

Bepaling Fourier-coëfficiënten van een nokschijf

Citation for published version (APA):

Brekelmans, W. A. M., & Janssen, J. D. (1971). *Bepaling Fourier-coëfficiënten van een nokschijf*. (DCT rapporten; Vol. 1971.007). Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1971

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

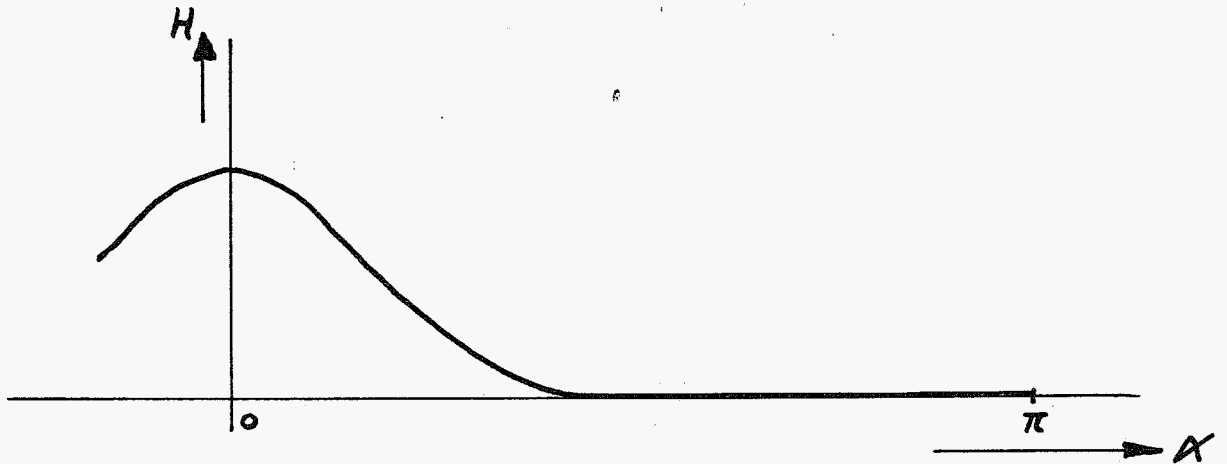
Bepaling Fourier-coëfficiënten van een nokschijf

door W.A.M. Brekelmans

J.D. Janssen

MWE 71-7

Beschrijving van het computerprogramma, betreffende de Fourier analyse voor een "even" nok



Bovenstaande figuur geeft aan de hefhoogte H als functie van de hoekcoördinaat α .
 We beperken ons tot nokken, waarvoor de hefhoogte een even functie is van α .
 Voor zo'n even periodieke functie kan worden geschreven:

$$H(\alpha) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\alpha$$

De Fourier-coëfficiënten, a_k , zijn te bepalen met behulp van:

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} H(\alpha) \cos k\alpha \, d\alpha \quad \text{voor } k = 0, 1, \dots, \infty$$

Het computerprogramma heeft tot doel het bepalen van deze Fourier coëfficiënten, wanneer de hefhoogte gegeven is in een discreet aantal punten, in de volgende vorm:

$\alpha = 0$	$H = H_0$
$\alpha = \alpha_1$	$H = H_1$
\vdots	\vdots
$\alpha = \alpha_i$	$H = H_i$
$\alpha = \alpha_j$	$H = H_j$
\vdots	\vdots
$\alpha = \alpha_{N-1}$	$H = 0$
$\alpha = \pi$	$H = 0$

Voor de berekening van a_k hanteren we de volgende formule:

$$a_k = \frac{2}{\pi} \sum_{j=1}^N \int_{\alpha_{j-1}}^{\alpha_j} H(\alpha) \cos k\alpha \, d\alpha$$

Binnen het gebied $\alpha_{j-1} < \alpha < \alpha_j$ veronderstellen we $H(\alpha)$ lineair afhankelijk van α .

$$\begin{aligned} H(\alpha) &= H_{j-1} + \frac{H_j - H_{j-1}}{\alpha_j - \alpha_{j-1}} \cdot (\alpha - \alpha_{j-1}) = \\ &= \underbrace{\frac{H_{j-1} \alpha_j - H_j \alpha_{j-1}}{\alpha_j - \alpha_{j-1}}}_{p_j} + \underbrace{\frac{H_j - H_{j-1}}{\alpha_j - \alpha_{j-1}}}_{q_j} \cdot \alpha \end{aligned}$$

Voor de termen van bovenstaande reeks kan nu geschreven worden:

= voor $k=0$

$$\int_{\alpha_{j-1}}^{\alpha_j} H(\alpha) \, d\alpha = (H_{j-1} + H_j) (\alpha_j - \alpha_{j-1}) / 2$$

= voor $k \neq 0$

$$\begin{aligned} \int_{\alpha_{j-1}}^{\alpha_j} H(\alpha) \cos k\alpha \, d\alpha &= \int_{\alpha_{j-1}}^{\alpha_j} (p_j + q_j \alpha) \cos k\alpha \, d\alpha = \\ &= \left[\frac{p_j}{k} \sin k\alpha + q_j \left(\frac{1}{k} \alpha \sin k\alpha + \frac{1}{k^2} \cos k\alpha \right) \right] \Bigg|_{\alpha_{j-1}}^{\alpha_j} = \\ &= p_j \left[\frac{1}{k} (\sin k\alpha_j - \sin k\alpha_{j-1}) \right] + \\ &+ q_j \left[\frac{1}{k} (\alpha_j \sin k\alpha_j - \alpha_{j-1} \sin k\alpha_{j-1}) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{k^2} (\cos k\alpha_j - \cos k\alpha_{j-1}) \right] \end{aligned}$$

De berekening is nu in een nodanige vorm gegoten, dat overgegaan kan worden tot programmering. Globaal wordt de operatie als volgt:

1. Inlezen van de hefhoogte voor een aantal waarden van α . Geveuld worden de arrays:
 $\alpha [0:N]$ en $H[0:N]$

Er wordt vanuit gegaan dat α in graden wordt ingelezen, vandaar dat een transformatie naar radiale plaats dient te vinden.

2. Berekening van p_j en q_j waarbij gevuld worden de arrays:

$$p [1:N] \text{ en } q [1:N]$$

3. Bepaling van a_0 omdat de berekening ervan afwijkt van die van de andere a_k , en het uitvoeren op de regeldrukken van a_0

4. Het inlezen van het aantal gewenste Fourier-coëfficiënten: K

5. Voor alle waarden van k ($k=1, 2, \dots, K$) berekening van:

- 5.1. $\sin k \alpha_j$ en $\cos k \alpha_j$ voor alle j .
 Hierbij vullen we de arrays:

$$s_k \alpha [0:N] \text{ en } c_k \alpha [0:N]$$

- 5.2. Berekening voor alle waarden van j en gelijktijdige sommatie van:

$$p_j \left[\frac{1}{k} (\sin k \alpha_j - \sin k \alpha_{j-1}) \right] +$$

$$q_j \left[\frac{1}{k} (\alpha_j \sin k \alpha_j - \alpha_{j-1} \sin k \alpha_{j-1}) +$$

$$+ \frac{1}{k^2} (\cos k \alpha_j - \cos k \alpha_{j-1}) \right]$$

5.3. Vermenigvuldiging van het resultaat met $2/\pi$ waardoor a_k wordt verkregen en het uitvoeren op de zegeldrukker.

Het programma, dat volgens deze opzet is geschreven heeft nummer: 05064671

De invoer volgorde is:

N : het aantal intervallen waarin het gebied $0 < \alpha < \pi$ is verdeeld.
 N is dus 1 kleiner dan het aantal opgegeven functie waarden.

0	0	H_0
1	α_1	H_1
2	α_2	H_2
⋮	⋮	⋮
N	180	H_N

} Lijst met α -waarden en bijbehorende functie waarden

K : het aantal gewenste Fourier coëfficiënten.

Eindhoven 24-11-70

W.A.M. Brekelmans

Rijgel 0,004871 Brekelmans

begin comment Prog.nr. 05004871, W.A.M. Brekelmans.

Berekening van de Fourier-coëfficiënten voor een even functie;

```
integer N;
A:=read;
begin integer i,,k,k;
  read int,ak;
  array alfa,n,cka,cke[0:N],p,q[1:N];
  PRINTTEXT('functiewaarde voor 0 < alfa < 100'); CARriage(3);
  PRINTTEXT('  a  alfa[j] functiewaarde '); NLCR;
  rad:=arctan(1)/45;
  for j:=0 step 1 until k do
  begin i:=read; alfa[j]:=read; H[j]:=read;
    ABSFIXT(5,0,j); SPACE(3); FIXT(5,1,alfa[j]); SPACE(3); FIXT(2,6,H[j]); NLCR;
    alfa[j]:=alfa[j]*rad;
  end;
  NEW PAGE;
  for j:=1 step 1 until N do
  begin p[j]:=(H[j-1]*alfa[j] - H[j]*alfa[j-1])/(alfa[j] - alfa[j-1]);
    q[j]:=(H[j]-H[j-1])/(alfa[j] - alfa[j-1]);
  end;
  PRINTTEXT('harmonische analyse van de functie'); CARriage(5);
  rad:=1/(2*arctan(1));
  ak:=0;
  for j:=1 step 1 until N do ak:=ak+(H[j-1]+H[j])*(alfa[j]-alfa[j-1])/2;
  PRINTTEXT('k='); ABSFIXT(5,0,0); SPACE(6); PRINTTEXT('ak='); FLOT(5,5,ak*rad); NLCR;
  k:=read;
  for k :=1 step 1 until k do
  begin ak:=0;
    for j:=0 step 1 until N do
    begin skal[j]:= sin(k*alfa[j]);
      cka[j]:= cos(k*alfa[j]);
    end;
    for j:=1 step 1 until N do
    ak:=ak+p[j]/k*(skal[j]-skal[j-1])+q[j]*((alfa[j]*skal[j]-alfa[j-1]*skal[j-1])/k-(cka[j]-cka[j-1])/(k*k));
    PRINTTEXT('k='); ABSFIXT(5,0,k); SPACE(6); PRINTTEXT('ak='); FLOT(5,5,ak*rad); NLCR;
  end;
end;
end;
end;
progend
```

Studievragen

1. Wat is de uitdrukking voor $H(\alpha)$ wanneer wij te maken hebben met een willekeurige nok?
2. Wat is de uitdrukking voor $H(\alpha)$ wanneer de nok symmetrisch is t.o.v. een plaats die gekarakteriseerd wordt door $\alpha = \alpha_0$?
Waarom moeten dan de Fouriercoëfficiënten voldoen?
3. Volgt de conditie $H(\pi) = 0$ (zie voorbeeld) uit het feit dat de nok "even" is?
4. Wordt in het programma van de eis $H(\pi) = 0$ gebruik gemaakt? Zo ja, waar?
5. Is de formule:

$$a_k = \frac{2}{\pi} \sum_{j=1}^N \int_{\alpha_{j-1}}^{\alpha_j} H(\alpha) \cos k\alpha \, d\alpha$$

exact of benaderend?

6. Is in het programma $\alpha_{j+1} - \alpha_j$ constant?
7. In het programma komen de volgende statements voor:

rad: = arctan (1) / 45

rad: = 1 / (2 x arctan (1));

Welke waarden worden in deze opdrachten aan rad toegekend?

8. Gebruik programma 05064671, verkrijgbaar bij van Nieuwland, om een zelf gekozen nok te analyseren.