

MASTER

De toepassing van interferometrische methoden voor de kwantitatieve bepaling van de dichtheid van gassen in de stromingsleer

Barendsen, G.J.

Award date:
1967

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

DE TOEPASSING VAN INTERFEROMETRISCHE METHODEN
VOOR DE KWANTITATIEVE BEPALING VAN DE DICHTHEID
VAN GASSEN IN DE STROMINGSLEER.

G.J.Barendsen. januari 1967.

Verslag van het afstudeerwerk,
verricht onder leiding van
Prof.Dr.Ir. G.Vossers en
Ir. L.J.Poldervaart.

Techn. Hogeschool Eindhoven.
Afd. der Techn. Natuurkunde,
Groep Stromingsleer.

INHOUD.

Samenvatting.

Hoofdstuk I

- 1) Inleiding.
- 2) Verband tussen de dichtheid en de brekingsindex van een gas.
- 3) De invloed van brekingsindex-variatiëes op doervallend licht.

Hoofdstuk II. De belangrijkste optische waarnemingsmethoden.

- 1) Schaduwoptnamen.
- 2) Schlierenmethoden.
- 3) Interferometrische methoden.

Hoofdstuk III. De Mach-Zehnder interferometer.

- 1) Historisch overzicht.
- 2) Beschrijving van de Mach-Zehnder interferometer.
- 3) Theorie van de Mach-Zehnder interferometer.
- 4) Enkele praktische aspecten.
- 5) Uitwerking van interferogrammen.
- 6) Nauwkeurigheid.
- 7) Kosten van een Mach-Zehnder interferometer.
- 8) Andere kwantitatieve meetmethoden.

Hoofdstuk IV. Laser-interferometers.

- 1) De werking van een laser.
 - 2) Eigenschappen van lasers.
 - 3) Toepassingen van lasers.
 - 4) Toepassing van holografie.
- Conclusie.

Hoofdstuk V. Toepassing van de schlieren-interferometer.

- 1) Inleiding.
- 2) Het biprisma van Wollaston.
- 3) De gecentreerde opstelling met een sferische spiegel.
- 4) Optisch weglengteverschil ten gevolge van een object.
- 5) Opstellingen in reflectie en in doorzicht. Gevoeligheid.
- 6) Meting van het dichtheidsverloop achter een schokgolf in CO₂.

Appendix.

Literatuur.

Samenvatting.

Gedurende de afgelopen jaren is er in de Groep Stromingsleer een toenemende behoefte ontstaan aan optische waarnemings- en meetmethoden voor het onderzoek aan compressibele gasstromingen.

Veelvuldig wordt momenteel gebruik gemaakt van schaduw- en schlierenmethoden bij het onderzoek aan schokbuizen en supersone vrije stralen. Met deze methoden is echter het dichtheidsveld niet kwantitatief te bepalen.

Daarom wordt overwogen om over te gaan tot de aanschaf van een interferometer. Om een verantwoorde keuze te kunnen doen was het noodzakelijk een uitgebreid literatuuronderzoek te verrichten, waarin ook de nieuwe mogelijkheden werden betrokken die de laser op het gebied van de interferometrie te bieden heeft.

De interferometer van Mach-Zehnder is in de stromingsleer wel de meest gebruikte. In dit verslag wordt dan ook uitvoerig ingegaan op de theoretische en praktische aspecten van dit instrument. Bovendien kunnen hieraan criteria worden ontleend voor de constructie en toepassing van laserinterferometers.

Het laatste deel van dit verslag beschrijft metingen met behulp van de aanwezige schlieren-interferometer van het relaxatiegebied achter een schokgolf, met de bedoeling om aan te tonen dat de schlieren-interferometer bruikbare resultaten geeft bij de behandeling van dit soort problemen. De metingen werden verricht aan schokgolven in CO₂, waarbij bij lage drukken een grote relaxatielengte optreedt. De resultaten stemmen binnen de meetnauwkeurigheid redelijk goed overeen met waarnemingen in de literatuur, in aanmerking genomen de grote onzuiverheid van het gebruikte CO₂

HOOFDSTUK I

1) Inleiding.

De hier besproken optische waarnemingsmethoden zijn gebaseerd op het gegeven, dat variaties van de dichtheid van het gas variaties in de absolute locale brekingsindex geven, waardoor het door het gas vallende licht wordt beïnvloedt.

Geschikt gekozen optische apparatuur kan de optredende effecten vertalen in variaties van de lichtintensiteit, die op een fotografische plaat zijn vast te leggen.

De mogelijkheid om de verkregen opnamen te kunnen interpreteren en er gegevens omtrent de dichtheid of dichtheidsvariaties van het gas uit te kunnen aflezen is gebaseerd op de mathematische beschrijving zowel van de invloed van brekingsindexvariaties op het doorvallende licht als van het gebruikte optische systeem.

In het algemeen zijn deze beschrijvingen idealisaties van de gebruikte apparatuur en daarom moet worden nagegaan onder welke omstandigheden en in welke gebieden deze apparatuur voldoende aan de mathematische beschrijving voldoet.

2) Verband tussen de dichtheid van een gas en de brekingsindex.

De absolute brekingsindex n is gedefinieerd door de relatie:

$$n = \sqrt{\epsilon \mu} = \frac{c}{v} \quad (1)$$

waarin ϵ = dielectr. const. van het medium

μ = magn. permeabiliteit

c = lichtsnelheid in vacuum

v = lichtsnelheid in het medium

De brekingsindex van gassen is gerelateerd aan de dichtheid ρ door de vergelijking:

$$n - 1 = K \cdot \rho$$

waarin K een constante is voor een bepaald gas bij een bepaalde golflengte van het licht (Dale-Gladstone constante.)

Het is gemakkelijker de vergelijking in de volgende vorm te gebruiken:

$$n - 1 = (n_0 - 1) \frac{\rho}{\rho_0} \quad (2)$$

waarin n_0 en ρ_0 resp. de brekingsindex en de dichtheid van het gas bij een bepaalde temperatuur en druk zijn.

Onderstaande tabel geeft enkele waarden van n_0 bij 0°C en bij 1 atm. voor een golflengte van 5893 Å:

Gas	n_0
He	1,000035
H ₂	1,000138
O ₂	1 000272
Ar	1,000284
N ₂	1,000297
Lucht	1,000292
CO ₂	1,000448

3) De invloed van brekingsindexvariatiëes op doorvallend licht.

Een lichtstraal die door een veld met dichtheidsvariatiëes valt treft een scherm in het punt Q^* uit de richting θ^* op het tijdstip t^* (zie figuur 1) Zonder inhomogeniteit zou de straal het scherm bereiken in het punt Q uit de richting θ op het tijdstip t

Door bepaalde optische elementen in de lichtweg te brengen kan op een fotografische plaat worden geregistreerd

a) de verplaatsing $Q^* - Q$

b) de afbuiging $\epsilon = \theta^* - \theta$

c) het faseverschil $\tau = t^* - t$

De belangrijkste optische waarnemingsmethoden.1) Schaduwopnamen.

Wanneer tussen de dichtheidsinhomogeniteit en het vlak van waarneming geen optische elementen worden geplaatst (lenzen e.d.) worden de verkregen foto's schaduwopnamen genoemd, en wordt op de fotografische plaat de verplaatsing $Q^* - Q$ geregistreerd.

Zonder verstoring is de lichtintensiteit J op de plaat een functie van x en y : (zie figuur 1)

$$J = J(x, y)$$

met verstoring:

$$J^* = J(x^*, y^*)$$

De afbeelding Q^* van $Q(x, y)$ heeft als coördinaten

$$x^* = \phi_1(x, y) \quad \text{en} \quad y^* = \phi_2(x, y)$$

en nu wordt

$$J^*(x^*, y^*) = \sum_{Q \rightarrow Q^*} \frac{J(x, y)}{\left| \frac{\partial(\phi_1, \phi_2)}{\partial(x, y)} \right|} \quad (3)$$

waarbij gesommeerd wordt over alle punten $Q(x, y)$ die in $Q^*(x^*, y^*)$ worden afgebeeld.

J en J^* kunnen worden gemeten, daar de zwarting van de plaat een maat is voor de intensiteit ter plaatse.

We nemen nu aan dat de verplaatsing van de gestoorde lichtstraal ten opzichte van de ongestoorde binnen de inhomogeniteit zeer klein is hetgeen bij afwezigheid van discontinuïteitsvlakken is toegestaan.

We mogen nu stellen

$$x^* = x + \Delta_x(x, y), \quad y^* = y + \Delta_y(x, y)$$

en verwaarlozen producten en machten van Δ_x en Δ_y

dus

$$\frac{\partial(x^*, y^*)}{\partial(x, y)} = 1 + \frac{\partial \Delta_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta_y}{\partial y} \quad (4)$$

dan volgt:

$$\Delta_x = L \tan \epsilon_x \approx L \int_{\xi}^{\xi'} l_x(x, y, z) dz$$

$$\Delta_y = L \tan \epsilon_y \approx L \int_{\xi}^{\xi'} l_y(x, y, z) dz$$

waarin L = afstand tussen scherm en inhomogeniteit.

Invullen in (4) geeft dan voor verg. (3):

$$\frac{J(x,y) - J^*(x,y)}{J^*(x,y)} \approx L \int \left(\frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} \right) \log n(x,y,z) dz \quad (5)$$

Uit zwartingsmetingen is dus alleen een maat voor de over z gemiddelde waarde van de tweede afgeleide naar de plaats van de brekingsindex te bepalen. Om de brekingsindex zelf te bepalen is dubbele integratie nodig, en de oplossing is niet eenduidig. Daar komt nog bij dat grote tweede-afgeleiden optische focusseringseffecten meebrengen, waardoor de bovenbeschreven theorie niet opgaat en de schaduwfoto's niet meer te interpreteren zijn.

Schaduwfotografie wordt veel toegepast voor het vastleggen van schokgolfpatronen en andere discontinuïteitsvlakken. Om scherpe afbeeldingen te verkrijgen is het noodzakelijk om met evenwijdig of nagenoeg evenwijdig licht te werken. Een kleine lichtbron op grote afstand of met een collimator geeft goede resultaten.

2) Schlierenmethoden.

Om de afbuiging $\theta^* - \theta$ te kunnen registreren moet de verplaatsing $Q^* - Q$ door een optisch systeem worden geëlimineerd. Dit wordt bereikt door het gebruik van een objectief dat van een vlak M door de inhomogeniteit een afbeelding maakt. (zie figuur 2)

Evenals bij de schaduwopnamen wordt aangenomen dat de verplaatsing van de gestoorde lichtstraal t.o.v. de ongestoorde zeer klein is, hetgeen dus niet voor discontinuïteitsvlakken geldt.

Het principe van de schlierenmethode wordt aan de hand van figuur 3 kort toegelicht. Het door A uitgezonden licht wordt door lens B gefocusseerd op spleet S, die als secundaire lichtbron van de gewenste vorm en afmetingen dienst doet. Lens C geeft een scherp beeld van S_1 op het mes S_2 . Afhankelijk van de stand van het mes dat loodrecht op de optische as van het systeem kan worden verplaatst valt er meer of minder licht over het mes. Als er een inhomogeniteit aanwezig is worden de lichtstralen afgebogen en er gaan, afhankelijk van de richting van de brekingsindexgradiënt, meer of minder stralen over het mes. De lens G geeft een afbeelding van D op de fotografische plaat, en de zwarting van de plaat is een maat voor de hoek waarover de stralen zijn afgebogen.

Uit het voorgaande blijkt dat een uitgebreide lichtbron (hier S_1) voor dit systeem noodzakelijk is. Door draaien van spleet en mes is het mogelijk de brekingsindexgradiënten in andere richtingen waar te nemen. Op de in figuur 3 geschetste opstelling zijn vele varianten mogelijk. Holder en North [2] geven hierover veel informatie. Op een van deze varianten, die ook voor kwantitatieve uitwerking geschikt is, komen we nog uitvoerig terug: in de groep Stromingsleer is een schliereninterferometer aanwezig, die we hebben gebruikt voor het meten van dichtheidsprofielen achter schokgolven t.g.v. relaxatieeffecten.

De afbuiging $\theta^* - \theta$ is afhankelijk van de locale variatie in de absolute brekingsindex. Wanneer geen discontinuïteitsvlakken aanwezig zijn kan worden aangetoond dat

$$\tan \epsilon_x = \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x} dz \quad (6)$$

$$\tan \epsilon_y = \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y} dz \quad (7)$$

Hierin is z_1 de plaats waar de lichtstraal de inhomogeniteit treft en z_2 de plaats van uittreden. Voor discontinuïteitsvlakken moeten de brekingswetten van Snellius worden toegepast. Het blijkt dus dat schlierenopnamen een over z gemiddelde waarde van de afgeleide van de brekingsindex naar de plaats registreren en dat de zwarting van de plaat er een maat voor is. Zwartingsmetingen zijn echter zeer onnauwkeurig, vandaar de hierboven al vermelde varianten.

3) Interferometrische methoden.

Voor het faseverschil τ kan in eerste benadering worden afgeleid:

$$\tau(x, y) = \frac{1}{c} \int_{\zeta}^{\zeta'} [n(x, y) - n_0] dz \quad (8)$$

Deze formule is ook geldig voor discontinuïteitsvlakken, daar verplaatsingen en afbuigingen hier geëlimineerd zijn.

Om het faseverschil τ zichtbaar te maken moeten interferometrische methoden worden toegepast. De geometrische optica kan interferentie niet verklaren, en het licht moet dus als golfverschijnsel worden opgevat.

Zowel voor de uitwerking van formule (7) als (8) is het noodzakelijk dat het stromingsveld aan bepaalde symmetrie-eisen voldoet. De integratie over z kan alleen worden uitgevoerd als:

- a) n alleen een functie van x en y is.

Dan geldt

$$\epsilon_y = L \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y}$$

en
$$\tau = \frac{L}{c} [n(x, y) - n_0]$$

waarin L de doorlopen lengte in z -richting is.

- b) n een bekende functie van z is, b.v. een cirkelsymmetrische. Een vrij uitgebreide numerieke bewerking van de opnamen is dan noodzakelijk. [24, 24, 25.]

Interferentie van twee monochromatische golven.

Voor een vlakke e.m. golf volgt uit de veldvergelijkingen (maxwell) en de definitie van de intensiteit J van licht [3]

$$J = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \langle \underline{E}^2 \rangle = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \langle \underline{H}^2 \rangle \quad (9)$$

Voor het vergelijken van intensiteiten in eenzelfde medium kan $\langle \underline{E}^2 \rangle$ als maat voor de intensiteit worden genomen.

Voor monochromatische golven geldt:

$$\underline{E}(\underline{r}, t) = \text{Re} \underline{A}(\underline{r}) e^{i\omega t} = \frac{1}{2} \underline{A}(\underline{r}) e^{-i\omega t} + \frac{1}{2} \underline{A}^*(\underline{r}) e^{i\omega t} \quad (10)$$

waarin \underline{A} een complexe vector is met cartesische coördinaten

$$\underline{A}_x = a_1(\underline{r}) e^{ig_1(\underline{r})}; \quad \underline{A}_y = a_2(\underline{r}) e^{ig_2(\underline{r})}; \quad \underline{A}_z = a_3(\underline{r}) e^{ig_3(\underline{r})} \quad (11)$$

met a_j en g_j reële functies van \underline{r}

Voor een homogene vlakke golf zijn de amplituden a_j constant terwijl de fasefuncties g_j geschreven kunnen worden als

$$g_j(\underline{r}) = k \cdot \underline{r} - \delta_j$$

waarin δ_j afhankelijk is van de polarisatietoestanden.

Uit (10) volgt

$$\underline{E}^2 = \frac{1}{4} (A^2 e^{-2i\omega t} + A^{*2} e^{2i\omega t} + 2AA^*) \tag{12}$$

en als we het tijdgemiddelde nemen over een interval dat groot is t.o.v. de periodetijd volgt

$$\langle E \rangle^2 = \frac{1}{2} AA^* = \frac{1}{2} (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)$$

Als twee monochromatische golven \underline{E}_1 en \underline{E}_2 worden gesuperponeerd is het totale veld

$$\underline{E} = \underline{E}_1 + \underline{E}_2$$

en

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2$$

De totale intensiteit is dan

$$J = J_1 + J_2 + J_1J_2 \tag{13}$$

A en B zijn de complexe amplitudes van de twee gesuperponeerde golven, met

$$A_x = a_x e^{ig_x} \dots \dots \quad B_x = b_x e^{ih_x} \dots \dots$$

Als er hetzelfde faseverschil δ wordt ingevoerd tussen de overeenkomstige componenten A_x en B_x enz. dan geldt

$$g_1 - h_1 = g_2 - h_2 = g_3 - h_3 = \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \varphi$$

Nu is direct na te gaan dat de interferentieterm J_{12} wordt

$$J_{12} = (a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3) \cos \delta \tag{14}$$

en maxima treden op bij $|\delta| = 0, 2\pi, 4\pi \dots$

minima bij $|\delta| = \pi, 3\pi, \dots$

Als $J_1 = J_2$, geldt $J = 4 J_1 \cos^2 \frac{\delta}{2}$

Door de interferentie van twee monochromatische golven is het dus mogelijk om faseverschillen tussen golven te detecteren, en in principe is dus de mogelijkheid aangegeven om hiermee rechtstreeks de integraal van formule (8) te bepalen uit de zwarting van de fotografische plaat.

Het licht van een lichtbron heeft een bepaalde spectrale verdeling en een bron heeft een bepaalde uitgebreidheid. In dit verband is het begrip "coherentie" ingevoerd en in een appendix wordt hierop nader ingegaan.

Interferentie van quasie-monochromatisch en wit licht.

Zoals in de appendixis aangegeven kan licht worden beschreven door een combinatie van incoherente monochromatische componenten van een bepaald frequentiegebied. Iedere component geeft een interferentiepatroon en de totale intensiteit is in het vlak van waarneming de som van de intensiteiten van de componenten.

Stel dat de gemiddelde golflengte van het licht $\bar{\lambda}_0$ is, met een golflengtebereik $\Delta\lambda$. Het 0-de orde maximum ligt voor alle golflengten op dezelfde plaats, maar elders in het observatievlak zijn de maxima en minima t.o.v. elkaar verschoven. De maxima van de m-de orde liggen verspreid over een afstand Δx . Als $\frac{\Delta\lambda}{\bar{\lambda}_0} \ll 1$ dan noemen we het licht quasie-monochromatisch, en is Δx te verwaarlozen t.o.v. de afstand tussen de strepen. Er treden dan duidelijke interferentiestrepen op.

Voor wit licht geldt in het zichtbare gebied:

$$\frac{\Delta\lambda}{\bar{\lambda}_0} \approx \frac{1}{2}$$

Er ontstaat dan een centrale witte streep (nulde-orde) met er naast een paar gekleurde maxima. De rest van het veld is egaal wit verlicht. Deze witlicht interferentiepatronen worden gebruikt om bij interferometrische proeven de nulde-ordestreep te kunnen localiseren op interferogrammen die met quasi-monochromatisch licht zijn gemaakt.

Voor het verkrijgen van twee coherente lichtbundels bestaan in principe twee mogelijkheden:

- a) golffrontsplitsing.
- b) amplitudesplitsing.

Tot groep a) behoren o.a. de opstellingen van Young, Fresnel, Lloyd en Rayleigh. (zie figuur 4.) De coherente bundels ontstaan door twee ruimtelijk gescheiden delen van een golffront (soms virtueel) als lichtbronnen op te vatten. Deze methode geeft door de beperkte plaatscoherentie slechts een beperkt gezichtsveld.

De tweede groep is voor het onderzoek van stromingsvelden van meer belang. De amplitude van een golffront wordt gesplitst in twee gelijke delen met behulp van een deelspiegel of een glasplaat. Tot deze groep behoren de interferometers van Michelson, Twyman-Green, Jamin en Mach-Zehnder. (zie figuur 5)

Voor het onderzoek van stromingsvelden is het belangrijk om a) een groot gezichtsveld te hebben, b.v. om modellen in een windtunnel te kunnen bemeten.

b) de interferentie-patronen op dezelfde plaats te kunnen localiseren als het dichtheidsveld om een model, zodat beide op een foto scherp worden afgebeeld.

c) een grote ruimtelijke scheiding te kunnen aanbrengen tussen de twee coherente bundels, daar anders beide door de inhomogeniteit gaan.

d) de bundel slechts één maal door het dichtheidsveld te laten gaan om eenduidige metingen te verkrijgen. Wanneer de bundel twee of meer keren door de inhomogeniteit gaat, is dit meestal niet op dezelfde plaats (brekingseffecten), waardoor de gevoeligheid wel groter wordt maar de eenduidigheid verloren gaat.

De Michelson en Twyman-Green interferometers voldoen niet aan het onder d) genoemde, terwijl bovendien de interferentie-patronen op de spiegels zijn gelocaliseerd.

De Jamin-interferometer geeft geen grote ruimtelijke scheiding van de bundels. Alleen de Mach-Zehnder-interferometer voldoet aan alle eisen en wordt daarom in de stromingsleer het meest gebruikt.

De Mach-Zehnder interferometer.

1) Historisch overzicht.

De Mach-Zehnder interferometer (afgekort M-Z-I) is een variant van de Jamin-interferometer en werd voor het eerst beschreven door L.Zehnder in 1891 [5]. Kort daarna publiceerde L.Mach de constructie van eenzelfde interferometer die hij onafhankelijk van Zehnder had ontwikkeld. [6]

De interferometer van Zehnder had een gezichtsveld van $0,9 \times 3,5 \text{ cm}^2$. Mach vergrootte dit tot $10 \times 10 \text{ cm}^2$. Deze eerste apparaten waren nog weinig lichtsterk, vooral doordat de deelspiegels dubbele reflecties vertoonden en de bundels daarom sterk gediafragmeerd moesten worden.

Het eerste goed bruikbare apparaat werd ontwikkeld door G.Hansen in 1931. [7], met een gezichtsveld van $8 \times 10 \text{ cm}^2$. In de volgende jaren worden steeds grotere en betere instrumenten ontwikkeld.

Mach leverde een eerste bijdrage aan de theorie van de interferometer. Hansen beantwoordde de vraag naar de plaats van de interferentiestrepen (1931).

W.Kinder [10] beschreef in 1946 een M-Z-I met éénspiegeling en geeft daarbij een theoretische beschrijving, maar J.Winckler schrijft in 1948: "Een complete theorie voor het ontstaan van interferentiestrepen in een M-Z-I met een uitgebreide lichtbron is tot dusver nog niet gegeven!"

Omstreeks dezelfde tijd publiceerde E.Winkler [11] een grondige studie van de M-Z-I, waarin hij gebruik maakt van de geometrische optica. Hierin wordt gedeeltelijk een antwoord gegeven op de vraag naar de optimale afmetingen van de lichtbron.

In 1951 maakte F.D.Bennett gebruik van de vector-analyse om de M-Z-I te beschrijven [12,13,14.]

2) Beschrijving van de Mach-Zehnder interferometer.

De M-Z-I bestaat uit een verlichtingssysteem, 2 deelspiegels 2 totaal-reflecterende spiegels en een afbeeldingssysteem. (zie fig. 6)

In het ideale geval geeft de puntvormige monochromatische lichtbron A met behulp van lens L_1 een evenwijdige bundel, waarvan de amplitude door de deelspiegel DS_1 in twee gelijke delen wordt gesplitst: een bundel gaat via M_2 naar deelspiegel DS_2 , de andere via M_1 naar DS_2 . Tussen M_1 en DS_2 bevindt zich het meetobject, waarvan door het afbeeldingssysteem een opname wordt gemaakt.

Zonder inhomogeniteit is de vorm en de plaats van de interferentiepatronen afhankelijk van de standen van de diverse spiegels. De bij aanwezigheid van een inhomogeen veld waargenomen interferentiepatronen zijn dan ook afhankelijk van de verschillen in optische weglengte ten gevolge van de dichtheidsverschillen en hieruit zijn deze eenduidig te bepalen.

In het niet-ideale geval is de lichtbron niet puntvormig en niet monochromatisch, zijn de deelspiegels en totaal-reflecterendespiegels niet volledig vlak en oneindig dun. In hoeverre dan nog interferentie mogelijk is, en aan welke eisen de diverse onderdelen moeten voldeën, zijn de vragen die in de volgende paragrafen zullen worden behandeld. Dan is het ook mogelijk om na te gaan welke voordelen een laser als lichtbron voor een M-Z-I. kan hebben.

3) Theorie van de Mach-Zehnder interferometer.

Zoals reeds vermeld is er in de laatste jaren veel aandacht geschonken aan de theorie van de M-Z-I. In het volgende zullen we voor een groot deel de vector-analytische methode volgen die door F.D.Bennett en G.D.Kahl tussen 1950 en 1954 werd ontwikkeld [12,13,14] Deze schrijfwijze is overzichtelijker en eenvoudiger dan de goniometrische zoals die door E.Winkler werd gehanteerd in een zeer omvangrijke studie van de M-Z-I. [11]

In de driedimensionale ruimte luidt de vergelijking van een vlak door een punt x_0 en met normaal \underline{n} (eenheidsvector)

$$(\underline{x} - x_0) \cdot \underline{n} = 0 \quad (1)$$

De vergelijking van een lijn door een punt \underline{x}_p in de richting van de eenheidsvector \underline{r} is

$$\underline{x} - \underline{x}_p = s \cdot \underline{r} \quad (2)$$

waarin s = de afstand van \underline{x}_p tot \underline{x} (abs. waarde.)

De vergelijking van de afstand van \underline{x}_p tot een vlak wordt gevonden door in (2) \underline{r} te vervangen door \underline{n} en te eisen dat \underline{x}_0 het snijpunt is van de lijn met het vlak:

$$s = (\underline{x}_0 - \underline{x}_p) \cdot \underline{n} \quad (3)$$

Wanneer we de reflectie van een lichtstraal aan een vlakke spiegel willen beschrijven, en de eenheidsvector in de richting van de gereflecteerde straal \underline{r}_j en die in de richting van de invallende \underline{r}_{j-1} dan geldt, als \underline{n}_j de normaal op de spiegel is

$$(\underline{r}_j \cdot \underline{n}_j) = -(\underline{r}_{j-1} \cdot \underline{n}_j) \quad (4)$$

en

$$\underline{r}_j = a \underline{r}_{j-1} + b \underline{n}_j \quad (5)$$

Daar $r_j^2 = 1$ volgt

$$\underline{r}_j = \underline{r}_{j-1} - (\underline{r}_{j-1} \cdot \underline{n}_j) \cdot \underline{n}_j \quad (6)$$

Vergelijking (6) kan ook worden geschreven met behulp van de tensorvergelijking

$$\underline{r}_j = \underline{r}_{j-1} \cdot I - 2\underline{n}_j \underline{n}_j = \underline{r}_{j-1} \cdot D_j \quad (7)$$

waarin I de eenheidstensor is en $D_j = I - 2\underline{n}_j \underline{n}_j$ een symmetrische orthogonale matrix of tensor van de tweede orde (dyade).

Een dubbele reflectie kan worden beschreven door vermenigvuldiging van de dyaden die een enkelvoudige reflectie beschrijven dus

$$\underline{r}_{j+1} = \underline{r}_{j-1} \cdot (D_j \cdot D_{j+1}) \quad (8)$$

Het product $(D_j \cdot D_{j+1})$ is weer een orthogonale matrix, die een rotatie van een lichaam beschrijft om een as die loodrecht staat op het vlak van \underline{n}_j en \underline{n}_{j+1} . Verder geldt nog $D_j \cdot D_{j+1} = I$

We nemen aan dat de interferometer uit ideale elementen bestaat. Figuur 7 geeft de interferometer in een rechthoekigcoördinatensysteem, terwijl de normalen op de spiegels de aangegeven richting hebben. Het midden van de collimator ligt in het punt

(0, a+l), de lichtbron die als één punt wordt gedacht staat in (0, a+l+f), als f de brandpuntsafstand van de collimator is.

De door de collimator gevormde bundel kan nu worden voorgesteld door de eenheidsvector r_c op de as van de lens en gericht in de negatieve y-richting. Vlakken die r_c als normaal hebben zijn dus vlakken met constante fase.

Als in het brandvlak van de collimator een uitgebreide lichtbron wordt geplaatst geeft de lens van elk punt van de lichtbron een parallelle bundel, die voorgesteld kan worden door de eenheidsvector r , waarvan de oorsprong ligt in het centrum van de lens en die gericht is langs de verbindinglijn van het punt van de lichtbron en het midden van de lens. Een uitgebreide lichtbron kan dus voorgesteld worden door een bundel vectoren waarvan de uiteinden op de eenheidscirkel liggen met het midden van de lens als middelpunt (zie figuur 8).

Wanneer alle spiegels onder 45° t.o.v. de x-as zijn georiënteerd, ontstaan er twee coherente virtuele bundels van vectoren r op een afstand $L = a+b+l$ boven spiegel (4), die elkaar volledig overlappen. (zie figuur 9a). De richting van de ene bundel wordt bepaald door de stand van de elementen (1) en (2), die van de andere bundel door de stand van (3) en (4). Als we nu (4) draaien over een hoek $\frac{\epsilon}{2}$ om de as door het midden van (4) wordt de laatstgenoemde bundel gedraaid over een hoek ϵ (zie figuur 9b).

Omdat de reflectie aan (2) de richting vastlegt van de ene bundel kunnen we deze voorstellen door r_2 , en evenzo de andere bundel door r_4 . Het resultaat van de draaiing is dus twee divergerende bundels lichtstralen die zo zijn gericht dat de centrale stralen van elke bundel (resp. r_{2c} en r_{4c}) convergeren naar het midden van (4). Hoewel in de praktijk meestal meer spiegels worden gedraaid, is het voor de theorie het eenvoudigste om alleen (4) als draaibaar te beschouwen. De volgende analyse kan echter zonder veel wijzigingen voor andere rotaties worden uitgewerkt.

Afleiding van het weglengteverschil d.

De belangrijkste vraag is nu, wat de faserelatie is van elk paar interfererende lichtstralen die een punt x_p (met de oorsprong nu in het midden van spiegel (4)) bereiken.

Deelspiegel ① maakt slechts twee bundels van ieder punt van de lichtbron. Ieder stralenpaar van deze twee lichtbundels kan interfereren. Stralen van bundels die van verschillende punten op de lichtbron komen kunnen geen interferentie geven (geen coherente stralen).

We hebben gezien dat \underline{r}_2 en \underline{r}_4 de coherente bundels voorstellen die ontstaan zijn door splitsing van \underline{r} , en we moeten nu dus de loodrechte afstand van het punt \underline{x}_p tot de vlakken van gelijke fase bepalen, d.w.z. de vlakken die door de oorsprongen van de virtuele bundels vectoren gaan. Het verschil tussen deze afstanden is dan het weglengteverschil d . Nu geldt (m.b.v.(2)):

$$\begin{aligned}\underline{x}_2 &= -L \underline{r}_{2c} \\ \underline{x}_4 &= -L \underline{r}_{4c}\end{aligned}\quad (9)$$

De loodrechte afstand van \underline{x}_p tot het vlak door \underline{x}_2 met normaal \underline{r}_2 is

$$s_2 = (\underline{x}_2 - \underline{x}_p) \cdot \underline{r}_2$$

en

$$s_4 = (\underline{x}_4 - \underline{x}_p) \cdot \underline{r}_4 \quad (10)$$

Het weglengteverschil is dus

$$d = s_4 - s_2 = (\underline{x}_4 - \underline{x}_p) \cdot \underline{r}_4 - (\underline{x}_2 - \underline{x}_p) \cdot \underline{r}_2 = L(\underline{r}_{2c} \cdot \underline{r}_2 - \underline{r}_{4c} \cdot \underline{r}_4) + (\underline{r}_2 - \underline{r}_4) \cdot \underline{x}_p \quad (11)$$

Met verg.(6) vinden we

$$\underline{r}_j \cdot \underline{r}_{jc} = \underline{r}_{j-1} \cdot \underline{r}_{j-1c}$$

en als we deze vergelijking gebruiken om de stralen te volgen door de elementen van de interferometer, dan is

$$\underline{r}_2 \cdot \underline{r}_{2c} = \underline{r}_4 \cdot \underline{r}_{4c} = \underline{r} \cdot \underline{r}_c$$

dus verg. (11) wordt:

$$d = (\underline{r}_2 - \underline{r}_4) \cdot \underline{x}_p$$

Hieruit volgt dat het weglengteverschil onafhankelijk is van de afmetingen (a,b) van de interferometer, mits de oorsprongen van de virtuele eenheidsvectoren op dezelfde afstand van het midden van ④ liggen. De rechthoekige vorm van de interferometer behoeft dus niet gehandhaafd te worden, maar mag ook een parallelogram zijn.

Bovendien hoeft de oorsprong niet in het midden van (4) te liggen, maar mag verschoven worden naar elke lijn $y = \text{constant}$ tussen of buiten (2) en (4). Dit kan b.v. door \underline{n}_1 te draaien naar de verticaal en (2) zo te verschuiven langs de verticaal dat de centrale straal van (1) weer in het midden van (2) komt en (2) bovendien zo te draaien dat \underline{r}_{2c} niet meer verticaal is. Draaien van (4) geeft nu een nieuwe oorsprong in het punt waar \underline{r}_{2c} en \underline{r}_{4c} elkaar snijden (zie figuur 10).

We kunnen nu (12) nog wat omwerken.

Daar $\underline{n}_1 = -\underline{n}_2$, geldt

$$\underline{r}_2 = \underline{r}$$

$$\underline{r}\underline{r}_3 = \underline{r} - 2(\underline{r} \cdot \underline{n}_3)\underline{n}_3$$

en $\underline{r}_4 = \underline{r}_3 - 2(\underline{r}_3 \cdot \underline{n}_4)\underline{n}_4$

Inyullen in (12) geeft

$$d = 2\underline{r} \cdot \underline{n}_3 \underline{n}_3 - 2 \underline{n}_3 (\underline{n}_3 \cdot \underline{n}_4) \underline{n}_4 + \underline{n}_4 \cdot \underline{n}_4 \cdot \underline{x}_p \quad (13)$$

of

$$d = 2 \underline{r} \cdot \underline{D} \cdot \underline{x}_p \quad (14)$$

met

$$\underline{D} = \underline{n}_3 \underline{n}_3 - 2 \underline{n}_3 (\underline{n}_3 \cdot \underline{n}_4) \underline{n}_4 + \underline{n}_4 \cdot \underline{n}_4$$

Aan de vorm van $\underline{x}_p \underline{D}$ zien we dat een component van \underline{x}_p in de richting $\underline{n}_4 \times \underline{n}_3$ geen bijdrage levert tot het weglengteverschil, dus d is constant langs lijnen in die richting. Dit wil dus zeggen dat in de $\underline{n}_4 \times \underline{n}_3$ -richting de interferentiestrepen worden gevormd. Als \underline{n}_3 en \underline{n}_4 in het vlak door de middens van de spiegels liggen, staan de strepen daar loodrecht op (verticale strepen).

Als \underline{n}_4 gedraaid wordt in een vlak door \underline{n}_3 en loodrecht op het bovengenoemde vlak ontstaan horizontale strepen

De interferentiestrepen ontstaan als snijlijnen van het observatievlak (de fotografische plaat) en oppervlakken met constante d .

Voor een gegeven \underline{r} (puntbron) en $d = \text{constant}$ is (13) de vergelijking van parallelle vlakken met normaal $\underline{r} \cdot \underline{D}$. Als $\underline{r} \cdot \underline{D}$ een lineaire functie is van \underline{n}_3 en \underline{n}_4 staan de vlakken zelf loodrecht op het vlak door \underline{n}_3 en \underline{n}_4 en dus in de $\underline{n}_4 \times \underline{n}_3$ -richting, onafhankelijk van \underline{r} . Voor $\underline{r} = \underline{r}_c$ zijn de vlakken nagenoeg parallel aan \underline{r}_c en de interferentielijnen zijn dan recht.

Voor een puntbron die niet op de as ligt snijden de vlakken de fotografische plaat niet volgens dezelfde rechte lijnen als hiervoor genoemd. De afstand tussen de strepen, gevormd door \underline{r}_c en \underline{r} is alleen in de oorsprong nul en neemt lineair met x toe, en is ook afhankelijk van de hoek tussen $\underline{r} \cdot D$ en $\underline{r}_c \cdot D$. Bij gebruik van een uitgebreide lichtbron worden de strepen dus minder contrastrijk naarmate de afstand tot de oorsprong groter wordt.

Als $\underline{n}_4 \times \underline{n}_3$ in het vlak van observatie ligt, zijn de strepen natuurlijk parallel aan $\underline{n}_4 \times \underline{n}_3$. Maar als het observatievlak om $\underline{n}_4 \times \underline{n}_3$ gedraaid wordt zal de streepafstand door een relatief minimum gaan zoals later nog zal blijken. Het is aannemelijk dat de contrastrijkste strepen ontstaan als de streepafstand het kleinst is, dus in het relatieve minimum.

D kan nu nog verder omgewerkt worden als we stellen:

$$\underline{n}_4 = a\underline{n}_3 + b\underline{t} \tag{15}$$

waarin \underline{t} een eenheidsvector is in de $\underline{n}_3 \times (\underline{n}_4 \times \underline{n}_3)$ richting.

Daar $\underline{n}_3 \cdot \underline{n}_4 = -\cos \frac{\epsilon}{2}$ en $\underline{n}_4^2 = 1$

geldt $\underline{n}_4 = -\cos \frac{\epsilon}{2} \cdot \underline{n}_3 + \sin \frac{\epsilon}{2} \cdot \underline{t}$ (16)

en $D = \sin \frac{\epsilon}{2} \sin \frac{\epsilon}{2} \underline{n}_3 \cdot \underline{n}_3 + \cos \frac{\epsilon}{2} (\underline{n}_3 \cdot \underline{t} - \underline{t} \cdot \underline{n}_3) + \sin \frac{\epsilon}{2} \underline{t} \cdot \underline{t}$ (17)

Daar een component van \underline{x}_p in de $\underline{n}_4 \times \underline{n}_3$ -richting geen invloed heeft op d , mogen we in het vervolg aannemen dat \underline{x}_p in het vlak van \underline{n}_3 en \underline{t} loodrecht op $\underline{n}_4 \times \underline{n}_3$ ligt.

Stel nu dat

$$\underline{x}_p = \underline{x} = x(\underline{n}_3 \sin \psi + \underline{t} \cos \psi) \tag{18}$$

Als we (17) en (16) substitueren in (13) krijgen we

$$d = 2 x \sin \frac{\epsilon}{2} \cdot \underline{r} \cdot \underline{p} \tag{19}$$

met $\underline{p} = \underline{n}_3 \cos (\psi - \frac{\epsilon}{2}) - \underline{t} \sin (\psi - \frac{\epsilon}{2})$

\underline{x} is de vector naar het veldpunt in het vlak loodrecht op $\underline{n}_4 \times \underline{n}_3$.

\underline{p} is de eenheidsvector in hetzelfde vlak maar ongeveer loodrecht op \underline{x} , zoals blijkt uit

$$\underline{p} \cdot \underline{x} = x \sin \frac{\epsilon}{2} \approx 0$$

Nu is $\underline{r} \cdot \underline{p}$ de cos van de hoek ϕ tussen \underline{r} en \underline{p} . \underline{p} staat ongeveer loodrecht op de fotografische plaat.

Met (18) volgt dan

$$|d_2 - d_1| = \lambda = 2 \sin \frac{\epsilon}{2} |(r \cdot p) (x_2 - x_1)| \quad (20)$$

en de streepbreedte is dan

$$w_s = |x_2 - x_1| = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\epsilon}{2} |r \cdot p|} \quad (21)$$

Bij een gegeven waarde van ϵ wordt w minimaal als $|r \cdot p| = 1$,

d.w.z. r en p parallel of antiparallel

Daar p in het vlak van n_3 en n_4 ligt en r dicht bij r_c , zal de minimale waarde van w alleen bereikt worden als r_c in of vlak bij het vlak n_3, n_4 ligt, d.w.z. loodrecht op $n_4 \times n_3$. Daar $n_4 \times n_3$ altijd in het vlak loodrecht op n_3 ligt zal $n_4 \times n_3$ alleen loodrecht op r_c staan als $n_4 \times n_3$ ook loodrecht op het vlak door de middens van de spiegels staat. Maar dit is ook de voorwaarde voor verticale strepen.

Als $r = r_c$ (puntlichtbron) is $r = r_c \cdot p = 1$, en dan volgt uit (20)

$$w_s = \frac{\lambda}{2} \sin \frac{\epsilon}{2} \approx \frac{\lambda}{\epsilon} \quad (22)$$

De conclusie is dus dat verticale strepen met de kleinste afstand het contrastrijkst zijn.

Uit (20) blijkt, dat de streepbreedte onafhankelijk is van r , dus van de plaats van de puntlichtbron in het brandvlak van de collimatorlens. Een uitgebreide lichtbron zal dus een streep patroon geven dat bestaat uit over elkaar vallende streep systemen van puntlichtbronnen met dezelfde streepafstanden, die gekarakteriseerd worden door $r \cdot p = \cos \phi = \text{constant}$.

(23)

Vergelijking (22) legt een beperking op aan r , want deze moet liggen binnen een kegel die met de top in het middelpunt van de eenheidsbol ligt en waarvan de beschrijvende een hoek ϕ maakt met de eenheidsvector p . De doorsnede van de kegel met het vlak van de lichtbron met normaal r_c geeft de vorm die de lichtbron moet hebben om de gevraagde streepafstand te geven.

Om een duidelijk strepensysteem te kunnen krijgen moet de lichtbron bestaan uit punten waarvoor $d = \text{constant}$ is en dan geldt (22), maar we moeten toestaan dat d een bepaalde afwijking heeft van de constante waarde om een in de praktijk bruikbare lichtbron

te verkrijgen. Als we d_c , d.w.z. het weglengteverschil van de centrale straal, als referentie nemen geldt dus:

$$|d - d_c| \leq K \cdot \lambda \quad (24)$$

waarin K een of andere factor is die zo klein gekozen wordt dat we nog een redelijk duidelijk streepsysteem krijgen. (23) wordt de fundamentele ongelijkheid van de Mach-Zehnder interferometer genoemd en is een wat algemener vorm dan die door E. Winkler is verkregen. [11] Hieruit kan worden afgeleid welke grootte en vorm de lichtbron moet hebben om zo goed mogelijke resultaten te bereiken.

Uit (18) zien we dat het weglengteverschil d nul is voor $x = 0$ en dat d lineair met x verloopt. Als we x meten in de eenheid van streepbreedte w_s dan wordt (18)

$$d = N \cdot r \cdot p \quad (25)$$

en (23) wordt

$$|r \cdot p - r_c \cdot p| \leq \frac{K}{N} \quad (26)$$

In de meeste gevallen verschilt de locale streepbreedte zo weinig van w_s dat N heel goed het aantal strepen ter weerszijden van de centrale streep geeft waarvoor de fundamentele ongelijkheid geldt.

Voor verticale strepen is af te leiden [11,12] dat de maximale straal van een cirkelvormige lichtbron gelijk is aan

$$a = f \left(\frac{2K}{N} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

waarin a = straal van cirkelvormige lichtbron

f = brandpuntsafstand van de collimatorlens

N = aantal interferentiestrepen

K = helderheidsfactor van de strepen

waarbij de hogere-orde termen in $\frac{K}{N}$ zijn verwaarloosd.

Kiezen we bijvoorbeeld $K = \frac{1}{10}$ en $N = 200$, dan is voor een lens met $f = 20$ cm. de maximale straal van de lichtbron ongeveer 0,6 cm. Dit resultaat is vrijwel onafhankelijk van de hoek die de zijden van de interferometer met elkaar maken [13].

Voor het vormen van horizontale strepen is dit niet het geval, en zijn de vorm en de afmetingen van de lichtbron sterk

afhankelijk van de interferometerhoek. Voor een 45° interferometer, met $K = \frac{1}{10}$, $N = 200$ beslaat de toelaatbare lichtbron het oppervlak tussen een ellips en een hyperbool in een horizontaal vlak, en is het oppervlak veel kleiner dan bij verticale strepen [11].

Correcties voor niet-oneindig dunne interferometer-elementen.

Om de hiervoor verkregen resultaten te kunnen toepassen op een interferometer met deelspiegels en vensters van bijvoorbeeld een windtunnel of schokbuis moeten we de effecten van deze elementen nagaan.

Er treden twee effecten op als we een plan-parallele plaat in een evenwijdige lichtbundel plaatsen (zie figuur 11):

- 1) de optische weglengte verandert met $\Delta(n, \theta, t)$
- 2) de lichtbundel verschuift evenwijdig aan zichzelf.

Effect 2) heeft geen invloed daar de richting van de stralenbundel dezelfde blijft, 1) beïnvloedt de interferentiestrepen wel. Nu is

$$\Delta = n \cdot l - p \tag{28}$$

waarin n = brekingsindex van het glas.

Met $l = \frac{t}{\cos \delta}$, $p = \frac{t}{\cos \delta} \cos(\theta - \delta)$ en $n = \frac{\sin \theta}{\sin \delta}$

volgt uit (27)

$$\Delta = t(n \cos \delta - \cos \theta)$$

$$\Delta = t[(n^2 - \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}} - \cos \theta]$$

of in vectornotatie

$$\Delta = t[(n^2 - |\underline{n} \times \underline{r}|^2)^{\frac{1}{2}} - \underline{n} \cdot \underline{r}] \tag{29}$$

waarin \underline{n} = normale eenheidsvector.

Wanneer dus diverse deelspiegels, vensters e.d. in de lichtweg worden geplaatst, moeten de optische weglengten vermeerderd worden met de som van alle Δ 's

$$\Delta_{\text{tot}} = \sum_i \Delta_i(\theta_i, n_i, t_i)$$

Om goede strepen te verkrijgen met wit licht is het noodzakelijk dat

a) het optische weglengteverschil in de centrale streep (0-de orde) nul is voor stralen vanuit alle punten van de lichtbron

b) de twee helften van elke (gesplitste) straal dezelfde afstand afleggen in hetzelfde medium, d.w.z. dat de Δ 's gelijk zijn.

Als dit niet het geval is, is het t.g.v. dispersie onmogelijk witlichtinterferentiestrepen te verkrijgen. Dit is dus een goede methode om vensters en deelspiegels met elkaar te vergelijken voor wat betreft de dikte en homogeniteit.

Niet-monochromatische lichtbron.

Tot dusver hebben we ons bezig gehouden met de gang van de lichtstralen door de M-Z-I, en met de vraag naar de optimale vorm en grootte van de lichtbron. In deze beschouwingen is nog niet betrokken het effect van de spectrale verdeling van het door de bron uitgezonden licht en de eisen die hieraan moeten worden gesteld.

Form. (18) gaf voor het weglengteverschil

$$d = 2x \sin \frac{\epsilon}{2} \cos \phi = 2x \sin \frac{\epsilon}{2} \cos \phi$$

Verder hebben we al aangegeven dat voor vlakke monochromatische golven de intensiteit J gelijk is aan

$$J = 4 J_1 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

en dit is ook te schrijven als

$$J = 2 A^2 \cos^2 \frac{\pi \cdot d}{\lambda} \quad (30)$$

waarin d = opt. weglengteverschil

λ = golflengte

A = amplitude van de golf

Om het interferentiepatroon van een niet-monochromatische uitgebreide lichtbron te beschrijven stellen we

- 1) alle punten van de lichtbron hebben dezelfde helderheid
- 2) alle punten geven een intensiteitsverdeling $\exp - k^2(\lambda - \lambda_0)^2$ waarin λ_0 de centrale frequentie is (gausskromme)
- 3) daar alle punten waarvoor $d = \text{constant}$ op de cirkel liggen met straal $s = f \tan \phi$ is het log.decrement evenredig met $2\pi s \cdot ds$ met $0 \leq s \leq a$

Form. (29) geeft nu

$$J = 4\pi A^2 \int_0^a s ds \int_0^\infty \exp. -k^2 (\lambda - \lambda_0)^2 \cos \left[\frac{\pi d(s)}{\lambda} \right] d\lambda. \quad (31)$$

Aanname 2) is niet geheel juist. De spectrale verdeling van flichtbronnen (gasontladingslampen e.d.) is geen Gausskromme. Maar monochromatoren en filters zullen het golflengtegebied in de practijk sterk beperken. Als we k^2 voldoende groot nemen zal er toch een redelijke schatting te maken zijn.

De integratie van (31) over λ kan in benadering worden uitgevoerd [14] en dan volgt

$$J = \frac{2\pi^{\frac{1}{2}} A^2}{k} \int_0^a s ds \left[1 + \exp. -\frac{\alpha^2}{4\lambda_0^2 k^2} \cos \alpha \right] \quad (32)$$

met $\alpha = \alpha(s) = \frac{2\pi d(s)}{\lambda_0}$ waarin de fout, ingevoerd door diverse benaderingen maximaal 5 % bedraagt.

Uit (32) blijkt, dat zowel voor een puntbron ($a \rightarrow 0$) als voor een monochromatische bron de intensiteit naar nul gaat. We kunnen nu veronderstellen dat a^2 en $\frac{1}{k}$ eindig blijven (wel erg klein) of dat

$$\frac{A^2 a^2}{k} \text{ constant als } k \rightarrow \infty \text{ en } \alpha \rightarrow 0$$

Als we de laatste veronderstelling nemen vinden we voor een "puntvormige" monochromatische lichtbron

$$J_{00} = \text{const.} [1 + \cos \alpha_0] \quad (33)$$

en voor een niet-monochromatische "puntbron"

$$J_0 = \text{const.} \left[1 + \exp \left(\frac{-\alpha_0^2}{4\lambda_0^2 k^2} \right) \cos \alpha_0 \right] \quad (34)$$

Uit (33) is dan door differentieren af te leiden dat er maxima en minima optreden voor

$$x = \frac{N \lambda_0}{4 \sin \frac{\epsilon}{2}}$$

en dat de afstand tussen twee maxima gegeven wordt door

$$w_{00} = x_{2n+2} - x_{2n} = \frac{\lambda_0}{2 \sin \frac{\epsilon}{2}} \approx \frac{\lambda_0}{\epsilon}$$

Als we dezelfde procedure toepassen op (34) vinden we

$$w_{00} = w_{00} \left[\frac{\beta}{1+\beta} \right]$$

met

$$\beta = 2\lambda_0^2 k^2$$

Het feit dat de lichtbron niet monochromatisch is geeft dus een vermindering van de "standaard" streepbreedte. Toch is de factor

$\frac{\beta}{1+\beta}$ niet ernstig, daar deze zeer dicht bij één ligt:

b.v. voor $\lambda = 5460 \text{ \AA}$ met een halfwaardebreedte van $12,5 \text{ \AA}$ is

$$2 k^2 \lambda_0^2 = \beta = 2,66 \cdot 10^5, \text{ dus } \frac{\beta}{1+\beta} \approx 1$$

De afname van de exponentiele term in (34) is van veel meer belang, daar hierdoor het aantal gevormde strepen N wel gereduceerd wordt. Als we een nog goed zichtbare streep beschouwen moet de dempingsfactor nog redelijk groot zijn. Als we x in standaardstreepbreedte meten (w_{00}) dan is $x = N \cdot w_{00}$, waarin N het gewenste aantal strepen.

Stellen we b.v. $\exp(-\frac{\alpha_0^2}{4\lambda_0^2 k^2}) = \frac{1}{20}$

dan is $\lambda_0^2 k^2 \geq \frac{\pi^2 N^2}{\log 20}$ (35)

Als we weer de halfwaardebreedte $(\lambda_0 - \lambda)_{\frac{1}{2}}$ invoeren geldt:

$$(\lambda_0 - \lambda)_{\frac{1}{2}} \leq \lambda_0^2 \log 2 \cdot \log 20 \cdot \pi^{-2} N^{-2} \text{ of } (\lambda_0 - \lambda)_{\frac{1}{2}} \leq \frac{1,44 \lambda_0}{\pi N}$$

Voor 200 strepen en $\lambda_0 = 5460 \text{ \AA}$ volgt $(\lambda_0 - \lambda)_{\frac{1}{2}} \leq 12,5 \text{ \AA}$

De integraal van (31) kan nu in eerste benadering worden geschat [14] Hieruit blijkt dat de streepbreedte vrijwel niet veranderd, maar dat de helderheid van de strepen het verst van de nulde orde de beperkende factor is. De helderheid hangt dus af van de helderheidsfactor K en de dempingsfactor t.g.v. de spectrale breedte van de lichtbron terwijl de toegestane afmetingen van de lichtbron groter zijn dan die van de in de praktijk gebruikte.

4) Enkele praktische aspecten van de Mach-Zehnder interferometer.

a) De openinghoek ω van de collimator volgt uit (27) :

$$a = f \left(\frac{2K}{N} \right)^{\frac{1}{2}}$$

dus $\omega = \frac{a}{f} = \left(\frac{2K}{N} \right)^{\frac{1}{2}}$

Bij een gewenst aantal strepen van gegeven helderheid is dus de openingshoek te berekenen. Meestal wordt de lichtbron door een veldlens scherp afgebeeld in het objectief van de kamera. Als de afbeelding van de lichtbron groter is dan de doorsnede van het objectief (door sterk diafragmeren) bepaalt de opening van de kamera het werkzame oppervlak van de lichtbron en wordt het aantal hel-

dere strepen groter. Het diafragma kan echter niet willekeurig klein worden gemaakt, daar de twee gescheiden lichtbundels ieder een beeld van de lichtbron in het objectief vormen die over een afstand $\epsilon.F$ zijn verschoven (ϵ is de heuk tussen de bundels, F is de brandpuntsafstand van het objectief). Om een zo groot mogelijke helderheid te verkrijgen moet ω steeds groter blijven dan ϵ .

b) Optische eigenschappen van spiegels en deelspiegels.

In het algemeen mag men stellen dat een verplaatsing van een interferentiestreep over eentiende streepbreedte nog kan worden gemeten 18,27,29 met als streepbreedte $w_s = \frac{\lambda}{\epsilon}$.

Voor de meeste toepassingen is de eis dat de afwijkingen van de interferentiestrepen zonder inhomogeniteit niet meer dan 0,1 streepbreedte mogen bedragen te zwaar en is een afwijking van 0,25 w_s wel toegestaan. Door het vergelijken van interferogrammen met en zonder inhomogeniteit kunnen deze afwijkingen worden geëlimineerd.

Normaal worden spiegels en deelspiegels gebruikt die een vlakheid en planparalleliteit hebben die beter is dan $0,1 \lambda$.

Over de montage van spiegels en deelspiegels, de benodigde instelmogelijkheden en de uitlijningen van de onderdelen is een groot aantal publicaties verschenen: [1,10,26,27,28.] [1] en [10] geven een uitgebreide lijst van referenties.

Enkele punten worden hier vermeldt:

- 1) De optische weglengten van meet- en referentiebundel moeten nauwkeurig gelijk worden gemaakt. De translatiemogelijkheid van minstens één spiegel moet een gevoeligheid hebben van ongeveer 1λ (4000 Å)
- 2) De spiegels moeten nauwkeurig parallel worden gesteld, en moeten om twee loodrecht op elkaar staande assen kunnen draaien. Deze assen moeten in het spiegeloppervlak liggen om te voorkomen dat gedurende een rotatie ook een translatie optreedt. De instelgevoeligheid moet ook ongeveer 1λ bedragen.
- 3) Een compensatiekamer met vensters, identiek aan die in de meetsectie van windtunnel of schokbuis moet in de referentiebundel worden opgenomen. De gasdruk in deze kamer moet nauwkeurig instelbaar zijn om kleine opt. weglengteverschillen te kunnen compenseren.

5) Uitwerking van interferogrammen.

Voor de kwantitatieve uitwerking van interferogrammen is het nodig om de verplaatsing van de interferentiestrepen ten gevolge van de dichtheidsvariaties t.o.v. de strepen zonder inhomogeniteit te bepalen. Daar er over het algemeen veel strepen per cm. worden gebruikt, wordt een comparator met micrometerschroeven veel gebruikt of een fotodensitometer. Kendall [29] beschrijft een analyzer waarvan de micrometerschroef mechanisch gekoppeld is aan een roterende registratietrommel.

Om de streepverplaatsingen te kunnen meten moeten ze geïdentificeerd kunnen worden. Vaak is er in het stromingsveld een gedeelte waar geen verstoring is opgetreden (b.v. voor een schokgolf) en dit niet-verstoorde gedeelte kan dan worden gebruikt als referentieveld. Om de strepen door een discontinuïteit te kunnen volgen kan een opname met wit licht worden genomen, waarvan de nulde-orde herkenbaar is. In andere gevallen is het nodig om twee opnamen te vergelijken ("flow" en "no-flow").

6) Nauwkeurigheid.

In het algemeen is de onnauwkeurigheid van de metingen van streepverplaatsingen ongeveer 0,1 streepbreedte.

Voor een twee-dimensionaal stromingsveld is afgeleid

$$\tau = \frac{L}{c} [n(x,y) - n_0]$$

Verder is

$$n - 1 = K \rho$$

dus

$$\rho(x,y) = \rho_0 + B \cdot s(x,y)$$

waarin $B = \frac{\lambda}{K \cdot L}$

s = verplaatsing van de streep

ρ_0 = referentiedichtheid

Als de onnauwkeurigheid in de meting van $s \approx 0,1$ streepbreedte is dan is de onnauwkeurigheid in het dichtheidsverschil

$$\delta(\rho - \rho_0) = 0,1 B.$$

Als we $\delta\rho_0$ verwaarlozen (meting van ρ_0 is op andere wijze mogelijk) dan geldt

$$\delta\rho = 0,1 B.$$

Als $\lambda = 5,4 \cdot 10^{-5}$ cm.

$K = 0,227 \text{ cm}^3 \text{ gr}^{-1}$

$L = 10$ cm.

dan is $B = 2,4 \times 10^{-6} \text{ gr. cm}^{-3} = 2,4 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^{-3}$

In de praktijk is gebleken dat deze waarde redelijk is. North [22] heeft een overzicht gegeven van waarnemingen van diverse onderzoekers van allerlei opstellingen ,waaruit een onnauwkeurigheid tussen 2,0 en $25 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^{-3}$ blijkt. Uit het bovenstaande volgt ook dat het absolute dichtheidsverschil groter dan $10^{-2} \text{ kg m}^{-3}$ moet zijn wil men met enige nauwkeurigheid meten.

7) Kosten van een Mach-Zehnder interferometer.

Voor vele toepassingen is de M-Z-I een ideaal meetinstrument dat direct de dichtheid als functie van de plaats in een veld kan bepalen. Er kleven echter twee grote bezwaren aan de M-Z-I :

- a) de instelling en uitlijning is tijdrovend en vereist een vrij grote ervaring.
- b) de kosten van het instrument zijn hoog.

Vooraf dit laatste bezwaar verhindert vele onderzoekers om een M-Z-I aan te schaffen en er is dan ook naarstig gezocht naar andere, goedkopere apparatuur, die voor bepaalde toepassingen de M-Z-I. zou kunnen vervangen.

De bezwaren a) en b) zijn niet onafhankelijk, want hoe gemakkelijker de instelling en uitlijning, hoe groter de aanschaffingskosten.

Het is zonder meer duidelijk dat de M-Z-I goedkoper wordt naarmate een kleinere doorsnede van spiegels en deelspiegels toelaatbaar is. Om interferentiestrepen te kunnen zien mogen de golffronten echter slechts zeer kleine hoeken met elkaar maken en iedere spiegel en deelspiegel moet dus voorzoen zijn van een grof- en fijninstelling, reproduceerbaar en zonder dode gang. Bovendien moet het geheel gemonteerd zijn op een star frame ,dat trillingsvrij moet zijn opgesteld, en moet het instrument gecompenseerd zijn voor temperatuursvariaties.

Wanneer aan deze eisen is voldaan zijn de kosten al zo hoog dat een besparing op de spiegels en deelspiegels relatief klein is.

8) Andere kwantitatieve meetmethoden.

De in de vorige paragrafen genoemde bezwaren hebben er toe geleid dat men de schlierenmethode heeft trachten aan te passen aan bepaalde objecten voor kwalitatieve metingen:

Schardin [30] gebruikt in de plaats van het schlierenmes een grof raster in het brandvlak van de lens. Weibel [32] gebruikt een vierkant mes buiten het brandvlak, Witteman [33] gebruikt een fotomultiplier om de integratie uit te voeren, en Francon en Nomarski gebruiken een dubbelbrekend prisma in gepolariseerd licht. Op de laatste methode wordt in hoofdstuk V uitvoerig ingegaan, omdat deze in de groep stromingsleer toepassing vindt.

De voordelen van deze methoden liggen in het financiële vlak. De grote nadelen:

1) in principe wordt de eerste afgeleide naar de plaats gemeten en dus is integratie noodzakelijk.

2) de brekingsindexgradiënt (dichtheidsgradiënt) kan maar in één richting tegelijk worden bepaald, afhankelijk van de stand van mes, raster of biprisma. Om de werkelijke gradiënten te bepalen moeten twee opnamen worden gemaakt waarna in elk punt van het veld de gradiënten vectoriëel moeten worden samengesteld.

Andere op interferentie berustende methoden zijn beschreven door Kraushaar [34], Weinberg [4] en Erdmann [35].

De interferometers van Kraushaar en Weinberg zijn gebaseerd op het gebruik van diffractierasters om een lichtbundel in twee delen te splitsen.

De interferometer van Kraushaar (K.I.) heeft grote nadelen (zie figuur 12):

a) de ruimtelijke scheiding van de meetbundel en referentiebundel is zeer gering.

b) van de door het eerste raster geproduceerde interferentiepatronen worden alleen de eerste en tweede orde gebruikt, waardoor het systeem zeer lichtzwak is.

c) het gezichtsveld is een cirkel met de halve straal van de benodigde parabolische spiegels.

Tot nu toe is er dan ook slechts één andere publicatie over de K.I. verschenen: Sterrett en Ervin hebben de methode nader onderzocht en kwamen tot de conclusie dat voor de meeste toepassingen

de K.I. niet bruikbaar is.

De interferometer van Weinberg (W.I.) is gebaseerd op het gebruik van vier diffractierasters (zie figuur 13). De bij de K.I. vermelde bezwaren a) en b) gelden hier ook. Het gezichtsveld wordt beperkt door de oppervlakte van de vier rasters D_1 tot en met D_4 . Ten opzichte van de M.Z.I. is deze methode goedkoop en eenvoudig uit te lijnen. Over het algemeen is het interferentiepatroon niet in het hele veld gelijk ten gevolge van inhomogeniteiten in de rasters. Door de geringe lichtsterkte is de W.I. niet geschikt voor het bemeten van snelle verschijnselen.

Bij de interferometer van Erdmann is de methode om interferentiepatronen te verkrijgen een modificatie van het fasecontrastprincipe van Zernike. De bezwaren die aan deze methode kleven zijn:

- a) het instrument is niet erg lichtsterk
- b) voor het vastleggen van een onbekend dichtheidsveld moeten in principe vier opnamen worden gemaakt, omdat de interferometeropnamen slechts in één richting de dichtheid vastleggen. Er moeten dus twee opnamen onder 90° gemaakt worden. De verschuiving van de interferentiepatronen zijn echter niet éénduidig voor wat betreft de richting van de dichtheidsveranderingen, en daarom moeten nog twee normale schlierenopnamen (ook onder 90°) worden gemaakt om de richtingen vast te leggen. Alleen in het geval dat de dichtheidsveranderingen zich tot een klein deel van het gezichtsveld beperken kan met twee opnamen worden volstaan.

HOOFDSTUK IV

Laser-interferometers.

1) De werking van een laser.

Een laser is een met optische frequentie ongedempt oscillerende interferometer (optische trilholte), meestal een Fabry-Perot of een daarvan afgeleide vorm (zie figuur 14). De ont-demping wordt verkregen door middel van gestimuleerde emissie (laser = light amplification by stimulated emission of radiation) van een medium dat door toevoeren van energie ("pompen") in een geïnverteerde bezettingstoestand is gebracht.

De frequentie van de trilholte wordt bepaald door de spiegelconfiguratie, is dus in feite een eigenfrequentie van een macroscopische oscillator en is uiterst scherp gedefiniëerd. (zie 2)).

Uit de geometrische optica volgt dat de straling een golflengte heeft die, voldoet aan

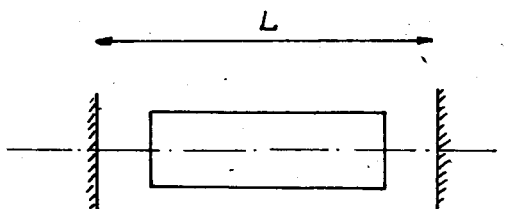
$$\lambda = \frac{2L}{q} \tag{1}$$

waarin L de lengte van de trilholte en q een geheel getal is.

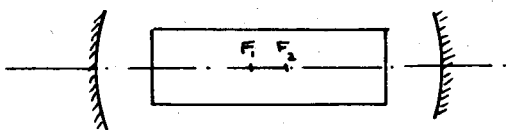
De uitlijning van een Fabry-Perot interferometer is moeilijk, en daarom worden ook confocale- of hemisferische trilholten gebruikt. Ook dan is aan te tonen dat de bovenstaande formule voor λ geldig is.

De versterking per rondgang van dergelijke trilholten is maar een paar procent, maar de kwaliteitsfactor Q (die alleen afhangt van de reflectiecoëfficiënten van de spiegels) kan zeer groot worden (in de orde van 10^8). Door één of beide spiegels iets doorlatend te maken kan de straling uit de trilholte treden en kan de laser als lichtbron worden gebruikt.

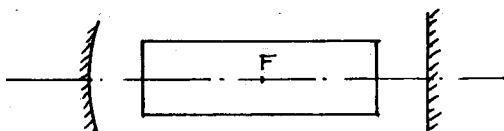
Het is mogelijk om door speciale maatregelen slechts één van de vele



Fabry-Perot.



Confocaal.



Hemisferisch.

mogelijke frequenties ("modes") te laten oscilleren, bij voorbeeld door gebruik te maken van spiegels die alleen in een bepaald golflengtegebied hoog-reflecterend zijn.

In 1958 verwachtten Schawlow en Townes op theoretische gronden dat laserwerking mogelijk zou zijn. Maiman toonde in 1960 voor het eerst laserwerking aan in een robijn, en Javan bouwde in 1961 de eerste gaslaser. De ontwikkeling van lasers is sindsdien zeer snel gegaan en momenteel zijn er al vele media (zowel vaste, vloeibare als gasvormige) gevonden waarin laserwerking op kan treden. Birnbaum [42a] geeft uitvoerige tabellen daarvan en ook in [36] en [37] zijn vele gegevens te vinden.

De meeste media zijn ongeschikt voor het gebruik in een laser die als lichtbron moet dienen daar

- a) de uitgestraalde golflengten niet in het zichtbare gebied liggen
- b) het uitgestraalde golfvront bijzonder inhomogeen is.

Momenteel worden er voor het onderzoek van dichtheidsvelden drie lasertypen gebruikt:

- a) de He-Ne-laser
- b) de Argonlaser
- c) de robijnlaser.

In de volgende paragrafen zullen we de van belang zijnde eigenschappen van deze lasers kort bespreken en vervolgens de toepassingsmogelijkheden bekijken.

2) Eigenschappen van lasers.

a) De He-Ne-laser.

Het actieve medium is een He-Ne-mengsel, waarin de bezettingsinversie van de $3s-2p$ niveaus verkregen wordt door een R.F. gasontlading in de buis zelf. Dit "pomp"-proces heeft een hoog rendement waardoor continue werking mogelijk is. De belangrijkste golflengte ligt in het rood: $0,6328 \mu\text{m}$. Het uitgestraalde vermogen bedraagt ongeveer 100 mW. [40, 42.]

Het uitgestraalde licht is bijna monochromatisch, de frequentieafwijkingen bedragen minder dan 25 Hz. Uit $\Delta\nu\Delta t \approx \frac{1}{4\pi}$ en $\Delta l = c\Delta t$ volgt dat de coherentielengte vele kilometers bedraagt. [40]

De energieverdeling over de doorsnede van de lichtbundel is praktisch constant [42], en de divergentie van de bundel bedraagt ongeveer $0,3 \cdot 10^{-3}$ rad. voor een laser van 1 m. lengte, slechts weinig meer dan de diffractie grens voor een apertuur van 1 cm.

b) De Argon-laser.

Het actieve medium is argon, de bezettingsinversie tussen de ionen-niveau's wordt verkregen door grote stromen door de buis te sturen. Ook hier is continue werking mogelijk, en het uitgestraalde vermogen ligt op ongeveer 1 W. bij een golflengte van $0,5145 \mu\text{m}$. of $0,4880 \mu\text{m}$. Het licht heeft verder dezelfde eigenschappen als dat van een He-Ne-laser : zeer monochromatisch en een constante energieverdeling over de doorsnede en een kleine divergentie. Door speciale maatregelen (Q-spoiling) zijn grote vermogens in zeer korte tijden beschikbaar. De ontwikkeling van de Argon-laser is nog in volle gang, vooral voor wat betreft het verkrijgen van grotere vermogens.

c) De Robijn-laser.

Als actief medium fungeert Cr^{3+} in Al_2O_3 (robijn). De bezettingsinversie ontstaat door het instralen van licht van een flitslamp. Het rendement van deze "optische pomp" is erg laag waardoor voor continue werking bij kamertemperatuur zeer grote vermogens beschikbaar moeten zijn. Bij kleine pulsduur (5msec.) zijn vermogens in de orde van kilowatts bereikbaar bij een golflengte van $0,6943 \mu\text{m}$. De divergentie van de bundel is groter dan bij een gaslaser, namelijk ongeveer $2 \cdot 10^{-3}$ rad. voor een laser van 12 cm. lengte. De coherentielengte is kleiner dan bij een gaslaser en ligt in de orde van enkele tientallen meters. Door inhomogeniteiten in het kristal is de energieverdeling over de doorsnede van de bundel niet constant.

3) Toepassingen van lasers.

a) High-speed fotografie.

De toepassing van een laser als lichtbron voor het fotograferen van dichtheidsvelden heeft diverse aspecten:

1. aanpassing van de fotografische plaat aan de golflengte van het laserlicht
2. de intensiteitsverdeling over de doorsnede van de bundel
3. het uitgestraalde vermogen per eenheid van oppervlak van de fotografische plaat.

Daar de intensiteitsverdeling over de doorsnede van de bundel bij een gaslaser veel constanter is dan bij een robijnlaser verdient de eerste de voorkeur voor het maken van opnamen. De energie van een He-Ne-laser is echter niet groot genoeg om bij kleine belichtingstijden ($< 10^{-6}$ sec.) voldoende zwarting van de plaat te geven. De Argon-laser geeft meer vermogen (continu ongeveer 3 W.) maar dit is ook nog niet voldoende. De gaslasers worden dan ook alleen gebruikt voor het fotograferen van stationaire verschijnselen.

De robijnlaser kan door het invoegen van een Kerr-cel in de trillholte (Q-spoiling) bij belichtingstijden van 10^{-8} sec. zeer grote vermogens leveren (vele kilowatts), en dit is ruim voldoende om een fotografische plaat over een voldoende groot oppervlak goed te belichten. Het grote nadeel is de niet-uniforme belichting over het oppervlak van de plaat, terwijl de intensiteit ook van puls tot puls sterk variëert.

De bovengenoemde nadelen komen duidelijk tot uiting op de door G.Hecht [48] gepubliceerde opnamen met een Q-spoiled robijnlaser van een explosie in een buis. De opnamen werden gemaakt door met een interval van 10^{-6} sec. de kerr-cel gedurende 10^{-8} sec. te openen.

Momenteel is er nog geen andere laser beschikbaar die het maken van high-speed opnamen mogelijk maakt. Misschien kan in de nabije toekomst de Argon-laser zover verbeterd worden dat voldoende vermogen beschikbaar komt.

b) Laser-interferometrie.

Alvorens de laser-interferometrie nader te beschouwen zullen we nagaan welke consequenties de eigenschappen van het laserlicht, namelijk de grote coherentielengte en de kleine divergentie, voor de schaduw- en schlierenfotografie hebben.

Schaduwfotografie.

De interpretatie van schaduwopnamen werd gebaseerd op de geometrische optica, waarin afzonderlijke lichtstralen werden beschouwd die aan de afbuigings- en reflectiewetten voldoen zonder dat de stralen elkaar beïnvloeden. Deze beschouwing mag niet worden toegepast op de coherente, parallelle laserstralen, daar de superpositie van afgebogen op niet-afgebogen stralen interferentiepatronen oplevert die niet meer te interpreteren zijn. Voor het maken van schaduwopnamen is een laser dan ook niet geschikt. [43].

Schlierenfotografie.

Hetzelfde bezwaar als bij de schaduwopnamen doet zich ook bij schlierenfotografie voor. Bovendien treedt er diffractie op aan de vaste begrenzingen (schlierenmes e.d.) die ook aanleiding geven tot interferentiestrepen op plaatsen waar geen dichtheidsveranderingen aanwezig zijn.

Een tweede moeilijkheid ontstaat als gevolg van de geringe divergentie van de bundel. Als het licht wordt gefocusserd ontstaat een uiterst kleine lichtvlek in het brandvlak van lens of spiegel waarvan de afmetingen bepaald worden door de diffractiepatronen veroorzaakt door de beperkende apertuur. De energiedichtheid is dan, vooral bij gepulste robijnlasers, zo groot dat in het brandvlak geplaatste voorwerpen worden verbrand.

De schlierenopstellingen moeten dus worden aangepast aan de eigenschappen van het laserlicht. Een overzicht geeft A.K. Oppenheim [43].

Interferometrie

De grote coherentielengte van de laserstraling maakt het uitvoeren van interferentieproeven bijzonder gemakkelijk, en zelfs mogelijk met onafhankelijke lasers van verschillende golflengten.

De toepassing van lasers is van grote invloed op de constructie van interferometers, met name van de M.Z-interferometer, en maakt ook de toepassing van andere typen in de stromingsleer mogelijk [45].

Het is duidelijk dat een laser zonder meer geschikt is als lichtbron voor een "conventionele" M-Z-I, zoals beschreven in hoofdstuk III. De monochromaticiteit van het laserlicht is veel beter dan de daar afgeleide waarde van $12,5 \text{ \AA}$ en de uitgebreidheid van de gefocusseerde bundel is veel kleiner dan de door formule (26) gegeven waarde.

Er zijn belangrijke voordelen verbonden aan het gebruik van een laser:

- 1) De optische weglengten van meetbundel en referentiebundel behoeven niet meer aan elkaar gelijk te zijn om interferentiestrepen te kunnen waarnemen. Hiermee vervalt de noodzaak om een compensatiekamer in de referentiebundel op te nemen en om nauwkeurige translatiemogelijkheden van de spiegels aan te brengen.
- 2) Een belangrijk deel van het uitlijnprobleem is verdwenen omdat elk deel van de bundel met elk ander deel kan interfereren. De spiegels behoeven niet meer nauwkeurig parallel te worden gesteld om interferentiestrepen te kunnen waarnemen, en de spiegelrotaties dienen alleen om de locatie en de breedte van de strepen te kunnen instellen.
- 3) De optische elementen behoeven niet meer alle dezelfde grootte te hebben als het object, want door de geringe divergentie van de bundel en de grote monochromaticiteit (geen dispersie) is het mogelijk de bundel met lenzen te vergroten of te verkleinen met behoud van de coherentie in tijd en plaats.

De hierboven genoemde voordelen leveren een aanzienlijke kosten- en tijdbesparing op.

Als voorbeeld bespreken we een door Goldstein geconstrueerde interferometer. (zie figuur 15) .Het laserlicht wordt door een deelspiegel DS_1 gesplitst. De ene bundel dient als referentie,

de andere wordt via een negatieve lens op een parabolische spiegel geworpen. Er valt nu een bundel met grote doorsnede door het object, die door de tweede parabool en negatieve lens op de tweede deelspiegel terecht komt. Het objectief beeldt het object en de daar gelocaliseerde interferentiestrepen af op de fotografische plaat. Doordat de lenzen en deelspiegels buiten de meetbundel zijn gehouden wordt het diffractiepatroon zoveel mogelijk gereduceerd al treedt er wel enige abberatie op. De streepbreedte wordt evenals bij een conventionele M-Z-I gecontroleerd door draaiing van de deelspiegels. Daar de bundel door het object sterk vergroot is ten opzichte van de laserbundel zelf worden ook de interferentiestrepen vergroot, waardoor de nauwkeurigheid waarmee de deelspiegel moet worden gedraaid in dezelfde mate wordt verkleind. De instelling wordt dus gemakkelijker.

Uit dit voorbeeld blijkt nog eens dat aan het gebruik van een laser grote voordelen zijn verbonden en dat men bij de constructie van een interferometer een grote mate van vrijheid heeft om deze aan te passen aan het te onderzoeken object.

4) Toepassing van holografie.

De holografische methode voor het maken van een afbeelding van een voorwerp werd voor het eerst door Gabor [50] beschreven in 1948. Met deze methode is het mogelijk om op een fotografische plaat zowel de amplitude als de fase van het door het voorwerp gereflecteerde golffront vast te leggen. De fase-informatie maakt het mogelijk het oorspronkelijke golffront te reconstrueren en een driedimensionaal beeld te vormen.

We zullen hier kort het principe van de opname van het hologram en de reconstructie van het beeld bespreken. Voor de wiskundige beschrijving van het principe wordt verwezen naar [41] en [51].

Momenteel zijn er 5 typen van holografie te onderscheiden:

- a) Gabor-holografie
- b) Transmissie-holografie
- c) Diffuse-transmissie-holografie
- d) Reflectie-holografie
- e) Fourier-holografie.

Alle typen hebben één gemeenschappelijk principe, namelijk dat een referentiebundel en een bundel afkomstig van het object tegelijkertijd op een fotografische plaat vallen en daar interferentiepatronen doen ontstaan die de fase- en amplitude-informatie van de objectbundel vastleggen. De ontwikkelde plaat wordt een hologram genoemd. Het oorspronkelijke golffront, afkomstig van het object, kan weer worden gereconstrueerd door het hologram te verlichten met dezelfde lichtbron in dezelfde geometrische positie als bij de opname.

Gabor maakte zijn eerste hologrammen met een zo goed mogelijk monochromatische lichtbron, maar de ontwikkeling van de laser heeft de holografie een enorme stimulans verschaft.

a) Gabor-holografie.

Figuur 16 geeft het principe van dit type weer. Een laser met veldlens geeft een divergente bundel, waarin een klein object is geplaatst. Het om het object gaande licht vormt de referentiebundel en het van het voorwerp afkomstige licht de meetbundel. Bij de reconstructie wordt het voorwerp verwijderd en er ontstaan twee beelden van het object, een reëel en een virtueel.

Bij deze methode zijn de afmetingen van het voorwerp beperkt, daar het object veel kleiner moet zijn dan de breedte van de referentie-bundel. Het oplossend vermogen is niet groot omdat de meet- en referentiebundel maar kleine hoeken met elkaar maken, waardoor brede interferentiestrepen ontstaan. Bij de reconstructie doet zich de moeilijkheid voor dat de twee beelden op dezelfde lijn liggen, waardoor het niet eenvoudig is ze te scheiden. De voordelen zijn dat een plaat kan worden gebruikt die geen groot oplossend vermogen behoeft te hebben en dus snel is, en dat de opstelling niet erg gevoelig is voor trillingen.

b) Transmissie-holografie.

Voor het maken van doorzichtige objecten is deze methode het beste. Figuur 17 geeft een voorbeeld van een opstelling die veel overeenkomst vertoont met een M-Z-I. Het licht wordt door een deelspiegel gesplitst, waarvan één deel door het object gaat en het andere als referentie dient. Ten opzichte van een M-Z-I zijn er twee verschillen:

- 1) de twee bundels maken een grote hoek, waardoor de streepbreedte zeer klein wordt (in de orde van microns.)
- 2) het interferentiepatroon is niet gelocaliseerd op de plaats van het dichtheidsveld, maar ontstaat op de fotografische plaat. Er wordt dan ook geen afbeeldingsoptiek gebruikt.

c) Diffuse-transmissie-holografie.

De diffuse-transmissie-holografie is vrijwel gelijk aan de transmissie-holografie. Er wordt in de meetbundel een diffuus doorlatend scherm geplaatst en het hologram geeft informatie over wat er op het scherm te zien is. Deze methode wordt gebruikt voor het vastleggen van de afmetingen van vaste voorwerpen die in de meetbundel geplaatst een schaduw werpen op het scherm. Het diffuse scherm produceert een zekere hoeveelheid "optische ruis", hetgeen hinderlijk is als het oplossend vermogen van de plaat niet groot is. Een voordeel is dat de gevoeligheid voor trillingen kleiner is dan bij de directe transmissie-holografie.

d) Reflectie-holografie.

Bij dit type wordt het voorwerp van een zijde belicht en de

gereflecteerde bundel wordt voor het maken van het hologram gebruikt. (figuur 18). De opstelling moet stabiel en ongevoelig voor trillingen zijn, terwijl de plaat een groot oplossend vermogen moet hebben. Deze methode kan ook gebruikt worden voor het vergelijken van ondoorzichtige objecten.

e) Fourier-holografie.

Het is mogelijk om de interferometer voor het maken van een hologram zodanig te construeren dat de amplitude- en fase-informatie wordt verkregen door rechte interferentiestrepen, die onder verschillende hoeken op het hologram liggen en verschillende streepafstanden hebben. Het oplossend vermogen wordt dan groter dan bij de andere typen, en het is mogelijk om meer details te verwerken dan de korrel van de film normaal toelaat. Deze methode verkeert nog in het ontwikkelingsstadium. Een theoretische beschouwing is te vinden in [41].

Het ligt voor de hand om voor het vastleggen van dichtheidsvelden de transmissie-holografie te gebruiken. Uit een met deze methode gemaakt hologram kan het oorspronkelijke golfveld weer worden gereconstrueerd om met een interferometer de dichtheid van het veld te bepalen. We kunnen gebruik maken van parallelle bundels evenals bij een M-Z-I. Bij de reconstructie met evenwijdig licht kunnen we de bundel focuseren met een lens, waardoorin het brandvlak afbeeldingen ontstaan van de lichtbron in diverse diffractie-orden. De informatie wordt gedragen door de beide eerste-orde diffractiebundels en wordt nu geconcentreerd in de beide eerste-orde afbeeldingen van de lichtbron. Eén van deze afbeeldingen gebruiken we, de andere beelden diafragmeren we weg. We kunnen met een mes een schlieren-opstelling maken, met een $\frac{1}{2}\lambda$ plaatje een donkerveld-opname of met een $\frac{1}{4}\lambda$ plaat een fasecontrast-opname.

Het is echter mogelijk om op eenvoudige manier direct-buikbare hologrammen te maken [52], door één plaat twee keer te belichten: eerst zonder, daarna met een dichtheidsveld. Bij de reconstructie van dit hologram ontstaan direct interferentiepatronen zoals bij een M-Z-I. in de nul-instelling. De inter-

ferentiestrepen zijn lijnen van constante dichtheid. Heflinger geeft enkele voorbeelden van op deze wijze gemaakte interferogrammen. De voordelen van deze methode zijn:

- a) de twee opnamen zijn alleen gescheiden in de tijd en worden door hetzelfde optische systeem gemaakt. De fouten ervan worden automatisch geëlimineerd.
- b) het gereconstrueerde interferogram bevat drie-dimensionale informatie, en kan onder diverse hoeken en op diverse plaatsen in de richting van de lichtbundel worden bekeken.

De nadelen van deze methode zijn:

- a) voor het verkrijgen van een goed interferogram is het noodzakelijk dat de intensiteit bij beide opnamen gelijk is. Dit is met de gepulste robijn-laser erg moeilijk.
- b) de opstelling moet zeer stabiel en ongevoelig voor trillingen zijn.

Uit het voorgaande blijkt dat de toepassing van holografie nieuwe mogelijkheden oplevert voor het meten van dichtheden en dichtheidsverschillen in schokbuizen en windtunnels. Dit is vooral van belang voor het onderzoek van driedimensionale velden van grote diepte, die met de conventionele technieken niet te bemeten zijn, en de holografie moet dan ook worden gezien als een waardevolle uitbreiding van het arsenaal van optische meetmethoden.

Conclusie.

Gezien de snelle ontwikkeling van de laser-technieken lijkt het niet verantwoord om voor de Groep Stromingsleer een conventionele Mach-Zehnder Interferometer aan te schaffen.

Het is van het grootste belang om de nieuwe mogelijkheden en methoden nauwlettend te volgen en zo mogelijk ook in de Groep ervaring op te doen in het werken met lasers. Voor het bemeten van stationaire velden (zoals die in de te bouwen supersone tunnel optreden) en het vertrouwd raken met de laser-moeilijkheden en mogelijkheden lijkt de aanschaf van een kleine He-Ne-laser verantwoord. De kosten hiervan ($\approx f$ 10.000) wegen ruimschoots op tegen de ervaring die er mee kan worden opgedaan.

Daar de voorhanden zijnde literatuur nog zeer beperkt is, en de ervaring met giant-puls-lasers nog gering, zal de aanschaf daarvan nog geruime tijd moeten worden uitgesteld.

De toepassing van holografie voor het bemeten van dichtheidsvelden kan pas ter hand worden genomen wanneer voldoende resultaten zijn bereikt met de toepassing van lasers in gewone opstellingen.

HOOFDSTUK V

Toepassing van de schliereninterferometer met Wollaston-prisma.

1) Inleiding.

Zoals reeds in Hoofdstuk I vermeld, is in de Groep Stromingsleer een schliereninterferometer aanwezig waarmee dichtheidsgradiënten kwalitatief kunnen worden bepaald. Om de dichtheid als functie van de plaats te bepalen is dus integratie noodzakelijk.

Het principe van de schliereninterferometer berust op de werking van het biprisma van Wollaston, dat een lineair-gepolariseerde lichtstraal splitst in twee onderling loodrecht gepolariseerde stralen die coherent zijn en een kleine hoek met elkaar maken. Deze stralen vallen op een kleine afstand van elkaar door het dichtheidsveld en ondervinden ten gevolge van dichtheidsverschillen een onderlinge faseverschuiving, die door interferentie zichtbaar wordt als een kleurverschil wanneer de beide stralen opnieuw door een biprisma gaan. Het kleurverschil is een maat voor het brekingsindexverschil.

De brekingsindex-gradiënt is maar in één richting te meten zodat twee opnamen (bij voorbeeld onder 90° ten opzichte van elkaar) nodig zijn om het veld geheel vast te leggen.

Om de absolute waarde van de dichtheid te kunnen bepalen moet de dichtheid in één of meer punten van het veld bekend zijn.

Er zijn diverse opstellingen mogelijk:

- a) in doorzicht
- b) in reflectie
- c) in doorzicht met één prisma (alleen met monochromatisch licht)

In de volgende paragrafen wordt de werking van de schliereninterferometer kort besproken. Een uitgebreide behandeling is te vinden in [55] en [56]. Tenslotte worden enkele metingen uitgewerkt van het dichtheidsverloop achter een schokgolf in CO_2 ten gevolge van relaxatie-effecten.

2) Het biprisma van Wollaston.

Het biprisma van Wollaston bestaat uit twee kwartswiggen met gelijke tophoeken, die zodanig tegen elkaar zijn gekit dat de optische assen onder 90° ten opzichte van elkaar staan. (zie figuur 19). De optische assen zijn aangegeven met de pijlen \vec{a} en \vec{b} .

Een onder 45° ten opzichte van \vec{a} en \vec{b} gepolariseerde lichtstraal wordt door het prisma gesplitst in twee coherente, onderling loodrecht gepolariseerde stralen met gelijke amplitude: de ene straal (1) is evenwijdig aan \vec{a} , de andere (2) evenwijdig aan \vec{b} gepolariseerd

De hoek die de stralen met elkaar maken wanneer zij uit het prisma treden wordt gegeven door

$$\nu = \frac{2(n_{ex} - n_{or})}{n_a} \alpha$$

waarin n_{ex} resp. n_{or} de extra-ordinaire en ordinaire brekingsindices van kwarts zijn, n_a de brekingsindex van de omgeving en α de top-hoek van het prisma.

Voor $\lambda = 0,560 \mu m$. geldt $n_{ex} - n_{or} = 0,0091$ en dan is voor

$$\begin{aligned} \alpha = 5^\circ & : \nu = 5'28'' \\ \alpha = 2^\circ & : \nu = 2'11'' \end{aligned}$$

Figuur 19 geeft de stralengang door het prisma. (1) en (2) schijnen te komen uit het punt A tussen A_1 en A_2 . Het punt A schuift in een vlak T, afhankelijk van de plaats van inval van de straal(N).

Door het aanbrengen van $\frac{1}{2}\lambda$ -laagjes is het mogelijk ν constant te houden voor een groot golflengtegebied en ook voor scheef-inval-lend licht.

3) De gecentreerde opstelling met een sferische spiegel.

Met behulp van een condensor en een vlak spiegeltje wordt van de lichtbron S een afbeelding gemaakt in het biprisma (zie figuur 20). De afbeelding σ ligt in het kromtemiddelpunt van de sferische spiegel, waardoor de teruggekaatste stralen een nieuw beeld van S vormen in σ' .

Het object wordt vlak voor de spiegel geplaatst en een objectief maakt hiervan een afbeelding op het scherm of de fotografische plaat. Een lineaire polarisator (po) achter de condensor polariseert het licht onder 45° ten opzichte van de optische assen

van het biprisma en de analysator is geplaatst tussen het biprisma en het objectief. Figuur 21 geeft de stralengang door het prisma in de gecentreerde opstelling, waarbij het kromtemiddelpunt van de spiegel in het vlak T ligt op een afstand ξ onder het vlak Π door het midden van het prisma.

Een loodrecht in het prisma vallende lichtstraal wordt gesplitst in twee stralen 1 en 2 die door de spiegel in de punten P_1 en P_2 worden gereflecteerd. P is de verlenging van de invallende straal. Daar de spiegel een kleine openingshoek heeft, is de rechte P_1P_2 evenwijdig aan de x-as. De gereflecteerde stralen komen samen in het vlak T even ver beneden de z-as als A er boven ligt. De stralen gaan dus twee keer door het prisma.

De optische weglengten in lucht AP_1A' en AP_2A' zijn gelijk en het optische weglengteverschil tussen de stralen 1 en 2 wordt zonder object voor de spiegel alleen bepaald door het prisma. De optische weglengte van straal 1 is $2(IB \cdot n_{or} + ID \cdot n_{ex})$, van straal 2 $2(ID \cdot n_{ex} + IB \cdot n_{or})$. Nadat de stralen twee keer door het biprisma zijn gegaan is er een verschil Δ tussen de stralen, ontstaan ter grootte van

$$= 2(n_{ex} - n_{or})(IB - ID).$$

Nu is $IB - ID = -2IH$ en $IH = \xi \tan \alpha$

daar

$$n^2 = 2(n_{ex} - n_{or})\alpha$$

volgt

$$\Delta = -2n^2\xi \quad (2)$$

Dit optische weglengteverschil is dus onafhankelijk van de plaats van A in het biprisma en van het punt P op de spiegel. Alle stralendie uit S komen en door σ en σ' gaan hebben hetzelfde optische weglengteverschil, en dit staat het gebruik van een uitgebreide lichtbron toe. Door het aanbrengen van $\frac{1}{2}\lambda$ -laagjes op het prisma is het mogelijk om ook voor scheef-invallend licht de hoek ν constant te houden, zodat het prisma ook in sterk convergerend licht is te gebruiken.

Over het gehele gezichtsveld is een egale kleur waar te nemen, die afhankelijk van de grootte van ξ correspondeert met een van de kleurenschalen van Newton, want als $J(\lambda)$ de spectrale intensiteitsverdeling is, is er achter gekruiste polarisatoren een spec-

trale intensiteit

$$J(\lambda) \cdot \sin^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda}$$

waar te nemen en achter evenwijdige polarisatoren het complement:

$$I(\lambda) \cdot \cos^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda}$$

Als het kromtemiddelpunt niet in het vlak T ligt (gedecentreerde opstelling), is Δ afhankelijk van de hoogte waarop de stralen in het biprisma vallen en neemt men gekleurde parallelle strepen waar. Hoe groter de decentreringsis des te meer strepen verschijnen.

Bij de bovenstaande afleiding is geen rekening gehouden met de omgeving, de omringende lucht. Hierin kan afbuiging van de lichtstralen optreden, waardoor de stralen die vanuit A schijnen te komen niet in A' maar in A'' terecht komen. (zie figuur 19). In [55] is aangetoond dat door de autocompensatie van het prisma ook dan hetzelfde weglengteverschil Δ optreedt.

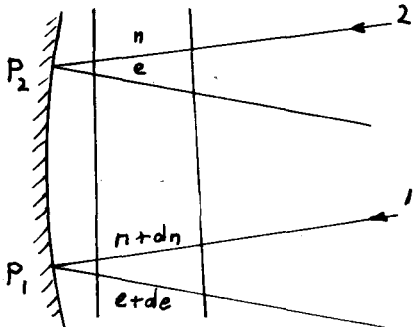
4) Optisch weglengteverschil ten gevolge van een object.

Vlak voor de spiegel wordt een doorzichtig object met een dikte e geplaatst, waarin brekingsindexvariatiaties optreden. We nemen aan dat e en n alleen functies zijn van x en y .

Het optische weglengteverschil tussen de stralen 1 en 2 is nu niet meer constant en gelijk aan Δ daar in het object een verschil l_q ontstaat. Daar het deel van de ruimte dat nu door het object wordt ingenomen eerst met lucht gevuld was moet l_q verminderd worden met l_a , en nu geldt

$$\delta - \Delta = l_q - l_a$$

waarin δ het werkelijke optische weglengteverschil is.



Nu is

$$l_q = 2 \left\{ (n+dn)(e+de) - n \cdot e \right\}$$

$$l_a = 2(e+de - e) \cdot n_a$$

dus

$$l_q - l_a = 2 \left\{ (n+dn - n_a)(e+de) - (n - n_a)e \right\}$$

$$= 2 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (n - n_a) e \right\} dx$$

$$\text{met } dx = P_1 P_2 = \frac{\sqrt{}}{n_a} R.$$

dus geldt

$$l_q - l_a = 2 \sqrt{R} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{n-n_a}{n_a} \cdot e \right) = 2 \sqrt{R} \theta_x = \delta - \Delta$$

Voor gegeven prisma en spiegel zijn \sqrt{R} en R bekend en hangt het complementaire wglengteverschil $\delta - \Delta$ alleen van θ_x af. We nemen dus een kleur waar die afwijkt van de egale achtergrondkleur. Door ijking van het biprisma kan de relatie tussen kleur en optisch wglengteverschil worden bepaald en uit de opname kan het complementaire wglengteverschil worden berekend en daaruit

$$\theta_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{n-n_a}{n_a} \cdot e \right) \quad (4)$$

Door het prisma 90° te draaien kan de gradiënt in de y-richting worden bepaald en daaruit door samenstellen in ieder punt van het veld de totale gradiënt. Wanneer e constant is kan door integratie van punt tot punt de dichtheid worden bepaald.

Voor de gedecentreerde opstelling kan worden afgeleid[56]

$$\Delta = -2 \sqrt{\xi + \frac{g}{R} x} = f(x) \quad (5)$$

wanneer ξ en g constant zijn.

De afstand tussen de interferentiestrepen i heeft de waarde

$$i = \frac{1}{2 \sqrt{\xi}} \frac{R}{g} \cdot \lambda \quad (6)$$

Met een object geldt

$$\delta - \Delta = 2 \sqrt{\xi + \frac{g}{R} x} \theta_x \quad (7)$$

Langs een streep is δ constant dus

$$\delta = -2 \sqrt{\xi + \frac{g}{R} x - (R + \xi) \theta_x} = \text{const.}$$

dus

$$\frac{g}{R} x - (R + \xi) \theta_x = \text{const.} \quad (8)$$

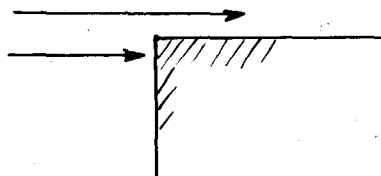
Uit de verplaatsing van de interferentiestrepen is nu θ_x te berekenen met

$$\frac{g}{R} (x_0 - x) = (R + \xi) \theta_x \quad (9)$$

waarin x_0 de oorspronkelijke plaats van de streep en x de waarge-

nomen plaats is, dus $x_0 - x$ de verplaatsing is.

Tot nu toe is een dichtheidsveld zonder vaste begrenzingen beschouwd, maar wanneer dit wel het geval is, zoals bij de stroming om een draagvleugel, cylinder en dergelijke, treedt er beeldverdubbeling op. Dit houdt in dat langs de vaste begrenzing een egale grijze band wordt waargenomen., die ontstaat doordat van de beide door het prisma gevormde stralen er slechts één de fotografische plaat bereikt. (zie onderstaande figuur).



De breedte van de beeldverdubbeling is even groot als de afstand tussen de beide stralen en is dus evenredig met de hoek θ en de kromtestraal R van de spiegel.

Gontier [56] heeft aangetoond dat op de fotografische plaat de werkelijke plaats van de begrenzing precies in het midden van de beeldverdubbelingsband ligt. De verdubbeling treedt dus alleen op in de richting waarin de gradiënt van de brekingsindex wordt bepaald en heeft tot gevolg dat dicht bij een wand niet kan worden gemeten.

5) Opstellingen in reflectie en in doorzicht. Gevoeligheid.

In het voorgaande is de opstelling in reflectie beschreven. In de gecentreerde opstelling geldt:

$$\delta - \Delta = 2 \theta R \theta_x = 2 \theta R \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{n - n_a}{n_a} \cdot e \right) \quad (10)$$

Een verschil van $0,05 \mu\text{m}$. in $\delta - \Delta$ is nog juist te onderscheiden. De gevoeligheid wordt dus bepaald door de factor $2 \theta R$, dus door de tophoek van het prisma en de kromtestraal van de spiegel.

De waarde van $2 \theta R$ is voor enkele gevallen:

R	5°	2°
3m	0,015922	0,006358
1m	0,003184	0,001272

Met een prisma van 5° en een spiegel van $R = 3 \text{ m}$. is nog een θ_x te meten van ongeveer $5 \cdot 10^{-6}$ rad. Bij een objectdikte $e = 10 \text{ cm}$. komt dit overeen met een brekingsindexgradiënt van $5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$, zodat voor droge lucht in dit geval nog ongeveer $0,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-4}$ te constateren is.

In de gedecentreerde opstelling is de afstand tussen de interferentiestrepen

$$i = \frac{1}{2\mathcal{J}} \frac{R}{\xi} \cdot \lambda \quad (11)$$

Voor $\alpha = 5^\circ$ is $\mathcal{J} = 0,005307$ rad. Met $R = 3$ m., $\xi = 0,05$ m. en $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-6}$ m wordt $i = 6$ mm.

Als een verschuiving van ongeveer 1 mm. nog goed meetbaar is volgt uit

$$(R + \xi) \theta_x = \frac{\xi}{R} (x_0 - x) \quad (12)$$

dat $\theta_x = 5 \cdot 10^{-6}$ rad. nog te meten is. De gevoeligheden van de beide methoden ontlopen elkaar dus niet.

Figuur 23 geeft een opstelling in doorzicht, waarbij de spiegel vervangen is door twee lenzen en twee identieke prisma's worden gebruikt. De lichtstralen gaan nu maar één keer door het object, waardoor de gevoeligheid een factor twee kleiner wordt. De prisma's zijn in de brandvlakken van de lenzen geplaatst en de brandpuntsafstand van de lenzen bepaald op dezelfde wijze de gevoeligheid als de kromtestraal R van de spiegel in de opstelling in reflexie. Met het objectief wordt een afbeelding gemaakt van het midden G van de test-sectie van windtunnel of schokbuis. Deze opstelling heeft het voordeel dat het licht evenwijdig door de testsectie valt, wat vooral van belang is bij diepe testsecties of objecten. Het nadeel is dat voor een groot gezichtsveld lenzen van goede kwaliteit duurder zijn dan spiegels.

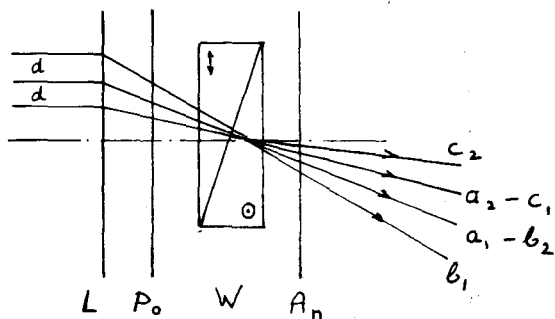
De onderlinge afstand van de stralen 1 en 2 bedraagt in de meetsectie in benadering

$$d = \mathcal{J} (f - \xi) \quad (13)$$

waarin f de brandpuntsafstand van de lenzen en ξ de decentreringsafstand is. Voor $\mathcal{J} = 0,005307$ rad. en $f = 1,65$ m. wordt d ongeveer 8,5 mm. Ook de beeldverdubbelingsband heeft dus een breedte van 8,5 mm.

Met monochromatisch licht is het mogelijk de opstelling nog te vereenvoudigen (zie figuur 24) omdat dan het eerste prisma kan worden weggelaten [57]. Een voordeel is dat slechts één prisma hoeft te worden ingesteld, zodat de gevoeligheid voor uitwendige verstoringen (vibraties e.d.) klein is. Daar komt nog bij dat het door de testsectie vallende licht niet gepolariseerd is, zodat reflecties aan de vensters minder invloed hebben.

De werking van het prisma in deze opstelling wordt verklaard aan de hand van onderstaande figuur. Straal a wordt door het prisma gesplitst in a_1 en a_2 , die een hoek met elkaar maken, evenals de stralen b en c die gesplitst worden in b_1 en b_2 resp. c_1 en c_2 . Verondersteld is dat a, b, en c een afstand d hebben die voldoet aan



Nu vallen de stralen b_2 en a_1 samen en kunnen interfereren als ze dezelfde polarisatierichting hebben. Hiervoor zorgt de achter het prisma geplaatste analyser. Het bovenstaande geldt ook voor de stralen a_2 en c_1 enz. Het licht moet voldoende monochromatisch zijn om contrastrijke interferentiestrepen te krijgen.

De theorie van de voorgaande opstellingen is op deze opstelling ook van toepassing.

6) Meting van het dichtheidsverloop achter een schokgolf in CO₂.

a) In een ideaal gas vertonen de snelheid, de dichtheid en de temperatuur van het gas een sprong zoals in onderstaande figuur is weergegeven voor een met de schokgolf meebewegende waarnemer.

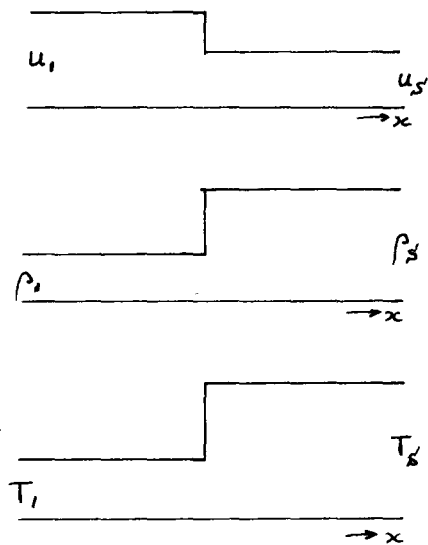
De index 1 geeft de toestand voor de schok, index 2 die achter de schok. Het Machgetal van de schok

$$M = \frac{u_1}{c_1}$$

met c_1 = geluidssnelheid van het gas voor de schok,

bepaald bij gegeven begincondities de waarden van u_s , ρ_s en T_s , die te berekenen zijn met de relaties van Rankine-Hugoniot. 59.

Wanneer een schok zich voortplant in een meer-atomig gas (CO₂, N₂) zal de plotselinge toename van de energie van het molecule niet gelijktijdig worden verdeeld over de vrijheidsgraden, daar de energietoename van de translatie- en rotatie-vrijheidsgraden veel sneller



plaats vindt dan die van de vibratie-vrijheidsgraad. De karakteristieke tijd voor een dergelijk proces wordt de relaxatietijd (τ) genoemd.

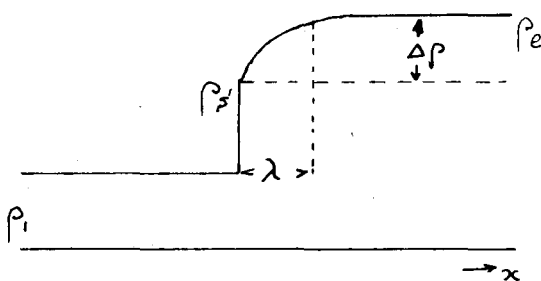
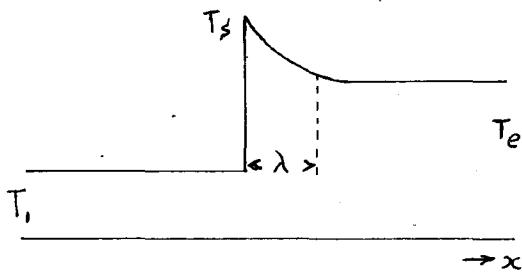
Voor twee-atomige gassen treedt slechts één vibratiere-relaxatietijd op, die gedefiniëerd wordt door de relatie van Landau-Teller:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\tau} \{ E(T) - E \}$$

met E = momentane waarde van de vibratie-energie

$E(T)$ = evenwichtswaarde bij een temperatuur T .

Bij een gas als CO_2 zijn drie verschillende trillingsvormen mogelijk en dus ook drie relaxatie-tijden te verwachten. De bovenstaande relatie gaat echter ook voor CO_2 goed op en de gevonden waarde van τ blijkt dan te behoren bij de buigingstrilling.[60]. Door de toename van de vibratie-energie neemt de translatie-energie af. De relaxatie wordt dus merkbaar door een afname van de temperatuur en een toename van de dichtheid achter de schokgolf. (zie onderstaande figuur.)



De relaxatie-lengte wordt gedefiniëerd als de afstand tussen de schokgolf en het vlak waarvoor geldt

$$\rho - \rho_2 = \Delta \rho (1 - e^{-x/\lambda})$$

Witteman [60] neemt een exponentieel verloop van de dichtheid achter het schokfront aan:

$$\rho = \rho_2 + \Delta \rho (1 - e^{-x/\lambda})$$

waarin λ de relaxatielengte is.

Voor T_e geldt:

$$T_e = T_2 \cdot \frac{\rho_2}{\rho_e} + \frac{(\rho_1 u_1)^2}{R \rho_2^2} \left(\frac{\rho_2}{\rho_e} - \frac{\rho_2^2}{\rho_e^2} \right)$$

b) Om aan te tonen dat de schlieren-interferometer ook voor het meten van dergelijke effecten in de schokbuis van veel nut kan zijn, zijn een aantal opnamen gemaakt van de bovengenoemde effecten in CO_2 . De opstelling van de schlieren-interferometer is geschetst in figuur 25.

Van de lichtbron S wordt in het prisma W een afbeelding

gemaakt. Tussen lens L_1 en W staat de lineaire polarisator. L_2 zorgt voor dat het licht evenwijdig door de meetsectie valt. De vlakke spiegel VS reflecteert de bundel onder een zeer kleine hoek, zodat via L_2 opnieuw een afbeelding van S in het prisma ontstaat. Het objectief Ob focuseert het midden van de meetsectie op de fotografische plaat via een klein vlak spiegeltje. Tussen dit spiegeltje en het objectief staat de analysator.

Het prisma W heeft een tophoek van 5° en een opening van 1 bij 1 cm. Lens L_2 heeft een brandpuntsafstand van 1,65 m., dus $d = 2,59$ mm.

Als lichtbron wordt een door de groep Stromingsleer zelf vervaardigde Argon-jet Flitsbron (zie afstudeerverslag van J.B. Knijf Groep Stromingsleer jan 1967.) gebruikt.

De meetsectie van de schokbuis is voorzien van vensters die evenals de spiegel VS vlak en planparallel zijn met een tolerantie van minder dan $\frac{\lambda}{10}$. De camera is een "Super Cambo" technische camera met een objectief van 300 mm. De flitsbron wordt via een retarder gestart door het signaal van een voor de meetsectie geplaatste drukopnemer. Voor een uitgebreide beschrijving van de schokbuis en bijbehorende apparatuur wordt eveneens verwezen naar bovengenoemd afstudeerverslag.

c) Experimentele resultaten.

Ten gevolge van de beeldverdubbeling is het niet mogelijk om het relaxatiegebied vlak achter de schok te bemeten, en is het dus noodzakelijk om een redelijk groot relaxatiegebied te creëren. Dit is mogelijk door de druk vóór de schok te verlagen, daar de relaxatielengte hiermee omgekeerd evenredig is [61]. Aan de hand van de gegevens van Griffith [61] en Witteman [60] werd de druk in het lage-druk gedeelte van de schokbuis op ongeveer 0,01 atm. gesteld.

De foto's 1 en 2 zijn opnamen in gedecentreerde opstelling, waarbij de strepen onder 45° ten opzichte van de schok zijn gesteld, van een schokgolf in CO_2 bij respectievelijk $M_1 = 2,45$, $p_1 = 0,01$ atm. en $M = 1,44$, $P_1 = 0,013$ atm. De decentrerings be-

draagt 27 mm., waardoor een redelijk aantal strepen het gehele veld bedekt. De strepen zijn onder 45° ingesteld om op één opname zowel de ongestoorde als de gestoorde strepen te kunnen waarnemen. Daar de gradiënten alleen loodrecht op de schok optreden wordt hierdoor de gevoeligheid met een factor $\sqrt{2}$ teruggebracht, maar dit bezwaar weegt niet op tegen het hierboven genoemde voordeel.

Voor het uitwerken van de interferogrammen worden vergrotingen gemaakt om de streepverschuivingen nauwkeurig te kunnen meten als functie van de afstand tot de schok. De positie hiervan ligt in werkelijkheid precies tussen de beide beelden op de opname. Van de verplaatsingen van de strepen wordt een grafiek gemaakt en wordt θ_x bepaald met

$$(f + \xi) \theta_x = \frac{\xi}{f} (x_0 - x)$$

waarin f = brandpuntsafstand van de lens = 1,65 m.

$$\xi = 27,6 \text{ mm.}$$

$x - x_0$ = streepverplaatsing.

Uit

$$\theta_x = e \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{n - n_a}{n_a} \right) = e \cdot K \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

wordt $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ berekend, en daarna grafisch geïntegreerd naar x

De resultaten van de uitwerking zijn weergegeven in de grafieken 1, 1^a, 2 en 2^a. Hierin zijn ook uitgezet de aan de waarnemingen aangepaste waarden van

$$\Delta \rho (1 - e^{-\frac{x}{\lambda}})$$

De gegevens en resultaten zijn op de volgende pagina getabelleerd.

Grootheid		Opname 1	Opname 2
p_4	atm.	0,5	0,25
p_1	atm.	0,01	0,013
M_1		2,54	1,44
ρ_1	kg.m ⁻³	0,018	0,026
ρ_s	kg.m ⁻³	0,060	0,045
T_1	°K	295	295
T_s	°K	642	380
$\Delta\rho$	kg.m ⁻³	0,029	0,017
$\frac{\rho_s}{\rho_e}$		0,69	0,73
T_e	°K	461	301
λ	mm.	3,2	2,1
τ	sec.	3,3	6,1

Opmerkingen.

- a) Ten gevolge van de contractie ter plaatse van het vlies is het gemeten Machgetal groter dan het uit de drukverhouding $\frac{p_4}{p_1}$ berekende
- b) ρ_s en T_s zijn berekend uit het gemeten Mach-getal met behulp van de Rankine-Hugoniot relaties.
- c) $\Delta\rho$ is uit de grafiek afgelezen. De waarden van de hiermee berekende $\frac{\rho_s}{\rho_e}$ liggen iets lager dan de theoretische voor dezelfde M_1 . De afwijkingen bedragen ongeveer 10 % en liggen binnen de meetnauwkeurigheid.
- d) De nauwkeurigheid van de gemeten $\rho(x)$ is afhankelijk van de nauwkeurigheid waarmee de streepverplaatsing kan worden bepaald, en deze bedraagt ongeveer 0,1 streepbreedte. Door de integratie van $\frac{\partial\rho}{\partial x}$ werkt de fout cumulatief door in $\rho(x)$. De onnauwkeurigheid van $\Delta\rho$ bedraagt ongeveer 15 %.
- e) De waarde van λ kan rechtstreeks uit de grafiek van de streepverplaatsing $y - y_0 = f(x)$ worden bepaald. De onnauwkeurigheid bedraagt dan ongeveer 4 %

f) De waarde van τ wordt op de volgende wijze berekend [53] :

$\tau' = \frac{\lambda}{u_0}$ Vervolgens wordt de gemiddelde waarde van ρ bepaald:

$\bar{\rho} = \frac{1}{2}(\rho_e + \rho_s)$ en τ' wordt vermenigvuldigt met $\frac{\bar{\rho}}{\rho_s}$,

Tenslotte wordt gecorrigeerd voor de dichtheid en wordt het resultaat omgewerkt naar een standaarddichtheid ρ^* (bij 300°K en 1 atm.)

De gevonden waarde van τ is een benadering voor de relaxatietijd

van CO₂ bij 1 atm. en een temperatuur $\bar{T} = \frac{T_s + T_e}{2}$

De relaxatietijd τ kan op twee manieren worden berekend:

1) met de uit de metingen bepaalde waarde van $\Delta\rho$ wordt $\bar{\rho}$ bepaald en hiermee wordt τ uit τ' berekend. De onnauwkeurigheid van $\Delta\rho$ werkt dan door in de bepaling van τ en geeft voor τ een onnauwkeurigheid van 20 %.

2) met de berekende waarde van $\Delta\rho$ [61] wordt $\bar{\rho}$ bepaald. Dan wordt de onnauwkeurigheid van τ bepaald door de onnauwkeurigheid in λ en bedraagt slechts 4 %.

g) Grafiek 3 geeft enkele meetresultaten uit de literatuur, waarin ook de hier gevonden waarden zijn aangegeven.

h) Op bijlage 1 zijn enkele kleurvergrotingen opgenomen van de gemaakte dia's .

Conclusie:

De gevonden waarde van de relaxatietijd bij opname 1 ligt dicht bij de in de literatuur gegeven waarden. De waarde bij opname 2 ligt te hoog . Een oorzaak van de afwijkingen is de onzuiverheid van het gebruikte CO₂ en de inlek van lucht in de schokbuis. De invloed hiervan is relatief groot bij de kleine dichtheden die in het lage-druk gedeelte van de buis moesten worden toegepast.

Vergeleken met de metingen van Van Dongen[58] is de nauwkeurigheid van de metingen met de schliereninterferometer groter. En wanneer de aanvangscondities goed worden gekozen kan deze methode worden benut om relaxatietijden te bepalen.

Appendix.

Het begrip coherentie.

We kunnen drie typen coherentie onderscheiden:

- a) spectrale of tijdcoherentie (over korte tijd)
- b) plaatscoherentie
- c) amplitude en frequentie stabiliteit over lange perioden

a) Tijdcoherentie.

Als de fasen en amplituden van twee lichtbundels in de tijd gecorreleerd zijn spreken we van tijdcoherentie. De mate van correlatie wordt de coherentiegraad genoemd, en kan worden bepaald met een interferometer. De zichtbaarheid van interferentiestrepen is een maat voor de coherentiegraad [3, 41]

We veronderstellen dat het licht bestaat uit golftreinen van eindige lengte. Als we ook nog aannemen dat de golftreinen alle dezelfde lengte hebben is het mogelijk om de zichtbaarheid van interferentiestrepen (afhankelijk van het optisch weglengteverschil in de interferometer) eenvoudig te beschrijven.

Stel dat $F(t)$ de lichtgolf voorstelt op een tijdstip t ten gevolge van een enkele golftrein, en dat $F(t)$ nul is voor $|t| \geq t_0$. Dan geldt:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\nu) e^{-2\pi i \nu t} d\nu \quad (1)$$

en

$$f(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) e^{2\pi i \nu t} dt \quad (2)$$

Wanneer gedurende de waarnemingstijd ($2T$) N golftreinen passeren geldt

$$V(t) = \sum_{n=1}^N F(t - t_n) \quad (3)$$

met t_n = tijdstip waarpp de golftreinen passeren.

De gemiddelde intensiteit is dan

$$J = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |V(t)|^2 dt \approx \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} |V(t)|^2 dt \quad (3)$$

wanneer T groot is ten opzichte van de tijd t_0 .

Nu volgt uit (1) en (3)

$$V(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(\nu) e^{-2\pi i \nu t} d\nu \quad (5)$$

met

$$v(\nu) = f(\nu) \sum_{n=1}^N e^{2\pi i \nu t_n} \quad (6)$$

zodat met Parseval volgt

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |V(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |V(\nu)|^2 d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(\nu)|^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N e^{2\pi i \nu (t_n - t_m)} d\nu \quad (7)$$

Nu is

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N e^{2\pi i \nu (t_n - t_m)} = N + \sum_{n \neq m} e^{2\pi i \nu (t_n - t_m)} = N + 2 \sum_{n < m} \cos 2\pi \nu (t_n - t_m)$$

Daar de tijdstippen t_n willekeurig verdeeld zijn is het even waarschijnlijk dat de cosinusterm positief of negatief is en dus volgt dat het gemiddelde van de dubbele som in (7) gemiddeld over een groot aantal gelijk aan N is en dan volgt uit (4) en (7) dat de gemiddelde intensiteit J gelijk is aan

$$J = \frac{N}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(\nu)|^2 d\nu \quad (8)$$

Dit wil dus zeggen dat J evenredig is met de integraal van de intensiteiten $i(\nu) = |f(\nu)|^2$ van de monochromatische componenten waaruit de golftrein is opgebouwd. We kunnen ook zeggen dat de zichtbaarheid van het interferentiepatroon minder wordt door het verschuiven ten opzichte van elkaar van de interferentiepatronen van de afzonderlijke golflengten.

We veronderstellen nu dat alle golftreinen een tijdsduur hebben van Δt , gedurende welke tijd $F(t)$ een eenvoudige periodieke functie is met frequentie ν_0 .

$$F(t) = f_0 e^{-2\pi i \nu_0 t} \quad \text{voor } |t| \leq \frac{\Delta t}{2}$$

$$= 0 \quad \text{voor } |t| \geq \frac{\Delta t}{2} \quad (9)$$

Dan is dus

$$f(\nu) = f_0 \int_{-\frac{\Delta t}{2}}^{+\frac{\Delta t}{2}} e^{2\pi i (\nu - \nu_0) t} dt = f_0 \Delta t \frac{\sin\{\pi(\nu - \nu_0)\Delta t\}}{\pi(\nu - \nu_0)\Delta t} \quad (10)$$

De functie $\left[\frac{\sin\{\pi(\nu - \nu_0)\Delta t\}}{\pi(\nu - \nu_0)\Delta t} \right]^2$

die de intensiteitsverdeling van de Fouriercomponenten van (9) geeft is getekend in figuur 1. Het frequentiegebied

$$\nu_0 - \frac{\Delta \nu}{2} \leq \nu \leq \nu_0 + \frac{\Delta \nu}{2}$$

is enigszins willekeurig gekozen, maar omdat het eerste nulpunt

overeenkomt met $\nu - \nu_0 = \pm \frac{1}{\Delta t}$ is het duidelijk dat

$$\Delta \nu \sim \frac{1}{\Delta t}$$

Dit eenvoudige voorbeeld, waarin alle golftreinen dezelfde tijdsduur hebben komt niet overeen met de werkelijkheid. De golftreinen zijn gedempt en het frequentiespectrum wordt verbreed door het Dopplereffect. Het is echter mogelijk om voor elke lichtgolf $V(t)$ en zijn Fouriercomponenten $v(\nu)$ een Δt en $\Delta \nu$ te definiëren en er kan worden aangetoond dat dan geldt: [3]

$$\Delta t \Delta \nu \geq \frac{1}{4\pi} \quad (11)$$

een analoge relatie als het onzekerheidsbeginsel van Heisenberg. Voor de meeste gevallen mag geschreven worden

$$\Delta t \Delta \nu \approx \frac{1}{4\pi}$$

De tijd Δt wordt de coherentieltijd genoemd en, als λ_0 de grondgolflengte is, geldt:

$$\Delta l = c \Delta t \approx \frac{c}{\Delta \nu} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda_0}$$

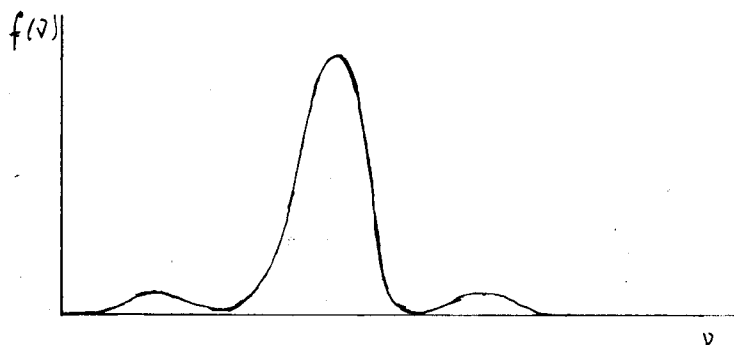
met Δl = de coherentiellengte.

Het optisch weglengteverschil in de interferometer moet dus kleiner zijn dan de coherentiellengte om interferentiestrepen te kunnen waarnemen.

b) De plaatscoherentie.

We beschouwen de lichtgolven in twee punten P_1 en P_2 die uitgezonden worden door een uitgebreide, bijna monochromatische lichtbron. De punten P_1 en P_2 liggen vele golflengten van de bron verwijderd. We mogen veronderstellen dat, als P_1 en P_2 maar dicht genoeg bij elkaar liggen, de fluctuaties van amplituden en fasen in deze punten niet onafhankelijk zijn, maar een zekere correlatiegraad bezitten als het verschil in optische weglengte $\Delta \varphi = SP_1 - SP_2$ tussen een punt S van de lichtbron en P_1 resp. P_2 kleiner is dan de correlatiellengte. Bovenstaande overwegingen geven dus aanleiding om over een coherentiegebied te spreken rondom een punt P . De zichtbaarheid van de interferentiestrepen die gevormd worden door superpositie van de golven uit P_1 en P_2 (die als secundaire lichtbronnen fungeren) zijn weer een maat voor de plaatscoherentie. We zien heldere interferentiestrepen als de plaatscoherentie groot is en in het geheel geen strepen als deze nul is.

c) De amplitude- en frequentiestabiliteit van het licht over zeer lange tijd is afhankelijk van de constructie van de lichtbron en van het voedingsapparaat en is voor ons van minder belang.



figuur 1

LITERATUUR.

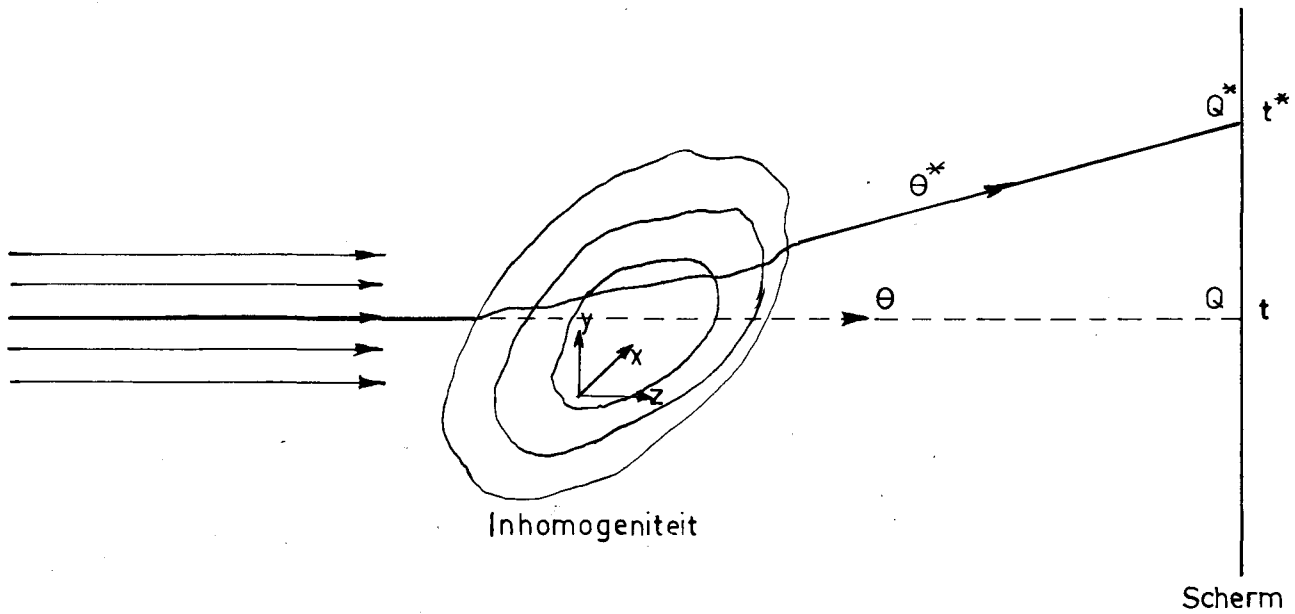
1. High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion. Vol. IX :
Physical Measurements in Gasdynamics and Combustion.
Ed. R.Ladenburg. Princeton Univ. Press. 1954.
2. D.W.Holder and R.J.North : Schlieren Methods.
Notes on Appl. Science No 31 Nat. Phys. Lab. 1963.
3. M.Born and E.Wolf : Principles of Optics.
Pergamon Press. London 1959.
4. Weinberg : Optics of Flames.
Butterworths. London 1963.
5. L.Zehnder : Ein neuer Interferenzrefractor.
Z. Instrumentenkunde 11 1891.
6. L.Mach : Uber ein Interferenzrefractor.
S.B. Akad. Wiss. Wien Abt. IIa 101 1892.
7. G.Hansen : Uber ein Interferometer nach Zehnder-Mach.
Z.Tech. Physik. 12 1931.
8. G.Hansen : Messung kleiner Brechungsunterschiede durch
Lichtablenkung und Interferenz. Zeiss Nachrichten Vol 3 1940.
9. G.Hansen : Uber die Ausrichtung der Spiegel bei einem
Interferometer nach Zehnder-Mach. Z. Instrumentenkunde 60 1940
10. W.Kinder : Theorie des Mach-Zehnder Interferometers und
Beschreibung eines Gerätes mit Einspiegeleinstellung
Optik I 413, 1946.
11. E.H.Winkler : Analytical studies of the Mach-Zehnder inter-
ferometer.
a) N.O.L. Report 1077 1947
b) N.O.L. Report 1099 1950.
12. F.D.Bennett : Optimum source size for the Mach-Zehnder inter-
ferometer. J. Appl. Physics 22 nr 2 1951.
13. F.D.Bennett and G.D.Kahl : A generalized vector theory of
the Mach-Zehnder interferometer. J.Opt. Soc. Am. 43 nr.2 1953
14. F.D.Bennett : Effect of size and spectral purity of source
on fringe pattern of the Mach-Zehnder interferometer
J. Appl. Physics 22 nr.6 1951
15. L.H.Tanner : The optics of the Mach-Zehnder interferometer
R. and M. Report 3069 1959.

16. G.D.Kahl and F.D.Bennett : Coherence requirements for interferometry. Rev. Mod. Physics 30 nr. 4 1950
17. G.D.Kahl and F.D.Bennett : Experimental verification of source-size theory for the Mach-Zehnder interferometer. J.Appl. Physics 23 nr. 7 1952.
18. K.Steemaier : Fundamentals of construction and application of interferometers.
Ministry of Supply Report L F 226 1943.
19. Chevalerias, Latron and Veret : Methods of interferometry to the visualisation of flows in windtunnels.
J. Opt. Soc. Am. 47 nr. 8 1957.
20. R.J.North and C.M.Stuart : Flow visualisation and high-speed photography in hypersonic aerodynamics.
Proc. 6 Int. Congres High-speed Phot. 1962.
T.Willink en Zn. Haarlem 1963.
21. R.Ladenburg, J. Winckler and C. van Voorhis : Interferometric studies of faster than sound phenomena.
Physical Review 73 no 11 1948.
22. D.W.Holder and R.J.North : Optical methods for examining the flow in high-speed windtunnels.
AGARDograph nr. 23 1956.
23. J.Winckler : The Mach-interferometer applied to studying an axially symmetric supersonic air stream.
Rev. Sc. Instr. 19 nr. 5 1948.
24. F.D.Bennett : Interferometric analysis of airflow about projectiles in free flight.
J.Appl. Physics 23 nr. 4 1952.
25. D.Bershader : An interferometric study of supersonic channel flow. Rev. Sc. Instr. 20 nr. 4 1949.
26. R.K.M.Johnstone and W.Smith : A design for a 6-inch field M-Z-interferometer.
J. Sc. Instr. 42 1965.
27. J.G.Hall : The design and performance of a 9-inch plate M-Z-interferometer. Utia Report 27 1954.
28. E.W.Price : Initial adjustments of the M-Z-interferometer
Rev. Sci. Instr. 23 nr 4 1952.

29. J.M.Kendall : The interferometer fringe pattern analyser built at the Naval Ordn. Lab. N.O.L. Report 1596 1951.
30. H.Schardin : Das Toeplersche Schlierenverfahren. Forschungsheft 376 5 VDI 1934
31. Kantrowitz : A sharp focussing schlieren system J. Aeron. Sci. mau 1950.
32. E.E.Weibel : A new quantitative optical method applied to fluid flow problems. Univ. of Colorado, Boulder, Colorado.
33. W.J.Witteman : Instrument to measure density profiles behind shock waves. Rev. Sci. Instr. 32 nr. 3. 1959.
34. Kraushaar : A diffraction grating interferometer. J. Opt. Soc Am. 40 nr. 7 1950
35. Erdmann : Ein neues, sehr einfaches Interferometer zum Erhalt quantitativ auswertbarer Strömungsbilder. Den Haag , M.Nijhoff 1951.

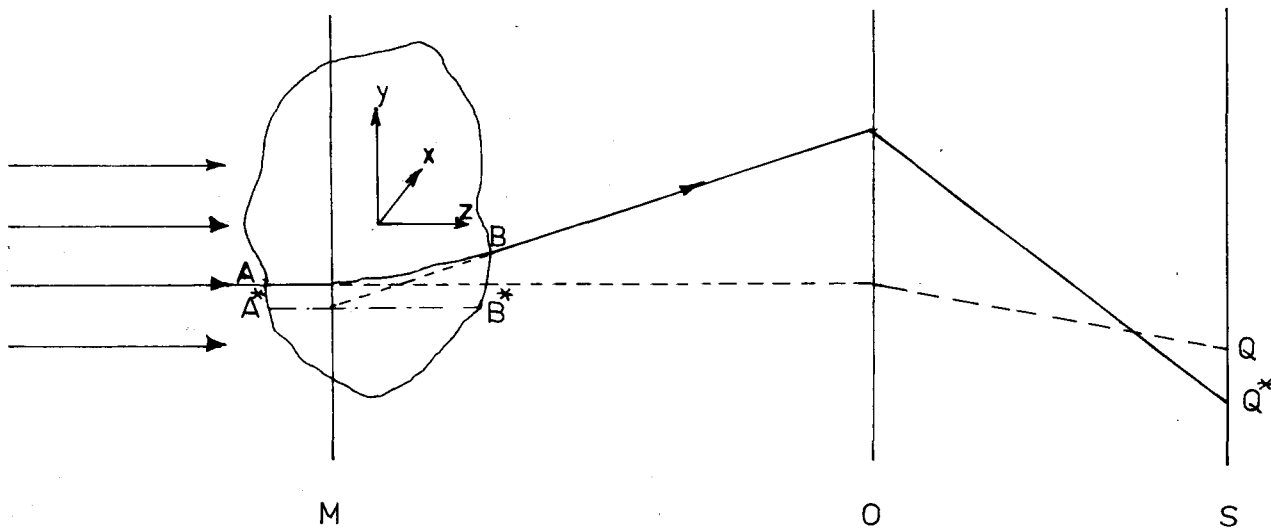
36. B.A.Lengyel : Introduction to laser physics John Wiley and Son Inc. New York 1965
37. H.J.Raterink, H. v.d.Stadt en C.H.F.Velzel. Eigenschappen en toepassingen van lasers. T.N.O.-nieuws 21 nr. 2 febr. 1966.
38. H. de Lang : Optische aspecten van de laser. Ned. T. voor Natuurk. 30 mei 1964.
39. W.R.Bennett : Gaseous optical masers. Appl. Optics Suppl. on optical masers 1962.
40. L.Allen and D.G.C.Jones : The helium-neon laser. Adv. in Physics 14 56 1965.
41. G.W.Stroke : An introduction to coherent optics and holografy. Acad. Press. New York - Londen 1966.
42. D.R.Herriott : Optical properties of a continuous He-Ne optical maser. J. Opt. Soc. Amer. 52 31 1962.
43. G.Birnbaum : Optical Masers. Acad. Press. New York. 1964.
44. A.K.Oppenheim : On the use of laser-lightsources in schlieren-interferometer systems. Proc Royal Soc. Series A No 1425 Vol 291 1966.

45. L.H.Tanner : Some laser-interferometers for use in fluid mechanics. J.Sci.Instr. Vol. 42 1965.
46. R.J.Goldstein : Interferometer for aerodynamic and heat transfer measurements. Rev. Sci. Instr. Vol.36 10 1965.
47. C.H.F.Velzel : Bepaling van een temperatuurveld met een laser-interferometer. Rap. nr. 0652-008 T.P.D. T.N.O. en T.H. Delft 1965.
48. J.R.Sterrett, J.C.Emery and J.R.Barker : A laser grating interferometer. A.I.A.A. Journal Vol 3 no 5 1965.
49. G.Hecht, G. B.Steel and A.K.Oppenheim : High speed stroboscopic photography using a Kerr-cell modulated laser source. I.S.A.Transactions apr. 1966.
50. D.Gabor : A new microscopic principle. Nature 161, 777 1948.
51. A.C.J.Verhoeven : Holografie. Afstudeerverslag T.H.E. afd. Techn. Nat. sept. 1966
52. L.v.O.Heflinger : Holographic interferometry. J.Appl. Physics 37 nr. 2 febr. 1966.
53. L.H.Tanner : Some applications of holography in fluid mechanics. J. Sci. Instr. Vol 43, 81 1966.
54. G.L.Rogers : The design of experiments for recording and reconstructing three-dimensional objects in coherent light. J. Sci. Instr. Vol. 43, 10, oct. 1966.
55. G.J.Barendsen : Schlieren-interferometer met Wollaston-prisma's Rap. T.H.E. Afd. Techn. Nat. 1965.
56. G.Gontier : Contribution a l'etude de l'interferometre différentiel a biprisme de Wollaston. Publ. Sci. et Techn. du Minist. de l'Air no. 338 1957.
57. W.F.Merzkirch : A simple schlieren-interferometer system. A.I.A.A. Journal Vol 3 , 10 oct. 1965.
58. M.E.H. Van Dongen : De integratie schlierenmethode. Rap. R-11-S T.H.E. Afd. Techn. Nat.
59. Handbook of Supersonic Aerodynamics. Navord Report 1488 Section 18 : Shock Waves.
60. W.J.Witteman : On vibrational Relaxation in CO₂. Proefschrift T.H.E. 1963.
61. A.Ferri : Fundamental data obtained from shock-tube experiments . Pergamon Press. 1961.



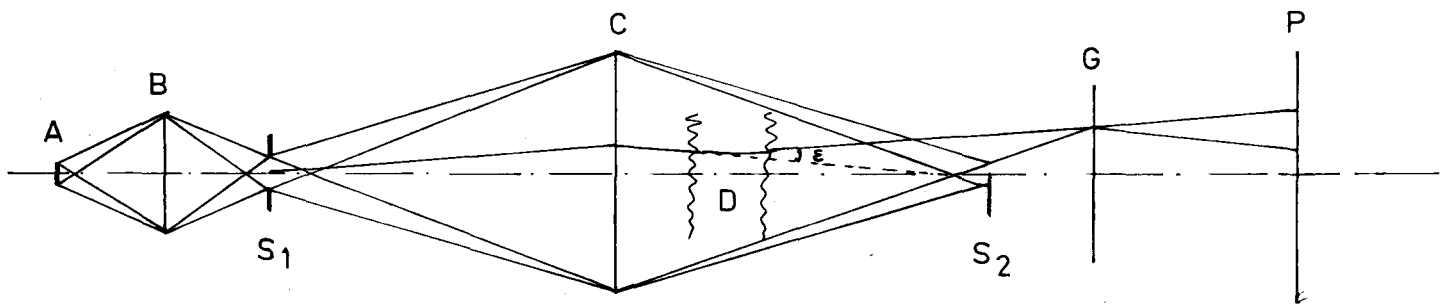
Figuur 1.

Invloed van dichtheidsinhomogeniteit op een doorvallende lichtstraal



Figuur 2.

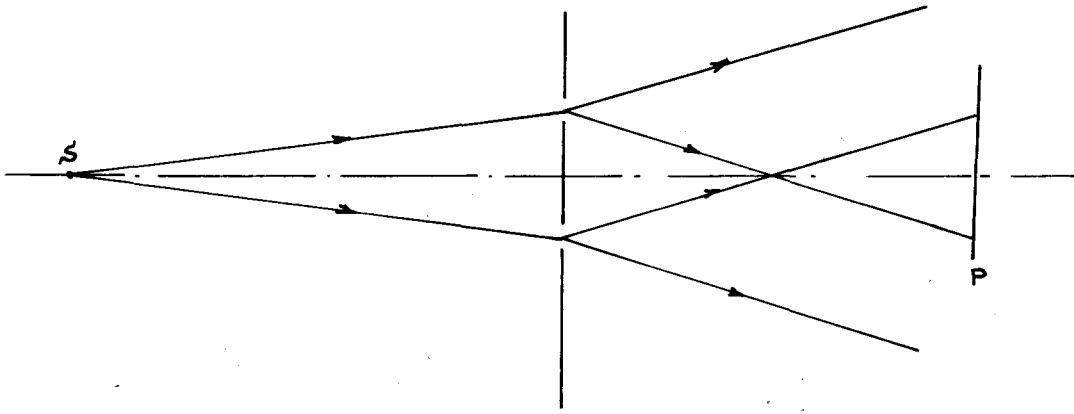
Gang van een lichtstraal door een inhomogeniteit en de focussing van een vlak M door een objectief.



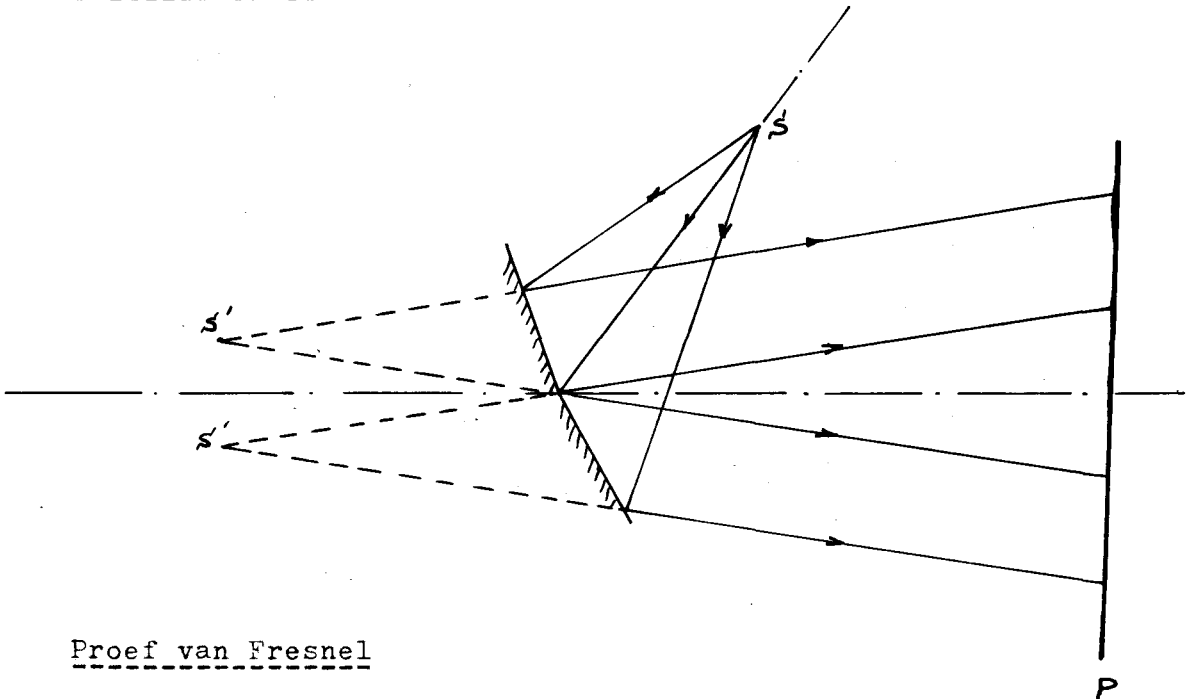
Figuur 3.

Principeschets van de schlierenmethode.

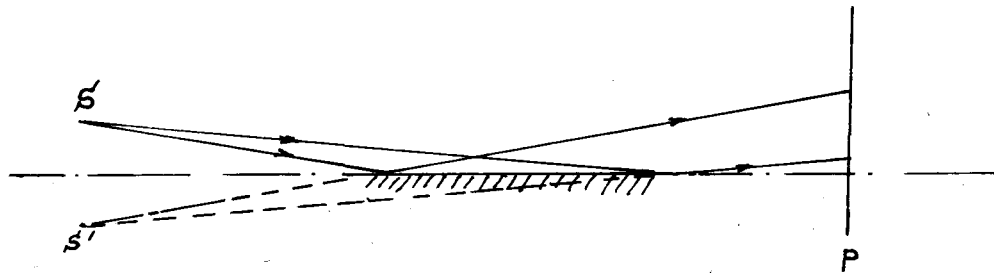
- A = Lichtbron
- B = Condensor
- S₁ = Spleet
- C = Veldlens
- D = Inhomogeniteit
- S₂ = Schlierenmes
- O = Objectief
- P = Fotografische plaat



Proef van Young



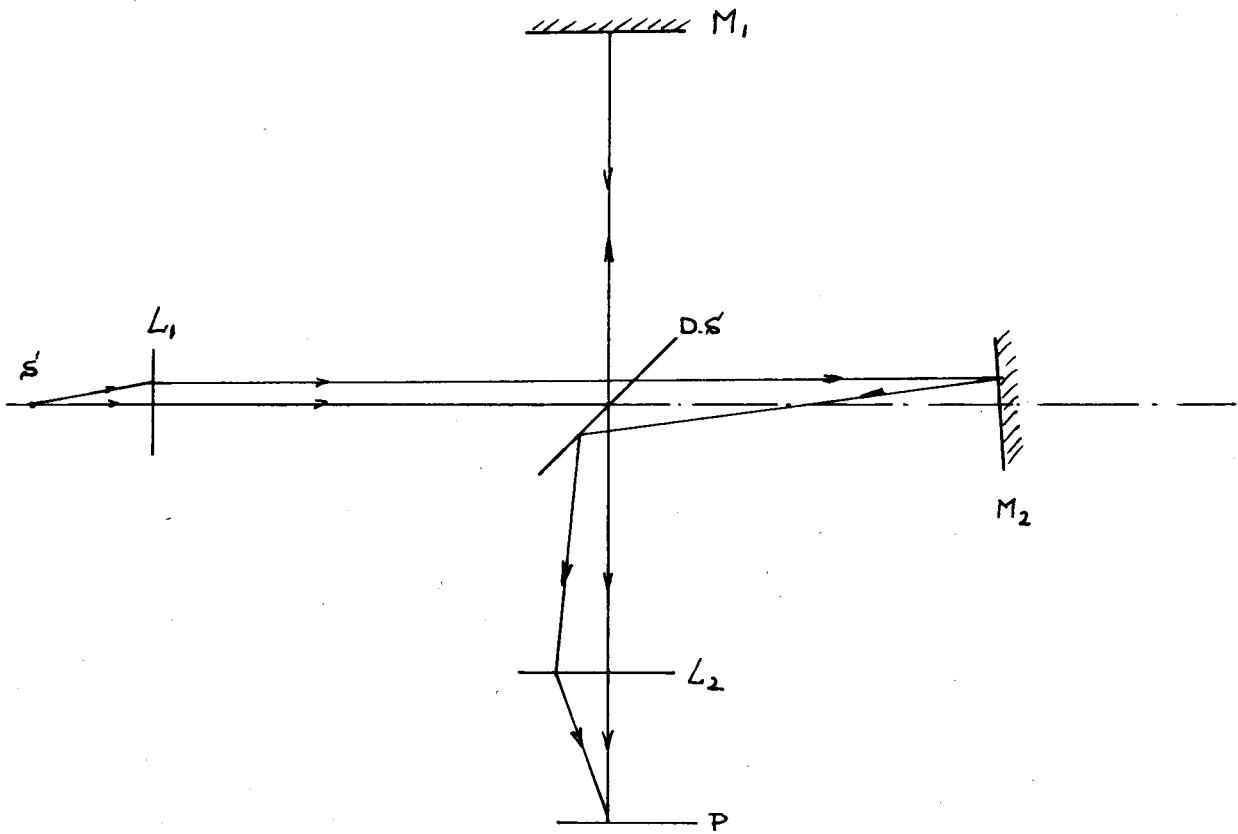
Proef van Fresnel



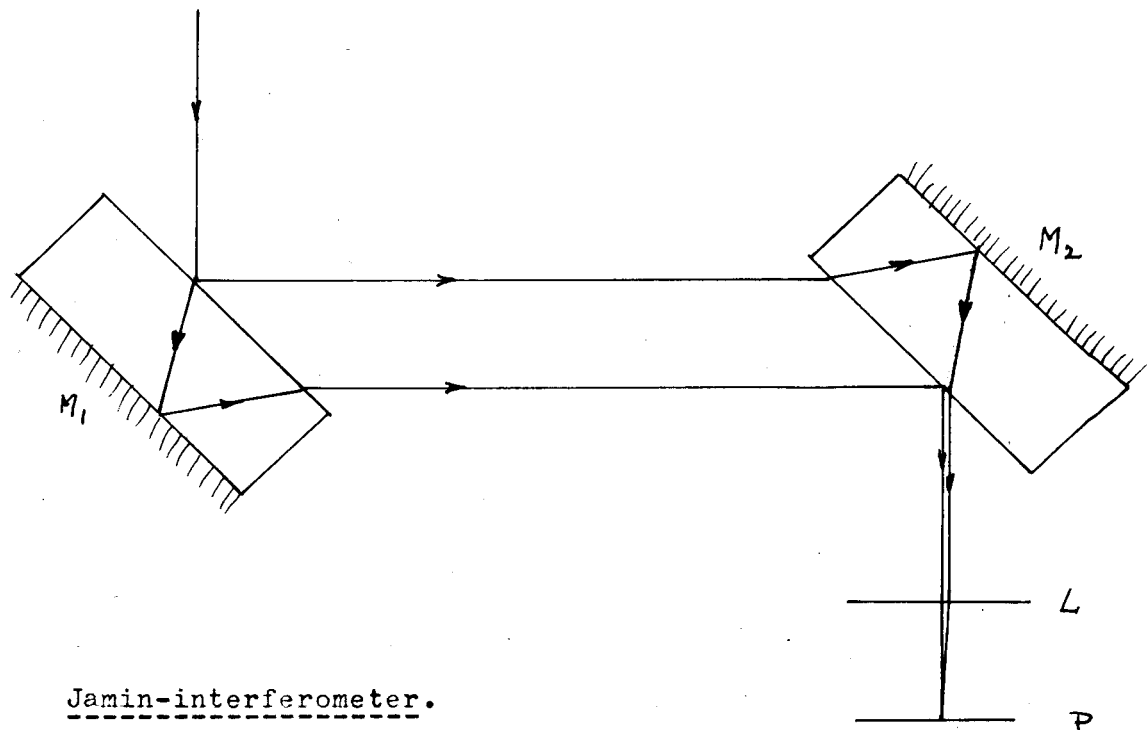
Proef van Lloyd.

Figuur 4

Interferentie door golffrontsplitsing.



Michelson-interferometer met collimatorlens L_1 en Objectief L_2

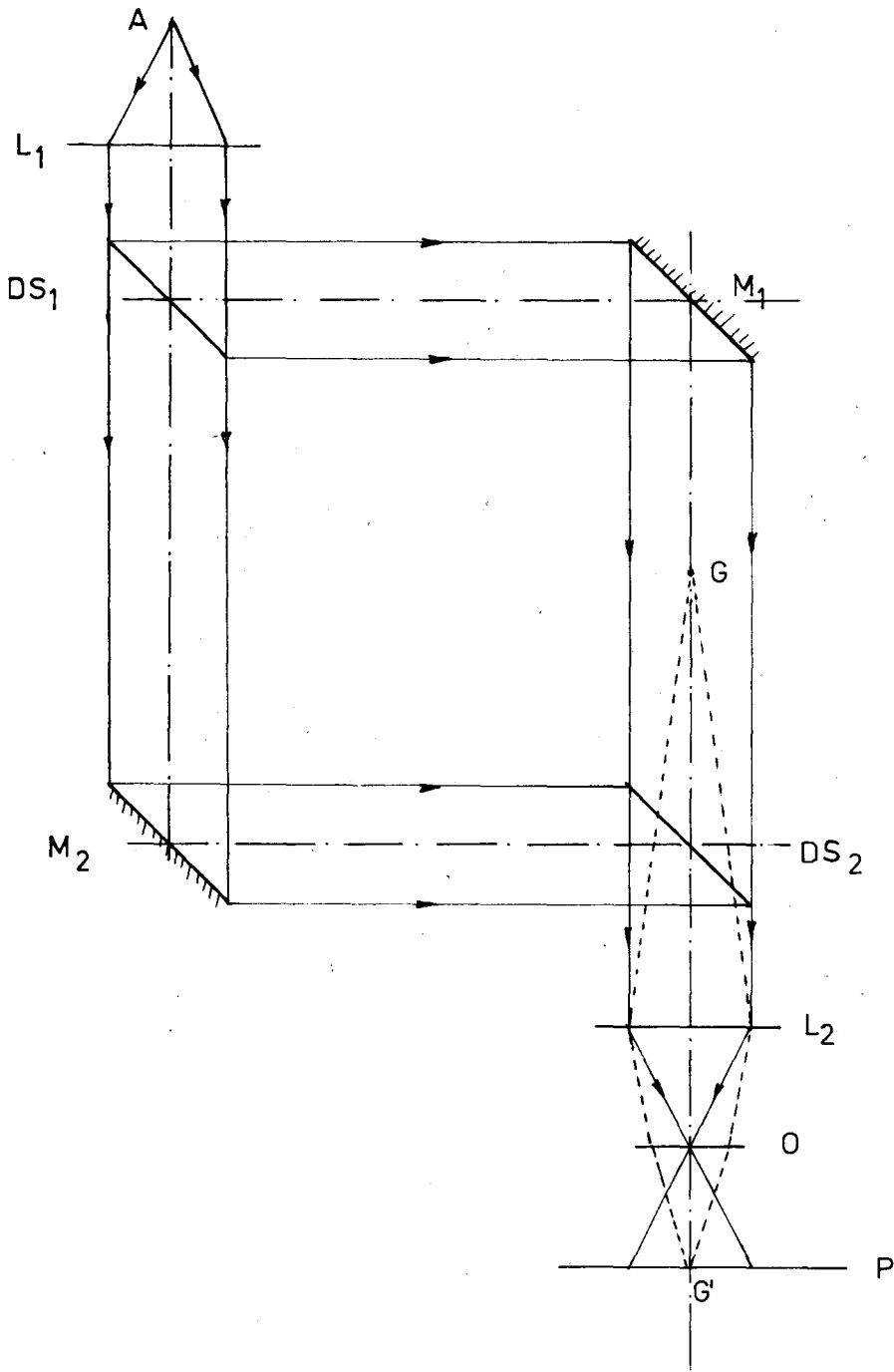


Jamin-interferometer.

M_1 en M_2 : dikke glasplaten.

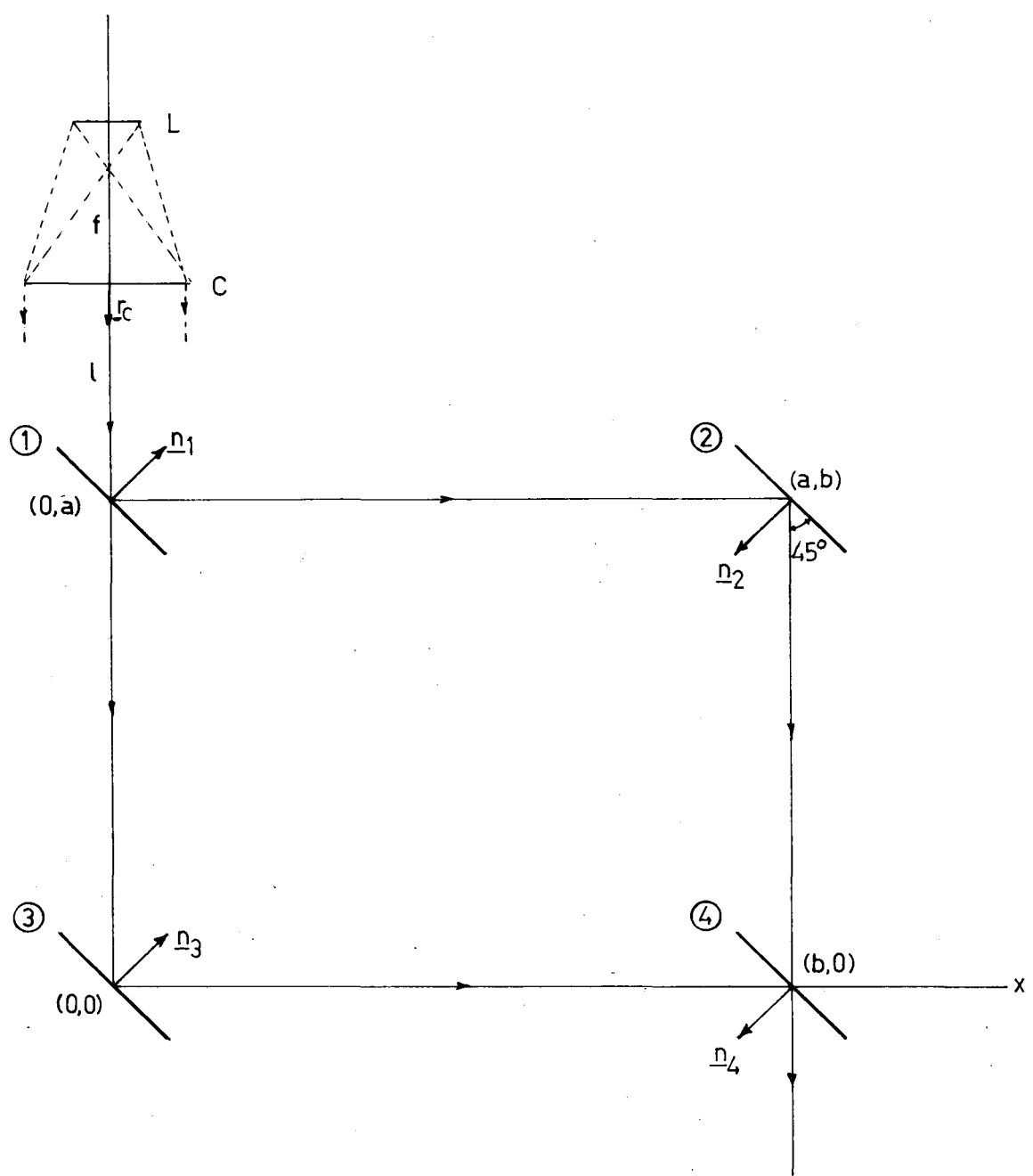
Figuur 5

Interferentie door amplitude-splitsing.



Figuur 6.

Het principe van de Mach-Zehnder interferometer.



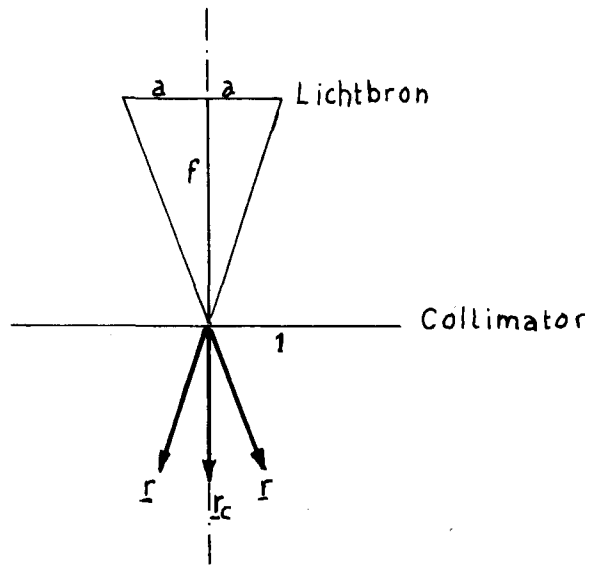
Figuur 7.

De Mach-Zehnder interferometer in een rechthoekig coördinatenstelsel

L : lichtbron.

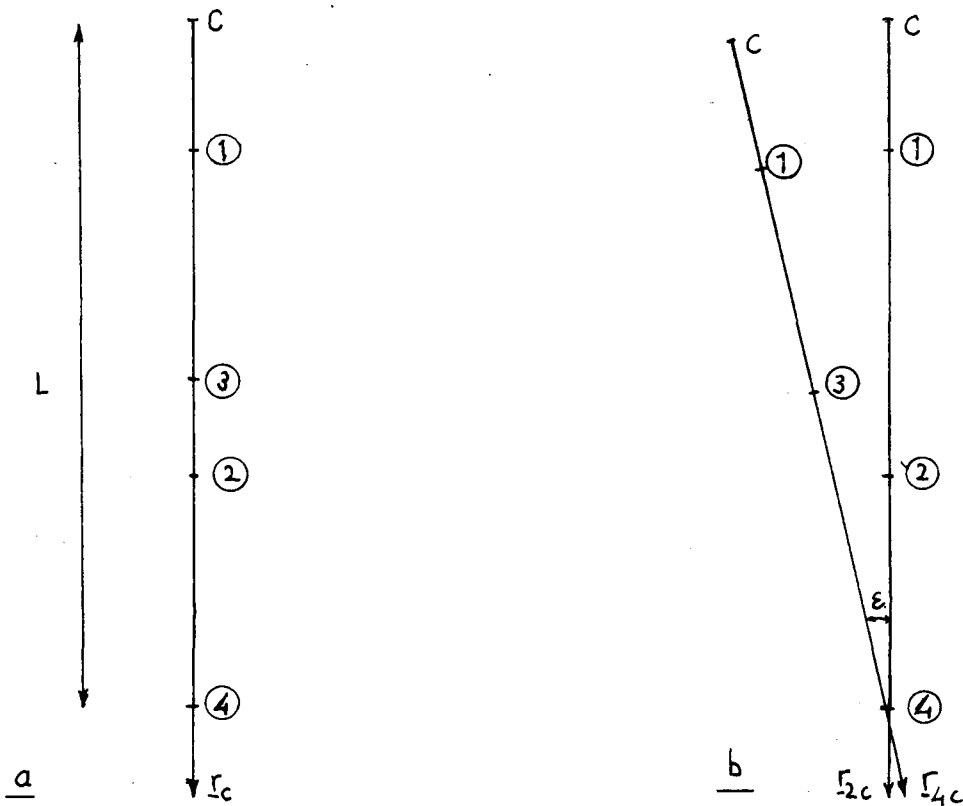
C : collimator.

n_1 tot n_4 : normalen op de spiegels.



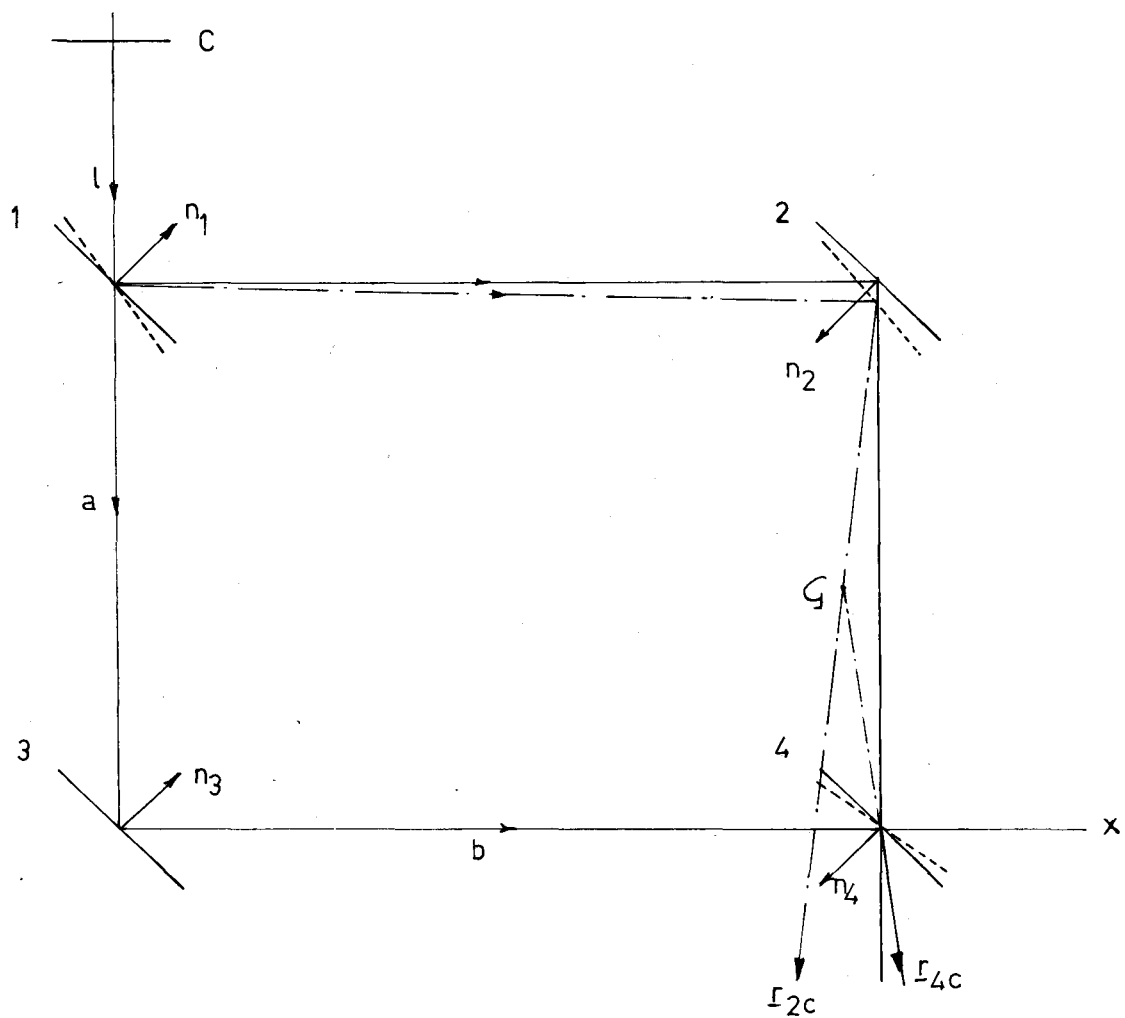
Figuur 8.

Vectornotatie van lichtbron met collimator.



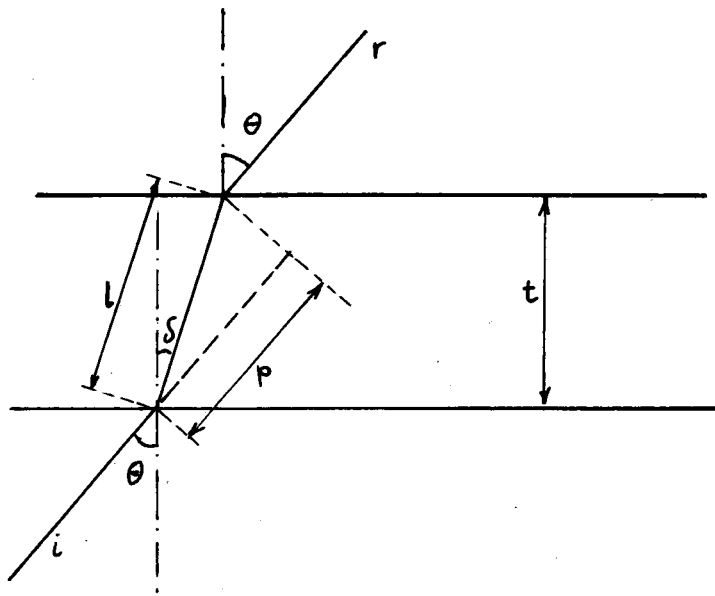
Figuur 9.

Lichtstralen in de Mach-Zehnder interferometer.



Figuur 10

Instelling van de Mach-Zehnder interferometer voor het verkrijgen van verticale strepen in het punt G.

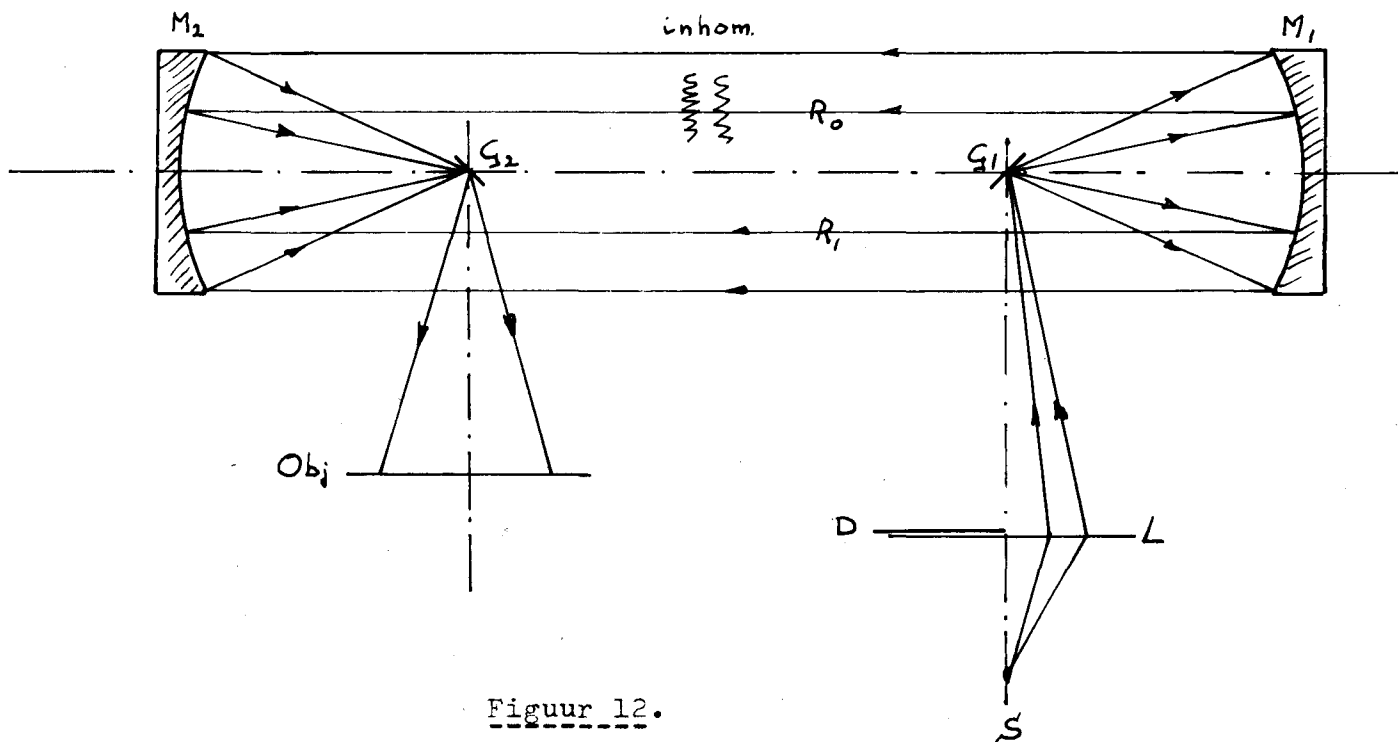


Figuur 11.

Breking van een lichtstraal door een glasplaat met dikte t .

i : invallende straal.

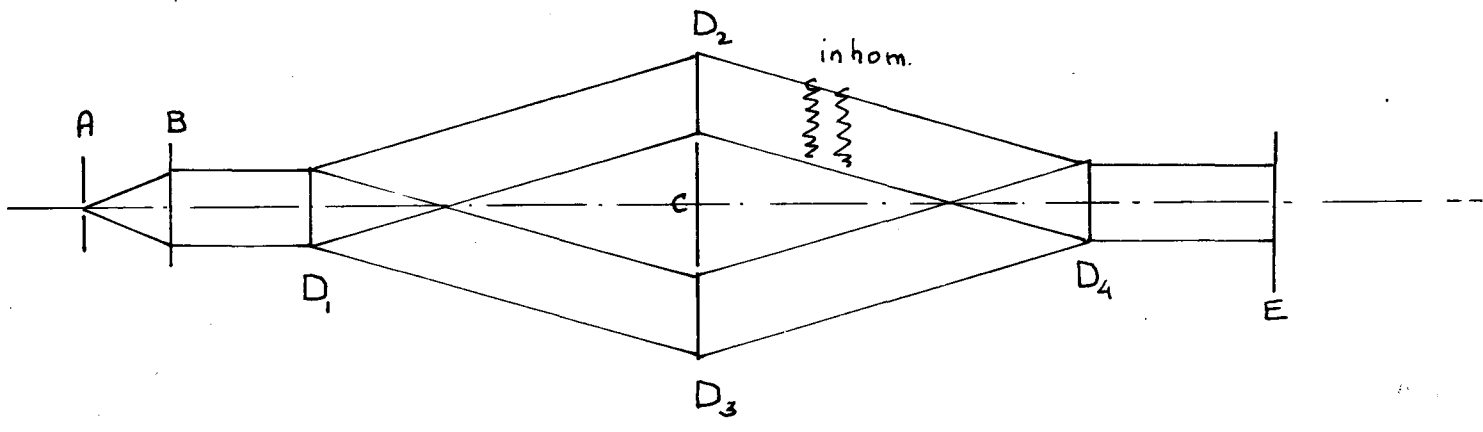
r : gebroken straal.



Figuur 12.

Interferometer van Kraushaar.

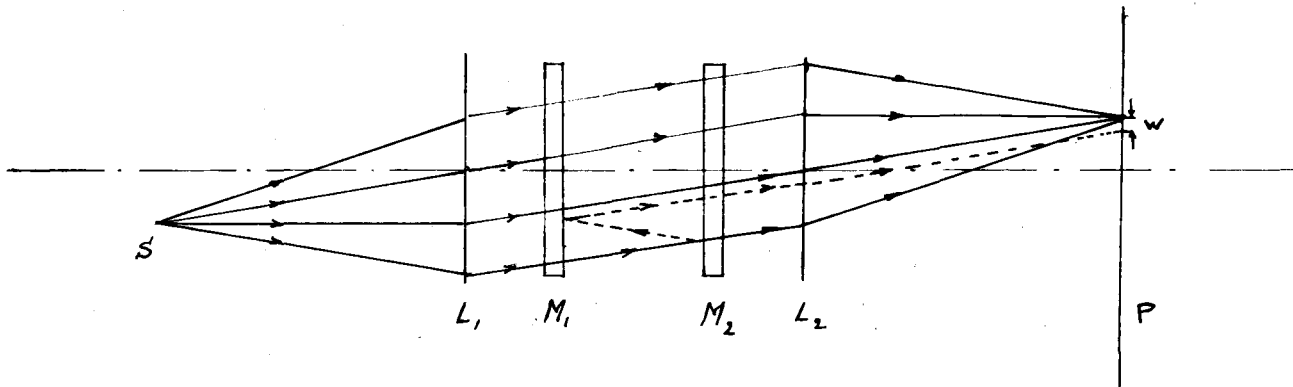
- S : lichtbron.
- L : collimator.
- G_1 en G_2 : Diffractie rasters.
- M_1 en M_2 : Parabolische spiegels.



Figuur 13

Interferometer van Weinberg.

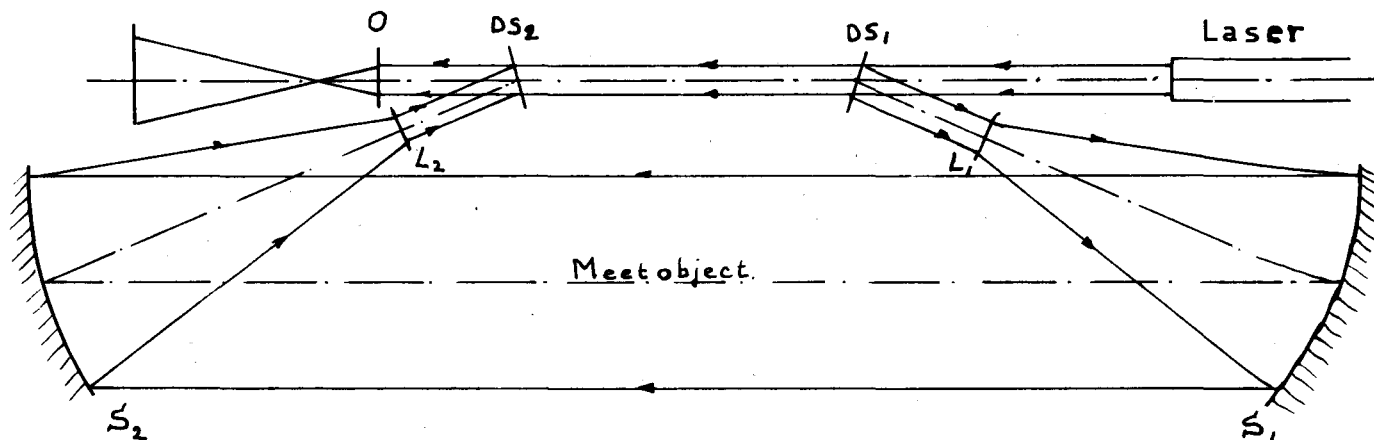
- A : lichtbron.
- B : collimator.
- D_1 tot D_4 : diffractie rasters.
- C : optische stop.
- E : objectief.



Figuur 14.

Fabry-Perot interferometer.

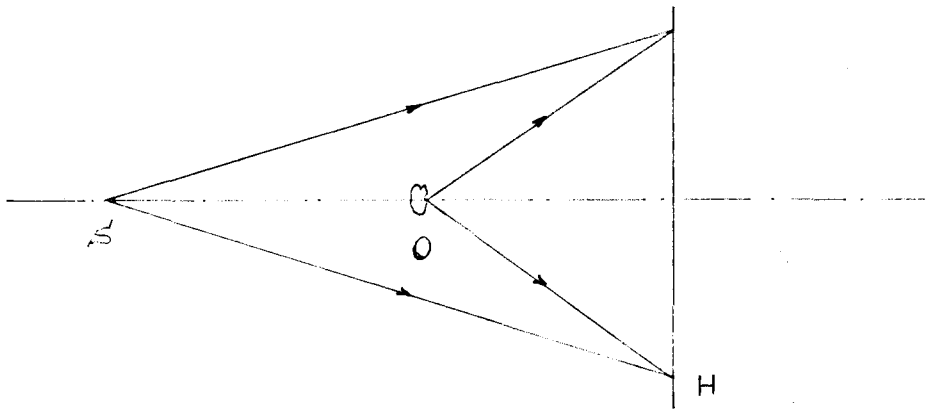
- S = lichtbron.
- L_1, L_2 = lenzen.
- M_1, M_2 = halfdoorlatende spiegels.
- P = fotografische plaat.
- w = streepbreedte.



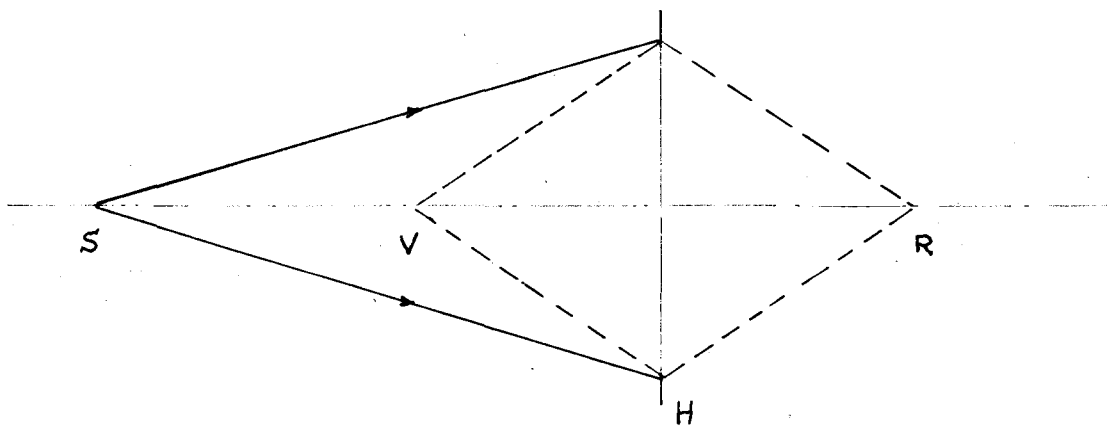
Figuur 15.

Laser-interferometer (Ontwerp van Goldstein)

- DS_1 en DS_2 : deelspiegels.
- L_1 en L_2 : negatieve lenzen.
- S_1 en S_2 : parabolische spiegels.
- O : Objectief.



a) Opname.



b) Reconstructie.

Figuur 16.

Gabor-holografie.

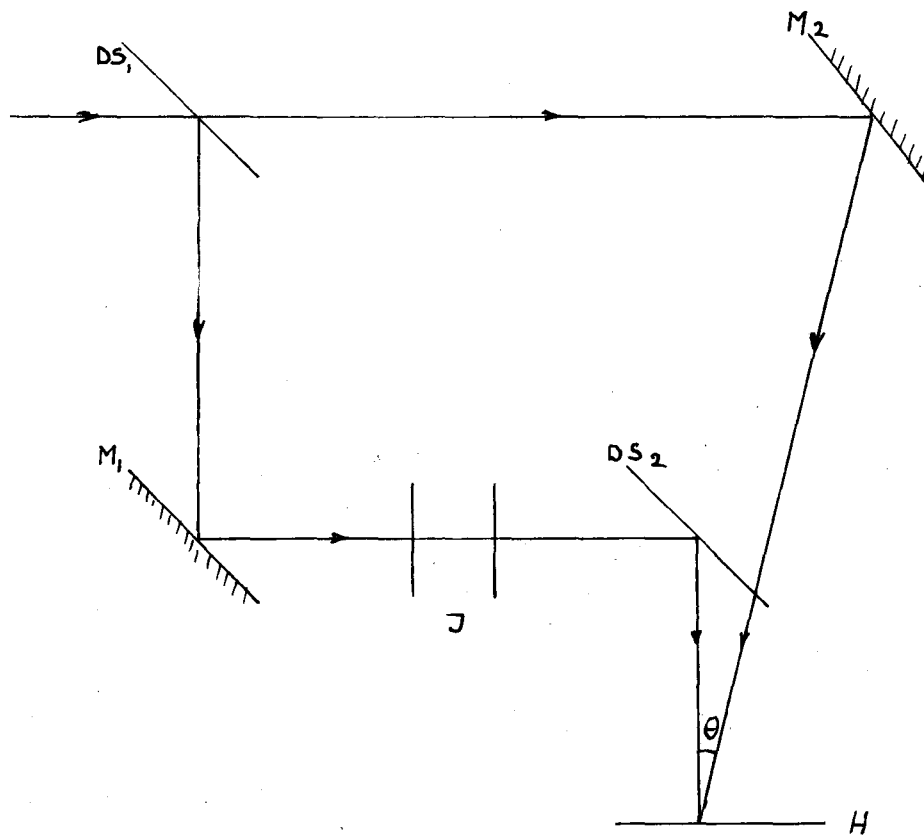
S = lichtbron.

O = object.

H = hologram.

V = virtueel beeld.

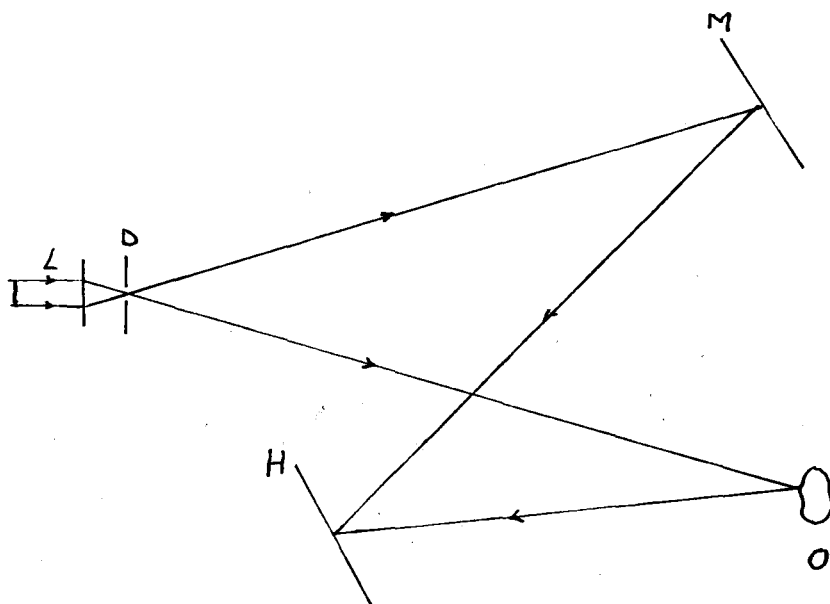
R = reëel beeld.



Figuur 17

Transmissie holografie.

- DS₁ en DS₂ : deelspiegels.
- M₁ en M₂ : spiegels.
- J : inhomogeen dichtheidsveld.
- H : Hologram.



Figuur 18.

Reflectie holografie.

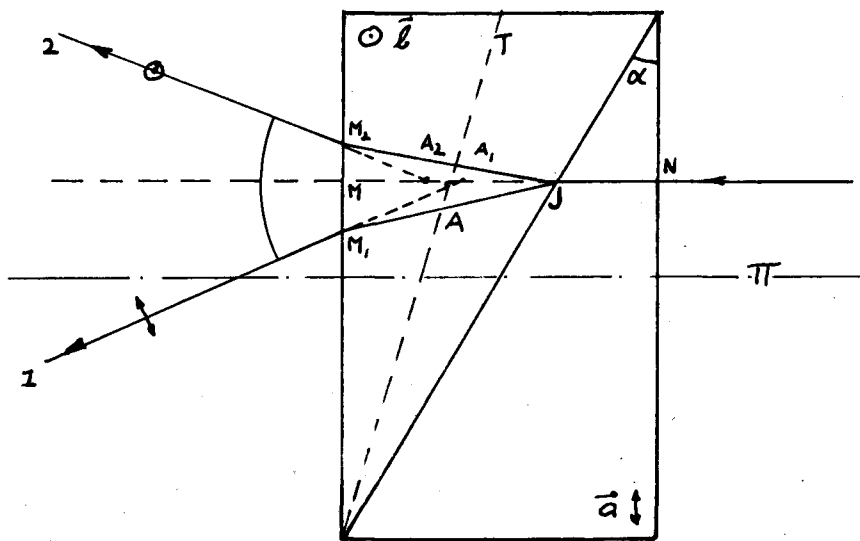
L : laser met lens.

D : diafragma.

M : spiegel

O : object.

H : hologram.



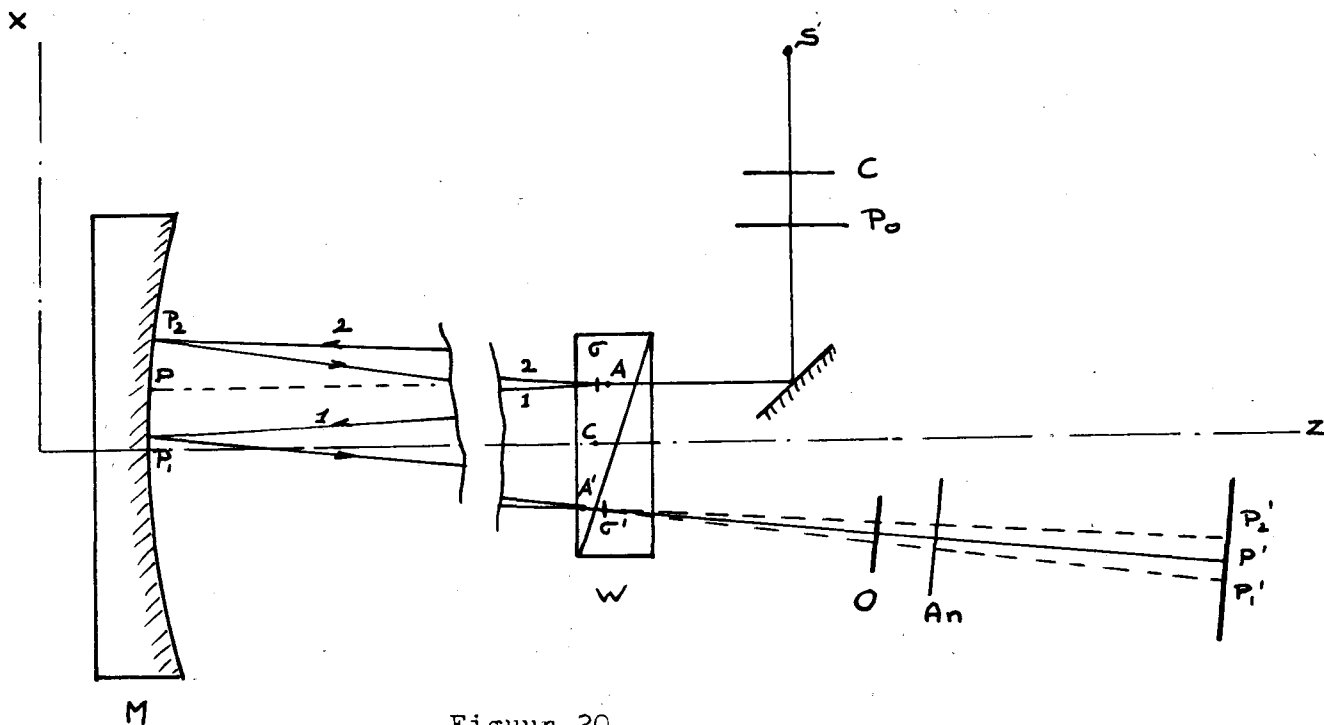
Figuur 19.

Breking van een lichtstraal door het Wollastonprisma.

N : invallende straal.

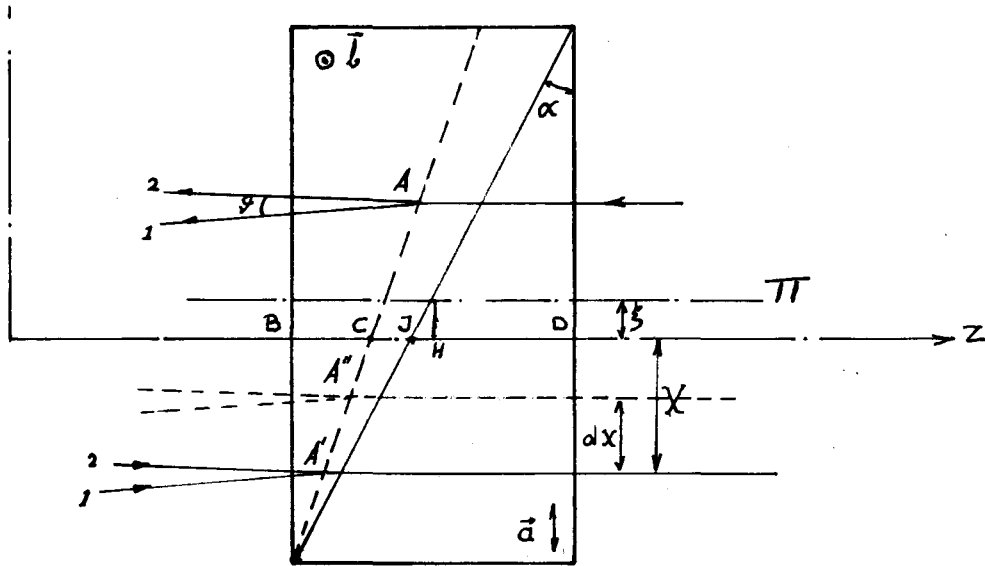
 : vlak door het midden van het prisma.

1 en 2 : uittredende, onderling loodrecht gepolariseerde stralen



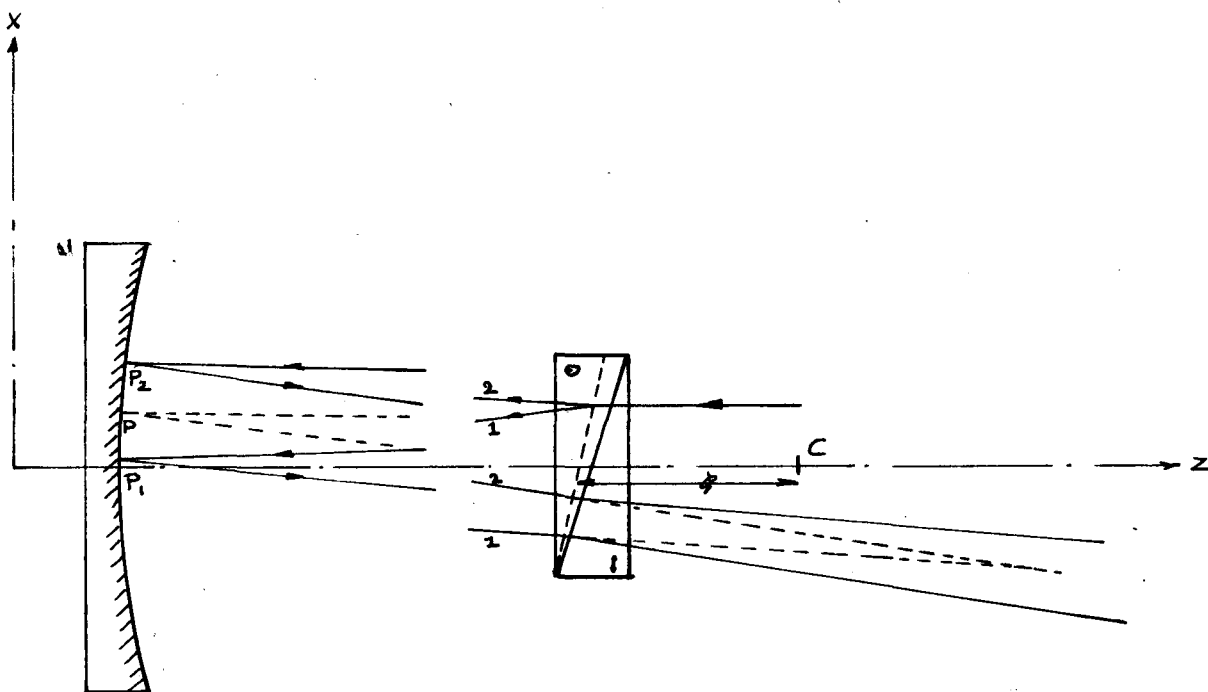
Figuur 20.

Gecentreerde opstelling in reflectie.



Figuur 21.

Gang van de lichtstraal door het prisma bij de gecentreerde opstelling in reflectie.

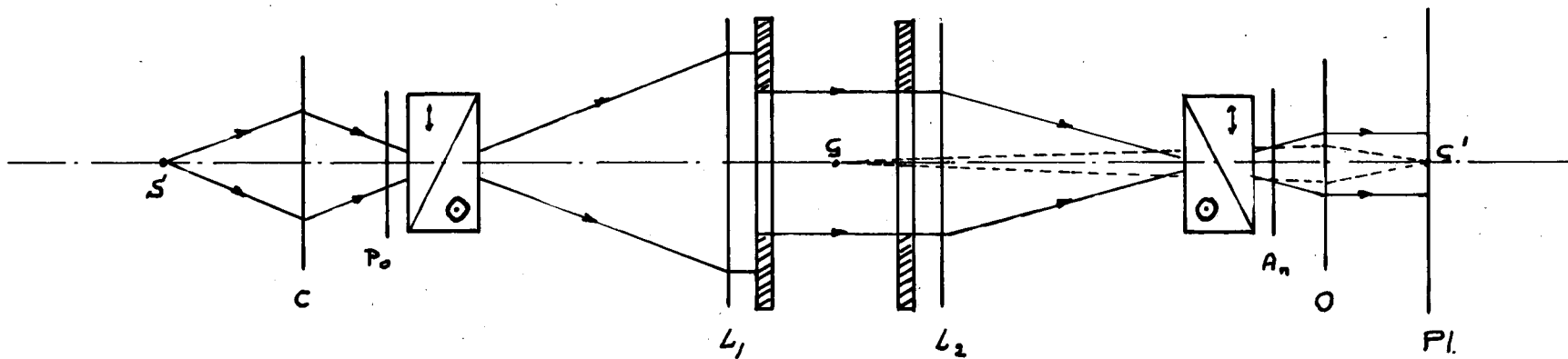


Figuur 22.

Gang van een lichtstraal bij de gedecentreerde opstelling.

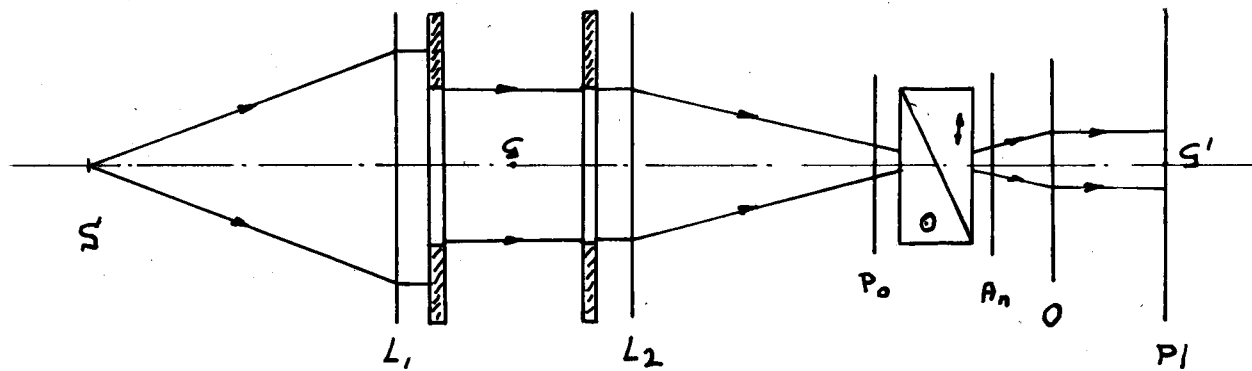
C : kromtemiddelpunt van de spiegel.

: Mate van decentrering.



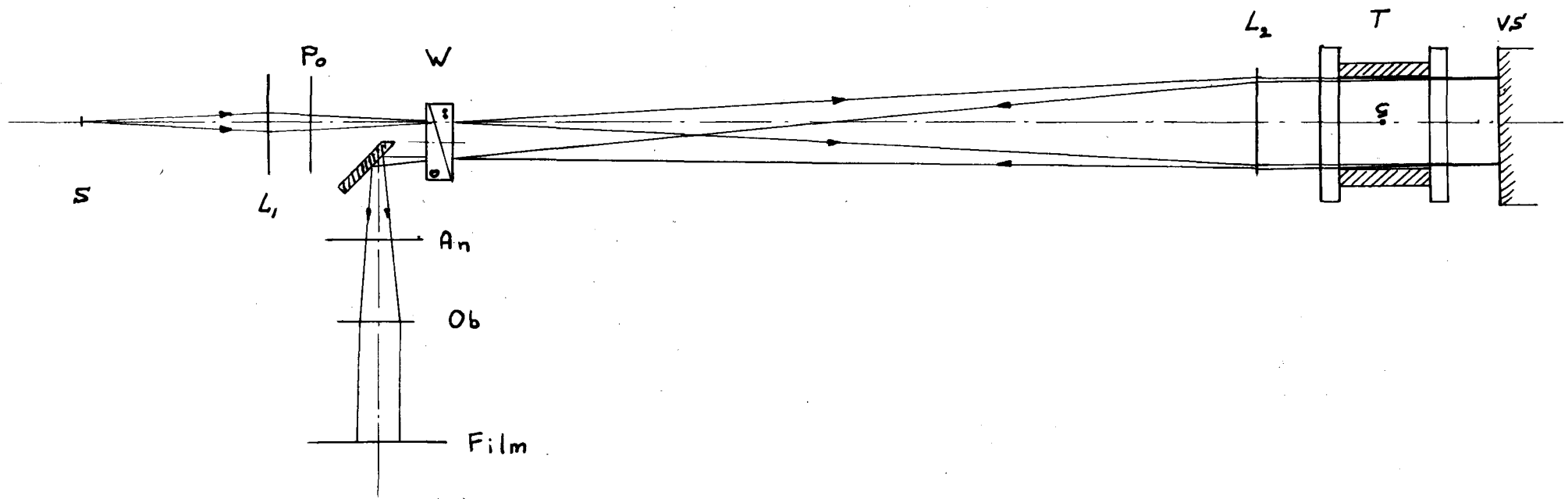
Figuur 23

Schliereninterferometer. Doorzichtopstelling met twee prisma's.



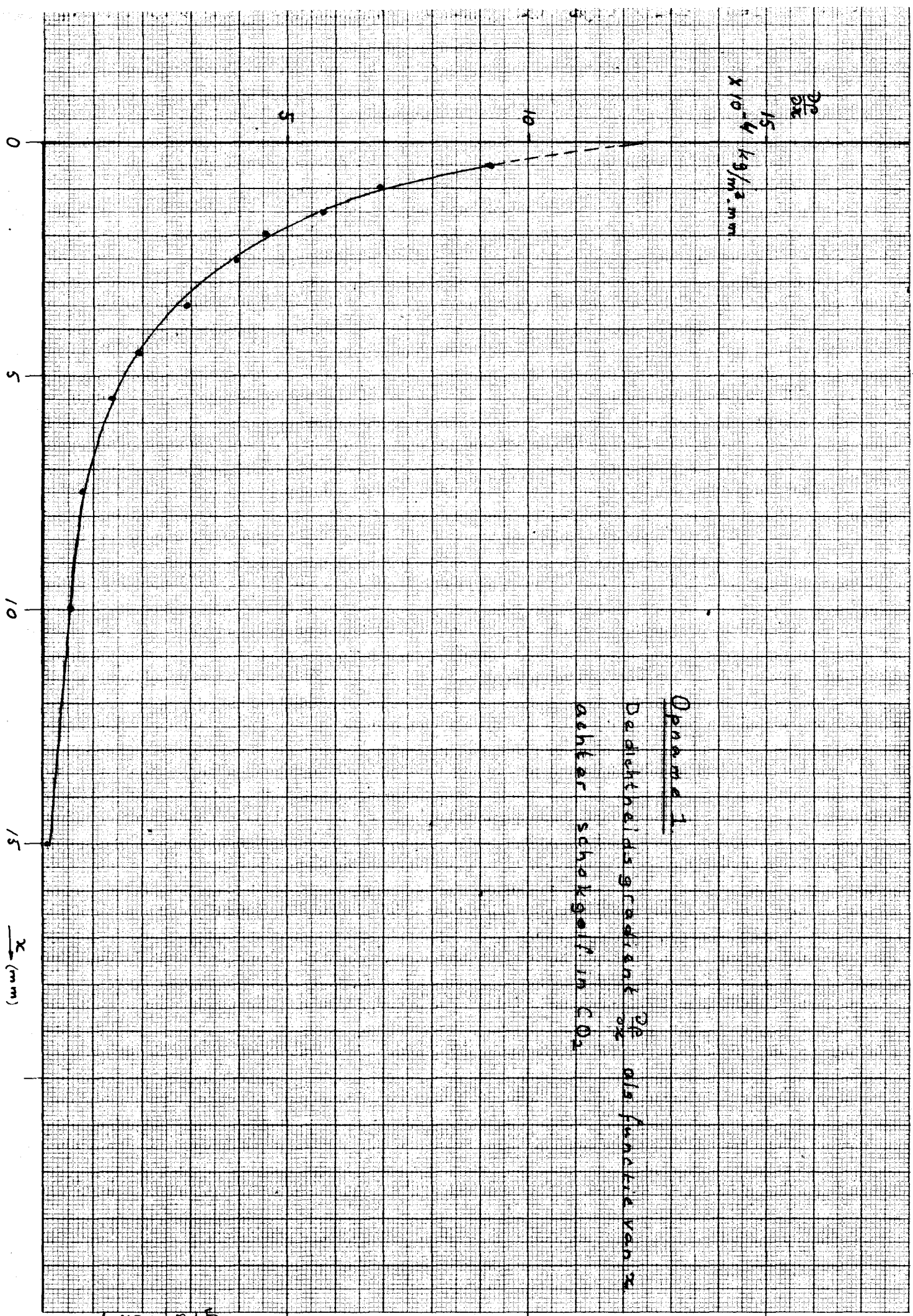
Figuur 24

Schliereninterferometer. Doorzichtopstelling met een prisma.



Figuur 25.

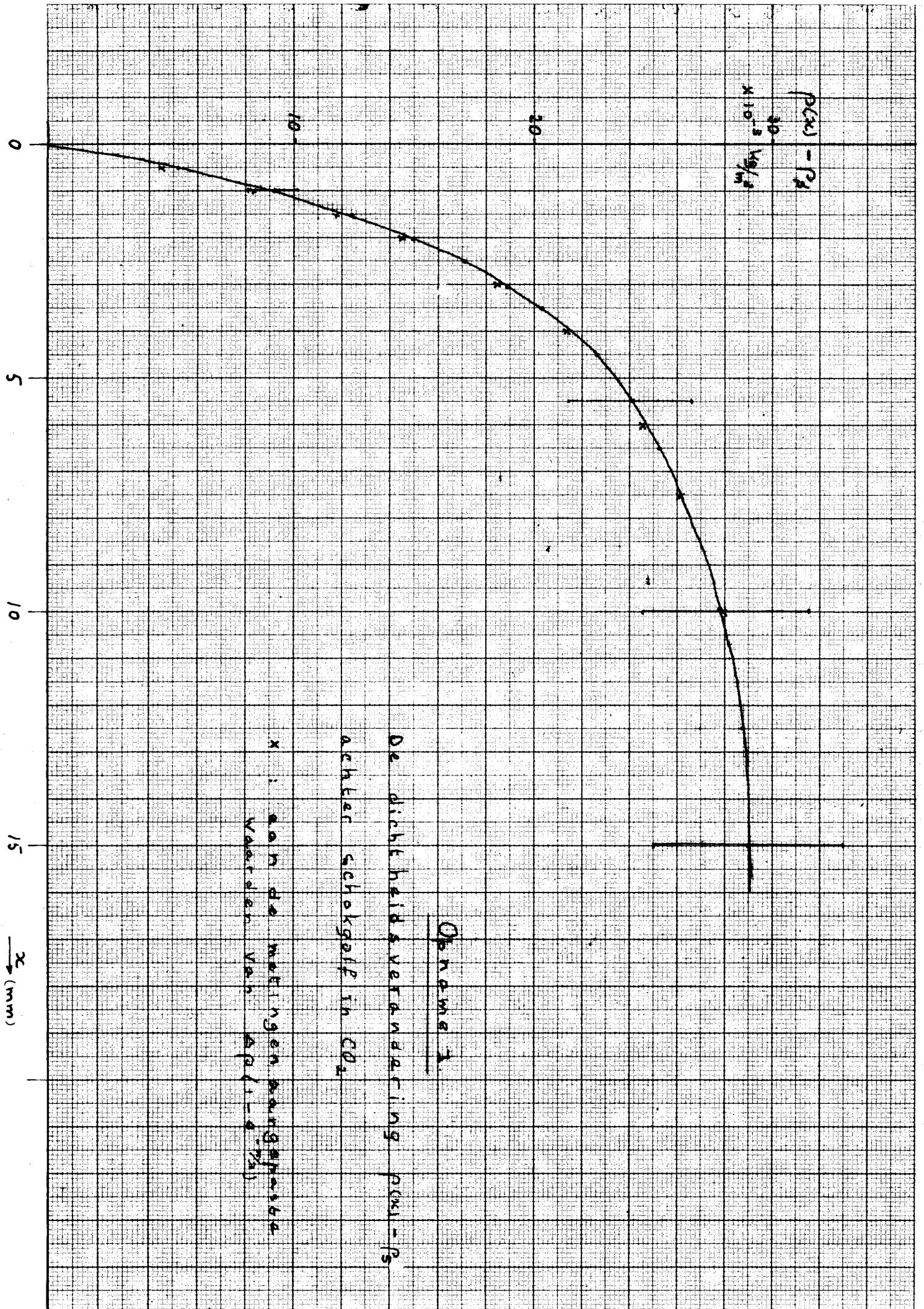
Schliereninterferometer. Opstelling voor metingen in de schokbuis.



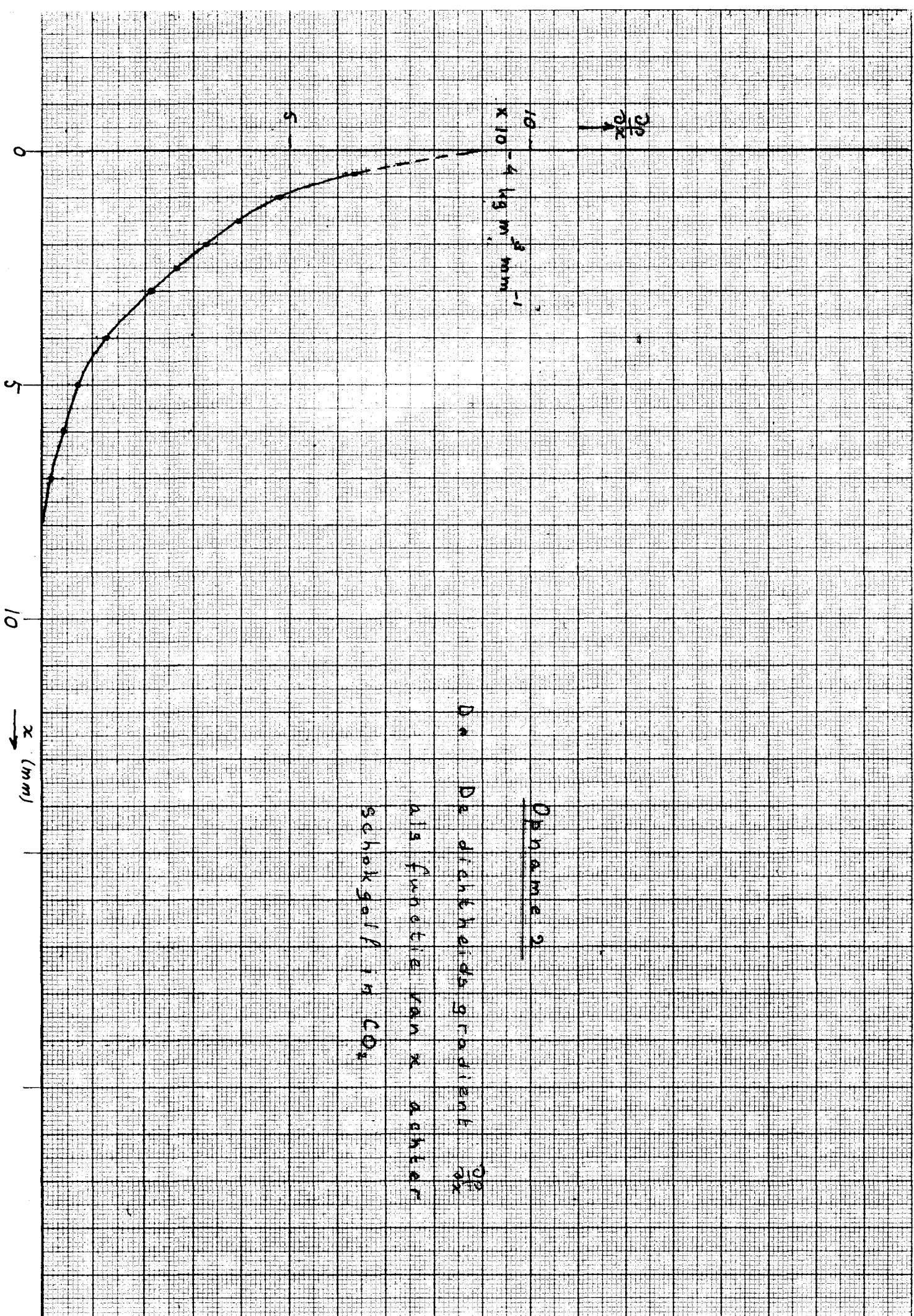
$\frac{Dp}{Dx}$
 $\times 10^{-4}$ $\frac{kg}{m^2 \cdot m \cdot s}$

Opname 1
 Dichtheidsgradient $\frac{Dp}{Dx}$ als functie van x
 achter schokgolven in CO_2

Grafiek 1

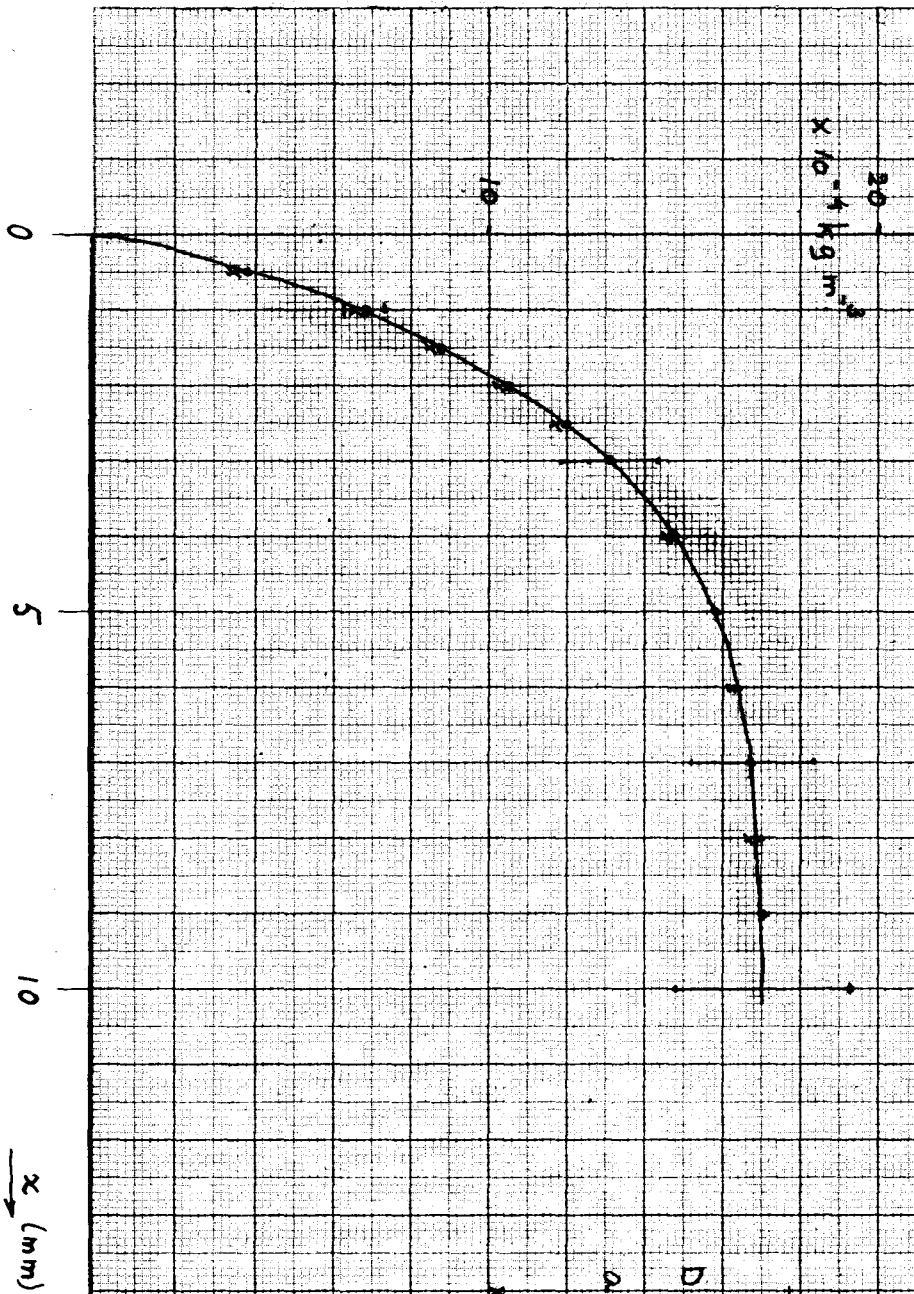


Grafiek 1 -



Opname 2

De dichtheids gradient $\frac{dc_p}{dx}$
als functie van x achter
schokgolven in CO_2



Opname 2

De dichtheidsverandering $\rho(x) - \rho_s$
achter schokgolp in CO_2

x : aan de metingen omgepaste
waarden van $\rho(\text{CO}_2)$

Grafiek 3

Relaxatietijd τ van CO_2 als
functie van de temperatuur.

τ (μs)

x

10

9

8

7

6

5

4

3

2

1

300°K

400°K

500°K

T

600°K

+ Von Jtterbeek.

x Friete.

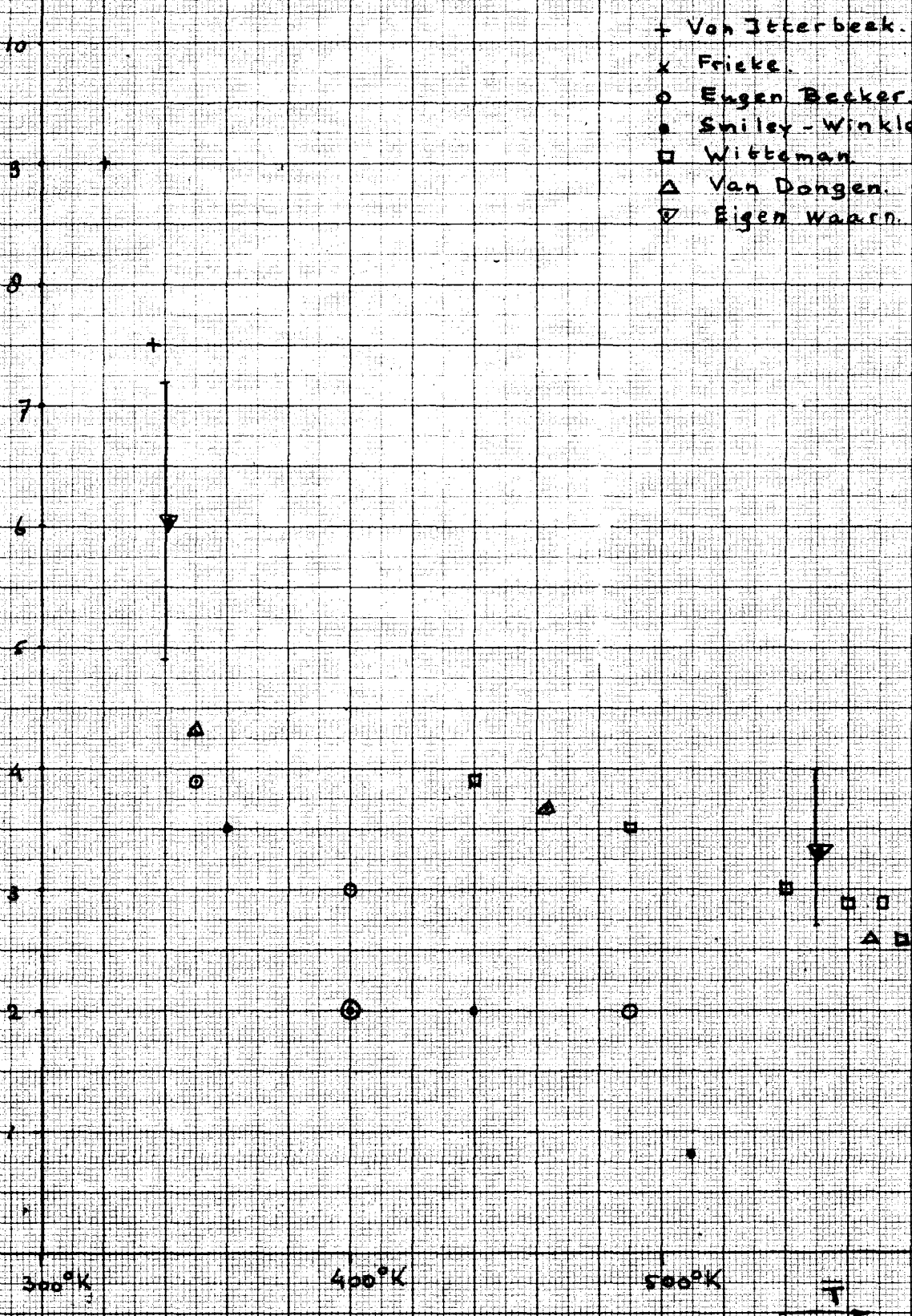
o Eugen Becker.

• Smiley-Winkler.

□ Witteman

△ Van Dongen.

▽ Eigen waarn.



Bijlage 1

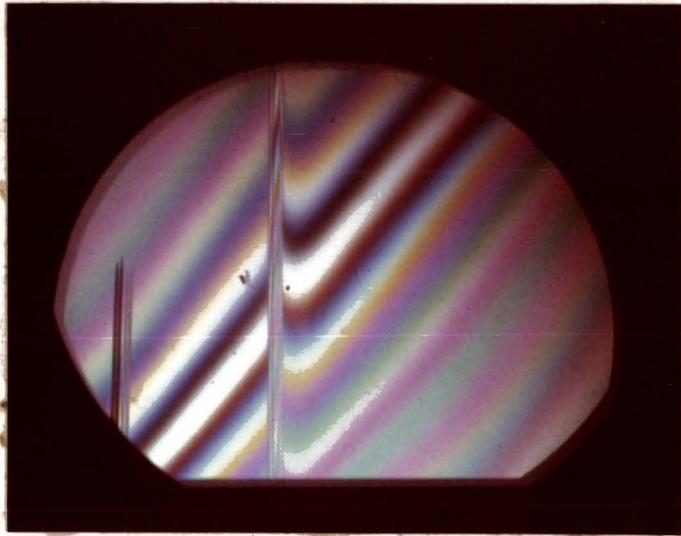


Foto 1

Schliereninterferometer-opname van een schokgolf in CO₂.

$M_1 = 2,54$ $p_1 = 0,01$ atm.

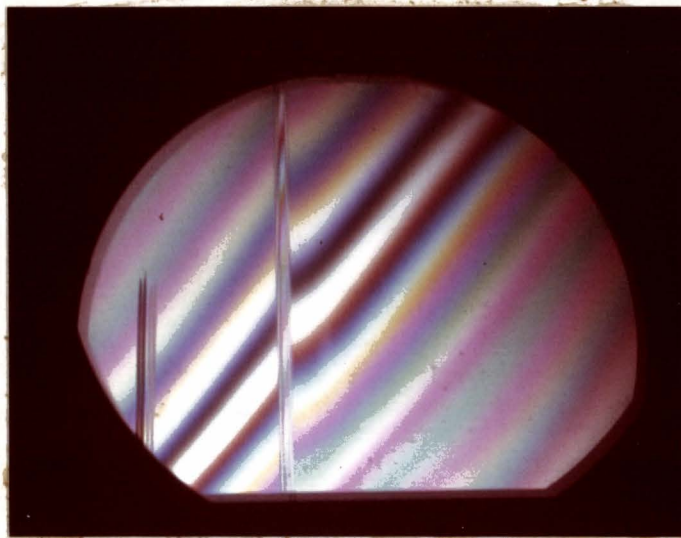


Foto 2.

Schliereninterferometer-opname van een schokgolf in CO₂.

$M_1 = 1,44$ $p_1 = 0,013$ atm.