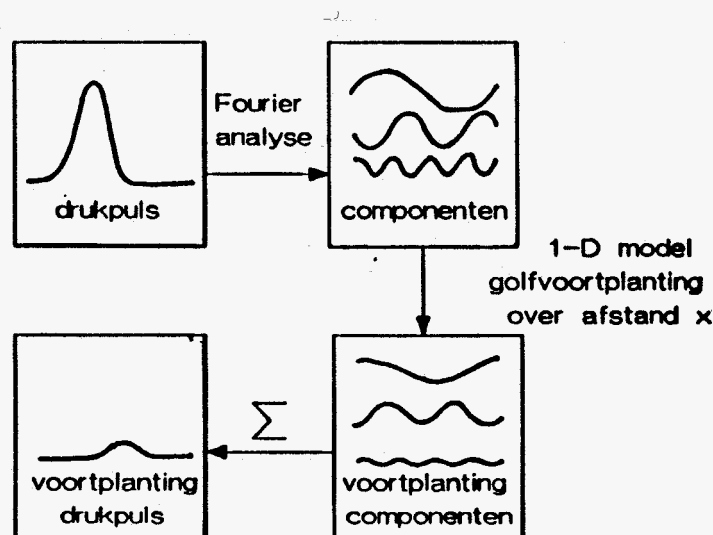


*Figuur 8: Registratie van diameterveranderingen met behulp van reflectieve object sensoren.*

Op deze manier worden diameterveranderingen in twee richtingen loodrecht op elkaar geregistreerd, namelijk een horizontale diameterverandering aan linker- en rechterzijde van het elastische model door middel van sensoren 1 en 3 en een verticale diameterverandering aan de bovenzijde door middel van sensor 2. Voor de werking van de reflectieve object sensoren wordt verwezen naar Reuderink (1988). De berekening van de dynamische compliantie uit deze diameterveranderingen wordt behandeld in paragraaf 3.2.

Zowel de uitgangssignalen van de drukversterker als de diametersignalen komend uit de schakeleenheid van de reflectieve object sensoren (Reuderink, 1988) worden verder versterkt met behulp van Tektronix AM502 versterkers. Met behulp van het data-acquisitiesysteem PCM2 (Dortmans et al., 1986; Massuger, 1987) worden de signalen verzameld en daarna met behulp van een IBM-XT compatible PC verwerkt. De samplefrequentie gedurende de metingen is 2000 Hz, het aantal samples 1000. De uiteindelijke druk- en diametersignalen worden verkregen uit een middeling over 20 metingen. De triggerpuls voor het repeterend sturen van het magneetventiel is afkomstig van de pulsgenerator. Viscositeit en dichtheid van het water worden uit een tabel bepaald bij de gemeten watertemperatuur. De horizontale en verticale rustdiameter worden bepaald met behulp van een schroefmicrometer.

Om uitgaande van de begindrukpuls op een andere positie op afstand  $x$  de drukpuls te kunnen bepalen, wordt de methode toegepast zoals weergegeven in figuur 9.



*Figuur 9: Model voor berekening van een drukpuls uit een begindrukpuls na propagatie over een afstand  $x$ .*

De begindruk puls wordt door middel van Fourieranalyse ontbonden in al haar fouriercomponenten om dan door toepassing van het 1-dimensionale lineaire model voor de golfvoortplanting, de propagatie van de drukgolf per component over een afstand  $x$  te bepalen. Ligt de positie in een gebied waar ook reflectie van de drukgolven optreedt, dan wordt de bijdrage van de reflecteerde drukgolf van deze component bepaald en bij de gepropageerde drukgolfcomponent opgeteld. Na berekening van de propagatie en reflectie worden de verschillende voortgeplante fouriercomponenten gesuperponeerd en wordt de drukpuls op de nieuwe positie verkregen.

### 3.2 Dynamische compliantie :

De bepaling van de dynamische compliantie wordt gecompliceerd doordat de elastische modellen door de gecombineerde invloed van ondersteuning en zwaartekracht een doorsnede hebben die niet cirkelvormig is. Om hiervoor enigszins te corrigeren beschouwen we de buisdoorsnede als ellipsvormig. Het oppervlak van een ellips wordt gegeven door  $A = \pi ab/4$  met  $a$  de horizontale en  $b$  de verticale diameter van de ellips. De dynamische compliantie kan dan worden benaderd door :

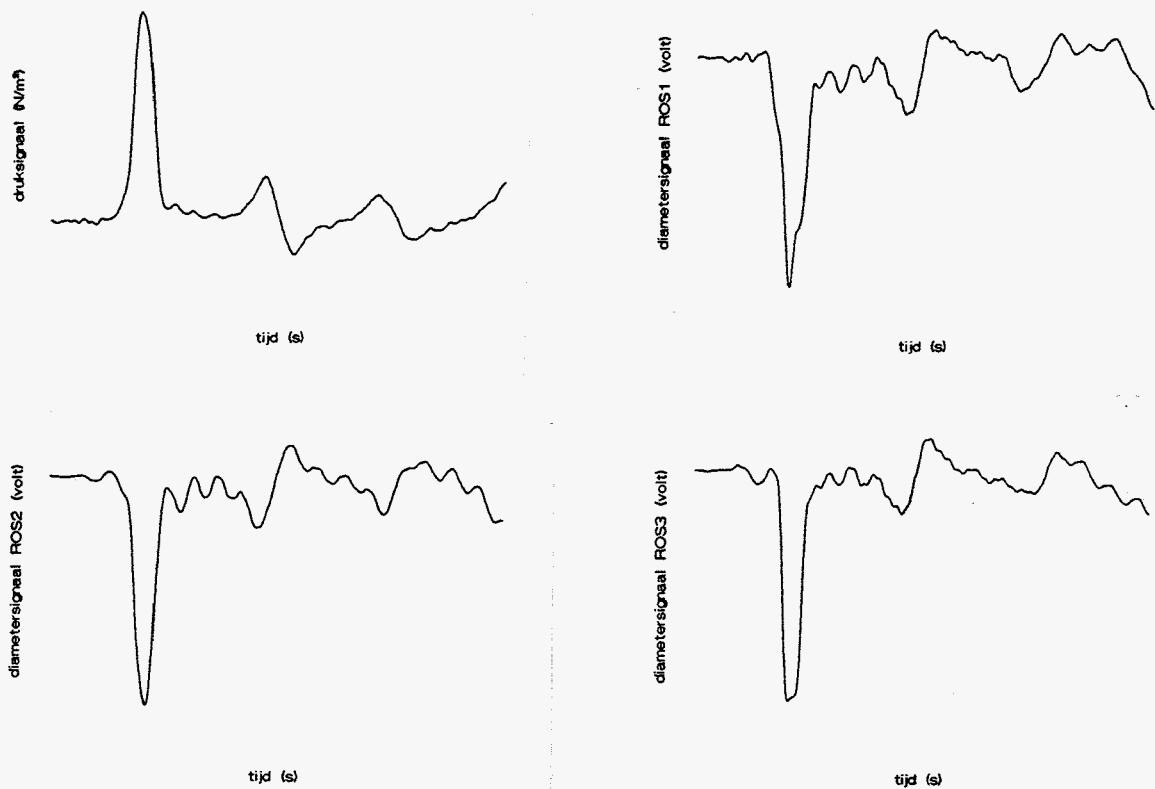
$$C(\omega) = \frac{\partial A}{\partial p} \Big|_{\omega} = \frac{\pi}{4} \left( a \frac{\partial b}{\partial p} \Big|_{\omega} + b \frac{\partial a}{\partial p} \Big|_{\omega} \right) \quad (45)$$

Hierin is  $\frac{\partial b}{\partial p} \Big|_{\omega}$  de dynamische diameter–druk verhouding in verticale en  $\frac{\partial a}{\partial p} \Big|_{\omega}$  de dynamische diameter–druk verhouding in horizontale richting.

De dynamische diameter–druk verhoudingen worden bepaald door Fourieranalyse van corresponderende druk– en diameter signalen. Het diameter–signaal wordt bepaald als de som van de rustdiameter en de met behulp van de reflectieve object sensoren geregistreerde diameterveranderingen.

Vanwege de onderlinge beïnvloeding van de reflectieve object sensoren (zie Reuderink, 1988) worden voor de bepaling van de dynamische complianties per positie steeds twee metingen uitgevoerd : een meting waarbij de horizontale diameterverandering ten gevolge van de drukverandering wordt geregistreerd (druk–ROS1+ROS3) en een meting om de verticale diameterverandering te registreren (druk–ROS2).



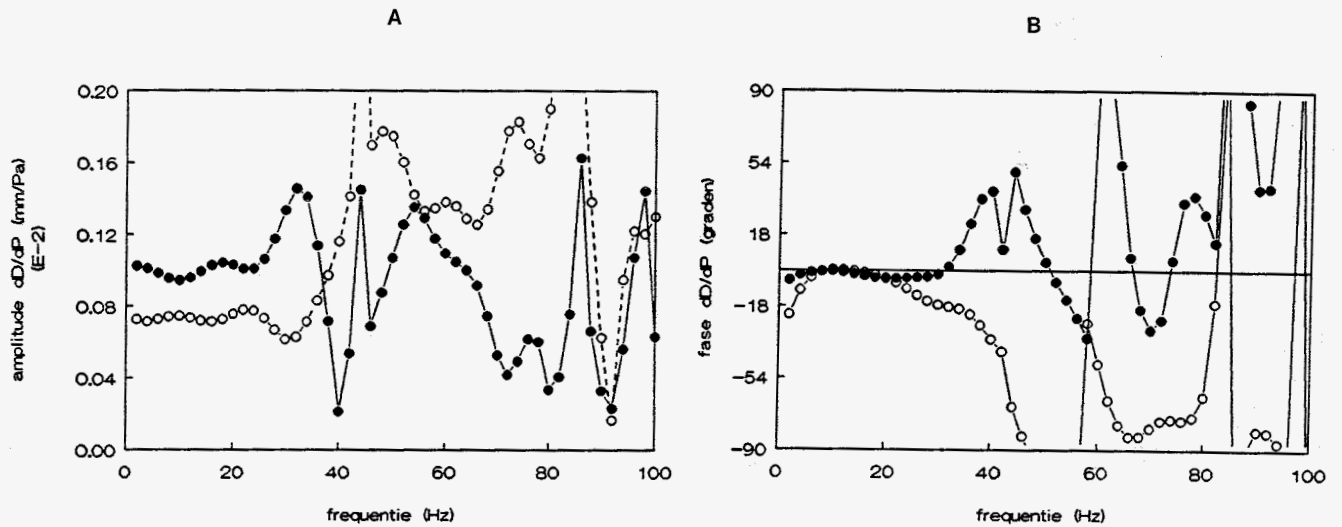


*Figuur 10: Een geregistreerd druksignaal met bijbehorende diametersignalen.*

In het druksignaal en de bijbehorende diametersignalen (zie figuur 10) zijn ook de reflecties ten gevolge van de betreffende inhomogeniteit en de inspanpunten aan voor- en achterzijde van de elastische buis aanwezig. Alvorens een Fourieranalyse wordt uitgevoerd op de afzonderlijke signalen, worden deze reflecties uit de signalen verwijderd om er voor te zorgen dat begin- en eindpunt van het te analyseren signaal op elkaar aansluiten. Figuur 11 geeft een voorbeeld van de fase en amplitude van de dynamische diameter-drukverhouding uit figuur 10. Figuur 18 geeft de dynamische compliantie berekend uit de data van figuur 11.

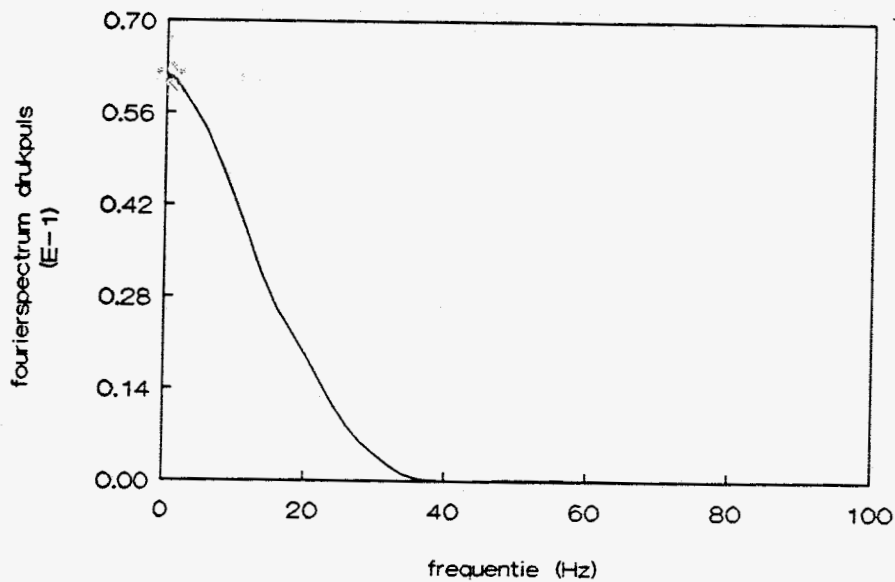
Uit figuur 11 blijkt dat de diameterverandering in verticale richting groter is dan de diameterverandering in horizontale richting. Dit is het gevolg van het feit dat de buis bij drukafname een meer en meer op een ellips gelijkende vorm aanneemt. Bij eenzelfde drukverandering is de horizontale diameterverandering daardoor kleiner dan de verticale diameterverandering. We zien verder dat het faseverschil tussen druk- en diameterverandering (overwegend) negatief is. Dit is voor visco-elastische materialen conform de verwachting, aangezien dan de diameterverandering volgt op een drukverandering. Uit de figuur valt op dat in de buurt van een frequentie van 35 Hz zowel amplitude als fase

niet realistische waarden aannemen. Uit het Fourierspectrum van de geregistreeerde drukpuls, weergegeven in figuur 12, volgt ook dat componenten boven de 35 Hz in zodanige mate in het druksignaal aanwezig zijn dat de signaal-ruis verhouding slecht wordt.



*Figuur 11: Amplitude (a) en fase (b) van de dynamische diameter-druk verhouding volgend uit Fourieranalyse van de diameter-druk signalen uit figuur 10.*

● = druk-ROS2      ○ = druk-ROS1+ROS3



*Figuur 12: Fourierspectrum druksignaal.*

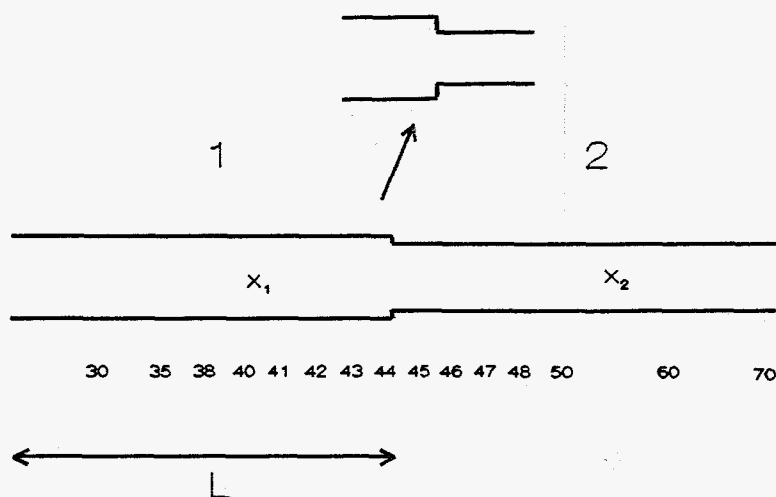
Uit de berekeningen blijkt echter dat de hogere harmonischen wel degelijk een rol spelen bij de vorm van de beginimpuls. Bij propagatie van de drukpuls dempen deze hogere harmonischen echter snel uit. Bij meenemen in de berekeningen van de niet-realistische waarden voor de dynamische compliantie, kunnen versterkingseffecten optreden bij deze hogere harmonischen. Om toch voor het hele frequentiegebied de dynamische complianties op te stellen, wordt uitgaande van lineaire regressie op de wel realistische waarden door middel van extrapolatie de dynamische compliantie voor het overige frequentiegebied bepaald.

De hierboven beschreven werkwijze voor het bepalen van de dynamische compliantie is in alle experimentele situaties toegepast.

### 3.3 Experimentele en numerieke uitwerking per model :

#### 3.3.1 Elastisch model met discrete inhomogeniteit

De geometrie van het elastische model met een discrete inhomogeniteit is weergegeven in figuur 13.



*Figuur 13: Elastisch model met discrete inhomogeniteit bestaande uit twee over elkaar heen geschoven Penrose Drain buizen.*

Het model bestaat uit een uniforme elastische buis van ca. 88 cm met daar overheen een tweede uniforme elastische buis met een lengte van ca. 44 cm (Penrose Drain No 5).

Hierdoor wordt een discrete inhomogeniteit gecreëerd zoals uitvergroet staat weergegeven in de figuur. Op de in figuur 13 aangegeven posities, weergegeven in centimeters vanaf het linker inspanpunt, zijn de drukverstoringen gemeten. Op positie 20 en positie 60 zijn zowel de druk- als de diameterverstoringen geregistreerd om de dynamische complianties voor zowel de enkele als de dubbele elastische uniforme buis te kunnen bepalen. Het reflectie-transmissiepunt lag op positie 44.7.

De gemiddelde drukpuls op positie 30 is als begindrukpuls genomen voor de numeriek te bepalen drukpulsen op de verschillende posities. Voor de numerieke berekening verdelen we het elastische model met de discrete elastische inhomogeniteit in twee gebieden zoals aangegeven in figuur 13. In het eerste gebied zullen de drukgolven een superpositie zijn van de heengaande (invallende) en de aan de inhomogeniteit gereflecteerde golven. Stel dat we de drukpuls willen bepalen op een afstand  $x_1$  van de positie waar de begindrukpuls is bepaald. Dan geldt voor de drukgolven per harmonische in gebied 1 :

$$\begin{aligned} P(x_1) &= P_f(x_1) + P_b(x_1) \\ &= P_0(\omega) e^{-\gamma_1(\omega)x_1} [1 + \Gamma(\omega) e^{-2\gamma_1(\omega)(L-x_1)}] \end{aligned} \quad (46)$$

Hierin is  $\gamma_1(\omega)$  de propagatiecoëfficiënt berekend via (12),  $\Gamma(\omega)$  de reflectiecoëfficiënt gegeven door (19) en  $L$  de afstand van het beginpunt tot aan het reflectie-transmissiepunt.

De drukgolven in het tweede gebied worden bepaald door de door de discrete inhomogeniteit getransmitteerde golven. Voor de drukgolven per harmonische in dit gebied geldt :

$$\begin{aligned} P(x_2) &= P_f(x_2) \\ &= P_0(\omega) e^{-\gamma_1(\omega)L} T(\omega) e^{-\gamma_2(\omega)(x_2-L)} \end{aligned} \quad (47)$$

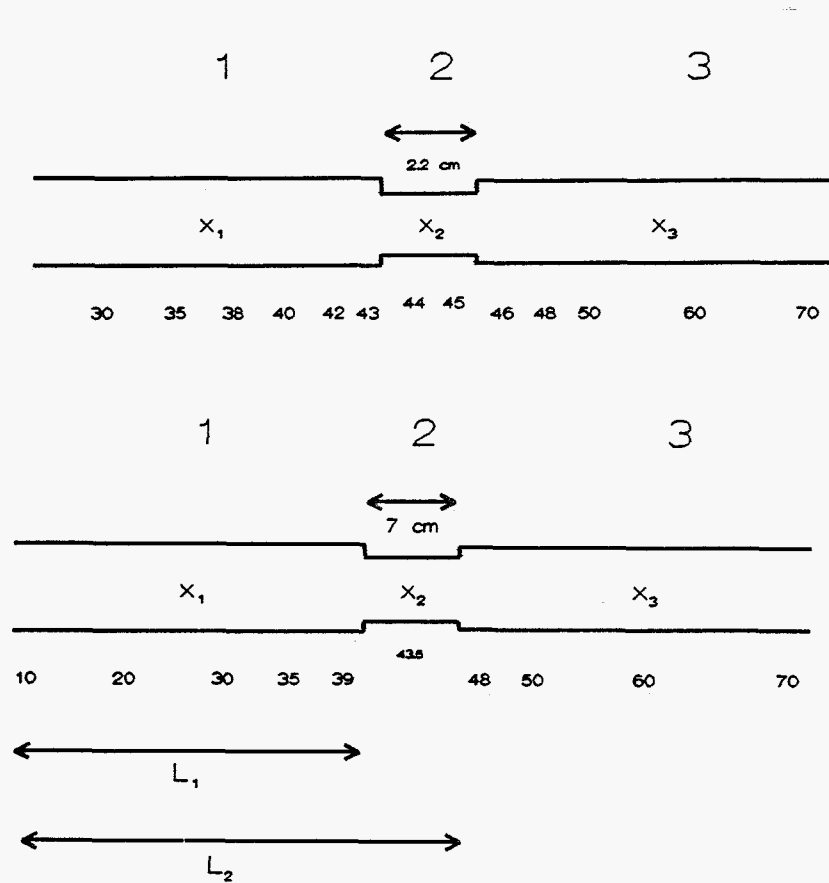
Hierin zijn  $\gamma_1(\omega)$  en  $\gamma_2(\omega)$  de propagatiecoëfficiënten voor respectievelijk de enkele en de dubbele uniforme elastische buis en is  $T(\omega)$  de transmissiecoëfficiënt gegeven door (20).

### 3.3.2 Uniforme elastische buis met manchet :

Voor de uniforme elastische buis zijn experimenten uitgevoerd met aangebrachte inhomogeniteiten van twee verschillende lengten. De modellen met deze manchetten zijn

weergegeven in figuur 14.

De modellen bestaan uit een uniforme elastische buis van ca. 88 cm met daar overheen geschoven een uniform elastisch stukje buis met respectievelijk een lengte van 7 cm (lang manchet, Penrose Drain) en 2.2 cm (kort manchet, Penrose Drain). Hierdoor wordt een inhomogeniteit gecreëerd zoals uitvergroott staat weergegeven in de figuur. Op de in figuur 14 aangegeven posities weergegeven in centimeters vanaf het linker inspanpunt zijn de drukverstoringen gemeten. Om de dynamische complianties te bepalen zijn voor het lange manchet op de posities 20 en 43.5 en voor het korte manchet op de posities 20 en 44.5 de druk- en diameterveranderingen gemeten. Voor de berekeningen lagen de manchetten respectievelijk tussen de posities 40.3–47.3 en 43.7–45.9 en zijn als begindrukpulsen de drukpulsen op de posities 10 en 30 genomen.



*Figuur 14: Uniforme elastische buis met lang en kort manchet*

Het elastische model met een manchet wordt voor de numerieke berekeningen verdeeld in drie gebieden zoals weergegeven in figuur 14. Voor het eerste gebied gaan de bere-

keningen analoog aan de situatie van het elastisch model met discrete inhomogeniteit (zie (46)), waarbij de reflectiecoëfficiënt wordt gegeven door (36).

De drukgolven in gebied 3 worden gegeven door :

$$\begin{aligned} P(x_3) &= P_f(x_3) \\ &= P_0(\omega) e^{-\gamma_1(\omega)L_1} T(\omega) e^{-\gamma_1(\omega)(x_3-L_2)} \end{aligned} \quad (48)$$

Hierin is  $\gamma_1(\omega)$  de propagatiecoëfficiënt berekend via (12) en  $T(\omega)$  de transmissiecoëfficiënt gegeven door (37).  $L_1$  is de afstand van het beginpunt tot aan het reflectiepunt, i.e. de linkerzijde van het manchet.  $L_2$  is de afstand van het beginpunt tot aan het transmissiepunt, i.e. de rechterzijde van het manchet.

De drukpuls op een bepaalde positie  $x_2$  binnen het manchet (gebied 2) wordt verkregen door interpolatie van de drukpulsen bepaald op linker- en rechterzijde van het manchet :

$$\begin{aligned} P(x_2) &= P(L_1) + \\ &[ P(L_2) - P(L_1) ] (x_2-L_1) / (L_2-L_1) \end{aligned} \quad (49)$$

waarbij de drukpulsen op linker- en rechterzijde van het manchet worden gegeven door :

$$P(L_1) = \Sigma P_0(\omega) e^{-\gamma_1(\omega)L_1} [1 + \Gamma(\omega)] \quad (49a)$$

$$P(L_2) = \Sigma P_0(\omega) e^{-\gamma_1(\omega)L_1} T(\omega) \quad (49b)$$

Om zowel de gebruikte programmatuur te verifiëren als te onderzoeken of de beschrijvingswijze van de reflectieverschijnselen op basis van compactheid beschreven kunnen worden, is naast de experimentele situaties ook nog de situatie doorgerekend waarin het 7 cm lange manchet dezelfde eigenschappen (straal, compliantie) heeft als het overige gedeelte van de buis.

### 3.3.3 Discrete elastische vertakking

Voor de discrete elastische vertakking zijn de optredende golfverschijnselen niet experimenteel bepaald. Experimentele validatie van het numerieke model zal geschieden door



Hierin is  $\gamma_1(\omega)$  de propagatiecoëfficiënt voor de communis-tak berekend via (12),  $\Gamma(\omega)$  de reflectiecoëfficiënt gegeven door (25) en  $L$  de afstand van het beginpunt tot aan het vertakkingspunt.

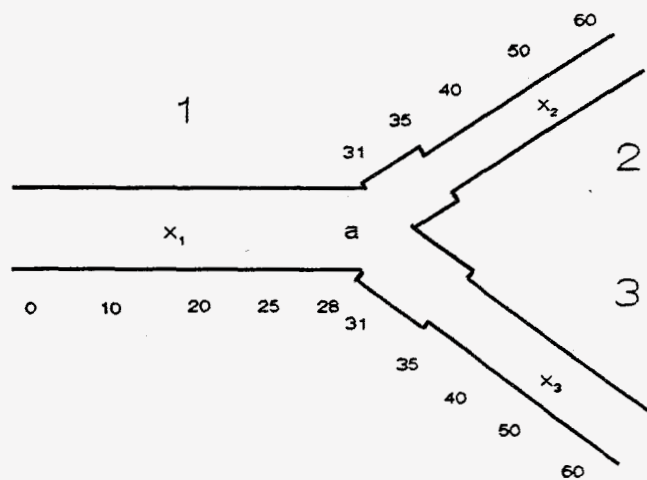
De drukgolven in de externa (gebied 2) en de interna (gebied 3) worden bepaald door de door de vertakking getransmitteerde golven. Voor de drukgolven in gebied 2 geldt :

$$\begin{aligned} P(x_2) &= P_f(x_2) \\ &= P_0(\omega) e^{-\gamma_1(\omega)L} T_1(\omega) e^{-\gamma_2(\omega)(x_2-L)} \end{aligned} \quad (51)$$

Hierin zijn  $\gamma_1(\omega)$  en  $\gamma_2(\omega)$  de propagatiecoëfficiënten voor respectievelijk de communis en de externa en is  $T_1(\omega)$  de transmissiecoëfficiënt gegeven door (26a). De berekening van de drukgolven in gebied 3 gaat analoog aan (51), waarbij  $\gamma_2(\omega)$  de propagatiecoëfficiënt is voor de interna.

### 3.3.4 Elastische halsslagadervertakking

Voor de elastische halsslagadervertakking zal de experimentele validatie van het ontwikkelde numerieke model ook door Harts worden uitgevoerd. De geometrie van het numerieke model voor de halsslagadervertakking, overeenkomstig de Bharadvaj-geometrie is weergegeven in figuur 16.



Figuur 16: Numeriek model elastische halsslagadervertakking



Voor de aangegeven posities weergegeven in centimeters vanaf het beginpunt zijn numerieke berekeningen uitgevoerd. Voor de berekeningen wordt de elastische halsslagadervertakking verdeeld in vijf gebieden zoals weergegeven in de figuur. De bij deze gebieden behorende complianties worden berekend op de in paragraaf 3.3.3 geschetste wijze. Als ingangspuls is weer de begindrukspuls genomen uit het experiment van de elastische buis met kort manchet. Bij de berekeningen beschouwen we de gebieden 2 en 4 die respectievelijk de inhomogeniteiten in de externa en de interna weergegeven als manchetstukken. De externa- en interna-manchet zijn op grond van de gegevens uit de Bharadvaj-geometrie respectievelijk ca. 2 en 2.5 cm lang.

Voor het eerste gebied gaan de berekeningen analoog aan de situatie van de uniforme elastische vertakking (zie (50)), waarbij de reflectie-coëfficiënt wordt gegeven door (41). De berekening van de drukgolven binnen de manchetstukken en de gebieden 3 en 5 verlopen analoog aan de situatie van een elastische buis met manchet (zie (48) en (49)). De transmissie-coëfficiënten voor de externa en interna worden gegeven door (42) en (43).

Naast de berekening aan bovenstaande geometrie, zijn nog berekeningen aan andere geometriën uitgevoerd :

- Om te controleren of de resultaten berekend met het theoretische model voor de halsslagadervertakking juist zijn, zijn berekeningen met het halsslagadervertakkingmodel uitgevoerd waarbij de diameters en complianties van zowel externa- als interna-manchet zijn aangepast aan de diameter- en compliantiewaarden van de externa en interna zelf.

Om een idee te krijgen welke fenomenen een rol spelen bij de reflectie aan een elastische halsslagadervertakking, zijn bovendien de volgende berekeningen uitgevoerd waarbij de parameters die de reflectie veroorzaken zijn gevarieerd :

- Om de invloed van de inhomogeniteit in de externa te onderzoeken, is de situatie doorgerekend waarbij de externa-manchet werd weggelaten door deze dezelfde eigenschappen (diameter, compliantie) te geven als de externa zelf.
- Om de invloed van de inhomogeniteit in de interna (sinus) te onderzoeken, is de situatie doorgerekend waarbij de interna-manchet werd weggelaten door deze dezelfde eigenschappen (diameter, compliantie) te geven als de interna zelf.

- De invloed van de lengte van de inhomogeniteiten is onderzocht door de situatie door te rekenen waarbij de lengte van de inhomogeniteiten in externa en interna twee maal zo groot is gemaakt.

Een overzicht van de uitgevoerde experimenten en berekeningen aan respectievelijk de uniforme buizen en de vertakkingen is gegeven in tabel 3.1.

*uniforme buis : berekeningen en experimenten*

U1 : discrete inhomogeniteit

U2 : kort manchet

U3 : lang manchet

U4 : verificatie-berekening

*vertakkingen : berekeningen*

V1 : uniform, compliantie uit in-vivo literatuurgegevens ( $C_{in vivo}$ )

V2 : halsslagader,  $C_{in vivo}$

V3 : verificatie berekening,  $C_{in vivo}$

V4 : halsslagader zonder inhomogeniteit externa,  $C_{in vivo}$

V5 : halsslagader zonder inhomogeniteit interna,  $C_{in vivo}$

V6 : halsslagader, dubbele lengte manchet externa en interna,  $C_{in vivo}$

Tabel 3.1: *Overzicht uitgevoerde experimenten en berekeningen aan uniforme buizen en de vertakkingen*

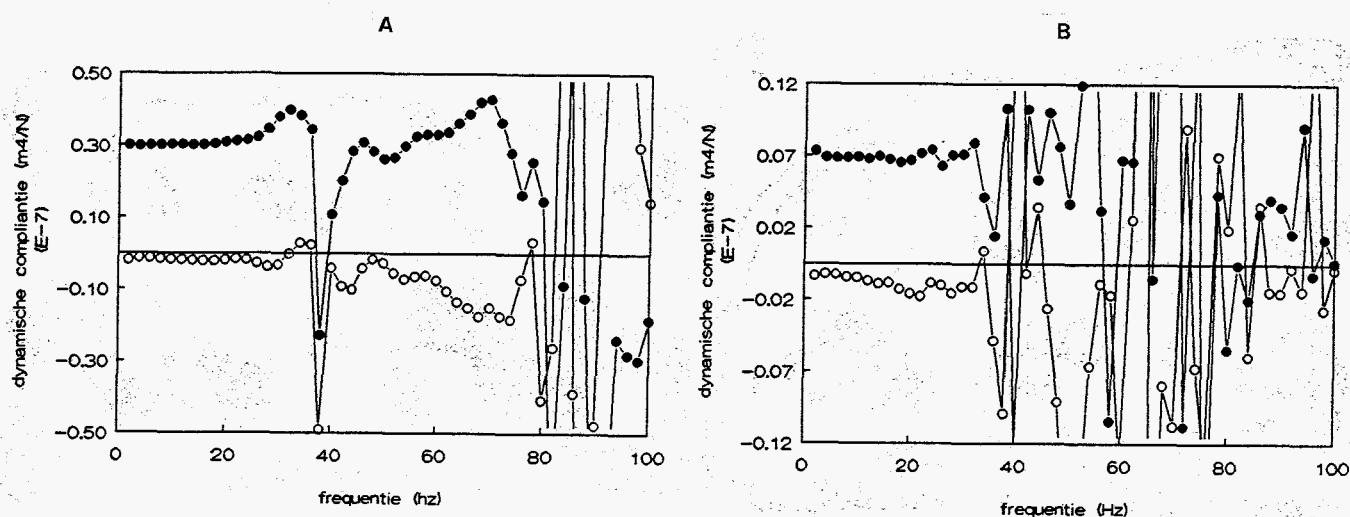
## Hoofdstuk 4 : Resultaten

In dit hoofdstuk worden de resultaten besproken van de verschillende onderzochte situaties. Voor de uniforme buis situaties U1–U4 worden de resultaten van het bepalen van de dynamische compliantie, en de amplituden van de reflectie- en transmissiecoëfficiënten weergegeven (paragraaf 4.1.1 en 4.1.2). Daarnaast zullen de experimentele drukpulsen worden vergeleken met de theoretisch berekende drukpulsen (paragraaf 4.1.3). Voor de vertakkings-situaties V1–V6 zullen naast de amplituden van de reflectie- en transmissiecoëfficiënten de theoretisch berekende drukpulsen worden weergegeven (paragrafen 4.2.1 en 4.2.2).

### 4.1 Inhomogeniteiten in een uniforme buis

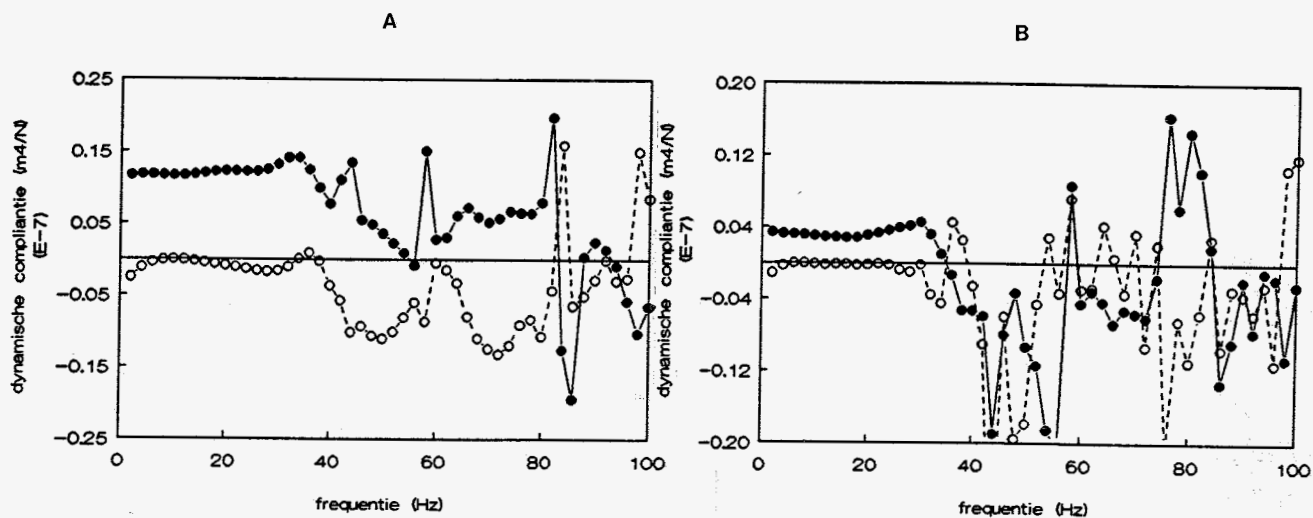
#### 4.1.1 Dynamische complianties

De dynamische complianties voor de elastische buis met discrete inhomogeniteit, de elastische buis met lang manchet en de elastische buis met kort manchet zijn respectievelijk weergegeven in figuren 17, 18 en 19.



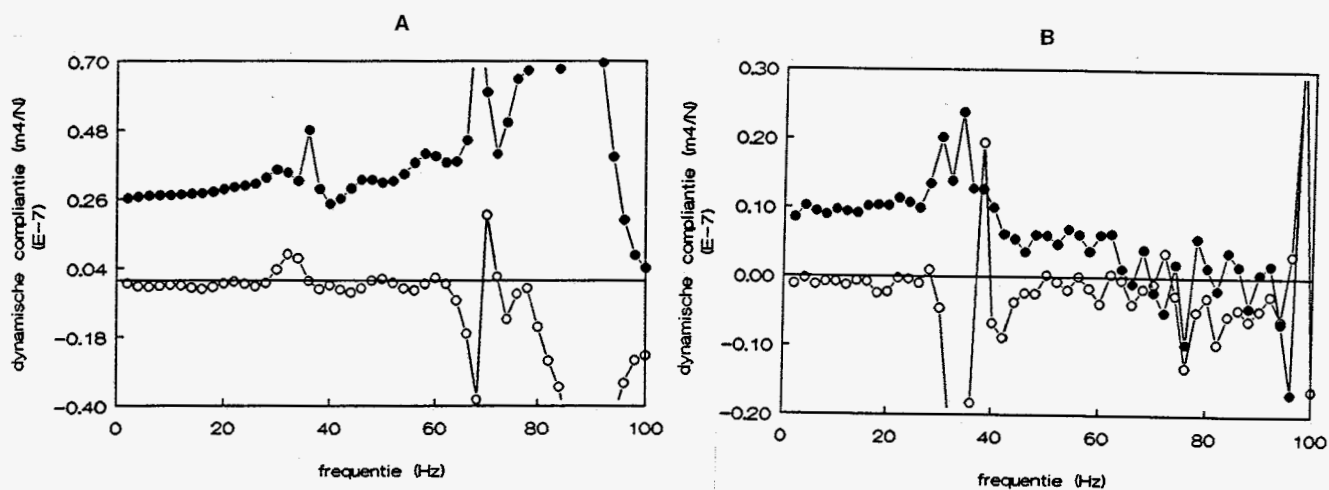
Figuur 17: *Dynamische compliantie als functie van de frequentie voor de enkele (a) en de dubbele (b) uniforme elastische buis*

● = reële gedeelte    ○ = imaginaire gedeelte



Figuur 18: Dynamische compliantie elastische buis (a) en lang manchet (b) als functie van de frequentie

● = reele gedeelte    ○ = imaginaire gedeelte



Figuur 19: Dynamische compliantie elastische buis (a) en kort manchet (b) als functie van de frequentie.

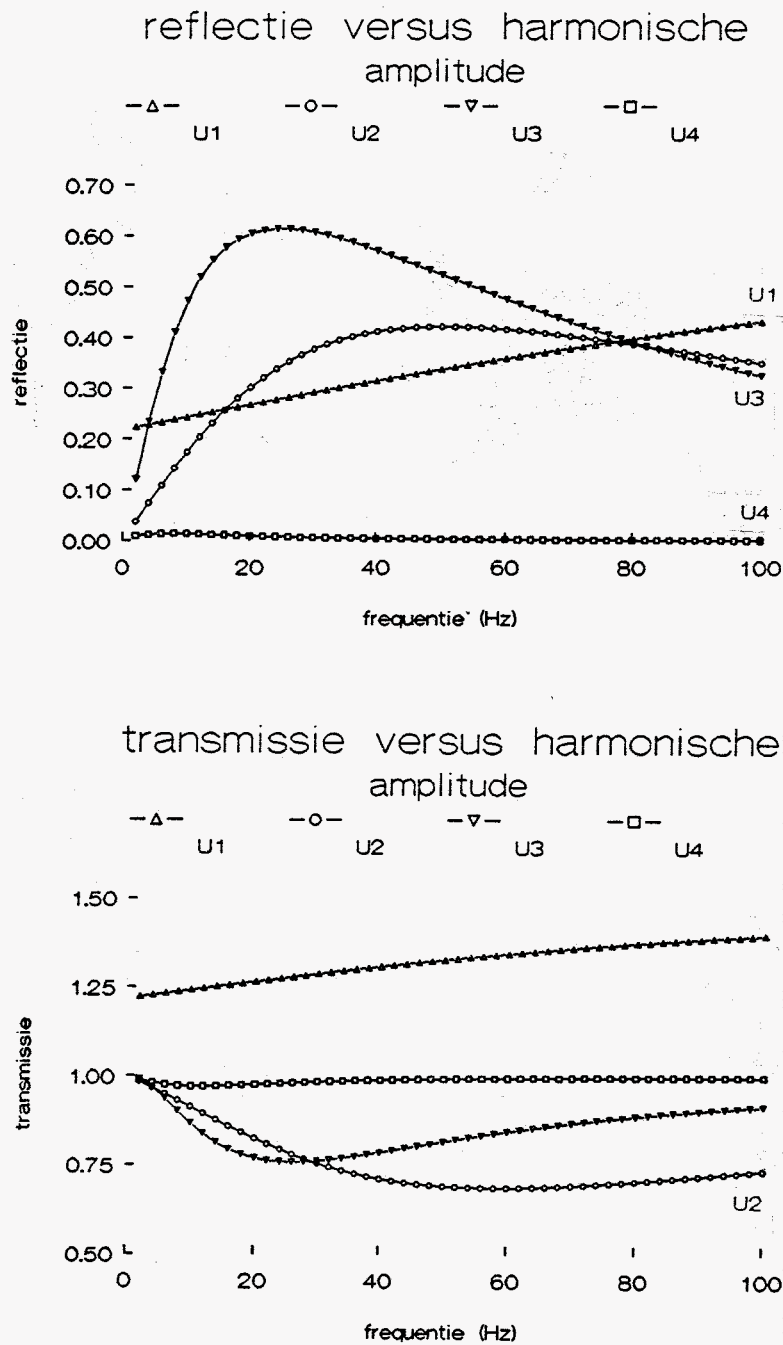
● = reele gedeelte    ○ = imaginaire gedeelte

Het bleek bij het experiment van de elastische buis met lang manchet niet mogelijk de horizontale dynamische diameter–druk verhouding voor het manchet goed te bepalen. Bij het variëren van zowel amplitude als fase van de dynamische compliantie voor het manchet, bleek echter dat de fase van de dynamische compliantie weinig invloed heeft op de reflectie–transmissie eigenschappen van het manchet. Aangezien de fase van zowel de horizontale als verticale dynamische diameter–druk verhouding klein is, is bij de berekening van de dynamische compliantie voor het lange manchet alleen de fase van de verticale dynamische diameter–druk verhouding gebruikt.

Uit de figuren 17, 18 en 19 zien we dat de berekende waarden na ca. 35 Hz sterk gaan fluctueren, met name voor de dynamische complianties in de dubbele elastische buis en de beide manchetten. Frequenties groter dan ca. 35 Hz zijn echter in een zodanige mate in het druksignaal aanwezig dat de signaal–ruis verhouding voor deze frequenties laag is (zie paragraaf 3.2). Voor het manchet geldt in zijn algemeenheid dat de dynamische compliantie als de verhouding van de locale oppervlakteverandering en de locale diameterverandering als begrip moeilijker is door de niet–uniforme drukverdeling binnen het manchet ten gevolge van de reflecties. Uitgaande van lineaire regressie op de waarden tot ca. 32 Hz zijn door middel van extrapolatie de dynamische complianties voor het overige frequentiegebied bepaald.

#### 4.1.2 Reflectie en transmissie

In figuur 20 zijn de amplituden van de reflectie– en transmissiecoëfficiënten voor de uniforme buis situaties (U1–U4) weergegeven. We zien dat voor de uniforme buis situaties U1–U3 met name de hogere frequenties bijdragen aan de reflectie. De reflectie aan de elastische buis met lang manchet is groter dan de reflectie voor de elastische buis met kort manchet. De verificatie–berekening waarbij aan het manchet dusdanige eigenschappen zijn toegekend, dat er in principe een uniforme elastische buis ontstaat, geeft inderdaad resultaten die overeenkomen met de verwachting : reflectie–coëfficiënten nagenoeg gelijk aan nul, transmissie–coëfficiënten nagenoeg gelijk aan één.



**Figuur 20:** Reflectie-transmissie-coëfficiënten voor de diverse uniforme buis situaties (U1-U4).

- $\Delta$  = discrete elastische inhomogeniteit
- $\circ$  = uniforme buis met kort manchet (2.2 cm)
- $\nabla$  = uniforme buis met lang manchet (7cm)
- $\square$  = berekening manchet-model uniforme buis

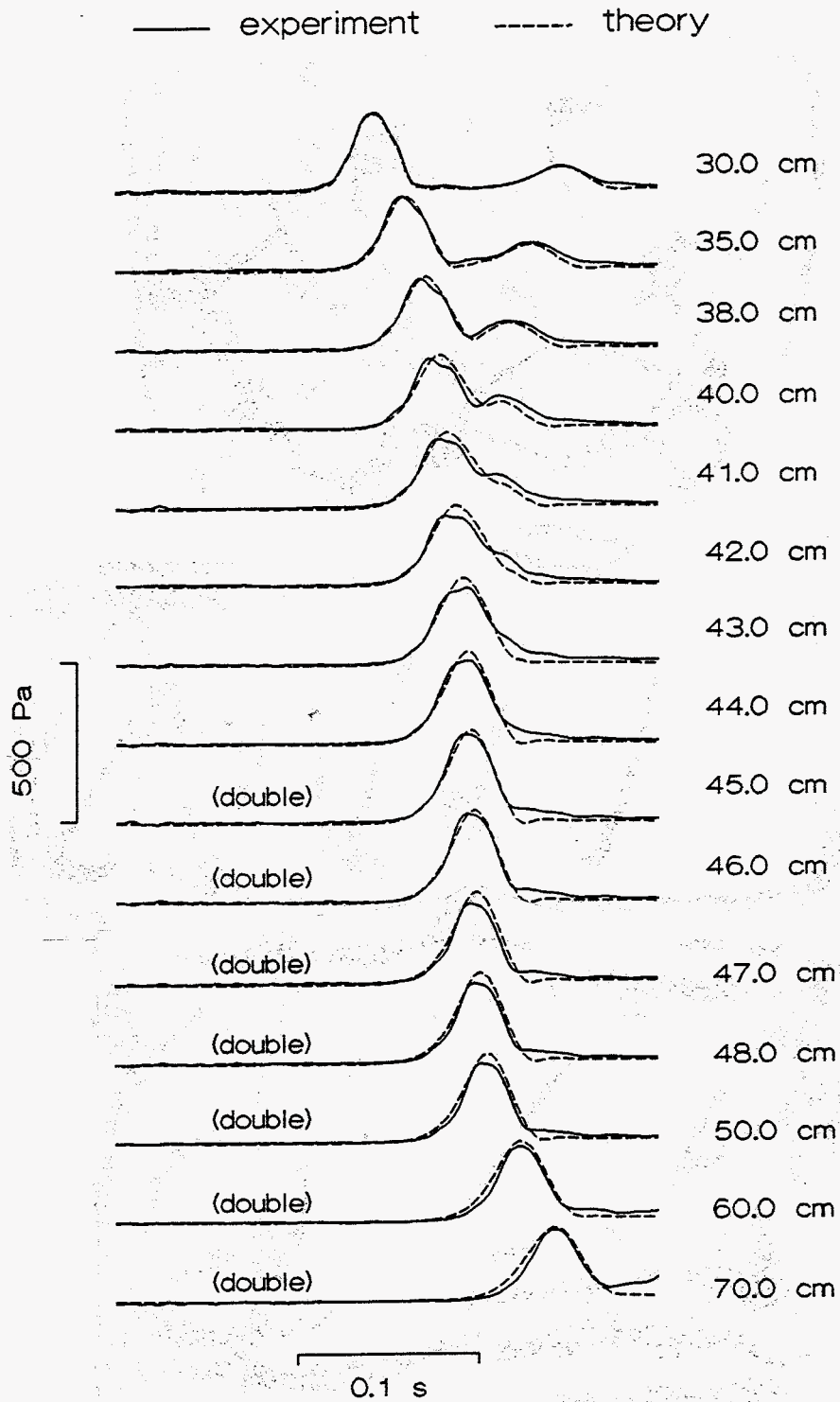
### 4.1.3 Golfvoortplanting

In figuur 21 zijn de resultaten van de experimentele en numeriek berekende drukpulsen weergegeven voor de elastische buis met discrete inhomogeniteit. Bij het experiment lag het reflectie—transmissiepunt op positie 44.7.

Uit de figuur zien we dat de reflectie zich kenmerkt door een drukpulsberg. Goed is te zien dat hoe dichterbij het reflectie—transmissiepunt we komen, des te meer de reflectie en de drukpuls superponeren (posities 30—44). Kijken we naar de overeenkomst tussen experiment en theorie, dan worden voortplantingssnelheid, demping, reflectie en transmissie van de drukpuls redelijk goed voorspeld. Verschillen in hoogte van de reflectie zijn mogelijk het gevolg van het minder kunnen modelleren van de hogere harmonischen (zie discussie). De verschillen in pulshoogte vanaf positie 47 worden echter veroorzaakt door het tijdens het experiment noodgedwongen moeten verlaten van het meetprogramma PCM2. De experimentele situatie bleek bij terugkeer iets te zijn veranderd. Verder valt bij de transmissie op dat in tegenstelling tot de theoretische drukpuls de experimentele drukpuls een staart heeft, met uitzondering van positie 70 waar de staart het gevolg is van de reflectie van het rechter inspanpunt.

De resultaten van de experimenteel en theoretisch bepaalde drukpulsen zijn voor de elastische buis met lang manchete weergegeven in figuur 22.

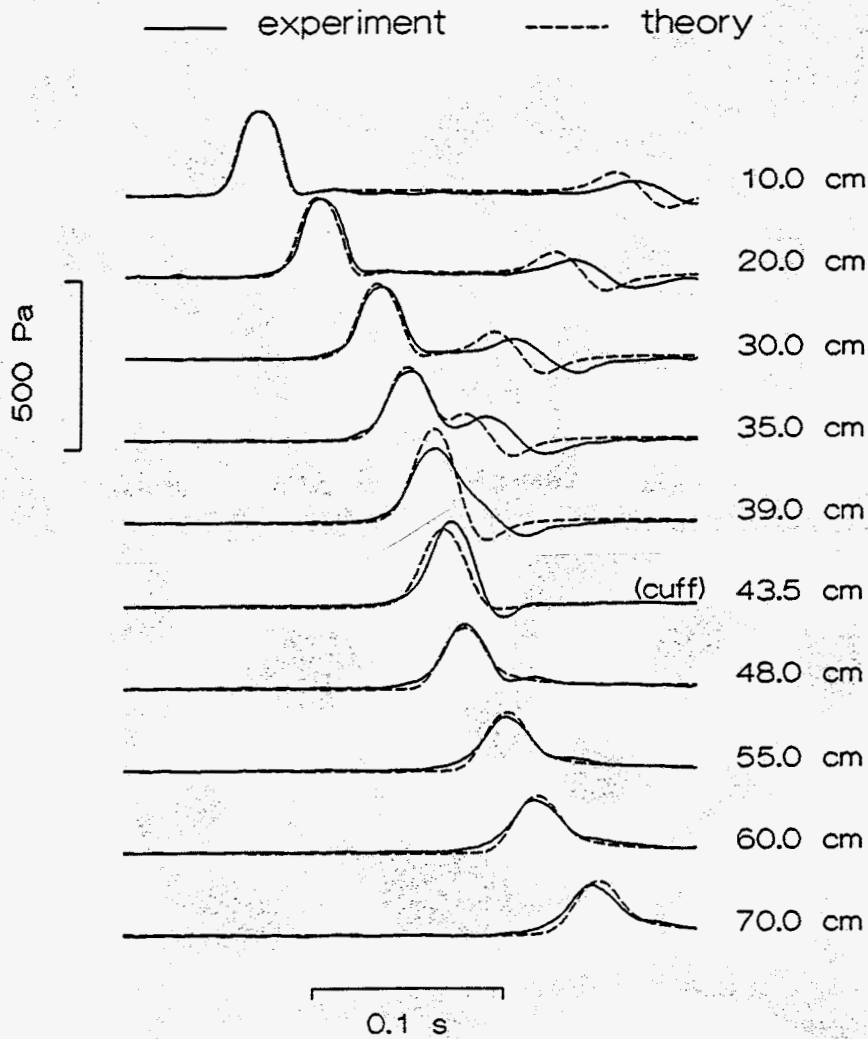
De reflectie van de drukgolven aan een manchete kenmerkt zich door een golfberg gevolgd door een golfdal. Vergelijken we de experimentele en theoretische voortplantingssnelheid en demping, dan komen deze voor bijna alle posities goed overeen. Wanneer we echter de experimentele en theoretische berekende reflectie vergelijken, dan zien we dat de theoretische reflectie een steilere flank heeft dan de experimentele reflectie. Dit is mogelijk een gevolg van de aanwezigheid van teveel hogere harmonischen in de theoretische reflectie door een minder goed kunnen bepalen van de dynamische compliantie bij deze hogere harmonischen in het algemeen en bij het manchete in het bijzonder. Verder zien we dat zowel positie als pulshoogte van de drukpuls in het manchete niet geheel overeenkomen, mogelijk ook een gevolg van minder goed kunnen bepalen van de dynamische compliantie van het manchete.



Figuur 21: Experimenteel en theoretisch bepaalde drukpulsen voor uniforme elastische buis met discrete inhomogeniteit

— = experiment    - - - = theorie

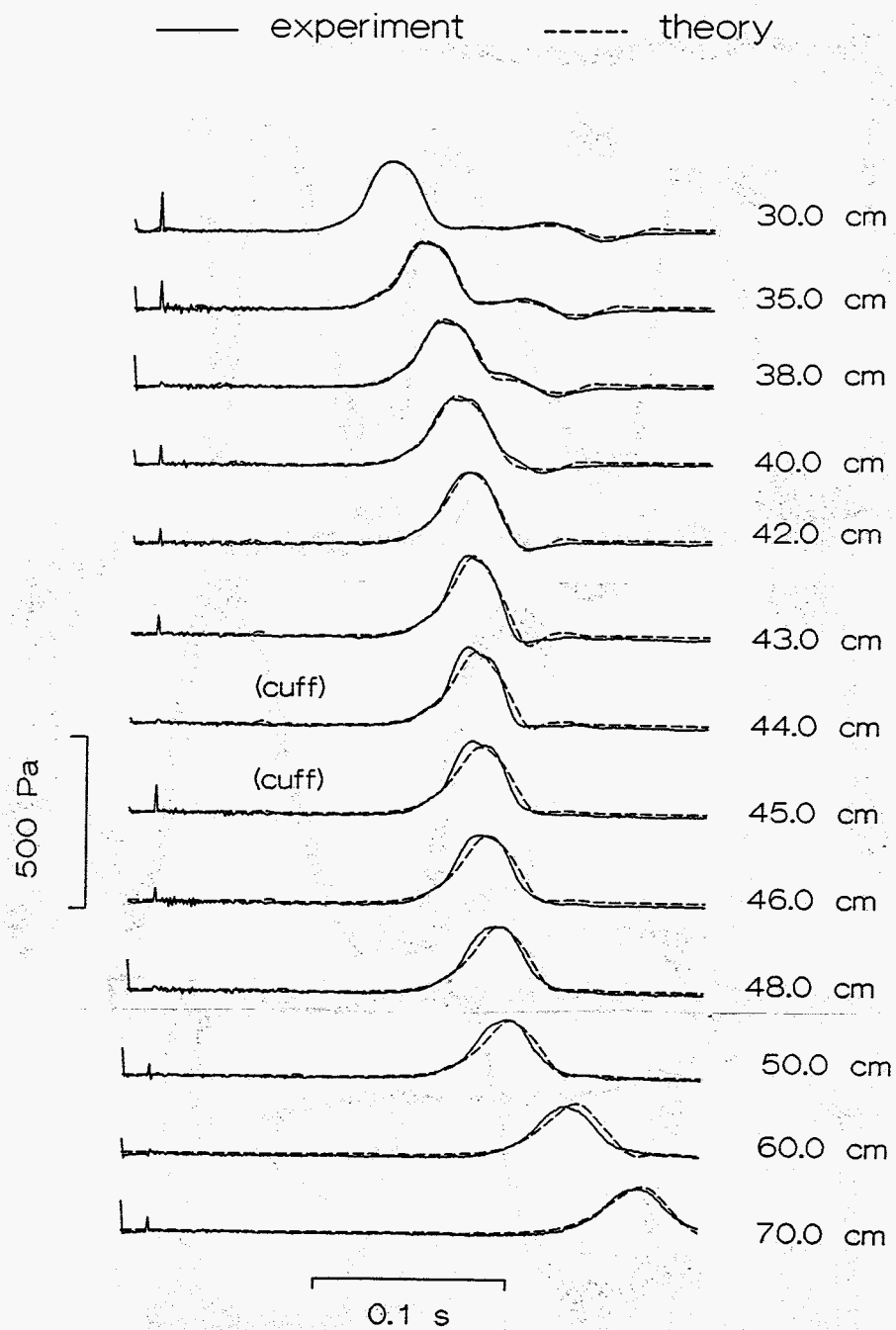




*Figuur 22: Experimenteel en theoretisch bepaalde drukpulsen voor uniforme elastische buis met lang manchet (7 cm)*

— = *experiment*    - - - = *theorie*

De resultaten van de experimenteel en theoretisch bepaalde drukpulsen voor de elastische buis met kort manchet zijn weergegeven in figuur 23. Kijken we naar de experimentele en theoretische drukpulsen, dan zien we dat naast een goed voorspellen van zowel de vorm als de positie van de reflectie nu ook de drukpulsen in het manchet (posities 44–45) beter worden voorspeld. Bij de getransmitteerde drukpulsen valt op dat de experimentele drukpulsen een iets bollere vorm hebben dan de theoretische drukpulsen. Toch is de overeenkomst tussen theorie en experiment in met name de drukpulsen voor het manchet (posities 30–43) zeer goed : zowel demping, voortplantingssnelheid, reflectie en transmissie kunnen met het compactheidsmodel goed worden voorspeld.



*Figuur 23: Experimenteel en theoretisch bepaalde drukpulsen voor uniforme elastische buis met kort manchet (2.2 cm)*

— = experiment      - - - = theorie

## 4.2 Elastische vertakkingen

### 4.2.1 Compliantie, reflectie en transmissie

De resultaten van de berekende complianties voor de vertakkings-situaties met behulp van de in-vivo literatuurgegevens staan weergegeven in tabel 4.1. De berekening is weergegeven in Appendix A.

| C [m <sup>4</sup> /N] | in-vivo  |
|-----------------------|----------|
| C <sub>comm</sub>     | 9.72e-10 |
| C <sub>ext</sub>      | 3.72e-10 |
| C <sub>int</sub>      | 6.91e-10 |
| C <sub>mext</sub>     | 1.26e-9  |
| C <sub>mint</sub>     | 6.18e-10 |

Tabel 4.1: *Complianties communis (C<sub>comm</sub>), externa (C<sub>ext</sub>), interna (C<sub>int</sub>) en de beide manchetten (C<sub>mext</sub>, C<sub>mint</sub>) berekend uit de in-vivo literatuurgegevens.*

In figuur 24 zijn respectievelijk de amplitudes van de reflectie-coëfficiënten en van de transmissie-coëfficiënten voor de externa en de interna weergegeven als functie van de frequentie voor de verschillende onderzochte situaties (V1-V6). In de figuur corresponderen de verschillende situaties met de onder de figuur toegelichte symbolen.

#### V1 : uniforme vertakking

De reflectie- en transmissie-coëfficiënt zijn voor de uniforme vertakking frequentie-onafhankelijk. Voor de in-vivo situatie is de situatie blijkbaar dusdanig dat de reflectie-coëfficiënt nagenoeg gelijk aan nul is. De transmissie-coëfficiënt is dan ook nagenoeg gelijk aan één.

#### V2 : halsslagadervertakking

De aanwezigheid van de manchetten in de vertakking uit zich in een sterke toename van de reflectie-coëfficiënt en een sterke afname van de transmissie-coëfficiënt als functie van de frequentie.

**V3 : verificatie-berekening**

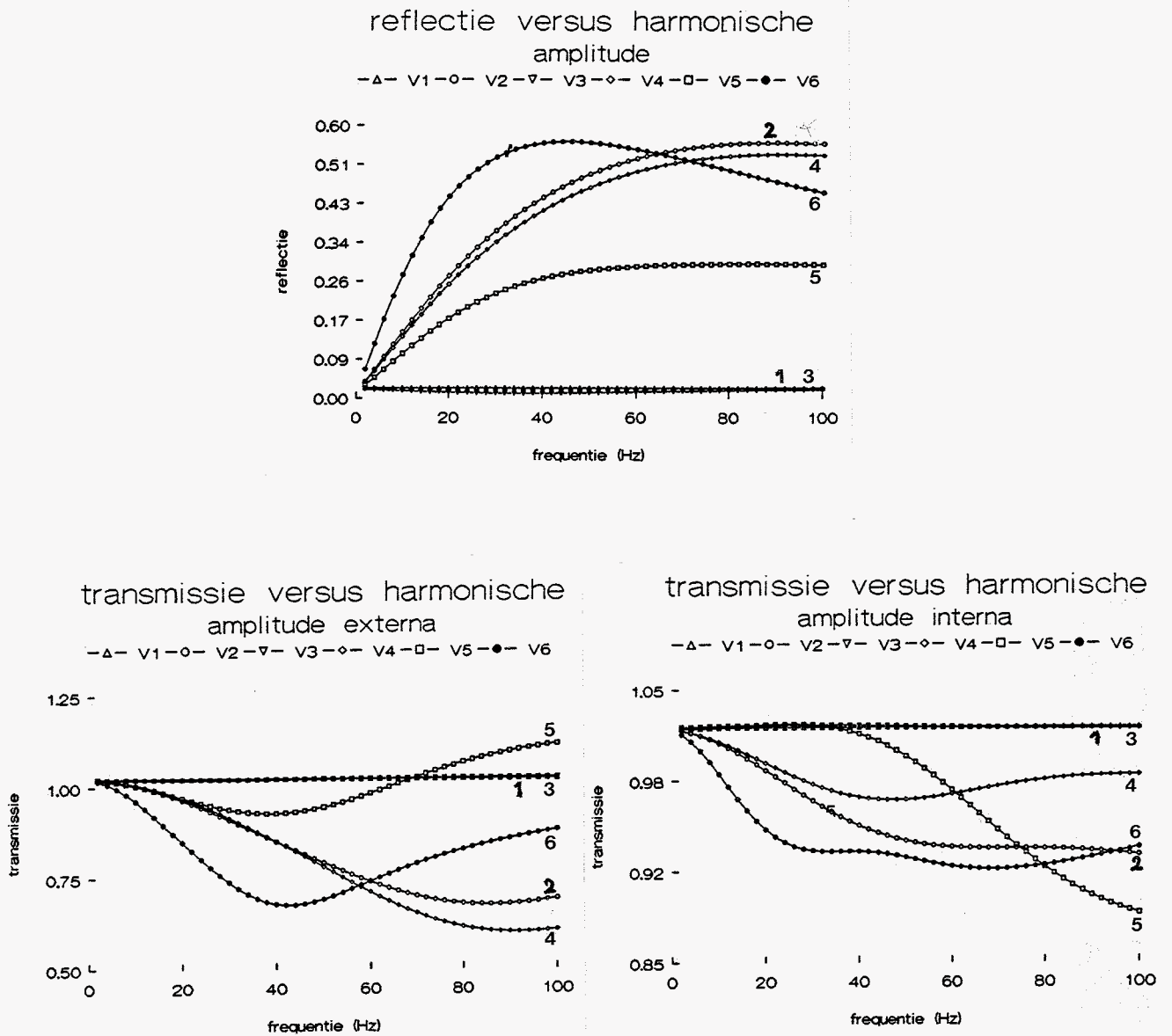
De verificatie-berekening, waarbij aan de manchetten dusdanige eigenschappen zijn toegekend dat er in principe een uniforme vertakking ontstaat, geeft resultaten die, behoudens kleine afwijkingen in de reflectie-coëfficiënt, inderdaad overeenkomen met de resultaten van de uniforme vertakking (V1).

**V4-V5 : afzonderlijke invloed manchetten**

Wanneer de manchetten van de externa en de interna beurtelings worden weggelaten, kan bekeken worden wat de invloed van elk afzonderlijk op de reflectie en transmissie is. Het blijkt dat wanneer we slechts de internamanchet beschouwen (V4), al redelijke overeenstemming met de totale reflectie en transmissie wordt gevonden. Desondanks wijkt de situatie met enkel een externa-manchet (V5) al behoorlijk af van de uniforme vertakking (V1).

**V6 : invloed manchetlengte**

Wanneer de manchetlengte verdubbeld wordt, nemen de effecten van deze manchetten op de reflectie en transmissie toe. De reflectie-coëfficiënt neemt sterk toe in vergelijking met de oorspronkelijke situatie (V2), om na het bereiken van een maximum, weer iets af te nemen. Bij dit maximum van de reflectie-coëfficiënt bereiken de transmissie-coëfficiënten juist een minimum.



Figuur 24: Reflectie- en transmissie-coëfficiënten van externa en interna als functie van de frequentie voor de verschillende situaties.

V1 :  $\Delta$  = uniforme vertakking

V2 :  $\circ$  = halsslagadervertakking

V3 :  $\nabla$  = verificatie-berekening

V4 :  $\diamond$  = halsslagadervertakking, verwaarlozing externa-manchet

V5 :  $\square$  = halsslagadervertakking, verwaarlozing interna-manchet

V6 :  $\bullet$  = halsslagadervertakking, manchetlengten twee maal

### 4.2.2 Golfvoortplanting

In figuren 25–28 staan de resultaten van de berekeningen voor de uniforme vertakking en de verschillende berekeningen voor de halsslagadervtakking weergegeven.

#### V1 : uniforme vertakking

We zien dat bij de uniforme vertakking in-vivo geen reflectie optreedt. Golfsnelheden in de externa zijn iets groter dan de golfsnelheden in de interna.

#### V2 : halsslagadervtakking

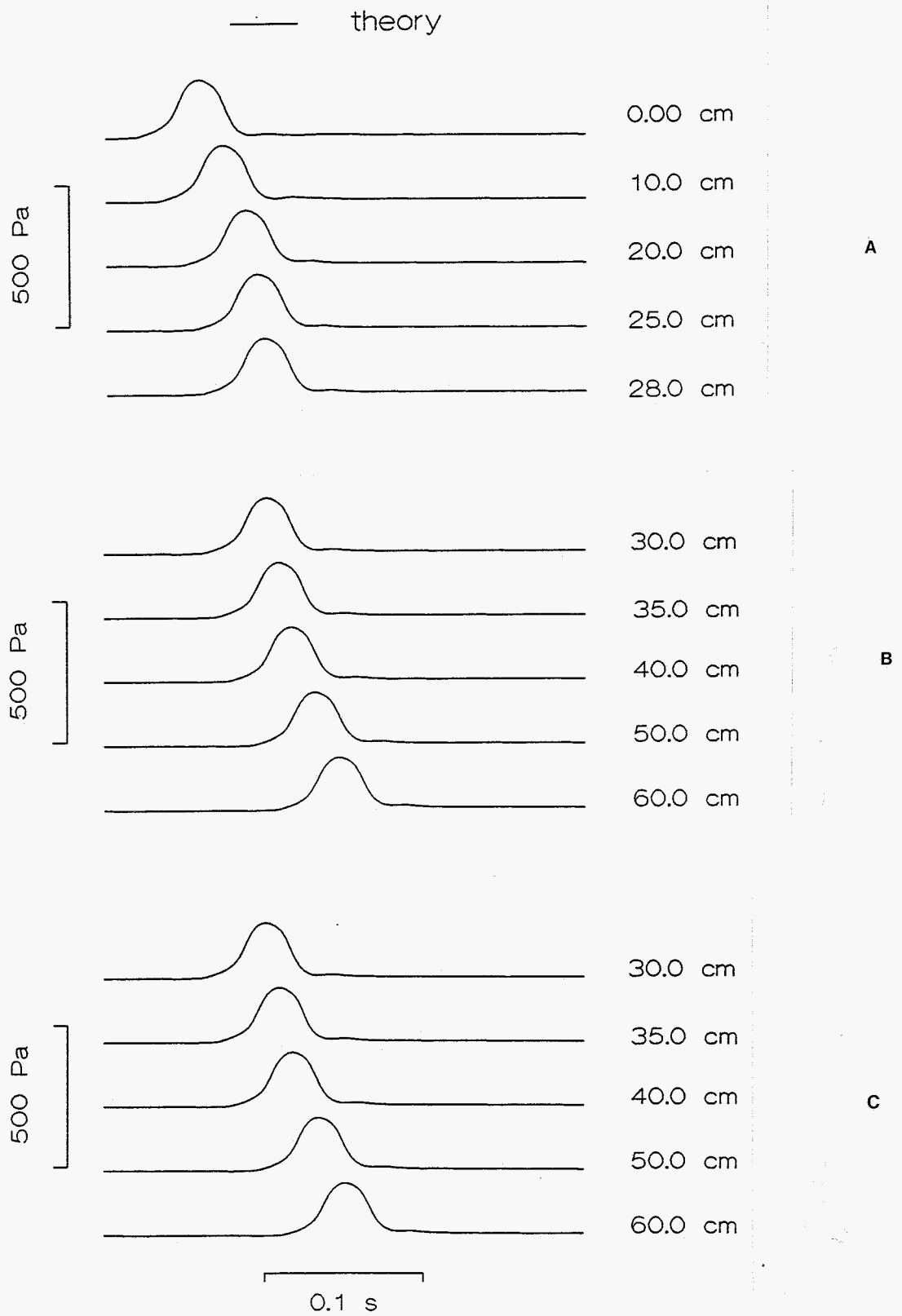
De reflectie door een halsslagadervtakking kenmerkt zich door een drukpulsdal gevolgd door een drukpulsberg, waarbij de amplitude van de drukpulsberg groter is dan de amplitude van het drukpulsdal. Het drukpulsdal lijkt te worden ingeleid door een constant afnemen van de drukpulshoogte (figuur 26a).

#### V3 : verificatie-berekening

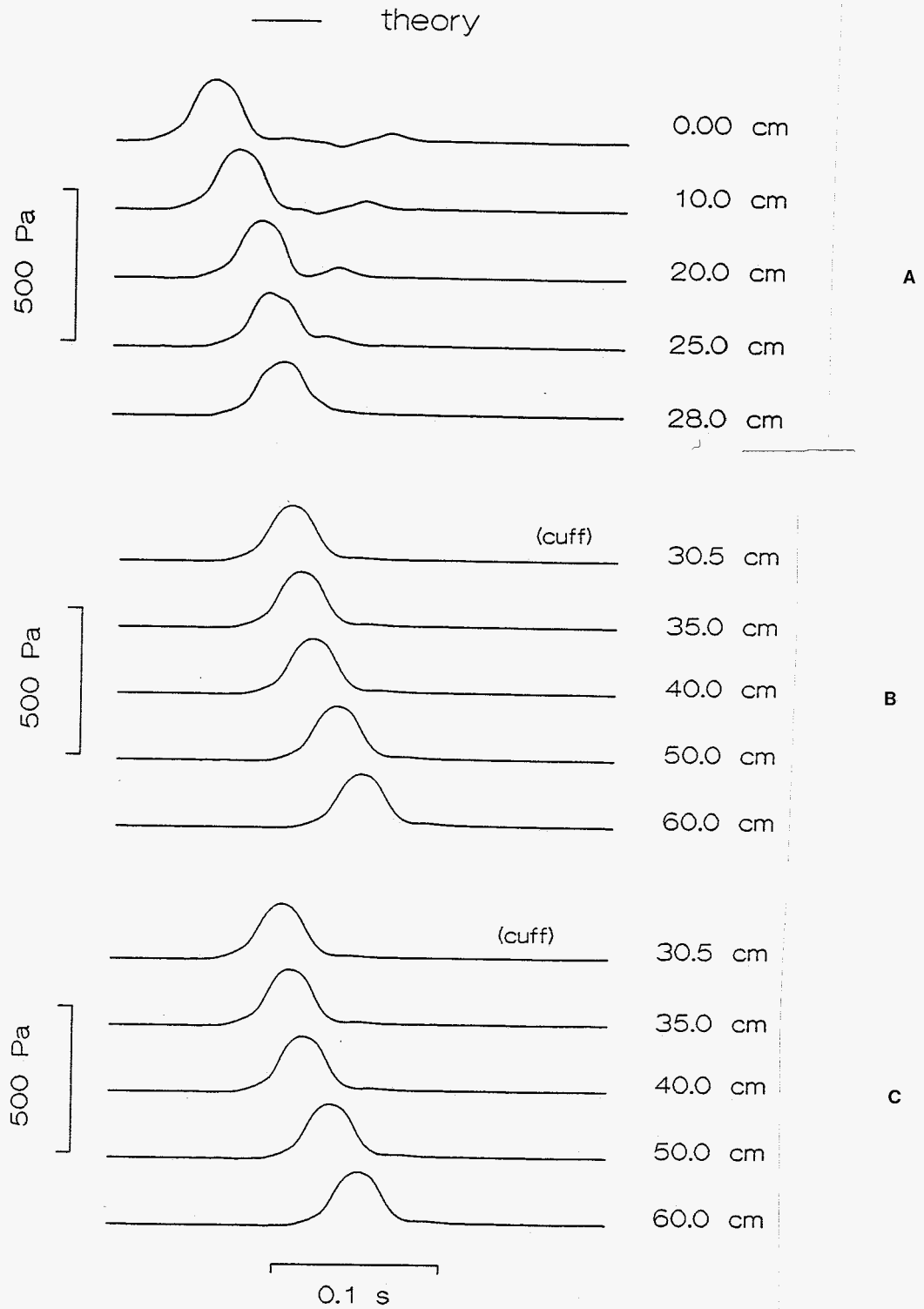
De resultaten van de verificatie-berekening komen overeen met de resultaten van de berekeningen voor de uniforme vertakking, wat we op grond van de berekende reflectie-coëfficiënten al verwachtten.

#### V4–V6 : afzonderlijke manchetten, verdubbeling lengte manchetten

De reflectie is in vorm en positie nagenoeg hetzelfde, maar neemt ten gevolge van de verwaarlozing van de afzonderlijke manchetten of de verdubbeling van de manchetlengten respectievelijk af of toe. We zien dat de reflectie ten gevolge van de inhomogeniteit in de interna de belangrijkste is voor de totale reflectie.

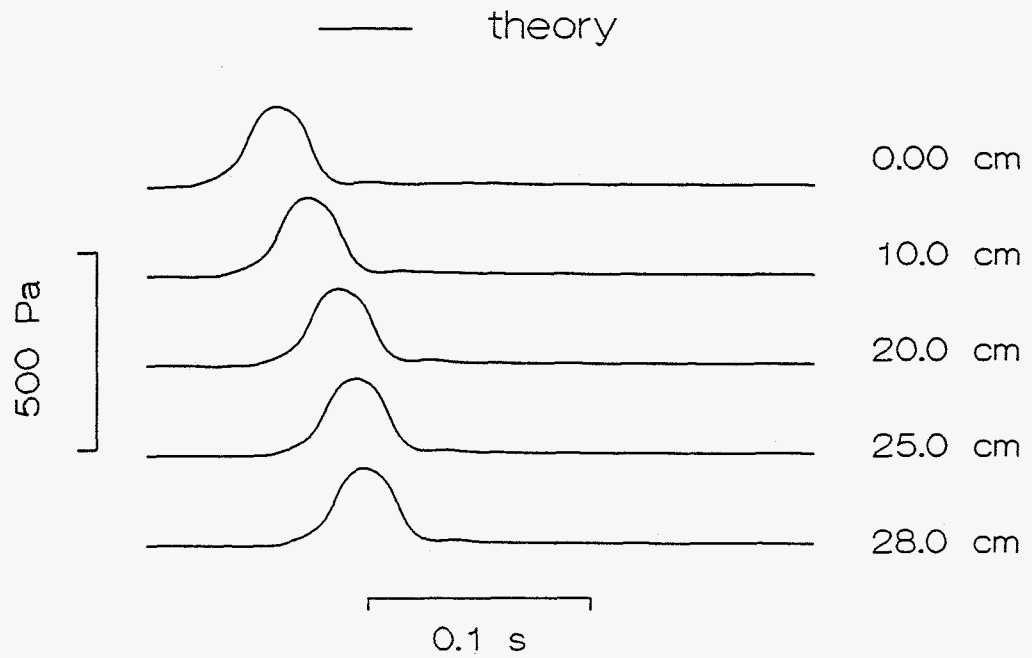


*Figuur 25: Resultaten berekeningen uniforme vertakking  
a : communis      b : externa      c : interna*

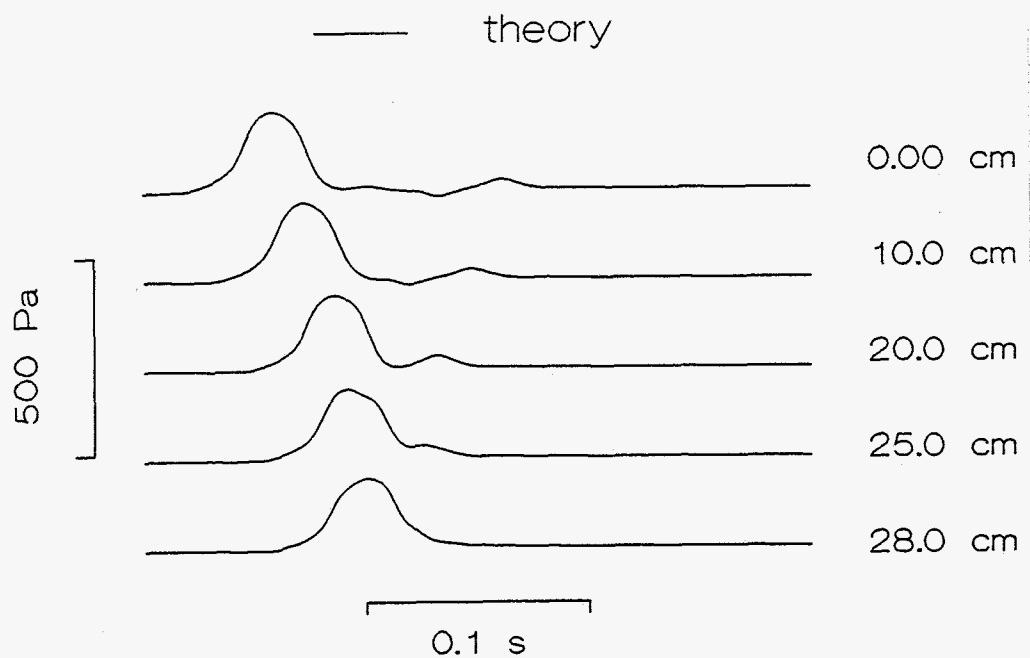


**Figuur 26:** Resultaten berekeningen halsslagadervertakking  
*a : communis      b : externa      c : interna*

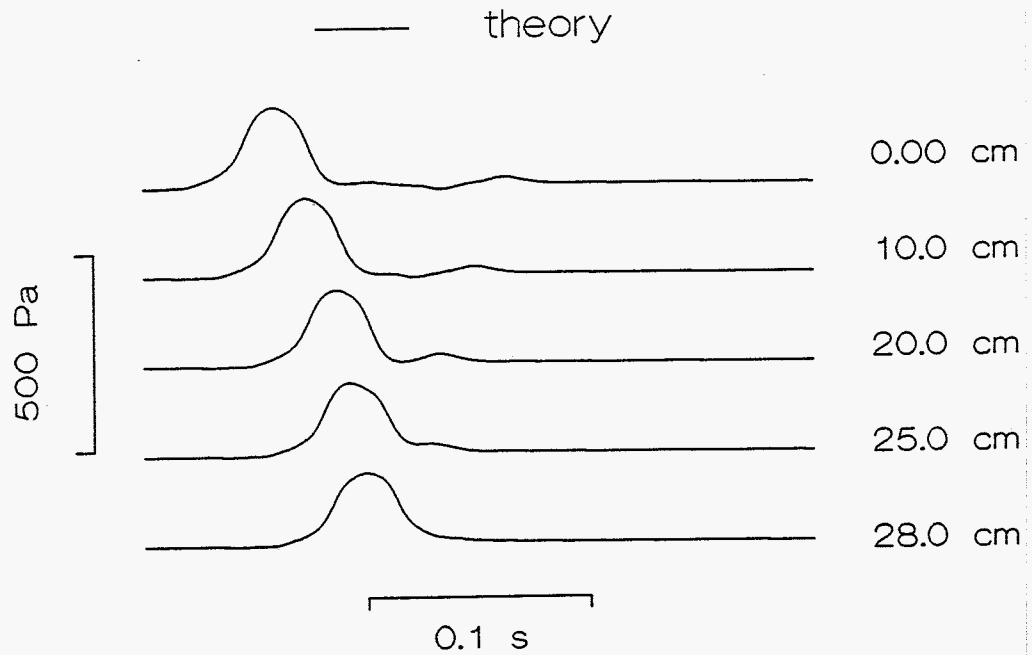


*Figuur 27a:*

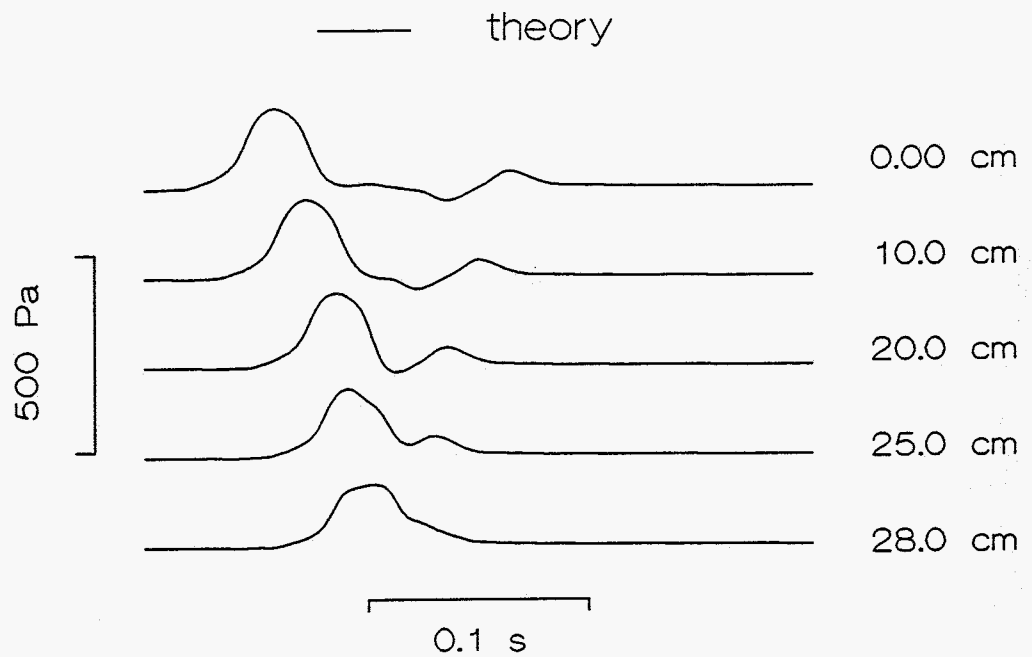
*Resultaten berekeningen uniforme vertakking met theoretisch model voor de halsslagadervertakking.*

*Figuur 27b:*

*Resultaten berekeningen halsslagadervertakking bij verwaarlozing inhomogeniteit in de externa.*

Figuur 28a:

*Resultaten berekeningen halsslagadervertakking bij verwaarlozing inhomogeniteit in de interna.*

Figuur 28b:

*Resultaten berekeningen halsslagadervertakking bij twee maal vergroten lengte inhomogeniteiten externa en interna.*

## Hoofdstuk 5 : Discussie en conclusies

In dit rapport is een model opgesteld om de golfvoortplanting en de reflectieverschijnselen in een halsslagadervertakking, op basis van lineaire quasi 1-dimensionale theorie te beschrijven. Om tot dit model te komen zijn de optredende golfverschijnselen in een drietal eenvoudiger situaties (uniforme buis met discrete inhomogeniteit, uniforme buis met manchets en uniforme vertakking ) onderzocht. Voor de eerste twee situaties zijn tevens experimenten uitgevoerd. Met betrekking tot de modelvorming en de resultaten van de experimentele en theoretische analyse kan het volgende worden aangegeven :

- Golfsnelheid en demping worden in alle uniforme buis situaties goed voorspeld door de dynamische compliantie te bepalen uit zowel een horizontale als verticale dynamische diameter—druk verhouding, in tegenstelling tot de resultaten van Horsten (1986), waarbij de dynamische compliantie werd bepaald uit alleen de verticale dynamische diameter—druk verhouding.
- Voor de uniforme buis met discrete inhomogeniteit is de overeenstemming tussen experiment en theorie goed. De berekende reflectie— en transmissie—coëfficiënten vertonen een kleine frequentie—afhankelijkheid. Dit resulteert in een gereflecteerde drukpuls van dezelfde vorm als de aangeboden drukpuls. De resultaten zijn in overeenstemming met de bevindingen van Newman en Greenwald (1983).
- Voor de uniforme buis met manchets is de overeenkomst tussen theorie en experiment in het algemeen goed. De reflectie— en transmissie—coëfficiënten vertonen in tegenstelling tot de uniforme buis met discrete inhomogeniteit een frequentie—afhankelijk gedrag. Voor de aangeboden drukpuls betekent dit dat de hogere frequentie—componenten worden gereflecteerd en dat de lagere frequentiecomponenten worden doorgelaten. Dit blijkt ook met name uit de vorm van de reflectie. Verder zien we dat een langer manchets meer reflectie veroorzaakt dan een kort manchets. De verschillen in experimentele en theoretische reflectie voor de uniforme buis met kort manchets worden mogelijk veroorzaakt door een minder goed kunnen modelleren van de hogere frequentie—componenten in de gereflecteerde drukgolven. Dit is het gevolg van het feit dat de reflectie— en transmissiecoëfficiënten onder andere worden berekend uit de dynamische compliantie, die met name voor deze frequentiecomponenten moeizaam uit het experiment kan worden bepaald.

Een alternatieve verklaring zou kunnen zijn dat het compactheidsmodel minder goed functioneert. Echter, door het feit dat de verificatie-berekening, waarbij het 7 cm lange manchet dezelfde eigenschappen (diameter, compliantie) heeft als de uniforme buis, geen reflectie voorspeld, geeft aan dat de gevonden verschillen niet terug te voeren zijn op het niet als compact kunnen beschrijven van deze inhomogeniteit. Het minder goed kunnen modelleren van de hogere frequentiecomponenten zal in de halsslagadervertakking bij aanbieden van de in-vivo puls een kleinere rol spelen, aangezien de hierin optredende frequenties kleiner zijn.

- De reflectie- en transmissie-coëfficiënten voor de uniforme vertakking zijn niet frequentie-afhankelijk. De verhoudingen van de in-vivo complianties zijn zodanig dat geen reflectie wordt waargenomen.
- De reflectie- en transmissie-coëfficiënten van de halsslagadervertakking vertonen een frequentie-afhankelijkheid die overeenkomstig is aan de situatie van uniforme buis met lang en kort manchet. Voor de aangeboden drukpuls worden de lagere en hogere frequentie-componenten respectievelijk doorgelaten en gereflecteerd. Verder wordt opnieuw een maximum in de reflectie-coëfficiënten gevonden. De berekening, uitgevoerd met het model voor de halsslagadervertakking, waarbij de eigenschappen van de beide inhomogeniteiten gelijk zijn gesteld aan de externa en interna zelf, levert dezelfde resultaten op als de uniforme vertakking. De optredende golfverschijnselen lijken dus met het model te kunnen worden beschreven.
- De berekende reflectie door een elastische halsslagadervertakking wordt voor het grootste deel veroorzaakt door de inhomogeniteit in de interna. Om tot een juiste beschrijving van de drukverdeling als functie van de tijd op basis van de golfvoortplanting te komen moet de inhomogeniteit in de externa echter wel degelijk in de beschrijving van de reflectieverschijnselen worden meegenomen.

#### Voortgang :

- Experimentele validatie van het ontwikkelde model, uitgevoerd door Harts (1989, in voorbereiding), zal moeten uitwijzen of de reflectieverschijnselen voor de uniforme vertakking en de halsslagadervertakking ook juist voorspeld kunnen worden. De berekende reflecties vertonen dezelfde vorm als de door Harts bepaalde

experimentele reflecties.

- Voor het volledig beschrijven van alle optredende golfverschijnselen in de diverse situaties zullen bij toepassen van periodieke signalen de reflecties ten gevolge van de uiteinden van de experimentele modellen gemodelleerd moeten worden.

## Hoofdstuk 6 : Literatuur

- Arndt J.O., Klauske J., Mersch F. : The diameter of the intact carotid artery in man and its change with impulse pressure. *Pfuegers Arch.*, 1968. *Gesamte Physiol.* 301 : 230–240.
- Baaijens J.P.W. : Reflectie van drukpulsen aan elastische en stijve verstoringen van elastische buizen, 1986. Stageverslag vakgroep WFW, Techn.Univ. Eindhoven.
- Bharadvaj B.K., Mabon R.F., Giddens D.P : Steady flow in a model of the human carotid bifurcation – part 1 : Flow visualisation, 1982. *J.Biomed* 15 : 349–362.
- Caro C.G., Fitz–Gerald J.M., Schroter R.C. : Atheroma and arterial wall shear. Observation, correlation and proposal of a shear dependent mass transfer mechanism for atherogenesis, 1971. *Proc. Roy Soc. Lond. B* 177 : 109–159.
- Cox R.H. : Wave propagation through a newtonian fluid contained with in a thick walled visco–elastic tube, 1968. *Biofys. J.* 8, 691–709
- Dongen M.E.H. : *Gasdynamica*, 1986. Dictaat afdeling natuurkunde, vakgroep transportfysica, Techn. Univ. Eindhoven.
- Duncan D.D., Bargeron C.B., Borchardt S.E. et al. : The effect of compliance on wall shear in casts of a human aortic bifurcation, 1987. *Proc. ASME, Chicago* : 39–42.
- Gemert C.T. van : De mogelijkheden van een drie–punts methode ter bepaling van propagatie– en reflectie–coëfficiënten, 1988. Rapport van de afdeling Werktuigbouwkunde : WFW 88.016, Techn. Univ. Eindhoven.
- Greenwald S.E., Newman D.L. : Impulse propagation through junctions, 1982. *Med. Biol. Comp. Eng.* 20 : 343–350.
- Horsten J.B.A.M. : Lineaire golfvoortplanting in visco–elastische buizen. Rapport afdeling Werktuigbouwkunde : WFW 86.019, Techn. Univ. Eindhoven.

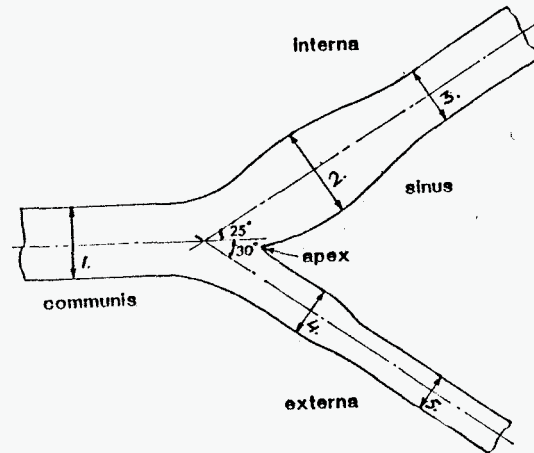
- Horsten J.B.A.M., Steenhoven A.A. van, Dongen M.E.H. van : Linear propagation of pulsatile waves in viscoelastic tubes, 1989. J.Biomed, accepted.
- Hunt W.A. : Calculation of pulsatile flow across bifurcation in distensible tubes, 1969. *Biofys. J.* 9 : 993–1005.
- Ku D.N., Liepsch D. : The effects of non-newtonian viscoelasticity and wall elasticity on flow at a  $90^\circ$  bifurcation, 1986. *Biorheology* 23 : 359–370.
- Lighthill J. : *Waves in fluids*, 1978. Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- Massuger R. : Gebruikersprograama voor het meetsysteem PCM2, rapport afdeling werktuigbouwkunde, vakgroep WFW, Techn. Univ. Eindhoven : WFW 87.004.
- Milnor W.R. : *Hemodynamics*, 1982. Baltimore, Williams and Wilkens.
- Newman D.L., Greenwald S.E. : Impulse propagation in normal and stenosed vessels, 1981. *Cardiov. Res.* 15 : 190–195.
- Newman D.L., Greenwald S.E., Bryant Moodie T. : Reflection from elastic discontinuities, 1983. *Med. Biol. Eng. Comp.* 21 : 697–701.
- Patel D.J., Greenfield J.C. Jr., Fry D.L. : In-vivo pressure-length-radius relationship of certain blood vessels in man and dog, 1964. In : *Pulsatile blood flow*, ed. Attinger E.O. : 291–302, McGraw-Hill, New York.
- Pedley T.J. : *The fluid mechanics of large blood vessels*, 1980. Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- Pedley T.J. : Nonlinear pulse wave reflection at an arterial stenosis. *J. Biomech. Eng.* 105 : 353–359.
- Reneman R.S., Merode T. van, Hick P., Hoeks A.P.G. : Flow velocity patterns in and distensibility of the carotid artery bulb in subjects of various ages, 1985. *Circulation* 71 : 500–509.

- Reneman R.S., Merode T. van, Hick P., Muytjens A.M.M., Hoeks A.P.G. : Age-related changes in carotid artery wall properties in men, 1986. *Ultrasound in Med. & Biol.* 12 : 465–471.
- Reuderink P., Sipkema P, Westerhof N. : Influence of geometric taper on the derivation of the true propagation coefficient using a three-point method, 1988a. *J.Biomed.* 21 : 141–153.
- Reuderink P., Hoogstraten H.W., Sipkema P, Westerhof N. : Linear and non-linear one-dimensional models of pulsewave transmission at high Womersley numbers, 1988b. *J. biomed*, accepted .
- Reuderink P. : Elastische eigenschappen van en golfverschijnselen in de halsslagadervertakking, 1987. Rapport afdeling werktuigbouwkunde, vakgroep WFW, techn. Univ. Eindhoven : 87–074.
- Reuderink P. : Meting van de wandbeweging van elastische buizen met behulp van reflectieve object sensors (OPB 253A), 1988. Rapport afdeling werktuigbouwkunde, vakgroep WFW, techn. Univ. Eindhoven : 88–067.
- Rindt C.C.M. : Analysis of the three-dimensional flow field in the carotid artery bifurcation, 1989. Ph. D. Thesis, Eindhoven University of Technology.
- Steenhoven A.A van, Dongen M.E.H. van : Model studies of the aortic pressure rise just after valve closure, 1986. *J. Fluid. Mech* 166 : 93–113.
- Streeter V.L., Keitzer W,F., Bohr D.F. : Pulsatile pressure and flow through distensible vessels, 1963. *Circ. Res.* 13 : 3–20.
- Womersley J.R. : An elastic tube theory of pulse transmission and oscillatory flow in mammalian arteries, 1957. WADC Tech. Rep. Tr 56–614.



**Appendix A: Berekening statische complianties en compactheidsparameters voor inhomogeniteiten externa en interna uit in-vivo literatuurgegevens**

Voor de berekeningen zijn de in-vivo complianties voor de halsslagadervertakking bepaald op de plaatsen weergegeven in figuur A1.



**Figuur A1:** Berekening compliantie op aangegeven plaatsen in communis, externa en interna.

1.  $C_{cc}$  = compliantie C.C
2.  $C_{\text{sinus max}}$  = compliantie sinus bij  $d_{\text{max}}$
3.  $C_{i2}$  = compliantie interna ( $d=\text{constant}$ )
4.  $C_{e1}$  = compliantie externa bij  $d_{\text{max}}$
5.  $C_{e2}$  = compliantie externa ( $d=\text{constant}$ )

De complianties zijn uit de volgende literatuurgegevens bepaald :

- Uit de gegevens van Reneman et al. (1985, 1986) zijn naast diameterveranderingen in communis, interna en bij de maximale diameter van de sinus ten gevolge van de fysiologische drukpuls, ook de diameters van deze takken bekend. Reneman heeft echter geen waarden opgegeven voor diameter en diameterveranderingen in de externa en inhomogeniteit in de externa. Uitgaande van de door Reneman opgegeven diameter en diameterverandering voor de interna, respectievelijk 5.4 mm en 9 %, worden de diameters en diameterveranderingen voor externa en inhomogeniteit in de externa bepaald op basis van de Bharadvaj-geometrie. Reneman geeft aan dat de diameterveranderingen het gevolg zijn van een verhoging

van de diastolische druk van 90 naar ca. 135 mm Hg in de brachialis.

- Daarom wordt uit de gegevens van Patel et al. (1964) de drukpuls genomen, gemeten in de halsslagader :  $\Delta P_1 = 44,85 \text{ mm Hg} = 5962 \text{ N/m}^2$ .

We komen dan tot de volgende tabel voor de verschillende diameters en diameterveranderingen :

|   | diameter[mm]     | $\Delta d$ [mm]    | $\Delta a = \frac{\pi d \Delta d}{2}$ [mm <sup>2</sup> ] |
|---|------------------|--------------------|--|
| 1 | 6,2              | 0,595              | 5,79   |
| 2 | 6,4              | 0,749              | 7,53   |
| 3 | 5,4              | 0,486              | 4,12   |
| 4 | 5,2 <sup>1</sup> | 0,451 <sup>3</sup> | 3,68   |
| 5 | 4,4 <sup>2</sup> | 0,322 <sup>4</sup> | 2,23   |

$$1: \frac{5,4}{5,7} 5,5 = 5,2 ; 2: \frac{5,4}{5,7} 4,6 = 4,4 ; 3: \frac{5,2}{5,4} (0,09) 5,2 = 0,451 ; 4: \frac{4,4}{5,4} (0,09) 4,4 = 0,322$$

Tabel 1: *Diameter en diameterveranderingen uit gegevens van Reneman et al. (1986) en op basis van de Bharadvaj-geometrie*

We komen dan tot de volgende in-vivo complianties, gebruikmakend van de gegevens uit tabel 1 en van drukpuls volgens Patel :

| $C[10^{-10} \text{Nm}^4]$ | Patel : $\Delta P_1$<br>Reneman : $\Delta d/d$ |
|---------------------------|--|
| $C_{cc}$                  | 9,72   |
| $C_{\text{sinus max}}$    | 12,60  |
| $C_{i2}$                  | 6,91   |
| $C_{e1}$                  | 6,18   |
| $C_{e2}$                  | 3,72   |

Tabel 2: *Berekeningen complianties communis, externa en interna en de beide manchetten voor de verschillende situaties.*

### A.3

De inhomogeniteiten in de externa en interna kunnen we als compact beschouwen wanneer voor de verhouding tussen de lengte van de inhomogeniteit en de in de inhomogeniteit optredende golven, i.e. de compactheidsparameter, geldt :

$$L / \lambda_m = Lc / c_m \lambda \ll 1 \quad (\text{A1})$$

Hierin is  $L$  de lengte van de inhomogeniteit en  $\lambda_m$  de golflengte van de in de inhomogeniteit optredende golven. De golfsnelheid van de golven in de inhomogeniteit wordt bepaald met behulp van de Bram–Hill vergelijking, weergegeven in vergelijking (A2) en met behulp van de door Arndt et al. (1968) gegeven voorkomende frequenties in de fysiologische drukpuls (1–30 Hz) en de golfsnelheid in de communis (4–5 m/s).

$$c_m = \left( \frac{dp}{dA} \frac{A}{p} \right)^{1/2} = \left( \frac{1}{C} \frac{A}{\rho} \right)^{1/2} \quad (\text{A2})$$

Hierin is  $C$  de compliantie en  $A$  de doorsnede van de inhomogeniteit.

Bij de berekening van de verhouding wordt gebruik gemaakt van de lengte van de inhomogeniteiten op basis van de Bharadvaj–geomtrie en van de dichtheid van bloed ( $\rho_{\text{bloed}} = 1050 \text{ kg/m}^3$ ). We komen dan tot de volgende range voor de compactheidsparameter, weergegeven in tabel 3 :

| inhomogeniteit | $A \text{ [m}^2\text{]}$ | $c_m \text{ [m/s]}$ | $L \text{ [m]}$ | $L / \lambda_m$   |
|----------------|--------------------------|---------------------|-----------------|-------------------|
| externa        | $2.12e^{-5}$             | 5.72                | $2.0e^{-2}$     | $2.8e^{-3}$ –0.13 |
| interna        | $3.22e^{-5}$             | 4.93                | $2.5e^{-2}$     | $4.1e^{-3}$ –0.19 |

*Tabel 3: Range compactheidsparameter voor inhomogeniteiten in externa en interna*

Op grond van deze gegevens mogen de inhomogeniteiten in externa en interna als compact worden beschouwd.

**Appendix B: Afleiding reflectie- en transmissiecoëfficiënt uniforme elastische buis met manchet.**

Uitgangspunt zijn de gelineariseerde behoudswetten voor massa en impuls :

$$\frac{\partial A_m}{\partial t} = -A_{m0} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{B1})$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + f_m u \quad (\text{B2})$$

met  $A_m$  het doorsnedeoppervlak en  $f_m$  de wrijvingsfunctie voor het manchet. Maken we gebruik van de relatie  $Q = uA_{m0}$ , dan gaan (27) en (28) over in :

$$\frac{\partial A_m}{\partial t} = -\frac{\partial Q}{\partial x} \quad (\text{B3})$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\rho}{A_{m0}} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{f}{A_{m0}} Q \quad (\text{B4})$$

We kunnen de 1<sup>e</sup> – orde afgeleiden  $\partial Q/\partial x$  en  $\partial p/\partial x$  in de verstoring benaderen door een differentiequotient van de vorm :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_t - (Q^+ + Q^-)}{L} \quad (\text{B5})$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_t - (p^+ + p^-)}{L} \quad (\text{B6})$$

Hierin zijn  $Q^+$  en  $p^+$  respectievelijk de invallende flow- en drukgolf,  $Q^-$  en  $p^-$  het gedeelte van de flow- en drukgolf dat aan de verstoring wordt gereflecteerd en  $Q_t$  en  $p_t$  het gedeelte dat na de verstoring wordt doorgelaten.

De flow- en druk in de inhomogeniteit is een gemiddelde van de invallende en doorgelaten flow- en drukgolven.

$$\bar{Q} = (Q^+ + Q^- + Q_t) / 2 \quad (\text{B7})$$

$$\bar{p} = (p^+ + p^- + p_t) / 2 \quad (\text{B8})$$

Oplossing in het frequentiedomein geschiedt door substitutie van harmonische functies voor druk en flow :

$$p^+ = \hat{p}^+ e^{i\omega t}, \quad Q^+ = \hat{Q}^+ e^{i\omega t}, \text{ etc...} \quad (\text{B9})$$

Maken we gebruik van de admittantie – relaties volgens (18) en de constitutieve relatie  $\hat{A} = C_m(\omega) \hat{p}$ , waarbij  $C_m(\omega)$  de dynamische compliantie van het manchetsstuk is, dan kunnen we uit (B3) – (B9) betrekkingen afleiden voor de reflectie- en transmissiecoëfficiënt voor de inhomogeniteit als functie van de frequentie.

Met behulp van (B5) – (B9) volgt dan voor (B3) en (B4) :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} L C_m(\omega) i\omega (\hat{p}^+ + \hat{p}^- + \hat{p}_t) &= \chi(\omega) (\hat{p}^+ + \hat{p}^- + \hat{p}_t) \\ &= -[\hat{Q}_t - (\hat{Q}^+ + \hat{Q}^-)] \end{aligned} \quad (\text{B10})$$

$$\begin{aligned} -[\hat{p}_t - (\hat{p}^+ + \hat{p}^-)] &= \frac{L}{2A_{m0}} (i\omega\rho + f_m) (\hat{Q}^+ + \hat{Q}^- + \hat{Q}_t) \\ &= \xi(\omega) (\hat{Q}^+ + \hat{Q}^- + \hat{Q}_t) \end{aligned} \quad (\text{B11})$$

Middels de admittantie–relaties  $\hat{Q}^\pm = \pm Y(\omega) \hat{p}^\pm$ ,  $\hat{Q}_t = Y(\omega) \hat{p}_t$  met  $Y(\omega)$  de admittantie van de elastische buis, volgen dan uit (B10) en (B11) de volgende relaties tussen  $\hat{p}^+$ ,  $\hat{p}^-$  en  $\hat{p}_t$  :

$$\begin{aligned} \hat{p}^+ [1 - \xi(\omega) Y(\omega)] + \hat{p}^- [1 + \xi(\omega) Y(\omega)] \\ = \hat{p}_t [1 + \xi(\omega) Y(\omega)] \end{aligned} \quad (\text{B12})$$

$$\begin{aligned} \hat{p}^+ [\chi(\omega) - Y(\omega)] + \hat{p}^- [\chi(\omega) + Y(\omega)] \\ = -\hat{p}_t [\chi(\omega) + Y(\omega)] \end{aligned} \quad (\text{B13})$$

Eliminatie van  $\hat{p}_t$  uit (B12) en (B13) geeft een relatie tussen  $\hat{p}^+$  en  $\hat{p}^-$  waaruit de reflectiecoëfficiënt kan worden afgeleid :

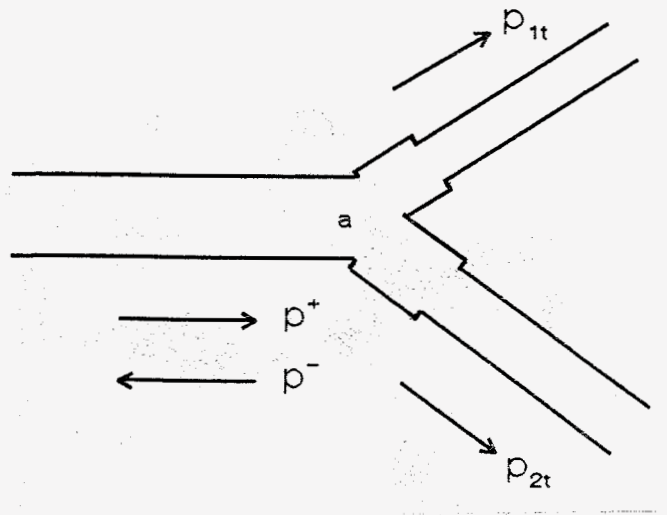
$$\Gamma(\omega) = \hat{p}^- / \hat{p}^+ = \frac{\xi Y^2 - \chi}{\xi Y^2 + \chi + Y + \xi \chi Y} \quad (\text{B14})$$

Eliminatie van  $\hat{p}^-$  uit (B12) en (B13) geeft een relatie tussen  $\hat{p}^+$  en  $\hat{p}_t$  waaruit de transmissiecoëfficiënt kan worden afgeleid :

$$T(\omega) = \hat{p}_t / \hat{p}^+ = \frac{Y(1 - \xi\chi)}{\xi Y^2 + \chi + Y + \xi \chi Y} \quad (\text{B15})$$

**Appendix C: Afleiding reflectie- en transmissiecoëfficiënten elastische halsslagadervertakking.**

In figuur C1 is nogmaals de elastische halsslagadervertakking met de benaderingen voor de inhomogeniteiten communis-interna en communis-externa weergegeven.



*Figuur C1 : Elastische halsslagadervertakking met de benaderingen voor de twee inhomogeniteiten.*

Op het vertakkingpunt a geldt vanwege continuïteit van druk en volumeflow :

$$Q_a^+ + Q_a^- = Q_a^1 + Q_a^2 \quad (C1)$$

$$p_a^+ + p_a^- = p_a^1 = p_a^2 \quad (C2)$$

Hierin zijn  $Q_a^1$ ,  $p_a^1$  en  $Q_a^2$ ,  $p_a^2$  respectievelijk de flow- en drukgolven voor de externa-tak en voor de interna-tak. Uitgaande van de druk- en flowgolven op het vertakkingpunt a, kunnen door toepassen van het compactheidsmodel (zie Appendix B) voor zowel de inhomogeniteit communis-interna als communis-externa de flow- en drukgolven achter de beide inhomogeniteiten worden bepaald. De vergelijkingen (27) – (35) dienen ook nu als uitgangspunt voor de te berekenen reflectie- en transmissiecoëfficiënten. Aangezien voor zowel de interna-tak als de externa-tak de afleidingen analoog verlopen, wordt volstaan met het weergeven van de vergelijkingen van een van de twee takken om in een later stadium de resultaten voor twee takken samen te voegen. Voor het gemak zijn de amplitu-

dedakjes weggelaten. We vinden dan volgens het compactheidsmodel de volgende vergelijkingen :

$$\begin{aligned} Q_a^1 - Q_t^1 &= \frac{1}{2} L_1 C_{m1}(\omega) i\omega [ p_a^1 + p_t^1 ] \\ &= \chi_1(\omega) [ p_a^1 + p_t^1 ] \end{aligned} \quad (C3)$$

$$\begin{aligned} p_a^1 - p_t^1 &= \frac{L_1}{2A_{m1}} ( i\omega\rho + f_{m1} ) [ Q_a^1 + Q_t^1 ] \\ &= \xi_1(\omega) [ Q_a^1 + Q_t^1 ] \end{aligned} \quad (C4)$$

Wanneer we  $Q_a^1$  uit (C3) invullen in (C4) en gebruik maken van de admittantie-relatie  $Q_t^1 = Y_1(\omega) p_t^1$ , kunnen we  $p_a^1$  uitdrukken in de achter de inhomogeniteit gevonden druk  $p_t^1$  :

$$\begin{aligned} & p_a^1 [ 1 - \xi_1(\omega) \chi_1(\omega) ] \\ &= [ 1 + \xi_1(\omega) \chi_1(\omega) + 2\xi_1(\omega) Y_1(\omega) ] p_t^1 \end{aligned} \quad (C5)$$

Evenzo is  $Q_a^1$  uit te drukken in de achter de inhomogeniteit gevonden flow  $Q_t^1$  door (C4) in (C3) in te vullen :

$$\begin{aligned} & Q_a^1 [ 1 - \xi_1(\omega) \chi_1(\omega) ] \\ &= [ 1 + \xi_1(\omega) \chi_1(\omega) + 2\xi_1(\omega) / Y_1(\omega) ] Q_t^1 \end{aligned} \quad (C6)$$

Voor de beide takken gelden dan de volgende relaties met  $\sigma_1(\omega)$ ,  $\sigma_2(\omega)$ ,  $\sigma_3(\omega)$  en  $\sigma_4(\omega)$  uit de betrekkingen (C5) en (C6) :

$$Q_a^1 = \sigma_1(\omega) Q_t^1, \quad Q_a^2 = \sigma_2(\omega) Q_t^2 \quad (C7)$$

$$p_a^1 = \sigma_3(\omega) p_t^1, \quad p_a^2 = \sigma_4(\omega) p_t^2 \quad (C8)$$

Gebruik makend van (C7) en (C8) en de admittantie-relaties

$$Q_a^\pm = \pm Y(\omega) p_a^\pm, \quad Q_t = Y(\omega) p_t \quad (C9)$$

voor de beide takken, gaat (C1) met behulp van (C2) over in een relatie tussen  $p_a^-$  en  $p_a^+$  waaruit direct de reflectiecoëfficiënt voor de beide inhomogeniteiten valt af te leiden :

### C.3

$$\Gamma(\omega) = \frac{p_a^-}{p_a^+} = \frac{Y - (c_1 Y_1 + c_2 Y_2)}{Y + (c_1 Y_1 + c_2 Y_2)} \quad (\text{C10})$$

Alle parameters in het rechterdeel van (C10) zijn een functie van de frequentie. De coëfficiënten  $c_1(\omega)$  en  $c_2(\omega)$  worden gegeven door :

$$c_1(\omega) = \sigma_1(\omega) / \sigma_3(\omega) \quad (\text{C11})$$

$$c_2(\omega) = \sigma_2(\omega) / \sigma_4(\omega) \quad (\text{C12})$$

Om de transmissiecoëfficiënten voor de beide takken te bepalen, leiden we door invulling van (C7) en (C2) in (C1) relaties af tussen respectievelijk  $p_b^1$  en  $p_b^2$  met  $p_a^+$ . De transmissiecoëfficiënten worden dan gegeven door :

$$T_1(\omega) = \frac{p_b^1}{p_a^+} = \frac{2Y}{c_3 Y + c_4 Y_1 + c_2 c_3 Y_2} \quad (\text{C13})$$

$$T_2(\omega) = \frac{p_b^2}{p_a^+} = \frac{2Y}{c_5 Y + c_1 c_5 Y_1 + c_6 Y_2} \quad (\text{C14})$$

De coëfficiënten worden gegeven door (C11), (C12) en :

$$c_3(\omega) = \sigma_3(\omega) \quad (\text{C15})$$

$$c_4(\omega) = \sigma_1(\omega) \quad (\text{C16})$$

$$c_5(\omega) = \sigma_4(\omega) \quad (\text{C17})$$

$$c_6(\omega) = \sigma_2(\omega) \quad (\text{C18})$$



Appendix D : Programmatuur elastische halsslagadervertakking

SUBROUTINE INITI2

C  
DOUBLE PRECISION RMANC1, RMANC2, LMANC1, LMANC2  
DOUBLE PRECISION RHEXT, RVEXT, RHINT, RVINT, RHCOM, RVCOM  
DOUBLE PRECISION RHMNC1, RVMNC1, RHMNC2, RVMNC2  
DOUBLE PRECISION FDENS, FVISC  
DOUBLE PRECISION POS, FSAM  
INTEGER NSAM  
CHARACTER\*9 FILNAM, HAENAM, HAINAM, VOENAM, VOINAM, REFNAM  
CHARACTER\*9 GAMCOM, GAMEXT, GAMINT  
CHARACTER\*9 FOUNAM, ADMCOM, ADMINT, ADMEXT, TR1NAM, TR2NAM

C  
COMMON/MANCH/ LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2  
COMMON/SYSPAR/ FDENS, FVISC, RHMNC1, RVMNC1, RHMNC2, RVMNC2  
COMMON/STRAAL/ RHCOM, RVCOM, RHEXT, RVEXT, RHINT, RVINT  
COMMON/LEESFL/ NSAM, FSAM  
COMMON/POSBEP/ POS

C  
OPEN (25, FILE = 'PAR.DAT')  
WRITE (\*,\*) 'BEGIN MET INLEZEN:'  
WRITE (\*,100)  
READ (25,\*) LMANC1  
WRITE (\*,101)  
READ (25,\*) RMANC1  
WRITE (\*,102)  
READ (25,\*) LMANC2  
WRITE (\*,103)  
READ (25,\*) RMANC2  
WRITE (\*,104)  
READ (25,\*) FDENS  
WRITE (\*,105)  
READ (25,\*) FVISC  
WRITE (\*,106)  
READ (25,\*) RHCOM  
WRITE (\*,107)  
READ (25,\*) RVCOM  
WRITE (\*,108)  
READ (25,\*) RHEXT  
WRITE (\*,109)  
READ (25,\*) RVEXT  
WRITE (\*,110)  
READ (25,\*) RHINT  
WRITE (\*,111)  
READ (25,\*) RVINT  
WRITE (\*,112)  
READ (25,\*) RHMNC1  
WRITE (\*,113)  
READ (25,\*) RVMNC1  
WRITE (\*,114)  
READ (25,\*) RHMNC2  
WRITE (\*,115)  
READ (25,\*) RVMNC2  
WRITE (\*,116)  
READ (25,\*) POS  
WRITE (\*,117)  
READ (25,\*) NSAM  
WRITE (\*,118)  
READ (25,\*) FSAM

C

```
OPEN (10, FILE = 'cplco.dat')
OPEN (11, FILE = 'cplex.dat')
OPEN (12, FILE = 'cplin.dat')
OPEN (13, FILE = 'cplme.dat')
OPEN (14, FILE = 'cplmi.dat')
WRITE (*,*) 'Welke pulsfile wilt u gaan inlezen : '
READ (25,10) FILNAM
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile fouriercoefficienten : '
READ (25,10) FOUNAM
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile GAMMAC-coefficienten : '
READ (25,10) GAMCOM
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile GAMMAE-coefficienten : '
READ (25,10) GAMEXT
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile GAMMAI-coefficienten : '
READ (25,10) GAMINT
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile ADMIT COMMUNIS : '
READ (25,10) ADMCOM
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile ADMIT EXTERNA : '
READ (25,10) ADMEXT
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile ADMIT INTERNA : '
READ (25,10) ADMINT
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile reflectie-coefficienten : '
READ (25,10) REFNAM
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile transmissie1-coefficienten : '
READ (25,10) TR1NAM
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile transmissie2-coefficienten : '
READ (25,10) TR2NAM
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile pulsharmonischen externa : '
READ (25,10) HAENAM
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile pulsharmonischen interna : '
READ (25,10) HAINAM
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile EXTERNA puls : '
READ (25,10) VOENAM
WRITE (*,*) 'Geef naam opbergfile INTERNA puls : '
READ (25,10) VOINAM
OPEN (15, FILE = FILNAM)
OPEN (16, FILE = FOUNAM)
OPEN (17, FILE = GAMCOM)
OPEN (18, FILE = GAMEXT)
OPEN (19, FILE = GAMINT)
OPEN (20, FILE = ADMCOM)
OPEN (21, FILE = ADMEXT)
OPEN (22, FILE = ADMINT)
OPEN (23, FILE = REFNAM)
OPEN (24, FILE = TR1NAM)
OPEN (37, FILE = TR2NAM)
OPEN (26, FILE = HAENAM)
OPEN (38, FILE = HAINAM)
OPEN (35, FILE = VOENAM)
OPEN (36, FILE = VOINAM)
FORMAT (A9)
```

10

C

```
100 FORMAT (' Geef de positie van de linkerzijde van de externa ',
& /, ' manchet tov. de meetpositie (m) : ')
101 FORMAT (' Geef de positie van de rechterzijde van de externa ',
& /, ' manchet tov. de meetpositie (m) : ')
102 FORMAT (' Geef de positie van de linkerzijde van de interna ',
& /, ' manchet tov. de meetpositie (m) : ')
103 FORMAT (' Geef de positie van de rechterzijde van de interna ',
& /, ' manchet tov. de meetpositie (m) : ')
104 FORMAT (' Geef de vloeistofdichtheid (kg/m3) : ')
105 FORMAT (' Geef de vloeistofviscositeit (kg/ms) : ')
106 FORMAT (' Geef de horizontale straal van de communis (m) : ')
```

```

107 FORMAT (' Geef de verticale straal van de communis (m) : ')
108 FORMAT (' Geef de horizontale straal van de externa (m) : ')
109 FORMAT (' Geef de verticale straal van de externa (m) : ')
110 FORMAT (' Geef de horizontale straal van de interna (m) : ')
111 FORMAT (' Geef de verticale straal van de interna (m) : ')
112 FORMAT (' Geef de horizontale straal v.d externa-manchet (m) : ')
113 FORMAT (' Geef de verticale straal v.d. externa-manchet (m) : ')
114 FORMAT (' Geef de horizontale straal v.d interna-manchet (m) : ')
115 FORMAT (' Geef de verticale straal v.d interna-manchet (m) : ')
116 FORMAT (' Geef de positie waar de drukpuls moet',
&      /, ' worden berekend (m) : ')
117 FORMAT (' Geef het aantal samples dat in een periode valt : ')
118 FORMAT (' Geef de samplefrequentie : ')

```

```

C
RETURN
END
SUBROUTINE LEESIN

```

```

C
C
C
Globale parameters :

```

```

DOUBLE PRECISION A0, A(100), B(100), PRESS0
DOUBLE PRECISION FSAM
INTEGER IHARM, NHARM
DOUBLE PRECISION PREALO(100), PIMAGO(100)

```

```

COMMON/LEESFL/ NSAM, FSAM
COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREALO, PIMAGO, A0

```

```

C
C
C
Locale parameters :

```

```

DOUBLE PRECISION T(4000), PRESS(4000), X(4000), DX
DOUBLE PRECISION PAMPL(100), PPHAS(100)
DOUBLE PRECISION PI
INTEGER NCOF

```

```

PI = 4D0*DATAN(1D0)

```

```

DX = DBLE(1D0)/(NSAM-1)

```

```

DO 20 ISAM = 1,NSAM
READ (15,*) T(ISAM), PRESS(ISAM)
X(ISAM) = DBLE (ISAM-1)*DX

```

```

20 CONTINUE

```

```

WRITE (*,*) 'Geef het aantal te bepalen fouriercoefficienten : '
READ (25,*) NHARM
CLOSE (25)

```

```

CALL FOUAL (X, PRESS, NSAM, DX, A0, A, B, NHARM)

```

```

PRESS0 = A0
DO 25 IHARM = 1,NHARM
PREALO(IHARM) = A(IHARM)
PIMAGO(IHARM) = -B(IHARM)

```

```

25 CONTINUE

```

```

WRITE (16,*) ' GEM. DRUK : ', A0
WRITE (16,*) '          DRUKAMPLITUDE      DRUKFASE '

```

```

DO 30 IHARM = 1,NHARM
PAMPL(IHARM) = DSQRT (A(IHARM)**2 + B(IHARM)**2)
PPHAS(IHARM) = DATAN2 (-B(IHARM), A(IHARM))
PPHAS(IHARM) = PPHAS(IHARM)*360D0/(2D0*PI)

```

WRITE (16,40) IHARM, PAMPL(IHARM), PPHAS(IHARM)  
30 CONTINUE  
40 FORMAT (I3, 2F15.4)

RETURN  
END

FUNCTION WALPHA(OMEGA)

Globale parameters :

DOUBLE PRECISION FDENS, FVISC, RHMNC1, RVMNC1, RHMNC2, RVMNC2  
DOUBLE PRECISION RHCOM, RVCOM, RHEXT, RVEXT, RHINT, RVINT  
DOUBLE PRECISION W  
DOUBLE PRECISION OMEGA

COMMON/SYSPAR/ FDENS, FVISC, RHMNC1, RVMNC1, RHMNC2, RVMNC2  
COMMON/STRAAL/ RHCOM, RVCOM, RHEXT, RVEXT, RHINT, RVINT  
COMMON/FRANGE/ W

WALPHA = sqrt(RHCOM\*RVCOM)\* SQRT (W\*FDENS/FVISC)

RETURN  
END

SUBROUTINE CGAMMA

SUBROUTINE CGAMMA berekent de propagatiecoefficient GAMMA bij een door  
het hoofdprogramma bepaalde frequentie omega.

Globale parameters :

DOUBLE PRECISION FDENS, FVISC, RHMNC1, RVMNC1, RHMNC2, RVMNC2  
DOUBLE PRECISION RHCOM, RVCOM, RHEXT, RVEXT, RHINT, RVINT  
DOUBLE PRECISION A0, FSAM, W, TPER  
DOUBLE PRECISION ALPHA  
INTEGER IHARM, NHARM, NSAM  
DOUBLE PRECISION PREALO(100), PIMAGO(100)  
COMPLEX GAMMAC(100), GAMMAE(100), GAMMAI(100)

COMMON/SYSPAR/ FDENS, FVISC, RHMNC1, RVMNC1, RHMNC2, RVMNC2  
COMMON/STRAAL/ RHCOM, RVCOM, RHEXT, RVEXT, RHINT, RVINT  
COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREALO, PIMAGO, A0  
COMMON/LEESFL/ NSAM, FSAM  
COMMON/FRANGE/W  
COMMON/VOORT/ GAMMAC, GAMMAE, GAMMAI

Locale parameters :

DOUBLE PRECISION PI  
DOUBLE PRECISION ZI, ZR  
DOUBLE PRECISION ACOM, AEXT, AINT  
DOUBLE PRECISION REALC, IMAGC, REALE, IMAGE, REALI, IMAGI  
COMPLEX Z, Z1, Z2  
COMPLEX FHULP, AHULP1, AHULP2, AHULP3, FDHULP, WHULP, mineen  
COMPLEX F10, KCOM1, KCOM2, KEXT1, KEXT2, KINT1, KINT2  
COMPLEX CPLCOM, CPLEXT, CPLINT  
real m10, e10

PI = 4D0\*DATAN(1D0)

TPER = DBLE(NSAM-1)/FSAM  
WRITE (\*,\*) 'TPER = ', TPER

WRITE (\*,\*) 'U BEVINDT ZICH NU IN DE CGAMMA-SUBROUTINE'

FDHULP = CMPLX (FDENS,0D0)  
ACOM = PI\*RHCOM\*RVCOM  
AEXT = PI\*RHEXT\*RVEXT  
AINT = PI\*RHINT\*RVINT  
AHULP1 = CMPLX (ACOM,0D0)  
AHULP2 = CMPLX (AEXT,0D0)  
AHULP3 = CMPLX (AINT,0D0)  
WRITE (\*,\*) 'ahulp1 = : ', ahulp1

DO 120 IHARM = 1,NHARM  
W = DBLE(IHARM)\*2D0\*PI/TPER  
WRITE (\*,\*) 'W = ', W

ALPHA = WALPHA(W)  
WRITE (\*,\*) ALPHA

Z1 = CMPLX (0D0,1D0)

m10 = 1d0-(sqrt(2d0)/alpha)+(1d0/alpha\*\*2)  
e10 = (sqrt(2d0)/alpha)+(1d0/alpha\*\*2)  
e10 = e10+(19d0/(24\*sqrt(2d0)\*alpha\*\*3))  
write (\*,\*) 'm10 = ', m10, ' e10 = ', e10  
fhulp = m10\*cexp(z1\*e10)

READ (10,\*) REALC, IMAGC  
READ (11,\*) REALE, IMAGE  
READ (12,\*) REALI, IMAGI  
CPLCOM = CMPLX (REALC, IMAGC)  
CPLEXT = CMPLX (REALE, IMAGE)  
CPLINT = CMPLX (REALI, IMAGI)

WHULP = CMPLX (W\*\*2,0D0)  
KCOM1 = WHULP\*CPLCOM\*FDHULP  
KEXT1 = WHULP\*CPLEXT\*FDHULP  
KINT1 = WHULP\*CPLINT\*FDHULP  
KCOM2 = AHULP1\*FHULP  
KEXT2 = AHULP2\*FHULP  
KINT2 = AHULP3\*FHULP  
GAMMAC(IHARM) = Z1 \* CSQRT(KCOM1/KCOM2)  
GAMMAE(IHARM) = Z1 \* CSQRT(KEXT1/KEXT2)  
GAMMAI(IHARM) = Z1 \* CSQRT(KINT1/KINT2)

WRITE (\*,\*) 'GAMMAC(IHARM) = ', GAMMAC(IHARM)  
WRITE (\*,\*) 'GAMMAE(IHARM) = ', GAMMAE(IHARM)  
WRITE (\*,\*) 'GAMMAI(IHARM) = ', GAMMAI(IHARM)

WRITE (17,\*) W, GAMMAC(IHARM)  
WRITE (18,\*) W, GAMMAE(IHARM)  
WRITE (19,\*) W, GAMMAI(IHARM)

120 CONTINUE

CLOSE (10)  
CLOSE (11)  
CLOSE (12)  
CLOSE (17)  
CLOSE (18)  
CLOSE (19)

RETURN  
END  
SUBROUTINE CADMIT

Cadmit berekent de COMPLEXE ADMITTANTIE bij een door het hoofdprogramma bepaalde frequentie omega.

Globale parameters :

```
DOUBLE PRECISION LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2
DOUBLE PRECISION FDENS, FVISC, RHMNC1, RVMNC1, RHMNC2, RVMNC2
DOUBLE PRECISION RHCOM, RVCOM, RHEXT, RVEXT, RHINT, RVINT
DOUBLE PRECISION A0, FSAM, W, TPER, ALPHA
INTEGER IHARM, NHARM, NSAM
COMPLEX CHI1(100), KSI1(100), CHI2(100), KSI2(100)
COMPLEX ADCOM(100), ADEXT(100), ADINT(100)
DOUBLE PRECISION PREALO(100), PIMAGO(100)
```

```
COMMON/MANCH/ LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2
COMMON/SYSPAR/ FDENS, FVISC, RHMNC1, RVMNC1, RHMNC2, RVMNC2
COMMON/STRAAL/ RHCOM, RVCOM, RHEXT, RVEXT, RHINT, RVINT
COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREALO, PIMAGO, A0
COMMON/LEESFL/ NSAM, FSAM
COMMON/FRANGE/W
COMMON/ADMBEP/ CHI1, KSI1, CHI2, KSI2, ADCOM, ADEXT, ADINT
```

Locale parameters :

```
DOUBLE PRECISION PI, ZR, ZI
DOUBLE PRECISION AMANC1, AMANC2, ACOM, AEXT, AINT, LENG1, LENG2
DOUBLE PRECISION REALC, IMAGC, REALE, IMAGE, REALI, IMAGI
DOUBLE PRECISION REALM1, IMAGM1, REALM2, IMAGM2
COMPLEX Z, Z1, Z2, J0, J1, F10, EEN, TWEE
COMPLEX CPLCOM, CPLEXT, CPLINT, CMANC1, CMANC2
COMPLEX AHULP1, AHULP2, AHULP3, AHULP4, AHULP5, FHULP, FDHULP
COMPLEX CHI1H, CHI2H
COMPLEX FACTOR1, FACTOR2, FACTOR3, FACTOR4, FACTOR5
COMPLEX FRIC1, FRIC2
real m10, e10
```

```
PI = 4D0*DATAN(1D0)
```

```
TPER = DBLE(NSAM-1)/FSAM
```

```
WRITE (*,*) 'U BEVINDT ZICH NU IN DE CADMIT-SUBROUTINE'
OPEN (10, FILE = 'cplco.dat')
OPEN (11, FILE = 'cplex.dat')
OPEN (12, FILE = 'cplin.dat')
OPEN (28, FILE = 'CPAR1.DAT')
OPEN (29, FILE = 'CPAR2.DAT')
```

```
ACOM = PI*RHCOM*RVCOM
AEXT = PI*RHEXT*RVEXT
AINT = PI*RHINT*RVINT
AMANC1 = PI*RVMNC1*RHMNC1
AMANC2 = PI*RVMNC2*RHMNC2
AHULP1 = CMPLX (ACOM,0D0)
AHULP2 = CMPLX (AEXT,0D0)
AHULP3 = CMPLX (AINT,0D0)
AHULP4 = CMPLX (AMANC1,0D0)
AHULP5 = CMPLX (AMANC2,0D0)
FDHULP = CMPLX (FDENS,0D0)
LENG1 = RMANC1-LMANC1
LENG2 = RMANC2-LMANC2
```

```
DO 120 IHARM = 1, NHARM
W = DBLE(IHARM)*2D0*PI/TPER
```

```

C
ALPHA = WALPHA(W)
write (*,*) 'alpha = : ', alpha

C
Z1 = CMPLX (0D0,1D0)
Z2 = CMPLX (0D0,ALPHA)
Z = CSQRT (Z1)*Z2

C
m10 = 1d0 - (sqrt(2d0)/alpha) + (1d0/alpha**2)
e10 = (sqrt(2d0)/alpha) + (1d0/alpha**2)
e10 = e10 + (19d0/(24*sqrt(2d0)*alpha**3))
write (*,*) 'm10 = : ', m10, '          e10 = : ', e10
fhulp = m10*cexp(z1*e10)

C
READ (10,*) REALC, IMAGC
READ (11,*) REALE, IMAGE
READ (12,*) REALI, IMAGI
READ (13,*) REALM1, IMAGM1
READ (14,*) REALM2, IMAGM2
CPLCOM = CMPLX (REALC, IMAGC)
CPLEXT = CMPLX (REALE, IMAGE)
CPLINT = CMPLX (REALI, IMAGI)
CMANC1 = CMPLX (REALM1, IMAGM1)
CMANC2 = CMPLX (REALM2, IMAGM2)

C
WRITE (*,*) 'IHARM = ', IHARM
WRITE (*,*) 'W = ', W

C
ADCOM(IHARM) = CSQRT (AHULP1*CPLCOM*FHULP/FDHULP)
ADEXT(IHARM) = CSQRT (AHULP2*CPLEXT*FHULP/FDHULP)
ADINT(IHARM) = CSQRT (AHULP3*CPLINT*FHULP/FDHULP)

C
FACTOR1 = CMPLX (FVISC/(FDENS*RVMNC1*RHMNC1), 0D0)
FACTOR2 = CMPLX (FVISC/(FDENS*RVMNC2*RHMNC2), 0D0)
FACTOR3 = (FHULP-1)/FHULP
FRIC1 = FACTOR1*FACTOR3*Z**2
FRIC2 = FACTOR2*FACTOR3*Z**2
write (*,*) 'fric1 = : ', fric1
WRITE (*,*) 'FRIC2 = : ', FRIC2

C
FACTOR4 = CMPLX (0D0, (LENG1*FDENS*W)/(2D0*AMANC1) )
FACTOR5 = CMPLX (0D0, (LENG2*FDENS*W)/(2D0*AMANC2) )
KSI1(IHARM) = FRIC1 + FACTOR4
KSI2(IHARM) = FRIC2 + FACTOR5
CHI1H = CMPLX (0D0, 0.5D0*LENG1*W)
CHI2H = CMPLX (0D0, 0.5D0*LENG2*W)
CHI1(IHARM) = CMANC1*CHI1H
CHI2(IHARM) = CMANC2*CHI2H

C
WRITE (*,*) 'KSI1(IHARM) = ', KSI1(IHARM)
WRITE (*,*) 'KSI2(IHARM) = ', KSI2(IHARM)
WRITE (*,*) 'CHI1(IHARM) = ', CHI1(IHARM)
WRITE (*,*) 'CHI2(IHARM) = ', CHI2(IHARM)

C
WRITE (20,*) W, ADCOM(IHARM)
WRITE (21,*) W, ADEXT(IHARM)
WRITE (22,*) W, ADINT(IHARM)
WRITE (28,*) W, KSI1(IHARM), CHI1(IHARM)
WRITE (29,*) W, KSI2(IHARM), CHI2(IHARM)

C
120 CONTINUE

C
CLOSE (20)
CLOSE (21)

```

```
CLOSE (22)
CLOSE (28)
CLOSE (29)
```

```
RETURN
END
```

### SUBROUTINE SIGMA

```
Deze subroutine berekent de sigma-coefficienten voor de reflectie
en transmissiecoefficienten uitgaande van de waarden van chi en
ksi, verkregen uit de subroutine cadmit
```

#### Globale Parameters

```
COMPLEX CHI1(100), KSI1(100), CHI2(100), KSI2(100)
COMPLEX ADCOM(100), ADEXT(100), ADINT(100)
COMPLEX C1(100), C2(100), C3(100), C4(100), C5(100), C6(100)
INTEGER IHARM, NHARM
DOUBLE PRECISION PREALO(100), PIMAGO(100), A0
```

```
COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREALO, PIMAGO, A0
COMMON/ADMBEP/ CHI1, KSI1, CHI2, KSI2, ADCOM, ADEXT, ADINT
COMMON/COEFFI/ C1, C2, C3, C4, C5, C6
```

#### Locale Parameters

```
COMPLEX EEN, TWEE
COMPLEX DEEL1, DEEL2, NOEMER1, NOEMER2
COMPLEX TELLER1, TELLER2, TELLER3, TELLER4
COMPLEX SIGMA1(100), SIGMA2(100), SIGMA3(100), SIGMA4(100)
```

```
EEN = CMPLX (1D0,0D0)
TWEE = CMPLX (2D0,0D0)
```

```
DO 100 IHARM = 1, NHARM
```

```
DEEL1 = CHI1(IHARM)*KSI1(IHARM)
DEEL2 = CHI2(IHARM)*KSI2(IHARM)
NOEMER1 = EEN - DEEL1
NOEMER2 = EEN - DEEL2
TELLER1 = EEN + DEEL1 + TWEE*CHI1(IHARM)/ADEXT(IHARM)
TELLER2 = EEN + DEEL2 + TWEE*CHI2(IHARM)/ADINT(IHARM)
TELLER3 = EEN + DEEL1 + TWEE*KSI1(IHARM)*ADEXT(IHARM)
TELLER4 = EEN + DEEL2 + TWEE*KSI2(IHARM)*ADINT(IHARM)
```

```
SIGMA1(IHARM) = TELLER1/NOEMER1
SIGMA2(IHARM) = TELLER2/NOEMER2
SIGMA3(IHARM) = TELLER3/NOEMER1
SIGMA4(IHARM) = TELLER4/NOEMER2
write (*,*) 'sigma1 = : ', sigma1(iharm)
write (*,*) 'sigma2 = : ', sigma2(iharm)
write (*,*) 'sigma3 = : ', sigma3(iharm)
write (*,*) 'sigma4 = : ', sigma4(iharm)
```

```
C1(IHARM) = SIGMA1(IHARM)/SIGMA3(IHARM)
C2(IHARM) = SIGMA2(IHARM)/SIGMA4(IHARM)
C3(IHARM) = SIGMA3(IHARM)
C4(IHARM) = SIGMA1(IHARM)
C5(IHARM) = SIGMA4(IHARM)
```



```
C6(IHARM) = SIGMA2(IHARM)
write (*,*) 'c1 = : ', c1(iharm)
write (*,*) 'c2 = : ', c2(iharm)
write (*,*) 'c3 = : ', c3(iharm)
write (*,*) 'c4 = : ', c4(iharm)
write (*,*) 'c5 = : ', c5(iharm)
write (*,*) 'c6 = : ', c6(iharm)
```

```
C
100 CONTINUE
```

```
C
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE REFTRA
```

```
C
C
C
Globale parameters :
```

```
DOUBLE PRECISION A0, FSAM, W, TPER, ALPHA
INTEGER IHARM, NHARM, NSAM
COMPLEX ADCOM(100), ADEXT(100), ADINT(100)
COMPLEX CHI1(100), KSI1(100), CHI2(100), KSI2(100)
DOUBLE PRECISION PREAL0(100), PIMAGO(100)
COMPLEX GAMMAC(100), GAMMAE(100), GAMMAI(100)
COMPLEX REFCOF(100), TR1COF(100), TR2COF(100)
COMPLEX C1(100), C2(100), C3(100), C4(100), C5(100), C6(100)
```

```
C
COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREAL0, PIMAGO, A0
COMMON/LEESFL/ NSAM, FSAM
COMMON/ADMBEP/ CHI1, KSI1, CHI2, KSI2, ADCOM, ADEXT, ADINT
COMMON/VOORT/ GAMMAC, GAMMAE, GAMMAI
COMMON/TRAREF/ REFCOF, TR1COF, TR2COF
COMMON/COEFFI/ C1, C2, C3, C4, C5, C6
```

```
C
C
C
Locale parameters :
```

```
DOUBLE PRECISION PI
COMPLEX DEEL1, DEEL2, DEEL3, NOEMER, EEN, PSHULP
DOUBLE PRECISION ARREF, AIREF, ARTRA1, AITRA1, ARTRA2, AITRA2
DOUBLE PRECISION AREF(100), ATRA1(100), ATRA2(100)
COMPLEX NOEM1, NOEM2, NOEM3, NOEM4, NOEM5, NOEM6
COMPLEX ADTAK, TWEE
```

```
C
OPEN (30, FILE = 'REFLC.DAT')
OPEN (31, FILE = 'TRAM1.DAT')
OPEN (32, FILE = 'TRAM2.DAT')
```

```
C
PI = 4D0*DATAN(1D0)
TWEE = CMPLX (2D0,0D0)
```

```
C
WRITE (*,*) 'U BEVINDT ZICH NU IN DE REFTRA-SUBROUTINE'
```

```
C
DO 120 IHARM = 1,NHARM
```

```
C
WRITE (*,*) 'ADCOM = : ', ADCOM(IHARM)
WRITE (*,*) 'ADEXT = : ', ADEXT(IHARM)
WRITE (*,*) 'ADINT = : ', ADINT(IHARM)
```

```
C
ADTAK = C1(IHARM)*ADEXT(IHARM) + C2(IHARM)*ADINT(IHARM)
WRITE (*,*) 'ADTAK = : ', ADTAK
NOEM1 = C3(IHARM)*ADCOM(IHARM)
NOEM2 = C4(IHARM)*ADEXT(IHARM)
NOEM3 = C2(IHARM)*C3(IHARM)*ADINT(IHARM)
NOEM4 = C5(IHARM)*ADCOM(IHARM)
NOEM5 = C1(IHARM)*C5(IHARM)*ADEXT(IHARM)
```

NOEM6 = C6(IHARM)\*ADINT(IHARM)

REFCOF(IHARM) = (ADCOM(IHARM)-ADTAK)/(ADCOM(IHARM)+ADTAK)  
TR1COF(IHARM) = TWEE\*ADCOM(IHARM)/(NOEM1+NOEM2+NOEM3)  
TR2COF(IHARM) = TWEE\*ADCOM(IHARM)/(NOEM4+NOEM5+NOEM6)

WRITE(\*,\*) 'IHARM = ', IHARM  
WRITE(\*,\*) 'REFCOF(IHARM) = ', REFCOF(IHARM)  
WRITE(\*,\*) 'TR1COF(IHARM) = ', TR1COF(IHARM)  
WRITE(\*,\*) 'TR2COF(IHARM) = ', TR2COF(IHARM)

ARREF = REAL(REFCOF(IHARM))  
AIREF = AIMAG(REFCOF(IHARM))  
AREF(IHARM) = DSQRT(ARREF\*\*2 + AIREF\*\*2)  
ARTRA1 = REAL(TR1COF(IHARM))  
AITRA1 = AIMAG(TR1COF(IHARM))  
ATRA1(IHARM) = DSQRT(ARTRA1\*\*2 +AITRA1\*\*2)  
ARTRA2 = REAL(TR2COF(IHARM))  
AITRA2 = AIMAG(TR2COF(IHARM))  
ATRA2(IHARM) = DSQRT(ARTRA2\*\*2 +AITRA2\*\*2)  
WRITE(23,\*) IHARM, REFCOF(IHARM)  
WRITE(24,\*) IHARM, TR1COF(IHARM)  
WRITE(37,\*) IHARM, TR2COF(IHARM)  
WRITE(30,\*) IHARM, AREF(IHARM)  
WRITE(31,\*) IHARM, ATRA1(IHARM)  
WRITE(32,\*) IHARM, ATRA2(IHARM)

120 CONTINUE

CLOSE(30)  
CLOSE(31)  
CLOSE(32)

RETURN  
END

SUBROUTINE POSITI

Globale parameters :

DOUBLE PRECISION LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2, POS

COMMON/MANCH/ LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2  
COMMON/POSBEP/ POS

WRITE(\*,80)

IF (POS-LMANC1.LT.0D0.AND.POS-LMANC2.LT.0D0) THEN  
WRITE(\*,\*) 'U BEVINDT ZICH IN SUBROUTINE VOORT1'  
CALL VOORT1  
CALL PPOSTO  
ENDIF

IF (POS-LMANC1.GE.0D0.AND.POS-RMANC1.LE.0D0) THEN  
WRITE(\*,\*) 'U BEVINDT ZICH IN SUBROUTINE VOORT2'  
WRITE(\*,\*) 'DE BEREKENINGEN WORDEN NU EERST UITGEVOERD'  
WRITE(\*,\*) 'VOOR DE EXTERNA-TAK'  
CALL VOORT2  
ENDIF

```
IF (POS-RMANC1.GT.0D0) THEN
WRITE (*,*) 'U BEVINDT ZICH IN SUBROUTINE VOORT3'
WRITE (*,*) 'DE BEREKENINGEN WORDEN NU EERST UITGEVOERD'
WRITE (*,*) 'VOOR DE EXTERNA-TAK'
CALL VOORT3
ENDIF
```

```
IF (POS-LMANC2.GE.0D0.AND.POS-RMANC2.LE.0D0) THEN
WRITE (*,*) 'DE BEREKENINGEN WORDEN NU UITGEVOERD VOOR'
WRITE (*,*) 'VOOR DE INTERNA-TAK'
WRITE (*,*) 'U BEVINDT ZICH IN SUBROUTINE VOORT4'
CALL VOORT4
CALL PPOSSA
ENDIF
```

```
IF (POS-RMANC2.GT.0D0 ) THEN
WRITE (*,*) 'DE BEREKENINGEN WORDEN NU UITGEVOERD VOOR'
WRITE (*,*) 'VOOR DE INTERNA-TAK'
WRITE (*,*) 'U BEVINDT ZICH IN SUBROUTINE VOORT5'
CALL VOORT5
CALL PPOSSA
ENDIF
```

```
80 FORMAT(' Afhankelijk van de ingevoerde positie wordt nu',
&      /, 'de voortplanting van de ingangspuls berekend.')
```

```
RETURN
END
```

#### SUBROUTINE VOORT1

Globale parameters :

```
DOUBLE PRECISION LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2, POS
INTEGER IHARM, NHARM
DOUBLE PRECISION PREALO(100), PIMAGO(100), A0
COMPLEX GAMMAC(100), GAMMAE(100), GAMMAI(100)
COMPLEX REFCOF(100), TR1COF(100), TR2COF(100)
COMPLEX PPOST(100)
```

```
COMMON/MANCH/ LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2
COMMON/POSBEP/ POS
COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREALO, PIMAGO, A0
COMMON/VOORT/ GAMMAC, GAMMAE, GAMMAI
COMMON/TRAREF/ REFCOF, TR1COF, TR2COF
COMMON/OPTTEL/ PPOST
```

Locale parameters :

```
COMPLEX PPOSF, PPOSB, P0
COMPLEX PMNC1F, PMNC1B, CPOS, CMNCH1
COMPLEX FACTOR, MLENG
```

```
DO 120 IHARM = 1, NHARM
```

```
P0 = CMPLX (PREALO(IHARM), PIMAGO(IHARM))
CPOS = CMPLX (-POS, 0D0)
CMNCH1 = CMPLX (-LMANC1, 0D0)
```

```
PPOSF = P0*CEXP(GAMMAC(IHARM)*CPOS)
PMNC1F = P0*CEXP(GAMMAC(IHARM)*CMNCH1)
PMNC1B = PMNC1F*REFCOF(IHARM)
MLENG = CMPLX (POS-LMANC1, 0D0)
```

```

write (*,*) 'mleng = : ',mleng
PPOSB = pmnc1b*CEXP(GAMMAC(IHARM)*mleng)

C
C
C   factor = cmplx (-2d0*(manch1-pos),0d0)
C   pposb = pposf*cexp(gamma(iharm)*factor)*refcof(iharm)
C
WRITE (*,*) 'PPOSB = ',PPOSB
PPOST(IHARM) = PPOSF + PPOSB
  ppost(iharm) = pposf
WRITE (*,*) 'PPOST = ', PPOST(IHARM)

C
C   WRITE (26,90) PPOST(IHARM)
C
120 CONTINUE

C
90 FORMAT (1X,2F15.4)

C
RETURN
END
SUBROUTINE VOORT2

C
C   Globale parameters :
C
DOUBLE PRECISION LMANC1, RMANC1,LMANC2, RMANC2, POS
DOUBLE PRECISION PREALO(100), PIMAGO(100), A0
INTEGER IHARM, NHARM
COMPLEX GAMMAC(100), GAMMAE(100), GAMMAI(100)
COMPLEX REFCOF(100), TR1COF(100), TR2COF(100)
COMPLEX PPOSTE(100)

C
COMMON/MANCH/ LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2
COMMON/POSBEP/ POS
COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREALO, PIMAGO, A0
COMMON/VOORT/ GAMMAC, GAMMAE, GAMMAI
COMMON/TRAREF/ REFCOF, TR1COF, TR2COF
COMMON/OPTTEL1/ PPOSTE

C
C   Locale parameters :
C
DOUBLE PRECISION MLENG
COMPLEX P0, EEN
COMPLEX PMNC1F, PMNC2F, PFOR
COMPLEX CMNCH1
COMPLEX PPOSTH

C
EEN = CMPLX (1D0, 0D0)

C
DO 120 IHARM = 1,NHARM

C
P0 = CMPLX (PREALO(IHARM),PIMAGO(IHARM))
CMNCH1 = CMPLX (-LMANC1,0D0)
PFOR = P0*CEXP(GAMMAC(IHARM)*CMNCH1)
PMNC1F = PFOR*(EEN+REFCOF(IHARM))
PMNC2F = PFOR*TR1COF(IHARM)

C
MLENG = (RMANC1-LMANC1)
PPOSTH = CMPLX ((POS-LMANC1)/MLENG,0D0)
PPOSTE(IHARM) = PMNC1F + (PMNC2F-PMNC1F)*PPOSTH

C
WRITE (26,110) PPOSTE(IHARM)

C
120 CONTINUE

C
RETURN

```

```

C
110 FORMAT (1X,2F15.4)
C
  END
  SUBROUTINE VOORT3
C
  Globale parameters :
C
  DOUBLE PRECISION LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2, POS
  DOUBLE PRECISION PREALO(100), PIMAGO(100), A0
  INTEGER IHARM, NHARM
  COMPLEX GAMMAC(100), GAMMAE(100), GAMMAI(100)
  COMPLEX REFCOF(100), TR1COF(100), TR2COF(100)
  COMPLEX PPOSTE(100)
C
  COMMON/MANCH/ LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2
  COMMON/POSBEP/ POS
  COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREALO, PIMAGO, A0
  COMMON/VOORT/ GAMMAC, GAMMAE, GAMMAI
  COMMON/TRAREF/ REFCOF, TR1COF, TR2COF
  COMMON/OPTTEL1/ PPOSTE
C
  COMPLEX P0
  COMPLEX PMNC1F, PMNC2F
  COMPLEX CMNCH1, CMNCH2
C
  DO 120 IHARM = 1,NHARM
C
  P0 = CMPLX (PREALO(IHARM),PIMAGO(IHARM))
C
  CMNCH1 = CMPLX (-LMANC1,0D0)
  CMNCH2 = CMPLX (RMANC1-POS,0D0)
  PMNC1F = P0*CEXP(GAMMAC(IHARM)*CMNCH1)
  PMNC2F = PMNC1F*TR1COF(IHARM)
  PPOSTE(IHARM) = PMNC2F*CEXP(GAMMAE(IHARM)*CMNCH2)
C
  WRITE (26,100) PPOSTE(IHARM)
C
120 CONTINUE
C
100 FORMAT (1X,2F15.4)
C
  RETURN
  END
  SUBROUTINE VOORT4
C
  Globale parameters :
C
  DOUBLE PRECISION LMANC1, RMANC1,LMANC2, RMANC2, POS
  DOUBLE PRECISION PREALO(100), PIMAGO(100), A0
  INTEGER IHARM, NHARM
  COMPLEX GAMMAC(100), GAMMAE(100), GAMMAI(100)
  COMPLEX REFCOF(100), TR1COF(100), TR2COF(100)
  COMPLEX PPOSTI(100)
C
  COMMON/MANCH/ LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2
  COMMON/POSBEP/ POS
  COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREALO, PIMAGO, A0
  COMMON/VOORT/ GAMMAC, GAMMAE, GAMMAI
  COMMON/TRAREF/ REFCOF, TR1COF, TR2COF
  COMMON/OPTTEL2/ PPOSTI
C
  Locale parameters :

```

```
DOUBLE PRECISION MLENG
COMPLEX P0, EEN
COMPLEX PMNC1F, PMNC2F, PFOR
COMPLEX CMNCH1
COMPLEX PPOSTH
```

```
EEN = CMPLX (1D0, 0D0)
```

```
DO 120 IHARM = 1, NHARM
```

```
P0 = CMPLX (PREAL0(IHARM), PIMAGO(IHARM))
CMNCH1 = CMPLX (-LMANC2, 0D0)
PFOR = P0*CEXP(GAMMAC(IHARM)*CMNCH1)
PMNC1F = PFOR*(EEN+REFCOF(IHARM))
PMNC2F = PFOR*TR1COF(IHARM)
```

```
MLENG = (RMANC2-LMANC2)
PPOSTH = CMPLX ((POS-LMANC2)/MLENG, 0D0)
PPOSTI(IHARM) = PMNC1F + (PMNC2F-PMNC1F)*PPOSTH
```

```
WRITE (38,110) PPOSTI(IHARM)
```

```
120 CONTINUE
```

```
RETURN
```

```
110 FORMAT (1X,2F15.4)
```

```
END
```

```
SUBROUTINE VOORT5
```

```
Globale parameters :
```

```
DOUBLE PRECISION LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2, POS
DOUBLE PRECISION PREAL0(100), PIMAGO(100), A0
INTEGER IHARM, NHARM
COMPLEX GAMMAC(100), GAMMAE(100), GAMMAI(100)
COMPLEX REFCOF(100), TR1COF(100), TR2COF(100)
COMPLEX PPOSTI(100)
```

```
COMMON/MANCH/ LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2
COMMON/POSBEP/ POS
COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREAL0, PIMAGO, A0
COMMON/VOORT/ GAMMAC, GAMMAE, GAMMAI
COMMON/TRAREF/ REFCOF, TR1COF, TR2COF
COMMON/OPTEL2/ PPOSTI
```

```
COMPLEX P0
COMPLEX PMNC1F, PMNC2F
COMPLEX CMNCH1, CMNCH2
```

```
DO 120 IHARM = 1, NHARM
```

```
P0 = CMPLX (PREAL0(IHARM), PIMAGO(IHARM))
```

```
CMNCH1 = CMPLX (-LMANC2, 0D0)
CMNCH2 = CMPLX (RMANC2-POS, 0D0)
PMNC1F = P0*CEXP(GAMMAC(IHARM)*CMNCH1)
PMNC2F = PMNC1F*TR2COF(IHARM)
PPOSTI(IHARM) = PMNC2F*CEXP(GAMMAI(IHARM)*CMNCH2)
```

```
WRITE (38,100) PPOSTI(IHARM)
```

```
120 CONTINUE
```

```

C
100 FORMAT (1X,2F15.4)
C
RETURN
END
SUBROUTINE PPOSTO
C
C   Globale parameters :
C
DOUBLE PRECISION FSAM, A0, W, TPER
DOUBLE PRECISION PREAL0(100), PIMAGO(100), PPOS(4000)
INTEGER ISAM, NSAM, IHARM, NHARM
COMPLEX PPOST(100)
C
COMMON/LEESFL/ NSAM, FSAM
COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREAL0, PIMAGO, A0
COMMON/OPTEL/ PPOST
COMMON/EINDE1/ PPOS
C
C   Locale parameters :
C
DOUBLE PRECISION PAMPOS(100), PPHPOS(100)
DOUBLE PRECISION PRPOS, PIPOS
DOUBLE PRECISION TIJD, OMEGA
DOUBLE PRECISION COSTER
DOUBLE PRECISION PI
complex CI,CHULP
double precision DHULP
C
PI = 4D0*DATAN(1D0)
C
WRITE (*,*) 'U BEVINDT ZICH NU IN SUBROUTINE PPOSTO'
C
TPER = DBLE(NSAM-1)/FSAM
C
DO 130 IHARM = 1,NHARM
C
PPOST(IHARM) = cmplx(PREAL0(IHARM),PIMAGO(IHARM))
write(*,*) 'PPOST = ', PPOST(IHARM)
PRPOS = REAL (PPOST(IHARM))
PIPOS = AIMAG (PPOST(IHARM))
PAMPOS(IHARM) = DSQRT (PRPOS**2 + PIPOS**2)
PPHPOS(IHARM) = DATAN2 (PIPOS, PRPOS)
130 CONTINUE
C
DO 140 ISAM = 1,NSAM
PPOS(ISAM) = A0
140 CONTINUE
C
DO 150 IHARM = 1,NHARM
OMEGA = DBLE(IHARM)*2D0*PI/TPER
DO 160 ISAM = 1,NSAM
TIJD = DBLE(ISAM-1)*TPER/(NSAM-1)
DHULP = OMEGA*TIJD
CHULP = cmplx(0D0,DHULP)
DHULP= real(PPOST(IHARM)*cexp(CHULP))
PPOS(ISAM) = PPOS(ISAM) + DHULP
COSTER = DCOS(OMEGA*TIJD + PPHPOS(IHARM))
PPOS(ISAM) = PPOS(ISAM) + PAMPOS(IHARM)*COSTER
if (IHARM.eq.NHARM) then
write(35,170) TIJD,PPOS(ISAM)
write(36,170) TIJD,PPOS(ISAM)
endif
160 CONTINUE
150 CONTINUE

```



170 FORMAT (1X,2F12.4)

call newpos

RETURN

END

SUBROUTINE PPOSSA

Globale parameters :

DOUBLE PRECISION FSAM, A0, W, TPER  
DOUBLE PRECISION PREALO(100), PIMAGO(100)  
DOUBLE PRECISION PPOSE(4000), PPOSI(4000)  
INTEGER ISAM, NSAM, IHARM, NHARM  
COMPLEX PPOSTI(100), PPOSTE(100)

COMMON/LEESFL/ NSAM, FSAM  
COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREALO, PIMAGO, A0  
COMMON/OPTTEL1/ PPOSTE  
COMMON/OPTTEL2/ PPOSTI  
COMMON/EINDE2/ PPOSE, PPOSI

Locale parameters :

DOUBLE PRECISION PAMEOS(100), PPHEOS(100)  
DOUBLE PRECISION PAMIOS(100), PPHIOS(100)  
DOUBLE PRECISION PREPOS, PIEPOS, PRIPOS, PIIPOS  
DOUBLE PRECISION TIJD, OMEGA  
DOUBLE PRECISION COSTER1, COSTER2  
DOUBLE PRECISION PI  
complex CI, CHULP  
double precision DHULP

PI = 4D0\*DATAN(1D0)

WRITE (\*,\*) 'U BEVINDT ZICH NU IN SUBROUTINE PPOSSA'

TPER = DBLE(NSAM-1)/FSAM

DO 130 IHARM = 1, NHARM  
write(\*,\*) 'PPOSTE = ', PPOSTE(IHARM)  
write(\*,\*) 'PPOSTI = ', PPOSTI(IHARM)  
PREPOS = REAL (PPOSTE(IHARM))  
PIEPOS = AIMAG (PPOSTE(IHARM))  
PAMEOS(IHARM) = DSQRT (PREPOS\*\*2 + PIEPOS\*\*2)  
PPHEOS(IHARM) = DATAN2 (PIEPOS, PREPOS)  
PRIPOS = REAL (PPOSTI(IHARM))  
PIIPOS = AIMAG (PPOSTI(IHARM))  
PAMIOS(IHARM) = DSQRT (PRIPOS\*\*2 + PIIPOS\*\*2)  
PPHIOS(IHARM) = DATAN2 (PIIPOS, PRIPOS)

130 CONTINUE

DO 140 ISAM = 1, NSAM  
PPOSE(ISAM) = A0  
PPOSI(ISAM) = A0

140 CONTINUE

DO 150 IHARM = 1, NHARM  
OMEGA = DBLE(IHARM)\*2D0\*PI/TPER  
DO 160 ISAM = 1, NSAM  
TIJD = DBLE(ISAM-1)\*TPER/(NSAM-1)  
COSTER1 = DCOS (OMEGA\*TIJD + PPHEOS (IHARM))  
PPOSE(ISAM) = PPOSE(ISAM) + PAMEOS (IHARM)\*COSTER1  
COSTER2 = DCOS (OMEGA\*TIJD + PPHIOS (IHARM))



```
PPOSI(ISAM) = PPOSI(ISAM) + PAMIOS(IHARM)*COSTER2
if (IHARM.eq.NHARM) then
  write (35,170) TIJD,PPOSE(ISAM)
  WRITE (36,170) TIJD,PPOSI(ISAM)
endif
```

```
160 CONTINUE
150 CONTINUE
170 FORMAT (1X,2F12.4)
```

```
close (35)
CLOSE (36)
```

```
call newpos
```

```
RETURN
END
```

```
PROGRAM PRSPOS
```

```
Globale parameters :
```

```
DOUBLE PRECISION LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2
DOUBLE PRECISION FDENS, FVISC, RHMNC1, RVMNC1, RHMNC2, RVMNC2
DOUBLE PRECISION RHCOM, RVCOM, RHEXT, RVEXT, RHINT, RVINT
DOUBLE PRECISION FSAM, PREALO(100), PIMAGO(100), A0
DOUBLE PRECISION POS
DOUBLE PRECISION PPOS (4000), PPOSE(4000), PPOSI(4000)
DOUBLE PRECISION W, ALPHA, TPER
INTEGER NSAM, IHARM, NHARM
COMPLEX GAMMAC(100), GAMMAE(100), GAMMAI(100)
COMPLEX REFCOF(100), TR1COF(100), TR2COF(100)
COMPLEX PPOST(100), PPOSTE(100), PPOSTI(100)
COMPLEX CHI1(100), KSI1(100), CHI2(100), KSI2(100)
COMPLEX ADCOM(100), ADEXT(100), ADINT(100)
COMPLEX C1(100), C2(100), C3(100), C4(100), C5(100), C6(100)
```

```
COMMON/MANCH/ LMANC1, RMANC1, LMANC2, RMANC2
COMMON/SYSPAR/ FDENS, FVISC, RHMNC1, RVMNC1, RHMNC2, RVMNC2
COMMON/STRAAL/ RHCOM, RVCOM, RHEXT, RVEXT, RHINT, RVINT
COMMON/LEESFL/ NSAM, FSAM
COMMON/POSBEP/ POS
COMMON/FOURAN/ IHARM, NHARM, PREALO, PIMAGO, A0
COMMON/FRANGE/W
COMMON/VOORT/ GAMMAC, GAMMAE, GAMMAI
COMMON/TRAREF/ REFCOF, TR1COF, TR2COF
COMMON/ADMBEP/ CHI1, KSI1, CHI2, KSI2, ADCOM, ADEXT, ADINT
COMMON/COEFFI/ C1, C2, C3, C4, C5, C6
COMMON/OPTTEL/ PPOST
COMMON/OPTTEL1/ PPOSTE
COMMON/OPTTEL2/ PPOSTI
COMMON/EINDE1/ PPOS
COMMON/EINDE2/ PPOSE, PPOSI
```

```
CALL INITI2
```

```
CALL LEESIN
```

```
CALL CGAMMA
```

```
CALL CADMIT
```

```
CALL SIGMA
```

```
CALL REFTRA
```

CALL POSITI

C

CLOSE (10)  
CLOSE (11)  
CLOSE (12)  
CLOSE (13)  
CLOSE (14)  
CLOSE (15)  
CLOSE (16)  
CLOSE (22)  
CLOSE (23)  
CLOSE (24)  
CLOSE (25)  
CLOSE (26)  
CLOSE (27)  
CLOSE (28)  
CLOSE (29)  
CLOSE (33)  
CLOSE (34)  
CLOSE (35)

C

END

SUBROUTINE NEWPOS

C

DOUBLE PRECISION POS  
INTEGER RESP  
character\*9 oplnam, OP2NAM

C

COMMON/POSBEP/ POS

C

WRITE (\*,170)  
READ (\*,\*) RESP

C

IF (RESP.EQ.1) THEN  
WRITE (\*,\*) 'Voer nieuwe positie in : '  
READ (\*,\*) POS  
write (\*,\*) 'Geef nieuwe filenaam voor EXTERNA puls : '  
read (\*,50) oplnam  
write (\*,\*) 'Geef nieuwe filenaam voor INTERNA puls : '  
read (\*,50) op2nam  
50 format (a9)  
open (35, file = oplnam)  
OPEN (36, FILE = OP2NAM)  
CALL POSITI

ELSE

WRITE (\*,\*) 'That"s all folks!'

ENDIF

C

170 FORMAT (' Wilt u nog op een andere positie de drukpuls bepalen?',  
& /, ' (0 = nee , 1 = ja) : ')

C

RETURN  
END